

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ  
КООРДИНАТ  
НЕБЕСНЫХ ТЕЛ**

Министерство высшего и среднего специального образования  
Латвийской ССР  
Латвийский ордена Трудового Красного Знамени  
государственный университет имени Петра Стучки  
Астрономическая обсерватория

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЫЛ

Межведомственный сборник научных трудов

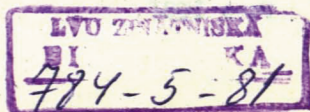
В сборнике научных трудов представлены статьи по определению орбит и эфемерид малых планет, комет и ИСЗ, методы и средства оценки точности как наблюдений, так и определения орбит. Исследованы влияния звезд и больших планет на движение и эволюцию орбит комет, а также особые случаи движения малых планет. Рассмотрены вопросы автоматизации обработки и хранения данных на ЭВМ, и дан анализ средств определения координат.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Л.Лауцениекс (отв. ред.), М.Дириксис, Э.Каупуш

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
ЛГУ им. П.Стучки от 27 марта 1981 года

A 20603-046y 39.81.1705030000  
M 812(II)-81



© Латвийский  
государственный  
университет  
им. П.Стучки, 1981

ния.

Пусть на движение малого тела (частицы) влияют притяжение системы точечных масс и другие силы (влияние фигур небесных тел, сопротивление среды, световое давление).

Пусть притягивающая масса с гравитационной постоянной  $\mu_0$  рассматривается как главная и в ее центре масс помещено начало невращающейся декартовой системы координат, в которой изучается движение. Уравнения движения запишем в векторной форме

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{F}, \tag{1}$$

где  $\vec{r}$  - вектор положения частицы,  $\vec{F}$  - ускорение, вызываемое действующими силами. В окрестности начального момента времени  $t_0$  общее решение (1) можно представить разложением

$$\vec{r} = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{r}_0^{(n)} (t-t_0)^n / n! \quad (0! = 1), \tag{2}$$

где  $\vec{r}_0^{(n)}$  ( $n > 1$ ) выражаются через  $\vec{r}_0^{(0)} = \vec{r}_0$ ,  $\vec{r}_0^{(1)}$  при помощи (1).

Определим промежуточное движение  $\vec{r}^*$  формулами

$$\vec{r}^* = \vec{R} + \vec{\rho}, \tag{3a}$$

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \dot{\vec{R}}_0 (t-t_0), \tag{3б}$$

$$\ddot{\vec{\rho}} = -\mu \rho^{-3} \vec{\rho}, \tag{3в}$$

где  $\vec{R}$  - вектор положения некоторого фиктивного центра,  $\mu$  - постоянная тяготения этого центра,  $\vec{\rho}$  - вектор положения частицы относительно центра. Уравнение (3б) показывает, что центр движется прямолинейно и равномерно,

$\vec{R}_0$ ,  $\dot{\vec{R}}_0$  - начальные условия движения центра. Уравнение (3в) определяет невозмущенное, кеплеровское движение частицы вокруг центра с начальными условиями  $\vec{\rho}_0$ ,  $\dot{\vec{\rho}}_0$ .

Промежуточное движение определяется векторами  $\bar{R}_0, \dot{\bar{R}}_0, \bar{\rho}_0, \dot{\bar{\rho}}_0$  и константой  $\mu$  (всего 13 скалярных постоянных). Выбором значений этих постоянных можно обеспечить нужную близость промежуточного и реального движений. Рассмотрим несколько случаев.

Случай Ia. Промежуточная орбита имеет касание первого порядка к траектории реального движения. Полагаем  $\bar{R}_0 = \dot{\bar{R}}_0 = 0$  (центр в начале координат),  $\bar{\rho}_0 = \bar{r}_0, \dot{\bar{\rho}}_0 = \dot{\bar{r}}_0$  (условия оскуляции),  $\mu = \mu_0$ . Начальная оскулирующая орбита, получаемая при этом, - классическая промежуточная орбита метода Энке. Так как  $\ddot{\bar{\rho}}_0 \neq \ddot{\bar{r}}_0$ , отклонения реального движения от промежуточного растут пропорционально квадрату интервала времени.

Случай Ib. Векторы  $\bar{R}_0, \dot{\bar{R}}_0, \bar{\rho}_0, \dot{\bar{\rho}}_0$  выбираются, как и в предыдущем случае (касание первого порядка), а  $\mu$  выбирается из условия минимума величины

$$\chi = (\ddot{\bar{\rho}}_0 - \ddot{\bar{r}}_0)^2 = (-\mu r_0^{-3} \bar{r}_0 - \ddot{\bar{r}}_0)^2, \quad (4)$$

где  $r_0 = |\bar{r}_0|$ ,  $\ddot{\bar{r}}_0 = \bar{F}_0$ . Минимум (4) имеет место при

$$\mu = -(\bar{r}_0 \cdot \ddot{\bar{r}}_0) \bar{r}_0. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получим

$$\chi = \bar{F}_{10}^2 - (\bar{F}_{10} \cdot \bar{r}_0 / r_0)^2, \quad (6)$$

где  $\bar{F}_{10}$  - возмущающее ускорение при  $t = t_0$ :

$$\bar{F}_{10} = \bar{F}_0 + \mu_0 \bar{r}_0 r_0^{-3}.$$

Аналогично получим, что в случае Ia

$$\chi = \bar{F}_{10}^2. \quad (7)$$

Сравнение (6) и (7) показывает, что промежуточная орбита Ib дает лучшую аппроксимацию, чем Ia. Если (5) определяет отрицательное  $\mu$ , то выбор начала координат в теле  $\mu_0$

неудачен, необходимо перенести начало координат в другое притягивающее тело.

Случай 2а. Промежуточная орбита имеет касание второго порядка к реальной траектории. Положим  $\dot{\bar{R}} = 0$ , а также

$$\bar{r}_0 = \bar{\rho}_0 + \bar{R}_0, \quad (8a)$$

$$\dot{\bar{r}}_0 = \dot{\bar{\rho}}_0, \quad (8б)$$

$$\ddot{\bar{r}}_0 = \ddot{\bar{\rho}}_0. \quad (8в)$$

Из (8в) с учетом (3в) имеем

$$\bar{\rho}_0 = -(\ddot{\bar{r}}_0 / |\ddot{\bar{r}}_0|) \rho_0, \quad (9a)$$

$$\mu = |\ddot{\bar{r}}_0| \rho_0^2, \quad (9б)$$

где  $\rho_0 = |\bar{\rho}_0|$  - положительный параметр, имеющий размерность длины, значение которого можно выбрать произвольно.

Подстановка (9а) в (8а) позволяет определить  $\bar{R}_0$  как функцию  $\rho_0$ , (8б) определяет  $\dot{\bar{\rho}}_0$ . В силу (8а-в) разложение отклонения промежуточного движения от реального начинается с члена  $(\ddot{\bar{\rho}}_0 - \ddot{\bar{r}}_0)(t-t_0)^3/3!$ , коэффициент которого зависит от  $\rho_0$ .

Для определенности можно выбрать, например,

$$\rho_0 = r_0. \quad (10)$$

Этот выбор фиксирует конкретную орбиту из параметрического семейства, но он не оптимален с точки зрения малости отклонений.

Случай 2б. Векторы  $\bar{R}_0$ ,  $\dot{\bar{R}}_0$ ,  $\bar{\rho}_0$ ,  $\dot{\bar{\rho}}_0$  и константа  $\mu$  определяются так же, как и в случае 2а. Значение  $\rho_0$  определяется из условия минимума величины

$$\chi = (\ddot{\bar{\rho}}_0 - \ddot{\bar{r}}_0)^2 = (\bar{A}_3 \rho_0^{-1} + \bar{B}_3)^2 \quad (11)$$

$$\bar{A}_3 = |\dot{\bar{r}}_0|^{-1} [3(\dot{\bar{r}}_0 \cdot \ddot{\bar{r}}_0) \ddot{\bar{r}}_0 - \ddot{\bar{r}}_0^2 \dot{\bar{r}}_0],$$

$$\bar{B}_3 = -\ddot{\bar{r}}_0.$$

Условие минимума (II) дает

$$\rho_0^{-1} = \frac{1}{|\dot{\bar{r}}_0|} \cdot \frac{3(\dot{\bar{r}}_0 \cdot \ddot{\bar{r}}_0)(\ddot{\bar{r}}_0 \cdot \ddot{\bar{r}}_0) - (\dot{\bar{r}}_0 \cdot \ddot{\bar{r}}_0)^2 \ddot{\bar{r}}_0^2}{3(\dot{\bar{r}}_0 \cdot \ddot{\bar{r}}_0)^2 + \dot{\bar{r}}_0^2 \ddot{\bar{r}}_0^2}. \quad (I2)$$

Подставляя  $\rho_0^{-1}$  из (I2) в (9а), (9б) и используя (8а), (8б), получим постоянные промежуточной орбиты -  $\bar{R}_0, \bar{\rho}_0, \dot{\bar{\rho}}_0, \mu$ . По  $\bar{\rho}_0, \dot{\bar{\rho}}_0, \mu$  определим элементы невозмущенной орбиты, а затем по известным формулам невозмущенного движения получим положения частицы на невозмущенной орбите на любой момент времени. Соответствующие формулы для всех трех типов невозмущенного движения (эллипс, гипербола, парабола) можно найти в [I]. Если  $\rho_0^{-1}$  из (I2) отрицательно, то использовать его нельзя. Необходимо выбрать положительное  $\rho_0^{-1}$ , близкое к нулю, чтобы обеспечить близость  $\chi$  к своему нижнему граничному значению  $\chi = \bar{B}_3^2$  для положительных  $\rho_0^{-1}$ . Входящее в (II), (I2)  $\ddot{\bar{r}}_0$  вычисляется дифференцированием  $\bar{F}$  (аналитическим или численным).

Случай 3а. Касание третьего порядка. Полагаем

$$\bar{r}_0 = \bar{\rho}_0 + \bar{R}_0, \quad (I3а)$$

$$\dot{\bar{r}}_0 = \dot{\bar{\rho}}_0 + \dot{\bar{R}}_0, \quad (I3б)$$

$$\ddot{\bar{r}}_0 = \ddot{\bar{\rho}}_0, \quad (I3в)$$

$$\ddot{\bar{r}}_0 = \ddot{\bar{\rho}}_0. \quad (I3г)$$

Из (I3в), как и раньше, получаем (9а), (9б). Дифференцирование (3в) по времени и подстановка результата в (I3г) с учетом (9а) дает  $\dot{\bar{\rho}}_0$  как функцию  $\rho_0$ :

$$\dot{\rho}_0 = |\ddot{r}_0|^{-3} \left[ \frac{3}{2} (\ddot{r}_0 \cdot \ddot{r}_0) \ddot{r}_0 - \ddot{r}_0^2 \ddot{r}_0 \right] \rho_0. \quad (14)$$

Тогда (13б) дает  $\dot{R}_0$ , а (13а) -  $\bar{R}_0$ . Константа  $\mu$  определяется (9б). Таким образом, все постоянные орбиты определяются как функции параметра  $\rho_0$ . Для определенности можно сделать выбор (10). В силу (13 а-г) разложение  $\bar{r}^* - \bar{r}$  начнется с члена  $(\bar{\rho}_0^{(4)} - \bar{r}_0^{(4)})(t - t_0)^4 / 4!$

Случай 3б. Векторы  $\bar{R}_0$ ,  $\dot{R}_0$ ,  $\bar{\rho}_0$ ,  $\dot{\rho}_0$  и константу  $\mu$  определяем так же, как в случае 3а. Значение  $\rho_0$  находим из условия минимума величины

$$\chi = (\bar{\rho}_0^{(4)} - \bar{r}_0^{(4)})^2 = (\bar{A}_4 \rho_0^{-1} + \bar{B}_4)^2, \quad (15)$$

$$\bar{A}_4 = 2 |\ddot{r}_0| \ddot{r}_0,$$

$$\bar{B}_4 = |\ddot{r}_0|^{-4} \left\{ \ddot{r}_0^2 (\ddot{r}_0 \cdot \ddot{r}_0) \ddot{r}_0 + \left[ \frac{3}{2} (\ddot{r}_0 \cdot \ddot{r}_0)^2 - 3 \ddot{r}_0^2 \ddot{r}_0^2 \right] \ddot{r}_0 \right\} - \bar{r}_0^{(4)}$$

Минимум (15) получим при

$$\rho_0^{-1} = \frac{1}{4} |\ddot{r}_0|^{-5} \left[ 2 (\ddot{r}_0 \cdot \ddot{r}_0^{(4)}) \ddot{r}_0^2 - 9 (\ddot{r}_0 \cdot \ddot{r}_0)^2 + 6 \ddot{r}_0^2 \ddot{r}_0^2 \right]. \quad (16)$$

Если  $\rho_0^{-1}$  из (16) отрицательно, то, как и в случае 2б, выбираем близкое к нулю положительное  $\rho_0^{-1}$ , при этом  $\chi$  из (15) будет близко к своей нижней границе для  $\rho_0^{-1} > 0$ , равной  $\bar{B}_4^2$ . С полученным  $\rho_0^{-1}$  вычисляем  $\dot{\rho}_0$  по (14), затем  $\dot{R}_0$  по (13б),  $\bar{\rho}_0$  по (9а),  $\bar{R}_0$  по (13а),  $\mu$  по (9б). Текущие положения на промежуточной орбите вычисляются, как описано в случае 2б.

Реальное движение можно получить, интегрируя уравнения для отклонений

$$\ddot{\delta} = \ddot{r} - \ddot{r}^* = \bar{F} + \mu \rho^{-3} \bar{\rho}, \quad (17)$$

и прибавляя результат к координатам промежуточного движения. В случаях 2а-3б  $\ddot{\delta}_0 = 0$ , поэтому при вычислении



правых частей (I7) теряется точность. Устранить потерю точности преобразованием Энке полностью в этих случаях нельзя, так как разности текущих и начальных координат возмущающих тел имеют точность, задаваемую теориями их движения.

Отметим, что в случаях 2а-3б можно выбрать  $\rho_0$  таким образом, что невозмущенное движение будет эллиптическим. Для этого нужно обеспечить соблюдение неравенств

$$0 < \rho_0^{-1} < 2 |\ddot{r}_0| |\dot{\rho}_0|^{-2}; \quad (18)$$

правое из которых - следствие условия положительности большой полуоси орбиты и интеграла живых сил задачи двух тел. Выбор (18) упрощает вычисления, связанные с промежуточной орбитой.

Мы рассмотрели промежуточные орбиты в порядке увеличения точности аппроксимации начального участка движения. Оскулирующая орбита (случай 1а) дает наименьшую точность. Даже небольшое усовершенствование этой орбиты (случай 1б) заметно повышает качество аппроксимации. Использование этих орбит для изучения возмущенного движения будет наиболее эффективным при сближениях малых тел с планетами (кометы, космические зонды).

#### Литература

- [1] Субботин М. Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., Наука, 1968.
- [2] Батраков Ю. В., Макарова Е. Н. Обобщенный метод Энке для изучения возмущенного движения. - Булл. ИТА, 1979, 14, №7 (160), с. 39'-40Г.

Резюме

Ю.В.Батраков

ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ОРБИТЫ ДЛЯ НАЧАЛЬНОГО  
УЧАСТКА ДВИЖЕНИЯ

Строятся промежуточные орбиты, более точно аппроксимирующие начальный участок возмущенного движения, чем начальная оскулирующая орбита. Эти орбиты удобны для изучения сближений малых тел с планетами.

Библио. р. - 2 назв.

K o r s a v i l k u m s

J. V. Batrakovs

KUSTĪBAS SĀKUMA POSMA STARPORBĪTAS

Darbā apskatītas starporbītas, kas aproksimē perturbētās kustības sākuma apgabalus precīzāk kā oskulējošā orbīta. Šīs orbītas izdevīgi lietot, lai pētītu mazo ķermeņu tuvošanos planētām.

S u m m a r y

Yu. V. Batrakov

INTERMEDIATE ORBITS FOR INITIAL PART  
OF MOTION

Intermediate orbits have been constructed which approximate the initial part of perturbed motion more accurately than the initial osculating orbit. The orbits may be especially useful when encounters of small bodies with planets are investigated.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.24

В. А. Извеков  
(ИТА АН СССР)

ПОСТРОЕНИЕ ЭФЕМЕРИД

В СЛУЧАЕ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В астрономической практике часто приходится решать избыточные системы линейных алгебраических (условных) уравнений. Важное значение имеет оценка достоверности результата не по внутренней согласованности, а по степени близости к истинным значениям искомым величин (неизвестных). Обычно для получения таких оценок сравниваются результаты различных исследований. Как правило, расхождения оказываются значительно большими, чем можно было бы предполагать на основании внутренней согласованности. Весьма интересное обсуждение таких расхождений на примере астрономических постоянных дается в статье [1].

Основными причинами здесь являются систематические ошибки наблюдений, неполнота математической модели (в том числе и недостаточное знание законов распределения случайных ошибок рассматриваемых рядов наблюдений), ошибки вычислений. Последние - во власти исследователя: вычисления можно организовать так, чтобы получаемые величины наилуч-

шим образом соответствовали исходным данным. Некоторым аспектам этой проблемы и посвящена данная работа.

Прежде всего, рассмотрим кратко общие вопросы, касающиеся точности участвующих в расчетах величин. Допустим, что мы имеем  $n$  строк условных уравнений по какой-либо координате, например, прямому восхождению ( $\alpha$ ), в случае улучшения элементов орбиты планеты

$$\sum_{j=1}^6 a_{ij} \Delta e_j = \Delta \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь:  $a_{ij} = \partial \alpha_i / \partial e_j$  - коэффициенты условных уравнений,  $\Delta e_j$  - искомые поправки элементов орбиты,  $\Delta \alpha_i$  - разности между наблюдаемыми и вычисленными значениями координат планеты (0-С), выраженные в дуге большого круга. Задача состоит в том, чтобы информацию, содержащуюся в  $\Delta \alpha$  передать в  $\Delta e$  с минимальной потерей. За меру точности величин в данном случае лучше всего взять относительную ошибку и связанное с нею число значащих разрядов.

Оценим, прежде всего, точность правой части условных уравнений,  $\Delta \alpha$ . Известно, что точность оптических измерений может быть оценена величиной  $\epsilon(\alpha) = 0.3$ . Само же  $\Delta \alpha$ , например, для случая больших планет, составляет около 1-2". Отсюда следует вывод: правая часть имеет, в лучшем случае, один значащий разряд. В большинстве задач так оно и есть. Исключением являются радиолокационные измерения, дающие правую часть с тремя значащими разрядами.

В идеальном случае, когда все  $\Delta e_j$  определяются независимо, относительные ошибки величин  $a_{ij}$ ,  $\Delta e_j$ ,  $\Delta \alpha_i$  можно считать имеющими один и тот же порядок малости. В реальном случае у  $a_{ij}$  в процессе решения теряются старшие, значимые разряды и необходим запас точности ( $a_{ij}$

надо задать с большим числом значащих разрядов, чем  $\Delta\alpha_i$ ). Границу точности  $a_{ij}$ , как и всей линейной модели, устанавливают члены второго порядка (первого по отношению к учитываемым). В случае больших планет максимальное число значащих разрядов  $a_{ij}$  равно пяти (в соответствии с  $\Delta\alpha = 1''$ ).

Изложенные оценки относятся к значащим разрядам, а не к точности расчетов на ЭВМ. Последняя может быть сделана очень высокой.

Теперь рассмотрим потерю точности и укажем некоторые ее оценки. В процессе решения условных уравнений по способу наименьших квадратов происходит потеря как младших, так и старших разрядов чисел. Первый вид потери обусловлен накоплением случайных ошибок округления. Согласно Уилкинсону и Райнцу [2] эта ошибка пропорциональна числу обусловленности ( $P$ ) и числу ( $m$ ) неизвестных в степени три вторых. Она не опасна, поскольку искажает достаточно далекие младшие (незначимые) разряды чисел.

Потеря старших разрядов (значимых) весьма опасна. Она зависит от обусловленности системы, а последняя - от степени корреляционной связи между столбцами системы. Мерой этого эффекта является число обусловленности  $P = \max \lambda_j / \min \lambda_j$ , где  $\lambda_j$  - собственные числа системы. Наиболее простую оценку числа  $K$  необходимых запасных разрядов указывает Тренков [3]:

$$K \geq \lg (4m \cdot \max \sqrt{|a_{ij}|}).$$

В результате решения многочисленных систем мы пришли к эмпирическому правилу

$$k \approx \frac{1}{2} |\lg |B|| = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m |\lg v_{jj}|,$$

где  $B$  - первая треугольная матрица в разложении матрицы нормальных уравнений  $A = BC$ .

Если  $\lg P$  или  $k$  превосходит оценку числа значимых разрядов в  $a_{ij}$ , то полученное решение не имеет реального смысла (иногда происходит и аварийная остановка, авост ЭВМ). Заданная система неизвестных из данных условий уравнений не может быть определена.

В случае плохой обусловленности рекомендуется (см., например, [4]) либо решать с повышенной точностью систему, постулировав ("заморозив") исходные данные, либо находить обобщенное нормальное решение, наложив дополнительное условие минимума нормы неизвестных. Предлагается также использовать дополнительную информацию.

В астрономической практике принято исключать часть коррелирующих неизвестных, вводить новые неизвестные. Оба эти способа взаимосвязаны. Если, например,  $a_{i2} = ka_{i1} + \eta_i$ , где  $\eta_i$  мало, то имеем:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = a_{i1}(x_1 + kx_2) + \eta_i x_2.$$

Если все  $\eta_i$  очень малы (например, меньше ошибок  $a_{i2}$ ), то их можно не учитывать. Это равносильно исключению  $x_2$ . В этом случае из системы определится не  $x_1$ , а его линейная комбинация  $x_1 + kx_2$  с исключенным неизвестным  $x_2$ . Коэффициент замены  $k$  есть не что иное, как внедиагональный элемент (в данном случае  $r_{22}$ ) матрицы  $R$ , полученной нормированием нормальных уравнений так, чтобы по диагонали стояли единицы ( $r_{jj} = 1$ ). Это

обстоятельство позволяет исключить сильные корреляционные зависимости до того, как начнется решение системы. После такого исключения отпадает необходимость иметь  $a_{ij}$  с большим числом запасных разрядов.

Кроме коррелирующих, в системе могут присутствовать неизвестные, не влияющие значимо на наблюдения. Опыт показывает, что в результате решения системы такие неизвестные получаются незначимыми, меньшими своих ошибок. Если такие неизвестные исключить и решение повторить без них, то оставшиеся неизвестные определяются с меньшими ошибками, уменьшается и ошибка единицы веса.

Описанные два правила исключения неизвестных, дополненные исключением отскакивающих наблюдений по критерию Смирнова-Гресса легли в основу программы решения заданной системы условных уравнений, составленной для БЭСМ-4 автором. Опыт эксплуатации этой программы показал ее большую эффективность. Стало возможным составлять системы с большим числом неизвестных, не опасаясь корреляционных зависимостей. Во всех случаях окончательное решение содержало небольшое (меньшее исходного) число неизвестных с минимальными ошибками.

Если неизвестные нужны для дальнейшего вычисления эфемериды, то можно поступать двояко. Во-первых, можно постулировать значения элементов, соответствующие исключенным неизвестным, то есть считать, что эти  $\Delta e_j = 0$ . Получив новую систему элементов, по ним можно вычислить эфемериду. Во-вторых, для каждого эфемеридного момента можно

составить условные уравнения, соответствующие последнему решению. Подставив в уравнения значения неизвестных, можно получить поправку эфемериды. Саму эфемериду в этом случае вычисляют по "старым", исходным элементам.

Наличие условного уравнения (без правой части, естественно) позволяет произвести оценку ошибки рассматриваемой координаты в эфемериде (матрица ковариаций решения может считаться известной). Таким образом можно получить эфемеридное место и оценку его точности.

Лауценек [5], Магар [6] показали, что исключенные неизвестные могут влиять на эфемериду. Не нарушая линейной связи между коррелирующими неизвестными, варьируя исключенное неизвестное, они получают ряд эфемеридных положений ("барьер"). Если варьируется не одно, а два исключенных неизвестных, то получают двумерную область. Такое задание эфемериды лучше единичного положения, получение которого описано выше. Отметим, что для каждой точки эфемериды может быть вычислен свой эллипс ошибок. Таким образом может быть получено множество эфемеридных положений, дающее для данного момента эфемериды наиболее полную информацию.

#### Литература

1. Brouwer D. System of astronomical constants.-Progress in Astron. and Aeronaut., 1964, 14.
2. Уилкинсон Д., Райнш Ц. Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра. М., Машиностроение, 1976.
3. Тренков Ив. Определяне броя на десетичните знаци при решаване на нормални системи по метода на квадратния



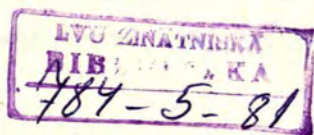
- корен. - Изв. центр. лабор. геод. Бълг. АН. 1964, кн. 5, с. 101-114.
4. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. - В кн.: Выч. мет. лин. алг. Параллельные вычисления. Л., Наука, 1975.
  5. Лауцениек Л.К. Вычисление области подвижного барьера методом минимизации. - В кн.: Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени. Рига, 1974, с. 90-107.
  6. Жагар Ю.Х. Однопараметрические семейства элементов орбит ИСЗ. - В кн.: Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени. Рига, 1977, с. 108-120.

#### Резюме

В.А.Извеков

#### ПОСТРОЕНИЕ ЭФЕМЕРИД В СЛУЧАЕ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИИ

Рассматривается проблема минимизации потери точности при улучшении элементов орбит планет. Коррелирующие и незначимые неизвестные предлагается исключать. Описываются соответствующие рассматриваемой проблеме методы вычисления эфемериды и оценки ее точности.



## Kopsavilkums

V.A. Izvekovs

### EFEMERĪDU NOTEIKŠANA NEKOREKTI DEFINĒTĀS NORMĀLVIENĀDOJUMU SISTĒMAS GADĪJUMĀ

Darbē tiek aplūkota nesaišu minimizācijas problēma pie planētu orbītu elementu uzlabošanas, dotas atbilstošās efermerīdu aprēķināšanas un precizitātes novērtēšanas metodes.

### S u m m a r y

V.A. Izvekov

### EPHEMERIDES COMPUTATIONS IN CASE OF ILL-CONDITIONED NORMAL EQUATIONS

This paper deals with problems of minimization of accuracy loss while improving orbital elements of a planet. The correlated and insignificant unknowns are proposed to be rejected. Corresponding methods of calculation of ephemerides and their accuracy estimation are described.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.732

В. В. ЕМЕЛЬЯНЕНКО  
Н. Ю. ЕМЕЛЬЯНЕНКО

(Челябинский политехнический  
институт)

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТ  
КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Проблема точности определения орбит комет важна как для наблюдателей, пользующихся эфемеридами, так и для теоретиков, основывающих на элементах кометных орбит различные модели. В настоящее время применение быстродействующих ЭВМ позволяет проводить определение орбит без упрощений и с учетом практически всех гравитационных возмущений, хорошо разработана методика вычислений, появилось большое количество работ по построению численных теорий движения периодических комет, а получение эфемерид стало планомерным и постоянным.

В данной работе делаются некоторые практические выводы и рекомендации по оценке точности получаемых орбит и эфемерид короткопериодических комет.

С точки зрения надежности определяемых орбит, все кометы, как известно, явно разделяются на кометы, наблюдавшиеся в одном появлении, и кометы, наблюдавшиеся более чем один раз. Для короткопериодических комет, наблю-

давшихся более чем в одном появлении; точность определения наиболее важного элемента - большой полуоси порядка  $10^{-7}-10^{-6}$  а.е., что соответствует (при отсутствии больших возмущений) ошибке в моменте прохождения перигелия в следующем появлении порядка  $10^{-4}-10^{-3}$  дня. Таким образом, неопределенность при поиске кометы в этом случае вызвана лишь неточным знанием негравитационных эффектов. Для комет, наблюдавшихся только в одном появлении, формальная точность определения орбит методом наименьших квадратов зависит от большого количества факторов, основным из которых является длительность наблюдений. Как правило, средняя квадратическая ошибка большой полуоси для комет семейств Юпитера и Сатурна лежит в пределах  $10^{-2}-10^{-4}$  а.е., что видно (табл. I) на примере ряда комет, исследованных в работах [1,2]. Исключение составляют кометы с очень малым количеством и плохим распределением наблюдений. Для комет с более долгими периодами обращения ошибки нередко превышают 1 а.е. [3].

Таблица I

Средние квадратические ошибки  
большой полуоси  
для некоторых комет

Комета	Длительность наблюдений	$\sigma_a$
Тейлора (1916I)	1 7 8 <sup>d</sup>	0.0002 а.е.
Дюга I (1944III)	1 5 9	0.0006
Джакобини (1896V)	1 2 4	0.0016
Меткофа (1906VI)	5 9	0.0024
Норра (1918III)	3 9	0.0034
Кэррингтона -		
Вильсона (1951IX)	2 2	0.0089

Такая точность определения большой полуоси приводит к неопределенности в моменте прохождения следующего перигелия, исчисляющейся днями и даже десятками дней.

Считается, что неопределенность в положении кометы с каждым оборотом увеличивается. Для оценки неточности кометных положений, обусловленной ошибками исходной орбиты, были выполнены следующие вычисления. Для ряда комет из таблицы I наряду с основной орбитой проводилось интегрирование вперед еще двух систем элементов со значениями среднего суточного движения, отклоняющимися на  $\pm 36_n$ . Учитывались возмущения от шести планет (Венера-Нептун), координаты которых вычислялись по средним элементам орбит [4], а в необходимых случаях и для контроля применялась программа интегрирования Н.А.Беляева [5] с точными координатами планет. Результаты приведены в таблице 2. Здесь расхождение в отсутствии возмущений вычислялось по формуле  $\Delta T = \frac{66_n}{n} P$ , где  $P$  - период кометы в днях.

Таблица 2

Расхождения в моментах  
прохождения перигелия для орбит,  
отличающихся от наиболее вероятнейшей  
на  $36_n$  и  $-36_n$

Год	Число периодов с 1916г.	Комета Тейлора	
		Реальное расхождение при действии планет- ных возмущений	Расхождение в отсутствии возмущений
1922	1	-1 <sup>d</sup>	-1 <sup>d</sup>
1928	2	-4	-3
1935	3	-3	-4
1942	4	0	-5
1949	5	2	-7
1956	6	4	-8

1963	7	6	-9
1970	8	7	-11
1977	9	4	-12
1984	10	1	-13

Комета Дутуа I

Год	Число периодов с 1944г.	Реальное расхождение при действии планетных возмущений	Расхождение в отсутствии возмущений
1959	1	-5 <sup>d</sup>	-5 <sup>d</sup>
1974	2	-9	-10
1989	3	-12	-15
2004	4	-15	-20

Комета Джакобини

Год	Число периодов с 1896г.	Реальное расхождение при действии планетных возмущений	Расхождение в отсутствии возмущений
1903	1	-10 <sup>d</sup>	-10 <sup>d</sup>
1910	2	-19	-19
1916	3	-28	-29
1923	4	-35	-38
1929	5	-32	-48
1936	6	-36	-57
1942	7	-38	-67
1949	8	-38	-76
1956	9	-38	-86
1962	10	-37	-95
1969	11	-36	-105
1975	12	-35	-114
1982	13	-32	-124
1988	14	-23	-133
1995	15	-16	-143

Комета Меткофа

Год	Число периодов с 1896г.	Реальное расхождение при действии планетных возмущений	Расхождение в отсутствии возмущений
1914	1	-15 <sup>d</sup>	-16 <sup>d</sup>
1922	2	-37	-31
1929	3	-60	-47

1937	4	-75	-62
1945	5	-81	-78
1952	6	-84	-93
1960	7	-83	-109
1967	8	-79	-124
1975	9	-30	-140
1983	10	26	-155
1991	11	84	-171

Комета Шорра

Год	Число периодов с 1918г.	Реальное расхождение при действии планетных возмущений	Расхождение в отсутствие возмущений
1925	1	-20 <sup>d</sup>	-23 <sup>d</sup>
1932	2	-38	-46
1939	3	-20	-69
1946	4	4	-92
1953	5	30	-104
1960	6	53	-137
1967	7	77	-160
1975	8	11	-183
1982	9	160	-206
1990	10	314	-229

Видно, что в большинстве случаев действие планетных возмущений приводит к уменьшению ошибок эфемерид, вызываемых неточностью исходных систем элементов. Для кометы Тейлора это происходит даже при наличии сближения с Юпитером до 0.23 а.е. Конечно, требуется более глубокое изучение проблемы устойчивости движения комет, которое планируется провести в дальнейшем. Но уже на основании полученных результатов можно сказать, что мнение об увеличении дифференциальными планетными возмущениями неопределенности в положении кометы во многих случаях неверно.

Отметим ряд практических результатов данных вычислений. Этот эффект способствовал переоткрытию в 1977 г. ко-

меты Тейлора и, в меньшей степени, кометы Дутуа I в 1974 году. Влияние неточности исходных систем элементов на положение кометы Тейлора в 1984 г. будет очень небольшим, так что имеет смысл поиски в этом появлении ядра "А" этой кометы. Далеко не безнадежны и необходимы поиски комет Джакобини и Меткофа при ближайших прохождениях вблизи перигелиев.

Поэтому необходимо рекомендовать при вычислении эфемерид определять серии орбит с целью оценки эффекта действия дифференциальных планетных возмущений и реальной неточности положения кометы при поиске. Этот метод может быть использован не только для комет, наблюдавшихся в одном появлении, но и для комет, наблюдавшихся в нескольких появлениях, когда необходимо варьировать значение негравитационного эффекта в большой полуоси.

Наиболее трудная проблема при таких исследованиях - в каких пределах варьировать исходные параметры, т.е. каковы ошибки оценок элементов орбиты. В наблюдениях комет имеются систематические ошибки, такие, например, как отклонение фотометрического центра от центра масс кометы, несоответствие избранной модели истинному движению кометы, систематические ошибки обсерваторий. Делая предположение о нормальном законе распределения наблюдений, мы допускаем при определении орбит труднооценимые погрешности. В этой ситуации более всего важны апостериорные оценки точности. Такая оценка, к примеру, была проведена для кометы Туттля. Большая полуось орбиты, полученная из попарного объединения появлений, может считаться точной в отношении ее вычислений из одного появления. Поэтому было выполнено сравнение орбит, определенных по двум [6]



и одному появлению. Отклонения большой полуоси в астрономических единицах и в долях средних квадратических ошибок приведены в таблице 3.

Таблица 3

Разница значений большой полуоси  
по вычислениям в одном и двух появлениях

Появление	$\Delta a$	
	в а.е.	в долях $\sigma_a$ в одном появлении
1858	-0.0085	-1.8
1871	0.0063	1.5
1885	-0.0914	-0.5
1899	0.0010	0.1
1912	0.0018	0.5
1926	-0.0176	-1.1
1939	-0.0011	-0.6
1967	0.0057	2.5

Как видно, отклонения не превышают  $3\sigma_a$ . Практика показывает, что чаще всего элементы орбит лежат в этих формальных пределах. Так было при переоткрытии комет Дутуа - Неуймин - Дельпорт и Джексон - Неуймин [7,8], комет Дутуа I и Тейлора. Хотя известны редкие случаи и большего отклонения, но, вероятно, величина  $3\sigma$  может быть хорошей границей для оценок при поисках большинства комет.

Приведенные численные результаты указывают на необходимость дальнейших теоретических исследований по оценке точности кометных орбит.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Емельяненко Н.Д., Беляев Н.А. - Труды Казанской гор. астрон. обсерватории, 1978, № 42, 132 - 147.
2. Емельяненко В.В., Беляев Н.А. - Труды Казанской гор. астрон. обсерватории, 1978, № 42, 122 - 131.

3. Муравьева И.Н. - Труды Казанской гор. астрон. обсерватории, 1978, № 43, 211 - 219.
4. Абалакин В.К. Основы эфемеридной астрономии. М., 1979.
5. Велуаев Н.А., IAU Symp. 45, Dordrecht, 1972, 90.
6. Емельяненко В.В. - Труды Казанской гор. астрон. обсерватории, 1978, № 43, 203 - 210.
7. Marsden B.G., IAU Circular, 1970, Nr. 2240.
8. Marsden B.G., IAU Circular, 1970, Nr. 2222.

### Р е з ю м е

В.В.Емельяненко

Н.Ю.Емельяненко

#### О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Делаются некоторые практические выводы и рекомендации по оценке точности орбит короткопериодических комет. Показано, что действие планетных возмущений часто приводит к уменьшению неопределенности в положении кометы.

### К о р а в i l k u m a

V.V.Jemeljarenko

N.J.Jemeljarenko

#### PAR ĪSPERIODA KOMĒTU ORBĪTU NOTEIKŠANAS PRECIZITĀTI

D arbē sniegtas praktiskas rekomendācijas īsperioda komētu orbītu precizitātes novērtēšanai. Parādīts, ka planētu perturbāciju ievērošana samazina komētu stāvokļa noteikšanas neprecizitāti.

S u m m a r y

V.V.Jemeljanenko

N.J.Jemeljanenko

ON THE ACCURACY OF ORBIT DETERMINATION  
OF SHORT-PERIOD COMETS

Some practical conclusions and recommendations as to the estimation of the orbit accuracy of short-period comets are offered. It is shown that planetary perturbations effects often lead to the decrease of uncertainty in the comet position.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.73

А. Л. Салитис  
(АО ЛГУ им. П. Стучки)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ КВАДРАТА  
ТРАНСВЕРСАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА В ПРОБЛЕМЕ  
ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Рассматривая эволюцию орбит, особенно в случае долгопериодических комет, необходимо учитывать возмущения со стороны звезд. Чтобы выяснить этот вопрос, необходимо определить ширину зоны  $\Delta \frac{1}{\alpha}$ , где возмущения со стороны звезд являются главными. Влияние звездных возмущений рассматривалось уже раньше разными авторами.

Изучая процесс звездных возмущений, Штейнс [1] определял среднее значение изменения квадрата скорости  $\Delta v^2$ . Еще раньше, в 1950 г., Оорт, решая вопросы космогонии комет, также определял величину  $\overline{\Delta v^2}$  для некоторого частного случая. В последние годы вопросами диффузии комет занимался Рикман [2]. Для определения ширины зоны  $\Delta \frac{1}{\alpha}$  он определял не  $\overline{\Delta v^2}$ , а импульс, сообщаемый комете проходящей звездой.

В настоящей работе мы считаем целесообразным дать метод подсчета среднего значения квадрата трансверсального импульса кометы, так как для исследования эволюции орбиты необходимо знать эту величину.

