Ilze France

Ģeometrijas mācīšanas optimizācija pamatskolā

Promocijas darbs matemātikas doktora zinātniskā grāda iegūšanai apakšnozarē

"Modernā elementārā matemātika un matemātikas didaktika"

Darbs izstrādāts Latvijas Universitātē

Darba vadītājs: Agnis Andžāns
LU profesors,
Dr.habil.mat.

Rīgā, 2005

SATURS

I Promocijas darbs "Ģeometrijas mācīšanas optimizācija pamatskolā"

II Promocijas darba autores zinātniskās publikācijas

1. I.France. What Teaching Aids are Needed for Geomertry Teachers at Middle School? - Teaching Mathematics: Retrospective and Perspective II. Rīga, University of Latvia, 1999, pp. 12-23.
2. I.France. The Role of Geometry in Science Education at Middle School. – Rīga, university of Latvia, 2001; p. 43.
3. A.Andžāns, I.France, L.Ramāna. Main Geometry Technics in Mathematical Olympiads. Osterreichische Mathematische Gesellschaft – 15.Kongress, OMG, 2001, p.185.

4. I.France. Gebrauch des Begriffs der Fläche für den erweiterten Mathematikunterricht in der Grundschule. Beitrage zum Mathematikunterricht. Vortrage auf der 36.Tagung fur Didaktik der Mathematik, DIV Verlag Franzbecker, 2002, s. 167 – 170.
5. I.France. Elements of combinatorial geometry for gifted students at middle schools in Latvia. - International Conference Creativity in mathematics education and the education of gifted students, Riga, University of Latvia, 2002., pp. 29 – 30.
6. I.France., L.Ramāna. Ko matemātikas mācīšanā aizgūsim no citiem? – Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas. 3. starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums, Liepāja, PLA, 2002, 135.- 139.lpp.
7. I.France., L.Ramāna. Vispārizglītojošo skolu matemātikas satura un mācīšanas stratēģijas, to izmaiņu nepieciešamība. – Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas. 3. starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums, Liepāja, PLA, 2002, 67.- 70.lpp.
8. A.Andžāns, I.France. Contents of geometry in school educational programme and in mathematics competitions. - 3 rd International Conference Creativity in mathematics education and the education of gifted students, Rousse, University of Rousse, 2003, pp.273-275.
9. И.Франце. Значение курса геометрии и учебных пособий по геометрии в освоении предметов наук и технологий - The development and perspectives of general and higher education (physics, mathematics, computer sciences), Šiauliai University, 2004, pp. 110 – 112.
10. И.Франце. Тенденции развития геометрии в основных школах Латвии - Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas. 5. starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums, Liepāja, LPA, 2004, 67.- 71.lpp.

11. A.Cibulis, I.France. Work with gifted students in the investigations of poliforms. - The 10`th International Congress on Mathematical Education, Proceedings, Rīga, Mācību grāmata, 2004, pp. 19 – 24.

12. A.Andžāns, I.France. Finite Automata in Advanced Teaching of Mathematics and Informatics. -Beitrage zum Mathematikunterricht. Vortrage auf der 38.Tagung fur Didaktik der Mathematik, DIV Verlag Franzbecker, 2005.

13. I.France, L.Ramāna. Par dažiem dinamiskās ģeometrijas sistēmu lietojumiem. – Latvijas i-sabiedrības tehnoloģiju ekspozīcija, LatSTE' 2004, Rīga, LU, 101.-107.lpp.

Vispārīga informācija par darbu

1. DARBA FORMA: disertācija.

2. PUBLIKĀCIJAS: raksti, referātu tēzes.

1.piezīme. Darba rezultāti atspoguļoti arī citās referātu tēzēs, kas publikāciju sarakstā nav iekļautas, jo to saturs pārklājas ar atbilstošo publicēto rakstu saturu.

2.piezīme. Darba rezultāti izmantoti, izstrādājot vairākus mācību līdzekļus. Svarīgākie no tiem minēti autores publikāciju saraksta beigās atsevišķā sadaļā.

3. DARBA SATURS

PĒTĪJUMA PRIEKŠMETS: ģeometrijas mācību priekšmeta saturs, tā apguves prasības un mācīšanas metodika pamatskolā.

PĒTĪJUMA MĒRĶIS: apzināt iespējas pilnveidot pamatskolas ģeometrijas kursu, izpētot galvenās grūtības, kas rodas ģeometrijas mācību procesā gan no skolēna, gan skolotāja viedokļa.

GALVENIE REZULTĀTI. Apzinātas iespējamās pieejas pamatskolas ģeometrijas kursa attīstīšanai. Izpētīts skolotāju metodiskais nodrošinājums un tā izveides iespējas, veidots viens no tā iespējamajiem modeļiem.

4. DARBA APROBĀCIJA KONGRESOS UN KONFERENCĒS

4.1.Pasaules mēroga kongresos

- 10. starptautiskajā matemātikas izglītības kongresā Kopenhāgenā 2004.gadā (ielūgtais referāts).

4.2. Starptautiskās konferencēs

- Konferencē "Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives" Rīgā 1999.gadā.
- 15. Austrijas matemātikas savienības kongresā Vīnē 2001.gadā.
- Konferencē "Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Liepājā 2001.gadā (2 referāti).
- 36. Matemātikas didaktikas biedrības konferencē Klāgenfurtē 2002.gadā
- Konferencē "Radoša pieeja matemātiskajā izglītībā un spējīgu skolēnu izglītošana" Rīgā 2002. gadā.
- Konferencē "Creativity in mathematics education and the education of gifted students" Bulgārijā, Rusē, 2003.gadā.
- Konferencē "The development and perspectives of the general and higher education (physics, mathematics, computer and enviromental sciences) " Šauļos 2003.gadā.
- 38. Matemātikas didaktikas biedrības konferencē Augsburgā 2004.gadā.

- Konferencē "Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Liepājā 2004.gadā.
- Konferencē "Latvijas Sabiedrības tehnoloģiju ekspozīcija LatSTE 2004" Ogrē 2004.gadā

5. IEGŪTO REZULTĀTU PRAKTISKIE LIETOJUMI

Pētījumā iegūtie rezultāti izmantoti sekojošās jomās:

- Latvijas Izglītības Informatizācijas sistēmas valsts investīciju projekta izstrādē (2002. - 2004.)
- Valsts pasūtīta pētījuma "Kritēriju izstrāde matemātikas mācību sasniegumu novērtēšanai atbalstoši vispārizglītojošā, humanitārā un sociālā virziena izglītības programmu prasībām" (pasūtītājs LR IZM ISEC, izpildītājs LU) izstrādē (2000.g.)
- Valsts pamatizglītības standarta matemātikā izstrādē (2000. – 2004.), Apstiprināts ar Izglītības satura un eksaminācijas centra 2004. gada 12. janvāra rīkojumu Nr. 4
- Valsts pamatizglītības standartam matemātikā atbilstošas mācību programmas parauga izstrādē (2002. – 2004.)
- Skolēniem un skolotājiem domātu mācību līdzekļu izstrādē

6. PRAKTISKO PIELIETOJUMU SABIEDRISKAIS NOVĒRTĒJUMS

Par rezultātiem matemātikas mācīšanas sistēmas attīstīšanā Latvijā autore saņēmusi sekojošas atzinības:

- LR IZM Atzinības rakstu par radošu un kvalitatīvu darbu jaunatnes izglītošanā 1999. gadā

- LR IZM Atzinības rakstu par ieguldīto darbu skolēnu sagatavošanā matemātikas 52. Valsts olimpiādei 2002. gadā

- Latvijas matemātikas olimpiāžu 50 gadu jubilejas medaļu par būtisku un ilggadīgu darbu matemātikas olimpiāžu kustībā Latvijā (Latvijas Matemātikas biedrība) 2004. gadā

- Rīgas pilsētas Zemgales priekšpilsētas skolu pārvaldes atzinības rakstus par pilnvērtīgu pedagoģisko darbu skolēnu sagatavošanā Latvijas matemātikas 2.posma olimpiādēm 2002.,2003., 2004. gados

- Adas Lavleisas prēmiju 1993.gadā.

Ievads
Latvijas pamatskolas ģeometrijas kursa pilnveidošanas nepieciešamība

Pasaulē notiek radikālas un neatgriezeniskas izmaiņas. Vissvarīgākā izmaiņa, kas skar izglītību, ir informācijas apjoma pieaugums. Skolu uzdevums kļūst grūtāks, jo strauji pieaugošais informācijas apjoms un līdz ar to apgūstamo faktu daudzums liek mainīt pieeju mācību procesam kopumā – no vienīgi teorētisku zināšanu apguves pāriet uz ikdienas dzīvē sastopamās daudzveidīgās informācijas lietošanu. Šodien skolēnam būtiski ir apgūt daudzveidīgas prasmes informācijas iegūšanai, apstrādei, izmantošanai. Vēl svarīgāk ir zināt, uz kā balstīta šī informācija, lai novērtētu tās ticamību. Mūsdienu skolas pamatuzdevums ir attīstīt domāšanas prasmes, ieskaitot prasmes rīkoties ar informāciju [1.14]. Jauniešu iespējas un panākumi bieži ir atkarīgi no viņu zināšanām un prasmēm matemātikā un dabaszinībās. Lai efektīvi darbotos mūsdienu sabiedrībā, matemātikas kompetence nozīmē ne tikai zināt matemātikas saturu, bet arī apgūt spriešanas un analizēšanas prasmes, ieskaitot modelēšanu un problēmu risināšanu. Tas prasa skolas kursā skolēniem izprast matemātiskos jēdzienus, prasmi sekot līdzi matemātiskiem argumentiem un izvērtēt tos, prasmi izvirzīt un risināt matemātisku problēmu, prasmi izvēlēties situācijas matemātiskās atspoguļošanas veidus un prasmi izteikt savu viedokli par jautājumiem, kas saistīti ar matemātiku.

Ģeometrijas priekšmeta nozīme izglītībā

Matemātikas pamatā ir cilvēku interese un spēja izzināmās lietas izprast kvantitatīvi un abstraktu modeļu veidā – skaitot, mērot, rēķinot utt. Tā veicina prasmi formulēt un lietot skaidrus un precīzus jēdzienus, izkopj stingri secīgas domāšanas gaitu. Matemātika sniedz izteiktākos racionālās izziņas piemērus. Savukārt ģeometrija ir tā matemātikas daļa, kas visnepastarpinātāk saistīta ar apkārtējo pasauli un tātad ar empīrisko izziņu. Valsts pamatizglītības standartā [1.3., 1.4.] visi mācību priekšmeti strukturēti četrās izglītības jomās, no kurām viena ir tehnoloģiju un zinātņu pamati. Šajā jomā ietilpst matemātika, dabaszinības (1.- 6.klase), fizika, ķīmija, bioloģija un informātika.

Izglītības procesā vienlīdz lielu nozīmi ar matemātiku ieņem dabaszinību cikla priekšmeti. Dabaszinību apguves procesā skolēns mācās pētīt un izprast dzīvās un nedzīvās dabas norises, atrast to cēloņus, saskatīt dabas vienotību un cilvēka saimnieciskās un citu darbību izraisītās sekas, lai apzinātos atbildību par savu rīcību. Dabaszinībās līdz ar empīriskajām metodēm tiek plaši lietotas matemātiskās metodes, it sevišķi matemātisku modeļu veidošana. Svarīgākie no matemātiskiem modeļiem dabaszinātnēs ir ģeometrijas sistēmas.

Ģeometrijas kurss ir pirmais, kur skolēns sastopas ar izvērstu deduktīvu sistēmu un stingrām loģiskas secināšanas prasībām. Dabaszinātņu mācīšanā ir būtiski izskaidrot skolēniem atšķirību starp empīriskā ceļā konstatētu dabas

likumu un pierādītu faktu, demonstrēt, kā aksiomās definētais atspoguļojas praksē (piemēram, aplūkojot Aristoteļa mehāniku un Ņūtona mehāniku). Izmantojot kādas dabaszinātņu nozares "aksiomas", varam deduktīvā ceļā iegūt secinājumus, kas nav novērojumu tiešs rezultāts. Tādējādi ģeometrijas zināšanas papildina mūsu iespējas izmantot eksperimentu rezultātus.
Savukārt arī ģeometrijas mācīšanā var ar panākumiem izmantot daudzas dabaszinātņu metodes. Te jāmin tiešas ģeometrisko faktu fizikālas interpretācijas un intuīcijas izmantošana [2], [10].
Lai noskaidrotu ģeometrijas kursa pilnveidošanas nepieciešamību, sākotnēji tika apzināti sekojoši faktori:
1) Latvijas neatkarības atgūšanas ietekme uz izmaiņām izglītības sistēmā;
2) ES nostādnes izglītībā;
3) starptautisko matemātikas un dabaszinātņu pētījumu rezultāti.

Ģeometrijas kursa mācīšanas vēsturiskais apskats

Matemātikas, tai skaitā ģeometrijas, mācīšanai Latvijā ir senas un spēcīgas tradīcijas. Jau 20. gadsimta sākumā ģeometrija ieņēma nozīmīgu lomu, par ko var spriest no izdotajām mācību grāmatām [1.32 –1.36]. Šajā laikā matemātikas programmu, tai skaitā ģeometrijas, un mācību grāmatu saturs pamatskolā deva iespēju gatavoties pilnvērtīgai vidusskolas kursa apguvei [1.37, 1.38]. 1920. – 1940.g. skolu mācību plānos 5. un 6.klasēs matemātikas mācīšanai bija paredzētas 6 stundas nedēļā. Šajās klasēs atsevišķi tika izdalīti aritmētikas, algebras un ģeometrijas kursi. Ar ģeometrijas elementiem skolēni tika iepazīstināti jau 2.klasē. Jaunākajās klasēs tika aplūkota mērīšana, laukumu nospraušana, vecākajās – nivelēšana. Šajā laikā atšķīrās pilsētu un lauku skolu mācību plāni.
Padomju periodā matemātikas mācīšana tika centralizēta visas PSRS mērogā.
Vispārizglītojošo vidusskolu mācību plānos līdz neatkarības atgūšanai kā pozitīvu faktoru varam minēt klases ar padziļinātu teorētisku un praktisku matemātikas mācīšanu. Šajā programmā 7. un 8. klasēs notika 5 algebras un 3 ģeometrijas stundas nedēļā. Līdzīgas iespējas pastāvēja klasēs ar padziļinātu fizikas un matemātikas mācīšanu, kurās matemātika 7. un 8.klasē notika 7 stundas nedēļā (piemēram, 1988./89.m.g.). Vispārīgi mācību plānā no 6. – 8. klasei bija paredzētas 6 matemātikas stundas nedēļā. Astoņdesmito gadu sākumā (1982./83.m.g.), neskatoties uz vienotiem mācību plāniem PSRS [1.17, 1.18], zināmas atšķirības stundu skaitā bija vērojamas dažādās republikās, piemēram, Latvijā 6.- 8.klasēs matemātiku mācīja 6 stundas nedēļā, Lietuvā 6. un 8. klasēs matemātiku mācīja 5 stundas nedēļā, 7.klasē 6 stundas nedēļā. Igaunijā mācību plāns bija analoģisks Latvijas plānam. Laika posmā līdz neatkarības atgūšanai mācību saturu Latvijas skolās noteica Latvijas PSR Tautas izglītības ministrijas apstiprinātās Matemātikas programmas [1.16]. Šis mācību saturs galvenokārt tika noteikts centralizēti visā PSRS, kas veicināja radošās iniciatīvas trūkumu skolotāju vidū.

Ģeometrijas kurss šodien

Atgūstot neatkarību, ļoti būtisku lomu ieņēma mācību procesa pilnveide atbilstoši Latvijas attīstības prasībām. Tās ietvaros 1992. gadā spēkā stājās Pamatizglītības standarts matemātikā [1.5], kas līdz šim brīdim nosaka ģeometrijas priekšmeta obligāto saturu un prasības tā apguvei. Šis standarts nosaka matemātikas mācību priekšmeta mērķus un uzdevumus, saturu un prasības tā apguvei, vērtēšanas kārtību. Tas bija pirmais mēģinājums veidot reglamentējošu dokumentu, kas nosaka matemātikas saturu un prasības tā apguvei Latvijas skolās. Šajā standartā akcentēta faktu materiāla iegaumēšana un tipveida uzdevumu risināšanas prasmju attīstīšana.

Jau 1998.gadā bija skaidrs, ka nepieciešams tālāk pilnveidot mācību procesu, un tāpēc sākās darbs pie jaunu standartu izstrādes.

Latvijā tradicionāli matemātika no 1. – 6.klasei tiek mācīts kā viens mācību priekšmets, bet 7. – 9.klasē skolēni apgūst atsevišķus mācību priekšmetus: algebru un ģeometriju. Ģeometrijas loma mācību procesā šajā brīdī ir neatsverama, jo tā ir vienīgais formālās teorijas piemērs skolā, lai gan aksiomu sistēma nav ne pilnīga, ne neatkarīga un secināšanas likumi nav strikti formulēti. Līdz pat šodienai minētais nosaka galveno ģeometrijas izglītojošo vērtību skolā.

Viena no iespējām, lai nepazaudētu un pilnveidotu šo formālās teorijas apguvi, ir saglabāt ģeometriju kā atsevišķu mācību priekšmetu mācību stundu plānā, pilnveidojot tās saturu.

Sīkāka satura analīze tiek aplūkota šī darba pirmajā nodaļā.

ES nostādnes mūsdienu izglītībā

ES nostādnes izglītībā nosaka Lisabonas stratēģija (2000) [2.4]. Tas ir pamatdokuments, no kura izriet konkrētas iniciatīvas un uz kura bāzes tiek izstrādāti ES tiesību akti un rīcības programmas ekonomiskās, sociālās un ilgtspējīgās attīstības jomās. Tā paredz konkurētspējīgas, dinamiskas, uz zināšanām balstītas ekonomikas izveidi; Eiropas sociālā modeļa modernizēšanu, investējot cilvēkresursos un aktīvi veidojot labklājības valsti. Pamatojoties uz Lisabonas stratēģijā noteiktajām normām, 2002. gada 14. februārī EK un Eiropas Izglītības Ministru padome apstiprināja rīcības programmu "Izglītība un apmācība Eiropā: daudzveidīgas sistēmas, kopīgi mērķi 2010. gadam" [1.9]. Rīcības programmā ir izvirzīti vairāki stratēģiskie mērķi. Viens no tiem ir uzlabot izglītības sistēmas kvalitāti un efektivitāti ES, kas sevī ietver pedagogu izglītības pilnveidi un atbalstu skolēnu vēlmei turpināt izglītību tehnoloģiju un zinātņu priekšmetu jomā.

Pirmais uzdevums gan Latvijas, gan Eiropas mērogā ir palielināt skolēnu interesi par matemātiku, dabaszinātnēm un tehnoloģijām jau no agra skolas vecuma un motivēt skolēnus izvēlēties turpmākās mācības, kas saistītas ar šīm zinātnēm. To zināmā mērā var nodrošināt skolu izstrādātās stratēģijas, kas atbalstītu šo priekšmetu mūsdienīgu mācīšanu, un mācību satura pilnveide.

Otrs uzdevums, ko izvirza ES valstis, ir nodrošināt pietiekamu skaitu kvalificētu skolotāju matemātikā, dabaszinātnēs, tehniskajos priekšmetos. Tas nozīmē, ka arī Latvijā ir jāturpina darbs pie skolotāju tālākizglītības pilnveides, kas nodrošinātu vienotu un kvalitatīvu mācību procesa norisi skolā.

Starptautiskie pētījumi matemātikas un dabaszinātņu jomā

Starptautiskos salīdzinošos pētījumos tiek iegūta informācija par skolēnu sasniegumiem un to izaugsmi. Tie veido svarīgu izglītības indikatoru grupu, ar kuru palīdzību var salīdzināt dažādās pasaules valstu izglītības sistēmas. Sakarā ar matemātikas un dabaszinātņu izglītības īpaši nozīmīgo vietu visā izglītības sistēmā tieši šo jomu starptautiskie salīdzinošie pētījumi tiek veikti bieži un tajos piedalās daudzas valstis. Starptautiskās izglītības sasniegumu novērtēšanas asociācija (IEA)ir vadījusi 7 pētījumus par matemātiku un dabaszinātnēm. Matemātikas pētījumi ir [1.10. - 1.12]:

Pirmais starptautiskais pētījums matemātikā 1959. – 1967.