Среднее значение квадрата трансверсального импульса можно выразить как разность среднего значения квадрата полного импульса  $\overline{I}^2$  и среднего значения квадрата составляющей на ось  $z$ ,  $\overline{I}_z^2$

$$\overline{I}_{mp}^2 = \overline{I}^2 - \overline{I}_z^2. \quad (1)$$

Квадрат импульса, сообщаемого комете проходящей звездой в системе координат, связанной с Солнцем, определяется формулой

$$I^2 = \frac{4K^4 M_*^2}{V_*^2} \frac{a^2 \sin^2 \theta}{R^2 [R^2 - 2Ra \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + a^2 \sin^2 \theta]}, \quad (2)$$

где  $K^2$  - постоянная тяготения,  $M_*$  - масса звезды,  $V_*$  - скорость проходящей звезды.

Чтобы найти среднее значение квадрата полного импульса, сообщенного комете, выражение (2) интегрируем по  $R$ ,  $\theta$  и  $(\alpha + \varphi)$ .

$$\overline{I}^2 = \alpha \int_{R=0}^{\infty} \int_{\alpha+\varphi=0}^{\pi} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{a^2 \sin^2 \theta R \sin \theta dR d\theta d(\alpha + \varphi)}{R^2 [R^2 - 2Ra \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + a^2 \sin^2 \theta]}, \quad (3)$$

где  $\alpha$  - постоянная, зависящая от количества звезд, проходящих через единицу площади за определенное время. Интеграл (3) является несобственным, потому исключаются те значения импульса, которые соответствуют сверхпараболическим скоростям комет. Используя подстановки, которые являются упрощенными по сравнению с работой [1],

$$\theta = \theta,$$

$$\alpha + \varphi = \gamma - \frac{\delta}{2} + \frac{\pi}{2},$$

$$R = \frac{\kappa \sin \theta \sin \frac{\gamma + \delta}{2}}{\sin \delta}, \quad (4)$$

преобразуем выражение (3). Для этой цели еще необходимо перейти к новым переменным  $\theta, \delta, \gamma$ , что осуществляется с помощью якобиана  $\mathcal{J}$ ,

$$\mathcal{J} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\kappa \cos \theta \sin \frac{\gamma + \delta}{2}}{\sin \delta} & \frac{\kappa \sin \theta (\frac{1}{2} \cos \frac{\gamma + \delta}{2} - \sin \frac{\gamma + \delta}{2} \cos \delta)}{\sin^2 \delta} & \frac{1}{2} \frac{\kappa \sin \theta \sin \frac{\gamma + \delta}{2}}{\sin \delta} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

после вычисления которого имеем

$$\mathcal{J} = \frac{\kappa \sin \theta \sin \frac{\gamma - \delta}{2}}{2 \sin^2 \delta}. \quad (5)$$

После подстановок (4) и (5) в (3) имеем

$$\bar{I}^2 = \alpha \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\delta=0}^{\gamma} \frac{\sin \theta \sin \delta}{\cos \gamma - \cos \delta} d\theta d\delta d\gamma. \quad (6)$$

Интегрирование проводится по тем значениям  $\theta$ , которые не дают сверхпараболических скоростей, т.е. удовлетворяют неравенству

$$\sin \theta \geq 2\sqrt{\frac{3,61}{\alpha}} \frac{\sin^2 \delta}{\cos \gamma - \cos \delta} = \frac{2 \sin^2 \delta}{\cos \gamma - \cos \delta}. \quad (7)$$

Согласно (7) интегрирование проводится в пределах от  $\theta_0$  до  $\frac{\pi}{2}$ , где  $\theta_0$  определяется равенством

$$\sin \theta_0 = \frac{2 \sin^2 \delta}{\cos \gamma - \cos \delta}. \quad (8)$$

Согласно этому интегрирование по  $\gamma$  теперь ведется в более узких пределах, от  $-\gamma_0$  до  $+\gamma_0$ , где  $\gamma_0$  определяет-

ся уравнением  $\cos \gamma_0 = \cos \delta + \lambda \sin^2 \delta$ , (9)

так как  $\frac{\lambda \sin^2 \delta}{\cos \gamma - \cos \delta} \leq 1$ . (10)

Переходя к новым пределам интегрирования, соотношение (6) принимает вид

$$\bar{I}^2 = \alpha \int_{\delta=0}^{\pi} \int_{\gamma=-\gamma_0}^{+\gamma_0} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \theta \sin \delta}{\cos \gamma - \cos \delta} d\theta d\delta d\gamma. (11)$$

После интегрирования (II) по  $\theta$  и с учетом соотношения (8) для  $\theta_0$  мы имеем

$$\bar{I}^2 = \alpha \int_{\delta=0}^{\pi} \int_{\gamma=-\gamma_0}^{+\gamma_0} \frac{\sin \delta \sqrt{(\cos \gamma - \cos \delta)^2 - \lambda \sin^4 \delta}}{(\cos \gamma - \cos \delta)^2} d\delta d\gamma. (12)$$

Для дальнейших преобразований применим подстановку, использованную в работе [1], и повторим преобразования, данные в упомянутой работе, так как они нам в дальнейшем будут необходимы. В результате этих преобразований получим

$$\bar{I}^2 = \alpha \pi \left[ K - E + \lambda^2 \frac{K-E}{4} + \dots \right], (13)$$

где полные эллиптические интегралы следует брать по модулю

$$K = 1 - \lambda^2 = 1 - \frac{4 \cdot 3,61}{\kappa}$$

Теперь определим среднее значение составляющей квадрата импульса на ось  $Z$ .

Квадрат составляющей импульса на ось  $Z$ , сообщаемый комете проходящей звездой со скоростью  $v_*$  и массой  $M_*$  на расстоянии  $R$ , определяется формулой

$$I_Z^2 = \frac{4\kappa^4 M_*^2}{v_*^2} \frac{\kappa^2 \sin \theta [\cos 2(\alpha + \varphi) \sin \theta + \frac{\kappa}{R} \sin^2 \theta \sin(\alpha + \varphi)]^2}{[R^2 - 2R\kappa \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + \kappa^2 \sin^2 \theta]^2}. (14)$$

Чтобы получить среднее значение  $\bar{I}_Z^2$  интегрируем (14) по  $R$ ,  $\theta$  и  $(\alpha + \varphi)$

$$\bar{I}_{\pm}^2 = \alpha \int_{R=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varphi=0}^{\pi} \frac{r^2 \sin^2 \theta [\cos 2(\alpha + \varphi) \sin \theta + \frac{r}{R} \sin^2 \theta \sin(\alpha + \varphi)]}{[R^2 - 2Rr \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + r^2 \sin^2 \theta]^2} \times \\ \times R \sin \theta dR d\theta d(\alpha + \varphi). \quad (15)$$

После применения подстановок (4) и тригонометрических преобразований (15) будет иметь вид

$$\bar{I}_{\pm}^2 = \alpha \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\delta=0}^{\pi} \int_{\gamma=-\delta}^{\pi+\delta} \frac{\sin^3 \theta \cos^2 \gamma \sin \frac{3\delta-\gamma}{2} \sin \frac{\gamma+\delta}{2} \sin \delta d\theta d\delta d\gamma}{2 \sin^2 \frac{\gamma+\delta}{2} \sin^4 \frac{\gamma-\delta}{2}} \quad (16)$$

Если поменять знак в числителе и знаменателе (16) и учитывать (7) и (9), мы получим

$$\bar{I}_{\pm}^2 = \alpha \int_{\delta=0}^{\pi} \int_{\gamma=\gamma_0}^{\pi+\gamma_0} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 \theta \cos^2 \gamma \sin \delta d\theta d\delta d\gamma}{\cos \gamma - \cos \delta}. \quad (17)$$

Соотношение (17) можно переписать в таком виде:

$$\bar{I}_{\pm}^2 = \alpha \int_{\delta=0}^{\pi} \int_{\gamma=\gamma_0}^{\pi+\gamma_0} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \cos^2 \theta) \sin \theta \cos^2 \gamma \sin \delta}{\cos \gamma - \cos \delta} d\theta d\delta d\gamma. \quad (18)$$

После интегрирования (18) по  $\theta$  от  $\theta_0$  до  $\frac{\pi}{2}$  имеем

$$\bar{I}_{\pm}^2 = \alpha \int_{\delta=0}^{\pi} \int_{\gamma=\gamma_0}^{\pi+\gamma_0} \frac{\cos^2 \gamma \sin \delta \sqrt{(\cos \gamma - \cos \delta)^2 - \gamma^2 \sin^2 \delta}}{(\cos \gamma - \cos \delta)^4} \times \\ \times [2(\cos \gamma - \cos \delta)^2 - \gamma^2 \sin^2 \delta] d\delta d\gamma. \quad (19)$$

Чтобы получить аналитическое выражение  $\bar{I}_{\pm}^2$ , необходимо совершить сложные математические преобразования, поэтому практически выгоднее значение  $\bar{I}_{\pm}^2$  определять численным интегрированием с помощью ЭВМ. Так как аналитически тройной интеграл для  $\bar{I}_{\pm}^2$  приведен к двойному (19), то для вычисления на ЭВМ потребуется значительно меньше машинного времени, чем при вычислении тройного интеграла по формуле (15).

Для проверки была составлена программа для вычисления интеграла (19) на ЭВМ и, используя соотношения (13), (1), по-



лучены значения для  $\overline{I}_{тр}^2$  при разных значениях  $R$ .  
Согласно вычислениям  $\overline{I}_{тр}^2$  составляет примерно 2/3 от  $\overline{I}^2$ .  
Этот результат хорошо совпадает с данными, полученными ранее Оортом [3].

Результаты совпадают тем лучше, чем меньше значения  $\Delta\gamma$  и  $\Delta\delta$  при численном интегрировании. Для  $\Delta\gamma = \Delta\delta = 1'$  отличия составляют  $\approx 6\%$ , а при  $\Delta\gamma = \Delta\delta = 0,5'$  отличие  $\approx 4\%$ . При еще более мелком делении  $\gamma$  и  $\delta$  результаты наших вычислений совпадают с результатами, приведенными в конце статьи Оорта.

#### Л и т е р а т у р а

1. Штейнс К.А., Стуре С.Я.-Астроном. ж. 1962, 39, с.3.
2. Rickman H.-Bull. Astron. Inst. Czechosl. 1976, 27, 2
3. Oort J.H.-Bull. Astron. Inst. Nether. 1950, 21, 408

#### Р е з ю м е

А.Л.Салитис

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ КВАДРАТА ТРАНСВЕРСАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА В ПРОБЛЕМЕ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Приводятся формулы для определения среднего значения квадрата импульса кометы и его составляющей на ось  $Z$  сообщаемого проходящей звездой. Получено среднее значение для квадрата трансверсального импульса. Дан анализ результатов вычислений, и сравнение результатов с результатами других авторов.

K o p s a v i l k u m a

A. Salītis

TRANSVERSĀLĀ IMPULSA KVADRĀTA VIDĒJĀS  
VĒRTĪBAS NOTEIKŠANA, RISINOT GARPERIODA  
KOMĒTU PROBLĒMU

Dotas formulas impulsa kvadrāta vidējās vērtības un tās komponentes uz  $z$  - asi noteikšanai, kuru piešķir komētai garāmejošas zvaigznes. Iegūta transversālā impulsa kvadrāta vidējā vērtība. Dota aprēķinu rezultātu analīze, un rezultāti salīdzināti ar citu autoru aprēķiniem.

S u m m a r y

A. Salītis

MEAN SQUARE VALUE OF THE TRANSVERSAL IMPULSE  
IN THE LONG-PERIOD COMET PROBLEM

Formulae for mean square value of the impulse and its transversal component, induced upon a comet by a passing star, have been deduced. Mean square value of the transversal impulse has been computed. Comparison between those computations and the results of other investigators are also presented in this paper.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.7

А. Л. Салитис  
(АО ЛГУ им. П. Стучки)

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СРЕДНЕГО ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТЕЙ  
В ПРОБЛЕМЕ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Изучая процесс диффузии комет, необходимо определять изменение скорости комет в результате возмущающего действия проходящих звезд. Обычно для исследования эволюции орбит определяют среднее изменение квадрата скорости комет. Среднее значение изменения квадрата скорости комет  $\overline{\Delta v^2}$  было получено Оортом [1] уже в 1950 году для некоторого частного случая. Аналогичные вопросы рассматривал Штейнс [2] и получил формулы для квадрата скорости в приближении Эпика. В отличие от Эпика он рассматривал другие углы. Здесь приведем формулу для определения  $\Delta v^2$  из работы [2].

$$\Delta v^2 = \frac{4k^4 M_*^2}{V_*^2} \frac{r^2 (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \cos^2 \chi)}{r^2 (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \cos^2 \chi) - 2Rr \cos \beta \cos \chi + R^2}, \quad (1)$$

где  $k$  - постоянная Гауса,  $M_*$  - масса звезды,  $V_*$  - скорость звезды,  $r$  - радиус-вектор кометы и  $R$  - расстояние от кометы до траектории звезды.

Чтобы получить среднее значение изменения квадрата скорости  $\overline{\Delta v^2}$ , соотношение (1) интегрируем по  $R, \chi, \beta$ . Так

как  $R$  меняется от 0 до  $\infty$ , то интегрирование (I) по  $R$  приводит к несобственному интегралу вида

$$\overline{\Delta v^2} = \text{const} \int_0^{\infty} \frac{dR}{R}$$

Чтобы обойти трудность, Оорт и Штейнс при определении  $\overline{\Delta v^2}$  исключают те значения скорости, которые превышают значение скорости освобождения.

В последнее время процессы эволюции орбит комет в результате возмущающего действия звезд рассматривал Рикман [2]. Им было определено среднее значение импульса приобретаемого кометой от возмущающей звезды, а также получена трансверсальная составляющая импульса за один оборот кометы вокруг Солнца. Интегрирование он осуществлял приближенно численным методом.

В данной работе верхний предел интегрирования определяется так, чтобы при соответствующем значении  $R$  приближенно сохранились бы условия, необходимые для вывода формулы Эпика.

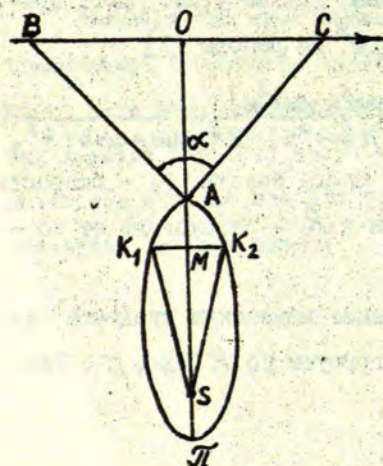


Рис. I

Для определения верхнего предела интегрирования будем поступать следующим образом: будем считать, что воздействие со стороны звезды будет незначительным, если за время  $\tau$ , в течение которого комета пройдет по орбите дугу  $\cup K_1 K_2$  (Рис. I), соответствующую

$$\Delta \tau = AM = 0,1 \tau$$

где  $\tau$  - радиусвектор кометы, звезда пройдет по своей тра-

ектории расстояние  $BC$ , соответствующее углу  $\alpha = 160^\circ$ .

Исходя из этого условия определим отношение  $\frac{R}{r}$ , где

$R = r + AO$  расстояние от Солнца до траектории звезды, а  $r = SA$ . Для сильно вытянутых орбит долгопериодических комет  $r \approx 2a$  и следовательно

$$\frac{R}{r} = 1 + \frac{AO}{2a}.$$

Для того, чтобы определить  $AO$ , необходимо знать время  $\tau$ , в течение которого звезда пройдет расстояние  $BC$  и скорость звезды  $V_*$ . Время  $\tau$  можно определить, используя закон площадей. Для данного случая мы имеем

$$\frac{2L_{SK_1A}}{\pi ab} = \frac{\tau}{T},$$

где  $2L_{SK_1A}$  - площадь сектора  $K_1SK_2$ ,  $\pi ab$  - площадь эллипса и  $T$  - период обращения кометы вокруг Солнца.

После вычисления площади сектора для  $\tau$  имеем:  $\tau = 0,398T$  и тогда  $AO = \frac{1}{2} V_* \tau \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = 0,199 V_* T \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = 0,199 V_* a \sqrt{a} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ . Принимая  $V_* = 31$  км/с, что соответствует средней скорости движения соседних звезд, для комет, среднее расстояние от Солнца которых  $a = 5 \cdot 10^4$  а.е., получаем что  $R = 27r$ .

Для определения нижнего предела интегрирования рассматриваем обыкновенный путь исключения скорости. Влияние проходящей звезды будет сильным, т.е. комета будет выброшена из солнечной системы, если при прохождении звезда сообщает комете скорость освобождения. Из сказанного следует равенство

$$\frac{2\kappa^2 M_*}{V_* R} = \sqrt{\kappa^2 \frac{2}{r}},$$

где  $\kappa$  - постоянная Гауса,  $V_*$  - скорость звезды,  $M_*$  - масса звезды в единицах массы Солнца,  $r$  - радиус-вектор кометы и  $R$  - расстояние до проходящей звезды.

Тогда для  $\frac{R}{\kappa}$ , учитывая что  $\kappa \approx 2\alpha$ , имеем

$$\frac{R}{\kappa} = \frac{\kappa M_*}{\frac{1}{2}\sqrt{\alpha}}$$

Из этого равенства для  $\alpha = 5 \cdot 10^4 a. e.$  мы получаем, что  $R = 0,01\kappa$ .

Таким образом, мы получили, что, рассматривая звездные возмущения, необходимо учитывать прохождения звезд, которые осуществляются на расстояниях от  $0,01\kappa - 27\kappa$  от кометы. Как видно, наш результат сильно отличается от рассматриваемых расстояний Рикманом. Верхний и нижний предел в его определениях, по нашим подсчетам, являются завышенными. Этим, видимо, объясняются большие расхождения между результатами Штейнса и Рикмана при определении возмущений  $\Delta q$ . Особенно большими являются расхождения при больших значениях  $\alpha$ .

### Л и т е р а т у р а

1. Oort J.H. - Bull. Astron. Inst. Nether. 1950, 91, 408
2. Штейнс К.А., Стуре С.Я. - Астроном. ж. 1962, 39, 3
3. Rickman H. - Bull. Astron. Inst. Czechosl. 1976, 27, 3

### Р е з ю м е

А. Л. С а л и т и с

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СРЕДНЕГО ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТЕЙ  
В ПРОБЛЕМЕ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Приведена формула для определения изменения квадрата скорости кометы в приближении Эпика. Вычислены верхний и нижний пределы интегрирования для определения среднего изменения квадрата скорости в результате возмущающего дейст-

вия звезд. Результаты сравниваются со значениями, данными другими авторами.

### К о р з а в и л к у м с

A. Salītis

#### PAR VIDĒJĀS ĀTRUMA IZMAIŅAS NOTEIKŠANU, RISINOT GARPERIODA KOMĒTU PROBLĒMAS

Dota formula komētas ātruma kvadrāta izmaiņas noteikšanai Epika tuvinājumā. Izskaitļota integrēšanas augšējā un apakšējā robeža ātruma kvadrāta vidējās izmaiņas aprēķināšanai. Dots rezultātu salīdzinājums ar citu autoru aprēķiniem.

### S u m m a r y

A. Salītis

#### ON CALCULATION OF MEAN VELOCITY CHANGE IN THE LONG - PERIOD COMET PROBLEM

A formulae for calculation of velocity square change in motion of a comet has been deduced within the Oepik's approximation. The lower and upper integration limits for calculation of the mean change of velocity square due to stellar perturbations has been computed. A comparison with other investigators is given.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.1

К.А.Штейнс, А.Л.Салитис  
(АО ЛГУ им. П.Стучки)

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕЗД ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ  
ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ ЗВЕЗД НА ДВИЖЕНИЕ  
КОМЕТ

Наблюдения за движением комет показывают, что кометы удаляются на большие расстояния от Солнца, где движение их искажают редкие случайные сближения со звездами. Сравнительно хорошо возмущения со стороны звезд описывает формула Эпика [1]. Если звезда приближается к комете на небольшое расстояние, то комета покидает Солнечную систему и уходит в межзвездное пространство. Если звезда приближается к комете и к Солнцу не слишком близко, то комета и Солнце получают приращения скоростей перпендикулярно к прямой, по которой со сравнительно большой скоростью движется звезда. Такие изменения скоростей случайны, и можно, очевидно, определить закон распределения приращения скоростей комет вследствие возмущений со стороны звезд, а также условный закон распределения для трансверсальных составляющих. Законы распределения позволят уточнить параметры новых комет, которые Оорт определял на основе только среднего значения приращения скоростей комет [2]. У комет, достаточно сильно связанных с Солнцем, т.е. у долгопериодических комет, приращения скоростей суммиру-



ются и изменяют за одно прохождение элементы орбиты. Следовательно, зная законы распределения приращения составляющих комет, сможем уточнить теоретическое распределение долгопериодических комет по большим полуосям комет [3] и тем самым проверить гипотезу кометного облака.

Томанов [4] нашел ряд статистических зависимостей между элементами орбит комет и движением Солнца к апексу. Поэтому целесообразно найти закон распределения приращения скоростей комет в зависимости от несимметричного движения звезд.

#### Вывод формулы для импульса

Рассмотрим две системы координат: неподвижную систему  $x, y, z$  и подвижную —  $x_1, y_1, z_1$ , имеющие общее начало координат в центре Солнца (рис. 1)  $S$ . Положение  $x_1, y_1, z_1$  относительно  $x, y, z$  определяется углами Эйлера  $\varphi, \psi, \theta$ . Движение звезд около Солнца представим состоящим из потоков со взаимно параллельными траекториями звезд, направление которых представляется осью  $z_1$ , т.е. углами  $\theta$  и  $\psi$ . Предположим, что в отдельном потоке прямые, по которым движутся звезды, заполняют равномерно окосолнечное пространство т.е. через элемент  $Rd\alpha dR$  проходит этому элементу пропорциональное количество звезд, т.е. траекторий. Пусть на оси  $z$  находится комета. В частном случае, если рассматривать почти параболические орбиты с небольшими перигелийными расстояниями и большим значением большой полуоси орбиты  $a$ , то ось  $z$  представляет орбиту кометы, а  $\theta$  — поток звезд относительно орбиты кометы. Таким образом, в упомянутом случае, меняя интенсивность потоков в зависимости

от  $\theta$ , можем построить модель движения звезд к антиапоксу. При движении звезд со всех сторон равномерно следует считать, что через окрестность точки  $x, y, z$  проходит количество потоков, пропорциональное элементу  $\sin\theta d\psi d\theta$ .

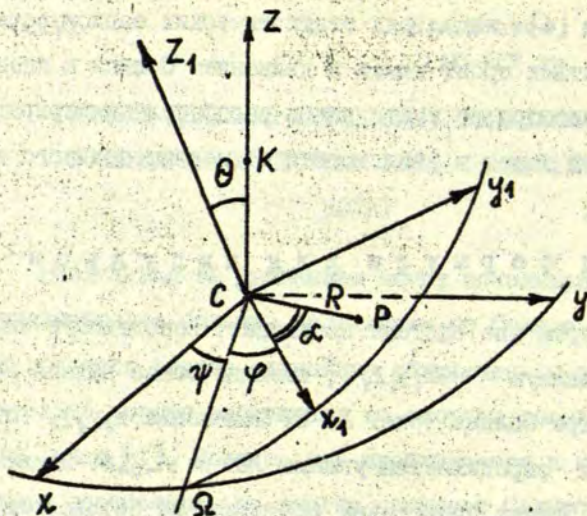


Рис. 1

Так как звезды перемещаются по прямым параллельно оси  $z_1$  и комета находится на оси  $z$  на расстоянии от Солнца  $CK = r$  и неподвижна, то

$$x_{1k} = r \sin\theta \sin\varphi, \quad y_{1k} = r \sin\theta \cos\varphi.$$

Следовательно, импульс  $\vec{I}$ , который приобретает комета относительно Солнца после прохождения звезды с массой  $M_*$  через точку  $P(x_1 = R \cos\alpha, y_1 = R \sin\alpha, z_1 = 0)$ , равен [1]:

$$\vec{I} = \frac{2GM_*}{V_*} \left[ \frac{(R \cos\alpha - r \sin\theta \sin\varphi) \vec{i}_1 + (R \sin\alpha - r \sin\theta \cos\varphi) \vec{j}_1}{(R \cos\alpha - r \sin\theta \sin\varphi)^2 + (R \sin\alpha - r \sin\theta \cos\varphi)^2} \right]$$

$$\left[ \frac{R \cos \alpha \vec{i}_1 + R \sin \alpha \vec{j}_1}{R^2} \right] = \frac{2GM_* r \sin \theta}{V_*} \times$$

$$\times \frac{\left\{ [\sin(2\alpha + \varphi) - \frac{r}{R} \cos \alpha \sin \theta] \vec{i}_1 + [-\cos(2\alpha + \varphi) - \frac{r}{R} \sin \alpha \sin \theta] \vec{j}_1 \right\}}{(R^2 - 2Rr \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + r^2 \sin^2 \theta)},$$

где  $G$  - постоянная гравитации,  $M_*$  - масса звезды,  
 $V_*$  - скорость движения звезды.

Переходим от системы  $x_1 y_1 z_1$  с осями  $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$   
 на систему  $x y z$  с осями  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

$$\begin{aligned} \text{Имеем } \vec{i}_1 &= \vec{i} (\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \cos \theta) + \\ &+ \vec{j} (\sin \varphi \cos \psi + \sin \varphi \cos \theta \cos \psi) + \vec{k} \sin \theta \sin \varphi, \\ \vec{j}_1 &= -\vec{i} (\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi \cos \theta) + \\ &+ \vec{j} (-\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi \cos \theta) + \vec{k} \sin \theta \cos \varphi. \end{aligned}$$

После подстановки значений  $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$  имеем

$$\vec{I} = \frac{2GM_* r \sin \theta \cdot \vec{A}}{V_* (R^2 - 2Rr \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + r^2 \sin^2 \theta)}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{A} &= [\sin 2(\alpha + \varphi) \cos \psi^2 + \cos 2(\alpha + \varphi) \sin \psi^2 \cos \theta + \\ &+ \frac{r}{R} \sin \theta (\sin \psi \cos \theta \sin(\alpha + \varphi) - \cos \psi \cos(\alpha + \varphi))] \vec{i} + \\ &+ [\sin^2 2(\alpha + \varphi) \sin \psi - \cos 2(\alpha + \varphi) \cos \psi \cos \theta + \\ &+ \frac{r}{R} \sin \theta (-\cos(\alpha + \varphi) \sin \psi - \sin(\alpha + \varphi) \cos \theta \cos \psi)] \vec{j} + \\ &+ [-\cos 2(\alpha + \varphi) \sin \theta - \frac{r}{R} \sin^2 \theta \sin(\alpha + \varphi)] \vec{k}. \end{aligned}$$

Изменение квадрата скорости в результате звездных возмущений определяется по формуле

$$\Delta v^2 = \frac{4GM_*}{V_*^2} \frac{v^2 \sin^2 \theta}{R^2 [R^2 - 2Rv \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + v^2 \sin^2 \theta]}$$

Изменение квадрата трансверсальной скорости определяли по формуле

$$\Delta v_{tr}^2 = \Delta v^2 - \Delta v_z^2, \quad (2)$$

где  $\Delta v_z$  определено по формуле

$$\Delta v_z^2 = \frac{4GM_*}{V_*^2} \frac{v^2 \sin^2 \theta [\cos 2(\alpha + \varphi) \sin \theta + \frac{v}{R} \sin^2 \theta \sin(\alpha + \varphi)]^2}{[R^2 - 2Rv \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + v^2 \sin^2 \theta]^2}.$$

### О п р е д е л е н и е з а к о н о в р а с п р е д е л е н и я

Для определения распределения изменения скоростей рассматривали интервал изменения скоростей  $(\Delta v_{min}; \Delta v_{max})$ .

Значения  $\Delta v_{min}$  и  $\Delta v_{max}$  определены предварительно и равны соответственно  $1 \cdot 10^{-12} \frac{a.e.}{\text{год}}$  и  $7,5 \cdot 10^{-9} \frac{a.e.}{\text{год}}$ . Данный интервал изменения скорости разделен на  $N = 100$  равных частей. Каждый интервал соответствует изменению  $\Delta v$  на  $\frac{\Delta v_{max} - \Delta v_{min}}{N} = 7,5 \cdot 10^{-13} \frac{a.e.}{\text{год}}$ .

В данной работе рассматривали равномерное распределение звезд, поэтому  $\sin \theta$  меняли в пределах от 0 до 1.

Угол  $(\alpha + \varphi)$  меняли в пределах от  $0^\circ - 360^\circ$ . Рассматривались

кометы, которые находятся на расстояниях от 25000 а.е. до

92000 а.е. и учитывались прохождения звезд, которые осу-

ществляются на расстояниях от 250 - 3000000 а.е. Всего

рассмотрено  $9 \cdot 10^5$  прохождений, и эмпирически получено распределение  $\Delta v^2$ , которое приведено в таблице № I.

Кроме того, определено распределение изменения трансверсальной скорости  $\Delta v_{tr}$ . Брали интервал изменения ско-

ростей ( $\Delta v_{min}; \Delta v$ ), где  $\Delta v$  скорость соответствующего интервала  $N_i$ . Интервал ( $\Delta v_{min}; \Delta v$ ) делился на  $K = 30$  равных частей, и определялось, сколько прохождений соответствует каждому малому интервалу  $K$ . Значения  $\Delta v_{mp}$  определялись по  $\Phi$  - ле (2).

Результаты вычислений на ЭВМ приведены в таблице № 2 для первого интервала  $N_1$  и в таблице № 3 для пятнадцатого интервала  $N_{15}$ .

Таблица I

Распределение изменения скоростей  $\Delta v$ .

$N_i$	количество прохождений	$N_i$	количество прохождений	$N_i$	количество прохождений	$N_i$	количество прохождений	$N_i$	количество прохождений
1.	611388	21.	608	41.	174	61.	31	81.	9
2.	25241	22.	472	42.	73	62.	37	82.	5
3.	11145	23.	414	43.	62	63.	21	83.	5
4.	6768	24.	405	44.	73	64.	27	84.	10
5.	4628	25.	261	45.	76	65.	33	85.	7
6.	3470	26.	355	46.	69	66.	22	86.	3
7.	2815	27.	231	47.	67	67.	20	87.	7
8.	2280	28.	267	48.	70	68.	16	88.	8
9.	1728	29.	143	49.	71	69.	46	89.	4
10.	1459	30.	319	50.	71	70.	25	90.	6
11.	1264	31.	116	51.	92	71.	19	91.	8
12.	1098	32.	104	52.	122	72.	33	92.	8
13.	1048	33.	137	53.	38	73.	23	93.	1
14.	989	34.	304	54.	38	74.	23	94.	2
15.	980	35.	90	55.	26	75.	48	95.	2
16.	916	36.	98	56.	36	76.	74	96.	4
17.	949	37.	107	57.	21	77.	2	97.	3
18.	867	38.	157	58.	37	78.	8	98.	0
19.	819	39.	137	59.	33	79.	7	99.	5
20.	756	40.	166	60.	22	80.	7	100.	0

$N_i$  - номер интервала (деления); количество прохождений

или (количество  $\Delta v$ , которые попадают в интервал  $N_i$ ).

Таблица 2

Распределение  $\Delta v_{mp}$  для первого ( $N_1$ ) интервала

$K_i$	количество проходов	$K_i$	количество проходов
1.	2042	16.	78249
2.	3284	17.	84585
3.	6832	18.	96357
4.	9725	19.	110252
5.	13089	20.	120784
6.	16446	21.	135043
7.	19960	22.	151840
8.	23721	23.	169454
9.	28479	24.	191548
10.	33044	25.	217621
11.	38185	26.	248019
12.	38983	27.	282310
13.	43937	28.	326008
14.	58481	29.	385987
15.	76346	30.	415967

Таблица 3

Распределение  $\Delta v_{mp}$  для 15-ого ( $N_{15}$ ) интервала

$K_i$	количество проходов	$K_i$	количество проходов
1.	6	16.	102
2.	6	17.	109
3.	6	18.	118
4.	6	19.	145
5.	10	20.	156
6.	14	21.	173
7.	20	22.	197
8.	32	23.	233
9.	36	24.	260
10.	44	25.	312
11.	48	26.	370
12.	50	27.	431
13.	52	28.	528
14.	66	29.	656
15.	94	30.	980

$K_i$  - номер малого интервала.

Результаты таблицы № I показывают, что больше всего встречаются малые значения изменения скорости  $\Delta v$ . Часть проходов соответствует  $\Delta v < \Delta v_{min}$ . В наших вычислениях общее количество проходов, соответствующее  $\Delta v < \Delta v_{min}$ , равно 812855, которое в таблицу I не включено.

Вычисления для  $\Delta v_{mp}$  показывают, что больше встречается больших изменений  $\Delta v_{mp}$ . Это видно из таблиц 2 и 3.

Л и т е р а т у р а

1. Штейнс К.А. О границах применения формулы Эпика. - В кн.: Численные эксперименты в небесной механике и астрометрии. Рига, 1978, II - 14
2. Oort J.H. - Bull. Astron. Inst. Netherl. 1950, 91, 408
4. Rickman H. - Bull. Astron. Inst. Czechosl. 1976, 27, 2
4. Томанов В.П.-Астроном. ж., 1980, 57, 2

Р е з ю м е

К. А. Ш т е й н с

А. Л. С а л и т и с

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕЗД ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ  
СО СТОРОНЫ ЗВЕЗД НА ДВИЖЕНИЕ КОМЕТ

Предложена модель движения звезд. Выведена формула для вычисления импульса кометы. Получены формулы для вычисления изменения скорости и ее трансверсальной составляющей.

К о р с a v i l k u m s

К. Š t e i n s

A. S a l i t i s

ŠVAIGŽŅU KUSTĪBAS MODELIS, NOSAKOT ZVAIGŽŅU  
PERTURBĀCIJAS KOMĒTU KUSTĪBĀ

Изstrādāts zvaigžņu kustības modelis. Izvesta formula komētas impulsa aprēķināšanai. Iegūtas formulas ātruma izmaiņas un tā transversālās komponentes aprēķināšanai. Dots ātruma izmaiņas sadalījuma skaitliskais novērtējums.

**S u m m a r y**

**K. Š t e i n s**

**A. Š a l i t i s**

**THE MODEL OF STAR MOTIONS FOR DETERMINING  
STAR PERTURBATIONS IN COMETARY MOTIONS**

Formulae for cometary impulse calculations have been derived using a model of star motions worked out by the authors. Expressions for calculations of velocity changes and their transversal components have also been obtained. The distribution of velocity changes has been numerically estimated.



ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.73

В.П.Томанов

523.61

(Вологодский педагогический институт)

СЕМЕЙСТВА ПОЧТИ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ КОМЕТ МЕРКУРИЯ И ВЕНЕРЫ

В работе [1] исследовалось гравитационное взаимодействие параболических комет с планетами-гигантами. В ходе проверки теоретических результатов по каталожным данным обнаружены семейства долгопериодических комет Юпитера, Сатурна и Урана.

В данной статье, как и в [1], применяется метод Лапласа: при входе кометы в сферу влияния планеты осуществляется переход от гелиоцентрического движения к планетоцентрическому, при выходе - обратный переход. При расчете орбит методом "склеивания", как недавно показал Кислик [2], необходимо использовать не сферу действия, а сферу влияния, радиус которой

$$\varrho = 1.15 R \sqrt{\frac{m_{пл}}{m_{\odot}}}, \quad (1)$$

где  $R$  - средний радиус планетной орбиты,  $m_{пл}$ ,  $m_{\odot}$  - массы планеты и Солнца. При расчетах мы принимали  $\varrho_{\text{Ю}} = 0.00241$  а.е.,  $\varrho_{\text{В}} = 0.01138$  а.е.

В первом приближении рассмотрена плоская задача: орбита кометы расположена в плоскости орбиты планеты. Пусть век-

тор гелиоцентрической скорости кометы при входе в сферу влияния планеты направлен по планетоцентрическому радиусу-вектору. В таблице I приводятся элементы орбит, возникающих при выходе из сферы влияния Венеры. Здесь  $\lambda$  - угол, отсчитываемый от антиапекса планеты в прямом направлении до точки входа в сферу влияния планеты.

Таблица I

$\lambda$	$a$ (а.е.)	$e$	$q$ (а.е.)
$1^{\circ}$	10.6	0.9993	0.723
15	20.3	0.9673	0.664
45	20.1	0.9823	0.356
75	21.2	0.9977	0.048
105	22.9	0.9980	0.047
135	30.9	0.9884	0.357
165	80.9	0.9917	0.674

Таблица 2

$\lambda$	$a$ (а.е.)	$e$	$q$ (а.е.)
$1^{\circ}$	94.5	0.9924	0.722
2	269	0.9973	0.723
3	471	0.9985	0.723
4	734	0.9990	0.724
5	955	0.9992	0.724
10	2185	0.9997	0.725
30	9416	0.9999	0.730

При  $15^{\circ} < \lambda < 165^{\circ}$  параболические кометы переводятся на орбиты со сравнительно небольшими полуосьями  $a$  (а.е.) и малыми перигельными расстояниями  $q$ . Такие кометы недолговечны, они быстро разрушаются под действием корпускулярного и радиационного излучения Солнца. Кроме того, вероятность захвата  $W \propto \frac{1}{\sin \lambda} [I]$ , следовательно, еще и по этой причине в системах внутренних планет должно быть относительно мало короткопериодических комет. Возможна генетическая связь с Венерой лишь кометы 1902 II, с Меркурием - кометы 1763 II. Однако и это предположение нуждается в теоретической проверке.

Вероятность захвата максимальна при  $\sin \lambda \rightarrow 0^{\circ}$ . В табл. 2 приводятся элементы результирующих орбит при малых  $\lambda$  и

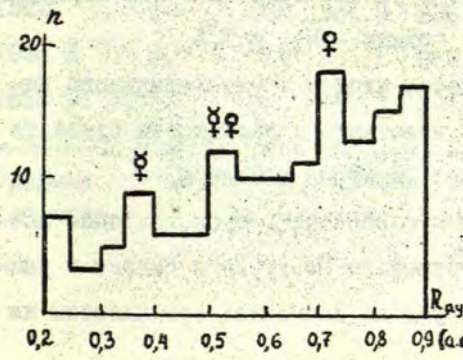
для случая, когда вектор гелиоцентрической скорости параболической кометы коллинеарен вектору орбитальной скорости Венеры. Как видим, при этом образуются долгопериодические орбиты с перигельным расстоянием  $q < R$ . Аналогичные результаты получаются при захвате комет Меркурием.

В реальных условиях наклон начальной орбиты кометы  $i \neq 0^\circ$ . Покидая сферу влияния планеты, комета выходит на новую орбиту из района узла. Таким образом, один из узлов кометной орбиты (рабочий узел) должен быть расположен около орбиты возмущающей планеты.

Для всех 545 комет с периодом обращения  $T > 200$  лет из каталога Б.Марсдена [3] мы вычислили гелиоцентрические расстояния узлов по формулам

$$R_{\alpha, \nu} = \frac{q(1+e)}{1 \pm e \cos \omega}, \quad (2)$$

где  $q$ ,  $e$ ,  $\omega$  - перигельное расстояние, эксцентриситет и аргумент перигелия. Для того чтобы проверить возможную связь комет с Меркурием и Венерой, отберем лишь те орбиты, у которых только один узел расположен на гелиоцентрических расстояниях от 0,2 до 0,9 а.е. Их распределение по величине расстояния рабочего узла от Солнца приводится на рисунке, из которого видно, что имеет место концентра-



ция узлов около орбит Меркурия и Венеры.

С учетом размеров сфер влияния планет и эксцентриситетности их орбит отнесем к семейству Меркурия кометы, у кото-

рых  $R_{\alpha, \nu} = 0.387 \pm 0.080$

а.е. (табл.3), к семейству Венеры - кометы с  $R_{p,y} = 0.723 \pm 0.040$  а.е. (табл.4). В табл. 3 и 4  $\lambda_{\pi}$  - долгота перигелия,  $\Omega$  - угловое расстояние перигелия от рабочего узла,  $C$  - постоянная Тиссерана. Из этих таблиц вытекает следующее: 1. В соответствии с теоретическими результатами  $q < R_{p,y}$ , 2. Перигелий расположен около рабочего узла ( $\lambda_{\pi} \approx \lambda_{p,y}$ ,  $0^{\circ} < \Omega < 66^{\circ}$ ).

Как известно, узлы подвержены возмущениям в гораздо большей мере, чем любые другие элементы орбит. Из характера гистограммы (рис.) можно предположить, что в системе комет имеют место резонансные явления: под действием планетных возмущений узлы кометных орбит смещаются в промежутки между орбитами планет. Заметим, что ранее мы обнаружили [1] концентрацию узлов кометных орбит между орбитами Юпитера - Сатурна, Сатурна - Урана.

Кометы, узлы которых сохранились в зонах орбит планет, должны быть более молодыми и, следовательно, более яркими. Кометы, узлы орбит которых лежат вне зон орбит планет, должны иметь меньший блеск. Действительно, среднее значение абсолютной звездной величины 20 комет семейства Меркурия составляет  $\bar{H}_{10} = 6.6$ , 25 комет семейства Венеры имеют  $\bar{H}_{10} = 6.1$ , а 97 комет с узлами орбит вне зон Меркурия и Венеры оказались менее яркими -  $\bar{H}_{10} = 7.3$

Данное сообщение является итогом предварительного исследования, позволившего заключить о реальности семейств почти параболических комет Меркурия и Венеры.

В заключение заметим, что объяснить происхождение почти параболических комет семейств Меркурия и Венеры в рамках гипотезы извержения вряд ли возможно: эти планеты не

Таблица 3

## Семейство Меркурия

Комета	$q$	$R_{\text{пу.}}$	$\lambda_{\text{т}}$	$\lambda_{\text{р.}}$	$\Omega$	$C$
I89I I	0.398	0.398	15.0	14.8	1.0	- 3.760
I899 I	0.327	0.329	18.4	25.7	8.7	-5.587
I957 У	0.355	0.403	64.3	67.6	40.3	- 0.476
I880 III	0.355	0.395	76.9	46.3	36.9	- 5.506
I883 II	0.310	0.354	105.7	85.3	41.4	- 2.763
I94I I	0.368	0.379	128.8	105.9	9.6	+ 4.588
I558	0.282	0.376	192.7	160.5	60.4	- 2.221
I898 IX	0.420	0.430	200.0	215.6	17.6	+ 6.663
I978 XV	0.370	0.393	232.3	221.1	27.8	+ 2.702
I857 III	0.368	0.434	233.0	205.0	45.9	- 3.669
I957 III	0.316	0.389	247.0	215.2	51.2	- 3.291
I867 III	0.330	0.356	250.1	246.1	31.4	- 0.775
I902 III	0.401	0.424	255.1	230.0	27.0	- 6.815
I970 X	0.405	0.463	269.6	293.0	41.5	+ 3.646
I449	0.327	0.327	271.1	268.1	3.3	- 6.121
I88I VI	0.449	0.450	272.7	275.1	6.3	- 3.049
I819 II	0.342	0.347	277.7	275.5	13.4	+ 1.098
I362	0.274	0.352	284.9	236.1	56.1	- 4.709
I926 III	0.323	0.324	285.5	282.8	5.1	- 3.635
I853 III	0.307	0.309	317.3	321.9	9.6	+ 3.104
Среднее	0.351	0.382			26.7	

## Семейство Венеры

Таблица 4

Комета	$q$	$R_{p.y.}$	$\lambda_{\pi}$	$\lambda_{p.y.}$	$\Omega$	$C$
I930 II	0.672	0.699	12 <sup>0</sup> .5	359 <sup>0</sup> .3	22 <sup>0</sup> .5	- 2.133
I858 VI	0.578	0.709	15.7	346.6	50.9	- 1.579
I857 IV	0.747	0.763	22.9	22.1	0.9	+ 3.350
I472	0.486	0.689	46.7	112.2	65.8	- 3.165
I813 I	0.699	0.704	71.3	62.5	9.4	- 3.586
I784	0.708	0.740	74.7	59.2	23.9	- 2.429
I907 IV	0.512	0.724	78.3	143.6	65.5	+ 3.251
I457 I	0.703	0.715	91.1	76.8	14.6	+ 3.751
I863 IV	0.706	0.707	98.1	98.7	2.8	+ 0.798
I871 I	0.654	0.754	102.6	100.4	42.5	+ 0.159
I939 I	0.716	0.724	104.0	108.9	11.0	+ 1.740
I240	0.668	0.711	126.5	134.4	28.6	+ 0.954
I799 II	0.626	0.726	161.0	148.9	43.5	- 0.818
I590	0.568	0.705	219.1	170.6	52.3	- 3.016
I857 V	0.563	0.718	235.0	196.3	55.2	- 1.922
I881 I	0.699	0.700	246.2	246.3	0.1	+ 2.846
I808 II	0.609	0.731	247.3	206.2	48.4	- 2.774
I914 I	0.543	0.752	252.3	213.2	63.6	- 1.324
I881 III	0.735	0.738	269.3	271.9	5.8	+ 1.769
I863 II	0.575	0.725	275.1	233.4	53.4	- 2.315
I848 I	0.748	0.753	278.3	270.7	9.8	- 3.073
I874 III	0.676	0.717	287.9	299.8	27.6	+ 1.519
I596	0.567	0.751	289.0	335.3	59.4	- 2.136
I912 II	0.716	0.753	302.4	297.5	25.6	+ 0.688
I947 IV	0.567	0.720	304.0	353.2	56.2	+ 2.665
Среднее	0.641	0.725			33.6	

имеет спутников, на их поверхностях исключено существование льдов, для выброса на почти параболическую орбиту потребовались бы нереально большие скорости.

### Л и т е р а т у р а

- 1.Томанов В.П. - Астрон.ж.,1980, 57, вып.4, с. 816-823.
- 2.Кислик М.Д. - Космические иссл.,1964, 2, №6,с.853-858.
- 3.Marsden B. Catalogue of cometary orbits. Cambridge, Mass, 1979.

### Р е з ю м е

В.П.Томанов

#### СЕМЕЙСТВА ПОЧТИ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ КОМЕТ МЕРКУРИЯ И ВЕНЕРЫ

Исследован захват комет Меркурием и Венерой. Обнаружены семейства почти параболических комет, связанных происхождением с этими планетами.

### К о р с а v i l k u m s

V.P.Tomanovs

#### MERKURA UN VENĒRAS GANDRĪZ PARABOLISKU KOMĒTU SAIMES

Darbē konstatēts, ka eksistē gandrīz parabolisku orbītu komētu saime, kuras izcēlšanās saistīta ar planētām Merkuru un Venēru.

### S u m m e r y

V.P.Tomanovs

#### FAMILIES OF NEARLY PARABOLIC COMETS CONNECTED WITH MERCURY AND VENUS

The capture of comets by Mercury and Venus has been investigated. Families of nearly parabolic comets with origin connected with these planets.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.73

523.61

В.П.Томанов

(Вологодский пединститут)

ЗАМЕЧАНИЕ ПО ГИПОТЕЗЕ ИЗВЕРЖЕНИЯ КОМЕТ

В гипотезе Всехсвятского [1] о происхождении комет предполагается, что ледяные кометные ядра выбрасываются на гелиоцентрические орбиты в результате вулканических явлений на спутниках больших планет. Весьма проблематично, что льды могут находиться в твердом состоянии в кратере действующего вулкана или в недрах высокотемпературной вулканической струи.

Орбитальные характеристики выброшенной материи получают некоторое сходство (вероятностных оценок не дано) с элементами орбит наблюдавшихся короткопериодических комет, если скорости выброса на поверхности спутников составляют 7 - 9 км/с, а значение относительной скорости продуктов извержения на границе сферы действия Кипитера равно 6.9 км/с. Для того чтобы обеспечить согласие теории с наблюдениями, эта величина принимается за верхний предел. Дело в том, что при любых других скоростях, незначительно отличающихся от данной, имеет место несоответствие наблюдаемого и теоретического распределения элементов орбит комет.



Желаемое значение скорости извержения получено из уравнения, в котором разность параболической и круговой скорости на орбите спутника приравнивается к скорости на границе сферы действия спутника относительно С о л н ц а.

Понятие сферы действия спутника относительно Солнца не имеет физического смысла. Но если формально вычислить радиусы сфер действия галилеевых спутников Юпитера, то легко убедиться, что, например, радиус данной сферы Ганимеда в 43 раза меньше радиуса сферы действия Юпитера относительно Солнца. Можно было бы показать, что скорости извержения 7 - 9 км/с не обеспечат выход на гелиоцентрические орбиты. Продукты извержения останутся внутри сферы действия Юпитера.

Корректно эта проблема решена в рамках задачи трех тел В.В.Радзиевским [2]. В этой работе проведен тщательный анализ гипотезы извержения в небесно-механическом аспекте. В частности, показано, что скорость выброса с Ганимеда на эллиптические гелиоцентрические орбиты с прямым движением должна быть заключена в пределах 10.90 - 12.17 км/с.

Этот результат может быть подвергнут "экспериментальной" проверке. Как с точки зрения гипотезы извержения, так и в рамках теории захвата, "рождение" короткопериодической кометы должно происходить около узла ее современной орбиты. Этот узел, который назовем рабочим, очевидно, должен быть расположен в зоне орбиты планеты. Классифицируя кометы по планетным семействам, целесообразно учитывать не только величину афелийного расстояния, но использовать и второй критерий [3]: гелиоцентричес-

Коз расстояние рабочего узла.

Принимая для комет семейства Юпитера значения афелийного расстояния и гелиоцентрического расстояния рабочего узла в пределах  $5,2 \pm 1,2$  а.е., из каталога [4] можно отобрать 68 комет, имеющих весьма вероятную генетическую связь с Юпитером. Среднее значение скорости всех этих комет в рабочих узлах составляет 10,1 км/с.

В статье [5] проводилось сравнение наблюдаемого распределения элементов орбит короткопериодических комет с тем, которое должно было бы быть при различных скоростях выброса со спутников Юпитера. Из данной статьи следует, что при скорости извержения более 6,9 км/с (приводятся элементы орбит, соответствующие скоростям 7,5 и 8,1 км/с) теория не дает удовлетворительного согласия с наблюдениями.

Итак, в гипотезе извержения ошибочно принято заниженное значение скорости выброса со спутников Юпитера на гелиоцентрические орбиты. Отсюда, исходя из неверных начальных условий, получено иллюзорное "согласие" теоретического и наблюдаемого распределения элементов орбит короткопериодических комет.

В гипотезе извержения не предпринималось попытки объяснить распределение элементов орбит почти параболических комет, поскольку это было бы безуспешно: скорость выброса с Ганимеда должна превышать 25 км/с [2] :

Альтернативой гипотезе извержения является гипотеза захвата комет, свободная [6] от каких-либо трудностей.

#### Л и т е р а т у р а

И.Всехсвятский С.К. Природа и происхождение комет и метеорного вещества. М., Просвещение, 1967.

2. Радзиевский В.В. - Астрон. вестник, 1979, 13, № 1, с. 32-41.
3. Томанов В.П. - Астрон. циркуляр, 1979, № 1030, с.5-7.
4. Томанов В.П. - Астрон. вестник, 1979, 13, №2, с.94-98.
5. Всехсвятский С.К., Мещерякова-Бабиц О.И. - Астрон.ж. 1957, 34, № 4, с.568-580.
6. Томанов В.П. - Астрон.ж., 1980, 57, вып.4, с. 816-823.

### Р е з ю м е

В.П.Томанов

#### ЗАМЕЧАНИЕ ПО ГИПОТЕЗЕ ИЗВЕРЖЕНИЯ КОМЕТ

Указано на ошибку С.К.Всехсвятского [1] при вычислении скоростей выброса со спутников Юпитера на гелиоцентрические орбиты. При скорости выбросов более 10 км/с теоретическое распределение элементов кометных орбит не согласуется с наблюдениями.

### K o r s a v i l k u m s

V.P.Tomanova

#### PIEZĪME PAR KOMĒTU IZVIRDUMA ĪPOTĒZI

Darbē norādīts uz S.Vsēhsvjatska kļūdu izmēšanas ātruma noteikšanā no Jupitera pavadoņiem heliocentriskās orbītās. Pie izmēšanas ātruma, kas lielāks par 10 km/s, komētu orbītu elementu teorētiskais sadalījums nesaskan ar novērojumiem.

S u m m a r y

V.P. Tomanov

A REMARK TO THE HYPOTHESIS OF ERUPTION  
ORIGIN OF COMETS

The author points out to an error by S. Vsekhsvyatsky in calculating eruption speed from Jupiter's satellites in to heliocentric orbits. At the eruption speed of more than 10 km/s the resulting distribution of cometary orbital elements does not agree with observed one.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. Стучки

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.73

Н. А. Б е л я е в ,

С. Д. Ш а п о р е в

(ИТА АН СССР)

КОМЕТА ШВАСМАНА-ВАХМАНА 3 (1930 У1 = 1979q)

О б щ и е с в е д е н и я о к о м е т е

Короткопериодическая комета 1930 У1 открыта 2 мая 1930 г. в Бергедорфе. Яркость в момент открытия  $9^m.5$ , абсолютная звездная величина  $H_{40} = 11^m.7$  [1]. Наблюдалась в течение 120 дней в 28 обсерваториях на гелиоцентрической дуге в  $124^\circ$ . Комета обращает на себя внимание тем, что в начале июня 1930 г. приближалась к Земле на минимальное расстояние 0.062 а.е.

Производились оценки размера ядра кометы, которое оказалось небольшим, по оценкам Бальде, около 400 метров в диаметре [2], то есть такого же порядка, что и для кометы Понс-Виннеке (1819 III). В астрономической литературе имеется упоминание о разделении ядра кометы 1930 У1 на две части: в конце мая Шуллер наблюдал второе ядро на расстоянии 8" от основного [3], кроме того, 9 июня в Японии наблюдался метеорный поток, по-видимому, связанный с кометой Швассмана-Вахмана 3; подобный же поток наблюдался и 1 июня 1974 г. [4], когда комета, согласно вычислениям, должна была находиться вблизи Земли.

Вычислением окончательной орбиты кометы в 1930 г. и предвычислением её последующих возвращений к Солнцу занимались многие советские и зарубежные астрономы [5-12], однако, несмотря на многочисленные усилия, первое появление кометы 1930 VI едва не стало её последним появлением; комета была утеряна и не наблюдалась почти 60 лет вплоть до августа 1979 г., когда, наконец, Кенди и Джонстон переоткрыли её 13 августа в обсерватории Перт (Австралия) как объект I3<sup>n</sup> величины [17]. Отклонение истинного положения от эфемеридного оказалось большим: поправка в моменте прохождения через перигелий к эфемериде Б.Марсдена +37<sup>d</sup> [13], к эфемериде С.Шапорева +2<sup>d</sup> [14].

Во втором появлении комета наблюдалась с 13 по 22 августа 1979 г. в двух обсерваториях. Всего получено восемь наблюдений.

#### Особенности движения кометы и задачи исследования

Основная задача авторов, решение которой предпринимается в настоящем исследовании, попытаться объединить два появления кометы 1930 г. и 1979 г. или уменьшить существующее большое расхождение в моменте прохождения через перигелий между эфемеридой и орбитой 1979 г., поскольку величина этого расхождения ставит под сомнение саму тождественность объектов 1930 VI и 1979g.

Так как период обращения кометы составляет всего 5.4 года, то с 1930 г. она не наблюдалась в восьми возвращениях к Солнцу. Перигельное расстояние кометы Швассмана-Вахмана 3 чуть больше 1 а.е., а с 1968 г. даже меньше 1 а.е.

что указывает на безусловное наличие негравитационных эффектов в её движении. Кроме того, самая большая трудность исследования, мешающая объединению двух появлений кометы, — три оближения с Юпитером: в октябре 1953 г. до минимального расстояния 0.9 а.е., в ноябре 1965 г. до 0.25 а.е. и в январе 1978 г. до 1.5 а.е.

В основу исследования положена орбита 1930 г., опубликованная в работе [12]. Эта орбита приводится в таблице I и обозначена (1). Интегрирование на основе орбиты (1) к 1979 г. с учётом всех планетных возмущений даёт в 1979 г. орбиту (2). Наконец, предварительная орбита появления 1979 г., вычисленная по восьми наблюдениям и представляющая их со средней ошибкой 3"3, обозначена (3).

Таблица I

	(1)	(2)	(3)
$T_0$ (Б.Т.)	1930 УI 13.0	1979 IX 4.0	1979 IX 4.0
$T$ (Б.Т.)	1930 УI 14.1957	1979 УIII 1.6207	1979 IX 2.6806
$\omega$	192°3277I	198°1837	198°3693
$\Omega$	77.05235	69.2672	68.7435
$i$	17.40380	10.6959	11.5502
$e$	0.672645	0.699480	0.689246
$q$	1.011426 а.е.	0.917106 а.е.	0.948337 а.е.
$\mu$	0°1814813	0°1848769	0°1848778
$P$	5.43I г.	5.33I г.	5.33I гг

Эпоха и равноденствие 1950.0.

### Методы и результаты исследования

Первоначально была предпринята попытка непосредственного объединения обоих появлений кометы, которая успехом

не увенчалась, то есть итерационный процесс улучшения оказался расходящимся, что свидетельствует о наличии больших возмущений негравитационного характера, которые невозможно учесть интегрированием. Поэтому в дальнейшем был применён метод варьирования наиболее чувствительного элемента орбиты - среднесуточного движения. Метод подробно изложен в работе [15].

Среднесуточное движение системы (I) варьировалось в пределах  $\pm 0.00035$  с переменным шагом, затем пять элементов (без среднесуточного движения) всех полученных орбит улучшались по наблюдениям 1930 г., и по улучшенным таким образом системам элементов проводилось интегрирование от 1930 г. к 1979 г. Выяснилось, что необходимый эффект даёт увеличение среднесуточного движения в первом появлении. В зависимости от величины  $\mu$  орбиты 1930 г. момент прохождения через перигелий в 1979 г. меняется от I до 23 августа, например;

$$\mu_{1930} = 0^{\circ}181674, \quad T = 1979 \text{ VIII II.4365};$$

$$\mu_{1930} = 0^{\circ}181813, \quad T = 1979 \text{ VIII 18.3310}.$$

Описанный процесс повторялся до тех пор, пока представление наблюдений 1930 г. замстно не ухудшалось. В результате получена система элементов (4), представляющая наблюдения 1930 г. со средней ошибкой 3%. Численное интегрирование на основе этой системы даёт в 1979 г. орбиту (5). Обе они приведены в таблице 2.

Для проведения необходимых вычислений использовалась комплексная программа, созданная для ЭВМ БЭСМ-6 в отделе малых планет, комет и спутников ИТА АН СССР. Она объединяет усовершенствованные при переработке для новой машины две программы, ранее раздельно применявшиеся на ЭВМ БЭСМ-4



	(4)	(5)
$T_0$ (Е.Т.)	1930 УІ 13.0	1979 УІІІ 15.0
$T$ (Е.Т.)	1930 УІ 14.1972	1979 УІІІ 18.8235
$\omega$	192°32811	198°46820
$\varrho$	77.05069	69.33852
$i$	17.39782	11.19582
$e$	0.672236	0.695526
$q$	1.011425 а.е.	0.931225 а.е.
$\mu$	0°1818210	0°1842660
$P$	5.421 г.	5.349 г.

Эпоха и равноденствие 1950.0.

[16] - сравнение с наблюдениями и улучшение элементов эллиптической орбиты. Усовершенствования коснулись главным образом второй программы.

В новой комплексной программе сравнение с наблюдениями и улучшение орбиты рассматривается как замкнутый цикл, выход из которого происходит при условии равенства  $0-C$  и невязок условных уравнений (в пределах  $0^{\circ}01$ ). В соответствии с введёнными в программу критериями в процессе улучшения могут исключаться коррелирующие элементы и грубоошибочные наблюдения, после чего весь цикл вычислений повторяется вновь.

Технические возможности БЭСМ-6 позволили не только объединить две задачи в одну и при массовых задачах совсем исключить участие человека в анализе наблюдений,  $0-C$  и промежуточных результатов, но и значительно сократить затраты машинного времени на решение подобного рода задач. Так, если на ЭВМ БЭСМ-4 для улучшения одной малой пла-

неты (50-100 наблюдений на интервале 50-70 лет) требовалось в несколько приёмов 5-6 часов машинного времени, то на ЭВМ БЭСМ-6 решение такой задачи занимает 7-10 минут. Программа составлена Н.Беляевым и Ю.Чернетенко, в ней широко используются процедуры, составленные С.Шапоровым и Т.Виноградовой.

### З а к л ю ч е н и е , в ы в о д ы

Итогом настоящего исследования является получение орбиты (4) в 1930 г., которая, хорошо представляя наблюдение первого появления, даёт возможность уменьшить расхождение в моменте прохождения через перигелий в 1979 г. с  $22^d$  до  $15^d$ .

В ближайшем будущем авторы намерены продолжить работу над кометой, используя новые программы на ЭВМ БЭСМ-6, которые позволяют проводить улучшение с учётом возмущений в дифференциальных коэффициентах условных уравнений и негравитационных эффектов в движении кометы.

### Л и т е р а т у р а

1. Всехсвятский С.К. Физические характеристики комет, М., 1958.
2. Baldet F. Le moyen de la comete Schwassmann-Wachmann (1930 d).- L'Astronomie, 1930, V. 44, p. 433-435.
3. Schüller F. Comet Schwassmann-Wachmann (1930 d). - Circ. Bur. centr. Telegr. Satz., 1930, N 288.
4. Hasegawa J. Periodic Comet Schwassmann-Wachmann 3 (1930 VI),-I.A.U. Circ., 1974, N 2672.
5. Hayford Ph., Andersen C. Elements and Ephemeris

- of Comet d 1930 (Schwassmann-Wachmann), -Lick. Observ. Bull., 1930, V. 15, p. 43-45, 181-183.
6. Rasmussen H.C. Die Bewegung des Kometen 1930 VI (Schwassmann-Wachmann), -A.N., 1934, V.253, S. 221-224.
7. Тяхт А. Комета 1930 VI (Schwassmann-Wachmann), -А.Ц., 1941, № 4.
8. Gripps F.P. Комета Швассман - Вахман (3), -А.Ц., 1946, № 54.
9. Gripps F.P. Периодическая комета Швассман - Вахман (3), -А.Ц., 1952, № 124.
10. Кондратьева Д.А. Определение окончательной орбиты кометы Швассман - вахман 3, 1930 VI. - Труды астроном. сектора АН ЛатвССР, 1956, т.6, с. 67-122.
11. Кондратьева Д.А. Движение короткопериодической кометы 1930 VI Швассмана - Вахмана 3 с 1930 по 1957 гг. - Труды астрофиз.лабор. Рига, 1958, т.7, с.17-27.
12. Беляев Н.А., Шапоров С.Д. Периодическая комета Швассмана - Вахмана 3 (1930 VI). - Проблемы космической физики, 1975, вып.10, с. 9-16.
13. Marsden B.G. Comet Schwassmann-Wachmann (3) 1930 VI. - - Handb. Br. Astron. Assoc., 1979, p.86.
14. Шапоров С.Д. Комета Швассман - Вахман 3 (1930 VI). - К.Ц. 1979, № 244.
15. Шапоров С.Д. Комета де Вико - Свифта (1844 I-1894 IV-1965 VII). - Проблемы космической физики, 1978, вып.13, с. 71-81.
16. Беляев Н.А. Эволюция орбиты кометы Даниеля (1909 IV) за 400 лет (1660-2060 г.г.). Предварительное исследование. - Бюлл.ИТА, 1966, т.10, №10 (123), с.696-710.

17. Comet 1979 g.-I.A.U. Circ., 1979, N 3333.

Р е з ю м е

Н.А.Беляев  
С.Д.Шапорев

КОМЕТА ШВАСМАНА - ВАХМАНА 3 (1930 VI = 1979 g)

Исследована возможность объединения на основе чисто гравитационной теории двух появлений короткопериодической кометы Швассмана - Вахмана 3 в 1930 г. и 1979 г. Показано, что на движение кометы действуют заметные негравитационные силы. Получена новая система элементов 1930 г., хорошо представляющая наблюдения первого появления и позволяющая уменьшить в два раза (до 15) расхождения в моменте прохождения через перигелий в 1979 г.

Табл. 2, библиогр. 17 назв.

K o r v a v i l k u m s

N. A. Beļajevs  
S. D. Šaporevs

ŠVASMANA - VAHMANA 3. KOMĒTA (1930 VI = 1979.g.)

Darbā pētītā iespēja apvienot īsperioda Švahmana - Vahmana 3 komētas divas parādīšanās 1930.g. un 1979.g. Parādīts, ka šīs komētas kustību jūtami ietekmē negravitācijas spēki. Jaunatrastā elementu sistēma labi saskan ar 1930.g. novērojumiem un samazina perihēlija cauriešanas neprecizitāti uz 1979.gadu divas reizes.

S u m m a r y

N.A.Belyaev

S.D.Shaporev

THE COMET SCHWASSMANN - WACHMANN 3 (1930 VI = 1979g)

This paper deals with studies of possibility of linking two appearances of The Comet P Schwassmann-Wachmann 3 in 1930 and 1979 basing only on the gravitational theory. It has been shown that motion of this comet has been affected by non - gravitational forces. The new obtained elements for the 1930 appearance presenting observations with small residuals, decrease for 1979 twice.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 523.64

К.И. Чуримов

(Киевский госуниверситет  
им. Т.Г. Шевченко)

О КОЛЕБАНИЯХ ПЛАЗМЕННЫХ ХВОСТОВ КОМЕТ АБЕ  
(1970 XV), КОГОУТЕКА (1973 XII) и ВЕСТА (1976 VI)

Плазма солнечного ветра, непрерывно взаимодействуя с кометными головами, ионизирует кометный газ и образует перед ионизованной кометной атмосферой ударную волну наподобие ударной волны перед магнитосферой. Нейтральные молекулы, испаряющиеся с поверхности ядра, движутся радиально с постоянной скоростью до тех пор, пока они не потеряют электрон и не ионизируются. После ионизации образовавшаяся кометная плазма ускоряется и вскоре приобретает скорость солнечного ветра. Поэтому образующиеся из кометной плазмы хвосты I бредихинского типа будут представлять собой своеобразный движущийся флюгер, отклоняющийся от продолженного радиуса-вектора на некоторый небольшой угол, зависящий от скорости орбитального движения кометы, а главным образом от скорости солнечного ветра. Чем больше скорость последнего, тем ближе ось кометного хвоста лежит к направлению Солнце-комета.

Скорость солнечного ветра можно получить по данным измерения пластинки с кометой, обладающей плазменным хвостом по следующей формуле:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{V \sin \gamma - \omega_2 \cos i}{\omega_2 - V \cos \omega_2} \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon$  — угол отклонения оси кометного хвоста от продолженного радиуса-вектора (угол аберрации),  $\gamma$  — угол между вектором скорости кометы и продолженным радиусом-

-вектором;  $v$  - скорость кометы,  $\omega_r$  и  $\omega_\varphi$  - радиальная и азимутальная составляющие скорости солнечного ветра. Так как  $\omega_\varphi$  мала по сравнению с  $\omega_r$ , приведенная формула позволяет по прямолинейным кометным хвостам I типа вычислять радиальные скорости солнечного ветра. В этом смысле кометы имеют ряд преимуществ перед искусственными космическими зондами, запускаемыми для исследования солнечного ветра, так как кометы в отличие от космических аппаратов наблюдаются как на огромных расстояниях ( $\sim 11$  а.е.), так и весьма близко от Солнца (пересекают области внутренней короны), и кроме того, они могут наблюдаться на больших удалениях от плоскости эклиптики, что не доступно для современных космических аппаратов.

В настоящей работе приводятся результаты исследования колебаний плазменных хвостов трех комет Абе (1970 XV), Хогоутека (1973 XII) и Веста (1976 VI).

I. Комета Абе (1970 XV). По 39 фотографиям кометы Абе, полученным К.И. Чуркумовым в Зайлийском Алатау с помощью камеры Шмидта (17/17 см) Института астрофизики АН ТаджССР за период с 30.IX по 8.X 1970 г., определены углы отклонения  $\epsilon$  плазменного хвоста кометы от продолженного радиуса-вектора (в плоскости кометной орбиты). Характерной особенностью является появление отрицательных  $\epsilon$  (порядка  $-6^\circ$  -  $-11^\circ$ ). Полученные значения  $\epsilon$  были сопоставлены с изменением некоторых индексов солнечной активности (рис. I). Обнаружена связь между изменениями  $\epsilon$  (I), радиоизлучением Солнца на  $\nu = 9400$  Мгц -  $\Sigma$  (II),  $K_p$  - индексом геомагнитного поля (учтена разность гелиографических долгот Земли и кометы) (III) и суммарным индексом вспышек всех баллов в 14-градусной зоне, наблюдавшихся с момента выхода зоны на восток, до прохождения ее центрального меридиана - N (IV).

Смещение плазменного хвоста кометы Абе - 2-3 октября в сторону отрицательных значений  $\epsilon$ , по-видимому, было связано с пересечением кометной границы сектора межпланетного магнитного поля в интервале 2-4 октября. Изменение направления напряженности межпланетного магнитного поля

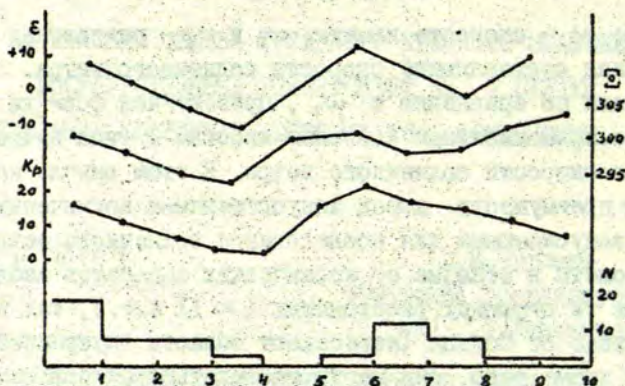


Рис.1. I. Угол отклонения плазменного хвоста кометы Абе (1970 XV) -  $\epsilon^\circ$ ; II. Радиоизлучение Солнца на  $\nu = 9400$  мГц -  $\Sigma$ ; III.  $K_p$ -индекс геомагнитного поля; IV. Суммарный индекс вспышек всех баллов в I4-градусной зоне, наблюдававшихся с момента выхода зоны на востоке до прохождения ею центрального меридиана - N.

(до 2 октября комета двигалась в магнитном поле, направленном к Солнцу, после чего перешла в область с магнитным полем противоположного направления), а также неоднородности солнечного ветра вблизи границы сектора явились причиной возбуждения в кометной плазме неустойчивости (возможно типа Кельвина-Гельмгольца), вследствие чего хвост переместился в область отрицательных значений, которые нельзя объяснить аберрацией плазменного хвоста кометы на солнечном ветре [1].

По этим же наблюдениям совместно с П.Т.Велешуком [2] была обнаружена зависимость длины хвоста в плоскости кометной орбиты  $S$  от угла отклонения оси хвоста  $\epsilon$  от продолженного радиуса-вектора (рис.2). Оказалось, что для положительных значений  $\epsilon$  длина кометного хвоста увеличивается с увеличением  $\epsilon$ . Согласно формуле (1) малые значения  $\epsilon$  соответствуют большим скоростям солнечного ветра  $V$ . А усиление солнечного ветра приводит к уменьшению времени жизни светящихся кометных молекул в хвосте и, следовательно, к сокращению длины хвоста. С уменьшением  $V$  ( $\epsilon$  увели-



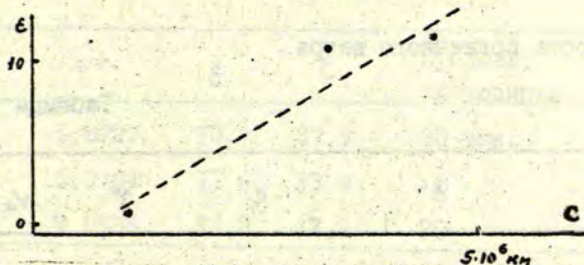


Рис.2. Зависимость угла отклонения плазменного хвоста кометы Абе (1970 XV)  $\epsilon$  от продолженного радиуса-вектора от длины хвоста  $C$ .

чивается, плазменный хвост отдаляется от продолженного радиуса-вектора) время жизни кометных частиц возрастает и, следовательно, они могут наблюдаться на больших расстояниях от ядра, т.е. видимая длина хвоста возрастает. Найденная зависимость позволяет использовать изменения длины хвоста кометы на данном гелиоцентрическом расстоянии как индикатор изменения интенсивности (скорости и плотности) солнечного ветра.

2. Комета Когоутека (1973 XII). На основании фотографических наблюдений кометы Когоутека (1973 XII), полученных на советских станциях ИСЗ в Бамако (Мали) - в 13 и 14 января 1974 г., Далав-Дзадагаде (МНР) в 15, 19, 21, 23 и 24 января, а также с помощью 40-сантиметрового астрографа Южной станции ГАИШ в Крыму 14, 15 и 19 января 1974 г. определены углы отклонения оси хвоста кометы от продолженного радиуса-вектора  $\epsilon$  в плоскости кометной орбиты и вычислены параметры  $V_\alpha$ , связанные со скоростью солнечного ветра. Для перехода от этих параметров к истинным радиальным скоростям солнечного ветра необходим учет вращения ядра кометы и колебаний хвоста вследствие мгд-неустойчивостей его плазмы. В таблице приведены следующие данные: момент наблюдения по всемирному времени,  $\epsilon'$  - измеренный угол между продолженным радиусом-вектором и осью хвоста в картинной плоскости,  $\epsilon$  - абберационный угол (в плоскости кометной орбиты),  $\beta$  - угол между продолженным радиусом-вектором и вектором скорости кометы,  $V_\alpha$  - абберационный параметр, характеризующий

ший скорость солнечного ветра.

Таблица

Дата МВ	$\epsilon'$	$\epsilon$	$\gamma$	$V_a$ (км/сек)
1974				
январь 13,82	$3,8^\circ \pm 0,5$	$21,4^\circ \pm 3,1$	$29,2$	$115,1 \pm 5,6$
14,80	$4,9 \pm 0,5$	$26,4 \pm 2,5$	$28,6$	$98,9 \pm 5,0$
15,46	$8,9 \pm 0,5$	$41,6 \pm 2,3$	$28,1$	$74,6 \pm 4,4$
19,46	$11,5 \pm 0,5$	$45,9 \pm 2,1$	$25,9$	$64,4 \pm 3,7$
19,51	$12,5 \pm 0,5$	$48,4 \pm 2,1$	$25,9$	$60,7 \pm 3,7$
21,47	$13,3 \pm 0,5$	$49,8 \pm 2,0$	$25,0$	$59,5 \pm 3,0$
21,52	$15,0 \pm 0,5$	$53,8 \pm 2,0$	$25,0$	$57,3 \pm 2,9$
23,47	$13,4 \pm 0,5$	$48,5 \pm 1,9$	$24,3$	$58,3 \pm 2,8$
23,53	$14,0 \pm 0,5$	$49,9 \pm 1,9$	$24,3$	$57,5 \pm 2,8$
24,47	$10,5 \pm 0,5$	$40,3 \pm 2,0$	$23,8$	$62,7 \pm 3,0$
24,53	$9,5 \pm 0,5$	$37,8 \pm 2,0$	$23,8$	$64,8 \pm 3,0$

Из таблицы видно, что с 13 по 19  $\bar{I}$  параметр  $V_a$  стал уменьшаться. После чего до конца периода наблюдений оставался почти на одном и том же уровне. Изменение  $V_a$  вблизи 19  $\bar{I}$ , по-видимому, было связано с прохождением кометной границы сектора межпланетного магнитного поля, после чего 20  $\bar{I}$  наблюдалось активное явление в комете - отрыв ее плазменного хвоста.

3. Комета Веста (1976 VI). По снимкам кометы, полученным Д.И. Городецким в Алма-Ате 3 с помощью 50-см менископового телескопа 1-7 апреля 1976 г., определены  $\epsilon$  - абerrационный угол и  $C$  - длина хвоста кометы. Сопоставление этих величин так же, как и в случае с кометой Абе (1970 XV), указывает на существование зависимости между  $\epsilon$  и  $C$  (увеличение  $\epsilon$  ведет к увеличению  $C$ ):

1976	$ut$	$\epsilon$	$C$	Продолж. экспозиции
апр.	1,9727	10,0	37,3	20 мин.
	5,9784	13,6	33,9	8 "
	7,9536	18,8	62,9	20 "

Для исследования обнаруженной для комет Абе и Веста зависимости длины хвоста от абберационного угла необходимо привлечение большего статистического материала для различных комет. При этом желательно использовать монохроматические снимки плазменных хвостов комет, полученных с одинаковыми экспозициями и на небольшом интервале изменения гелиоцентрических расстояний кометы.

#### Л и т е р а т у р а

1. Велещук П.Т., Чуржимов К.И. Связь колебаний плазменного хвоста кометы Абе (1970 XV) с солнечной и гесмагнитной активностью. - Кометный циркуляр. 1979, № 242.
2. Чуржимов К.И., Велещук П.Т. Зависимость "длина хвоста-угол отклонения оси хвоста от продолженного радиуса-вектора". - Кометный циркуляр. 1979, № 249.
3. Дьяконова В.Д., Городецкий Д.И., Чуржимов К.И. Фотометрия и структура кометы Веста (1976 VI). - Кометный циркуляр. 1979, № 254.

Резюме

К.И.Чурюмов

О КОЛЕБАНИЯХ ПЛАЗМЕННЫХ ХВОСТОВ КОМЕТ АБЕ (1970 XV),  
КОГОУТЕКА (1973 XII) и ВЕСТА (1976 VI)

Рассмотрены некоторые закономерности в колебаниях (относительно радиуса-вектора) плазменных хвостов комет Абе, Когоутека и Веста (1970-1976 гг). Обнаружена связь этих колебаний с солнечной активностью, с длиной хвоста; оценены скорости солнечного ветра.