Otrais starptautiskais pētījums matemātikā 1976. – 1987.

Trešais starptautiskais pētījums matemātikā un dabaszinātnēs (TIMSS) 1990. – 1996.

Matemātikas un dabaszinātņu izglītības attīstības tendenču starptautiskais pētījums (TIMSS 1999) 1997.-2000.

Matemātikas un dabaszinātņu izglītības attīstības tendenču starptautiskais pētījums (TIMSS 2003) 2003.

Latvija piedalās šajos pētījumos, sākot ar trešo starptautisko pētījumu matemātikā un dabaszinātnēs. Matemātikas un dabaszinību komponentes iekļautas arī citos pētījumos, no kuriem nozīmīgākais ir Ekonomiskās sadarbības un attīstības organizācijas (OECD) Starptautiskā skolēnu novērtēšanas programma ar diviem pētījumiem 1999.-2001.gados un 2002. –2004.gados [1.13].

Salīdzinot sasniegumus dažādajās mācību saturu grupās, Latvijas skolēnu labākie sasniegumi 1999. gadā 7. un 8. klasē ir tieši ģeometrijā, kaut gan Latvija ieņēma 21. vietu 41 valsts konkurencē. Piemēram, uzdevumā par kuba virsmas izklājumu Latvijas skolēni pareizi atbildēja 1995.gadā 69,9% un 1999.gadā 70,9%, bet starptautiski vidējais rādītājs bija 58,9%. Uzdevumā par leņķa aprēķināšanu daudzstūrī Latvijas skolēni pareizi atbildēja 1995.gadā 67,5% un 1999.gadā 79,1%, bet starptautiski vidējais rādītājs bija 61,6%.

Zem starptautiski vidējā līmeņa tika risināti uzdevumi, kuros skolēniem bija jāpielieto ģeometrijas zināšanas un prasmes par attāluma un atrašanās vietas novērtēšanu, par līdzīgiem trijstūriem, sakarību lietošanu praktiska satura uzdevumos.

TIMSS 2003 pētījuma matemātikā un dabaszinātnēs 4. un 8. klasei novērtēšanas programmu izstrādē ir piedalījušies gan pasaulē atzīti matemātikas un dabaszinātnes izglītības eksperti, gan apmēram 50 pētījuma dalībvalstu speciālisti. Latvijas priekšlikumu izstrādē ir piedalījusies arī darba autore. Faktiski

tā ir 50 valstu vienošanās par to, kas 4. un 8.klases skolēniem būtu jāzina un jāprot matemātikā. Šajā pētījumā matemātikas saturs ir sagrupēts piecos tematiskos lokos. Tie ir: skaitļi, algebra, mērījumi, ģeometrija, dati. Savukārt no zināšanu un prasmju aspekta tiek pētīts, cik lielā mērā skolēni ir apguvuši un zina matemātikas faktus un darbības, prot lietot matemātiskos jēdzienus, prot risināt tipiskus uzdevumus un veidot spriedumus [1.11].
Daži no kritērijiem, kas tika ņemti vērā, veidojot 2003. gada skolēnu novērtēšanas programmas satura tematiskos lokus, tematus un mērķus, ir:

- Attiecīgā temata esamība dalībvalstu mācību programmu lielākajā daļā;
- Satura tematisko loku saskaņotība ar 1995. un 1999. gada pētījumiem;
- Temata iespējamā nozīme matemātikas un dabaszinātņu izglītības attīstībā nākotnē.

Jautājumi, kas jārisina, lai uzlabotu ģeometrijas mācīšanas procesu Latvijā

Apkopojot faktus, kas iegūti, aplūkojot

- Latvijas neatkarības atgūšanas ietekmi uz izmaiņām izglītības sistēmā;
- ES nostādnes izglītībā;
- starptautisko matemātikas un dabaszinātņu pētījumu rezultātus,

autore secina, ka ir nepieciešams pilnveidot ģeometrijas kursu. Lai to sekmīgi veiktu, apzinātu iespējas un vajadzības ģeometrijas kursa optimizācijai, ir precizēti darba virzieni:

- Pedagoģiskās sabiedrības viedokļu izpēte ģeometrijas mācīšanas jautājumos;
- Esošo pamatskolas ģeometrijas kursa apguves koncepciju un mācību līdzekļu izpēte;
- Jauno tehnoloģiju, tai skaitā Internet-a, iespēju analīze ģeometrijas mācīšanā.

Lai optimizētu un uzlabotu ģeometrijas mācību procesu, ir nepieciešams

- izstrādāt mūsdienīgu matemātikas mācību priekšmeta standartu un panākt vienotu un pilnīgu izpratni par ģeometrijas priekšmeta apguvi;
- pilnveidot mācību procesu, izmantojot mūsdienīgas mācību metodes, tai skaitā informāciju tehnoloģijas;
- pilnveidot skolotāju profesionalitāti;
- pilnveidot mācību materiālu sistēmu – skolēniem un skolotājiem paredzētā literatūra.

Turpmāk darbā tiks analizēti faktori, kas ļauj pilnveidot mācību procesu, aplūkotas iespējas optimizēt ģeometrijas mācību procesu, pielietojot informāciju tehnoloģijas, un paveiktais mācību materiālu izstrādes jomā.

1. Pārskats par ģeometrijas saturu un tā apguves prasībām pamatskolas kursā

Pamatskolā iegūstamās izglītības uzdevumi ir sagatavot skolēnu dzīvei un tālākās izglītības iegūšanai. Lai to veiktu, ir jāpievērš uzmanība triju veidu darbībai: izzinošai, vērtējošai un praktiskai, tai skaitā radošai. Ģeometrijas apguve ir būtiska visiem trim minētajiem darbības virzieniem.

Lai varētu izstrādāt nepieciešamo ģeometrijas priekšmeta pilnveidošanas shēmu, tika izpētīts ģeometrijas priekšmeta saturs un prasības tā apguvei.

1.1. Ģeometrijas mācīšanas salīdzinājums Latvijā un pasaulē

Pētot dažādu valstu pamatizglītības matemātikas priekšmeta saturu, tās varam grupēt pēc dažādām pazīmēm:
1) vai ģeometrija skolas kursā ir atsevišķs mācību priekšmets;
2) pēc mācību procesa organizēšanas veida;
3)pēc mācību satura un dokumentiem, kas to nosaka.

Ja aplūkojam mācību priekšmetus, tad valstis nosacīti varam iedalīt divās grupās [2.9 – 2.13]:

1) valstis, kurās ģeometrija tiek mācīta kā atsevišķs mācību priekšmets (Latvija, Krievija, Bulgārija, Izraēla u.c.),
2) valstis, kurās ģeometrija tiek mācīta kā vienota matemātikas priekšmeta sastāvdaļa (Lietuva, Igaunija, Austrija, Vācija u.c.).

Lai analizētu saturu un prasmes, ko skolēni iegūst, mācoties ģeometriju, būtiska ir katras konkrētās valsts mācību procesa organizācija. Dažādās pasaules valstīs tā ir ļoti atšķirīga. Minēsim atšķirības, kas traucē viennozīmīgu salīdzinājumu:

1) jau pamatskolas posmā tiek diferencēti skolu tipi, līdz ar to mācību saturs atkarībā no to mērķiem arī matemātikā ir dažāds (Vācija, ASV, Anglija u.c.);
2) ir atšķirīgs mācību stundas un mācību gada garums;
3) pamatizglītības posms beidzas vai nu 8., vai 9. klasē.

Apskatītajās valstīs līdzīgi kā Latvijā obligātās prasības ģeometrijas satura jautājumu apguvei nosaka matemātikas standarti vai programmas [2.9 – 2.13]. Atsevišķās valstīs, piemēram, Vācijā, nav vienota standarta visai valstij. Izglītības dokumenti nosaka galvenos stratēģiskos mērķus, īsi -mācību saturu un pamatprasības priekšmeta apguvē (izņēmums ir valstis, kur prasības ir veidotas pa apguves līmeņiem, piemēram, Anglija). Vairākās valstīs tie atspoguļo ne tikai matemātisko , bet arī sociālo u.c. prasmju apguves prasības. Latvijas Pamatizglītības standarts matemātikā [1.5] nosaka tikai priekšmeta matemātisko saturu un prasības tā apguvei. Lielākajā daļā valstu ģeometrijas saturs ir līdzīgs, bet tā apguvē īpaši liela vērība tiek veltīta praktiskajam lietojumam, maz vai nemaz neapgūstot pierādījuma veidošanas prasmes.

1.2. Ģeometrijas priekšmeta saturs Latvijā

Mācoties matemātiku no 1. – 6. klasei, teorijas jautājumus skolēni apgūst uzskatāmi intuitīvajā līmenī, matemātiskās metodes vairumā gadījumu tiek dotas likumu veidā. Skolēni iepazīstas ar ģeometrijas jēdzieniem, iegūst iemaņas ģeometrisku figūru zīmēšanā un lielumu mērīšanā.
Ģeometrijas apguves mērķis 7.- 9.klasē ir veidot vienotu ģeometrijas sistēmu, kuras ietvaros pēta plaknes ģeometriskās figūras un to īpašības, pilnveido telpiskos priekšstatus, attīstīta skolēnu loģisko domāšanu un apgūst metodes, kas nepieciešamas citu priekšmetu mācībās un ģeometrijas apguvei vidusskolā. Atšķirībā no 1.- 6.klases matemātikas kursa ģeometriju raksturo loģiskās stingrības un ģeometriskās uzskatāmības racionāls apvienojums. Paplašinās kursa iekšējie loģiskie sakari, palielinās dedukcijas loma, vielas izklāsta abstrakcijas pakāpe. Kursa sistemātisks izklāsts dod iespēju veidot priekšstatus par matemātiskās teorijas uzbūvi, nodrošina bāzi skolēnu loģiskās domāšanas attīstīšanai. Ģeometrijas praktisko virzību nodrošina uzskates līdzekļi, zīmējumu izmantošana visos apmācības etapos, ģeometriskās intuīcijas attīstīšana. Mērķtiecīga praktiskās dzīves piemēru izmantošana attīsta prasmi saskatīt ģeometriskās formas un attiecības reālās pasaules priekšmetos un parādībās, izmantot to raksturošanai ģeometrijas valodu.
Latvijas Republikā kopš 1992. gada ģeometrijas mācību saturu un kritērijus tā apguvei nosaka Pamatizglītības standarts matemātikā [1.5]. Ar 2005./2006. mācību gadu plānots uzsākt darbu skolās ar jauno Pamatizglītības standartu matemātikā [1.7, 2.2]
Apskatīsim mācību satura struktūru Pamatizglītības standartā matemātikā 1992. un 2004. gadā.

1.tabula Matemātikas saturs

Gads	Satura bloki
1992.	Aritmētika • Naturālie skaitļi • Parastās daļas • Decimāldaļas • Racionālie skaitļi • Reālie skaitļi • Lielumi un to mērīšana Algebra • Algebriskās izteiksmes • Vienādojumi un nevienādības • Elementārās funkcijas • Statistikas, kombinatorikas un varbūtību teorijas elementi Ģeometrija • Ģeometriskās figūras un to īpašības • Ģeometriskie lielumi un to mērīšana

2004.	Matemātiskā instrumentārija izveide • Skaitļi un darbības ar tiem • Algebriskās izteiksmes un darbības ar tām • Ģeometriskās figūras un to pētīšana Matemātikas lietojums dabas un sabiedrības procesu analīzē • Lielumi un to mērīšana, sakarības starp tiem • Informācijas apstrādes, statistikas un varbūtību teorijas elementi Matemātisko modeļu veidošana un pētīšana ar matemātikai raksturīgām metodēm • Matemātiskā valoda • Matemātisko modeļu veidošana un analizēšana

1992. gada standarts saturiski nosaka tikai atsevišķo matemātikas nozaru tematus, turpretī 2004. gada standarts ietver ne tikai ģeometrijas zināšanas un izpratni, bet arī to izmantošanu modeļu veidošanā un pētīšanā, demonstrējot iegūto modeļu lietojumu dabas un sabiedrības procesu analīzē.

Līdz šim vērojamas problēmas mācību satura tematiskajā pēctecībā, apgūstot ģeometrijas elementus no 1.- 6. klasei un pēc tam uzsākot apgūt atsevišķu mācību priekšmetu "ģeometrija" no 7. – 9.klasei. Šo problēmu loku daļēji risina standarta struktūra, kas nosaka pamatprasības attiecībā uz mācību priekšmeta apguvi, nosakot sasniedzamos rezultātus 3., 6. un 9.klases beigās.

1.2.1. Ģeometrijas priekšmeta satura izmaiņas

Apskatīsim, kā ir mainījies ģeometrijā apgūstamā satura apjoms un tematika.

2. tabula Ģeometrijas priekšmeta saturs

Reglamentējošie dokumenti	Saturs
80 -o gadu mācību priekšmeta programma	Ģeometriskās figūras un to īpašības – ģeometriskās figūras, trijstūri, četrstūri, riņķa līnija un riņķis, figūru līdzība, simetrija, konstrukcijas pamatuzdevumi. Ģeometriskie lielumi. Trigonometrijas elementi. Koordinātas un vektori.
1992. gada Pamatizglītības standarts matemātikā	Ģeometrijas elementi- ģeometriskās figūras, ģeometriskie lielumi un to mērīšana, ģeometrisko figūru zīmēšana, izmantojot rasēšanas piederumus. Trijstūri. Četrstūri. Riņķa līnija, riņķis. Regulāri daudzstūri. Figūru laukumi Ķermeņu tilpumi un virsmas laukumi.

2004. gada Pamatizglītības standarts matemātikā	*Matemātiskā instrumentārija izveide.* Ģeometriskās figūras un to pētīšana. Ģeometrijas pamatelementi. Trijstūri. Četrstūri. Riņķa līnija un riņķis. Daudzstūri ar patvaļīgu malu skaitu, regulāri daudzstūri. Plaknes figūru simetrija. Ģeometriskie ķermeņi. *Matemātikas lietojums dabas un sabiedrības procesu analīzē.* Lielumi un to mērīšana, sakarības starp tiem. *Matemātisko modeļu veidošana un pētīšana ar matemātikai raksturīgām metodēm.* Matemātiskā valoda. Matemātisko modeļu veidošana un analizēšana.

Ģeometrijas tematiskajā iedalījumā 2004. gadā, salīdzinot ar 1992. gada standartu, nav radikālu izmaņu, tomēr ir vairākas nodaļas, kas bija nozīmīgas gadu desmitus atpakaļ, bet ir zaudējušas savu nozīmību šodien, un tāpēc saturiski sašaurināta atbilstošo tematu apguve. Spilgtākais piemērs tam ir ģeometriskās konstrukcijas, kas datoru laikmetā ir zaudējušas savu praktisko nozīmi. Salīdzinot 80-o gadu programmas un jauno standartu, redzam, ka no satura ir izņemta sadaļa par vektoriem, trigonometriskās sakarības tiek aplūkotas tikai šauram leņķim. Atšķirībā no astoņdesmitajiem gadiem, jau deviņdesmitajos gados tika apgūts temats "Ģeometriskie ķermeņi".

Mācoties ģeometriju, skolēni apgūst definīcijas, ģeometrisko figūru īpašības un pazīmes, zīmējumu veidošanu, ģeometrisku lielumu aprēķināšanu, faktu pamatošanu, modelēšanu, spriešanu, kombinatoriskās ģeometrijas elementus.

1.2.2. Skolotāju viedoklis par prasībām ģeometrijas apguvei Pamatizglītības standartā matemātikā

Darba izstrādes laikā tika veikta skolotāju aptauja. 1999. gadā tajā piedalījās 384 skolotāji no visas Latvijas. Atkārtoti tā tika veikta 2003./2004. mācību gadā.

Apkopojot skolotāju atbildes uz jautājumu "Kādas Jūsuprāt ir matemātikas standartā izvirzītās prasības ģeometrijas mācīšanā pamatskolā?", tika iegūti šādi rezultāti:

3.tabula Standarta prasības 1999.aptaujā

Standarta prasības	Pārāk augstas, %	Augstas, %	Vidējas, %	Zemas, %	Nav atbildes, %
1999.gads (atbilstoši [1.6])	6	57	34	0	3

Apkopojot skolotāju atbildes uz jautājumu "Kādas Jūsuprāt ir jaunajā matemātikas standartā izvirzītās prasības ģeometrijas mācīšanā pamatskolā?", tika iegūti šādi rezultāti:

4.tabula Standarta projekta prasības 2003.gada aptaujā

Standarta prasības	Kļuvušas augstākas, %	Tādas pašas kā iepriekš, %	Kļuvušas zemākas, %	Prasa mainīt pieeju mācību procesam, %	Nav atbildes, %
2003.gads (atbilstoši [1.6])	6	45	15	42	9

Redzam, ka lielākā daļa pedagogu 1999.gadā uzskata standarta prasības par augstām. Daži no iemesliem, kurus min skolotāji , ir sekojoši:

1) skolotājam jāveido sava programma, kas nav viegls uzdevums, īpaši skolotājam ar mazu darba pieredzi;
2) nav precīzi noteikts, cik plaši katrs temats jāapgūst;
3) nepietiek mācību stundu, lai visu varētu apgūt augstā līmenī.

Veicot atkārtoto aptauju 2003./2004. mācību gadā, daļa no augstāk minētajiem iemesliem ir zaudējusi savu nozīmību, jo 2002. gadā apspriešanai tiek nodots Matemātikas priekšmeta standarta projekts un mācību priekšmeta programmas paraugs [1.6], kas parāda vienu no iespējām, kā apgūt standartā izvirzītās prasības. Pozitīvi vērtējams ir tas, ka 42% skolotāju uzskata: jaunais standarta projekts prasa mainīt pieeju mācību procesam, lielāku uzmanību veltot pētnieciskо prasmju pilnveidei, darbam ar dažādiem informācijas avotiem.

Papildus 2003.gadā par jaunā standarta projekta prasībām tika aptaujāti visi rajonu matemātikas metodisko apvienību vadītāji, kas pārstāv visus sava rajona skolotājus. Iegūti šādi dati: 87% aptaujāto uzskata satura apjomu par pietiekamu, un 90% uzskata, ka prasību apjoms satura apguvei ir pietiekams.
Tātad, salīdzinot skolotāju viedokli par 1992. gada matemātikas standarta un 2002. gada matemātikas standarta projekta izvirzītajām prasībām satura apguvei, varam secināt, ka lielākā daļa skolotāju neuzskata jaunā standarta projekta saturu un prasības par pārāk augstām un neizpildāmām.

1.3. Valsts pārbaudes darbi matemātikā

Analizējot ģeometrijas satura apguvi, objektīvus datus valsts mērogā varam iegūt, pētot skolēnu sniegumu 9.klases matemātikas eksāmenos.
Dati par skolēnu zināšanām un prasmēm ir pieejami kopš 1999./2000.m.g., kad Izglītības satura un eksaminācijas centrs sāka apkopot un publicēt skolēnu sniegumu Valsts pārbaudes darbos [1.15]. Dati ir iegūti par 1994./95.m.g. ģeometrijas kontroldarbu 9.klasēm. Tajā problēmas skolēniem ir sagādājuši pierādījuma uzdevumi un uzdevumi, kuros bez aprēķiniem ir iekļauti arī pierādījuma elementi.

1997./98.m.g. notika diagnosticējošais kontroldarbs ģeometrijā 9.klasei par tēmu "Laukumi". Šajā darbā vērojams, ka īpašas grūtības skolēniem sagādā uzdevumi, kuros ir dots parametrs, un uzdevumi, kuros jāizmanto pamatošanas prasmes, attiecīgi 50% un 80% skolēnu vispār nav sākuši šos uzdevumus risināt.
Kopš 1999./2000.m.g. 9.klases eksāmena darbs matemātikā sastāv no divām daļām. Pirmajā daļā ir 25 uzdevumi, kas pārbauda skolēnu zināšanas un pamatprasmes gan algebrā, gan ģeometrijā. Par katru pareizi izpildītu uzdevumu skolēns saņem vienu punktu. Otrajā daļā iekļauti uzdevumi, kas pārbauda skolēnu prasmi lietot iegūtās zināšanas, prasmi analizēt un secināt. Otrajā daļā ir iekļauti 7 līdz 9 uzdevumi. Par pareizi izpildītu uzdevumu skolēns saņem no 4 līdz 9 punktiem atkarībā no uzdevuma grūtības pakāpes. Visos šajos pārbaudes darbos ģeometrijas īpatsvars ir aptuveni trešdaļa no darba kopējā apjoma.
Tālāk aplūkosim ģeometrijas uzdevumu īpatsvaru matemātikas eksāmenā un to vidējo izpildes līmeni.