K o r s a v i l k u m s

K. I. Čurjumovs

PAR KOMĒTU ABE (1970 XV), KOHOUTEKA (1973 XII)  
UN VESTA (1976 VI) PLAZMAS ASTU SVĀRSTĪBĀM

Darbā aplūkotas dažas likumsakarības komētu Abes, Kohouteka un Vesta plazmas astes svārstībās attiecībā uz tās rādiusa - vektoru. Konstatēta šo svārstību atkarība no Saules aktivitātes, kā arī pašas komētas astes garuma.

S u m m a r y

K. I. Charyumov

ABOUT OSCILLATIONS OF PLASMA TAILS OF COMETS ABE  
(1970 XV), KOHOUTEK (1973 XII) AND WEST (1976 VI)

This paper deals with some regularities of cometary plasma tail oscillations in respect to the direction in the cases of Comets Abe (1970 XV), Kohoutek (1973 XII) and west (1976 VI). These oscillations have been found to be connected with solar activity and with length of the tail. Solar wind velocity has been estimated too.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 523.442

Т. В. Бордовицина,  
В. А. Шефер, Б. Т. Харин  
(НИИ П.М. при ТГУ)

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ОСОБЫХ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Настоящее сообщение знакомит читателя с состоянием исследований движения особых малых планет, которые в течение ряда лет ведутся в отделе небесной механики и астрометрии НИИ прикладной математики и механики при Томском университете группой авторов. Исследования в целом еще далеки от завершения. Однако некоторые этапы этой работы, такие, как создание математического обеспечения, проверка его практической эффективности, обработка наблюдательного материала выполнены достаточно полно и могут быть интересны специалистам, занятым изучением движения малых планет и комет.

Группа особых малых планет насчитывает в настоящее время десять объектов. Названия этих объектов, период, в течение которого они наблюдаются, приведены в таблице I. Здесь же для каждой из десяти планет даны характеристики наблюдательного материала: число наблюдений планет, полученных за весь период наблюдения, число наблюдений, по которым выведена последняя система элементов орбиты пла-

Таблица I

## Основные характеристики группы особых малых планет

№ п/п	Название планеты	Период наблюд.	Общее число наблюд.	Число наблюд., участв. в улучш.	Эпоха оскуля- ции	Основные параметры		Автор
						орбиты e	a(a.e.)	
1	Алинда (887)	1918-1978	101	64	1958 П.6.0	0.543	2.516	Марсен
2	Лаодамия (1011)	1939-1976	85	38	1939 IV.7.0	0.349	2.394	Рабе
3	Ганимед (1036)	1924-1976	200	150	1950 VI.280	0.542	2.650	Путилин
4	Атами (1139)	1924-1976	64	56	1968 У.24.0	0.255	1.948	Харин
5	Амор (1221)	1932-1972	188	186	1964 У.24.0	0.436	1.920	Шуберт
6	Икар (1566)	1949-1969	706	496	1969 I.19.0	0.826	1.100	Шапиро и др.
7	Бетулия (1580)	1950-1976	210	38	1968 У.24.0	0.490	2.196	Херрик
8	Географ (1620)	1951-1976	477	253	1968 У.24.0	0.335	1.2439	Херрик
9	Ивар (1527)	1952-1975	67	16	1957 УП.01	0.397	1.864	Шуберт
10	Торо (1685)	1948-1976	80	44	1968 У.24	0.436	1.368	Херрик

нет, эпоха оскуляции, параметры, характеризующие форму орбиты планеты, автор последнего определения параметров орбиты.

Для большинства приведенных здесь планет число имеющихся наблюдений значительно превосходит число наблюдений, участвовавших в определении параметров орбиты планеты. Это говорит о том, что орбиты планет нуждаются в дальнейшем улучшении. Задача исследования движения рассматриваемых групп объектов является достаточно сложной, поскольку планеты движутся по орбитам с большими эксцентриситетами (от 0.255 для Атамы до 0.826 для Икара) и имеют тесные сближения с планетами внутренней группы.

Классические ньктоновские уравнения движения небесных тел, используемые для вычисления пространственных положений планет, как известно [1], сингулярны в начале координат и в окрестности соударений. При наличии больших эксцентриситетов орбит и тесных сближений с возмущающими телами эти особенности приводят к крайне неравномерному изменению функций правых частей уравнений движения. Численные методы решения дифференциальных уравнений, обычно применяемые в таких задачах, либо реагируют на эти изменения резким дроблением шага, либо не успевают отслеживать эти изменения. Все это приводит к потере точности интегрирования и непроизводительным затратам машинного времени. В то же время существует целый ряд математических методов [1-3], позволяющих полностью или частично устранить особенности уравнений движения.

Поэтому первая цель, которую мы перед собой поставили, состояла в создании математического обеспечения, построенного на уравнениях движения, свободных от пере-

численных особенностей, и выяснении практической эффективности разработанных нами алгоритмов и программ.

Выберем систему координат, связанную с центральным телом и запишем уравнения движения малой планеты в канонической форме

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (I)$$

$x(x_1, x_2, x_3), p(p_1, p_2, p_3)$  — обобщенные координаты и импульсы, гамильтониан системы  $H(t, x, p) = \frac{1}{2} \sum p_i^2 + U$ .

Представим потенциал системы в виде

$$U = -\frac{\kappa^2 M}{r} + R, \quad R = -\kappa^2 \sum m_j \left[ \frac{1}{A_j} - \frac{1}{B_j} (x-x_j) \right].$$

Здесь  $M$  — масса Солнца,  $m_j, x_j$  — массы и радиусы-векторы больших планет.  $r = |x|, A_j = |x_j - x|, B_j = |x_j|, \kappa^2$  — гравитационная постоянная. Для того чтобы устранить сингулярность уравнений (I) относительно центрального радиуса, применим временное преобразование  $dt = r ds$  и преобразование Кустаанхеймо-Штифеля [I], определяемое матрицей

$$L(u) = \begin{pmatrix} u_1 & -u_2 & -u_3 & u_4 \\ u_2 & u_1 & -u_4 & -u_3 \\ u_3 & u_4 & u_1 & u_2 \\ u_4 & -u_3 & u_2 & -u_1 \end{pmatrix}.$$

Используя однородный формализм, запишем связь между старыми и новыми переменными в виде

$$x_0 = u_0 = t, \quad p_0 = W_0,$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 0 \end{pmatrix} = L(u) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2|u|^2} L(u) \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{pmatrix},$$

$$|u|^2 = \sum_{i=1}^4 u_i^2, \quad |W|^2 = \sum_{i=1}^4 W_i^2.$$



Матрица  $\Lambda(u)$  получается отбрасыванием последней строки в матрице  $L(u)$ . В новых переменных система (1) имеет вид

$$\frac{d\omega_k}{ds} = \frac{\partial M}{\partial \omega_k}, \quad \frac{dW_k}{ds} = - \frac{\partial M}{\partial W_k}, \quad (2)$$

$$k = 0, 1, 2, 3, 4,$$

$$M = \frac{1}{2} |W|^2 + W_0 |u|^2 + |u|^2 R(u) - \bar{K}^2 M.$$

При  $k=0$  первое уравнение представляет собой временное преобразование, а второе уравнение — закон изменения энергии. Система уравнений (2) не имеет особенностей в начале координат, кроме того, при  $R=0$  она представляет собой систему уравнений гармонического осциллятора, и ее решение обладает свойством устойчивости в смысле Ляпунова. Однако, эта система по-прежнему сохраняет особенности в окрестности тесных сближений малой планеты с массами  $m_j$ , когда  $\Delta_j \rightarrow 0$  и регуляризацию следует продолжить.

В последнее время предложены две методики регуляризации двойных соударений с помощью преобразования Кустаанхеймо—Штиффеля. Это методика Арсета и Заре [2] и более общая методика Хегги [3]. Следует сказать, что для возмущенной ограниченной задачи трех тел, которая может быть использована в качестве модели движения особой малой планеты в окрестности тесного сближения, обе эти методики совпадают. Перейдем в (I) к некоторой инерциальной системе координат  $(x', \rho')$  и перепишем гамильтониан  $M$  в виде

$$M' = \frac{1}{2} \rho'^2 - \frac{\bar{K}^2 M}{|x' - x_i'|} - \frac{\bar{K}^2 m_j}{|x' - x_j'|} + R,$$

где  $x'$ ,  $x_i'$  и  $x_j'$  — радиусы-векторы малой планеты, Солнца и большой планеты массы  $m_j$ , с которой сближается малая планета.

Следуя [2] или [3], определим преобразование

$$x_i = x' - x_i', \quad i = 1, j.$$

Очевидно, что  $|x_i| = r$ ,  $|x_j| = \Delta_j$ .

Связь между величинами  $\rho'$  и  $\rho$  определяется формулой

$$\rho' = \rho_i + \rho_j,$$

и новый гамильтониан системы имеет вид

$$H = \frac{1}{2}(\rho_1^2 + \rho_2^2) + \rho_1 \rho_2^T - \frac{K^2 M}{\varepsilon} - \frac{K^2 m_j}{\Delta_j} - \dot{x}_i^T \rho_1 - \dot{x}_j^T \rho_2 + R.$$

В результате такого преобразования движение малой планеты будет представлено в виде суммы двух движений относительно Солнца и относительно планеты  $m_j$ , а размерность системы (I) увеличится вдвое.

Применяя теперь к каждой паре координат и импульсов  $(x_i, \rho_1), (x_j, \rho_2)$  преобразование Кустаанхеймо-Штифеля и переходя к новой временной переменной с помощью преобразования

$$dt = \tau \Delta_j d\tilde{t}, \quad (3)$$

получим систему уравнений

$$\frac{d\tilde{w}_{ik}}{d\tilde{t}} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \tilde{w}_{ik}}, \quad \frac{d\tilde{w}_{ik}}{d\tilde{t}} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \tilde{w}_{ik}}, \quad i = 1, j, \quad (4)$$

с гамильтонианом

$$\Gamma = w_0 \tau \Delta_j + \frac{1}{8} (\Delta_j w_1^2 + \tau w_2^2) + \frac{1}{16} w_1^T \Lambda_1 \Lambda_j^T w_2 - \\ - K^2 M \Delta_j - K^2 m_j \tau - \frac{1}{4} \frac{\dot{x}^{*T}}{M + m_j} (M \tau \Delta_j \Lambda_j^T w_2 - m_j \Delta_j \Lambda_1^T w_1) + \tau \Delta_j R.$$

Здесь  $x^* = x_j^* - x_i^*$  - радиус-вектор планеты  $m_j$  относительно Солнца  $u_{i0} = u_{j0} = u_0, w_{i0} = w_{j0} = w_0$ .

Уравнения для  $w$  и  $w_0$  определяют временное преобразование (3) и закон изменения энергии системы. Порядок системы уравнений (4) равен восемнадцати.

В процессе улучшения орбиты планеты помимо пространственных положений ее в заданные моменты времени необходимо иметь значения производных от координат по улучшаемым параметрам для тех же моментов времени. Дифференциальные уравнения для вычисления этих производных могут быть получены из уравнений движения методом Мультона [4]. Общий порядок интегрируемой системы для гамильтоновских уравнений будет равен 42, для уравнений с центральной регуляризацией - 64, для двойной регуляризации - 72. Эффективность применения регуляризованных систем уравнений в задачах исследования движения особых малых пла-

нет была нами проверена на примере улучшения орбиты планеты Икар. За период наблюдения Икар имеет тесные сближения с двумя большими планетами Венерой и Землей. Наиболее тесное сближение Икара с Землей составляет 0.042 а.е. В качестве начальной системы параметров Икара были взяты элементы, полученные Шапиро и др. [5]. Из 706 имеющихся в нашем распоряжении наблюдений были выбраны 496, участвовавших в получении исходной системы элементов. Радиусы зон сближения определялись на основе изменения кеплеровской энергии и были приняты для Земли  $R_1 = 0.25a.e.$  и для Венеры  $R_2 = 0.17a.e.$  В процессе интегрирования учитывались возмущения от девяти планет, возмущения от сжатия Солнца и релятивистский эффект в движении Икара. Для вычисления координат и скоростей больших планет использовались параметры движения и массы планет, данные Остервинтером и др. [6]. Интегрирование выполнялось методом Эверхарта [7], по программе, адаптированной для БЭСМ-6 С.В.Тарасевичем [8].

Вычисление пространственных положений и улучшение орбиты Икара с использованием трех различных форм записи уравнений движения показало (таблица 2), что одинаковую точность можно достичь любым из трех способов. При этом на решение регуляризированной системы уравнений затрачивается почти в пять раз меньше машинного времени, хотя порядок интегрируемой системы в 1.5 раза больше. Использование двойной регуляризации не дает здесь заметных преимуществ по сравнению с центральной регуляризацией. Это объясняется кратковременностью работы алгоритмов, основанных на дважды регуляризованных уравнениях движения, поскольку эти алгоритмы используются только непосредственно в зоне сближения с третьим телом, когда  $\Delta_j < R_j$ , где  $R_j$  - радиус зо-

ны сближения.

Таблица 2

Сопоставление трех методов вычисления

Вид уравн.	Порядок системы	Число шагов	Время решения на ЭВМ БЭСМ-6	Ср. кв. ош. един. веса до улучшения	Ср. кв. ош. един. веса после улучшения
(1)	42	7160	4 <sup>h</sup> 58 <sup>m</sup>	1.60	1.32
(2)	64	2190	1 06	1.51	1.81
(4)	72	1914	59	1.49	1.31

применение алгоритмов, построенных на дважды регуляризованных системах уравнений, должно быть эффективным в задачах исследования эволюции орбит особых малых планет, когда временные интервалы велики и количество тесных сближений возрастает.

Разработанные алгоритмы и программы применяются в настоящее время к построению численных теорий движения особых малых планет. Результаты предварительного улучшения орбит трех планет: Географ, Бетулия и Торо-приведены в таблице.

Таблица 3

Предварительное улучшение орбит

Название планеты	Ср. кв. ош. един. веса до улучш.	Ср. кв. ош. един. веса после улучш.
Географ	4.85	1.44
Бетулия	5.64	4.92
Торо	8.95	5.49

### Л и т е р а т у р а

1. Штифель Е., Шейфеле Г. Линейная и регулярная небесная механика М., Наука, 1975
2. Aarseth S.J., Zare K.-Celest.mech. 1974, 10, 185-205.
3. Heggie D.C.-Celest.mech. 1974, 10, 217-241.
4. Herget P.-Astron.I. 1968, 73, 737-742.
5. Shapiro I.I., Smith W.B., Ash M.E., Herrik S.-Astron.I. 1971, 76, 588-606.
6. Oesterwinter C., Cohen C.J.-Celest.mech. 1972, 5, 317-395.
7. Everhart E.-Celest.mech. 1974, 10, 35-55.
8. Тарасевич С.В. Алгоритмы небесной механики. Л., ИТА АН СССР, 1975.

### Р е з ю м е

Т.В.Бордовицина

В.А.Мефер

Б.Т.Харин

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ОСОБЫХ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Исследована эффективность применения  $KS$ -преобразований при численном интегрировании уравнений движения особых малых планет. Приведены результаты предварительного улучшения орбит Геограда, Бетулии и Торо.

K o p s a v i l k u m s

T. B. Bordovicina

V. A. Šefer

B. T. Harin

ĪPATNĒJO MAZO PLANĒTU KUSTĪBU PĒTĪJUMI

Darbā pētīta KS - transformācijas pielietošanas efektivitāte īpatnējo mazo planētu kustības vienādojumu skaitliskā integrēšanā. Sniegti mazo planētu Geographas, Betulia un Toro orbītu uzlabošanas rezultāti.

S u m m a r y

T. V. Bordovitsyna

V. A. Shefer

B. T. Harin

THE INVESTIGATION OF THE MOTION  
OF SOME SPECIAL ASTEROIDS

The efficiency of the application of KS-transformations for the numerical integration of equations of the motion of special minor planets has been investigated. Results of preliminary differential corrections of orbits of Geographas, Betulia and Toro have been given.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981.

УДК 523.442

М. А. Диригис  
(АО ЛГУ им. П. Стучки)

О ДВИЖЕНИИ МАЛЫХ ПЛАНЕТ  
ВБЛИЗИ ЛЮКОВ КИРКВУДА

Кольцо малых планет — сложное образование. Известно, что распределение малых планет по среднему суточному движению, т.е. по большим полуосям их орбит, не равномерное. Кольцо малых планет содержит сгущения и люки. Отчетливо заметны люки, соответствующие соотношениям  $2/1$ ,  $3/1$ ,  $5/2$ ,  $7/3$  с Юпитером, а также другие. Большинство люков открыты еще в 60-е годы 19 столетия американским астрономом Даниелом Кирквудом (1814 — 1895). С тех пор проблема происхождения люков находится в центре внимания многих исследователей астероидов. Однако все объяснения сталкиваются с трудностями, — проблема люков остается открытой [6].

В последние годы было много интересных исследований движения малых планет вблизи точных соотношений  $[1, 2, 3, 4, 5, 8, 10 - 13]$ . В результате всех этих исследований начинают постепенно выясняться некоторые закономерности движения малых планет вблизи люков Кирквуда. Например, в ряде работ отмечается вековое увеличение эксцентриситета орбиты малой планеты. Но пока не ясен механизм образования самих минимумов распределения астероидов, т.е. люков. Ряд авторов [6, 8, 10] отмечают устойчивость либрационных движений астероидов вблизи соотношений, но тогда немалым остается вопрос, почему среди реальных астероидов так мало "либраторов".

Некоторые результаты наших исследований о движении малых планет вблизи соизмеримости 2/1 описаны в [3]. В настоящей статье рассмотрим сходства и отличия свойств движения малых планет вблизи люков, соответствующих соизмеримостям 2/1, 5/2 и 3/1.

В таблице I приведены значения среднего суточного движения  $\mu$  и большой полуоси  $a$ , соответствующие точным значениям соизмеримостей 2/1, 5/2 и 3/1. Здесь же даны средние значения наклона  $\bar{i}$  и угла эксцентриситета  $\bar{\varphi}$  для реальных нумерованных малых планет, находящихся вблизи соответствующих соизмеримостей. Их орбитальные элементы брались из сборника "Эфемериды малых планет" [7], около 30 планет вблизи каждого из люков.

Таблица I

Соизме- римость	$\mu$	$a$	$\bar{i}$	$\bar{\varphi}$
2/1	598".26	3.28	16°.6	7°.1
5/2	747.82	2.82	8.6	7.4
3/1	897.38	2.50	8.9	9.3
Все нумерованные астероиды			9.4	8.7

Из таблицы видно, что вблизи соизмеримости 2/1 планетные орбиты имеют значительно больший наклон и несколько меньшее значение эксцентриситета, чем средние значения для всех астероидов. Однако у остальных соизмеримостей это не имеет места, — средние значения этих элементов в пределах естественного разброса соответствуют средним значениям их для всех астероидов.

Как и в работе [3], для анализа характера движения вблизи люков нами были взяты семейства фиктивных малых планет со средними суточными движениями, точно соответствующими значениям соизмеримостей. Возмущения учитывались от Юпитера и Сатурна, приближенные координаты которых вычислялись [3]. Численное интегрирование уравнений



движения малой планеты велось в элементах на период около 1100 лет вперед и назад. Все вычисления проводились на ЭВМ ЕС - 1022.

Наиболее интересным является лок около соизмеримости  $2/1$ , особенно из-за сравнительной близости к Юпитеру. Р. Гиффен [9] предположил, что в состоянии устойчивой либрации находятся лишь астероиды с  $e \geq 0,3^\circ$  (т.е.  $\varphi \geq 17^\circ$ ). Однако Ф. Франклин и др. в обширной работе [8], посвященной специально локу  $2/1$ , показывает, что либрация возможна при гораздо меньших значениях  $e$ . На рисунке 1 показаны изменения  $\mu$  и  $\varphi$  во времени для одного случая при  $\varphi_0 = 8^\circ$ , т.е.  $e = 0,14$ . Это характерная картина для устойчивого либрационного движения. Около локов  $5/2$  и  $3/1$  во всех случаях при  $\varphi_0 = 8^\circ$  либрация действительно не наблюдается. Только при значениях  $\varphi_0$  заметно больших чем  $8^\circ$  либрация происходит. Пока мы не можем указать границу, при каких именно значениях  $\varphi$  астероид начинает превращаться в "либратора". Но если либрация есть, то характер движения астероида вблизи рассматриваемых локов  $5/2$  и  $3/1$  весьма напоминает картину вблизи лока  $2/1$ , только амплитуды изменения элементов  $e$  и  $\mu$  здесь значительно меньше, чем вблизи лока  $2/1$ . Для иллюстрации показаны два случая вблизи соизмеримости  $3/1$  - рис. 2 /либрации нет/ и рис. 3 /либрация есть/.

В зависимости от выбора элементов орбиты астероида сближения его с Юпитером могут быть более или менее тесными. Следовательно, и амплитуды изменения элементов вследствие возмущений могут быть больше или меньше. В таблице 2 приводим полученные минимальные и максимальные амплитуды средних изменений элементов  $\varphi$  и  $\mu$  и периоды их изменений. Видно, что в случаях соизмеримостей  $5/2$  и  $3/1$  при  $\varphi_0 = 8^\circ$  период изменения элементов более 2000 лет, либрационные движения не имеют места, а сами изменения элементов весьма малы, сравнимы с изменениями элементов вне областей соизмеримости.

Наибольшие возмущения элементов получаются вблизи лока  $2/1$ , наименьшие - вблизи лока  $5/2$ . Возмущения элементов в локах и их ближайших окрестностях значительно превосходят

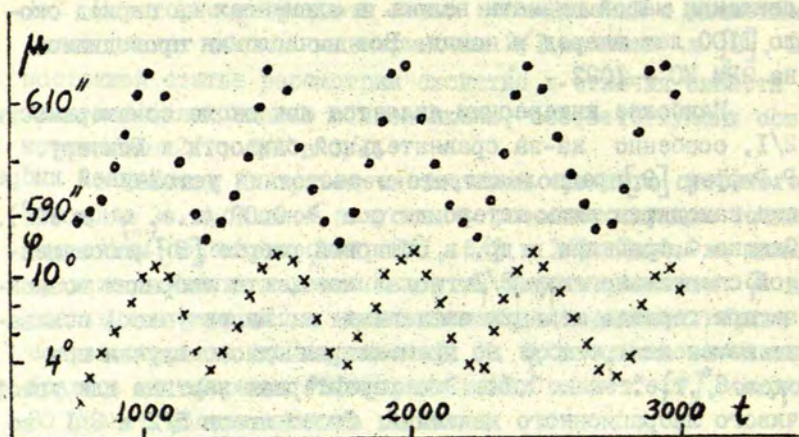


Рис. 1.

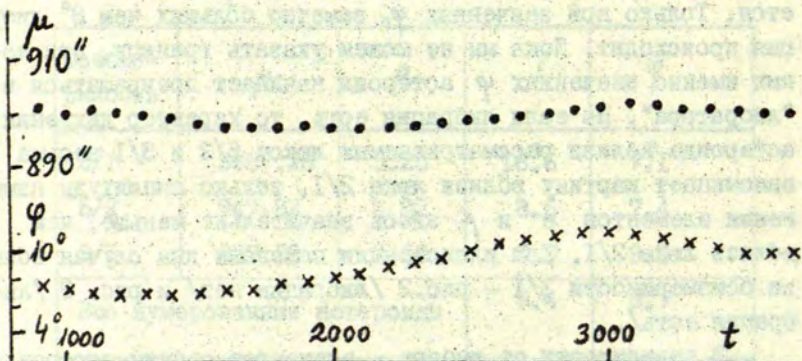


Рис. 2.

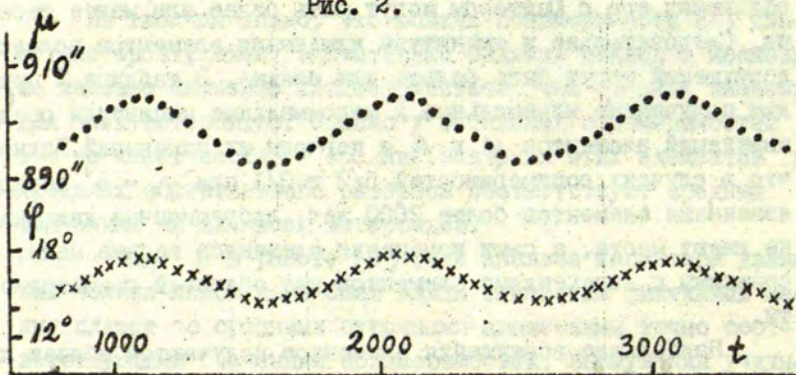


Рис. 3.

возмущения элементов на больших расстояниях от люков. Это наглядно показано на примере люка 3/1 в работе А.Н.Симоненко, Л.М.Шербаума и В.Г.Кручиненко [11] (фиг. 7 на с. 339). Такие же свойства движения астероидов заметны вблизи остальных люков.

Таблица 2

Соизмеримость	$\varphi$	Средний период изменения элементов $\bar{P}$ (в годах)	$\overline{\Delta\varphi}$	$\overline{\Delta\mu}$
2/1	8°	468 - 706	2.0 - 5.0	8".5 - 16".3
	16	350 - 361	1.0 - 3.6	10.7 - 25.7
	24	263 - 341	0,9 - 3.1	11.5 - 11.5
5/2	8	> 2000	0.4	0.8
	16	712 - 1003	0,7 - 1.1	3.4 - 5.4
	24	385 - 451	0,8 - 1.3	6.6 - 10.4
3/1	8	> 2000	1.0 - 1.9	1".5 - 2".2
	16	502 - 1532	1.4 - 2.6	6.1 - 9.7
	24	574 - 889	1.4 - 2.4	10.1 - 16.1

Из таблицы 2 можно видеть, что некоторые свойства движения астероидов являются общими для всех трех рассмотренных люков, например, что при увеличении эксцентриситета средняя амплитуда изменения среднего суточного движения  $\overline{\Delta\mu}$  увеличивается, а средний период изменения элементов  $\bar{P}$  (т.е. период либрации) уменьшается.

В результате анализа хода изменения элементов можно заметить еще некоторые закономерности. Во-первых, ни в одном из рассмотренных случаев малая планета не покидает области соизмеримости, по крайней мере, в пределах исследованного нами промежутка времени. Во-вторых, если принять полуширину люка равной около 5", то в среднем получается,

что планета находится в пределах люка только около  $1/8$  всего времени. В случаях меньших эксцентриситетов, где преобладают сложные движения с сравнительно длительным удалением планеты от ближайшей окрестности соизмеримости, эта часть времени еще меньше.

Несмотря на заманчивость поиска причины происхождения люков Кирквуда в только что указанном обстоятельстве, ряд авторов [13, 14 и др.] отвергают такое объяснение. Действительно, из нумерованных астероидов определено известно только 3 либратора в люке  $2/1$  (1362, 1921, 1922), только 2-в люке  $3/1$  (887 и 1915) и т.д., все же остальные находящиеся вблизи люков реальные астероиды никогда не пересекают точную соизмеримость.

Однако надо учесть, что исследования подобного рода не достаточны для получения истинной картины эволюции движений в космогонические периоды времени. Время интегрирования  $10^3$  и даже  $10^5$  лет очень мало по сравнению с возрастом Солнечной системы - около  $10^9$  лет. Следовательно, приходится признать, что проблема происхождения люков Кирквуда - одна из нерешенных проблем Солнечной системы.

### Л и т е р а т у р а

1. Герасимов И.А. О движении астероидов типа Гекубы.-Вестник МГУ, Сер. физ.,астрон., 1975, № 6, 749 - 751.
2. Герасимов И.А. О движении астероидов типа Гекубы.-Вестник МГУ, Сер. физ., астрон., 1976, № 5, 569 - 572.
3. Дирикис М.А. О некоторых особенностях движения малых планет вблизи соизмеримости  $2/1$  с Юпитером. - В кн.: Численные эксперименты в небесной механике и астрометрии. Рига, 1978, 3 - 10.
4. Ипатов С.И. Эволюция резонансных астероидных орбит в плоской задаче трех тел: Солнце - Юпитер - астероид. Препринт Инст. прикл. матем. им. М.В.Келдыша АН СССР. М., 1980.

5. Симоненко А.Н. О ширине ложа Кирквуда 1:3.-Письма в АЖ. 1979, 5, № 12, 674 - 676.
6. Чеботарев Г.А. Структура кольца малых планет.-В кн.: Малые планеты /Под ред. Н.С.Самойловой-Яхонтовой. М.,Наука, 1973, 255 - 282.
7. Эфемериды малых планет на 1981 год /Инст.теор.астр. АН СССР. Л.,Наука, 1980.
8. Franklin F.A., Marsden B.G., Williams J.G., Bardwell C.M. Minor Planets and Comets in Libration about the 2 : 1 Resonance with Jupiter. - Astron. J., 1975, 80, 729 - 746.
9. Giffen R. A Study of Commensurable Motion in the Asteroid Belt. - Astron. and Astrophys., 1973, 23, 387 - 403.
10. Kiang T. Kirkwood Gaps and Stability of Conservative Periodic Systems. - Nature, 1978, 273, Nr. 5665, 734 - 736.
11. Simonenko A.N., Sherbaum L.M., Kruchinenko V.G. On the Character of Evolution of Orbits in the Vicinity of the 1 : 3 Kirkwood Gap. - Icarus, 1979, 40, 335 - 340.
12. Scholl H. and Froeschlé C. Asteroidal Motion at the 5/2, 7/3 and 2/1 Resonances. - Astron. and Astrophys., 1975, 42, 457 - 463.
13. Scholl H. Recent Work on the Origin of the Kirkwood Gaps. - Mitt. Astr. Rechen-Inst. Heidelberg, 1979, Serie A, Nr. 122.
14. Schweizer F. Resonant Asteroids in the Kirkwood Gaps and Statistical Explanation of the Gaps. - Astron. J., 1969, 74, Nr. 6, 779 - 788.

Резюме

М.А. Дирикис

О ДВИЖЕНИИ МАЛЫХ ПЛАНЕТ ВБЛИЗИ ЛЮКОВ КИРКВУДА

Исследован характер движений фиктивных астероидов вблизи соизмеримостей  $2/1$ ,  $5/2$  и  $3/1$  с Юпитером в течение 2000 лет при помощи численного интегрирования с учетом возмущений от Юпитера и Сатурна. Наибольшие возмущения элементов астероидов заметны вблизи соизмеримости  $2/1$ , наименьшие - вблизи  $5/2$ . Вблизи соизмеримости  $2/1$  уже при угле эксцентриситета  $\varphi \geq 8^\circ$  заметны либрационные движения астероидов, тогда как вблизи  $5/2$  и  $3/1$  - только при  $\varphi \geq 16^\circ$ .

Таблиц - 2, иллюстр. - 3, библиогр. - 14 названий.

K o r s a v i l k u m s

M. Dirikis

PAR MAZO PLANĒTU KUSTĪBU KIRKVVUDA SPRAGU TUVUMĀ

Pētitas kustību īpašības tādiem asteroīdiem, kuru vidējā dienas kustība attiecas pret Jupitera vidējo dienas kustību kā  $2/1$ ,  $5/2$  un  $3/1$ . Šādu asteroīdu kustība analizēta 2000 gadu laikā, izmantojot kustību diferenciālvienādojumu skaitlisko integrāciju, un ievērojot Jupitera un Saturna izsuktās perturbācijas. Vislielākās asteroīdu elementu perturbācijas izrādījās pie kommensurabilitātes  $2/1$ , vismazākās - pie  $5/2$ . Kommensurabilitātes  $2/1$  tuvumā jau pie ekscentricitātes loka  $\varphi \geq 8^\circ$  rodas librācijas tipa kustības, turpretim pie  $5/2$  un  $3/1$  - tikai pie  $\varphi \geq 16^\circ$ .

Summary

M. Dirlikis

ABOUT ASTEROIDAL MOTION IN THE VICINITY OF  
KIRKWOOD GAPS

The motion of asteroids close to commensurabilities 2/1, 5/2 and 3/1 with Jupiter has been studied by means of numerical integration over an interval of 2000 years, accounting for perturbations from Jupiter and Saturn. The orbital elements of asteroids are submitted to greatest perturbations near the 2/1 gap and to smallest - near the 5/2 one. In the vicinity of 2/1 commensurability, librating motions occur already at eccentricity angles  $\varphi \geq 8^\circ$ ; near the 5/2 and 3/1 commensurabilities, however, only at  $\varphi \geq 16^\circ$ .

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.9

В.А.Абалакин  
(ИТА АН СССР)

НОВАЯ СИСТЕМА АСТРОНОМИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ  
МЕЖДУНАРОДНОГО АСТРОНОМИЧЕСКОГО СОЮЗА (1976, 1979 гг.)

Обширный класс астрономических вычислений связан с редукциями наблюдений Солнца, Луны, планет и звезд, в основу которых положена совокупность параметров, универсальность которых следует из их названия - фундаментальные астрономические постоянные. Эти же параметры входят посредством теорий движения тел Солнечной системы в астрономические эфемериды, так что некоторые астрономические постоянные удовлетворяют теоретическим соотношениям, составляя систему астрономических постоянных [1]. В последние годы роль астрономических постоянных возросла благодаря их решающему значению при проведении космических экспериментов. Таким образом, к системе астрономических постоянных предъявляются требования согласованности и точности всех принятых числовых их значений.

История построения современной системы астрономических постоянных восходит к Международной конференции по фундаментальным звездам, состоявшейся в Париже в 1896 г. Здесь было достигнуто соглашение применять при составлении астрономических ежегодников одни и те же численные значения постоянных, большинство которых было предложено знаменитым Саймоном Ньюкомом.

Несмотря на критические высказывания по поводу недостатков Парижской системы, обнаруженных уже вскоре после ее введения в практику, и предложения де-Ситтера и Клеменса о создании согласованной системы уточненных астро-



номических постоянных деятельность МАС в этом направлении активизировалась лишь в 1963 г., когда была учреждена Рабочая группа для составления проекта новой системы. Главным стимулом этого шага МАС было бурное развитие исследований в области космонавтики.

Генеральная ассамблея МАС в 1964 г. в Гамбурге рекомендовала к применению во всех астрономических работах новую систему, известную как Система астрономических постоянных МАС (1964 г.) [2, 3, 4]. Тем не менее, было ясно, что и новая система вскоре станет объектом пересмотра, так как в нее вошли старые, Ньюкомовы, значения планетных масс и постоянной прецессии.

В течение двенадцати лет велись интенсивные исследования в области Астрометрии, Небесной механики, Геодезии, Геофизики и Астродинамики, на основе результатов которых три Рабочих группы Комиссии 4 МАС по проблемам, связанным с прецессией, планетными теориями, единицами и шкалами времени, учрежденные Генеральной ассамблеей МАС в Брайтоне в 1970 г., подготовили рекомендации по введению новой системы астрономических постоянных, установлению новой стандартной эпохи и равноденствия, процедурам вычисления эфемерид видимых мест звезд и по шкалам времени, используемым в динамической астрономии и при вычислении эфемерид. [5].

Таким образом, на очередной Генеральной ассамблее в Гренобле в 1976 г. новая система астрономических постоянных была утверждена и согласно рекомендациям будет введена в практику, в том числе и в астрономические эфемериды, начиная с выпусков ежегодников на 1984 год.

В новой системе по сравнению с прежней, 1964 г., введены некоторые структурные изменения, отражающие прогресс методов и технических средств астрономии, на пример, появление такого точного астрометрического метода как радиолокация, обеспечивающего непосредственное измерение расстояний до небесных объектов - теперь основной постоянной стала световая астрономическая единица  $T_A$ , прямо связанная с измерением времен запаздывания. Изменены мас-

сы больших планет, введено новое значение общей прецессии в долготе, введена новая стандартная эпоха 2000, Январь I.5

(JD 245 1545.0) обозначаемая как J2000.0 в соответствии с тем, что при вычислении прецессии за единицу времени принято Юлианское столетие вместо переменного, зависящего от планетных теорий тропического столетия. С этой фундаментальной эпохой связано и новое равноденствие - нуль-пункт отсчета прямых восхождений нового фундаментального каталога звездных положений FK 5.

Генеральная ассамблея МАС 1979 г. в Монреале подтвердила численные значения астрономических постоянных, входящих в Систему 1976 г., и приняла новые разложения для вычисления нутации, основанные на упруго-деформируемой осесимметричной модели Земли с жидким ядром, известной как "Модель II" М.С. Молоденского. Эти разложения были рекомендованы Рабочей группой по проблеме "Нутация" Комиссии 4 МАС, учрежденной по решению Симпозиума № 78 МАС, состоявшегося в Киеве в 1977 г. [6], вместо нутационных разложений Буларда [7, 8], полученных на основе абсолютно твердой модели Земли. Новый "Небесный полюс относимости" выбран так, чтобы он не смешался ни с суточным, ни с почти суточным периодом относительно инерциальной, например, звездной, или небесной, системы отсчета или системы координат, неизменно связанной с Землей. Новая теория нутации описывает все движения оси вращения Земли, обусловленные только внешними возмущающими силами, и не включает свободных движений земной оси. Коэффициенты разложений нутации в долготу  $\Delta\psi$  и в наклоне эклиптики  $\Delta\epsilon$  опубликованы в [6, 9]. Фундаментальные аргументы новой теории нутации соответствуют уточненным аргументам  $C$  и  $G'$  лунной теории Брауна.

#### СИСТЕМА АСТРОНОМИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ МАС (1976, 1979)

В качестве единиц измерения приняты единицы Международной системы единиц СИ: единица длины "метр, м", единица массы "килограмм, кг", единица времени "секунда, с". За астрономическую единицу измерения времени выбран временной интервал продолжительностью в одни сутки ( $D$ ),

равные 86 400 с. Интервал в 36 525 суток равен одному Квианскому столетию. За астрономическую единицу массы выбрана масса Солнца  $S$ . В качестве астрономической единицы длины (расстояния) взята такая длина  $A$ , для которой Гауссова постоянная тяготения  $k$  принимает значение, равное 0.017 202 098 95, если за единицы измерения длины, массы и времени приняты астрономические единицы. Размерность  $k^2$  равна размерности постоянной тяготения Ньютона-Кевендиша  $G$ , т.е.  $L^3 M^{-1} T^{-2}$ . Длину  $A$  называют также "единичным расстоянием".

Определяющая постоянная

I. Гауссова постоянная тяготения  $k = 0.017\ 202\ 098\ 95$

Первичные (основные) постоянные

2. Скорость света  $c = 299\ 792\ 458\ \text{м с}^{-1}$

3. Световой промежуток для единичного расстояния  $\tau_A = 499.004\ 782\ \text{с}$

4. Экваториальный радиус Земли  $a_e = 6\ 378\ 140\ \text{м}$

5. Динамический коэффициент фигуры Земли  $J_2 = 0.001\ 082\ 63$

6. Геоцентрическая постоянная тяготения ( $\text{м}^3 \text{с}^{-2}$ )  $GE = 3.986\ 005 \times 10^{14}$

7. Постоянная тяготения Ньютона-Кевендиша  $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$

8. Отношение масс Луны и Земли  $\mu = 0.012\ 300\ 02$

9. Общая прецессия в долготе за Квианское столетие в стандартную эпоху 2000.0  $p = 5029^{\circ}096\ 6$

10. Наклон эклиптики к экватору в стандартную эпоху 2000.0  $\epsilon = 23^{\circ}26'21''.448$

11. Постоянная нутации в стандартную эпоху 2000.0  $N = 9^{\circ}210\ 9$

Производные постоянные

12. Единичное расстояние (м)  $A = 1.495\ 978\ 70 \times 10^{11}$

13. Параллакс Солнца  $\pi_{\odot} = 8^{\circ}794\ 148$

14. Постоянная аберрация для стандартной эпохи 2000.0  $\alpha = 20^{\circ}495\ 52$

15. Сжатие Земли  $\alpha = 0.003 \quad 352 \text{ 81} = 1/298.257$   
 16. Гелиоцентрическая гравитационная постоянная  $GS = 1.327 \text{ 124 } 38 \times 10^{20} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$   
 17. Отношение масс Солнца и Земли  $S/E = 332 \text{ 946.0}$   
 18. Отношение массы Солнца к массе системы Земля+Луна  $(S/E)/(1 + \mu) = 328 \text{ 900.5}$   
 19. Масса Солнца  $S = 1.989 \text{ 1} \times 10^{30} \text{ кг}$

Система планетных масс

20. Отношения массы Солнца к массам планет Солнечной системы

Меркурий	6 023 600	Юпитер	1 047.355
Венера	408 523.5	Сатурн	3 498.5
Земля+Луна	328 900.5	Уран	22 869
Марс	3 098 710	Нептун	19 314
		Плутон	3 000 000

21. Значения масс планет в системе единиц СИ (кг)

Меркурий	$3.3022 \times 10^{23}$	Юпитер	$1.8992 \times 10^{27}$
Венера	$4.8690 \times 10^{24}$	Сатурн	$5.6856 \times 10^{26}$
Земля+Луна	$6.0477 \times 10^{24}$	Уран	$8.6978 \times 10^{25}$
Земля	$5.9742 \times 10^{24}$	Нептун	$1.0299 \times 10^{26}$
Луна	$7.3483 \times 10^{22}$	Плутон	$7 \times 10^{23}$
Марс	$6.4191 \times 10^{23}$		

22. Значения экваториальных радиусов планет в системе единиц СИ (км)

Меркурий	2 439	Юпитер	71 398
Венера	6 052	Сатурн	60 000
Земля	6 378.140	Уран	25 400
Марс	3 397.2	Нептун	24 300
		Плутон	2 500
Луна	1 738	Солнце	696 000

Новым значениям общей прецессии в долготе  $p$  и наклоне  $\epsilon$  эклиптики к экватору соответствуют следующие разложения параметров прецессии Ньюкома в различных редукционных системах [10] :

1. Система подвижного экватора

$$\zeta_0 = (2306''.2181 + 1''.39656 T - 0''.000139 T^2) \tau + (0''.30188 - 0''.000345 T) \tau^2 + 0''.017998 \tau^3,$$

$$z = (2306''.2181 + 1''.39656 T - 0''.000139 T^2) \tau + (1''.09468 + 0''.000066 T) \tau^2 + 0''.018203 \tau^3,$$

$$\Theta = (2004''.3109 - 0''.85330 T - 0''.000217 T^2) \tau - (0''.42665 + 0''.000217 T) \tau^2 - 0''.041833 \tau^3.$$

2. Система подвижного экватора и неподвижной эклиптики

$$\psi = (5038''.7784 + 0''.49263 T - 0''.000124 T^2) \tau - (1''.07259 + 0''.001106 T) \tau^2 - 0''.001147 \tau^3,$$

$$\chi = (10''.5526 - 1''.88263 T + 0''.000096 T^2) \tau - (2''.38064 + 0''.000833 T) \tau^2 - 0''.001125 \tau^3,$$

$$\epsilon' = 23^\circ 26' 21''.448 - 46''.8150 T - 0''.00059 T^2 + 0''.001813 T^3 + (0''.05127 - 0''.009186 T) \tau^2 - 0''.007726 \tau^3,$$

3. Система подвижной эклиптики

$$(\Pi) = 174^\circ 52' 34''.982 + 3289''.4789 T + 0''.60622 T^2 - (869''.8089 + 0''.50491 T) \tau + 0''.03536 \tau^2,$$

$$\Psi = (5029''.0966 + 2''.22226 T - 0''.000042 T^2) \tau + (1''.11113 - 0''.000042 T) \tau^2 - 0''.000006 \tau^3,$$

$$(\kappa) = (47''.0029 - 0''.06603 T + 0''.000598 T^2) \tau - (0''.03302 + 0''.000598 T) \tau^2 + 0''.000060 \tau^3.$$

В приведенных разложениях символами  $T$  и  $\tau$  обозначены интервалы времени между стандартной эпохой  $J2000.0$  и некоторой фиксированной эпохой, например,  $1950.0$ , и между рассматриваемым моментом  $JD(t)$  и этой фиксированной эпохой  $t_0$ , соответственно, выраженные в Юлианских столетиях, так что

$$T = \frac{JD(t) - 2451545.0}{36525}, \quad \tau = \frac{JD(t) - JD(t_0)}{36525}.$$

### Л и т е р а т у р а

1. Идельсон Н.И. Фундаментальные постоянные астрономии и геодезии. - Астрономический ежегодник СССР на 1942 год, М. - Л., 1941.
2. Абалакин В.К., Фурсенко М.А. Новая система астрономических постоянных МАС 1964 г. - Бюлл. ИТА АН СССР, 1968, т. II, № 8.
3. Куликов К.А. Новая система астрономических постоянных. М., Наука, 1969.
4. Фундаментальные постоянные астрономии / Под ред. В.В. Подобед. М., Мир, 1970.
5. Абалакин В.К. Перспективы развития эфемеридной астрономии. - Труды ИТА АН СССР, 1976, 15.
6. Kinoshita H., Nakajima K., Kubo Y., Nakagawa I., Sasao T., Yokoama K. Note on Mutation in Ephemerides. - Publ. Int. Latitude Obs. Mizusawa, 1979, 12, 2.
7. Булард Э.В. Теория вращения Земли вокруг центра масс. М., Физматгиз, 1963.
8. Kinoshita H. Theory of Rotation of the Rigid Earth. - Smithsonian Center Astrophys. Prepr. Series No. 443, 1975.
9. Абалакин В.К. Система фундаментальных астрономических постоянных Международного астрономического союза (1976, 1979 гг.). - Астрон. ж. 1981. т. 58, № 2.
10. Liesk J.H., Lederle T., Fricke W., Morando B. Expressions for the Precessional Quantities Based upon the I.A.U. (1976) System of Astronomical Constants. - Astron. Astrophys., 1977, 58

Резюме

В.К.Абалакин

НОВАЯ СИСТЕМА АСТРОНОМИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ МАС  
(1976, 1979 гг.)

Приводятся числовые значения постоянных, включенных в Систему астрономических постоянных МАС (1976, 1979 гг.), принятую на XVI и XVII Генеральных ассамблеях МАС.

K o r v a v i l k u m s

V. K. Abalakis

STARPTAUTISKĀS ASTRONOMIJAS SAVIENĪBAS  
JAUNĀ ASTRONOMISKO KONSTANŠU SISTĒMA (1976., 1979.g.)

Darbē kritiski novērtētas astronomisko konstanšu skaitliskās vērtības, kas pieņemtas XVI (1976.g.) un XVII (1979.g.) Starptautiskās astronomijas savienības Ģenerālajā asamblejā.

S u m m a r y

V. K. Abalakin

THE NEW I. A. U. (1976, 1979) SYSTEM OF ASTRONOMICAL  
CONSTANTS

The numerical values of constants are given included into the new I. A. U. System of Astronomical Constants as endorsed and adopted by the XVIth and XVIIth General Assemblies of the International Astronomical Union.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

С. Д. Шапорев

УДК 519.25:522.98

(Ленинградский механический  
институт)

НОВЫЙ КРИТЕРИЙ ОТБОРА ГРУБЫХ ОШИБОК В АСТРОНО-  
МИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЯХ

При улучшении орбит астрономических объектов по некоторой совокупности наблюдений исключительную важность приобретает вопрос о распределении ошибок наблюдений. В подавляющем большинстве случаев на практике при улучшении орбит в настоящее время предполагается, что закон распределения ошибок нормальный. Применяемый для решения системы условных уравнений метод наименьших квадратов для своей оптимальности также требует предположения о нормальности исходного закона распределения ошибок.

Однако ещё Джеффрисом [1,2] было показано, что ошибки астрономических определений лучше всего аппроксимируются кривой Пирсона типа  $U_1$  и что нормальный закон вообще не применим к их распределению. Проведённые в последнее время исследования разных авторов [3-5] подтверждают это экспериментально. Так как в процессе улучшения при составлении системы условных уравнений исследователь имеет дело не с ошибками астрономических наблюдений в чистом



виде, а с 0-С, которые, кроме названных, содержат ещё систематические ошибки и ошибки принятой математической модели, то исходное предположение о нормальности тем более неоправданно. Ясно, что, допуская это предположение, исследователь не получает эффективного метода отбраковки выделяющихся наблюдений. Применяемый на практике критерий отбраковки Грэмбса-Смирнова [6,7] неоптимален в силу исходных предположений, то же можно сказать и о грубом, однако достаточно широко применяемом критерии трёх сигм. До сих пор процесс отбраковки выделяющихся наблюдений во многом зависит от опыта, интуиции и других субъективных оценок исследователя.

На наш взгляд, возможен другой подход к определению и отбраковке грубых ошибок. Не следует задаваться какими-либо предположениями о типе закона распределения всей совокупности ошибок наблюдений, достаточно рассмотреть сам процесс возникновения ошибочных астрономических определений и на этой основе попытаться определить закон распределения именно грубых ошибок.

Пусть имеется  $N$  наблюдений и  $m$  из них содержат грубую ошибку. Тогда моменты времени этих  $m$  ошибочных наблюдений представляют собой совершенно случайную последовательность, то есть являются стационарным пуассоновским процессом. Действительно, процесс возникновения ошибочных определений удовлетворяет всем основным свойствам пуассоновского процесса [8,9] :

1. Вероятность одновременного появления двух или более ошибок пренебрежимо мала.

2. Вероятность наступления ошибки в интервале  $[t, t+\Delta t]$  не зависит от того, что произошло до момента  $t$ , в .

частности, она не зависит от времени возникновения предыдущей ошибки.

3. Вероятностная интенсивность возникновения грубых ошибок не изменяется со временем.

Таким образом, можно ожидать, что с известным приближением независимо от типа исходного распределения 0-С совокупность моментов времён ошибочных наблюдений, выделяемая из этого распределения, должна удовлетворять всем признакам пуассоновского процесса, а не только вышеуказанным главным из них. Пуассоновский процесс — понятие математическое, вряд ли существуют явления, в точности с ним согласующиеся. Степень согласия можно установить лишь практически. Нами показано, что последовательность моментов времён ошибочных наблюдений практически очень хорошо удовлетворяет математической модели пуассоновского процесса.

### Метод построения алгоритма критерия

Практическое использование описанного способа основано на свойстве структуры пуассоновского процесса при фиксированном числе событий в данном интервале. Это свойство заключается в следующем: при фиксированном числе  $n$  событий пуассоновского процесса независимо и равномерно распределены по рассматриваемому периоду наблюдений.

Действительно, условная плотность распределения того, что при  $n$  событиях эти события произойдут в моменты  $t_1, t_2, \dots, t_n$  равна  $n! / t_0^n$ , где  $0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq t_0$ . Она получается делением плотности вероятности наступления  $n$  событий в моменты  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$  на интервале  $[0, t_0]$  равной  $\lambda^n e^{-\lambda t_0}$  на вероятность наступления

$n$  событий, то есть на  $(\lambda t_0)^n e^{-\lambda t_0} / n!$ , где  $\lambda$  - вероятностная интенсивность пуассоновского процесса. Рассматривая теперь  $n$  независимых равномерно распределённых на интервале  $[0, t_0]$  случайных величин  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , замечаем, что их совместная плотность распределения равна  $1/t_0^n$ , а плотность распределения вариационного ряда, составленного из этих величин, как функция от аргументов  $t_1, t_2, \dots, t_n$  равна  $n!/t_0^n$ . Это и доказывает названное свойство.

Алгоритм критерия отбраковки ошибочных наблюдений построен следующим образом. За интервал наблюдений принимается врем., прошедшее между первым и последним предположительно ошибочным наблюдением. Из всей совокупности  $n$  0-С, имеющих в распоряжении у исследователя, выбирается  $m$  наблюдений, которые предположительно могут содержать грубую ошибку. Как выбирать эти  $m$  наблюдений, особой роли не играет. Можно, например, включать в число предположительно ошибочных лишь те 0-С, которые превосходят некоторую заранее выбранную величину, можно даже включать в их число все  $n$  имеющих 0-С. Затем моменты времён выбранных таким образом предположительно ошибочных наблюдений проверяются на соответствие равномерному распределению в принятом интервале. Задаётся определённый уровень значимости и конструируется статистическая гипотеза. Соответствие равномерному распределению проверяется с помощью известного критерия Колмогорова [10]. Метод построения статистики Колмогорова аналогичен описанному в работе [5] с одним отличием. Поскольку количество грубо ошибочных наблюдений по сравнению с их общим числом на практике всегда мало, то функция Колмогорова

$$K_m \left\{ \mathcal{D}_m \leq \frac{c}{m} \right\} = 1 - \Phi_m \left\{ \mathcal{D}_m \leq \frac{c}{m} \right\}$$

где  $m$  - количество ошибочных наблюдений,

$$\mathcal{D}_m = \max | \tilde{F}_m(x) - F(x) |$$

статистика Колмогорова, ищется не по асимптотическим, а по рекуррентным формулам [II-13] :

$$\Phi_m \left\{ \mathcal{D}_m \leq \frac{c}{m} \right\} = \frac{m!}{m^m} \exp(m) R_{0,m}(c),$$

где для всех целых чисел  $l$ , всех неотрицательных целых чисел  $k$  и  $c = 1, 2, \dots, m$  функции  $R_{l,k}(c)$  определяются равенствами

$$R_{0,0}(c) = 1, \quad R_{l,0}(c) = 0 \quad \text{при } l \neq 0$$

$$R_{l,k}(c) = 0 \quad \text{при } |l| \geq c$$

$$R_{l,k+1}(c) = \exp(-1) \sum_{s=0}^{2l-1} \frac{1}{s!} R_{l+1-s,k}(c).$$

Если вероятность соответствия равномерному распределению  $m$  выбранных предположительно ошибочных наблюдений меньше заданного уровня значимости, то из их числа исключается наименьшее по 0-С наблюдение и повторяется проверка на соответствие равномерному распределению уже  $m-1$  оставшихся моментов времени. Процесс идёт до тех пор, пока не будет достигнут заданный уровень значимости.

### Пример отбраковки грубых ошибок

Для практической реализации предлагаемого критерия была составлена вычислительная программа для ЭВМ БЭСМ-6. Программа включает 18 подпрограмм на дубненской версии языка ФОРТРАН, реализующие различные части описанного про-

цесса. В качестве иллюстрации работы программы в таблице I приводятся результаты отбраковки грубых ошибок в наблюдениях короткопериодической кометы Швассмана-Вахмана 3 (1930 VI) [14].

Комета наблюдалась 259 раз с 27 апреля по 24 августа 1930 г. Ввиду громоздкости общей таблицы 0-С ниже приводятся лишь те из них, которые больше  $10''$  по абсолютной величине. Звездочкой отмечены выделенные программой грубые ошибки.

Таблица I

Момент наблюдений (Е.Т.)	0-С		Момент наблюдений (Е.Т.)	0-С	
	по $\alpha$	по $\delta$		по $\alpha$	по $\delta$
май			май		
1. 3.85605	+ 10*6	- 1*6	13. 29.67683	+15*0	+ 2*6
2. 3.97302	+ 16.9*	- 4.7	14. 30.72682	-14.6	+ 16.1
3. 4.14768	- 44.4*	- 2.0	15. 30.97689	+28.3*	- 1.1
4. 7.09039	- 13.9	+ 4.1	16. 30.99814	-34.6*	+ 2.1
5. 7.83277	- 23.8*	-105.2*	17. 31.99446	-12.8	+ 12.1
6. 8.76387	+132.3*	- 44.3*	июнь		
7. 10.85530	- 40.2*	- 6.5	18. 2.75176	+16.4*	- 0.1
8. 15.88989	- 10.8	+109.7*	19. 3.73316	-11.7	+ 5.1
9. 15.92562	+ 11.9	+ 0.0	20. 5.13144	+51.1*	+1426.0
10. 17.93839	+239.9*	+103.7*	21. 8.19028	-29.1*	+ 20.3
11. 24.52777	-24.4*	+ 1.3	22. 26.25265	+10.2	+ 14.3
12. 25.18789	- 17.3*	-217.8*	23. 26.31223	+11.0	+ 13.1

Уровень значимости принимался равным 0.9. Видно, что программа не выделяет наблюдения, имеющие казалось бы довольно значительные - до  $20''$  0-С, которые при обработке до сих пор применявшимися методами были бы безусловно от-

брошены. Согласно последним исследованиям автора все эти наблюдения выполнены на обсерваториях, определения которых отягощены заметными систематическими ошибками. Способы исключения такого рода ошибок в настоящее время рассматриваются автором и будут реализованы на ЭВМ.

### Л и т е р а т у р а

1. Jeffereys H. - M.N.Roy. Astr. Soc. , 1939, v.99, p.8.
2. Jeffereys H. Theory of Probability. Sec. ed., Oxford, 1939, p. 1-380.
3. Джунь И.В. О функции распределения ошибок широтных наблюдений.- Астрометрия и астрофизика ,1970, т.10, с.5-10.
4. Харин А.С., Яцкив Я.С. Изучение ошибок наблюдений Голосеевского каталога звёзд широтных программ. - Астрометрия и астрофизика ,1970, т.10, с.34-44.
5. Шапорев С.Д. Применение некоторых статистических методов анализа однородности результатов астрономических наблюдений.- Бюлл. ИТА , 1981, т.15, №2 (165).
6. Grubbs F. Sample criteria for testing outlying observations.- Ann.Math.Statistics , 1950, v.21, N 1, p. 27-58.
7. Шор Я.Б., Бендерский А.М. Методы оценки аномальности результатов измерений, М., 1953.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей, М., 1964, с.106-115.
9. Кокс Д., Льюис П. Статистический анализ последовательностей событий, М., 1969, с.26-47.
10. Статистические методы обработки эмпирических данных / Рекомендации. М., 1978, с.3-46.

11. Burnbaum Z.W. Numerical tabulation of the distribution of Kolmogorov's statistic for finite sample size. - J. of the Amer. Stat.Ass. , 1952, v.47, p. 425-441.
12. Оуэн Д.Б. Сборник статистических таблиц. М., 1973, с.426-430.
13. Романовский В.И. Математическая статистика. Книга II. Ташкент, 1963, с.659-680.
14. Беляев Н.А., Шапорев С.Д. Периодическая комета Швасмана-Вахмана 3 (1930 VI). - Проблемы космической физики , 1975, вып.10, с.9-16.

### Р е з ю м е

С.Д. Шапорев

#### НОВЫЙ КРИТЕРИЙ ОТБОРА ГРУБЫХ ОШИБОК В АСТРОНОМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЯХ

Предложен новый критерий отбора грубых ошибок, не зависящий от вида распределения ошибок астрономических наблюдений и основанный на свойстве моментов времён ошибочных наблюдений следовать стационарному пуассоновскому процессу. Составлена вычислительная программа, реализующая предложенный критерий. Приведён пример обработки наблюдений короткопериодической кометы Швасмана-Вахмана 3 (1930 VI).

Таблиц - I; библиогр. - I4 назв.

K o p s a v i l k u m s

S. D. Šaporevs

ASTRONOMISKO NOVĒROJUMU RUPJU KĻŪDU

NOVĒRTĒŠANAS JAUNS KRITĒRIJS

Darbā ieteikts rupju novērojumu kļūdu atlasē kritērijs, neatkarīgs no kļūdu sadalījuma veida. Sniegts piemērs novērojumu apstrādei īsperioda Švassmana-Vahmana 3 (1930 VI) komētai.

S u m m a r y

S. Shaporev

A NEW CRITERION FOR ROUGH ERRORS SELECTION IN

ASTRONOMICAL OBSERVATIONS

A new criterion has been proposed for rough errors selection which does not depend on the form of the error distribution in astronomical observations and is based on the property of the times of erroneous observations to follow the stationary Poisson processes. A computation program has been compiled to realize the proposed criterion. An example of observation treatment is given for P/Schwassmann-Wachmann 3 (1930 VI).



ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 52-14

А. С. Харин  
(ГАО АН УССР)

ВОПРОСЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПОЗИЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ  
БОЛЬШИХ ПЛАНЕТ СРЕДСТВАМИ АСТРОМЕТРИИ

15-я астрометрическая конференция СССР поставила перед советскими астрометристами задачу: вести наблюдения Солнца и больших планет средствами меридианной и фотографической астрометрии, обращая особое внимание на дневные наблюдения Солнца, Меркурия, Венеры и ночные - Марса. За истекший период на обсерваториях Советского Союза было получено значительное количество новых меридианных и фотографических наблюдений этих объектов. В табл. I приведена сводка этих наблюдений с 1960 по 1976 гг. на 13 меридианных и 5 фотографических инструментах обсерваторий Советского Союза.

В этот же период, по опубликованным данным, на меридианных кругах в Вашингтоне (до 1971 г.), Гринвиче (до 1973 г.) и Токио (до 1977 г.) было получено более 12 тыс. наблюдений по двум координатам. С той же целью, начиная с 1961 г., в Париже и иных обсерваториях во Франции, Испании и Алжире велись наблюдения Марса, Юпитера и Сатурна по методу равных высот с астролябиями. Был также получен достаточно обширный наблюдательный материал.

Небольшие ряды наблюдений Марса, Юпитера и Сатурна были получены на фотоэлектрических меридианных инструментах в Церте [1], где была достигнута самая высокая точность

наблюдений, и в Николаеве [2,3], где показана принципиальная возможность проведения таких наблюдений на фотоэлектрических пассажных инструментах службы времени.

Таблица I

Объект	Инструменты			
	Меридианные		Фотографические	
	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$
Солнце	3958	2840	-	-
Меркурий	786	462	-	-
Венера	3050	2325	466	466
Марс	653	792	777	777
Юпитер	398	513	227	227
Сатурн	385	431	253	253
Всего по $\alpha$ и $\delta$	16505		3446	

Кроме того, начиная с 1977 г., в Советском Союзе ведутся экспериментальные определения экваториальных координат Меркурия на радиотелескопе апертурного синтеза РАТАН-600 обсерватории САО [4]. Наблюдения в радиодиапазоне не показали высокой точности, однако они заслуживают внимания в связи с тем, что могут производиться круглосуточно и на гораздо меньших угловых расстояниях от Солнца, чем оптические визуальные наблюдения.

Таким образом, со времени начала массовых позиционных наблюдений тел Солнечной системы получен обширный наблюдательный материал и накоплен богатый методический опыт, изучение которого может внести существенные коррективы в существующую программу наблюдений тел Солнечной системы.

Здесь мы не касаемся программы радарных наблюдений больших планет, однако, совершенно очевидно, что их эффективность так же, как и оптических, должна зависеть от регулярности и равномерности распределения по орбитам Земли и наблюдаемой планеты.

Меридианные наблюдения в рассматриваемый период велись в основном по традиционной методике. Их точность в дневное и ночное время может быть оценена пределами случайных ошибок, приведенных в табл.2, где аналогичные величины приведены и для других рассмотренных здесь методов. Систематические отклонения отдельных рядов меридианных наблюдений, рассматриваемые по сезонам или по каким-либо другим зависимостям, находятся приблизительно в таких же пределах, как и пределы случайных ошибок.

Таблица 2

Метод наблюдений	наблюдавшиеся объекты	Диапазоны ошибок	
		дневных	ночных
Меридианный (визуальный и фотоэлектрический)	Солнце, Меркурий, Венера, Марс, Юпитер, Сатурн	0".5-1".5	0".3-0".8
Фотографический	Венера, Марс, Юпитер, Сатурн	-	0.3-0.5
Равных высот (астролябий)	Марс, Юпитер, Сатурн	-	0.3-1.0
Радиоастрономический (РАТАН-600)	Меркурий	0.3-1.0	-

В то же время применение фотографического метода потребовало значительных усилий для решения проблем, связанных с позиционными наблюдениями больших планет этим методом.

В результате было разработано несколько методик, которые различаются способами ослабления яркости, методами компенсации собственных движений планет, а также способами

нахождения центра планетного диска, к которому относятся определяемые координаты. Аналогичная задача решалась и для фотоэлектрического способа регистрации дискообразных объектов [5].

Особенно трудными оказались фотографические наблюдения Венеры. Кроме общих трудностей, связанных со значительным изменением фазы этой планеты, здесь добавлялось еще и то, что в ночное время Венера бывает видна только на больших зенитных расстояниях и в больших часовых углах. В результате, кроме традиционно рассматривавшихся ошибок, здесь пришлось изучать также и влияние атмосферной дисперсии [6]. В целом случайные ошибки фотографических наблюдений больших планет находятся в пределах  $0''.3-0''.5$ , однако систематические ошибки отдельных рядов наблюдений достигают  $1''$ .

Преимущество астролябий связано с их меньшими инструментальными ошибками - это более современные инструменты, а также с меньшим влиянием рефракции, что обязано принципу одного альмукантарата, на котором базируются эти наблюдения. Большим недостатком наблюдений на астролябиях является зависимость точности от широты места и от склонений определяемых объектов. Астролябии, установленные на разных широтах, дают разную точность определяемых координат. Максимальная точность составляет  $\pm 0''.3$ . Однако по обеим координатам эта точность может быть достигнута только при одновременных наблюдениях на двух или даже на трех астролябиях, установленных на разных широтах.

От широты места зависит также и продолжительность периода видимости планет при их наблюдении с астролябиями. Для средних широт он намного короче периода их видимости с меридианными инструментами.

В целом, как считает С. Дебарба, и с чем можно полностью согласиться, наблюдения больших планет на астролябиях могут быть только хорошим дополнением к их наблюдениям на меридианных кругах [7].

Аналогичная картина имеет место и при астрометрических наблюдениях с помощью радиотелескопов. Точность определения склонений здесь также зависит от азимута и высоты объекта. По имеющейся оценке [8] при точности одного наблюдения Меркурия  $\xi_0 = \pm 0''.5$  (при  $\delta = 0$ ) точность определения его склонения в течение года будет изменяться в пределах  $0''.3-1''.0$ . Фактическая точность первых наблюдений Меркурия на РАТАН-600 в три раза ниже (ср. кв. ошибка одного определения прямого восхождения  $\xi_0 = 0''.096$  [4]). Можно, однако, надеяться, что точность этих наблюдений будет повышена при переходе к более совершенному способу регистрации моментов прохождения радиоизображений, чем применявшийся при первых наблюдениях.

Проведенное сравнение позволяет сделать вывод о том, что точность четырех рассмотренных методов, имея в виду точность в случайном и систематическом отношениях, различается незначительно. В то же время точность дневных наблюдений примерно в два раза ниже точности ночных наблюдений дискообразных объектов, тогда как последние, в свою очередь, в 2-3 раза ниже точности наблюдений звезд в ночное время, уже достигнутой при меридианных наблюдениях фотоэлектрическим способом.

В отношении количества получаемых наблюдений, а также их однородности (в распределении по времени и точности), на первом месте, бесспорно, находятся меридианные наблюдения. Все дневные и половина ночных наблюдений были получены

этим методом. Поэтому планирование новых высокоточных рядов астрометрических наблюдений Солнца и больших планет должно в первую очередь согласовываться с дальнейшим усовершенствованием меридианных инструментов и методов, с лучшей организацией всей работы.

Недостатки меридианного метода заключаются прежде всего в устарелости инструментов, большой трудоёмкости и малой информационной способности визуального метода регистрации. Значительным резервом повышения точности и эффективности в целом является полная автоматизация ночных и частичная (максимально возможная [9]) дневных наблюдений, замена старых меридианных инструментов новыми, изготовленными на базе современных технологий.

Недостатки всех оптических наблюдений проистекают также от северного расположения обсерваторий (круглогодичные наблюдения тел Солнечной системы становятся затруднительными уже на широте  $50^{\circ}$ ), а также от их расположения вблизи или посреди больших городов, в районах с плохими астроклиматическими характеристиками. Поэтому дальнейшее повышение эффективности астрометрических наблюдений тел Солнечной системы, увеличение их точности, количества, равномерности распределения может быть достигнуто за счет правильного выбора мест наблюдений. Выбор должен исходить из особенностей этих наблюдений и в первую очередь учитывать следующие факторы:

1. Географическое положение (широта должна быть не более  $38-40^{\circ}$ ).
2. Общее число часов ясного времени (оно должно быть максимальным), а также его суточное и годовое распределение (по возможности более равномерное).

3. Прозрачность и качество изображений, которые должны в первую очередь обеспечивать максимальную видимость ярких звезд в дневное время.

Согласно имеющимся исследованиям места, подходящие в отношении всех перечисленных условий, могут быть выбраны в южных горных районах Средней Азии и Закавказья [10].

Планирование новых массовых наблюдений тел Солнечной системы должно в первую очередь ориентироваться на строительство астрометрических баз именно в таких местах, где наблюдения могли бы быть организованы с максимальной эффективностью. Пока таких баз нет, интенсивные наблюдения должны вестись на имеющихся южных астрометрических обсерваториях в Николаеве и Ташкенте, где за прошедший период было получено более половины всех наблюдений. Должны, конечно, продолжаться наблюдения и на других обсерваториях, однако, как, показал опыт, на большой их вклад рассчитывать не следует.

Успех решения задач эфемеридной астрономии, для которых ведутся наблюдения тел Солнечной системы, так же, как и прогресс наземной астрометрии в целом, будет, по-видимому, в значительной мере зависеть от удачной организации наблюдений в новых условиях.

Л и т е р а т у р а

1. Lindgren L., Hog E. Photoelectronic meridian observations of Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptune and four minor planets 1968-1971. - *Astronomy and Astrophysics, Suppl. Ser.*, 1977, 30, 1, 125-129.
2. Илькив М.И. Предварительные результаты наблюдений прямых восхождений больших планет фотоэлектрическим методом. - *Изв. ГАО АН СССР*, 1966, 181, 59-61.
3. Пышненко А.А. Фотоэлектрические наблюдения Сатурна и Марса. - *Изв. ГАО АН СССР*, 1971, 187, 199-200.
4. Афанасьева П.М., Фомин В.А. Определение прямых восхождений Меркурия на радиотелескопе РАТАН-600. - *Письма в АЖ*, 1978, т.4, № 7, 328-331.
5. Lindgren L. Meridian observations of planets with a photoelectric multislit micrometer. - *Astronomy and Astrophysics*. 1977, 57, 55-72.
6. Онегина А.Б. О фотографических положениях Венеры. - *Астрометрия и астрофизика*. 1978, 35, 21-30.
7. Debarbat S. Observation of planets with the Danjon Astrolabe. - *Vistas in Astronomy*. 1977, 21, 93-106.
8. Афанасьева П.М., Фомин В.А. О точности дифференциальных, координатных измерений на РАТАН-600. - В кн.: *Астрометрические исследования*. Киев, Наукова думка, 1981.
9. Харин А.С., Ненахова Е.М., Лазоренко П.Ф. Модернизация вертикального круга Ваншаффа и результаты наблюдений Солнца и больших планет в 1970-1977 г. Киев, Наукова думка, 1980.
10. Кусаев Е.А. Расчет и районирование территории СССР по коэффициенту  $T$ . - В кн.: *Молодые звездные комплексы*. Астроклимат. Ташкент, ФАН, 1972, 164-175.



Р е з ю м е

А.С.Харин

ВОПРОСЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПОЗИЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ  
БОЛЬШИХ ПЛАНЕТ СРЕДСТВАМИ АСТРОМЕТРИИ

Дается краткий анализ состояния проблемы получения новых рядов наблюдений тел Солнечной системы для уточнения их движения. Приведены сведения о количестве и точности этих наблюдений, полученных разными методами с 1960 по 1976 гг. Делается вывод о том, что при планировании новых наблюдений следует первоочередное внимание обратить на дальнейшее усовершенствование меридианного метода, а также на более широкое развитие астрометрических планетных наблюдений в южных обсерваториях Советского Союза, в местах с лучшими астроклиматическими условиями.

Табл. - 2, библиогр. - 10 назв.

K o r s a v i l k u m s

A.S.Harins

LIELO PLANĒTU POZICIONĀLO NOVĒROJUMU ORGANIZĀCIJAS  
JAUTĀJUMI AR ASTROMETRIJAS LĪDZEKĻIEM

Darbā dota īsa analīze problēmai par Saules sistēmas ķermeņu novērojumu iegūšanu to kustības likumu precizēšanai.

S u m m a r y

A.S.Kharin

ORGANIZING PROBLEMS OF POSITIONAL OBSERVATIONS  
OF MAJOR PLANETS BY MEANS OF ASTROMETRY

The problem of obtaining new series of observations of the Sun and major planets in order to improve their motion is briefly analyzed.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 518.12:621.372.061

Е. С. Кельман  
(ВЦ ЛГУ им. П. Стучки)

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД НЬЮТОНА И НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ  
ДИСКРЕТНОГО МАКСИМИНА

1. Вычисление орбиты ИСЗ сводится, например [1], к минимизации суммы квадратов невязок системы уравнений

$$f_i(x) = 0, \quad x \in E_k, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (I)$$

В такой постановке возникают многие задачи науки и техники. Если  $N = k$ , то для решения (I) можно применить метод Ньютона, обладающий быстрой сходимостью. Недостатком его, однако, является отсутствие сходимости, если начальные приближения не являются достаточно близкими к решению. В работе рассматривается модификация метода Ньютона, обеспечивающая сходимость, вообще говоря, с любого начального приближения. В ней не требуется одномерный поиск по направлениям, и вычислительные затраты по сравнению с методом Ньютона практически не увеличиваются.

Минимизация максимальных по модулю невязок (I) приводит к другой задаче - задаче дискретного минимакса. Для удобства рассматривается эквивалентная ей задача дискретного максимина. Применяются следующие обозначения.  $E_n, E_k$  -  $n$ -мерное и  $k$ -мерное евклидовы пространства;  $[1:m]$  - множество целых чисел  $1, 2, \dots, m$ ;  $co\{g_i | i \in R\}$  - выпуклая оболочка, порожденная векторами  $g_i, i \in R$ . Верхний индекс будет обозначать номер координаты вектора (например,  $\omega^i$  обозначает  $i$ -ую координату вектора  $\omega$ ).

2. Рассмотрим (I) при  $N = k$ . Обозначим  $h(x) = \sum_{i=1}^k [f_i(x)]^2$ ,  $h(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))^T$  - вектор-столбец;  $J(x) = ((\partial f_i(x) / \partial x^j))$  - матрица Якоби.

Пусть  $s(x)$  - единственное решение в точке  $x$  системы линейных уравнений

$$h(x) + J(x) \cdot s(x) = 0.$$

Тогда  $n+1$ -ое приближение метода Ньютона (МН)

$$x_{n+1} = x_n + s(x_n).$$

Зададимся числом  $\delta > 0$ , определим

$$\rho(x) = \begin{cases} s(x), & \text{если } \|s(x)\| \leq \delta, \\ \delta \frac{s(x)}{\|s(x)\|}, & \text{если } \|s(x)\| > \delta, \end{cases}$$

и положим  $n+1$ -ое приближение модифицированного метода Ньютона (ММН)

$$x_{n+1} = x_n + \rho(x_n).$$

Пусть выполняются следующие (достаточные) условия.

(1) Множество  $M(x_0) = \{x \in E_k \mid f(x) \leq f(x_0)\}$  ограничено.

(2) Функции  $f_i$  в окрестности  $M(x_0)$  непрерывно дифференцируемы и имеют ограниченные вторые производные,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

(3) Во всех точках  $M(x_0)$  существует  $J^{-1}(x)$  и  $\|J^{-1}(x)\| \leq \lambda$ .

Теорема I. Для каждого  $\nu$ , удовлетворяющего  $0 < \nu < f(x_0)$ , существует  $\delta > 0$  такое, что для приближений ММН выполняется:

1)  $f(x_{j+1}) < f(x_j) \quad \forall x_j \in H(\nu) = \{x \in M(x_0) \mid f(x) \geq \nu\}$ ,

2) существует (конечное)  $n$ , что  $f(x_n) < \nu$ .

Из теоремы I следует, что при достаточно малом  $\delta > 0$  найдется приближение ММН, попадающее в область сходимости МН. Можно доказать, что если МН сходится к решению, то ММН сходится и вблизи решения совпадает с МН. Следовательно, при достаточно малом  $\delta > 0$  ММН сходится, причем, с квадратичной скоростью. ММН с успехом был использован при решении практических задач [2].

3. Рассмотрим теперь общую дискретную максиминную задачу с ограничениями на параметры, то есть задачу о нахождении

$$\max_{w \in W} \min_{i \in [1:m]} z_i(w), \quad (2)$$

где  $W$  - выпуклое, замкнутое, не обязательно ограниченное множество из  $E_n$ ,  $z_i$  - непрерывно дифференцируемо. Ряд важных задач [3] формулируется при условии, что  $W$  - прямоугольный параллелепипед в  $E_n$ , то есть

$$\forall w \in W \quad a^i \leq w^i \leq b^i, \quad a^i < b^i \quad \forall i \in [1:n]. \quad (3)$$

Для решения задачи (2)-(3) может быть использован следующий метод [4]. В текущей точке  $w_k \in W$  вычисляется  $g(w_k, \epsilon_k, \mu_k)$  - направление  $(\epsilon_k, \mu_k)$  - наискорейшего подъема ( $\epsilon_k, \mu_k$  - неотрицательные параметры). Следующее приближение  $w_{k+1}$  находится в результате одномерного поиска на  $W$  вдоль  $g(w_k, \epsilon_k, \mu_k)$ .

Вычисление направлений наискорейшего подъема может быть осуществлено методами линейного, квадратичного программирования или сведено к системе линейных уравнений. Эти методы дают решение за конечное число шагов. Но в ряде случаев, как показал опыт использования таких методов, найденные решения являются неудовлетворительными по точности. А это приводит либо к резкому замедлению итерационного процесса в задаче (2)-(3), либо к останову вдали от решения. Первый метод последовательных приближений [4, Приложение IV] предназначен для вычисления направлений наискорейшего подъема в задаче (2) без ограничений (то есть когда  $W = E_n$ ). Хотя этот метод, вообще говоря, не дает точное решение за конечное число шагов, он позволяет получить решение с требуемой точностью за приемлемое время.