5.tabula Ģeometrijas uzdevumu skaits matemātikas eksāmenā

Gads	Ģeometrijas uzdevumu skaits eksāmena 1.daļā	Ģeometrijas uzdevumu skaits eksāmena 2. daļā
1999./2000.	6	2
2000./2001.	7	3
2001./2002.	9	3
2002./2003.	8	4
2003./2004.	8	3

6. tabulā dots matemātikas eksāmena otrās daļas ģeometrijas uzdevuma numurs, uzdevumā iegūstamais maksimālais punktu skaits (tādējādi var spriest par tā grūtības pakāpi) un skolēnu iegūtais vidējais vērtējums.

6.tabula Skolēnu iegūtie punkti eksāmena ģeometrijas uzdevumos

Gads	Uzdevuma numurs	Maksimāli iegūstamais punktu skaits	Uzdevuma izpildes vidējais vērtējums
1999./2000.	4.	5	0,41
	5.	5	0,47
2000./2001.	3.	4	0,62
	6.	7	0,2
	7.	7	0,09
2001./2002.	5.	7	0,68
	6.	7	0,48
	8.	9	0,32
2002./2003.	1.	4	0,50
	5.	6	0,59
	6.	6	0,57
	8.	9	0,30
2003./2004.	5.	5	0,46
	6.	6	0,42
	9.	9	0,24

No iegūtajiem datiem varam secināt, ka skolēniem nesagādā lielas grūtības standartizēti ģeometrijas uzdevumi, kas pārbauda zināšanas un prasmes to lietošanai – no 1. līdz 5. uzdevumam eksāmenā. Šo uzdevumu izpildes vidējais vērtējums ir no 0,41 līdz 0,68. Zināmas grūtības skolēniem sagādā pēdējie uzdevumi, kas prasa no skolēna sintēzes un analīzes prasmes, to vidējais izpildes vērtējums ir tikai no 0,09 līdz 0,3.

Tālāk aplūkosim šo uzdevumu tematisko saturu.
1999./2000.m.g.
4.uzdevums – paralelograma laukums un perimetrs, trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī.
5.uzdevums - vienādsānu trapeces augstuma, diagonāles, laukuma aprēķināšana.
2000./2001.m.g.
3.uzdevums - vienādsānu trijstūra augstuma un laukuma aprēķināšana.
6.uzdevums - vienādsānu trapeces laukuma aprēķināšana, trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī.
7.uzdevums - trijstūru līdzības lietojums, laukumu attiecības noteikšana, trijstūra leņķa lieluma noteikšana.
2001./2002.m.g.
5.uzdevums – zīmējuma izveide pēc apraksta, Pitagora teorēmas izmantošana.
6.uzdevums - laukuma aprēķināšana kombinētai figūrai, kas sastāv no taisnstūra un pusriņķiem.
8.uzdevums - zīmējuma izveidošana, attiecību izmantošana, paralelograma leņķu aprēķināšana.

2002./2003.m.g.
1.uzdevums - trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī.
5.uzdevums – tādas detaļas laukuma aprēķināšana, kas ir kombinēta no dažādām figūrām.
6. uzdevums - integrēts algebras un ģeometrijas uzdevums, taisnstūra laukuma aprēķināšana.
8. uzdevums - vienādsānu trijstūris, kombinēts ar pusriņķi, loku leņķisko lielumu aprēķināšana.
2003./2004.m.g.
5. uzdevums - ar praktiska saturu, kurā jāaprēķina dažādu figūru laukumi, jāveic to salīdzinājums.
6. uzdevums - ar praktisku saturu, kura risināšanā var izmantot Pitagora teorēmu un algebrisku vienādojumu.
9.uzdevums – zīmējuma veidošana, trijstūru līdzība, trigonometriskās sakarības, pamatojumi un aprēķini.

Analizējot pārbaudes darbos piedāvāto uzdevumu saturu, redzam, ka visbiežāk tiek piedāvāti uzdevumi, kuros jāaprēķina figūras laukums, jāizmanto trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī un Pitagora teorēma. Uzdevumos ar integrētu saturu tiek piedāvātas dažādas figūru kombinācijas, līdzības izmantošana, trijstūru vienādības pierādīšana. Pēdējos gados pārbaudes darbos nav iekļauti pierādījumu uzdevumi.

1.4. Secinājumi par ģeometrijas saturu un tā pilnveidi:

Latvijā jau 20. gadsimta sākumā mācību programmās ģeometrijas mācībām ir bijusi liela loma skolas mācību kursā.
Ģeometrijas saturs, izstrādājot jauno matemātikas standartu, ir veidots vienotā sistēmā , cenšoties nezaudēt tās zinātniskumu.
Izstrādājot jauno matemātikas mācību saturu, ir ņemta vērā iepriekšējā pozitīvā pieredze, nesamazinot ģeometrijas satura un prasību nozīmību matemātikas apguves kontekstā.
Pagaidām, apgūstot ģeometriju, skolēni nepietiekamā līmenī tiek galā ar kombinētiem un praktiska satura uzdevumiem.
Tādējādi būtiski ir akcentēt skolēnu matemātiskās modelēšanas prasmju izkopšanu, saglabāt tradicionāli apgūstamās ģeometriskās valodas lietojuma prasmes, veicot risinājumu pamatošanu un risinot pierādījuma uzdevumus.
Ir nepieciešams pilnveidot ģeometrijas saturu, papildinot to ar praktiskās un kombinatoriskās ģeometrijas elementiem.

Šie ieteikumi ir izmantoti, veidojot dokumentus [1.6, 1.7].
Par 1. sadaļas tematiku skatīt autores darbus [1], [2], [6], [7], [9], [10].

2. Ģeometrijas priekšmeta apguves metodiskais nodrošinājums

Paralēli mācību satura reformēšanai ļoti būtiska ir skolotāju tālākizglītošanās un sekošana izglītības procesa novitātēm. Ģeometrijas mācīšanas metodika ir pastāvīgi aktuāla problēma, īpaši 7.-9.klasēs. Ļoti būtiski skolotājam saprast, kas ir galvenais ģeometrijas mācīšanā - atsevišķu faktu apguve vai pakāpeniska loģiski pamatota modeļa veidošana. Būtiska nozīme ir jāpiešķir praktiskai darbībai, apgūstot ģeometrijas sistēmas. (Tas pats gan jāievēro, skolēniem apgūstot jebkuru dabaszinību cikla priekšmetu.)

Mācību priekšmeta mācīšanai izmantojamo metodisko nodrošinājumu iedalīsim šādi:

- Reglamentējošie dokumenti – Izglītības likums, MK Noteikumi par pamatizglītību, Pamatizglītības standarts matemātikā, mācību priekšmeta programma [2.2].
- Mācību līdzekļi skolēniem – mācību grāmata, uzdevumu krājums, darba burtnīcas u.c..
- Metodiskie līdzekļi skolotājam– skolotāja grāmata, metodiski ieteikumi, metodiskas izstrādnes.
- Palīglīdzekļi – modeļi, plakāti.
- Elektronisko mācību līdzekļu sistēma.

2.1. Reglamentējošie dokumenti

Izglītības likums ir Saeimā pieņemts 1998. gada 29. oktobrī un ir spēkā kopš 1999. gada 1. jūnija. Tā grozījumi tika izsludināti līdz 2001.gada 5.oktobrim [1.1].

Vispārējās izglītības likums ir pieņemts 1999. gada 10.jūnijā un ir spēkā kopš 1999. gada 14. jūlija. Tā grozījumi tika izsludināti līdz 2002.gada 20.novembrim [1.2].

Noteikumi par valsts pamatizglītības standartu (Nr.462) apstiprināti Ministru kabinetā 2000. gada 5.decembrī. Tā grozījumi apstiprināti 2003. gada 14.oktobrī (Nr.570) [1.4].

Augstākminētie reglamentējošie dokumenti nosaka pamatizglītības principus mūsu valstī kopumā. Attiecībā uz katru mācību priekšmetu Izglītības likums nosaka, ka mācību priekšmeta saturu un prasības tā apguvei nosaka katra mācību priekšmeta standarts.

Matemātikas pamatizglītības standarts apstiprināts ar IM 1992. gada 26. jūnija pavēli nr. 311. To sāka ieviest 1992./93. mācību gadā, tā prasības pilnībā stājās spēkā 1995./96. mācību gadā. [1.5]

Matemātikas pamatizglītības standarts 1.–9. klasei apstiprināts ar Izglītības satura un eksaminācijas centra 2004. gada 12. janvāra rīkojumu Nr. 4 [1.6]. To paredzēts sākt ieviest no 2005./2006.mācību gada un pilnībā ieviest trīs mācību gadu laikā.

Mācību priekšmeta standarts nosaka:

1) mācību priekšmeta galvenos mērķus un uzdevumus;
2) mācību priekšmeta obligāto saturu;
3) pamatprasības attiecībā uz mācību priekšmeta apguvi;
4) mācību sasniegumu vērtēšanas formas un metodiskos paņēmienus (Vispārējās izglītības likuma 16.pants).

Vispārējās izglītības likuma 19. pants izvirza prasības attiecībā pret mācību priekšmeta programmu.
Mācību priekšmeta programma ir vispārējās izglītības programmas sastāvdaļa, kuru veido mācību priekšmeta:

1) mērķi un uzdevumi;
2) mācību saturs;
3) mācību satura apguves secība un apguvei paredzētais laiks;
4) mācību sasniegumu vērtēšanas formas un metodiskie paņēmieni;
5) mācību satura apguvei izmantojamo mācību līdzekļu un metožu uzskaitījums.

Skolotājs izvēlas vai izstrādā mācību priekšmeta programmu atbilstoši vispārējās izglītības mācību priekšmeta standartam un skolā realizējamajai vispārējās izglītības programmai.
Standarta [1.5] realizācijai Izglītības satura un eksaminācijas centrs piedāvā atbilstošu mācību priekšmeta programmas paraugu. Skolotājs var pilnībā izmantot dotos paraugus vai papildināt un piemērot to savas skolas prasībām, vai veidot pilnībā savu mācību priekšmeta programmu.
Veidojot jauno matemātikas standartu, vienlaicīgi tika veidota atbilstoša programma 1.- 9.klasei un kā projekts piedāvāta apspriešanai skolotājiem [3.11].

2.2. Mācību līdzekļi skolēniem

Viens no tradicionālajiem un plašāk izmantojamiem līdzekļiem ir mācību grāmata. Līdz Latvijas neatkarības atgūšanai skolās visā Latvijā tika noteikta viena mācību grāmata, kas jāizmanto mācību procesā. Atgūstot neatkarību, Latvijā sāka veidot savus mācību grāmatu komplektus un metodiskos līdzekļus ģeometrijā. Šobrīd skola var izvēlēties no ieteicamās literatūras katalogiem [1.8], kādu mācību grāmatu un citus mācību līdzekļus izmantot mācību procesā.

Mācību grāmata zināmā mērā ietekmē skolotāja darba metožu izvēli, apgūstamā satura tematiku un "dziļumu".
Veicot pētījumu, tika analizēts dažādu ģeometrijas un matemātikas mācību grāmatu saturs [1.23 - 1.39]. Dotajā apkopojumā atlasītas mācību grāmatas,

kas izmantotas Latvijā, sākot no astoņdesmitajiem gadiem. Apskatītas arī PSRS teritorijā izmantotās grāmatas un piemēri no Eiropas valstīm un ASV.
Tabulā varam iepazīties ar mācību grāmatās piedāvāto teorijas izklāsta modeli, pierādīšanas prasmju akcentēšanu, piedāvāto uzdevumu daudzuma raksturojumu un daudzveidību, praktiskā pielietojuma prasmju apguvi ar piedāvātā ģeometrijas satura palīdzību.
Tabulā aplūkotās mācību grāmatas:
[1.23] L.Atanasjans u.c. Ģeometrija 7.-9.klasei. Rīga, Zvaigzne, 1991.
[1.24] A.Pogorelovs. Ģeometrija 6.- 8.klasei. Rīga, Zvaigzne, 1986.
[1.25] A.Kolmogorovs u.c. Ģeometrija 6. –8. klasei. Rīga, Zvaigzne, 1980.
[1.26] A.Andžāns u.c. Ģeometrija 7. - 9.klasei 1. – 5. daļa. Rīga, Zvaigzne, 1993- 1998.
[1.27] I.Lude, S.Januma. Ģeometrija 7. - 9.klasei. Rīga, Zvaigzne ABC, 1998.
[1.28] J.Laub u.a. Lehrbuch der Mathematik und Aufgabensammlung. Wien, OBV&hpt, 1998.
[1.29] Robert E.Eicholz u.c.. Mathematics. Addison-Wesley, 1989.
[1.30] D.Nichols u.c Holt Geometry. Holt, Rinehart and Winston, 1982.

7. tabula Mācību grāmatu salīdzinājums

MG	Teorijas izklāsts	Pierādījumi, pamatojumi	Uzdevumu skaits un daudzveidība	Ģeometrijas praktiskā pielietojuma atspoguļojums
1.23	Konspektīvs.	Īpašības un pazīmes tiek pierādītas.	Neliels uzdevumu skaits, uzdevumi nav grupēti pēc grūtības pakāpēm.	Ir atsevišķi praktiskie lietojumi.
1.24	Garš teorijas izklāsts, kurā iekļautas arī teorēmas.	Visām teorēmām doti pierādījumi.	Atsevišķi izdalīti jautājumi un vingrinājumi, nav grūtības pakāpju.	Praktiski nav.
1.25	Garš teorijas izklāsts, kurā iekļautas arī teorēmas.	Pārsvarā teorēmas ir pierādītas.	Uzdevumu skaits attiecībā pret teoriju neliels, uzdevumi sadalīti pēc grūtības pakāpēm.	Praktisku mērījumu piemēri, praktiskie darbi un atsevišķi uzdevumi ar praktisku saturu.
1.26	Plaša teorija, kurā iekļautas teorēmas.	Pierādījumi un pamatojumi ir korekti, pat zinātniski.	Lielā skaitā, dažādiem līmeņiem.	Tikai atsevišķi uzdevumi.
1.27	Konspektīvs, kurā iekļautas teorēmas.	Teorijā ir nepierādītas atsevišķas teorēmas.	Atsevišķi uzdevumi, papildus jālieto uzdevumu krājums.	Tikai atsevišķi uzdevumi.

MG	Teorijas izklāsts	Pierādījumi, pamatojumi	Uzdevumu skaits un daudzveidība	Ģeometrijas praktiskā pielietojuma atspoguļojums
1.28	Teorijas izklāsts ļoti īss, skaidrojumos doti atsevišķi piemēri.	Teorēmu pierādījumu nav.	Pietiekamā skaitā, norādīti atsevišķi grūtāki uzdevumi, atzīmēti uzdevumi kurus ieteic veikt grupās.	Puse no uzdevumiem doti ar praktisku saturu.
1.29	Teorijas izklāsts īss, dotas definīcijas, īpašības, problēmrisinā-šanas stratēģijas, projekti.	Nelieli , uz piemēriem balstīti skaidrojumi.	Uzdevumu skaits ir pietiekams, daudz vienkāršu vingrinājumu.	Aprēķinu uzdevumi doti ar praktisku saturu.
1.30	Teorija konspektīva, dotas problēmrisinā - šanas stratēģijas.	Pierādītas atsevišķas teorēmas.	Pietiekamā skaitā, grupēti pēc grūtības pakāpes.	Problēmrisinā - šanas uzdevumi ar praktisku saturu.

Šodien mācību procesā liela nozīme ir grāmatas dizainam, kas piesaista skolēnu interesi, dod impulsus radošai darbībai. No minētajiem skolēnam draudzīgs dizains ir mācību līdzekļiem [1.25], [1.28], [1.29].

Analizējot dažādu valstu grāmatas, secinām, ka Latvijā vēlams saglabāt tās labās tradīcijas, kas vērojamas, veidojot teorijas izklāstu – tā korektumu un zinātniskumu, bez matemātiskām aplamībām. Tai pat laikā būtu jāsabalansē teorijas "plašums un dziļums" ar tās praktisko lietojumu un jāveido grāmatas ar skolēniem draudzīgu dizainu.

Līdz ar Latvijas neatkarības atjaunošanu bija jārada jaunas mācību grāmatas, kas piemērotas Latvijas izglītības sistēmai. Kopš 1992. gada tiek izdots A.Andžāna, E.Falkenšteines, A.Gravas veidotais mācību grāmatu komplekts ģeometrijas mācīšanai pamatskolā [1.26]. 1998.gadā tika izdots S.Janumas, I.Ludes mācību līdzekļu komplekts ģeometrijas mācīšanai pamatskolā [1.27].

1999. gadā skolās mācību procesā drīkstēja izmantot mācību grāmatas [1.23, 1.24, 1.26] un tika uzsākts darbs ar mācību grāmatu [1.27].

Apkopojot skolotāju viedokli par mācību grāmatām, kas tiek izmantotas mācību procesā, iegūti šādi dati (skolotāji uzrāda, ka savā darbā izmanto arī vairākas mācību grāmatas):

8.tabula Mācību grāmatu izvēle

Skolotāju aptaujas gads	Izmanto grāmatu [1.23], %	Izmanto grāmatu [1.24], %	Izmanto grāmatu [1.26], %	Izmanto grāmatu [1.27], %
1999.g.	44	39	86	Nav datu
2003.g.	neizmanto	neizmanto	58	70

Sīkāk izpētot mācību grāmatu lietošanu, nākas secināt, ka prasme strādāt ar mācību grāmatu un efektīvi to izmantot mācību procesā skolotājiem ir vāja. Par to liecināja, piemēram, pretrunīgie dati 1999.gada aptaujā. Tabulā apkopots skolotāju viedoklis par uzdevumu daudzumu.

9.tabula Uzdevumu skaits mācību grāmatā

Izmantotās grāmatas	Darbam klasē nepietiek, %	Nepietiek patstāvīgam darbam, %	Nepietiek labākajiem skolēniem, %	Pietiek visu veidu uzdevumu, %
[1.26]	14	51,8	27,4	40
[1.26] + citas	14,4	62	32,5	24,6

Visus skolotājus nosacīti varam iedalīt divās grupās:
1) tie, kas mācību procesā izmanto vienu mācību grāmatu ([1.26]);
2) tie, kas mācību procesā izmanto vairākas mācību grāmatas.

Aplūkojot iegūtos datus, iegūstam vairākus paradoksus. Viens no tiem – starp otrās grupas skolotājiem ir lielāks skaits skolotāju, kas uzskata, ka izmantotajās grāmatās dotais uzdevumu skaits ir nepietiekams veicot dažāda veida darbības - patstāvīgo darbu, strādājot ar labākajiem skolēniem u.c. Otrs paradokss – gandrīz trešdaļa skolotāju, kas izmanto mācību grāmatu [1.26] , uzskata, ka nepietiekams ir uzdevumu skaits darbam ar labākajiem skolēniem. Tomēr šajā mācību grāmatā atšķirībā no visām citām aplūkotajām ģeometrijas grāmatām ir ievietoti ļoti daudzi grūtākas pakāpes uzdevumi un arī dažādu konkursu uzdevumi. Ar detalizētāku šīs situācijas analīzi var iepazīties autores publikācijā [1].

Secinājumi:

Skolotājiem ir nepieciešama metodiskā palīdzība, kas izskaidro katras mācību grāmatas metodiskos principus, satura atbilstību mācību priekšmeta standartam – īpaši akcentējot "obligāto" saturu un papildus doto materiālu.