Рассмотрим метод, который позволяет найти или уточнить направление наискорейшего подъема в общей дискретной максимальной задаче с ограничениями, и покажем возможность его эффективного применения при условиях (3).

4. Пусть  $\Gamma$  - замкнутый выпуклый конус,  $\Gamma^- = \{y \in E_n \mid (x, y) \leq 0 \quad \forall x \in \Gamma\}$ ,  $X = \text{CO}\{g_i \mid i \in R\}$  и  $R$  - конечное множество. Существует единственный вектор  $g$  такой, что

$$\left. \begin{aligned} g &= \bar{p} - \bar{y}, \quad \bar{p} \in X, \quad \bar{y} \in \Gamma^-; \\ \|g\| &= \min \|p - y\|, \quad p \in X, \quad y \in \Gamma^- \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

К задаче (4) сводится вычисление направлений наискорейшего подъема (множества  $\Gamma$ ,  $\mathcal{L}$  строятся в каждой точке  $\omega_k$  и зависят от параметров  $\varepsilon_k, \mu_k$ ).

Пусть  $p \in E_n$ . Обозначим  $p^+$  проекцию вектора  $p$  на конус  $\Gamma$ , то есть такой вектор из  $\Gamma$ , что расстояние от  $p$  до  $p^+$  минимально. Обозначим  $p^-$  проекцию  $p$  на  $\Gamma^-$ ,  $\mathcal{L}' = \{p^+ | p \in \mathcal{L}\}$ .

Теорема 2. Для любого вектора  $p$  из  $E_n$  выполняется:

$$p = p^+ + p^-, \quad (p^+, p^-) = 0.$$

Теорема 3. Если  $p \in \mathcal{L}$ ,  $p \neq g$  (где  $g$  - решение (4)), то

$$\|p\| > \|g\|.$$

Можно доказать, что  $g \in \mathcal{L}'$ . Откуда и из теоремы 3 следует, что решение  $g$  задачи (4) есть единственная точка множества  $\mathcal{L}'$ , ближайшая к началу координат. Множество  $\mathcal{L}'$  - замкнуто, ограничено, не обязательно выпукло.

Замечание. Если  $\omega$  - точка максимума в общей дискретной максиминной задаче с ограничениями на параметры, то

$$\Gamma^-(\omega) \cap \mathcal{L}(\omega) \neq \emptyset, \quad (5)$$

где  $\Gamma(\omega)$  - конус возможных направлений [4],  $\mathcal{L}(\omega) = \text{co}\{\nabla z_i(\omega) | i \in R(\omega)\}$ ,  $R(\omega) = \{i \in [1:m] | z_i(\omega) = \min_{j \in [1:m]} z_j(\omega)\}$ ,  $\nabla z_i(\omega)$  - градиенты функций  $z_i \dots$ . Соотношение (5) называется [4] геометрической интерпретацией необходимых условий максимума. Из теоремы 3 вытекает, что (5) эквивалентно  $0 \in \mathcal{L}'(\omega)$ ,

то есть получаем другую геометрическую интерпретацию необходимых условий максимума.

5. Следующий метод основан на теоремах 2, 3 и предназначен для вычисления или уточнения  $g$ . В качестве начального приближения  $p_0$  можно взять, например, наименьшее по норме  $g_i, i \in R$ .

0) Найти  $p_0 \in \mathcal{L}$ , положить  $k=0$ .

1) Найти  $i \in R$  из условия:  $(p_k, g_i) = \min_{j \in R} (p_k, g_j)$ .

2) Если  $(p_k, p_k) > (p_k, g_i)$ , то перейти к 3). Иначе окончить процесс.

3) Положив  $p_k(\alpha) = p_k + \alpha(g_i - p_k)$ , найти  $\alpha_k$  как решение задачи

$$\min_{\alpha \in [0; 1]} \|\rho'_k(\alpha)\| . \quad (6)$$

4) Положить  $\rho_{k+1} = \rho_k(\alpha_k)$ ,  $k = k+1$  и перейти к 1).

Последовательность  $\{\rho_k\} \subset \mathcal{L}$ . Если  $\{\rho_k\}$  конечно, то проекция  $\rho'_k$  ее последнего члена  $\rho_k$  совпадает с  $g$ . Если бесконечна, то  $\rho'_k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} g$ . Если  $\Gamma = E_n$ , то метод совпадает с первым методом последовательных приближений [4].

Метод сформулирован для общей дискретной максиминной задачи, но применять его имеет смысл, только когда легко решать задачу (6). Покажем, что это возможно при условии (3). Координаты векторов конусов  $\Gamma$ , возникающих при (3), делятся на три группы. Координаты первой группы - неотрицательны, второй группы - неположительны, третьей группы - могут иметь любой знак. При проектировании вектора на конус  $\Gamma$  его координаты первой группы (второй группы) приравниваются нулю, если они отрицательны (положительны). Координаты третьей группы не проверяются и не изменяются. Таким образом множество  $\{\rho'_k(\alpha) \mid \alpha \in [0; 1]\}$  представляет собой ломаную в  $E_n$  и, следовательно, задача (6) легко решается.

Метод успешно использовался [5] при решении задачи оптимизации электронных схем в форме (2)-(3).

#### Литература

1. Лауцениекс Л.К. Вычисление первоначальных орбит методом минимизации. - Уч. записки ЛГУ им. П. Стучки, 1970, т. 137, Астрономия, вып. 5, 39-59.
2. Кацнельсон Л.З., Кельман Е.С. О модификациях метода Ньютона для анализа интегральных схем. - В кн.: Математическое моделирование. Рига, ЛГУ им. П. Стучки, 1978, 101-104.
3. Норенков И.П., Мулярчик С.Г., Иванов С.Р. Экстремальные задачи при схемотехническом проектировании в электронике. Минск, Издательство БГУ им. В.И. Ленина, 1976.

4. Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н. Введение в минимакс. М., Наука, 1972.
5. Ванас А.А., Кацнельсон Л.З., Кельман Е.С., Кузьмин В.А. Программа детерминированного анализа и оптимизации ИС в статическом режиме. -Электронная промышленность, 1979, вып.4(76), 96-97.

### Резюме

Е.С.Кельман

#### МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД НЬЮТОНА И НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИСКРЕТНОГО МАКСИМИНА

Рассматривается модификация метода Ньютона для решения систем уравнений, не требующая одномерного поиска по направлениям. Показана сходимость с любого начального приближения с квадратичной скоростью сходимости. Для общей задачи дискретного максимина с ограничениями на параметры приводится теорема о свойствах направлений наискорейшего подъема. На этой основе дается геометрическая интерпретация необходимых условий максимума и метод нахождения направлений наискорейшего подъема.

Библиогр. : 5 назв.

### Kopsavilkums

J.S.Kelmans

#### MODIFICĒTA NŪTONA METODE UN DAŽI DISKRĒTĀ MAKSIMINA JAUTĀJUMI

Apskatīta Ņūtona metodes modifikācija vienādojumu sistēmu risināšanai, kurā neizmanto viendimensianālo meklēšanu pēc virziena. Parādīta metodes kvadrātiskā konverģence pie jebkuriem sākuma tuvinājumiem. Pierādīta teorēma par funkcijas straujākās augšanas virziena īpašībām vispārīgajam diskrētā maksimā uzdevumam ar parametru

ierobežojumiem. Pamatojoties uz šīm īpašībām, parādīta maksimāla nepieciešamo nosacījumu ģeometriskā interpretācija un apskatīta funkcijas straujākās augšanas virziena atrašanas metode.

### Summary

E.S.Kelman

### MODIFIED NEWTON METHOD AND SOME PROBLEMS OF DISCRETE MAXIMIN

The modification of the Newton method as applied to the solution of systems of equations is considered, which obviates the necessity for a univariate search through the directions. The convergence from any initial approximation with a quadratic rate of convergence is demonstrated. For a general problem of the discrete maximin with parametric constraints a theorem about the properties of the fastest ascent directions is given. It serves as a basis for geometric interpretation of the necessary maximum conditions and for developing a method of finding the directions of fastest ascent.



ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.24

М.К.Абеле, Я.В.Вятер,  
Я.К.Балодис, Л.К.Лауценекс  
(АО ЛГУ им.П.Стучки)

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ МИНИМИЗАЦИИ  
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ ИСЗ

1. В Астрономической обсерватории Латвийского государственного университета для определения первоначальных элементов орбиты ИСЗ применяются методы минимизации [1,2]. Для минимизации функции

$$Q = \sum_{i=1}^N \zeta_i (q(\bar{p}, t_i) - q_i)^2, \quad (1)$$

где  $\bar{p} = (a, e, i, \Omega, \omega, M_0)$  - искомые кеплеровы элементы орбиты ИСЗ,  $q_i \in \{\alpha, \delta, \gamma, \dot{\gamma}, A, h\}$  - наблюдаемые значения измеряемых траекторных величин в моменты времени  $t_i$ ,  $q(\bar{p}, t_i)$  - вычисляемая функция, как наиболее надежные были выбраны следующие алгоритмы. Во-первых, алгоритм, основанный на методе Флетчера-Пауэлла [3,4,5], использующий первые производные минимизируемой функции (FUNMIN); во-вторых, алгоритм, основанный на методе оврагов [6,7], без использования производных функции (MINRAV), и, в-третьих, алгоритм, использующий случайный поиск при адаптации направления [8], вдоль которого минимизируется функция (ADEX). Упомянутые подпрограммы находятся в фондах программ ВЦ ЛГУ (на ФОРТРАНе для ЭВМ БС - 415). Приспе-

нение методов простого сканирования и случайного поиска без адаптации для наших целей не целесообразно.

Для численной оценки вышеупомянутых алгоритмов мы использовали реальные наблюдения спутников, полученные на Римской наблюдательной станции фотографической камерой АФУ-75. Здесь приводятся результаты эксперимента по фотографическим наблюдениям спутников ГЕОС-3 (22 окт. 1979 г.,  $17^h 44^m - 17^h 48^m$ ) и ПАГЕОС-А (4 марта 1972 г.,  $19^h 24^m - 19^h 32^m$ ). Выбранные начальные значения элементов орбиты для середины интервала наблюдений и соответствующие значения функции  $Q$  приведены в таблице I. Функция  $Q$  вычислялась с учетом только вековых возмущений в элементах  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $n$ .

Таблица I

	ГЕОС-3	ПАГЕОС-А		
	1.	2.	3.	4.
$a$	1.1319798	1.65931	1.60	1.40
$e$	0.0011542	0.0562678	0.06	0.0
$i$	2.0069311	1.5102165	1.60	0.80
$\Omega$	1.3041248	0.4845177	0.60	3.60
$\omega$	3.7887755	5.1637213	5.00	1.40
$M_0$	4.2963629	2.6600172	2.50	3.60
$Q$	$0.229 \cdot 10^{-1}$	$0.250 \cdot 10^{-6}$	5.43	98.8

Соответствующие результаты, характеризующие эффективность применения указанных алгоритмов, представлены в таблице 2. Здесь  $Q_m$  - достигнутое значение функции  $Q$ ,  $n_f$  - количество обращений к вычислению функции  $Q$ . (В подпрограмме FUNMIN производные функции  $Q$  вычисляются численно). Аналогичные результаты нами получены и

для других наблюдений разных спутников. Отметим, что для применения методов минимизации наилучшее начальное приближение дали элементы орбиты, полученные методом параметров видимого движения [9, 10].

Таблица 2

		1.	2.	3.	4.
FUNMIN	$Q_m$	$0.203 \cdot 10^{-9}$	$0.495 \cdot 10^{-8}$	$0.610 \cdot 10^{-8}$	$0.492 \cdot 10^{-8}$
	$n_f$	270	450	3200	6300
MINRAV	$Q_m$	$0.513 \cdot 10^{-9}$	$0.174 \cdot 10^{-7}$	$0.150 \cdot 10^{-6}$	$0.133 \cdot 10^{-4}$
	$n_f$	2630	1100	4300	9600
ADEX	$Q_m$	$0.365 \cdot 10^{-9}$	$0.562 \cdot 10^{-7}$	$0.660 \cdot 10^{-7}$	$0.241 \cdot 10^{-3}$
	$n_f$	3640	900	6400	5600

Из многочисленных экспериментов мы делаем заключение, что при выборе начального приближения, близкого к истинному, с точки зрения точности, вышеупомянутые программы (FUNMIN, MINRAV, ADEX) равносильны, хотя по времени счета на ЭВМ предпочтение надо отдать программе FUNMIN.

Если же начальные значения элементов орбиты выбраны произвольно, то вообще надежнее работала программа FUNMIN. Следует отметить, что в некоторых случаях наиболее эффективно работала комбинация упомянутых программ. Это мы объясняем тем обстоятельством, что каждая из программ осуществляет минимизацию функции  $Q$  по разным направлениям и сочетание этих направлений способствует нахождению оптимального продвижения к цели - к минимуму функции  $Q$ . Наблюдались и случаи, когда было желательно (целесообразно) оператору по интуитивным соображениям выбрать другое начальное приближение. Например, в слу-

чаях, когда сходимость наблюдалась слишком медленно ( $\Delta Q \leq \varepsilon_Q$  или  $\Delta p \leq \varepsilon_p$ ).

Наши численные эксперименты показали, что существуют, по крайней мере, локальные минимумы двух видов. Во-первых, если по элементам орбиты вычисленное направление видимого движения ИСЗ противоположно истинному направлению. Во-вторых, если наблюдениям из одной наблюдательной станции на нескольких витках соответствуют элементы орбиты, дающие различное число оборотов.

Мы считаем, что в большинстве случаев методом минимизации можно определить такие элементы орбиты ИСЗ, которые удовлетворяют выбранному нами критерию  $Q \leq \varepsilon$ .

2. Вычисленные эфемериды ИСЗ, как правило, отличаются от истинных положений. Причин этому достаточно много. Поэтому может появиться даже необходимость поиска ИСЗ [II, I2]. Мы считаем, что поиск спутника удобнее всего организовать в точках псевдокульминации или точках, связанных с ними. \*)

Из очевидных геометрических соотношений легко получить связь между азимутом  $A_k$  и высотой  $h_k$  в псевдокульминации, а именно:

$$\cos A_k = \frac{\rho_k \cosh h_k \sin \varphi - r_k \cos i}{(\rho_k \sinh h_k + R) \cos \varphi}, \quad (2)$$

$$\rho_k = \sqrt{r_k^2 - 2Rr_k \cos \sigma_k + R^2}, \quad \sigma_k = \frac{\pi}{2} - h_k - \arcsin\left(\frac{R}{r_k} \cosh h_k\right),$$

---

\*) Под псевдокульминацией мы понимаем такие точки на орбите, которые удовлетворяют соотношениям (3).

где  $R$  - геоцентрическое расстояние наблюдателя,  $r_k, \varphi_k$ ,  $b_k$  - геоцентрическое расстояние ИСЗ, топоцентрическое расстояние ИСЗ, геоцентрический угол между направлениями на спутник и на наблюдателя соответственно.

Так как геоцентрическое расстояние  $r_k$  меняется в пределах  $a(1-e) \leq r_k \leq a(1+e)$ , то из предположения, что наклон орбиты  $i$  не меняется ( $i = const$ ) и эксцентриситет  $e$  меняется мало ( $e \approx 0$ ), следует, что в псевдокульминации азимут  $A_k$  меняется мало при фиксированной высоте  $h_k$ . Это и подтверждает целесообразность поиска ИСЗ вдоль точек псевдокульминации - "трассе кульминации". При необходимости поиска ИСЗ предлагаем совместно с обычной эфемеридой (установочных параметров) вычислять дополнительно для каждого прохождения спутника величины  $\frac{dA_k}{dm_0}, \frac{dh_k}{dm_0}, \frac{d\beta}{dm_0}$ .

Некоторые кривые соотношений (2) показаны на рисунке I; числа на них соответствуют т.н. значениям установочного угла  $\beta$ . Точные значения точек псевдокульминации

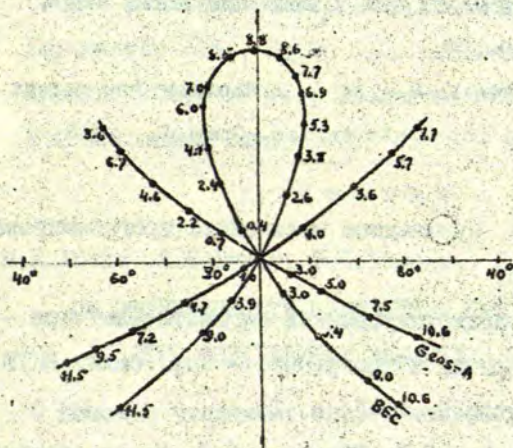


рис. I

мы предлагаем вычислять, исходя из соотношений

$$|\vec{r} \vec{w} \vec{z}| = 0, \quad (3)$$

при  $\sinh > (\vec{L} \vec{z})$

или

$$(\vec{Q} \vec{z})(\cos E - e) - \quad (4)$$

$$-\sqrt{1-e^2}(\vec{P} \vec{z}) \sin E = 0,$$

где  $\vec{r}$  - геоцентрический радиус-вектор спутника,

$\vec{r}$  - единичный топоцентрический радиус-вектор ИСЗ,  $\vec{p}$ ,  
 $\vec{q}$ ,  $\vec{w}$  - единичные векторы орбитальных осей и  $\vec{p} \times \vec{w} = -\vec{q}$ ,  
 $\vec{z}$  - единичный вектор в направлении зенита наблюдателя.

Так как в точках псевдокульминации видимая скорость движения близка к максимальной, то в них могут возникнуть трудности при переходе к отслеживанию (кроме того, некоторые видимые трассы движения ИСЗ перпендикулярны или почти перпендикулярны к трассе псевдокульминации). Поэтому иногда выгоднее поиск вести по трассе, предшествующей трассе псевдокульминации на некоторый угол  $\delta$ ; формулы перехода приведены в нашей предыдущей работе [13]

#### Л и т е р а т у р а

1. Лауцениекс Л.К. Вычисление первоначальных орбит ИСЗ методами минимизации. - Учен. зап. ЛГУ им. П. Стучки. Рига, 1970, т. 137, вып. 5, с. 39-59.
2. Лауцениекс Л.К. Вычисление области подвижного барьера методом минимизации. - В кн.: Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени. Рига, 1977, вып. 12, с. 90-107.
3. Fletcher R., Powell M.J.D. A Rapidly Convergent Descent Method for Minimisation. - Comp. J., 1963, 6, 2, p. 163 - 168.
4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., Мир, 1975.
5. Кельман Е.С. Модифицированный алгоритм Флетчера - Пауэлла. Алгоритмы и программы. - Инф. бюлл. ВНИИ Центр, 1973, вып. 2, № 51, с. 29.
6. Гельфанд И.М., Бул Е.Б., Гинзбург С.Л. Метод оврагов

в задачах рентгеноструктурного анализа. М., Наука, 1966.

7. Автоматизированная система анализа моделей схем на языке ФОРТРАН (АСАМС-Ф). Рига, 1972, ч.2,3.
8. Эглайс В.О. Алгоритм интуитивного поиска для оптимизации сложных систем. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, Зинатне, 1980, вып.36, с. 28-33.
9. Киселев А.А., Быков О.П. Определение орбиты спутника по одной фотографии со многими экспозициями. - Астрон. ж., 1973, т.50, вып. 6, с. 1298 - 1308.
10. Киселев А.А., Быков О.П. Определение эллиптической орбиты спутника по параметрам его видимого движения. - Астрон.ж., 1976, т.53, вып.4, с. 879 - 888.
11. Лауцениекс Л.К. Об общей теории однопараметрического подвижного барьера. - Наблюдения ИНТ, 1978, № 15, ч.2, с. 374 - 397.
12. Жагар Ю.Х. Построение вертикального подвижного барьера поиска ИСЗ. - В кн.: Численные эксперименты в небесной механике. Рига, 1978, с. 35 - 44.
13. Лауцениекс Л.К., Вяттер Я.В. Некоторые вопросы отслеживания ИСЗ. - В кн.: Численные эксперименты в небесной механике. Рига, 1978, с. 76 - 84.

#### Р е з ю м е

М.К.Абеле, Я.В.Вяттер, Я.К.Балодис, Л.К.Лауцениекс

#### ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ МИНИМИЗАЦИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ ИСЗ

С помощью численных экспериментов установлено, что минимизацию сумм квадратов невязок целесообразнее вос-

ти модифицированным методом Флетчера - Пауэлла (по сравнению с методами оврагов и случайного поиска направлений). Показано, что при неизменных наклонениях и малых эксцентриситетах орбиты ИСЗ т.н. "трасса кульминаций" мало меняется, и поэтому на ней удобно организовать поиск ИСЗ.

### K o p s a v i l k u m s

M. Ābele, J. Vjaters, J. Balodis, L. Lauceniēks  
MINIMIZĀCIJAS METOŽU PIELIETOŠANAS EFEKTIVITĀTE  
ZMP ORBĪTAS ELEMENTU NOTEIKŠANĀ

Ar skaitliskiem eksperimentiem parādīts, ka nesaišu kvadrātu summas minimizāciju visizdevīgāk veikt ar modificēto Fletčera-Pauella metodi (salīdzinājumā ar gravu metodi un minimizācijas virziena gadījuma meklēšanu). Parādīts, ka pie konstanta orbītas plaknes slīpuma un mazas ekscentricitātes t.s. "kulminācijas trase" mainās maz, un tāpēc pavadopa meklēšanu uz tās izdevīgi veikt.

### S u m m a r y

M. Ābele, J. Vjaters, J. Balodis, L. Lauceniēks

ON THE EFFECTIVITY OF USE OF MINIMIZATION  
METHODS IN THE ARTIFICIAL SATELLITE ORBIT DETERMINATION

Numerical experiments have shown that the minimization of the square sum of standard deviations is more suitable if the modified Fletcher-Powell method is used (in comparison with the ravine method and the random direction search procedure). It is shown that the change of culmination curve is small if satellite orbit has constant inclination and small eccentricity, and it is convenient to develop the search of satellite along that curve.



ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.24

М.К.Абеле, Я.В.Вятер,  
Я.К.Балодис, Л.К.Лаупениекс  
(АО ЛПУ и. П.Стучки)

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

Опыт показывает, что из всех элементов орбиты ИСЗ наиболее ненадежно на момент вычисления эфемерид определяется средняя аномалия уже из-за неточно известного влияния торможения атмосферы на движение ИСЗ. Поэтому нами ставилась задача: численно исследовать изменения параметров видимого движения ИСЗ для телескопов с четырехосными и двухосными монтировками в зависимости от изменений средней аномалии. Численные исследования производились для ИСЗ Старлетте (7501001), Геос-3 (7502701) и Лагеос (7603901) для эпохи элементов  $T_0 = 44323,0$  МЭД и рассматривалось множество эфемерид с изменением средней аномалии  $M_0$  на  $\pm 5^\circ$  для двух фиктивных станций наблюдения с координатами  $\varphi_1 = 17^\circ 29' 24", 4$ ,  $\lambda_1 = 22^\circ 46' 04", 25$ ,  $H_1 = 0$  м,  $\varphi_2 = 22^\circ 29' 24", 4$ ,  $\lambda_2 = 22^\circ 26' 04", 2$ ,  $H_2 = 0$  м. В статье также рассматриваются вопросы вычисления эфемерид автоматического управления двухосными телескопами для наблюдения ИСЗ.

Изменения параметров видимого движения ИСЗ для  
четырёхосных монтировок телескопов

Для четырехосных монтировок телескопов эфемериды вычисляются на основе аппроксимации орбиты видимого движения ИСЗ малым кругом [1]. Вычисляются азимут  $A_k$  и высота  $h_k$  точки кульминации, наклон  $\beta$  широтной (четвертой оси) монтировок телескопа (параметр малого круга) и угол отслеживания  $\gamma$ ; (углы поворота орбитальной - третьей оси монтировки) в моменты  $t_i$ . Поскольку для выбранных нами спутников качественная картина была одинакова, то в дальнейшем приведем полученные численные результаты для ИСЗ Старлетте

(7501001). Наши вычисления показали, что при изменении средней аномалии  $M_0$  в пределах  $10^\circ$ , изменения азимута  $A_k$ , высоты  $h_k$  кульминации и параметра  $\beta$  малого круга являются линейными до порядка  $0,1$  (см. табл. I). Время кульминации  $T_0 + T_k$ .

Таблица I

Ст.набл.	$M_0(T_0)$	$A_k$	$h_k$	$\beta$	$T_k$	$\Delta T_k(\Delta M_0)$
I станция наблюдения	292,69	312,13	50,96	5,89	1 <sup>m</sup> 16,36	1 <sup>m</sup> 30,93
	287,69	312,26	49,96	6,11	2 47,33	I 30,98
	282,69	312,38	48,93	6,27	4 18,31	
II станция наблюдения	292,69	131,31	89,34	0,69	1 <sup>m</sup> 27,64	1 <sup>m</sup> 30,76
	287,69	311,43	88,86	-,43	2 58,40	I 30,78
	282,69	311,56	87,07	-,15	4 29,18	

При близзенитных прохождении ИСЗ (II станция наблюдений) возможно изменение азимута  $A_k$  точки кульминации на  $180^\circ$  (четвертая строчка таблицы I).

Для успешного поиска спутника вблизи кульминации необходимо знать точное время прохождения кульминации. Очевидно, изменения  $\Delta T_1$  момента прохождения точки кульминации для невращающейся Земли

$$\Delta T_1 = \frac{\Delta M_0}{n},$$

где  $\Delta M_0$  изменения средней аномалии орбиты,  $n$  - среднее движение ИСЗ по орбите. Точное время  $T_k$  прохождения ИСЗ точки кульминации вычисляют решая уравнение [2]

$$|\vec{r} \vec{w} \vec{z}| = 0,$$

где  $\vec{z}$  - единичный вектор в направлении зенита наблюдателя,  $\vec{w}$  - единичный вектор, перпендикулярный плоскости орбиты,  $\vec{r}$  - геоцентрический радиус-вектор ИСЗ.

Вычисления показали, что  $\Delta T_k$  в зависимости от  $\Delta M_0$  изменяется линейно с точностью больше чем  $0,05$  в пределах  $M_0 \pm 5^\circ$ . А определенное значение угла отслеживания  $\chi_i$  с точностью, лучшей чем  $0,05$ , достигается через промежуток времени

$$\Delta T_2 = T_k(M_0 \pm \Delta M_0) - T_k(M_0),$$

где  $\Delta M_0$  - значения в интервале от  $0^\circ$  до  $5^\circ$ . В таблице 2  $\chi_i$  - текущие значения угла отслеживания для I станции наб-

Таблица 2

$\gamma_{1i}(M_0)$	$\Delta\gamma_{1i}$	$\Delta\gamma_{2i}$	$\gamma_{2i}(M_0)$	$\Delta\gamma_{3i}$	$\Delta\gamma_{4i}$
-39,71	-0,47	-0,48	-57,47	-0,03	-0,01
-35,09	-0,44	-0,45	-53,65	-0,03	-0,01
-30,04	-0,40	-0,41	-49,32	-0,03	-0,01
-24,56	-0,34	-0,36	-44,38	-0,03	-0,01
-18,66	-0,27	-0,28	-38,74	-0,03	-0,01
-12,39	-0,18	-0,20	-32,32	-0,02	-0,01
- 5,83	-0,08	-0,09	-25,07	-0,02	-0,01
0,90	0,03	0,01	-17,03	-0,02	0,00
7,64	0,14	0,12	- 8,34	-0,01	0,00
14,25	0,24	0,22	0,73	0,00	0,00
20,60	0,32	0,30	9,81	0,00	0,00
26,59	0,39	0,38	18,56	0,01	0,00
32,17	0,45	0,43	26,69	0,02	0,01
37,31	0,48	0,47	34,02	0,02	0,01
			40,54	0,02	0,01
			46,26	0,02	0,01
			51,28	0,02	0,01
			55,67	0,02	0,01

людений с координатами  $\varphi_1, \lambda_1, H_1$ , а  $\gamma_{2i}$  - для II станции наблюдений с координатами  $\varphi_2, \lambda_2, H_2$ . Разности функций углов отслеживания (см. таблицу 2) для обеих станций вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 \Delta\gamma_{1i} &= \gamma_{1i}(M_0 + 5^\circ) - \gamma_{1i}(M_0), \\
 \Delta\gamma_{2i} &= \gamma_{1i}(M_0) - \gamma_{1i}(M_0 - 5^\circ), \\
 \Delta\gamma_{3i} &= \gamma_{2i}(M_0 + 5^\circ) - \gamma_{2i}(M_0), \\
 \Delta\gamma_{4i} &= \gamma_{2i}(M_0) - \gamma_{2i}(M_0 - 5^\circ).
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Вычисления показывают, что близзенитные прохождения ИСЗ с точностью, большей чем  $0,05$ , соответствуют одному закону отслеживания и слабо зависят от  $M_0$  в пределах  $10^\circ$  (см. таблицу 2). Вычисленные результаты подтверждают целесообразность использования в качестве программных устройств отслеживания ИСЗ устройства, в которых аргументом управления является угол отслеживания  $\delta$ .

Истинные значения  $\beta_i$  (моментальный наклон малого круга относительно аппроксимированного большого круга в момент  $t_i$ , где полюса обеих кругов совпадают) относительно среднего наклона  $\beta$  малого круга может значительно отличаться [4]. Вычисления разностей  $\Delta\beta_i$  наклонов моментального и среднего малых кругов

$$\Delta\beta_i = \beta_i - \beta \quad (5)$$

для упомянутых ИСЗ достигали несколько минут дуги (см. рисунок I для ИСЗ Старлетте) и сохраняют одну функциональную зависимость при изменении  $M_0$  на  $\pm 5^\circ$ , при этом изменения разностей  $\Delta(\Delta\beta_i)$  семейств наклонов не превышают  $30''$ .

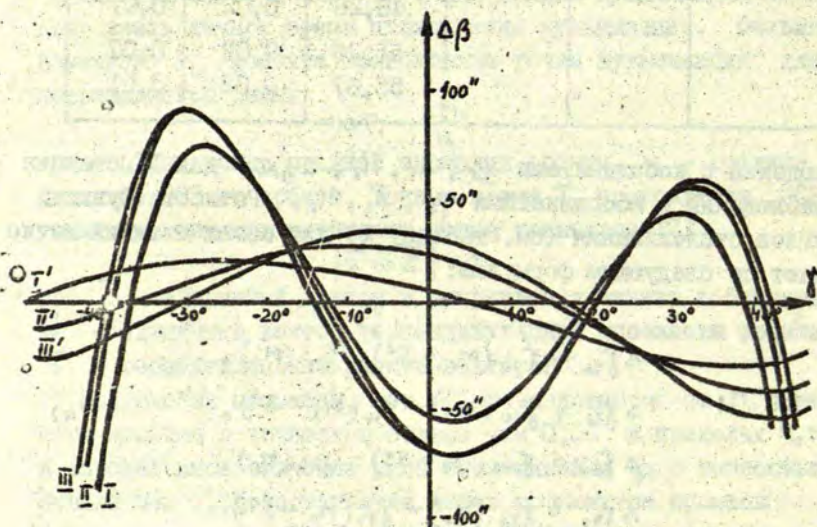


Рис. I.

Вычисления показали, что характер изменения параметров для четырехосных монтировок телескопов во время кульминации ИСЗ в зависимости от изменений средней аномалии  $M_0$  в пределах  $10^\circ$  является линейным с достаточно большой точностью, что позволяет осуществлять поиск ИСЗ на трассе его прохождения, вводя линейные вариации установочных параметров пропорционально времени. Учитывая характер и величины изменения этих параметров, а также ошибки выставления осей телескопа, можно определить выбор ширины поля телескопа-гида не более  $1^\circ$  для уверенного визуального обнаружения ИСЗ.

#### Изменения параметров видимого движения ИСЗ для двухосных монтировок телескопов

Если для четырехосных монтировок телескопов для отслеживания ИСЗ задается только один зависящий от времени параметр - угол отслеживания  $f(t)$ , то для двухосных (азимутальных) установок необходимо задавать два зависящих от времени параметра - азимут  $A(t)$  и высоту  $h(t)$ . Нами оценивались изменения величин  $A(t)$ ,  $h(t)$  в одном прохождении спутника при изменении средней аномалии  $M_0$  на  $\pm 5^\circ$ .

Вычисления показали, что изменения азимута  $\Delta A$  в зависимости от изменения средней аномалии  $M_0$  соответствуют в первом приближении одной функции (см. таблицу 3), причем более точно (лучше чем  $0,05$  при изменении  $M_0$  на  $10^\circ$ ) при низких прохождениях ИСЗ (I станция наблюдения). Изменения высоты  $\Delta h$  в зависимости от изменения  $M_0$  также соответствуют одной функции (см. Таблицу 4), причем близзенитные прохождения ИСЗ (II станция наблюдения) выявляют на всей трассе незначительные изменения высоты (кроме близзенитной области). Разности азимутов и высот на таблицах 3 и 4 соответствуют

$$\begin{aligned} \Delta A_{1i} &= A_{1i}(M_0 + 5^\circ) - A_{1i}(M_0), & \Delta A_{2i} &= A_{1i}(M_0) - A_{1i}(M_0 - 5^\circ), \\ \Delta A_{3i} &= A_{2i}(M_0 + 5^\circ) - A_{2i}(M_0), & \Delta A_{4i} &= A_{2i}(M_0) - A_{2i}(M_0 - 5^\circ), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta h_{1i} &= h_{1i}(M_0 + 5^\circ) - h_{1i}(M_0), & \Delta h_{2i} &= h_{1i}(M_0) - h_{1i}(M_0 - 5^\circ), \\ \Delta h_{3i} &= h_{2i}(M_0 + 5^\circ) - h_{2i}(M_0), & \Delta h_{4i} &= h_{2i}(M_0) - h_{2i}(M_0 - 5^\circ). \end{aligned} \quad (6)$$

Таблица 3

I станция наблюдения			II станция наблюдения		
$A_{i1}(M_0)$	$\Delta A_{i1}$	$\Delta A_{i2}$	$A_{i1}(M_0)$	$\Delta A_{i1}$	$\Delta A_{i2}$
264,37	-0,74	-0,78	221,86	-1,90	-1,45
268,87	-0,68	-0,73	221,97	-2,23	-1,75
274,15	-0,56	-0,64	222,18	-2,53	-2,77
280,31	-0,40	-0,45	222,44	-3,09	-3,45
287,41	-0,17	-0,21	222,86	-3,95	-4,58
295,45	0,07	0,10	223,69	-7,09	-6,84
304,26	0,50	0,49	226,23	-15,15	-13,76
313,50	0,78	0,82	357,01	253,02	42,43
322,72	1,10	1,15	37,34	11,87	12,43
331,49	1,33	1,36	39,36	6,08	6,35
339,47	1,42	1,49	40,09	4,02	4,03
346,53	1,46	1,51	40,48	3,02	3,08
352,63	1,45	1,52	40,73	2,38	2,43
357,86	1,38	1,41	40,91	1,96	2,00
			41,06	1,66	1,68

Таблица 4

I станция наблюдения			II станция наблюдения		
$h_{i1}(M_0)$	$\Delta h_{i1}$	$\Delta h_{i2}$	$h_{i2}(M_0)$	$\Delta h_{i1}$	$\Delta h_{i2}$
31,13	0,56	0,63	32,53	0,01	0,03
33,67	0,67	0,66	36,35	0,01	0,04
36,20	0,78	0,76	40,68	0,01	0,05
38,61	0,89	0,88	45,62	0,00	0,06
40,76	1,03	1,00	51,26	0,00	0,07
42,45	1,13	1,09	57,68	0,00	0,10
43,52	1,20	1,16	64,92	-0,01	0,13
43,82	1,21	1,18	72,96	-0,03	0,20
43,29	1,08	1,14	81,63	-0,07	0,41
42,00	0,93	1,06	88,98	-0,68	1,85
40,10	0,76	0,87	80,16	-0,07	0,35
37,75	0,59	0,83	71,42	-0,02	0,17
35,17	0,45	0,72	63,31	-0,02	0,12
32,48	0,33	0,61	55,97	-0,02	0,08
			49,46	-0,01	0,06

### Выбор скорости задания параметров видимого движения ИСЗ для автоматического управления двухосными монтировками телескопов

Рассмотрим вопросы организации отслеживания видимого движения ИСЗ при автоматическом управлении двухосными монтировками телескопов.

Одним из наиболее простых способов отслеживания ИСЗ является наведение телескопа на соответствующее направление, устанавливая в определенные моменты времени  $t_i$  азимут  $A_i$  и высоту  $h_i$ , которые вычисляют и вводят предварительно в устройство управления телескопом, которое работает в реальном масштабе времени. Для обеспечения наблюдений ИСЗ телескоп необходимо достаточно часто направлять в  $A_i, h_i$ , причем частота наведения на ИСЗ определяется объемом памяти устройства управления и быстродействием устройства наведения. Более сложным способом отслеживания ИСЗ является непрерывное изменение направления телескопа, для осуществления которого в устройство управления дополнительно задают предварительно вычисленные скорости изменения азимута  $\dot{A}_i$  и высоты  $\dot{h}_i$ , что существенно увеличивает объем памяти устройства управления.

Нами рассматривалась проблема минимизации объема переданной информации, необходимой для устройства управления, которая сводилась к задаче определения с заданной точностью отслеживания  $\epsilon$  максимального интервала времени между двумя соседними направлениями, т.е. найти  $\max(t_{i+1} - t_i)$ . Предполагается, что скорость движения в этом интервале постоянна и соответствует  $\dot{A}_i$  и  $\dot{h}_i$  - а ошибка отслеживания по координате в этом интервале времени не превышает  $\epsilon$ .

Задачу можно поставить следующим образом:

а) какую точность отслеживания обеспечивает выбранный интервал времени;

б) какой максимальный (оптимальный) интервал времени для обеспечения заданной точности отслеживания.

Решение этих задач зависит от вида заданной эфемериды.

В общем случае, пусть  $y$  - любой зависящий от времени  $t$  параметр отслеживания,  $\epsilon$  - заданная точность отслеживания

по заданному параметру  $\epsilon$ . Требуется найти максимальное значение  $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$  такое, чтобы

$$|y_{i+1} - y_i - \Theta_i \cdot \Delta t_i| \leq \epsilon, \quad (7)$$

где  $y_i = y(t_i)$ , а  $\Theta_i$  - некоторая функция от  $y_i, \dot{y}_i, t_i$ . В зависимости от вида данных мы можем сравнить задачи о нахождении таких  $\Delta t_i$ , для которых выполняются, например,

ИЛИ 
$$|y_{i+1} - y_i - \dot{y}_i \Delta t_i| \leq \epsilon \quad (8)$$

ИЛИ 
$$|y_{i+1} - y_i - \frac{1}{4}(4\dot{y}_i - \dot{y}_{i-1} + \dot{y}_{i+1}) \cdot \Delta t_i| \leq \epsilon \quad (9)$$

$$|y_{i+1} - y_i - \frac{y_{i+2} - y_i}{t_{i+2} - t_i} \cdot \Delta t_i| \leq \epsilon, \quad (10)$$

где  $y_i, y_{i+1}, y_{i+2}$  и соответственно  $\dot{y}_i, \dot{y}_{i-1}, \dot{y}_{i+1}$  вычисляются через одинаковые промежутки времени  $\Delta t_i$ .