Bez mācību grāmatām mācību procesā tiek izmantoti dažādi mācību literatūras izdevumi, piemēram, darba burtnīcas, uzdevumu krājumi u.c. Šo pieejamo mācību līdzekļu saraksts ir apkopots izdevumos [1.8] . Ģeometrijā ir izmatojami 4 dažādi darba burtnīcu komplekti, viens uzdevumu krājums un uzdevumu slejas. Lai palīdzētu skolēniem apgūt ģeometriju atbilstoši jaunā standarta prasībām, pētījuma laikā tika izveidots mācību līdzekļu komplekts skolēniem [3.2 – 3.7]. Tā kā īpaša uzmanība mācību procesā ir veltīta darbam ar informācijas ieguvi, tad paralēli mācību grāmatas izmantošanai var lietot dažādas rokasgrāmatas un citus uzziņas līdzekļus [1.21, 1.22].

2.3. Metodiskie līdzekļi skolotājam

Līdz pētījuma uzsākšanai Latvijā izdotajām ģeometrijas mācību grāmatām nebija ar tām komplektā veidotas skolotāja grāmatas, metodisko ieteikumu krājuma vai citu metodisku izstrādņu. Lai risinātu šo problēmu, darba gaitā tika izveidots skolotāja grāmatu komplekts [3.2], [3.4], [3.6], kas veidots komplektā ar mācību grāmatām [1.26]. Skolotāja grāmatas uzdevums ir parādīt atbilstošā mācību līdzekļa izmantošanu un mācību procesa vienotu organizēšanu, satura atlasi un metožu izvēli. [1]

Mācību metožu izvēle un mācību procesa vadīšana lielā mērā ir atkarīga no skolotāju profesionalitātes. Metožu iedalījums var būt ļoti dažāds, un Latvijā ir pieejama pedagoģiskā literatūra par to. Ar vienu no metožu atlases piemēriem ģeometrijas apguvē varam iepazīties darbā [3.11]. Tomēr metodiskas literatūras ģeometrijas mācību procesa organizēšanai joprojām trūkst.
Būtisku ieguldījumu dažādu materiālu izstrādē pēdējos gados ir veicis LIIS projekts. Tā ietvaros skolotāji ir izstrādājuši dažādas metodiskas izstrādnes. Autores izstrādnes LIIS ietvaros ir [3.8], [3.9], [3.10].

2.4. Palīglīdzekļi

Lai ģeometrijas mācību procesu padarītu skolēniem uzskatāmu, liela nozīme ir fiziskiem ģeometrisko figūru un ķermeņu modeļiem.
Izpētot situāciju Latvijas skolās, nākas secināt: lielākajā daļā skolu skolotāji atzīst, ka šodien skolās pieejamais modeļu un plakātu klāsts ir nepietiekams. Tie pārsvarā ir saglabājušies no astoņdesmitajiem gadiem. Daļēji šo situāciju skolotāji risina skolās paši, piedāvājot skolēniem veidot dažādus modeļus. Tomēr ir modeļi, kurus nav iespējams izveidot ar skolēnu spēkiem. Plakāti ir novecojuši, un tos skolotāji aizstāj ar pašu veidotajiem kodoskopa materiāliem.
1999. gada aptaujā skolotāji uz jautājumu "Kādus palīglīdzekļus izmantojat ģeometrijas stundās? " ir snieguši šādas atbildes:

- modeļus izmanto 70% skolotāju;
- tabulas izmanto 56% skolotāju;
- kodoskopa materiālus izmanto 25% skolotāju;
- citus palīglīdzekļus izmanto 21% skolotāju;
- uz šo jautājumu nav atbildējuši 12% skolotāju.

2.5. Elektronisko mācību līdzekļu sistēma

2004. gada Pamatizglītības standartā matemātikā akcentēti ģeometrijas lietojumi un matemātisko modeļu veidošanas un pētīšanas prasmes.

Ģeometrijas mācību procesā ir būtiski apgūt prasmes risināt praktiska satura uzdevumus, sakārtot, analizēt datus un prognozēt iegūstamo rezultātu, izsakot matemātiski pamatotus spriedumus. Paralēli tam Pamatizglītības standarts matemātikā nosaka to, ka skolēnam, beidzot 9.klasi, jāprot izmantot datoru informācijas iegūšanai un apstrādei. Tātad skolotājam jādod iespēja arī ģeometrijas stundu ietvaros papildināt matemātiskās zināšanas un prasmes, izmantojot datora daudzveidīgās iespējas. Tieši matemātisko modeļu veidošanas un analizēšanas jomā dators nākotnē ieņems lielu lomu mācību procesā.

2.5.1. Tehnoloģiju izmantošanas iespējas ģeometrijas apguvē

Šodien reālās iespējas izmantot informāciju tehnoloģijas ģeometrijas apguvē ir diezgan ierobežotas. Minēsim atsevišķus iemeslus:

- Skolēnu sagatavotība darbam ar datoru līdz šim ir notikusi 7.- 9.klasēs, ko nosaka stundu paraugplāns;

Risinājums - nākotnē programmproduktu lietojumu atvieglos tas, ka 2004./05.m.g. informātikas priekšmeta apguve tiek uzsākta jau 5.klasē [2.1], kas ļaus 7.klasē skolēnam lietot datoru, neprasot papildus apmācību.

- Ģeometrijas apmācību programmas latviešu valodā masveidā nav pieejamas. Vienīgās iespējas ir izmantot tās, kas veidotas LIIS ietvaros vai skolās, balstoties uz atsevišķu skolotāju pieredzi, bet tās pārsvarā nav pieejamas plašākam lietotāju lokam.
- Skolotāji nav metodiski sagatavoti un viņiem nav pārliecības par mācību procesa kvalitātes uzlabošanu, izmantojot informāciju tehnoloģijas.

Skolotāju viedoklis par datoru izmantošanu ģeometrijas apguvē 2003. gadā ir šāds:

10.tabula Datora lietošanas iespēju izmantošana

Datora lietošana	Skolotāji, %
Dotu iespēju labāk apgūt ģeometriju	48
Ieekonomētu laiku	48
Nemainītu neko	15

Lai sagatavotu skolotājus darbam ar elektroniskajiem mācību līdzekļiem ir nepieciešams turpināt LIIS [2.3] ietvaros notiekošo skolotāju tālākizglītošanu un izstrādāt metodiku ģeometrijas mācīšanai, izmantojot jaunās tehnoloģijas.

2.5.2. Elektroniskie mācību līdzekļi ģeometrijā

No 1997. gada LIIS ietvaros ir sistematizēti pieejamie elektroniskie mācību līdzekļi matemātikā [2.3]. Tie ir iedalīti šādās grupās:

- Internetā atrodamie uzreiz lasāmie materiāli;

- Internetā atrodamie programmprodukti.

Mācību materiāli latviešu valodā, kas pārsvarā sagatavoti Word vidē, ir pieejami LIIS izstrādņu sarakstā. Aplūkojot tos, nākas secināt, ka ģeometrijā to ir pietiekamā skaitā, ar lielāku vērību vidusskolas mācību kursam un darbam ar talantīgajiem skolēniem.
Internetā atrodamie programmprodukti sadalās bezmaksas un maksas produktos. Maksas programmas skolās praktiski netiek izmantotas. Ģeometrijas apguvei ir atrodami materiāli latviešu, angļu, vācu u.c. valodās. Tie ir dažādi mācību līdzekļi, kas dod iespēju apgūt atsevišķus ģeometrijas tematus, izmantojot arī "kustīgus" zīmējumus.
Aplūkojot internetā piedāvos programproduktus ģeometrijas mācībām, kurus var sameklēt, izmantojot LIIS ietvaros izveidoto INTERMATa materiālu [2.5], iegūstam diezgan plašu adrešu piedāvājumu – 31 adrese. No tām tikai 9 ir bezmaksas. Šo programmu lietošanu skolas ikdienas darbā apgrūtina valoda, kādā tās veidotas – angļu, vācu vai franču.

Īpaši aplūkosim programmproduktus, kas izmantojami ģeometrijas mācību procesa interaktīvai norisei, piedāvājot iespēju veidot zīmējumus un veikt aprēķinus.
Ir pieejamas dažādas zīmējumu veidošanas programmas, kam ir līdzīgas iespējas. Pamatā tajās paredzētas iespējas izvēlēties punktus, zīmēt nogriežņus, taisnes, starus, riņķa līnijas, veikt mērījumus, aprēķinus un konstrukcijas, ko var realizēt ar cirkuli un lineālu, kā arī noformēt attēlu, pievienojot tekstus un nosaukumus dažādiem objektiem, paslēpjot to, kas lieki saraibina zīmējumu, izceļot svarīgāko ar krāsu un/vai treknāku līniju palīdzību. Atsevišķās programmās lietotājam pieejamas iespējas pašam ierakstīt savas bieži lietotas konstrukcijas, veidojot makrokomandas, ko vēlāk var izpildīt. Var arī ieviest koordinātu sistēmu, noteikt taisnu objektu virziena koeficientu, taišņu un riņķa līniju vienādojumus. Izveidoto zīmējumu ar peles palīdzību iespējams ātri mainīt, pārvietojot brīvi izvēlētos objektus, kas nav radušies konstrukcijas ceļā. Pastāv iespējas veidot animāciju, kad dators automātiski maina attēlu pēc uzdotajiem parametriem. Kas notiks, kad lietotājs klikšķinās uz zīmējuma laukuma, atkarīgs no tā, kāds rīks konkrētajā momentā ir aktivizēts.
Lielākais ieguvums no šādu programmu lietošanas ir iespēja redzēt, kā mainās uzdevuma zīmējums atkarībā no dažādu objektu savstarpējā novietojuma. Zīmējums ļauj izvirzīt hipotēzes vai pārliecināties, ka tas, ko vēlamies pierādīt, ir patiesība. Lai pārliecinātos, ka nogriežņi vai leņķi ir vienādi, var lietot mērījumus. Apmācības procesā skolēniem ir jāsaprot, ka zīmējums nevar kalpot par pierādījumu, tas ir tikai palīgs.

Veicot pētījumu, tika aplūkoti trīs programmprodukti, kas izmantojami ģeometrijas apguvē:

1. Cabrie Geometrie, Das Interaktive Geometrie – Notebook, Von I.M.Laborde & F.Bellemain, Texas Instrument [2.6];

2. The Geometer's Sketchpad, Dynamic Geometry, Key Curriculum Press [2.7];

3. Geonext, Baireitas Universitāte Vācijā [2.8].

11.tabula Ģeometrijas programmproduktu apskats

Nr.	Programmas valoda	Gatavi piemēri	Dinamisku zīmējumu veidošanas iespējas	Tekstu pieraksta iespējas	CD formāts
1	Vācu/angļu u.c.	*	*	*	*
2	Angļu	*	*	*	*
3	Latviešu, u.c.	*	*	*	

Trešā programma ir pieejama latviešu valodā, kas ļauj to uzreiz izmantot skolas darbā, tā pieejama internetā un ir bezmaksas.
"Cabri ģeometrija" atšķirībā no pārējām programmām piedāvā iespēju veidot makrokomandas, ar kuru palīdzību iespējams aprakstīt biežāk lietojamās konstrukcijas.
The Geometer's Sketchpad piedāvā iespēju - zīmējuma animācijas veidošanu, kas palīdz apmācības procesā, jo ir iespēja skatīties zīmējuma veidošanu pa soļiem.
Iepriekš minētās trīs programmas galvenokārt atšķiras ar dizainu, Geonext programma piedāvā veikt arī diezgan sarežģītus algebriskus aprēķinus.
Par 2.5.2. sadaļas tematiku skatīt autores darbu [13].

Tā kā šīs programmas nav veidotas Latvijā, tad gatavo zīmējumu saturs tikai daļēji atbilst mūsu valsts standartā paredzētajam ģeometrijas saturam. Tāpēc, lai pilnvērtīgi izmantotu šīs programmas, skolotājam vēl ir papildus jāveic darbs, veidojot zīmējumus un pielāgojot tos konkrētām situācijām. Tai pat laikā tā ir laba iespēja gan pašiem skolēniem, gan skolotājiem veidot dažādas grūtības pakāpes uzdevumu zīmējumus.

Šādu programmu izmantošana mācību procesā:

1) dod iespēju veidot precīzus zīmējumus;
2) dod iespēju vērot zīmējuma veidošanu pa "etapiem";
3) dod iespēju ātrāk veikt dažādu hipotēžu izvirzīšanu, izmantojot izveidotus dinamiskus zīmējumus.

2.5.3. Hipotēžu izvirzīšana teorētisku jautājumu apguves procesā

Apgūstot ģeometriju, mācību procesā ir būtiski rosināt skolēnus izvirzīt hipotēzes un tās pamatot vai atspēkot, ne tikai iegaumēt jau gatavus faktus.
Lai skolēns varētu izvirzīt kādu hipotēzi, dažkārt ir nepieciešams veidot vairākus zīmējumus, aplūkot dažādas situācijas, kas ir darbietilpīgi un prasa daudz laika. Tāda situācija rodas, piemēram, uzsākot apgūt tematus

"daudzstūra leņķu summa"; "trijstūru vienādības pazīmes", "mediānas, bisektrises un augstumi trijstūrī", "ievilkts leņķis, centra leņķis, hordas-pieskares leņķis" utt.

No zīmējuma veidošanas viedokļa uzdevumus nosacīti var sadalīt šādās grupās:

1) uzdevumā zīmējums jau dots;
2) zīmējums skolēnam jāveido pašam, tas aprakstīts precīzi un ir viennozīmīgs – nav iespējami vairāki varianti no figūru elementu novietošanas viedokļa;
3) zīmējums skolēnam jāveido pašam, bet iespējami dažādi varianti, piemēram: nav dots vai trijstūris ir šaurleņķu vai platleņķa; nav zināmi malu garumi; dots punkts trijstūra iekšpusē, tuvāk neprecizējot tā atrašanās vietu utt.;
4) zīmējums ir sarežģīts, darbietilpīgs – pārsvarā tie ir konkursu un olimpiāžu uzdevumi;
5) zīmējuma (konfigurācijas) atrašana ir uzdevuma galvenais saturs.

Pēdējā tipa uzdevumus skolas kursā aplūko kā paaugstinātas grūtības pakāpes uzdevumus, tie bieži sastopami konkursos.

Dinamiskās ģeometrijas sistēmas ļauj analizēt dažādas iespējamas konfigurācijas pierādījuma uzdevumos.

Lai mācību saturs dabaszinātnēs un matemātikā sekmētu skolēnu praktiski pētniecisko darbību, attīstītu skolēnu prasmes lietot skolā iegūtās zināšanas reālās dzīves situācijās, sekmētu mūsdienīgu tehnoloģiju izmantošanu mācību procesā, pētījumā iegūtie rezultāti ir izmantoti:

- veidojot mācību līdzekļu komplektu skolēniem [3.3], [3.5], [3.7] un metodiskās izstrādnes skolotājiem [3.2], [3.4], [3.6], [3.8], [3.9], [3.10].

- izstrādājot priekšlikumus skolotāja atbalsta materiāla veidošanai ģeometrijas apguvei 7. - 9. klasēs. Šie priekšlikumi ir iesniegti Nacionālās programmas "Mācību kvalitātes uzlabošana dabaszinātņu, matemātikas un tehnoloģiju priekšmetos vidējā izglītībā" projektam [2.1]. Projekta ietvaros paredzēts izstrādāt:
  - metodisku izdevumu par aktīvas mācīšanās pamatnostādnēm ar stundu piemēriem (tai skaitā iekļaujot elektronisko mācību līdzekļu piedāvātās iespējas);
  - izdevumu par pētnieciska rakstura uzdevumiem, uzdevumu paraugiem ģeometrijā un ieteikumiem skolotājam to realizācijai;
  - materiālus skolēnu zināšanu un prasmju vērtēšanai ģeometrijā; vizuālus uzskates materiālus ģeometrijas kursā.

Par 2. sadaļas tematiku skatīt autores darbus [1], [2], [9], [10], [13].

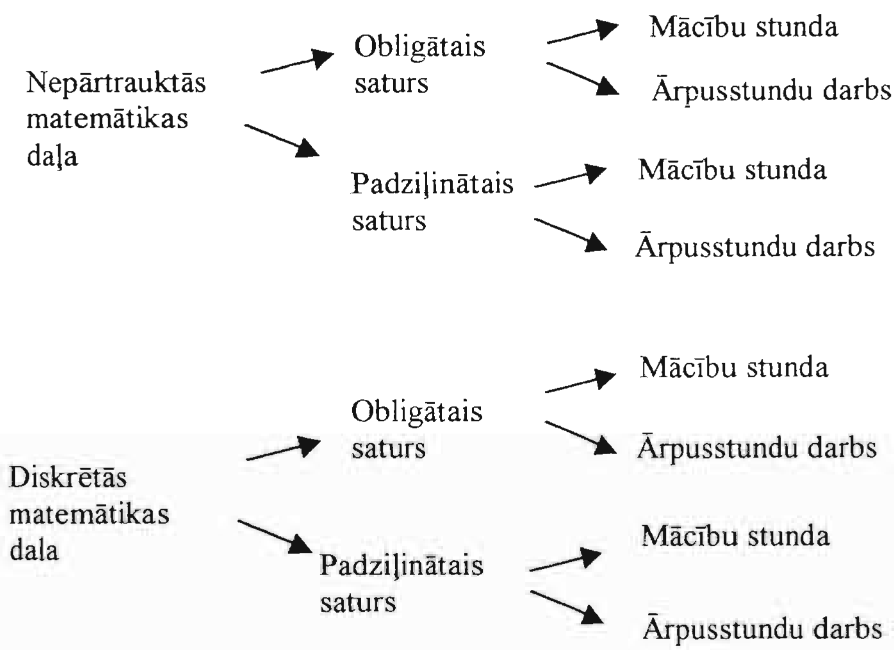
3. Ģeometrijas satura apguve dažādos līmeņos

3.1. Iespējamie ceļi ģeometrijas mācību organizēšanai

Pētot ģeometrijas kursa iespējamos apgūšanas "ceļus", iespējams tos strukturēt sekojošos virzienos:

- ģeometrijas apguve, akcentējot "nepārtraukto" un "diskrēto" matemātikas daļu;
- ģeometrijas satura un tā prasību izstrāde dažādos līmeņos;
- ģeometrijas apguve no mācību procesa organizācijas viedokļa.

Iegūstam šādu ģeometrijas mācību organizēšanas shēmu:



3.2. Ģeometrija kā "nepārtrauktās" un "diskrētās" matemātikas daļa

"Diskrētā matemātika ir matemātikas nozaru kopums, kuras aplūko diskrētus lielumus un objektus, kas veido galīgas un sanumurējamas kopas" [1.40].

Ģeometrijā diskrētās matemātikas daļa ietver kombinatoriskās ģeometrijas elementu un matemātiskās loģikas elementu apgūšanu.
Matemātikā ir izstrādāti vairāki desmiti metožu, bet parasti katra metode paredzēta samērā šauras uzdevumu grupas risināšanai. Tomēr ir arī tādas metodes, kuras lieto dažādās matemātikas nozarēs. Apgūstot kombinatoriskās ģeometrijas elementus, tiek apgūtas tādas vispārīgās matemātiskās metodes kā invariantu metode, vidējās vērtības metode, ekstremālā elementa metode. Apgūstot invariantu metodi, varam lietot tādus ģeometriskos invariantus kā

laukums, orientācija utt.. Dirihlē principu izmantojam, piemēram, nosakot maksimālo attālumu starp daudzstūra punktiem, aplūkojot lauztas līnijas virsotņu un posmu īpašības vai novērtējot summas (laukumu, leņķu lielumu utt.) Šo vispārējo metožu apgūšana pārsvarā ir padziļinātā mācību procesa sastāvdaļa.

Pamatskolas algebras kursā skaidri tiek norādīta nepārtrauktās un diskrētās matemātikas satura proporcionalitāte. Pēdējos gados vērojams, ka Latvijas pamatskolas algebras kursā paralēli nepārtrauktās matemātikas sadaļām tiek domāts par diskrētās matemātikas lomas palielināšanu. Skolas obligātā ģeometrijas kursa ietvaros līdz šim nav skaidri nodefinēta diskrētās matemātikas loma.

Pastāv dažādas iespējas, kā organizēt mācību procesu, apgūstot ģeometriju gan kā "nepārtrauktās", gan "diskrētās" matemātikas daļu:

1) strikti nodalīt nepārtrauktās matemātikas un diskrētās matemātikas daļu ģeometrijā un apgūt tās atsevišķi;
2) skolā galveno akcentu likt uz nepārtrauktās matemātikas nozīmi, atstājot diskrētās daļas jautājumus skolēnu pašu tālākizglītošanās līmenī (vai otrādi);
3) katru ģeometrijas tēmu aplūkot ar integrētu pieeju "nepārtrauktajai" un "diskrētajai" matemātikai.

Skatīt autores darbu [6].

Pilnveidojot ģeometrijas saturu, skolas kursā būtu lietderīgi izmantot trešo pieeju - parādot "nepārtrauktās" un "diskrētās" matemātikas atšķirīgās pieejas. Skolas matemātikas kursā joprojām lielāks akcents ir "nepārtrauktajai" matemātikai, bet darbā ar talantīgiem skolēniem īpaši tiek akcentēta kombinatoriskās ģeometrijas apgūšana. Pilnveidojot obligāto ģeometrijas saturu, tiek meklēti ceļi kombinatoriskās ģeometrijas elementu iekļaušanai tajā.

Tradicionāli ģeometrijā par vienu no mācību procesa pamatelementiem uzskata uzdevumu risināšanu. 11.tabulā minētas atsevišķas uzdevumu grupas, kas daļēji raksturo nepārtrauktās un diskrētās matemātikas proporcijas ģeometrijā. Skolotāji dotos uzdevumu veidus sakārtojuši svarīguma kārtībā, t.i., 1 – nozīmīgākā un daudzskaitliskā uzdevumu grupa un 6 – mazāk nozīmīga, mazskaitliskākā uzdevumu grupa.

11.tabula Skolotāju izpratnes maiņa par uzdevumu veidiem

Uzdevumu veidi	1999. gada aptaujas rezultāti	2003. gada aptaujas rezultāti
Aprēķinu uzdevumi	1	1
Pierādījumu uzdevumi	3	3
Konstrukciju uzdevumi	2	4
Kombinatoriskā ģeometrija	6	6
Uzdevumi, kas attīsta algoritmisko domāšanu	5	5
Uzdevumi, kas veicina iztēli	4	2

Izvērtējot iegūtos datus, pozitīvi vērtējams tas, ka mainījušies skolotāju uzskati, lielāku nozīmību ģeometrijas apguvē piešķirot uzdevumiem, kas veicina iztēli. Tomēr joprojām jāsecina, ka izpratne par kombinatorisko elementu apguves nozīmi ģeometrijas kursā ir zema.
Tanī pat laikā varam izveidot uzdevumu grupas, kas tiek klasificētas nevis pēc risināšanas metodēm, bet gan pēc uzdevuma satura. Risinot uzdevumus no jebkuras uzdevumu klases, var tikt izmantotas vispārīgās kombinatoriskās metodes.
1. Sadalīšana un pārkārtošana.
2. Punktu, taišņu un riņķu sistēmas.
3. Daudzstūru sistēmas.

Kombinatorisku problēmu formulēšanai var izmantot rūtiņu vai trijstūrveida režģus.
Ir daudzi kombinatoriskās ģeometrijas uzdevumi, kas palīdz saprast taisnes un plaknes bezgalības jēdzienu. Šo uzdevumu atrisinājumi prasa konstruēt potenciāli bezgalīgus procesus.
Pēdējos gados arvien lielāka uzmanība ir pievērsta algoritmu konstruēšanas un analizēšanas uzdevumiem, tai skaitā dažādu tipu matemātiskajām spēlēm. Risinot šos uzdevumus, ir jāizstrādā spēles stratēģija – spēles paņēmienu kopa, kas balstās uz loģiskiem spriedumiem un nosaka mūsu rīcību spēles gaitā. Izstrādājot šīs stratēģijas, bieži tiek izmatotas simetrijas pret punktu vai asi. Atsevišķus uzdevumu piemērus varam atrast autores grāmatā [3.1].
Matemātiskās rotaļlietas dod plašas kombinatoriskās ģeometrijas lietošanas iespējas. Īpaša loma matemātikas apgūšanā ir eksperimentālo prasmju veicināšanai. To attīstīšanai var izmantot ģeometriskās spēles.
Par 3.2. sadaļas tēmu skatīt autores darbus [11], [12].

3.3. Ģeometrijas mācību satura dažādi apguves līmeņi

Ģeometrijas mācību saturu no tā apguves "dziļuma" viedokļa varam iedalīt divos līmeņos:
1) skolas obligātais ģeometrijas kurss;
2) paaugstinātas grūtības kurss – skolas ģeometrijas satura padziļinājums, tēmas un dažādas uzdevumu risināšanas metodes, kas netiek aplūkotas skolas kursā.

Apgūstot ģeometriju padziļināti, mācību līdzekļos aplūkoti šādi satura tematiskie paplašinājumi:
ar riņķa līniju saistītas sakarības; homotētija; dažādas simetrijas, augstumu krustpunkta īpašība, Čevas teorēma, trigonometrijas plašāks lietojums, Ptolemaja teorēma, nogriežņu attiecības un figūru līdzība, ģeometriskas nevienādības, laukumi, sakarība starp paralelograma malām un diagonālēm, atsevišķi stereometrijas jautājumi.
Paralēli satura paplašinājumam un padziļinājumam tiek apgūtas dažādas uzdevumu risināšanas metodes, piemēram, invariantu metode, interpretāciju metode, procesu analīze, Dirihlē princips, ekstremālā elementa metode. Kā

vienu piemēru varam minēt laukuma jēdziena ieviešanu pamatskolas ģeometrijas kursā.

3.4. Ģeometrijas satura apguves organizēšana

Satura apguvi parasti organizējam, ievērojot principu "no vienkāršākā uz sarežģītāko":

1. Faktu un darbību zināšana.
Kā piemērus varam minēt definīciju, nosaukumu, vienību, plaknes figūru īpašību u.c. faktu atcerēšanos, mērīšanas instrumentu lietošanu, vienkāršu zīmējumu veidošanu, zinot definīcijas.

2. Jēdzienu izpratne.
Nākamā pakāpe skolēnu zināšanu un prasmju apguvē ir skolēnu prasme saistīt kopā atsevišķos zināšanu elementus, demonstrējot jēdzienu izpratni. Pretējā gadījumā tie paliks atmiņā kā izolēti fakti. Piemēram, skolēniem būtiski izprast, ka garums, laukums un tilpums noteiktos apstākļos saglabājas nemainīgi.
Īpaši jāmin prasme klasificēt pēc noteiktiem kritērijiem – sagrupēt ģeometriskas figūras, pieņemt pareizus lēmumus par elementa piederību klasei (piemēram, atlasīt trijstūrus, noteikt to veidu), kā arī prasme atšķirt jautājumus, uz kuriem var atbildēt, izmantojot doto informāciju, no tādiem, uz kuriem nevar atbildēt bez papildus informācijas [1.20].

3. Tipveida uzdevumu risināšana - vingrināšanās.
Kad skolēni ir apguvuši dažādus faktus un ieguvuši izpratni par tiem, ir būtiski iemācīties iegūtās zināšanas lietot uzdevumu risināšanā. Uzsākot uzdevumu risināšanu, ir svarīgi apgūt un nostiprināt pamatprasmes. To var realizēt, veicot vienkāršus ģeometrijas vingrinājumus, kas tradicionāli tiek piedāvāti mācību grāmatās un uzdevumu krājumos. Tie parasti skolēniem dod iespējas trenēt tradicionālās zināšanas un prasmes.

4. Matemātisku modeļu veidošana.
Kad skolēni ir nostiprinājuši zināšanas un apguvuši prasmes risināt vienkāršus uzdevumus, mācību procesā var piedāvāt uzdevumus, kuros skolēniem nepieciešamas prasmes izstrādāt risinājuma stratēģiju. Risinot šādus uzdevumus, skolēni izvēlas un izmanto jau zināmu modeli vai sarežģītākās situācijās veido to paši. Lai to veiktu, skolēniem ir nepieciešamas prasmes uzdevumā doto sistematizēt un interpretēt.
Piemēram, jebkurš uzdevums, kurā ir jāveido zīmējums, prasa izveidot modeli pēc apraksta; pierādījuma uzdevumi sevī ietver teorētisku modeļu veidošanu.

Būtisku vietu skolas kursā ieņem reālās pasaules problēmu formulēšana matemātiska modeļa veidā, tā atrisināšana un atrisinājuma "pārtulkošana" atpakaļ tā, lai iegūtos rezultātus varētu interpretēt un izmantot problēmas risinājumā [1.14], [1.42].
Tādējādi viens no ģeometrijas uzdevumiem ir attīstīt skolēniem modelēšanas prasmes.

5. Pētnieciski uzdevumi.
"Pētīšana ir mērķtiecīgs process, kurā novēro, izzina, sistematizē, skaidro savāktos faktus, ziņas par pētījamo objektu, tematu, lai iegūtu jaunas zināšanas, pārbaudītu iepriekšējus teorētiskus priekšstatus u.tml., parasti zinātnē. Pētīšana sākas ar problēmas nostādni, metodoloģijas, mērķu un uzdevumu noteikšanu un materiālu vākšanu. Pētīšanas gaitā izmanto izvēlētās metodes, iegūtos rezultātus apkopo, novērtē un izdara secinājumus. Pētījumi var būt fundamentāli, aptverot vispārīgas likumības dabā un sabiedrībā, un lietišķi, aptverot konkrētas prakses problēmas" [1.41].
Pētniecisks uzdevums sevī ietver vienas matemātiskas vai reālas problēmas izpēti. Pētīšanas pieeja mācību procesā dod iespēju skolēniem strādāt radoši, iedrošināt viņus meklēt savu pieeju uzdevuma risinājumam.
Augstākā prasmju pakāpe sevī ietver prasmes izvirzīt hipotēzi, analizēt, novērtēt, vispārināt, sintezēt/apvienot (integrēt). Šīs prasmes var pilnveidot, skolēniem piedāvājot risināšanai tieši pētnieciskus uzdevumus.
Ģeometrijā ir iespējams risināt gan ar dzīvi saistītus, gan tīri matemātiskus pētnieciskus uzdevumus. Piemēram, veikt pētniecisku uzdevumu – veidot četrstūru klasifikāciju atkarībā no diagonālēm un to novietojuma.

6. Pētnieciskie darbi matemātikā.
Pētnieciskie darbi ir lielākas matemātiskas vai reālas situācijas apzināšana, pētīšana un risinājuma izstrāde . To izpildīšana parasti notiek ilgākā laika posmā, piemēram, projektu nedēļas laikā. Saturiski šādi darbi nereti ietver sevī mācību kursa padziļinājumu. Tie ir visatvērtākie matemātikas uzdevumi, kuru risināšana dažkārt robežojas ar zinātnisko jaunradi. Bieži šāds darbs tiek veikts grupās. Ģeometrijas kursā pētnieciskie darbi ir gan ar sadzīvisku, gan ar matemātisku saturu, bet nereti šādi pētījumi ietver sevī dažādu zinātņu integrāciju. Piemēram, par iespējamu pētījumu "Daudzstūri, ko veido "viduslīnijas" " skatīt autores darbu [3.13].

Katram skolēnam, mācoties ģeometriju, tiek piedāvāta iespēja apgūt gan zināšanas un pamatprasmes, gan pētniecisko darbu veikšanas iemaņas. Tomēr jārēķinās ar katra skolēna individuālajām spējām un interesi. Tāpēc paralēli standartā noteiktajām satura prasībām ikdienas mācību procesā varam izdalīt skolēnu grupas – skolēni, kam matemātikas apguve sagādā grūtības, un apdāvināti skolēni. Abas šīs grupas prasa individuālu pieeju.
Tādējādi skolotājs ir tas, kas nosaka, kādam būt ģeometrijas mācību procesam konkrētā klasē, ņemot vērā gan reglamentējošo dokumentu prasības, gan skolēnu spējas un vēlmes.
Ļoti plašas iespējas diferencēt mācību saturu rada prasme korekti izmantot mācību grāmatās piedāvāto ģeometrijas saturu. Analizējot ģeometrijas mācību

grāmatu [1.23-1.30] saturu, 12.tabulā apkopoti tie temati, kuru apguvi nenosaka mācību priekšmeta standarts.

12.tabula Mācību grāmatās piedāvātais ārpusstandarta saturs

MG	Standartam papildus dots saturs
1.23	To nogriežņu reizinājums, kas rodas, krustojoties divām hordām. Vektori, to skalārais reizinājums. Plaknes līnijas vienādojums. Trigonometriskā pamatidentitāte. Redukcijas formulas, trigonometrisko funkciju vērtības jebkuram leņķim. Sinusa un kosinusa teorēmas. Čevas, Menelāja teorēmas.
1.24	Pierādījums no pretējā. Talesa teorēma. Trigonometriskā pamatidentitāte. Redukcijas formulas, trigonometrisko funkciju vērtības 0° - 180°, koordinātas plaknē. Figūru pārveidojumi, paralēlā pārnese. Vektori, to skalārais reizinājums. Sinusu un kosinusa teorēmas.
1.25	Talesa teorēma. Vektori. Homotētija, pagriezieni un to kompozīcijas. Sinusu un kosinusa teorēmas.
1.26	Ievilkti un apvilkti četrstūri. Atsevišķi jautājumi, kas kalpo tematu paplašinājumam, der darbam ar talantīgajiem skolēniem, piem., ar laukumiem saistīti nevienādību pierādījumi; vairāku riņķa līniju kopējās pieskares un sekantes. (Komplektizdevums nosedz 7. un 8.klases kursu)
1.27	Proporcionāli nogriežņi taisnleņķa trijstūrī, Zelta griezums, trigonometrisko funkciju vērtības 0° - 180°, sinusu un kosinusa teorēmas. Vektori, to skalārais reizinājums, vektoru koordinātas. Talesa teorēma. Četrstūris un riņķa līnijas.
1.28	Elipse, telpisko ķermeņu šķēlumi. Koordinātu ģeometrija (aplūkoti atsevišķi gadījumi).
1.29	Simetrija. Ķermeņu kombinācijas, šķēlumi. Stereometrija.
1.30	Simetrija. Koordinātu ģeometrija. Stereometrija.

3.5. Ģeometrijas padziļināta satura iespējamā realizācija

Apgūstot ģeometriju padziļināti, pārsvarā balstāmies uz iespējām izglītošanas procesā iekļaut skolēnu pētījumus. Nosacīti to varam iedalīt trīs līmeņos.
Pirmais līmenis ir darbs mācību stundā.
Mācību stunda ir pamats intereses radīšanai par matemātiku. Būtiski skolēniem piedāvāt dažāda līmeņa uzdevumus, kurus var atrast arī mācību grāmatās.

Otrais līmenis ir dažādu līmeņu matemātikas olimpiādes un konkursi.
Latvijas matemātikas olimpiāžu sistēma ietver:

- skolas matemātikas olimpiādi;

- rajona matemātikas olimpiādi;
- Valsts matemātikas olimpiādi;
- Atklāto matemātikas olimpiādi.

Minami arī atsevišķi konkursi un skolēnu tālākizglītības iespējas:

- Skolu un rajonu rīkotie konkursi;
- Matemātikas pulciņi skolās;
- Profesora Cipariņa klubs;
- Neklātienes matemātikas skolas nodarbības u.c.

Matemātikas olimpiādēm skolēni gatavojas ārpus mācību stundām interešu pulciņos, un daļa to satura nav iekļauta mācību priekšmeta standartā. Darbojoties interešu pulciņos un patstāvīgi gatavojoties matemātikas konkursiem, skolēni iegūst papildus zināšanas un prasmes dažādās matemātikas nozarēs.
Plaša un demokrātiska matemātikas olimpiāžu sistēma ir spēcīgs instruments, lai nodrošinātu ar augsta līmeņa matemātikas zināšanām un prasmēm plašu sabiedrības daļu, ne tikai atsevišķu skolu skolēnus.
Straujā zinātnes un tehnikas attīstība ietekmē izglītības saturu, un tas vērojams ne tikai obligātajā mācību kursā, bet arī matemātikas konkursu uzdevumu tematikā. Tabulā ir apkopota Latvijas atklāto un republikas olimpiāžu uzdevumu tematika 9.-12.klasēm [1.43].

13.tabula Ģeometrijas uzdevumu tematika Latvijas matemātikas olimpiādēs

Tēma	1974.g.	1984.g.	1994.g.	2004.g.
Kombinatoriskā ģeometrija	7%	7%	17%	3%
Planimetrija	20%	11%	13%	17%
Stereometrija	13%	11%	0%	7%
Konstrukciju uzdevumi	7%	0%	0%	0%

Matemātikas sacensību uzdevumu komplekta veidošanas koncepcija nosaka to, ka katrā uzdevumu komplektā ir jābūt vismaz vienam ģeometrijas uzdevumam. Pirms 30 – 40 gadiem ģeometriskās konstrukcijas skolas kursā bija vienīgā disciplīna, kas attīstīja skolēnu algoritmisko domāšanu. Pieaugot kombinatorikas un algoritmisko uzdevumu īpatsvaram, konstrukciju uzdevumi izzuda arī no olimpiāžu uzdevumu komplektiem.

Pētot dažādu līmeņu matemātikas olimpiāžu uzdevumu saturu, iegūti secinājumi:

1) Latvijā pastāv neliela atšķirība starp ģeometrijas uzdevumu saturu skolas mācību kursā un matemātikas sacensībās, atšķiras uzdevumu risinājumos izmantojamo metožu klāsts;
2) salīdzinot Latvijas un citu pasaules valstu olimpiāžu uzdevumus, saturiski tie atšķiras maz. Atšķirīgs ir uzdevumu komplektos pārstāvēto

matemātikas nozaru īpatsvars. To var vērot, analizējot uzdevumus, kurus žūrija ir atlasījusi pēdējās 10 starptautiskajās olimpiādēs.

Skatīt autores darbu [9].

Matemātikas, tai skaitā ģeometrijas, padziļinātā mācīšanā Latvijā liela vērība tiek pievērsta vispārējo kombinatorisko metožu apgūšanai.

Pirmās iespējas skolēniem sastapties ar kombinatoriska rakstura ģeometrijas uzdevumiem ir Neklātienes Matemātikas skolas organizētajos konkursos (jau sākumskolas klašu skolēniem) un vēlāk 5.-6. klasēs skolas, rajona un valsts un atklātajās matemātikas olimpiādēs. Vēlāk ar tiem var iepazīties mācību grāmatā [1.26].

Trešais līmenis – skolēnu zinātniski pētnieciskie darbi, kurus skolās veic skolēni no 9. – 12. klasei. Skola nosaka, vai šādu darbu veic visi skolēni vai tikai atsevišķi skolēni pēc savas izvēles. Skolēni izvēlas mācību priekšmetu un paša vai skolotāja piedāvātu tēmu. Atšķirībā no olimpiādēm, šie ir patstāvīgi pētījumi, kas dažkārt ir ar dziļiem matemātiskiem rezultātiem. Šie pētījumi tiek veikti gada vai pat ilgākā laika periodā. Mācību laikā skolēns parasti veic vienu šādu pētījumu.

Dažkārt skolēni strādā tikai pirmajā un trešajā līmenī, iegūstot savos pētījumos nopietnus, jaunus matemātiskus rezultātus.

Lai pilnveidotu ģeometrijas apguvi dažādos līmeņos, ieteicamie risinājumi ir:

1) izstrādājot jauno mācību saturu, akcentēt kombinatorisko un algoritmisko prasmju apguvi;
2) turpināt darbu pie dažāda līmeņa mācību materiālu izstrādes;
3) turpināt darbu pie Interneta materiālu pilnveides, kas dod iespēju skolēnu individuālā darba paplašināšanai.

Par 3. sadaļas tematiku skatīt autores darbus [3], [4], [5], [6], [9], [11], [12].

4. Iespējamās Latvijas pamatskolas ģeometrijas kursa attīstības iespējas

Apkopojot iepriekšējās nodaļās analizēto informāciju, iespējams izdalīt vairākus "paralēlus ceļus", kas raksturotu ģeometrijas kursa attīstības iespējas:

- Pēctecības ievērošana pamatskolas ģeometrijas kursā;
- Priekšmeta saturiskās puses pilnveide;
- Pieejas maiņa ģeometrijas mācīšanas procesā.