Неравенства (8), (9), (10) нами решались итерационным способом по следующему алгоритму:

1. Выбираем значения  $y_i = y(t_i)$  и некоторые значения величин  $\Delta t_i$  и  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , где  $\epsilon_1 > \epsilon_2 > 0$ .
2. Вычисляем  $t_{i+1} = t_i + \Delta t_i$ .
3. Вычисляем  $y'_{i+1} = y\left(\frac{t_i + t_{i+1}}{2}\right)$ .
4. Вычисляем  $y''_{i+1} = \frac{y(t_i) - y(t_{i+1})}{2 \Delta t_i}$ .
5. Вычисляем  $\Delta y_{i+1} = |y'_{i+1} - y''_{i+1}|$ .
6. Если  $\Delta y_{i+1} > \epsilon_1$ , то полагаем  $\Delta t_i = \Delta t_i \cdot \alpha_1$  ( $\alpha_1 < 1$ ) и переходим ко второму оператору.
7. Если  $\Delta y_{i+1} < \epsilon_2$ , то полагаем  $\Delta t_i = \Delta t_i \cdot \alpha_2$  ( $\alpha_2 > 1$ ) и переходим ко второму оператору.
8. Вычисляем  $\Theta_i = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_i)}{\Delta t_i}$ .
9. Определяем  $t_i = t_{i+1}$  и переходим ко второму оператору.

Отметим, что сходимость этого процесса зависит как от выбора величин  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , так и от величин дробления и увеличения итерационного шага  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Для проверки данного алгоритма нами выбраны следующие величины:  $\epsilon_1 = 3''6$ ,  $\epsilon_2 = 0''$ ,  $\alpha_1 = 0,5$ ,  $\alpha_2 = 2,0$ . Вычисления показали, что для обеспечения этой точности от-



слеживания для совокупности величин  $A$  и  $h$  для спутника Старлетте (7501001) минимальное значение интервалов времени  $\Delta t$  по всей видимой дуге трассы ИСЗ от 1 сек до 2 сек, а для спутника Лагос (7603901) - от 8 сек до 10 сек. Эти интервалы времени соответствуют прохождению ИСЗ вблизи кульминации, где изменения горизонтальных координат видимого движения ИСЗ наибольшее.

### Л и т е р а т у р а

1. Абеле М., Вятер Я. Вычисление эфемерид искусственных спутников Земли для установок с четырехосной монтировкой. - Наблюдения ИСЗ, 1974, № 14, с. 585 - 598.
2. Абеле М.К., Вятер Я.В., Балодис Я.К., Лауцениекс Л.К. Об эффективности применения методов минимизации при определении элементов орбит ИСЗ. Настоящий сборник, с. 129 - 136.
3. Лауцениекс Л.К., Вятер Я.В. Некоторые вопросы отслеживания ИСЗ. - В кн.: Численные эксперименты в небесной механике и астрометрии. Рига, 1978, с. 76 - 84.
4. Сочилина А.С. О вычислении эфемерид. - Бюлл. ИТА, 1975, т.14, № 2(155), с. 107 - 112.

### Р е з ю м е

М.К.Абеле, Я.В.Вятер, Я.К.Балодис, Л.К.Лауцениекс  
ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

В статье рассматриваются численные исследования изменений параметров видимого движения ИСЗ для четырехосных и двухосных монтировок телескопов в зависимости от вариации средней аномалии. Даны примеры вычисленных результатов для ИСЗ Старлетте (7501001). Рассмотрены также вопросы выбора скорости задания параметров видимого движения ИСЗ для автоматического управления двухосными монтировками телескопов. Таблиц - 4, иллюстр. - 1, библиогр. - 4 названий.

K o p s a v i l k u m s

M.Ābele, J.Vjaters,

J.Balodis, L.Laucenieks

PAR ZMP REDZAMĀS KUSTĪBAS PARAMETRU VARIĀCIJĀM

Rakstā apskatītas ZMP redzamās kustības parametru variācijas atkarībā no orbītas vidējās anomālijas izmaiņām teleskopu četrasu un divasu montāžām. Skaitliski piemēri doši pavadonim Starlette (7501001). Rakstā aplūkota arī ZMP redzamās kustības parametru uzdošanas ātruma izvēle teleskopu divasu montāžu automātiskai vadībai.

S u m m a r y

M.Ābele, J.Vjaters,

J.Balodis, L.Laucenieks

ABOUT EARTH SATELLITE PASS OBSERVING PARAMETER  
VARIATIONS

This article deals with earth satellite pass observing parameter variations for four and two-axial mountings due to cumulative errors in mean anomaly. Numerical examples are given for the satellite Starlette (7501001). A discussion follows, how to choose rate of setting parameter changes for automatic driving of two-axial telescopes.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.61

Ю. Х. Жагар  
(АО ЛГУ им. П. Стучки)

ИССЛЕДОВАНИЯ ОБОБЩЕННОГО ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО  
ПРИБЛИЖЕНИЯ ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

Исследование свойств видимого движения ИСЗ было обусловлено главным образом развитием технических средств и методов математической обработки наблюдений спутников. По мере их усложнения и в связи с разработкой новых инструментов появился дополнительный интерес к исследованиям некоторых геометрических и кинематических свойств видимых траекторий ИСЗ (см. Беневски Я., 1970, Быков О. П., 1979 и др.). Продолжалось в основном по двум направлениям.

развитие методов приближенного представления видимого движения ИСЗ. Одно из этих направлений основано на использовании упрощенных геометрических конструкций, приближенно представляющих видимое движение спутника. Так, в 1960 г. Абеле М. К. предложил т. н. тангенциальное приближение видимого движения ИСЗ, согласно которому движение спутника определенным образом происходит по большому кругу небесной сферы. Однако, еще в 1958 г. Кузьминым Г. Г., Эйнасто Я. Э.

и Соргсеппом Л. была высказана мысль об использовании малого круга небесной сферы для приближения видимой траектории ИСЗ. Это оказалось очень ценным предложением, т.к. с одной стороны, малый круг небесной сферы значительно лучше представляет видимую траекторию ИСЗ, чем большой (Сочилина А.С., 1975), и, с другой стороны, оказалось нетрудно создать приборы, моделирующие движение ИСЗ по малому кругу небесной сферы. Этим были заложены теоретические основы для создания четырехосных систем наведения (монтаровок), обеспечивающих отслеживание спутника по малому кругу небесной сферы. Исследования Лийганта М., Эйнасто Я. (1960) и Абеле М.К. (1960) были использованы при создании спутниковой фотокамеры АФУ-75, а исследования Штейнбаха М. (1963) - при создании спутниковой фотокамеры SBG. Другое направление при разработке методов приближенного представления видимого движения ИСЗ основано на разложениях координат ИСЗ в ряды, обрывании этих рядов и выполнении над ними некоторых преобразований. Пользуясь этим подходом, были получены формулы, представляющие топоцентрическое расстояние до ИСЗ (Жагар Ю.Х., 1978 и Бартельмес Ф., 1979), используемые для выравнивания лазерных наблюдений спутников.

В связи с разработкой спутниковых лазерных телескопов, управляемых при помощи ЭВМ, были осуществлены дополнительные исследования тангенциального приближения видимого движения ИСЗ, представленные в данной работе.

Обобщенное тангенциальное приближение

Формулы, полученные Абеле М.К. (1960), не исчерпывают всю информацию, которую о видимом движении ИСЗ может дать тангенциальное приближение. Не исчерпывают ее и обобщения, выполненные Абеле М.К. и Вятерсом Я.В. (1975), согласующие тангенциальное приближение с движением ИСЗ по малому кругу небесной сферы. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим более общий метод построения приближенных формул видимого движения ИСЗ, основанный на модельных представлениях. Пусть истинное движение ИСЗ в ограниченном интервале времени представимо некоторой упрощенной динамической моделью, имеющей интегралы движения

$$\Phi_{\kappa}(q_j, \dot{q}_j, t) = \alpha_{\kappa}, \quad (1)$$

где  $q_j$  - обобщенные координаты,  
 $\alpha_{\kappa}$  - постоянные интегрирования.

Так как истинное движение спутника отличается от модельного, то  $\alpha_{\kappa}$  будут функциями времени  $t$ . Но если модель действительно отражает основные свойства движения, то следует ожидать быструю сходимость рядов

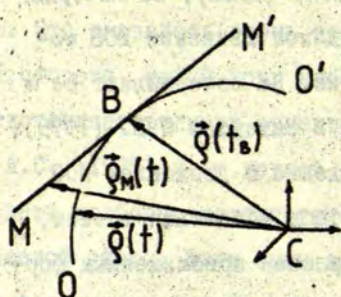
$$\alpha_{\kappa} = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_{i\kappa} \varphi_i(t), \quad (2)$$

где  $\alpha_{i\kappa}$  - постоянные, а  $\varphi_i(t)$  - известные (базисные) функции.

Обрывая ряды (2), приравнявая их (1) и решая относительно  $q_j, \dot{q}_j$ , могут быть получены приближенные формулы

видимого движения ИСЗ.

Рассмотрим следующую модель: в окрестности какой-то



точки В орбиты  $OO'$  топосцентрическое движение ИСЗ представим прямолинейным движением по касательной  $MBM'$  к орбите, проведенной через точку В так, чтобы

Рис. I.

$$\vec{q}(t_a) = \vec{q}_M(t_a), \quad (3)$$

$$\dot{\vec{q}}(t_a) = \dot{\vec{q}}_M(t_a).$$

Эту модель также будем называть тангенциальным приближением, но отметим, что, в отличие от модели Абеле М.К.

(1960), никакие ограничения не накладываются

- а) ни на систему координат,
- б) ни на тип орбиты,
- в) ни на выбор точки В :

Рассматриваемая модель имеет шесть простых интегралов движения центра масс ИСЗ

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a_1, & x &= a_0 + a_1 t, \\ \dot{y} &= b_1, & y &= b_0 + b_1 t, \\ \dot{z} &= c_1, & z &= c_0 + c_1 t, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $X, Y, Z_0$  - прямоугольные координаты ИСЗ в произвольно ориентированной топоцентрической системе координат. Применяя операцию (2) к интегралам движения (4) и

осуществляя переход к сферическим координатам  $\varrho$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , находим приближенные формулы

$$\varrho \cos \beta \cos \alpha = \sum_{i=0}^N (a_{0i} + a_{1i} t) \varphi_i(t) = X_N(t),$$

$$\varrho \cos \beta \sin \alpha = \sum_{i=0}^N (b_{0i} + b_{1i} t) \varphi_i(t) = Y_N(t), \quad (5)$$

$$\varrho \sin \beta = \sum_{i=0}^N (c_{0i} + c_{1i} t) \varphi_i(t) = Z_N(t),$$

правые части которых являются разложениями интегралов (4) по выбранным базисным функциям  $\varphi_i(t)$ . Когда разложения  $X_N(t)$ ,  $Y_N(t)$ ,  $Z_N(t)$  построены, например, методом наименьших квадратов, то соответствующие сферические координаты могут быть вычислены по формулам

$$\varrho = [X_N^2(t) + Y_N^2(t) + Z_N^2(t)]^{\frac{1}{2}},$$

$$\beta = \arcsin \frac{Z_N(t)}{\varrho}, \quad (6)$$

$$\alpha = \arctg \frac{Y_N(t)}{X_N(t)},$$

где  $\alpha \in [0, \pi]$ , если  $Y_N(t) \geq 0$ , и  $\alpha \in [\pi, 2\pi]$ , если  $Y_N(t) < 0$ . Скорость в произвольно ориентированной топоцентрической системе координат находится дифференцированием формул (6)

$$\dot{\varrho} = \frac{X_N \dot{X}_N + Y_N \dot{Y}_N + Z_N \dot{Z}_N}{[X_N^2 + Y_N^2 + Z_N^2]^{\frac{1}{2}}},$$

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{Z}_N (X_N^2 + Y_N^2) - Z_N (X_N \dot{X}_N + Y_N \dot{Y}_N)}{(X_N^2 + Y_N^2)^{\frac{1}{2}} (X_N^2 + Y_N^2 + Z_N^2)}, \quad (7)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{Y}_N X_N - Y_N \dot{X}_N}{X_N^2 + Y_N^2}, \quad (7)$$

где  $\dot{X}_N = \dot{X}_N(t)$ ,  $\dot{Y}_N = \dot{Y}_N(t)$ ,  $\dot{Z}_N = \dot{Z}_N(t)$  - первые производные от разложений (5).

Достопримечателен факт, что формулы (7) содержат только алгебраические функции, т.е. они быстро реализуемы на малых ЭВМ в системах управления спутниковыми телескопами.

### Полиномальные разложения в сферических координатах

Большое практическое значение имеет случай, когда  $\varphi_i(t)$  являются многочленами  $i$ -ой степени от времени  $t$ . В этом случае для эллиптического движения ИСЗ ряды (2) для интегралов (4) сходятся при всех  $t$ , удовлетворяющих неравенству (Справочное руководство, 1976)

$$|t - t_0| < \frac{1}{n} \left[ \ln \frac{1 + \sqrt{1 - e^2}}{e} - \sqrt{1 - e^2} \right], \quad (8)$$

где  $t_0$  - момент прохождения ИСЗ через модельную точку касания В,

$e, n$  - эксцентриситет и среднее движение ИСЗ.

Применимость критерия (8) в рассматриваемом случае обусловлена тем, что координаты точки наблюдений разложимы в сходящиеся ряды для всех  $t < \infty$ . В случае неэллиптического движения условие сходимости имеет, разумеется, другой вид.



Для целей прогнозирования в произвольно ориентированной сферической системе координат, вместо интегралов (4) часто удобно пользоваться другими, вытекающими из (4), интегралами

$$\begin{aligned} q^2 &= d_0 + d_1 t + d_2 t^2, & q \sin \beta &= c_0 + c_1 t, \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{b_0 + b_1 t}{a_0 + a_1 t}, & \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha} &= \frac{c_0 + c_1 t}{b_0 + b_1 t}, & (9) \\ \sin^{-2} \beta &= \frac{d_0 + d_1 t + d_2 t^2}{c_0^2 + 2c_0 c_1 t + c_1^2 t^2}, & \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha} &= \frac{c_0 + c_1 t}{a_0 + a_1 t}. \end{aligned}$$

Первые три интеграла (9) содержат только одну сферическую координату, вторые три - две сферические координаты, в то время как исходные интегралы (4) содержат в общем случае три сферические координаты. Рассмотрим еще топосцентрическую радиальную скорость спутника

$$\dot{q} = \frac{\vec{q} \cdot \dot{\vec{q}}}{q} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}. \quad (10)$$

Согласно интегралам (4) имеем

$$\dot{q} = \frac{e_0 + e_1 t + e_2 t^2}{d_0 + d_1 t + d_2 t^2}, \quad (11)$$

где в формулах (9) и (11)  $d_i$  и  $e_i$  также можно рассматривать как постоянные интегрирования модельной задачи, связанные с  $a_i, b_i, c_i$  некоторыми простыми соотношениями.

Применяя к интегралам (9) и (11) операцию (2), на-

ходим, что в произвольно ориентированной топоцентрической сферической системе координат справедливы следующие приближенные формулы видимого движения ИСЗ

$$\begin{aligned} \varrho^2 &= P_N(t), & \varrho \sin \beta &= Z_N(t), \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{Y_N(t)}{X_N(t)}, & \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha} &= \frac{Z_N(t)}{Y_N(t)}, \\ \sin^2 \beta &= \frac{P_N(t)}{S_N(t)}, & \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha} &= \frac{Z_N(t)}{X_N(t)}, \\ \dot{\varrho} &= \frac{Q_N(t)}{P_N(t)}, \end{aligned} \quad (I2)$$

где  $X_N(t), Y_N(t), Z_N(t), P_N(t), Q_N(t), S_N(t)$  - некоторые, быстро сходящиеся многочлены времени  $t$ . Формулы (I2) могут успешно применяться как для управления двухосными спутниковыми телескопами ( J. H. Zhagars , 1977), так и для выравнивания и контроля точности лазерных, фотографических и доплеровых наблюдений ИСЗ. Нетрудно убедиться, что область сходимости формул (I2) в случае эллиптического движения ИСЗ также определяется неравенством (8).

#### Видимое движение ИСЗ в специальных системах координат

Формулы (5), (7), (I2) приближенно представляют видимое движение ИСЗ в произвольно ориентированной топоцентрической сферической системе координат. Если же систему координат ориентировать определенным образом, то возможно упростить некоторые из полученных выше формул. В частности,

рассмотрим три топоцентрические системы координат, используемые в спутниковых телескопах, а именно:

- а) горизонтальную систему координат,
- б) вертикальную систему координат,
- в) II орбитальную систему координат.

Основной плоскостью горизонтальной системы координат является плоскость горизонта в точке наблюдений. Ось X направлена на север. Основной плоскостью вертикальной системы координат является плоскость, перпендикулярная плоскости горизонта в точке наблюдений. Ось X проходит по линии пересечения основной плоскости с плоскостью горизонта и направлена на запад. II орбитальной будем называть топоцентрическую систему координат, основная плоскость которой содержит касательную к орбите спутника в некоторой точке видимой траектории. Ось X проходит через указанную точку касания, которую будем именовать порождающей точкой этой системы координат.

I) горизонтальная система координат.

В качестве модельной точки касания В (см.рис. I) выберем так называемую точку вертикального сближения спутника и обсерватории, в которой

$$\dot{z} = \epsilon_1 = 0, \quad z = c. \quad (13)$$

Кроме того, повернем горизонтальную систему координат вокруг оси Z так, чтобы ось X была направлена в сторону так называемой точки горизонтального сближения спутника и обсерватории. В таком случае имеем также

$$\dot{x} = a_1 = 0, \quad x = a_0. \quad (I4)$$

Равенства (I3) и (I4) позволяют упростить некоторые из интегралов (9), (I0) и представить их в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(A - A_0) &= \frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0} t, \\ \sin^{-2} h &= \frac{d_0}{c_0^2} + \frac{d_1}{c_0^2} t + \frac{d_2}{c_0^2} t^2, \\ \frac{\operatorname{tgh}}{\cos(A - A_0)} &= \frac{c_0}{a_0}, \end{aligned} \quad (I5)$$

где  $A_0$  - азимут точки горизонтального сближения ИСЗ и обсерватории. Рассматривая  $\frac{b_i}{a_0}$ ,  $\frac{d_i}{c_0^2}$ ,  $\frac{c_0}{a_0}$  как постоянные интегрирования модельной задачи и применяя операцию (2) к интегралам (I5), находим приближенные формулы

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(A - A_0) &= G_N(t), \\ \sin^{-2} h &= T_N(t), \\ \frac{\operatorname{tgh}}{\cos(A - A_0)} &= U_N(t), \end{aligned} \quad (I6)$$

где  $G_N(t)$ ,  $T_N(t)$ ,  $U_N(t)$ , как и выше, быстро сходящиеся многочлены от времени  $t$ . Формулы (I6) совместно с остальными формулами (I2) приближенно представляют видимое движение ИСЗ в топоцентрической горизонтальной системе координат.

II) вертикальная система координат.

Вертикальная система координат  $(x', y', z'), (q, \vartheta, \varphi)$  связана с горизонтальной системой координат  $(x, y, z), (q, h, A)$  при помощи соотношений

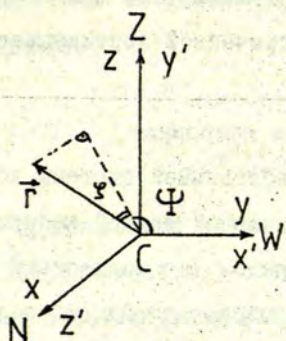


Рис.2.

$$x = z', \quad y = x', \quad z = y', \quad (17)$$

или

$$\begin{aligned} \sin \vartheta &= \cosh \cos A, \\ -\operatorname{ctg} \varphi &= \operatorname{ctgh} \sin A, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\vartheta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \quad \varphi \in [0, \pi].$$

Основным преимуществом вертикальной системы координат перед горизонтальной является отсутствие особенности в зенитной точке  $Z$  (координата  $A'$  в горизонтальной системе терпит разрыв, а координата  $h$  - разрыв первой производной по времени  $t$ , при прохождении ИСЗ через зенит).

Выберем в качестве модельной точки касания  $B$  (см. рис.1) точку вертикального сближения, для которой в вертикальной системе координат

$$\dot{y} = b_1 = 0, \quad y = b_0. \quad (19)$$

Равенства (19) позволяют упростить некоторые другие из интегралов (9) и получить приближенные формулы

$$\operatorname{ctg} \Psi = G_N(t),$$

(20)

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin \Phi} = V_N(t),$$

которые совместно с остальными формулами (12) представляют видимое движение ИСЗ в топоцентрической вертикальной системе координат.

III) II-я орбитальная система координат.

Пусть порождающая точка II орбитальной системы координат  $(\varrho, \beta, \gamma)$  совпадает с модельной точкой касания В (см. рис. I) и одновременно является так называемой точкой (радиального) сближения ИСЗ и обсерватории (Эйнасто Я., Кутузов С.А., 1960). В таком случае модельная прямолинейная траектория ИСЗ целиком расположена в основной плоскости системы координат, т.е.

$$z = \dot{z} = 0, \quad c_0 = c_1 = 0, \quad (21)$$

$$\sin \beta = \frac{z}{\varrho} = 0, \quad \beta = 0.$$

Кроме того,

$$\dot{x} = a_1 = 0, \quad x = a_0. \quad (22)$$

Из формул (21) следует, что обобщенному тангенциальному приближению видимого движения ИСЗ соответствует приближение видимой траектории спутника большим кругом небесной сферы. Равенства (21), (22) также позволяют упростить некоторые интегралы (9) и получить приближенные формулы

$$\begin{aligned} \beta &= B_N(t), \\ \operatorname{tg} \gamma &= G_N(t), \end{aligned} \tag{23}$$

совместно с другими формулами (12) представляющие видимое движение ИСЗ в топоцентрической II-ой орбитальной системе координат.

Предложенный метод построения формул видимого движения ИСЗ, разумеется, не единственный, но он представляется весьма перспективным для управления при помощи ЭВМ двухосными спутниковыми телескопами. Его основное преимущество перед формальным разложением топоцентрических координат ИСЗ в ряды заключается в возможности нахождения таких сходящихся рядов в правых частях рассмотренных формул, которые быстро сходятся к искомому результату. Кроме того, имеется возможность простого перехода от дробно-рациональных к рациональным функциям путем выбора соответствующей системы координат.

Метод был исследован также и численно. Некоторые предварительные результаты приведены в работе Жагара Ю.Х. (1977), а более подробные, выполненные Зариньшем А.Я., будут опубликованы в ближайшее время. Отметим только, что наилучшую сходимость соответствующих многочленов указали функции  $q \cos \beta \cos \alpha$ ,  $q \cos \beta \sin \alpha$ ,  $q \sin \beta$  и  $q^2$  независимо от ориентации выбранной топоцентрической системы координат. Точность порядка нескольких секунд дуги

по сферическим координатам была достигнута с использованием отмеченных функций в большинстве случаев уже многочленами четвертого порядка.

### Литература

1. Абеле М.К., Вятерс Я.В. Вычисление эфемерид ИСЗ для установок с четырехосной монтировкой.-Наблюдения ИСЗ, Бухарест, 1975, № 14.
2. Беневски Я. Топоцентрическая траектория спутника, движущегося по круговой орбите.-Наблюдения ИСЗ, Варшава, 1970, № 9.
3. Быков О.П. Использование мгновенных спутниковых орбит, определяемых методом параметров видимого движения.- Вестник ЛГУ им.А.Еданова, 1979, № 7.
4. Кагар Ю.Х. Аппроксимация и точность лазерных наблюдений ИСЗ.-Научные информации Астросовета АН СССР, М., 1978, № 40.
5. Лийгайт М., Эйнасто Я. К теории автоматических телескопов для наблюдения ИСЗ.-Аж, 1960, т.37, № 6.
6. Сочилина А.С. О вычислении эфемерид ИСЗ для наблюдений на камерах АФУ.-Бюллетень ИТА, 1975, т.14, №2.
7. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике /Под ред.Г.Н.Дубошина.М.,Наука, 1976.
8. Эйнасто Я.Э., Кутузов С.А. Определение эфемериды ИСЗ для точки сближения.-Бюллетень СОН ИСЗ,1960, № 20.
9. Abel M.K. ZMP fotokamera ar orientējumu kustīgu plati. - Diplome work, Latvian State University Riga, 1960.



10. Barthelmes F. A method for testing laser range measurements.-*Obserwacje Sztucznych Satelitow Ziemi, Warszawa-Lodz, 1979, Nr 18.*
11. Steinbach M. Uber die scheinbaren Bahnen kunstlicher Erdsatelliten und Moglichkeiten zum Bahnverfolgung.-*Wiss.Zeitchr.der Hochsh.Elektrotech., Ilmenau, 1961, 7.*
12. Zhagar J.H. Prediction of satellites motion for automatical laser ranging.-*Preprint Nr 28/77 ČVUT PJFI, Prague, 1977.*

### Резюме

Ю.Х.Загар

#### ИССЛЕДОВАНИЯ ОБОБЩЕННОГО ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

В работе получены и исследованы приближенные формулы, представляющие видимое движение ИСЗ. Эти формулы могут быть использованы в системах автоматического управления спутниковыми лазерными телескопами, т.к. они обладают высокой степенью точности.

### Kopsavilkums

J. Žagars

#### ZMP REDZAMĀS KUSTĪBAS VISPĀRINĀTĀ TANGENCIĀLĀ TUVINĀJUMA PĒTĪJUMI

Darbā iegūtas un pētītas tuvinātas ZMP redzamās kustības formulas. Šīs formulas var izmantot automātisko ZMP lāzerteleoskopu vadīšanai, jo to precizitāte ir augsta.

Summary

J.H. Zhagars

INVESTIGATION OF THE GENERALIZED TANGENTIAL  
APPROXIMATION OF SATELLITES VISIBLE MOTION

Some expressions for approximation of the visible motion of satellites are deduced and investigated in this paper. These expressions appear to be useful for automatic laser ranging systems because the accuracy of the approximation turns out to be extremely high.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 521.61

А.Я. Зариньш  
(АО ЛГУ им. П. Стучки)

ОБ УНИФИКАЦИИ МАШИННОГО ХРАНЕНИЯ  
ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ИСЗ

Немаловажным условием эффективности пользования данными наблюдений ИСЗ является легкость доступа, в частности программного доступа к этим данным, следовательно, наличие средств машинного хранения (банка) данных наблюдений ИСЗ. Банк данных исключает необходимость в механических промежуточных носителях информации (в печатной форме, на перфокартах или перфолентах), облегчает исправление, копирование и другие работы с данными. Ввиду быстрого пополнения и большого объема наблюдений ИСЗ и необходимости оперативного доступа к ним актуальность такого банка несомненна.

Разработку и распространение средств машинного хранения данных в прошлом в значительной степени затрудняла недостаточная оснащённость ЭВМ внешними запоминающими устройствами прямого доступа (магнитные диски, барабаны), а также разнотипностью ЭВМ и представлении данных на внешних запоминающих устройствах. С широким распространением ЕС ЭВМ условия для разработки унифицированного

програмного обеспечения банков данных значительно улучшается.

### Форматы представления данных

Помимо данных наблюдений ИСЗ в печатном виде в настоящее время употребляется ряд форматов записи данных на машинно-читаемые носители информации. Большинство их является узкоспециализированными для определенной ЭВМ и конкретного типа наблюдений. Как более универсальные следует отметить форматы SAO, пользующиеся популярностью за границей, и универсальный стандартный формат, предложенный Емельяновым Н.В. [3]. Они, однако, предусмотрены в первую очередь для обмена данными через внешние носители информации и не являются оптимальными с точки зрения машинного хранения данных на конкретной ЭВМ, в частности ЕС ЭВМ. Частично это обусловлено неэкономичностью использования памяти, поскольку упомянутые форматы кодируются в символьном виде. Это и учет особенностей методов доступа ЭВМ приводит к заключению, что внутреннее представление данных в банке и формат обмена в общем случае должны быть различными.

Наблюдения ИСЗ почти всегда можно объединить в серии (группы), имеющие общие условия наблюдения и обработки (наблюдения за одно прохождение ИСЗ, один кадр фотонаблюдений и т.п.). В целях экономии памяти информацию, общую для всей группы, можно привести только один раз (ряд форматов обмена предусматривает повторение полного набора данных для каждого отдельного наблюдения, это обеспечи-

вает их независимость в случае сбоя канала связи). Тогда структура формата записи включает заголовок группы и ряд собственно наблюдений. Длина массива информации для группы наблюдений при этом переменная.

### Содержание банка данных

Состав информации, общей для всей группы наблюдений, зависит от методики и аппаратуры получения и обработки этих наблюдений. Опыт показывает, что в большинстве случаев к ней можно отнести следующие данные:

номер наблюденного ИСЗ и станции наблюдений,  
метеословия (температура, давление, влажность),  
тип наблюдений,

одна или несколько характеристик точности всей группы,  
признаки условий получения и обработки данных и введенных коррекций:

системы времени,  
системы координат,  
системы единиц данных,

поправок за: годичный паралакс,  
рефракцию в атмосфере,  
абберационное время,

данные организационного характера (быть может, излишние): количество наблюдений в группе,

условный номер группы,

источник наблюдений (прибор, наблюдатель и т.п.).

Собственно данные наблюдений в большинстве случаев включает момент времени — одну или две наблюденные величины и характеристики их точности (невязки).

Хотя приведённый список, конечно, не исчерпывающий, мы полагаем, что для доступных в настоящее время типов наблюдений (визуальных, фото, лазерных, доплеровских) этого достаточно.

Обработка наблюдений предполагает введение поправок за сдвиги систем координат и времени, атмосферные условия и т.п. Надо отметить, что требования пользователей данных наблюдений к процедуре приведения бывают весьма различными, а восстановление первоначальных данных после введения поправок составляет трудность. Поэтому мы сочли целесообразным оставить возможность хранения неприведённых данных, расплачиваясь за это наличием системы условий и признаков поправок.

### Метод доступа

Средства машинного хранения данных предполагает наличие программы (пакета программ), систематизирующей хранящиеся данные, обеспечивающей правильную запись и считывание группы данных. Частью этого пакета являются выбранные системные средства доступа к внешним устройствам ЭВМ, в частности, т.н. методы доступа ОС ЕС ЭВМ. Оптимальный выбор метода доступа может значительно облегчить работу программиста по составлению пакета обслуживающих программ банка данных и работу с банком.

Имея в виду особенности данных наблюдений ИСЗ, а именно то, что они могут быть расположены в порядке времени получения независимо от места и средств наблюдения и сгруппированы по наблюдаемым объектам (ИСЗ), представ-

ляется целесообразным для хранения данных наблюдений использовать записи с ключами. Ключ может состоять из номера ИСЗ и времени первого наблюдения группы (с точностью порядка секунды).

Учитывая сказанное, из методов доступа, представленных в матобеспечении ОС ЕС ЭВМ, наиболее подходящим мы сочли индексно-последовательный метод доступа (ISAM). Он предназначен для обслуживания наборов данных на устройствах прямого доступа (магнитных дисках) и предполагает довольно сложную физическую организацию набора данных. Набор в общем случае состоит из индексной области, основной области и областей переполнения, последние делятся на области переполнения цилиндров и общую область переполнения. Области переполнения заполняются, если в цилиндре, куда попадают значения ключа очередной записи, основная область уже занята. Если занята также область переполнения этого цилиндра, запись сдвигается на общую область переполнения.

Следует иметь в виду некоторые особенности ISAM. Так, добавляя записи в прямом режиме (с любым ключом), не могут быть заполнены те цилиндры, где нет записей, сделанных в последовательном режиме, т.е. если не принимать специальных мер при создании набора данных, заполняется только основная область одного, после него, не до конца заполненного цилиндра, области переполнения цилиндров, имеющих записи в основной области, и общая область переполнения. В последовательном же режиме возможно добавление только записей с ключами, значения которых больше, чем у всех уже имеющихся записей, и только в основную область. Поэтому при создании набора данных надо подобрать соотно-

шение между объемами основной области и областей переполнения, чтобы оптимально использовать место на МД. Принимая во внимание также то, что накопление большого количества записей в областях переполнения значительно увеличивает время доступа, следует регулярно реорганизовывать набор данных, т.е. переводить записи в основную область в последовательном режиме. Может показаться, что необходимость регулярной реорганизации набора затрудняет работу с ним. Однако другие методы доступа, по существу, предполагают или реорганизацию набора при добавлении каждой записи, или запись вообще без реорганизации, что в конечном счете ведёт к невозможности использовать место, освободившееся из-под удаленных записей. ISAM, таким образом, является как бы "золотой серединой".

Берсия банка данных наблюдений ИСЗ Латвийского государственного университета

Изложенные соображения были реализованы при разработке банка данных наблюдений ИСЗ ЛГУ. Использован индексно-последовательный метод доступа ОС ЕС, записи переменной длины (до 3300байт) с встроенным ключом. Структура записи представлена на рис.1. Пакет программ обслуживания банка составлен на языке PL/I ОС. Язык PL/I избран ввиду того, что обладает развитыми средствами работы с наборами данных, исключительного управления, даёт возможность доступа к внутреннему представлению данных. Обращение к этим программам из других языков, в частности из Фортрана, несколько затруднена, но вполне выполнима.



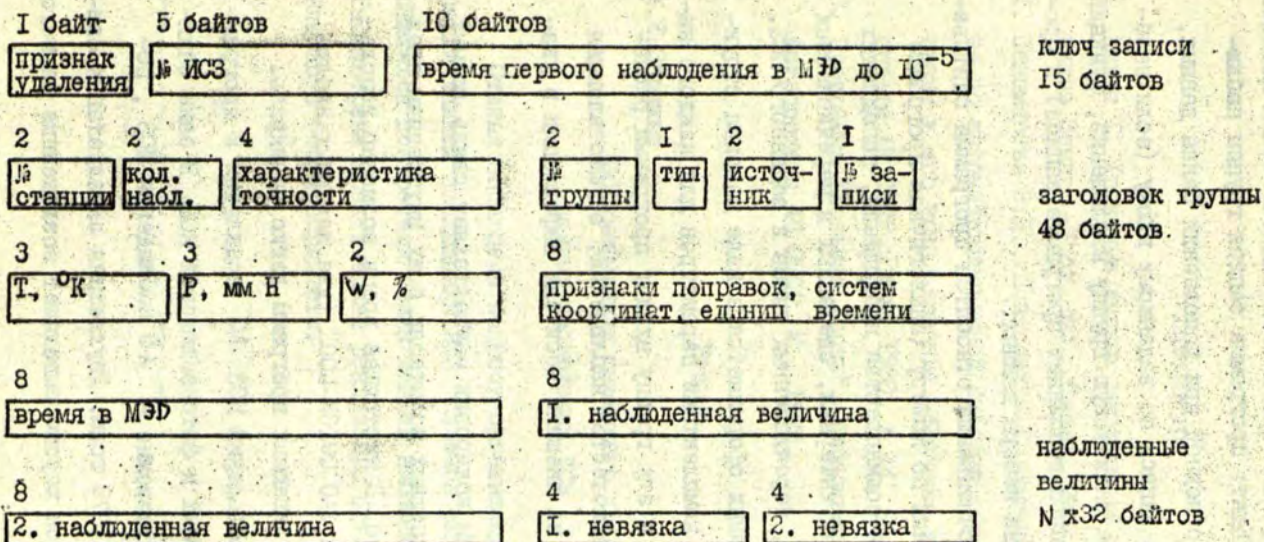


Рис. 1. Структура записи банка данных наблюдений ИСЗ ЛаГУ. Длина записи переменная (до 3300 байтов). Одна группа наблюдений может занимать до 9 записей (до 900 наблюдений).

Программы обслуживания банка данных можно условно разделить на группы программ записи, считывания и кодировки. В первую входят: программа записи группы наблюдений, являющаяся основной при дополнении банка данных, программа удаления записи по заданному ключу (если необходимо заменить уже записанную группу наблюдений, функцию удаления старой записи выполняет программа записи) и программа реорганизации набора данных.

К программам считывания относится программа считывания группы наблюдений по номеру (аналогичная программе записи), считывания подмножества наблюдений, попадающих в заданный временный интервал, сделанных в перечисленных пунктах наблюдения, перечисленных типов и заданного ИСЗ. Выходной массив данных оформляется в виде массива структур PL/I с полными комплектами параметров для каждого наблюдения. Наконец, в эту группу входит программа распечатки такого же подмножества наблюдений, осуществляющая также вывод данных на внешние носители информации в указанной кодировке.

Группа программ кодировки осуществляет связь данных, закодированных на внешних носителях, с их внутренним представлением и обратно. В настоящее время возможно использование кодов UCSF и SAO QUICK LOOK (для лазерных наблюдений). Набор обслуживаемых программ легко расширить.

Банк данных наблюдений ИСЗ А0 подключен к программам обработки лазерных и фотонаблюдений ИСЗ. В банк записываются все обрабатываемые в А0 наблюдения ИСЗ, полученные с 1979 года. Двухлетняя эксплуатация банка показывает, что он хорошо выполняет возложенные на него

функции. В 1980 году вариант банка данных наблюдений ИСЗ передан также Эвенигородской научной базе Астросовета.

### Литература

1. Хайшо Т. Хранение данных наблюдений искусственных спутников Земли. - Набл. ИСЗ. София, 1977, № 16, 339-349.
2. Пономарева В.И., Покасова Л.Г. Каталог результатов счета по автоматизированной системе обработки спутникограмм и его использование. - Научные информации Астросовета АН СССР. Рига, 1980, № 44, 58-60.
3. Программа "Большая Хорда". Информационное сообщение Астросовета АН СССР. М., 1979.

### Резюме

А.Я. Зарины

#### Об унификации машинного хранения данных наблюдений ИСЗ

Статья посвящена вопросу организации машинного хранения данных наблюдений ИСЗ. Изложен ряд соображений, касающихся построения банка данных наблюдений ИСЗ на ЕС ЭВМ. Рассмотрена практическая реализация банка данных ИСЗ Латвийского госуниверситета.

K o p s a v i l k u m s

A.J.Zariņš

Par unificētu ZMP novērojumu datu  
glabāšanu, izmantojot ESM

Rakstā apskatīts jautājums par ZMP novērojumu datu  
glabāšanu, izmantojot ESM. Aprakstīta LVU Astronomiskās  
observatorijas ZMP novērojumu datu bankas realizācija.