4.1. Pēctecība ģeometrijas kursā

Viens no mācību satura veidošanas pamatprincipiem ir pēctecības princips. Tas atspoguļojas jaunajos mācību saturu reglamentējošos dokumentos - standartos un programmās, kas ļauj labāk gan izprast, gan realizēt saturu ikdienas mācību darbā, izmantojot dažādas mācību grāmatas un mācību materiālus. Standartā [1.7] pēctecības jautājums tiek atsegts, norādot prasības satura apguvei 3., 6., un 9.klases nobeigumā visos saturā minētajos jautājumos. Līdz 6. klasei skolēni gūst atsevišķus priekšstatus un apgūst zināšanas un prasmes par atsevišķiem ģeometrijas pamatelementiem, to izmēriem un novietojumu. No 1. – 3.klasei viņi iegūst priekšstatu par punktu, taisni, nogriezni, trijstūri, četrstūri, kvadrātu, taisnstūri, riņķi, riņķa līniju, kubu, figūras perimetru, garuma mērvienībām, apgūst mērīšanas un zīmēšanas prasmes. No 4. – 6.klasei skolēni apgūst taisnstūra laukuma jēdzienu, leņķa jēdzienu un tā mērīšanu, riņķa līnijas garumu, iegūst priekšstatu par taisnstūra paralēlskaldni un tā virsmas laukuma un tilpuma aprēķināšanu, perpendikulārām un paralēlām taisnēm. 7.klasē, uzsākot apgūt ģeometriju kā atsevišķu mācību priekšmetu, jāņem vērā visas iepriekš iegūtās zināšanas un prasmes, kas ļauj veiksmīgi uzsākt ģeometrijas kā vienotas sistēmas apgūšanu un pētīšanu. Te der atcerēties, ka "ģeometrija ir zinātne, kas pēta ģeometrisko figūru īpašības un figūru savstarpējo novietojumu" [4].
7. – 9.klasē skolēni apgūst ģeometrijas pamatelementus, trijstūrus, četrstūrus, riņķa līniju un riņķi, laukumu un tilpumu un veic ģeometrisko figūru sistēmas vienotu pētīšanu.
Tikai izprotot un ievērojot mācību satura pēctecību, skolēniem tiek dota iespēja papildināt un pilnveidot apgūtās zināšanas un prasmes, pārejot no zemāka mācību posma augstākā, un novēršot vairākas ar pārslodzi radītas problēmas.

4.2. Ģeometrijas satura pilnveide

Lai līdzsvarotu nepārtrauktās un diskrētās matemātikas nozīmību skolas kursā, ne tikai algebras, bet arī ģeometrijas mācību saturā tiek integrēti diskrētās matemātikas elementi. Veidojot jauno matemātikas priekšmeta standartu [3.12] un tam atbilstošu paraugprogrammu, tika meklēta iespēja matemātikas saturā iekļaut diskrētās un kombinatoriskās matemātikas elementus.

Pilnveidojot ģeometrijas kursu, būtiski ir sabalansēt zināmā mērā automatizētu zināšanu apguvi un problēmrisināšanas iemaņas. Šodien mazāk svarīga ir liela skaita likumu zināšana. Lielāka loma mācību procesā ir jāpievērš prasmei veidot matemātiskus modeļus un algoritmus, prasmei meklēt analoģijas, izdarīt spriedumus. Faktu apguve bez izpratnes noved pie nepilnvērtīgas pamatošanas prasmju un kritiskās domāšanas iemaņu attīstības. Tai pat laikā, īpaši pamatskolas kursā, jāuzmanās no tādu spriedumu ieviešanas, kuru patiesā jēga un nozīme pamatskolas skolēnam nav izprotama, tāpēc skolēns tos noraida.

Aplūkosim izmaiņas, kas skārušas ģeometrijas priekšmeta tematisko saturu pēdējo 20 gadu laikā. 14.tabulā minētās tēmas ir mācītas atbilstošajā laika posmā, bet to apguve pakāpeniski ir samazinājusies vai vairs nav iekļauta mācību saturā.

14. tabula Satura atsevišķi jautājumi, kuru iekļaušana obligātajā mācību saturā ir mainījusies.

Laika posms	Saturs, kas tiek apgūts
1982.-1991.	Figūru attēlojumi, pagrieziens un tā kompozīcijas, paralēlā pārnese, vektori, Talesa teorēma, homotētija, pārvietojuma definēšana ar koordinātu palīdzību, sinusu un kosinusu teorēmas, ievilkti un apvilkti četrstūri, taisnes un plaknes telpā, sinusa un kosinusa definēšana jebkuram leņķim.
1992.-2002.	Jēdziens par pagriezienu un paralēlo pārnesi, kosinusu un sinusu teorēmas, sinusa un kosinusa definēšana platam leņķim, kas reducējas uz 30° , 45° vai 60° .
2003. un tālāk	Sinusa un kosinusa definēšana šauram leņķim.

Pētot dažādus metodiskos ieteikumus, redzam vēl atsevišķus satura elementus, kurus šodien vairs neaplūkojam ģeometrijas mācību kursā, piemēram, 1992./93.m.g. – trijstūra ārējais leņķis, daudzstūra ārējo leņķu summa, hordas – pieskares leņķis un tā mērīšana, ārējā leņķa bisektrises īpašība, līdzības metode konstrukcijās, taisnes un plaknes perpendikularitāte.
Secinājums: satura apjoms tiek samazināts un ģeometrijas priekšmeta apguvē galvenokārt mainās uzsvars mācību procesā no faktu zināšanas uz to izpratni un lietošanu. Būtiski ir panākt, lai tiktu apgūtas arī prasmes risināt kombinatoriska rakstura uzdevumus ar ģeometrisku saturu.
Skatīt autores darbus [3.2], [3.4], [3.6].

4.3. Pieejas maiņa satura apguvē

Apgūstot ģeometriju, svarīgs ir ne tikai mācāmais saturs, bet arī mācību procesa norise.

15. tabula Pieejas satura mācīšanai

Laika posms	Mācību process
1982.-1991.	Akcents uz daudzu atsevišķu faktu un to pierādījumu zināšanu no galvas. Atsevišķi elementi parāda praktisko pielietojumu.
1992.-2002.	Samazinās atsevišķu teorēmu pierādījumu loma, tos pārnesot uz uzdevumiem. Trūkst praktiskā pielietojuma.
2003. un tālāk	Akcents uz matemātiskās domāšanas attīstīšanu, saskatot ģeometriju kā vienotu sistēmu. Būtiska nozīme, apgūstot ģeometrijas kursu, ir tās praktiskā pielietojuma apguvei.

Būtiska nozīme mācību procesa realizācijā ir vērtēšanai. Viens no vērtēšanas veidiem ir pārbaudes darbi.

16. tabula Valsts pārbaudes darba veidi, beidzot 9.klasi

Laika posms	Mācību process
1982.-1991.	Mutisks eksāmens ģeometrijā ar iepriekš zināmām biļetēm. Pārsvarā pārbauda skolēnu apgūtās zināšanas.
1992.-2002.	Kopš 1992.gada izlaiduma eksāmens matemātikā (1994. gadā eksāmens algebrā 9.klasei) 1997. gadā rakstiska ieskaite ģeometrijā. Kopš 1998. gada divdaļīgs rakstisks eksāmens matemātikā
2003. un tālāk	Divdaļīgs rakstisks eksāmens matemātikā. Pirmā daļa pārbauda skolēnu zināšanas, otrā daļa pārbauda skolēnu prasmes pielietot apgūtās zināšanas.

Pārbaudes darbu formas un satura maiņa zināmā mērā garantē pieejas maiņu arī mācību procesa laikā. Mutiskais eksāmens [1.19] no skolēna dažkārt prasīja tikai faktu mehānisku atcerēšanos bez izpratnes. Kā pozitīvu momentu var minēt to, ka palīdzot skolēniem gatavoties eksāmenam, skolotāji lielāku uzmanību pievērsa skolēnu prasmei izteikties, lietojot precīzu matemātisko valodu. Rakstisks eksāmens matemātikā veicina algebras, ģeometrijas un citu mācību priekšmetu integrāciju, uzdevumu saturs pārbauda gan skolēnu pamatzināšanas, gan prasmi risināt praktiska satura uzdevumus un demonstrēt spriešanas un pamatošanas prasmes.

4.4 Turpmākie uzdevumi

Uzdevumi, kas turpmāk jārisina, lai uzlabotu ģeometrijas mācīšanas procesu Latvijā, ir:

- veidot skolotājiem un skolēniem vienotu un pilnīgu izpratni par ģeometrijas priekšmeta mācību mērķiem un uzdevumiem ;
- pilnveidot mācību procesu, izmantojot mūsdienīgas mācību metodes, tai skaitā informāciju tehnoloģijas;
- pilnveidot skolotāju profesionalitāti;
- pilnveidot mācību materiālu sistēmu.

Par 4. sadaļas tematiku skatīt autores darbus [7], [8], [10], [11], [13].

Promocijas darba autores zinātniskās publikācijas

1. I.France. What Teaching Aids are Needed for Geomertry Teachers at Middle School? - Teaching Mathematics: Retrospective and Perspective II. Rīga, University of Latvia, 1999, pp. 12-23.

2. I.France. The Role of Geometry in Science Education at Middle School. –Rīga, university of Latvia, 2001; p. 43.

3. A.Andžāns, I.France, L.Ramāna. Main Geometry Technics in Mathematical Olympiads. Osterreichische Mathematische Gesellschaft – 15.Kongress, OMG, 2001, p.185.

4. I.France. Gebrauch des Begriffs der Fläche für den erweiterten Mathematikunterricht in der Grundschule. Beitrage zum Mathematikunterricht. Vortrage auf der 36.Tagung für Didaktik der Mathematik, DIV Verlag Franzbecker, 2002, s. 167 – 170.

5. I.France. Elements of combinatorial geometry for gifted students at middle schools in Latvia. - International Conference Creativity in mathematics education and the education of gifted students, Riga, University of Latvia, 2002., pp. 29 – 30.

6. I.France., L.Ramāna. Ko matemātikas mācīšanā aizgūsim no citiem? – Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas. 3. starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums, Liepāja, PLA, 2002, 135.- 139.lpp.

7. I.France., L.Ramāna. Vispārizglītojošo skolu matemātikas satura un mācīšanas stratēģijas, to izmaiņu nepieciešamība. – Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas. 3. starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums, Liepāja, PLA, 2002, 67.- 70.lpp.

8. A.Andžāns, I.France. Contents of geometry in school educational programme and in mathematics competitions. - 3 rd International Conference Creativity in mathematics education and the education of gifted students, Rousse, University of Rousse, 2003, pp.273-275.

9. И.Франце. Значение курса геометрии и учебных пособий по геометрии в освоении предметов наук и технологий - The development and perspectives of general and higher education (physics, mathematics, computer sciences), Šiauliai University, 2004, pp. 110 – 112.

10. И.Франце. Тенденции развития геометрии в основных школах Латвии - Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas. 5. starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums, Liepāja, LPA, 2004, 67.- 71.lpp.

11. A.Cibulis, I.France. Work with gifted students in the investigations of poliforms. - The 10`th International Congress on Mathematical Education, Proceedings, Rīga, Mācību grāmata, 2004, pp. 19 – 24.

12. A.Andžāns, I.France. Finite Automata in Advanced Teaching of Mathematics and Informatics. -Beitrage zum Mathematikunterricht. Vortrage auf der 38.Tagung fűr Didaktik der Mathematik, DIV Verlag Franzbecker, 2005.

13. I.France, L.Ramāna. Par dažiem dinamiskās ģeometrijas sistēmu lietojumiem. – Latvijas i-sabiedrības tehnoloģiju ekspozīcija, LatSTE' 2004, Rīga, LU, 101.-107.lpp.

Izklāstā minētie dokumenti un citu autoru darbi

1.1. Izglītības likums. Latvijas Vēstnesis, 17.11.98., nr. 343.
1.2. Vispārējās izglītības likums. Latvijas Vēstnesis, 30.06.1999., nr.213/215
1.3. IZM, ISEC. Valsts pamatizglītības standarts. Rīga, 1998.
1.4. MK. Noteikumi par valsts pamatizglītības standartu Nr.462. Latvijas vēstnesis, 12.29.2000., nr.473/476.
1.5. IZM Mācību satura departaments. Pamatizglītības standarts Matemātika. Rīga, 1992.
1.6. IZM ISEC. Matemātika. Pamatizglītības standarts. Mācību programmas paraugs. Rīga, 2002.
1.7. ISEC. Pamatizglītības mācību priekšmetu standarti. Rīga, 2004.
1.8. IZM ISEC. Jaunākā ieteicamā mācību literatūra vispārējās izglītības iestādēm. Rīga, 2000 – 2004.
1.9. Education and training in Europe: diverse systems, shared goals for 2010. The work programme on the future objectives of education and training systems. European Communities, 2002.
1.10. A.Geske. Trešais starptautiskais matemātikas un dabaszinātņu pētījums Latvijā. Rīga, Mācību grāmata, 2000.
1.11. A.Geske. Matemātikas un dabaszinātņu izglītības attīstības tendenču starptautiskais pētījums. Uzdevumi un novērtēšanas programmas. Rīga, Mācību grāmata, 2002.
1.12. A.Kangro, A.Geske. Zināšanas un prasmes dzīvei. Latvija OECD valstu Starptautiskajā skolēnu novērtēšanas programmā 1998. – 2001. Rīga, Mācību grāmata, 2001.
1.13. A.Geske, A.Grīnfelds, A.Kangro, R.Kiseļova. Mācīšanās nākotnei. Latvija OECD skolēnu novērtēšanas programmā 1998 –2004. Rīga, Latvijas Universitāte, 2004.
1.14. Aut. Kol. Skolotāja rokasgrāmata. Aktīvās mācību metodes un demokrātiskas skolas vides veidošana. Rīga, RSIC, 2003.
1.15. IZM, ISEC. Valsts pārbaudes darbi . Statistiskā analīze. Rīga, 2002-2004.
1.16. LPSR Tautas izglītības ministrija. Matemātikas programma 5. – 12. klasei. Rīga, Zvaigzne, 1990.
1.17. LPSR IM. Vispārizglītojošo vidusskolu mācību plāni 1988./89.. Rīga, 1988.
1.18. Министерство просвещения СССР. Учебные планы начальных, восьмилетних и средних общеобразовательных школах Союзных Республик на 1982/83 учебный год. Москва, 1982.
1.19. LPSR IM. Izlaiduma eksāmenu biļetes LPSR vispārizglītojošo skolu 8.klasei ar latviešu mācību valodu 1985./86. mācību gadam. Rīga, Zvaigzne, 1986.
1.20. J.Mencis. Izpratnes vingrinājumi matemātikā 5.- 8. klasei. Rīga, LPSR Skolotāju kvalifikācijas celšanas institūts, 1960.
1.21. J.Mencis, A.Sika. Matemātikas rokasgrāmata skolēniem. Rīga, Zvaigzne, 1990.

1.22. J.Mencis, J.Mencis (jun.). Ģeometrija īsi un vienkārši 7., 8. un 9. klasei. Rīga, Zvaigzne ABC, 2004.
1.23. L.Atanasjans u.c. Ģeometrija 7.-9.klasei. Rīga, Zvaigzne, 1991.
1.24. A.Pogorelovs. Ģeometrija 6.- 8.klasei. Rīga, Zvaigzne, 1986.
1.25. A.Kolmogorovs u.c. Ģeometrija 6. –8. klasei. Rīga, Zvaigzne, 1980.
1.26. A.Andžāns u.c. Ģeometrija 7. - 9.klasei 1. – 5. daļa. Rīga, Zvaigzne, 1993-1998.
1.27. I.Lude, S.Januma. Ģeometrija 7. - 9.klasei. Rīga, Zvaigzne ABC, 1998.
1.28. J.Laub u.c. Lehrbuch der Mathematik und Aufgabensammlung. Wien, OBV&hpt, 1998.
1.29. Robert E.Eicholz u.c Mathematics. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
1.30. D.Nichols u.c. Holt Geometry. Holt, Rinehart and Winston, 1982.
1.31. A.Grava, A.Tīruma. Ģeometrija 7.klasei. Rīga, Latvijas Valsts izdevniecība, 1959.
1.32. A.Grava, O.Treilibs. Ģeometrija 8.klasei. Rīga, Zvaigzne, 1967.
1.33. M.Ķurzens. Ģeometrija pamatskolai 5. un 6. klasei. Rīga, 1925.
1.34. A.Leimanis. Ģeometrija pamatskolām. Rīga,1920.
1.35. J.Straubergs. Ievads ģeometrijā. 1.daļa. Pamatskolas 3.klases kurss. Rīga, Kult.Balss, 1923.
1.36. J.Straubergs. Ģeometrija. Pēdējām pamatskolas un pirmām vidusskolas klasēm. Rīga, Kult.Balss, 1922.
1.37. A.Kiseļevs. Ģeometrija vidusskolām. Planimetrija. Rīga, Valtera un Rapas akc. sab., 1935.
1.38. N.Johansons. Ģeometrijas uzdevumu krājums vidusskolām I daļa, planimetrija. Rīga, Latvijas skolotāju kooperatīvs, 1939.
1.39. Kr.Allažs. Ģeometrija dzīvē IV.daļa. Pamatskolas 6.klases kursa noslēgums. Rīga, Valtera un Rapas akc.sab., 1930.
1.40. Zinātnes un tehnoloģijas vārdnīca. Rīga, Norden AB, 2001.
1.41. Aut. kol. V.Skujiņas vad. Pedagoģijas terminu skaidrojošā vārdnīca. Rīga, Zvaigzne ABC, 2000.
1.42. Dž.Berijs, P.Sālbergs. Aktīvā mācīšanās skolas matemātikā. Pedagoģiskas un praktiskas idejas skolotājiem darbā ar skolēniem no 4. līdz 12.klasei. Rīga, ALADES, 2004.
1.43. D.Bonka. IKT ietekme uz matemātikas padziļinātas izglītības sistēmu Latvijā. – LatSTE, 2004, 86.-91.lpp.

Izklāstā minētās interneta adreses

2.1. www.izm.gov.lv.
2.2. www.isec.gov.lv
2.3. www.liis.lv
2.4. www.elections2004.eu.int/highlights/lv
2.5. www.latnet.lv/info/intermat
2.6. www.cabri.com/web/nsite/html/home.html
2.7. www.keypress.com/sketchpad/index.php
2.8. www.geonext.de
2.9. www.mohonasen.org/
2.10. www.enc.org/
2.11. www.standards.nctm.org/
2.12. www.rowan.edu/
2.13. www.nc.uk.ne

Nozīmīgākie autores mācību līdzekļi par ģeometriju pamatskolā vai ar tās mācīšanu saistītiem jautājumiem

3.1. A.Andžāns, I.Markusa. Vai vari atrisināt? Algebra. Rīga, Zvaigzne ABC,1996.
3.2. I.France. Ģeometrija 7.klasei. Skolotāja grāmata. Rīga, Pētergailis, 2001.
3.3. I.France. Ģeometrija 7.klasei. Darba lapas. Rīga, Pētergailis, 2001.
3.4. I.France. Ģeometrija 8.klasei.Skolotāja grāmata. Rīga, Pētergailis, 2003.
3.5. I.France. Ģeometrija 8.klasei. Darba lapas. Rīga, Pētergailis, 2003.
3.6. I.France. Ģeometrija 9.klasei. Skolotāja grāmata. Rīga, Pētergailis, 2004.
3.7. I.France. Ģeometrija 9.klasei. Darba lapas. Rīga, Pētergailis, 2004.
3.8. L.Blūma, I.France. Prasības matemātikas satura apguvei sākumskolā un pamatskolā. http://rex.liis.lv/liis/prog/macmat.nsf , 2001.
3.9. L.Blūma, I.France. Prasības matemātikas satura apguvei beidzot vidusskolu. http://rex.liis.lv/liis/prog/macmat.nsf , 2002.
3.10. L.Blūma, I.France. Pārbaudes darbi matemātikā, http://rex.liis.lv/liis/prog/macmat.nsf, 2003.
3.11. IZM ISEC. Matemātika. Pamatizglītības standarts. Mācību programmas paraugs. Projekts., Rīga, ISEC, 2002.
3.12. IZM ISEC. Pamatizglītības mācību priekšmetu standarti. Rīga, ISEC, 2004.
3.13. Skolotāja rokasgrāmata Aktīvās mācību metodes un demokrātiskas skolas vides veidošana. Rīga, RSIC, 2003, 127.-128.lpp.

Promocijas darba autores zinātniskās

publikācijas

INTERNATIONAL CONFERENCE

TEACHING MATHEMATICS: RETROSPECTIVE AND PERSPECTIVES II

Riga, October 6th - 8th

1999.

Teaching mathematics: Retrospective and Perspectives II: papers of the international conference / Ed. Dr.paed. Jānis Mencis.- Rīga: Latvijas Universitāte, 1999. 142 lpp.

ISBN 9984-661-20-2

particular classes. A specially prepared practice binder will be tested, and the assessment of binder will be given.

Bibliography:

1. Cohen , E.G. (1994.). Status treatments for the classroom [Video]. New York. Teachers College Press.
2. Cohen E.G., & Lotan, R.A. (Eds). 1997. Working for equity in heterogenious classrooms: Sociological theory in practice. New York: Teachers College Press.

WHAT TEACHING AIDS ARE NEEDED FOR GEOMETRY TEACHERS AT MIDDLE SCHOOL?

Ilze France
State Gymnasium "Āgenskalns", Riga

Geometry is one of the obligatory disciplines in Latvia both for middle schools and high schools. To learn successfully the required minimum of the geometry course in high schools it is important for students to have stable skills and knowledge of the initial part of the geometry course. It is not a secret that most of the students who manage the algebra course easily have problems in studying geometry. Therefore one must pay a special attention to the teaching of geometry in grades 7-9, and the role of a teacher is very essential. It is important for a teacher to understand what is most crucial in teaching geometry and not to consider it only as a mean to put algebraic knowledge into practice.

In order to reveal the teachers' standpoint of the geometry course and related issues, e.g., the demands of the state-set standard, teaching aids, teaching methods, etc, a questionnaire, which 384 teachers of mathematics at all regions of Latvia were asked to answer, was circulated in 1998. The questionnaire was formed in such a way that the obtained answers revealed both existing state-level problems, which cannot be principally solved by a teacher him/herself, and ones which touch upon individual aspects of teachers work.

There were responses both from schools with Latvian language and Russian language of instruction. The respondents have served at schools from 1 year till 47 years. Half of the respondents are teaching geometry only at middle schools; the other half is doing it also at high schools. Therefore there was a wide range of respondents and the obtained results furnish enough objective information about the teaching of geometry in schools of Latvia.

The main documents that regulate the teaching process are as follows:

The state-set standard by Ministry of Education and Science of Latvia

SYLLABI BUILT UP BY

The state-set standard by Ministry of Education and Science of Latvia is the document accordingly to which teachers build up individually their own syllabi and choose the methods for achievement of desirable results. The teachers' opinion of the demands of the standard is as follows: too high – 6%, high – 57%, medium – 34%, low 0%, no response –3%. One can see that most of the teachers consider the demands of the standard as high. Some of the reasons for such an opinion:

- to build up ones own syllabi accordingly to the standard is a hard task, especially for young teachers;
- the standard does not indicate in a detailed way the level that must be achieved on each particular topic;
- there is not enough lessons to teach everything on an appropriate level.

Currently a new state-set standard in mathematics that could partly solve the problems mentioned above is being improved and elaborated by the Ministry of Education and Science of Latvia.

On building up ones own syllabus, every teacher may choose teaching aids, textbooks and methods that are used in teaching process. Let us turn to the choice of textbooks and to the skills of handling them in greater detail. For many years, the geometry textbooks [1]-[3], which were translated from Russian, have been broadly used in Latvia. They are still accessible.

With the renewal of independence of Latvia, one had to create new textbooks suitable for the educational system of Latvia.

Since 1992 the geometry textbook aimed for middle schools [4] by A.Andžāns, E.Falkenšteine and A.Grava has been published. In 1998 the set of the teaching aids in geometry aimed for middle schools [5] by S.Januma and I.Lude was published. Every teacher may choose ones own suitable textbook or even some of them.

Let us compare the answers to questions teachers were asked:

which textbooks do you use working with your students?

Are there enough problems a) for the work in the classroom,

b) for independent work of the student, c) for best students?

35,2% of teachers use only [4], 43,2% -[4] and some of [1]-[3], consequently, 78,4% of teachers use [4]. 14,6% of teachers use other textbooks and 7% of teachers gave no response.

In evaluating the obtained results from the questionnaire, let us pay attention to the following table where teachers opinions that there are or are not enough problems for each aim of work are summarised:

Used textbooks	Not enough for the work in the classroom	Not enough for independent work of the student	Not enough for best students	Enough for everything
Using only [4]	14%	51,8%	27,4%	40%
Using [4] and others	14,4%	62%	32,5%	24,6%

There results discover some paradox:

1) comparing the two lines of the table, one can see: with the increase of the number of books used the lack of suitable problems is also increasing. Especially it

can be seen in the answers of those teachers who are satisfied with all sorts of problems provided.

2) the independent work of the student is regarded as the work at home, tests, control papers or examinations. Shocking is the fact that regardless of about 2400 problems included in [4] more than a half of respondents is claiming not enough problems for the independent work of the student. One of the reasons might be that [4] is not supplied with the extensive system of supplementary didactical teaching aids which includes the sets of problems for tests, etc., accordingly to the demands of the geometry standard. For this reason handling [4] requires a creative approach of a teacher because these sets of problems must be created by a teacher him/herself.

3) nearly 1/3 of teachers using [4] say that there are not enough problems for the best students. It must be mentioned that one of the authors of this book is the organizer of mathematical olympiads of Latvia and the compiler of problems, and a special attention is paid to the problems of advanced level (additionally, they are specially marked).

This contradiction may arise by taking in a notion "the best students" differently – one teacher regards such a student whose knowledge can be evaluated by marks 7 and 8, while an other – such a student who can participate successfully in the state olympiad. Therefore every teacher performs the selection of problems to his/her own consideration and regards the difficult ones included in the textbook as too complicated.

Therefore one must help a teacher in his/her work and think over how to lighten and to improve it. Frequently only the result is demanded from a teacher not considering the possibilities to achieve it. One of suitable solutions is to structure the whole course in a form of "workbook". Such a book will consist of working sheets for teachers and students. A working sheet for a teacher will contain a detailed list of topics that must be considered in this lesson. Its structure:

- The topic
- The aim of the lesson
- The theoretical material to be acquired (the levels of acquisition are included)
- The aims and task of the working sheet for a student
- Problems for students on each level

Let us consider the content of the working sheet for teacher in detail.

The aim of the lesson indicates what a special attention is paid to during the teaching process. *The theoretical material* is indicated accordingly to the demands of the mathematics standard for middle schools. With * the material which is beyond the demands of the standard is marked. It could be acquired by the best students.

Problems taken from the textbook are divided into three parts accordingly to the level of difficulty: easy, moderate, difficult. A student can get a corresponding evaluation 1-4; 5-8; 9-10. Along with problems their short solutions are given in a working sheet for a teacher. A working sheet for students is formed in a way to help them to acquire the new notions of the topic easier, to use them for solving problems or to maintain already acquired knowledge. Exercises in a working sheet are arranged in the order of increasing difficulty. *Problems* in working sheet are of different types, for example: the creation of drawings, calculations, proofs, crosswords, etc. It makes the lessons more interesting. The last problem is frequently formed in order to stimulate students' imagination and to develop their algorithmic thinking.

The objectives of the offered problems explain a teacher the role of certain problems in achievement of the aim of the lesson.

It allows to use working sheets for

1) acquisition of the new topic;
2) formation and maintenance of the skills in problem solving;
3) development of general skills in problem solving (analysis, formation of judgement, justification, etc.)

At the end of each topic a set of problems for self-control will be added, and a teacher and student can use it to determine the level of acquisition of knowledge.

This work is of a great amount. In trying to publish such materials in a traditional way it should be a task of great difficulties, significant financial expences and long period of time. Therefore it is planned to spread them through Internet within the State investment project "Latvian Education Informatization System". It will give the possibility to every teacher to adapt working sheets to his/her individual needs.

In conclusion let us look closely at the samples of the working sheets for a teacher and the corresponding working sheets for a student.

A working sheet for a teacher.

The topic: the size of an angle, a bisector of an angle.

The objective: Acquisition of notions and characteristic features. Formation of skills in solving combined problems.

The acquired theoretical material:

1) the notion of the size of an angle ;
2) the characteristic features of the size of an angle (* one of them must be proved);
3) the notion of a bisector of an angle.

The objectives of a working sheet for a student:

- problems 1 and 2 allow to maintain basic notions;
- problem 4 – the maintenance of the acquired notions and making opinions;
- problem 5 – a combined problem to be calculated following the given prescription.

The problems from the textbook:

256.^{0} A ray OC divides $\angle$AOB into two angles; $\angle$COB=50^0. Find $\angle$AOC if

a) $\angle$AOB=123^0; b) $\angle 67^0$; c) $\angle$AOB=140^0; d) $\angle$AOB is the stretched angle; e) $\angle$AOB is the right angle; f)* $\angle$AOB=α!

259. A ray divides an obtuse angle into two parts. Explain whether it is possible that the both parts are

a) acute angles; b) obtuse angles; c) right angles; d) an acute angle and an obtuse angle; e) an obtuse angle and right angle; f) an acute angle and a right angle!

261. Looking at the Fig.126, express the size of the given angle as the sum or difference of the sizes of other angles:

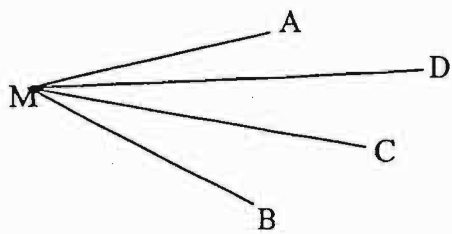


Fig. 126

a) $\angle AMC=...+...$; b) $\angle AMC=...-...$; c) $\angle DMC=...-...$; d)$\angle BMD=...+...$;

e) $\angle BMD=...-...$; f) $\angle AMD=...+...$;g) $\angle AMD=...+...$; h) $\angle AMD=...+...+...$!

279.* The ray BM is the bisector of $\angle ABD$ (Fig.130). $\angle ABM=\angle 1$; $\angle MBD=\angle 2$; $\angle DBC=\angle 3$. Is the identity true?

a) $\angle ABD=2\angle 2$; b) $\angle ABC=2\angle 1+\angle 3$; c) $\angle MBD=\angle ABC-1/2\angle ABD$;

d)$\angle 3=1/2\angle MBC$.

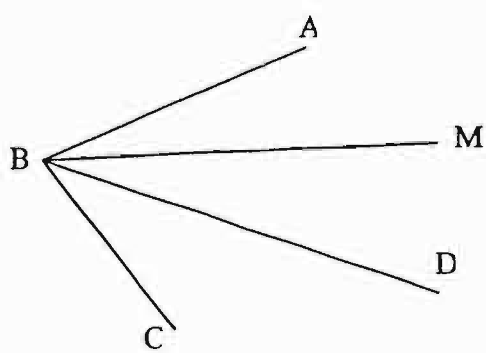
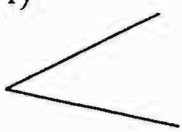


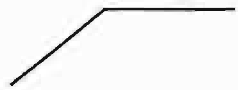
Fig.130

A working sheet – a size of an angle.

1. Measure, name the angles, determine their shapes.

1) 

2) 

3) 

4) 

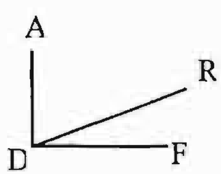
....

2. Draw, name the angles , determine their shapes.

1) 180^0 2) 280^0 3) 25^0 4) 146^0

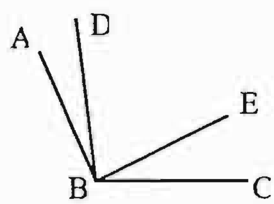
....

3. Calculate the sizes of the angles. Complete the drawings with the given values.



$\angle ADF=90^0$; $\angle RDF=13^0$;

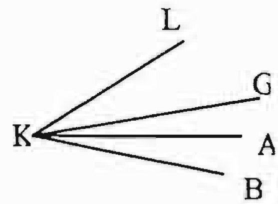
$\angle RDA=$



$\angle ABC=165^0$;$\angle ABD=20^0$;

$\angle ABD=\angle EBC$

$\angle DBE=$



KA - $\angle GKB$

$\angle AKB=12^0$; $\angle GKL=35^0$;

$\angle LKB=$

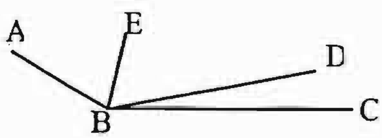
4. Which of these statements are wrong? Prove your answer.

- A bisector of an angle is a straight line which divides this angle into two equal parts.
- The size of an angle is a positive number.
- For every angle several bisectors can be drawn.
- Adding up the sizes of two acute angles, we always obtain the size of an obtuse angle.
- One degree contains a hundred of minutes.

5. Solve the problem following the given prescription.

$\angle CBD$ is three times less than $\angle ABD$. $\angle ABC=88^0$, BE is bisector of $\angle ABD$.

Calculate the size of an angle EBD .



Given:

Must be calculated:

Solution:

Answer:

Acknowledgement.

This paper was prepared partially on the basis of the materials developed through the state - investment project "Latvian Education Informatization System".

Bibliography:

1. A.Kolmogorov et al. Geometry for Grades 6-8. Rīga, Zvaigzne, 1980 and later (in Latvian).
2. A.Pogorelov. Geometry for Grades 6-8. Rīga, Zvaigzne, 1986 and later (in Latvian).
3. A.Atanasyan et al. Geometry for Grades 7-9. Rīga, Zvaigzne, 1991 and later (in Latvian).
4. A.Andžāns, E.Falkenšteine, A.Grava. Geometry for Grades 7-9. Rīga, Zvaigzne, 1992 and later (in Latvian).
5. S. Januma, I. Lude. Geometry for Grades 7-9. Rīga, Zvaigzne, 1998 and later (in Latvian).
6. A.Andžāns, I.Razma. You must be able... Rīga, Zvaigzne,1994 (in Latvian).
7. A.Andžāns, Z.Zvirbule, E.Falkenšteine. Problems in Geometry on Circles. – http://www.liis.lv/liis/prog/macmat.nsf/,1998 (in Latvian)..

MATHEMATICAL STUDIES VIEWED FROM THE TWELFTH YEAR PUPILS' STANDPOINT

Edvīns Ģingulis

Liepāja Academy of Pedagogy

tel.: 34 23468 fax: 34 242223 e - mail: lpa@cs.lpu.lv

Two types of professionals are closely involved in mathematical studies: one group are the teachers, the other are students. Naturally, the most balanced

DABASZINĀTNES UN SKOLOTĀJU IZGLĪTĪBA

III Starptautiskās konferences materiāli
Rīga, 2001. gada 21.-23. marts

Zinātniskie redaktori
asoc. prof., Dr. biol. Gunita Praulīte,
doc., Dr. chem. Jānis Gedrovics

RĪGA 2001

UDK 502:378.6 (063)
Da 028

Dabaszinātnes un skolotāju izglītība. III Starptautiskās konferences materiāli. - Rīga, 2001.

Krājumā ievietoti III Starptautiskās konferences *Dabaszinātnes un skolotāju izglītība* (Rīga, 2001. gada 21.-23. marts) materiāli īso ziņojumu un tēžu veidā, kas apkopoti autoru uzvārdu alfabētiskā secībā. Materiāli raksturo dabaszinātņu mācīšanas un skolotāju izglītības aktuālās problēmas Latvijā un vairākās Eiropas valstīs (Igaunija, Kipra, Krievija, Lietuva, Norvēģija, Somija, Vācija, Zviedrija). Īpaša uzmanība ir veltīta mācību satura reformas jautājumiem.

Materiāli publicēti latviešu, angļu un krievu valodā.

Krājums domāts pedagoģisko augstskolu mācībspēkiem un studentiem, dabaszinātņu cikla mācību priekšmetu skolotājiem vispārizglītojošajās skolās un arodskolās, kā arī visiem citiem, kuri interesējas par dabaszinātņu jautājumu mācīšanu Latvijā un Eiropā.

Sastādītājs: doc., Dr. chem. Jānis Gedrovics
Zinātniskie redaktori: asoc. prof., Dr. biol. Gunita Praulīte
doc., Dr. chem. Jānis Gedrovics

Krājuma veidošanā piedalījās Irēna Zavadska, Jānis Karulis, Guntis Brumelis

Recenzenti:
Dr. chem. Valdis Kokars, Rīgas Tehniskā universitāte
Dr. biol. Uldis Kondratovičs, Latvijas universitāte
Dr. biol., Dr. med. fiz. Juris Galvanovskis, Lundas universitāte

Konferenci sponsorē un atbalsta:

Latvijas Zinātnes Padome, Izglītības un zinātnes ministrija, Rīgas Skolotāju izglītības centrs, Rīgas 3. vidusskola, SIA Waterford Baltija, SIA Aldaris, apgāds "Lielvārds", apgāds Aulis-Deubner (Vācija), LATNET Datortīkls, SIA Delfi.

PAMATSKOLAS ĢEOMETRIJAS KURSA NOZĪME DABASZINĪBU APGUVĒ

THE ROLE OF GEOMETRY IN SCIENCE EDUCATION AT ELEMENTARY SCHOOL

Ilze France[1], Āgenskalna Valsts ģimnāzija, Rīga, Latvija

Atslēgas vārdi: pamatizglītība, dabaszinības, matemātika, modeļi
Key words: basic education, science, mathematics, models

1998. gadā apstiprināts Valsts pamatizglītības standarts. Tas atspoguļo pamatizglītības satura reformas būtību:

- pāreja no liela daudzuma informācijas apguves uz prasmēm darboties ar informāciju;
- praktiskai dzīvei noderīgu atziņu un prasmju akcentēšana;
- satura integrācija un saskaņošana starp mācību priekšmetiem.

Viena no četrām izglītošanās jomām ir tehnoloģiju un zinātņu pamati (dabas zinības un matemātika). Būtiski parādīt saikni, kas saista šos mācību priekšmetus vienotā veselumā.

Matemātikas pamatā ir cilvēku interese un spēja izzināmās lietas izprast kvantitatīvi un abstraktu modeļu veidā - skaitot, mērot, rēķinot u.t.t. Tā intensificē domāšanas attīstību - veicina prasmi formulēt vai lietot skaidrus un precīzus jēdzienus, izkopj stingri secīgas domāšanas gaitu. Izcila nozīme matemātikas prasmēm ir dabas procesu izpētē un aprakstīšanā.

Dabas zinību apguves procesā skolēns mācās pētīt un izprast dzīvās un nedzīvās dabas norises, atrast to cēloņus, saskatīt dabas vienotību un cilvēka saimnieciskās u.c. darbības izraisītās sekas, lai apzinātos atbildību par savu rīcību.

Līdz ar empīriskajām metodēm tiek plaši lietotas matemātiskās metodes, it sevišķi matemātikas modeļu veidošana. Svarīgākie no matemātikas modeļiem dabaszinātnēs ir ģeometrijas sistēmas. Bez tam ģeometrija kā deduktīva zinātne veicina prasmi pamatot savus spriedumus un secinājumus, kas svarīgi katram cilvēkam. Ģeometrijas mācīšanas metodika ir pastāvīgi aktuāla problēma, īpaši 7.-9.klasēs. Ļoti būtiski skolotājam pašam saprast, kas ir galvenais ģeometrijas mācīšanā un, piemēram, neizmantot ģeometriju tikai kā līdzekli algebras zināšanu izmantošanai.

Lai palīdzētu skolotājam ģeometrijas mācīšanā, izveidota metodiska izstrādne, kas izmantojama kopā ar A.Andžāna, E.Falkenšteines un A.Gravas izdoto mācību grāmatu "Ģeometrija 7.-9.klasei". Tajā ģeometrijas kurss sastrukturēts "darba grāmatas" formā. Tā satur darba lapas skolotājam un skolēnam. Darba lapa satur informāciju vienai mācību stundai. Skolēna darba lapa veidota tā, lai tā palīdzētu vieglāk apgūt jaunos jēdzienus, pielietot tos risinājumos un nostiprinātu jau iegūtās zināšanas. Katras tēmas noslēgumā paredzēts patstāvīgo darbu komplekts, ar kura palīdzību skolotājs un arī skolēns var noskaidrot zināšanu apguves līmeni.