S u m m a r y

A.J.Zariņš

On the unification of computer storage  
of satellite tracking data

The problem of computer storage of satellite trac-  
king data using ES computers is considered. The practical  
implementation of the Latvian State University satellite  
tracking data base is described.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 522.2+522.43

В.А.Гедровиц

(АО ЛГУ им. П.Стучки)

### АВТОМАТИЗАЦИЯ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОТРАЖАТЕЛЬНОГО ЗЕНИТНОГО ТЕЛЕСКОПА

#### ОБЩЕЕ ПОЛОЖЕНИЕ

В Астрономической обсерватории ЛГУ несколько лет с перерывами эксплуатировался фотоэлектрический отражательный зенитный телескоп, сконструированный под руководством ст.научн.сотр. Абеле М.К. [1]. Накопленный опыт дал возможность выдвинуть новые цели и пути в деле усовершенствования аппаратуры. В последние годы АСУ - автоматизированная система управления - значительно перерабатывалась. Работа велась в нескольких направлениях :

- 1) увеличение надёжности и стабильности работы АСУ ;
- 2) упрощение обслуживания разных узлов ;
- 3) упрощение и сокращение процесса подготовки комплекса приборов к работе ;
- 4) уплотнение информационного потока телескоп вычислительный центр ;
- 5) расширение функциональных возможностей работы АСУ, также в режимах самоконтроля и отыскивания неисправностей.

Этому способствовало то, что в настоящее время выпускаются широкодоступные интегральные микросхемы серии К 155 и К 193, характерной особенностью которых является сравнительно высокое быстродействие и надёжность. Кроме того выпускаются и настольные специализированные вычислитель-

ные машины, например, ЭВМ 15 ВСМ-5, способные не только вести расчёты, но и управлять процессами.

Во-первых, мы отказались от механических контактов и т.п. Узлы АСУ были осуществлены на интегральных микросхемах серийного выпуска, в основном - средней степени интеграции. Блок-схема существенно изменилась в связи с тем, что была установлена вычислительная машина 15 ВСМ-5 в качестве центрального управляющего звена [2]. Блок-схема АСУ дана на рис. 1.

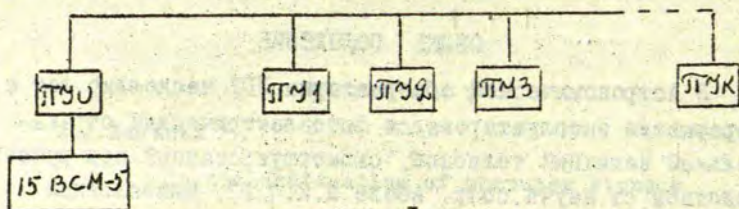


рис. 1

ПТУ - переходное устройство ЭВМ ;

ПТУ2 ; ПТУК - периферийные устройства, обслуживаемые ЭВМ и связанные между собой общей магистралью данных ИМ.

Обмен информацией между устройствами ПТУК происходит в следующем порядке. Сперва от ЭВМ активизируется приёмник (или передатчик) информации путём установки в определённое (активное) состояние триггер-флага в переходном устройстве (приборном интерфейсе) соответствующего периферийного устройства ПУ. Далее происходит обмен серийно-параллельным-по-байтовым методом. В данном варианте комплекса обмен информацией происходит только между ЭВМ и ПУ, а сами периферийные устройства между собой могут обмениваться только некоторыми командами.

Такой подход к решению упомянутых вопросов дал возможность существенно упростить как выполняемые логические функции, так и материальное осуществление периферий-

ных устройств ПУК, участвующих непосредственно в управлении телескопом. А это, в свою очередь, дало возможность значительно повысить надёжность работы ПУ. Но, кроме того, получаем ещё и некоторые другие преимущества. Во-первых, легко изменить алгоритм функционирования АСУ путём изменения программы, вводимой в ЭВМ. Во-вторых, представляется возможность предварительно обработать результаты наблюдений и выдать их в уплотнённом виде для передачи в вычислительный центр. В-третьих, легко ввести изменения в способе регистрации звёздных прохождений.

Далее рассмотрим алгоритм функционирования АСУ зенитного телескопа.

#### УСТАНОВКА АЗИМУТА

Используемая зенитная труба является инструментом определенной альмуkantараты. Следовательно, перед каждым прохождением звезды должен обеспечиваться поворот инструмента, т.е. установка азимута. Азимут  $A_0$  визирной линии рассчитывается из сферического треугольника с помощью следующей формулы [1] :

$$\cos A_0 = \frac{\sin \varphi \cos Z - \sin \delta}{\cos \varphi \sin \delta},$$

где  $\varphi$  - широта места,  $\delta$  - склонение звезды,  
 $Z$  - зенитное расстояние.

Числовое значение азимута считывается с перфоленты (или магнитной ленты). Считывающее устройство перфоленты является одним из периферийных устройств ПУК (ПУ1, рис.1). Обслуживается оно, как и другие, через информационную магистраль. Далее происходит установка азимута.

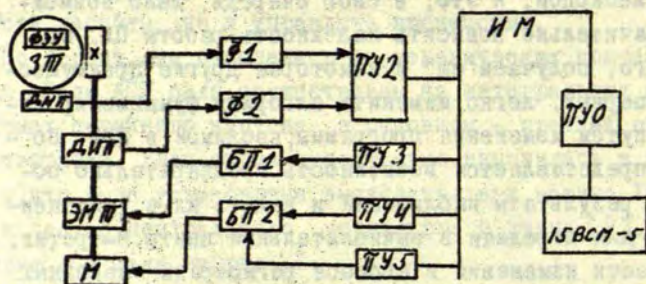


рис. 2 Установка азимута

- ЗТ - зенитная труба,
- ДНП - датчик нулевого положения,
- ДИП - датчик импульсов поворота /дуговых минут и градусов/,
- ЭМТ - электромагнитный тормоз,
- М - двигатель,
- БП1, БП2 - блоки питания,
- Ф1, Ф2 - формирователи импульсов,
- ПУ2, ПУ3, ПУ4, ПУ5 - переходные устройства,
- ПУ0 - переходное устройство ЭВМ,
- ИМ - информационная магистраль.

Установка азимута начинается с включения двигателя М (рис. 2). Для этого ЭВМ устанавливает в магистрали код устройства ПУ4 и посылает соответствующий синхроимпульс, по получении которого устанавливается триггер-флаг в активном состоянии и включается питающее напряжение двигателя. ЗТ начинает вращаться. ЭВМ по внутренней программе переходит к счёту импульсов поворота [ 2 ]. После получения импульса нулевого положения и ближайшего градусного импульса, происходит формирование команд с кодом 05 I4 [ 4 ] от минутных импульсов ДИП. Команды посылаются в магистраль ИМ. ЭВМ в это время выполняет цикл по передаче управления периферийному устройству ПУ2. Получив



команду „ Пуск “ ( 05 I4 ), ЭВМ по внутренней программе в одном регистре памяти добавляет + I (или - I) и начинает цикл заново. Таким образом, один из регистров памяти служит одновременно счётчиком циклов и счётчиком импульсов поворота. По достижении определенного значения ЭВМ активизирует триггер-флаг в ПУ5, который снижает питающее напряжение двигателя М. Таким образом, происходит более медленное, плавное приближение к заданному значению азимута. За несколько импульсов до этого сбрасываются ПУ4, ПУ5. Тем самым отключается питающее напряжение двигателя, ротор которого продолжает с убывающей скоростью вращаться. По мере понижения скорости включается электромагнит тормоза путём активизации триггер-флага в ПУ2. Последующим сбросом упомянутых триггеров установка азимута заканчивается. Очевидно, что число импульсов между последующими включениями (выключениями) может программным путём меняться. В данном варианте у нас поворот трубы в последние 60 дуговых минут перед включением тормоза происходит на пониженной скорости и последние 20 минут - с обесточенным двигателем. Далее рассмотрим, как функционирует регистрирующая часть телескопа.

#### АВТОМАТИЗАЦИЯ РЕГИСТРАЦИИ ЗВЁЗДНЫХ ПРОХОЖДЕНИЙ

Рассмотрим, как осуществлена автоматическая регистрация звёздных прохождений способом, предложенным Абеле М.К. [3]. В фокальной плоскости устанавливается визирная решетка; ФЭУ используется в режиме квантового счёта. Применяются 8 счётчиков. Показание  $j$ -того счётчика равно

$$N_j = \sum_{l=1}^n \int_{t_j}^{t_j^*} f(t) dt,$$

где  $j = 1, 2, \dots, 8$  ;

$$t_j = t_{\text{нач}} + (j-1)T + \delta(i-1)T ;$$

$$t_j^n = t_{нар} + jT + 8(i-1)T ;$$

$$T = \frac{t_{кон} - t_{нар}}{8n} ;$$

$i$  - номер щели /  $i = 1, 2, \dots, n$  / ;

$f(t)$  - частота импульсов фототока.

В представленном к рассмотрению приборе это осуществлено несколько иначе. Для этого применяется новая блок - схема, которая обеспечивает регистрацию с помощью двух внешних счётчиков. Таким образом получаем значение интегралов

$$\int_{t_j^i}^{t_j^u} f(t) dt = I_j.$$

Далее по внутренней программе в регистрах памяти ЭВМ может произойти дальнейшее интегрирование, т.е. образование суммы

$$\sum I_j.$$

Установку периода коммутации тоже производит ЭВМ путём перепрограммирования делителя опорной частоты. Команда начала регистрации тоже вырабатывается с помощью ЭВМ.

- Сначала происходит грубое сравнение текущего времени с заданным, а в конце - более точное. Команда начала формируется из последнего 10 мсек. импульса. Следовательно, разница по времени между необходимым моментом запуска и реальным  $< 10$  мсек. При этом, точность фронта  $\pm 1 \cdot 10^{-6}$  сек. [2]. Этой точности достаточно, чтобы начать регистрацию прохождения звезды в желаемой  $1/8$  или даже  $1/16$  части периода фототока.

Характерной особенностью рассмотренной выше автоматизированной системы управления является ЭВМ (ЭКВМ) И5 ВСМ-5 как центральное управляющее звено. На базе её осуществлен комплекс, периферийные устройства которого максимально упрощены, чем достигается увеличение надёжности, устойчивости работы АСУ. Но самое главное - возможность свободно менять алгоритм функционирования путём перепрограммирования ЭКВМ. Кроме того, предварительно обрабатываются и результаты наблюдений. При такой блок-схеме не требуется выдавать на перфоленду показания всех результатов. С помощью внутренней программы рассчитывается  $\operatorname{tg} \psi$ , где  $\psi$  - угол фазы, далее  $\psi$  - и момент прохождения средней щели. Результат перфорируется на ленту и передаётся в вычислительный центр для дальнейшего использования. Таким образом получаем и некоторое уплотнение информационного потока между ЭКВМ и вычислительным центром.

При конструировании периферийных устройств применялись широкодоступные интегральные микросхемы, что делает комплекс устройств легко повторяемым. А программируемость комплекса даёт возможность применять его и с некоторыми другими астрономическими инструментами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абеле М.К. Автоматизация и результаты наблюдений на фотоэлектрическом отражательном телескопе. - Уч. зап. ЛГУ, 1971, т.148, вып.6, 73-86.
2. Гедровиц В.А. Применение ЭВМ И5 ВСМ-5 для автоматизации астрономических наблюдений. - Автоматическая регистрация моментов прохождения звезд. - Астрономия. 1980, с.100-111.
3. Абеле М.К. Фотоэлектрический отражательный зенитный телескоп для наблюдений звезд при равных высотах. - Уч. зап. ЛГУ, 1969, т.121, вып.4, 49-106.

4. Устройство специализированное управляющее вычислительное И5 ВСМ-5 / Техническое описание и инструкция по эксплуатации, 1973.

### Р Е З Ю М Е

В.А.Гедровиц

#### АВТОМАТИЗАЦИЯ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОТРАЖАТЕЛЬНОГО ЗЕНИТНОГО ТЕЛЕСКОПА

Рассматривается функционирование автоматизированной системы управления телескопом, центральным звеном которой является ЭКВМ И5 ВСМ-5. Представлены системы установки азимута и регистрации звездных прохождений.

### К О Р С А В I L K U M S

V.A.Gedrovics

#### ATSTAROŠANAS FOTOLEKTRISKA ZENĪTTELESKOPIA AUTOMATIZĀCIJA

Tiek apskatīta teleskopa automātiskās vadības sistēmas, kuras centrālais mezgls ir EKSM I5 BCM-5. Aplūkotas azimuta iestādīšanas un zvaigžņu sauriešanas momentu reģistrācijas blokskāmas.

### S U M M A R Y

V.A.Gedrovics

#### AUTOMATION OF PHOTOELECTRIC BENT-BEAM ZENITH TUBE

Automated zenith tube control system based upon the I5 BCM-5 desk-top computer is described. Azimuth setting and star transit moment registration systems are discussed in detail.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. АСТРОНОМИЯ. 1981

УДК 522.98

К.А.Штейнс, М.П.Огриньш  
(АО ЛГУ им.П.Стучки) (РПИ)

О СИНХРОНИЗАЦИИ МЕТКОК ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СРЕДНИХ МОМЕНТОВ

При определении средних моментов прохождения звезд методом учета случайных выбросов сигнала прохождения [1] требуется генерация меток в районах экстремальных значений сигнала. Если первая метка генерируется через  $1/4$  периода сигнала после начала регистрации [2], то все метки будут сдвинуты относительно экстремальных мест сигнала, если регистрация проводится с заметным отклонением от нормального режима. В результате такого сдвига метки могут располагаться в районе пересечений сигналом уровня регистрации, что приведет к неверному среднему моменту.

Надежную синхронизацию меток, т.е. совмещение их с экстремальными местами сигнала можно осуществить, если начало формирования меток связано не с началом регистрации С, а с экстремальным местом сигнала В до начала регистрации (рис.1). Для этого визирная решетка должна быть

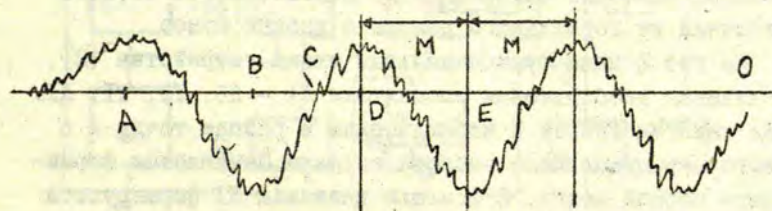


Рис.1

удлинена на одно окно в начале и в конце решетки. Экстремальное место В определяется с учетом случайных выбросов сигнала. Для этого должна быть измерена сумма длительностей отрицательных выбросов сигнала в промежутке между экстремальными местами А и D и половина этой суммы отло-

жена в течение отрицательных выбросов, начиная с точки А. Если теперь генерацию меток отсчитывать от таким образом найденного экстремального места В, то все они должны следовать через равные промежутки М, равные половине периода сигнала, чтобы совпасть с экстремальными местами. Очевидно, что синхронизация меток не нарушается при отклонениях от нормального режима, а также не зависит от уровня шумов.

Для осуществления такой синхронизации устройство определения средних моментов [2] должно быть дополнено несколькими элементами, которые выполняют следующие функции. Начиная с момента А, который определяется наблюдателем по индикатору уровня сигнала, на вход генератора меток, начальное состояние которого такое, что при подаче на его вход счетных импульсов с периодом Т (1 мс) все метки следовали бы через равные промежутки М, подаются счетные импульсы с периодом 2Т в течение отрицательных выбросов сигнала, а начиная с В, также и счетные импульсы с периодом Т в течение положительных выбросов. Поскольку первая метка генерируется после поступления на вход генератора меток М/Т импульсов, то при таком формировании первой метки ее генерация будет следовать через интервал М, который как будто отсчитан от В. После генерации первой метки на вход генератора меток подаются непрерывно счетные импульсы с периодом Т. Таким образом, первая и все последующие метки располагаются в районах экстремальных значений сигнала (D, E) независимо от степени отклонения от нормального режима и уровня шумов.

На рис. 2 дана функциональная схема устройства [2], дополненная необходимыми элементами Л1 - Л6, Т2, Т1, Д1. После нажатия кнопки П наблюдателем в районе точки А с первого отрицательного выброса сигнала начинается формирование первой метки. С помощью делителя Д1 формируются счетные импульсы с периодом 2Т, далее поступающие на вход генератора меток ГМ через Л1, Л2, Л3, Л4 в течение отрицательных выбросов сигнала. Регистрация запрещается состоянием триггера Т1, которое снимается при поступлении на вход генератора меток М/4Т импульсов. По времени этот момент приблизительно соответствует В, и с этого момента

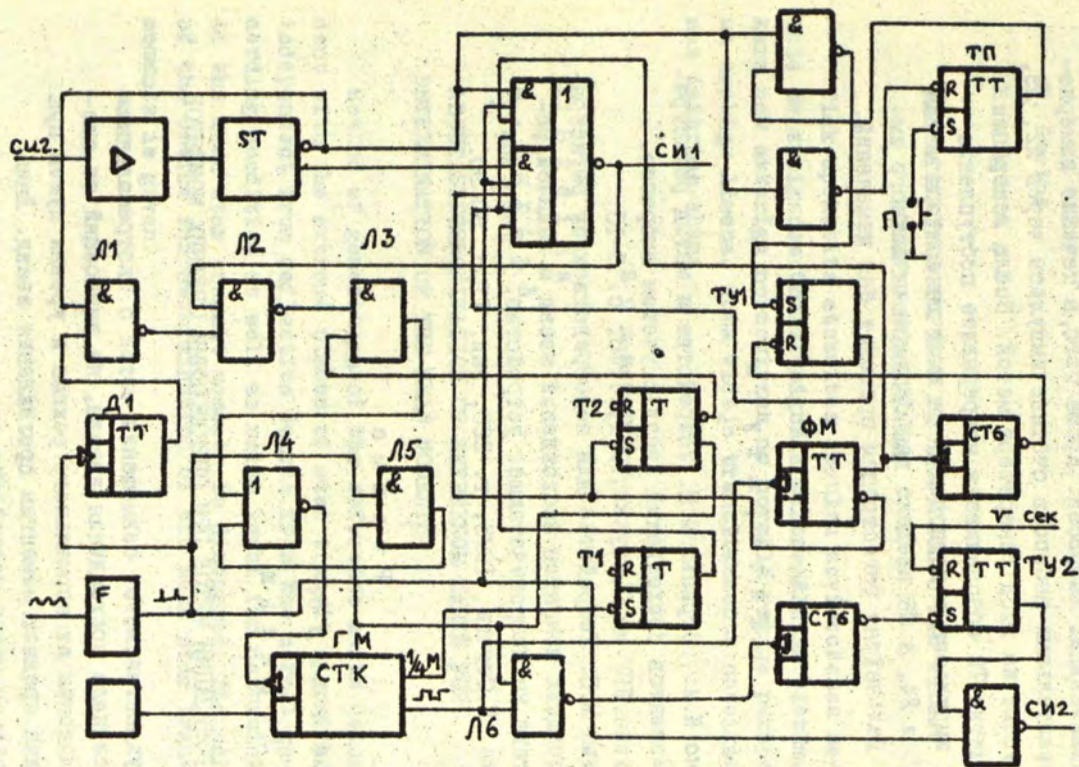


Рис.2

регистрация разрешена, т.е. следует измерение длительностей положительных выбросов. Кроме того, в течение измеряемых положительных выбросов счетные импульсы через Л2, Л3, Л4 поступают на вход генератора меток. После генерации первой метки Т2 обеспечивает непрерывное поступление счетных импульсов с периодом Т на вход генератора меток через Л5 и Л4, а Л6 введено для блокировки ложного импульса. Дальнейшая регистрация проходит без изменений.

### Л и т е р а т у р а

1. Штейнс К.А., Огриньш М.П. Устройство и метод регистрации моментов прохождений звезд с учетом выбросов. - Учен. зап. ЛГУ им. П. Стучки, 1971, т. 148, с. 3-10.
2. Огриньш М.П. Устройство для непосредственной регистрации средних моментов прохождений звезд с выдачей результата на цифropечатающее устройство. - Учен. зап. ЛГУ им. П. Стучки, 1975, т. 220, вып. II, с. 80-90.

### Р е з ю м е

К. А. Ш т е й н с,

М. П. О г р и н ь ш

### О СИНХРОНИЗАЦИИ МЕТОК ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СРЕДНИХ МОМЕНТОВ

Обсуждается метод совмещения меток с экстремальными местами сигнала прохождения звезды, не зависящий от степени отклонения от нормального режима и уровня шумов при определении средних моментов прохождения звезд. Дана функциональная схема устройства для определения средних моментов.



K o p s a v i l k u m s

K. Šteins

M. Ogrīšs

PAR ATSKAITES IMPULSU SINHRONIZĀCIJU PIE VIDĒJO  
MOMENTU NOTEIKŠANAS

Tiek apskatīta atskaites impulsu savietošanas metode ar zvaigznes tranzitsignāla ekstremāla ām vietām, kura nav atkarīga no novirzes, no normālā režīma pakāpes un trokšņu līmeņa. Dota vidējo tranzītmomentu noteikšanas iekārtas shēma.

S u m m a r y

K. Šteins

M. Ogrīšs

ABOUT SYNCHRONIZATION OF REFERENCE MARKS FOR  
DETERMINATION OF THE MEAN MOMENTS

Method of generation of the reference marks coincident with the extreme places of star transit signal and independent from deflection degree from the normal recording condition as well as noise level for determination of the mean star transit moments is discussed. The scheme of the device for determination of the mean star transit moments is given.

УДК 522.98

М. П. Огриньш  
(РПИ)

О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ  
УСТАНОВКИ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНИХ МОМЕНТОВ

В АО ЛГУ им. П. Стучки совместно с пассажным инструментом применяется фотоэлектрическая установка с полевыми транзисторами на входе [1]. В основном из-за этих элементов характеристики установки нелинейные. Принципиальная схема установки изображена на рис. I. Ее работу проанализируем с синусоидальными входными сигналами, т. е. сигналы прохождения звезды  $U_1$  и  $U_2$  на входах полевых транзисторов будут иметь вид

$$U_1 = U_{01} + U_{11} \sin \omega t; \quad U_2 = U_{02} - U_{12} \sin \omega t;$$

Допустим, что сигналы на выходах полевых транзисторов связаны с входными сигналами следующей нелинейной зависимостью

$$U'_1 = a_0 + a_1 U_1 + a_2 U_1^2; \quad U'_2 = b_0 + b_1 U_2 + b_2 U_2^2$$

а усиление операционного усилителя У1 равно 1, т. е.

$$U_3 = U'_1 - U'_2.$$

Тогда  $U_3$  имеет вид

$$U_3 = d_0 + d_1 \sin \omega t - d_2 \cos 2\omega t, \quad (1)$$

где

$$d_0 = a_0 - b_0 + a_1 U_{01} - b_1 U_{02} + a_2 U_{01}^2 - b_2 U_{02}^2 + \frac{1}{2}(a_2 U_{11}^2 - b_2 U_{12}^2) \quad (2)$$

$$d_1 = a_1 U_{11} + b_1 U_{12} + 2a_2 U_{01} U_{11} + 2b_2 U_{02} U_{12}, \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{1}{2}(a_2 U_{11}^2 - b_2 U_{12}^2). \quad (4)$$

Сигнал  $U_3$  поступает на вход второго операционного усилителя У2, имеющего коэффициент усиления К (без обратной связи). Из-за обратной связи усиление У2 падает с возрастанием частоты. В то же время такая обратная связь изме-

няет фазу сигнала и приведет к так называемому запаздыванию фотоэлектрического усилителя. Работа У2 может быть описана, исходя из следующих уравнений [2]:

$$U = K U_4; \quad U_4 = U_3 - U_p; \quad U_p = (J_c + J_R) R_p; \quad (5)$$

$$J_R R = \frac{1}{C} \int J_c dt; \quad J_R R = U - U_p.$$

Система уравнений (5) приводит к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{dU}{dt} + \alpha U = \beta U_3 + \gamma \frac{dU_3}{dt}, \quad (6)$$

где

$$\alpha = \frac{1 + \frac{R_p}{R}(K+1)}{R_p C (K+1)}; \quad \beta = \frac{K(1 + \frac{R_p}{R})}{R_p C (K+1)}; \quad \gamma = \frac{K}{K+1}.$$

Если  $K \gg 1, R \gg R_p,$

$$\alpha \approx \frac{1}{RC}, \quad \beta \approx \frac{1}{R_p C}, \quad \gamma \approx 1.$$

Если  $U_3$  имеет вид (I), то для  $t \gg \frac{1}{\alpha}$  дифференциальное уравнение

$$\frac{dU}{dt} + \alpha U = \beta U_3 + \frac{dU_3}{dt} \quad (7)$$

имеет решение

$$U = A + B \sin(\omega t - \varphi_1) - C \cos(2\omega t - \varphi_2), \quad (8)$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{(\beta - \alpha) \omega}{\alpha \beta + \omega^2}, \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{(\beta - \alpha) 2\omega}{\alpha \beta + 4\omega^2}, \quad (10)$$

$$A = \frac{\beta}{\alpha} d_0, \quad (11)$$

$$B = d_1 \sqrt{\frac{\beta^2 + \omega^2}{\alpha^2 + \omega^2}}, \quad (12)$$

$$C = d_2 \sqrt{\frac{\beta^2 + 4\omega^2}{\alpha^2 + 4\omega^2}}. \quad (13)$$

При условиях  $\alpha \ll \beta$ ,  $\alpha\beta \gg 4\omega^2$ .

$$\operatorname{tg} \varphi_1 \approx \varphi_1 = \varphi \approx \frac{\omega}{\alpha}, \quad (14)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 \approx \varphi_2 \approx \frac{2\omega}{\alpha} = 2\varphi_1 = 2\varphi. \quad (15)$$

Моменты пересечения выходным сигналом уровня регистрации  $D$  находятся из уравнения

$$D = A + B \sin(\omega t_n - \varphi) - C \cos 2(\omega t_n - \varphi), \quad (16)$$

решение которого имеет вид

$$t_n^{(n)} = \frac{1}{\omega} [\varphi + n\pi + (-1)^n \arcsin \phi], \quad (17)$$

где, если  $C < B$

$$\phi = -\frac{B}{4C} + \sqrt{\frac{B^2}{16C^2} + \frac{C+D-A}{2C}} \quad (18)$$

Тогда запаздывание для пары нулей равно

$$\tau = \frac{t_n^{(n+1)} - t_n^{(n)}}{2} = \frac{1}{\omega} \left( n\pi + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{1}{\alpha} \quad (19)$$

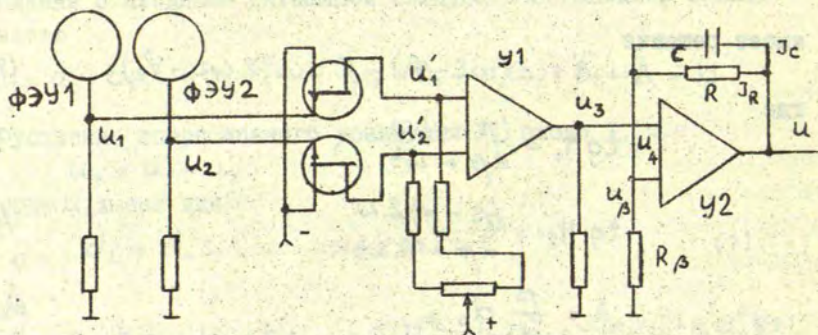


Рис. I

Если пользоваться данными [2] ( $R_\beta = 6 \text{ КОМ}$ ,  $R = 750 \text{ КОМ}$ ,  $C = 0,06 \text{ МКФ}$ ,  $K = 10000$ ), то  $\alpha \approx 22 \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta = 2800 \text{ с}^{-1}$ ,  $\tau = 0,045 \text{ с}$ . С визирной решеткой, применяемой в АО ЛГУ им. П. Стучки, наибольшее значение  $\omega$  равно  $2,2 \text{ с}^{-1}$ . Эти данные использовались в анализе.

Из-за нелинейных характеристик в спектре выходного сигнала появляется удвоенная частота, но это не меняет ни запаздывание ни среднее парн нулей, поскольку искажения сигнала симметричны относительно среднего из парн нулей.

Если в спектре входного сигнала имеются более высокие частоты, то, конечно, из-за нелинейных характеристик полевых транзисторов частотный спектр изменится, но выходной сигнал будет пресстс сдвинут на  $\tau$  и те будет искажен в усилителе У2, поскольку заметные искажения по фазе, как следует из (9), начнутся при частотах порядка  $\sqrt{\alpha\beta}$ , но в то же время усиление У2 заметно падает уже при частотах порядка  $\alpha$ , что следует из (12). Это значит, что из-за нелинейных характеристик полевых транзисторов как средний момент прохождения звезды, так и запаздывание не меняется.

Следует отметить, что выходной сигнал может иметь постоянную составляющую  $A$  даже тогда, когда компенсацией нуля усилителя при отсутствии сигнала прохождения устанавливается нулевой уровень сигнала на выходе усилителя и уровень регистрации также нулевой. Поэтому в таком случае регистрация всегда проводится с отклонениями от нормального режима. Но при этих условиях постоянная составляющая на выходе усилителя отсутствует, если характеристики полевых транзисторов одинаковы ( $\alpha_0 = \beta_0, \alpha_1 = \beta_1, \alpha_2 = \beta_2$ ), а также одинаковы параметры сигналов прохождения звезды на выходах ФЭУ ( $U_{01} = U_{02}, U_{11} = U_{12}$ ). Кроме того, как следует из (4) и (13), в выходном сигнале нет удвоенных частот. Только в этом случае, который можно считать идеальным, возможна регистрация в нормальном режиме. Практически одинаковые характеристики возможны у спаренных полевых транзисторов, но даже при одинаковых характеристиках  $A$  отлично от нуля, если параметры сигналов на выходах ФЭУ отличаются. Для оценки возможной степени отклонения от нормального режима, если не учитывается фон неба, допустим, что  $U_{01} = U_{11}, U_{02} = U_{12}$ . Отличие параметров сигналов будем характеризовать коэффициентом  $p$ , т.е.  $U_{12} = p U_{11}$ . Тогда из (2) и (3) следует

$$\frac{d_0}{d_1} = \frac{a_1(1-p) + 3a_2 U_{11}(1-p^2)}{a_1(1+p) + 2a_2 U_{11}(1+p^2)} \quad (2c)$$

При значительном отклонении  $p$  от единицы отклонения от нормального режима могут быть большими, а с учетом частотного спектра входного сигнала степень отклонения может быть еще выше, что может привести к одностороннему ограничению сигнала и даже к изменению запаздывания [2]. Поэтому важно добиваться равенства параметров сигналов прохождения звезды на выходах ФЭУ.

### Л и т е р а т у р а

1. Иванов А.В. Фотоэлектрическая установка устройства для определения среднего момента прохождения звезд. - Учен. зап. ЛГУ им. П. Стучки, 1975, т. 220, вып. II, с. 55 - 80
2. Штейнс К.А. Оргиньш М.П., Иванов А.В. Запаздывание фотоэлектрической установки при ограничении сигнала. - В кн.: Автоматическая регистрация моментов прохождения звезд. Рига, 1980, с. 75 - 81.

### Р е з ю м е

М. П. О г р и н ь ш

О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ  
УСТАНОВКИ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНИХ МОМЕНТОВ

Исследуется влияние нелинейных характеристик полевых транзисторов в фотоэлектрической установке на регистрацию средних моментов прохождения звезд. Найдено, что квадратичные характеристики не изменяют как среднего момента осциллоидального сигнала, так и запаздывание. Анализируются причины возможных отклонений от регистрации в нормальном режиме.

K o p s a v i l k u m s

M. O g r i ņ š

PAR FOTOLEKTRISKĀS IEKĀRTAS NELINEĀRO RAKSTURĪKŅU  
IETEKMI UZ VIDĒJO MOMENTU NOTEIKŠANU

Pētīta fotoelektriskās iekārtas lauka tranzistoru nelineāro raksturlielumu ietekme uz zvaigžņu vidējo tranzītmomentu noteikšanu. Atrasts, ka kvadrātiskās raksturlielnes neizmaina sinusoidāla signāla vidējo momentu un nokavēšanos. Tiek analizēti iespējamo noviržu no registrācijas normālā režīma iemesli.

S u m m a r y

M. O g r i ņ š

ON EFFECT OF NONLINEAR CHARACTERISTICS OF THE  
PHOTOELECTRIC DEVICE ON THE DETERMINATION OF THE MEAN  
MOMENTS

The effect of nonlinear characteristics of FET in the photoelectric device on the determination of the mean star transit moments is studied. It is found the square-law characteristics does not change the mean moments in the case of sinusoidal signal as well as the time-lag. Analysis of probable causes of deflection from the normal recording condition is given.

С о д е р ж а н и е.

1. Ю.В.Батраков. Промежуточные орбиты для начального участка движения . . . . .	3
2. В.А.Извеков. Построение эфемерид в случае плохо обусловленных нормальных уравнений . . . . .	II
3. В.В.Емельяненко, Н.Ю.Емельяненко. О точности определения орбит короткопериодических комет . . . . .	19
4. А.Л.Салитис. Определение среднего значения квадрата трансверсального импульса в проблеме долгопериодических комет . . . . .	28
5. А.Л.Салитис. Об определении среднего изменения скоростей в проблеме долгопериодических комет . . . . .	35
6. К.А.Штейнс, А.Л.Салитис. Модель движения звезд при определении возмущений со стороны звезд на движение комет . . . . .	40
7. В.П.Томанов. Семейства почти параболических комет Меркурия и Венеры . . . . .	49
8. В.П.Томанов. Замечание по гипотезе извержения комет . . . . .	56
9. Н.А.Беляев, С.Д.Шапорев. Комета Швассмана - Вахмана 3 (1930 VI = 1979 g) . . . . .	61
10. К.И.Чуримов. О колебаниях плазменных хвостов комет Абе (1970 XV), Когоутека (1973 XII) и Веста (1976 VI) . . . . .	70
II. Т.В.Бордовицина, В.А.Шефер, Б.Т.Харин. Исследование движения особых малых планет . . . . .	77
12. М.А.Дирикис. О движении малых планет вблизи локос Кирквуда . . . . .	87
13. В.К.Абалакин. Новая система астрономических постоянных МАС (1976, 1979 гг.) . . . . .	96
14. С.Д.Шапорев. Новый критерий отбора грубых ошибок в астрономических наблюдениях . . . . .	104
15. А.С.Харин. Вопросы организации позиционных наблюдений больших планет средствами астрометрии . . . . .	113
16. Е.С.Кельман. Модифицированный метод Ньютона и некоторые вопросы дискретного максимина . . . . .	122
17. М.К.Абеле, Я.В.Вятер, Я.К.Балодис, Л.К.Лауцениекс. Об эффективности применения методов минимизации при определении элементов орбит ИСЗ . . . . .	129



18. М.К.Абеле, Я.В.Вятер, Я.К.Балодис, Л.К.Лауцениекс. Об изменении параметров видимого движения ИСЗ . . .	137
19. Ю.Х.Жагар. Исследования обобщенного тангенциального приближения видимого движения ИСЗ . . . . .	147
20. А.Я.Зариньш. Об унификации машинного хранения данных наблюдений ИСЗ . . . . .	163
21. В.А.Гедровиц. Автоматизация фотоэлектрического отражательного зенитного телескопа . . . . .	173
22. К.А.Штейнс, М.П.Огриньш. О синхронизации меток при определении средних моментов . . . . .	181
23. М.П.Огриньш. О влиянии нелинейных характеристик фотоэлектрической установки на определение средних моментов . . . . .	186

C o n t e n t s

1. Ju.Batrakov. Intermediate orbits for initial part of motion . . . . .	3
2. V.Izvekov. Ephemerides computations in case of ill-conditioned normal equations . . . . .	II
3. V.Jemeljanenko, N.Jemeljanenko. On the accuracy of orbit determination of short-period comets. . .	19
4. A.Salitis. Mean square value of the transversal impulse in the long-period comet problem . . . . .	28
5. A.Salitis. On calculation of mean velocity change in the long-period comet problem . . . . .	35
6. K.Šteins, A.Salitis. The model of star motions for determining star perturbations in cometary motions . . . . .	40

7. V.Tomanovs. Families of nearly parabolic comets connected with Mercury and Venus . . . . .	49
8. V.Tomanovs. A Remark to the Hypothesis of eruption origin of comets . . . . .	56
9. N.Belyaev, S.Shaporev. The Comet Schwassmann-Wachmann 3 (1930 VI = 1979g) . . . . .	61
10. K.Churyumov. About oscillations of plasma tails of Comets Abe (1970 XI), Kohoutek (1973 XII) and West (1976 VI) . . . . .	70
11. T.Bordovitsyna, V.Shefer, B.Harin. The investigation of the motion of some special asteroids . .	77
12. M.Dirikis. About asteroidal motion in the vicinity of Kirkwood gaps . . . . .	87
13. V.Abalakin. The new I.A.U. (1976,1979) system of astronomical constants . . . . .	96
14. S.Shaporev. A new criterion for rough errors selection in astronomical observations . . . . .	I04
15. A.Kharin. Organizing problems of positional observations of major planets by means of astrometry . . . . .	II3
16. E.Kelman. Modified Newton method and some problems of discrete maximin . . . . .	I22
17. M.Abele, J.Vjaters, J.Balodis, L.Laucenieks. On the effectivity of use of minimization methods in the artificial satellite orbit determination . . . . .	I29
18. M.Abele, J.Vjaters, J.Balodis, L.Laucenieks. About earth satellite pass observing parameter variations . . . . .	I37

19. Ju.Zhagars. Investigation of the generalized tangential approximation of satellites visible motion . . . . . I47
20. A.Zariņš. On the unification of computer storage of satellite tracking data . . . . . I63
21. V.Gearovics. Automation of photoelectric bent-beam zenith tube . . . . . I73
22. K.Šteins, M.Ogriņš. About synchronization of reference marks for determination of the mean moments . . . . . I81
23. M.Ogriņš. On effect of nonlinear characteristics of the photoelectric device on the determination of the mean moments . . . . . I86

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ  
Межведомственный сборник научных трудов

Редакторы: Л.Лауцениекс, Р.Довгополова  
Технический редактор И.Рунгайте  
Корректор И.Рунгайте

---

Подписано к печати 29.04.1981. ЯТ II072. Ф/б 60x84/16.  
Бум. №1. 12,2 физ.печ.л. II,3 усл.печ.л. 9,3 уч.-изд.л.  
Тираж 400 экз. Зак. № 856. Цена 93 к.

---

Латвийский государственный университет им. П.Стучки  
Рига 226098, б. Райниса, 19  
Отпечатано на ротапринтере, Рига 226050, ул. Вейденбаума, 5  
Латвийский государственный университет им. П.Стучки