---

[1] skolotāja, Mag. mat.

ÖMG
DMV

Mathematik Wien 2001

Programm - Abstracts

Österreichische Mathematische Gesellschaft - 15. Kongress

Jahrestagung der Deutschen Mathematikervereinigung

16.-22. September 2001

Mathematik Wien 2001

Österreichische Mathematische Gesellschaft — 15. Kongress

Jahrestagung der Deutschen Mathematikervereinigung

16.–22. September 2001

Redaktion:

K. Sigmund, G. Greschonig (Univ. Wien, Strudlhofgasse 4, 1090 Wien)
W. Steiner, M. Drmota (TU Wien, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien)
e-mail *oemg.mathematik@univie.ac.at*, *http://www.oemg.ac.at/Tagungen/2001/*

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österr. Math. Gesellschaft. Satz: Österr. Math. Gesellschaft. Druck: Kopitu, Wiedner Hauptstraße 8–10, 1040 Wien.

Sektion 16 – Mathematik im Unterricht und in der Öffentlichkeit

Main Geometry Technics in Mathematical Olympiads

Agnis Andzans
(gemeinsam mit Ilze France, Līga Ramana)
p/o box 376, Riga-50, LV-1050
agnis@lanet.lv
http://www.liis.lv/NMS/

Mathematical olympiads have become an important part of advanced mathematical education in many countries. Among other positive features they regularly provide fresh ideas to mathematical educational community. During last years the amount of problems on competitions at international level is spread approximately equally between algebra, geometry, combinatorics and number theory. The general success of a contestant correlates well with that in the geometry. Therefore the analysis of most appropriate methods is of some interest for at least "olympiad professionals". In the report the classes of "qualitative" and "quantitative" methods are introduced and characterized. Different approaches to geometry in the olympiads of Western world and Eastern Europe (cf.[1],[2]) are described. Latvian experience of advanced teaching of geometry is considered (cf.[3]).

[1] T.Andreescu, R.Gelca. Mathematical Olympiad Challenges. Birkhauser, 2000.

[2] V.Prasolov. Problems in Geometry 1-2 (in Russian). Nauka, 1991.

[3] A.Andzans, E.Falkensteine, A.Grava. Geometry for Middle School 1-4 (in Latvian). Zvaigzne ABC, 1992-1997.

Beiträge zum Mathematikunterricht

2002

Vorträge auf der
36. Tagung für
Didaktik der Mathematik
vom 25. Februar bis 1. März
2002 in Klagenfurt

div verlag
franzbecker

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Beiträge zum Mathematikunterricht : Vorträge auf der 36. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 25. Februar bis 1. März 2002 in Klagenfurt/ für die GDM hrsg. von Werner Peschek. -
Hildesheim : Franzbecker, 2002
ISBN 3-88120-334-6
NE: Peschek, Werner [Hrsg.]; Tagung für Didaktik der Mathematik <36, 2006, Klagenfurt>

ISBN 3-88120-334-6

Ilze FRANCE, Riga

Gebrauch des Begriffs der Fläche für den erweiterten Mathematikunterricht in der Grundschule

Einleitung

In ihrer alltäglichen Tätigkeit und Urteilen gebrauchen die Leute manchmal intuitiv viele allgemeine Begriffe: „groß" und „klein", „nahe" und „weit", „schnell" und „langsam" u.s.w. Die Möglichkeit, diese Begriffe kvantitativ zu beschreiben, ist einer der Hauptvorteile, die der mathematische Zugang bei der Untersuchung von natürlichen, technischen und gesellschaftlichen Prozessen gibt. Der Begriff der Fläche ist eine von Möglichkeiten, quantitativ analysieren zu können, wie groß oder klein die Verbreitung eines Gebietes auf der Oberfläche ist. In der Arbeit werden zwei Zugänge für die Einführung des Begriffes Fläche und deren Gebrauch bei dem erweiterten Matematikunterricht in den Schulen Lettlands besehen.

1. Einführung vom Begriff - die Fläche

Die Vorstellung vom Flächenbegriff und Maßeinheiten bekommen die Schüler bei dem Mathematikunterricht bis zur sechsten Klasse. Betrachten wir zwei prinzipiell unterschiedliche Möglichkeiten bei der Einführung der Fläche.

1) Die Figur bedeckt man mit einem karierten Netz und bestimmt deren Fläche mit Überschuss und Fehlen. Die Maßeinheit der Fläche ist ein Quadrat vom karierten Netz. Bei socher Einführung des Flächenbegriffs wird mehr oder weniger genau dessen Existenz begründet, aber die Eigenschaften faktisch nicht beweist. Um diese Eigenschaften zu beweisen, braucht man den Begriff von der Grenze, soll der Zusammenfall von zwei Grenzenwerten begründet werden. Das geht über die Kräfte der Schüler im Grundschulmathematikkurs.

2) Betrachten wir eine Farbe mit idealen Eigenschaften: sie bedeckt gleichmäßig, und ihre Schicht hat keine Dicke. Die Fläche wird durch die Menge der Farbe besstimmt, die für die Figurfärbung nötig ist. Für die Flächemaßeinheit nimmt man die Farbmenge an, die man für das Bemalen eines Quadrats braucht (die Länge eines Randes ist eine Längemaßeinheit). Wenn der Flächenbegriff auf solcher Weise eingeführt wird, wird dessen Existenz streng nicht begründet, aber die Eigenschaften kann man der Grundschule entsprechender Strenge deutlich und genau begründen.

Besehen wir die Haupteigenschaften der Fläche und die Möglichkeiten deren Begründung:

1) $L(F)>0$, denn die Menge der Farbe, die man für die Bemalung einer Figur braucht, kann nicht 0 oder negativ sein;

2) wenn $F_1=F_2$, dann $L(F_1)=L(F_2)$. Gleiche Figuren fallen zusammen, wenn sie aufeinander gestellt werden, deshalb für deren Färbung wird auch dieselbe Menge der Farbe gebraucht;

3) es ist klar, dass bei der Bemalung von einzelnen Teilen wird dieselbe Menge der Farbe gebraucht wie bei der Bemalung der ganzen Figur.

Bei unterschiedlicher Einführung des Begriffes von der Fläche, verändert sich auch die Methodik. Im ersten Fall werden sofort für die Flächenberechnung Formeln eingeführt, die zeigen, wie viel Einheitsquadrate die vorhandene Figur enthält. Im zweiten Fall werden für die Berechnung der Figurfläche zuerst die Flächeneingenschaften gebraucht.

2. Flächenberechnung bei der Anwendung der Flächeneigenschaften

Betrachten wir die nicht traditionellsten Aufgabenarten, die es im Schulkurs gibt und in denen die Flächenberechnungen nicht gerade mit Hilfe der Flächeformeln, gemacht werden.

Aufgabe. Im Dreieck werden die Mittelpunkte deren Ränder verbunden. Berechnen die Fläche des Dreiecks, wenn die Fläche von dessen zentralem Teil 10 ist.

Besonders wird die Tatsache über gleichgroße Dreiecken betrachtet, wenn ein von ihren Rändern zusammenfällt, aber die entgegengesetzte Spitze auf der Gerade gleitet, die den gemeinsamen Rändern parallel ist.

Aufgabe. Beweisen, dass im Parallelogram ABCD die Summe von Figurenflächen, wo * sich befinden, mit der Flächensumme gleich ist, wo sich # befindet (Abb. 1).

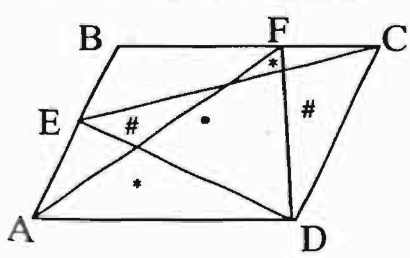


Abb. 1

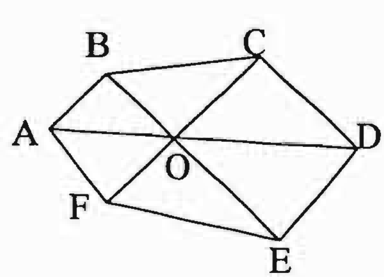


Abb. 2

Einzeln kann die Aufgabengruppe besehen werden, die Formeln- und Eigenschaftengebrauch integriert. Hier begegnen wir schon Beispiele von Lösungen komplizierter Aufgaben.

Lemma über den Propeller

Wenn zwei Ränder eines Dreiecks sich auf denselben Geraden befinden, auf denen sich auch zwei Ränder des zweiten Dreiecks befinden, dann ist das Verhältnis der Dreieckflächen mit dem Verhältnis des Produktes von diesen Rändern gleich.

Aufgabe. Im gebogenen Sechseck ABCDF schneiden sich die Diagonalen AD, BE und CF in einem Punkt O. Beweisen, dass L(AOB)·L(COD) · L(EOF)=L(BOC) ·L(DOE) ·L(FOA)) (Abb.2).

Bildung dieser Urteile und die Anwendung von einfachsten Fällen werden von allen Schülern betrachtet. Vertiefte Aufmerksamkeit schenken wir diesen Tatsachen bei der Arbeit mit begabten Schülern.

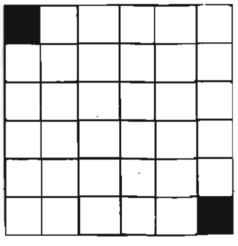
3. Verbindung des Flächenbengriffes mit allgemeinen kombinatorischen Methoden

Bei dem erweiterten Mathematikunterricht in Lettland wird große Aufmerksamkeit der Aneignung von allgemeinen kombinatorischen Methoden geschenkt ([3]). Mit Hilfe des Flächenbegriffs kann man die Möglichkeiten dieser Methoden in Geometrie illustrieren.

Invariantenmethode und Flächenbegriff. Das erste Beispiel demonstriert das Verfahren, wie die Flächeninvarianze im Bezug gegen das Wechsel deren Berechnungsweise gebraucht wird.

Aufgabe. Gegeben gebogener Fünfeck, dessen Winkel alle gleich sind. Drinnen ist Punkt. Beweisen, dass die Entfernungsumme von diesem Punkt bis zu den Geraden, auf denen sich die Ränder des Fünfecks befinden, konstant ist.

Das zweite Beispiel zeigt den Gebrauch des Flächenbegriffs bei den Beweisungen des Unmöglichen.



Aufgabe. Gegeben Quadrat 6 x 6, seine Gegenecken sind eingemalt. Kann man den nichteingemalten Teil in 34 solche Figuren (Abb. 3) zerschneiden, die in der Zeichnung gegeben sind?

Abb. 3

Interpretationsmethode und Flächenbegriff. Bei dem Beweis algebraischen Ungleichkeit, ist es manchmal möglich, die auch geometrisch zu interpretieren. Mit der Anwendung des Flächenbegriffes bekommen wir visuell wahrnehme einfache Lösung der Aufgabe.

Aufgabe. Beweisen die Ungleichkeit:

$$\sqrt{n^2-1^2}+\sqrt{n^2-2^2}+\ldots+\sqrt{n^2-(n-1)^2} \overset{?}{<} \frac{\pi}{4}n^2,\ \text{wenn } n>0$$

4. Flächenbegriff und die Analyse des Prozesses

Wichtig ist es, die Tätigkeiten zu entwickeln, die verschiedene Prozesse analysieren lässt. Diese Fähigkeiten sind nicht nur in der Geometrie, sondern auch außer Mathematik nötig.

Aufgabe. Gegeben Dreieck. Mehrmals nacheinander machen wir folgende Operationen: 1) machen wir Schnitt dem inneren Abschnitt des Vielecks entlang, dessen Endpunkte sich auf den Rändern des Vielecks befinden, 2) heften wir das Spiegelabbild vom abgeschnittenen Teil an das Vieleck zurück, in dem die beiden Teile einander nicht bedecken (Abb.4). Ist es möglich bei solchen Veränderungen ein Quadrat zu bekommen?

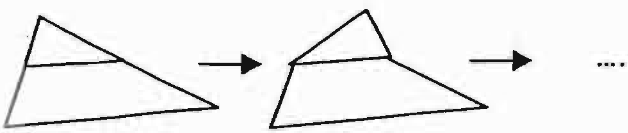


Abb. 4

5. Anwendung der Fläche in der kombinatorischen Geometrie

Eine der Hauptaufgaben der kombinatorichen Geometrie ist das Problem über die Möglichkeiten der Aufstellung des Figurensystems auf begrenzten Gebieten.

Aufgabe. Die Ausmaßen des Lagers sind 42m x 62m. Im Fußboden haben die Mäuse 600 Löcher durchnagt. In ein Meter Entfernung von den Lagerwänden und jedem von den Mäuselöchern ist es zu kalt, damit der faule Kater Muris da für sich Schlafplatz einrichten kann. Beweise, dass es Muris trotzdem gelingt, sich einen warmen Schlafplatz einzurichten unabhängig davon, wie die Mäuselöcher angeordnet sind.

Schlussfolgerungen. Die Ergebnisse von Mathematik-Olympiaden verschiedener Niveaus weisen darauf hin, dass die Kenntnisse und das Können der besten Schüler über das Thema ``Flächen`` sich bessern, wobei man hier beschriebenen Zugang durch Farbeninterpretation anwendet. Für allgemeine Schülerbewertung mangelt es vorläufig noch an Tatsachen.

Literatur

1. A. Andžāns u.a.: Geometrie 7.-9.Schuljahr V. Fläche (lettisch), Riga, Zvaigzne, 1997.
2. A. Pogorelovs: Geometrie 7.-9.Schuljahr (lettisch), Riga, Zvaigzne, 1988
3. L.Ramāna: Connection between the Method of Invariants and Other Combinatorial Methods.- Proc.Conference of Lithuanian Math. Society.-Kaunas, 1999, pp.143-146.

UNIVERSITY OF LATVIA

CREATIVITY IN MATHEMATICS EDUCATION AND THE EDUCATION OF GIFTED STUDENTS

International conference

15.07.2002. - 19.07.2002. University of Latvia, Riga, Latvia

Riga, 2002

Creativity in mathematics education and the education of gifted students:
proceedings of the international conference / Editors Agnis Andžāns, Hartwig Meissner.
Riga, University of Latvia, 2002. - 129 pp.

INTERNATIONAL PROGRAMM COMMITTEE

Prof. Agnis Andžāns, University of Latvia, Latvia, Co - Chair

Prof. Matti Lehtinen, Helsinki Defence College, Finland

Prof. Andy Liu, University of Alberta, Canada

Prof. Hartwig Meissner, Muenster University, Germany, Co - Chair

Prof. Linda Sheffield, North Centucky University, U.S.A.

Prof. Peter Taylor, Canberra University, Australia

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

Agnis Andžāns, Dace Bonka, Ojārs Judrups, Kristīne Keiša, Sandra Krauze,

Jānis Mencis, Līga Ramāna, Andrejs Reinfelds, Lāsma Strazdiņa, Aleksandrs Šostaks

ISBN 9984-725-28-6

Reģ. apl. No. 2-0266

Iespiests SIA "Mācību grāmata", Raiņa bulv. 19, Rīgā, LV - 1586, tel./fax. 7615695

ELEMENTS OF COMBINATORIAL GEOMETRY FOR GIFTED STUDENTS AT MIDDLE SCHOOLS IN LATVIA

Ilze FRANCE, University of Latvia, Latvia

Geometry is a separate discipline in schools of Latvia at grades 7-12. Different programs based on different textbooks are used in teaching it. Traditionally geometry is taught at school as a part of " continuous " mathematics. Nevertheless, as the right balance between discrete and combinatorial mathematics is not yet established in middle and high school curricula, various attempts are made to move in this direction. Geometry at grades 7-9 appears to be a very appropriate polygon for it. The main benefits are as follows:

a) combinatorial and algorithmic skills are developed along with deductive and computational ones,

b) "categorial " approach to geometry considering geometric objects as individual entities is developed along with the set-theoretic approach,

c) such general mathematical methods as mean value method, method of invariants and method of extremal element are demonstrated to the students as powerful tools in a natural situation.

At our opinion, following topics are easily mastered by talented high school students.

1.Dissections and rearrangements.

2.Systems of points, lines and circles.

3.Systems of polygons.

4.Geometrical games.

First acquaintance with these topics is made at mathematical olympiads at 5-6 grades on school, regional and national level. They are also very beloved in correspondence contests. In further grades it is possible to use the textbook [1] which contains a number of problems of combinatorial nature.

Along with combinatorial problems in the Euclidean plane, "geometry on the grid paper" is a rich area for creative studies and even independent investigations. It must be mentioned that along with traditional problems formulated for rectangular grid analogous questions can be asked for another grids, e.g., triangular. Very often they provide considerable difficulties, as our usual " cartesian intuition " is not applicable there. For example, the following problem (Latvian olympiad, school level, 6th Grade, 2002) appeared to be much harder than its " rectangular " counterpart.

Problem. The regular triangle is divided into 25 equal regular triangles in a standard way. Find the minimal number of straight lines, which can pass through the interior of all these small triangles. (Answer: 4.)

There are some combinatorial problems that help to grasp the infinity of the line and plane. That follows from the fact that their solutions require to construct some potentially infinite process.

Problem. Show two essentially different ways how to partition the line into two equal (congruent) parts. Don`t care about endpoints of segments.

One solution is obviously to cut the line into two rays. The other is shown in Fig.1.

Fig. 1.

Mathematical toys provide another rich source of combinatorial geometric problems. They bring experimental approach into teaching of geometry thus widening the scope of mathematical skills.

Along with textbook [1] there are also another teaching aids for high school students in the area of combinatorial geometry published in Latvia. For example, the monograph [2] contains many original results on pentominoes obtained by teachers and students. A number of open problems is included there as challenges.

Acknowledgment

This paper was prepared with the financial support of the Latvian Education Informatization System project.

Literature.

1. A. Andžāns. E. Falkenšteine, A. Grava. Geometry for Grades 7 -9 (in Latvian), parts 1-5, Rīga, Zvaigzne, 1993 - 1998.
2. A. Cibulis. Pentominoes (in Latvian), parts 1-2, Rīga, University of Latvia, 2001 - 2002.

3. starptautiskā zinātniskā konference

MATEMĀTIKAS MĀCĪŠANA: VĒSTURE UN PERSPEKTĪVAS

III International conference

TEACHING MATHEMATICS: RETROSPECTIVE AND PERSPECTIVES

3 международная научная конференция

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ: ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Liepājas Pedagoģijas akadēmija

LIEPĀJA 2002

Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas, 3.starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums / Dr.paed. Edvīna Ģinguļa redakcijā – Liepāja: LPA, 2002. – 164 lpp.

ISSN 1407 – 9089

Literārie redaktori: Dr. philol. Linda Lauze

Dr. philol. Valentīna Kaļiņina

M.paed. Sofija Bauere

Datorsalikums: Inese Puļķe

Līga Ramāna (LLU un LU Fizikas un matemātikas fakultāte)
Ilze France (Āgenskalna Valsts ģimnāzija)

KO MATEMĀTIKAS MĀCĪŠANĀ AIZGŪSIM NO CITIEM?

Var novērot, ka augstāko mācību iestāžu daudzu reflektantu matemātiskā sagatavotība ir neapmierinoša. Situācija pasliktinās ar katru gadu. Runa ir gan par tehniskām prasmēm, gan arī par spēju loģiski spriest, saprast, kas ir un kas nav pierādījums, redzēt sakarības starp dažādām matemātikas nodaļām.

Šādu situāciju, protams, sekmē obligātā izlaiduma eksāmena matemātikā atcelšana un lielas skolēnu daļas dabīgais slinkums. Tomēr bez "represīvajiem" komponentiem ir arī citi faktori, kam jānodrošina, lai sekmīgie vidējo mācību iestāžu absolventi būtu apguvuši matemātiku nepieciešamajā līmenī.

Mums nācies daudz apmeklēt matemātikas izglītības konferences un kongresus dažādās valstīs. Katru reizi esam centušās sadzirdēt, kā citās valstīs māca matemātiku un cenšas panākt, lai matemātikas zināšanu līmenis, skolu beidzot, būtu labs.

Šajā darbā mēģināts apkopot to no matemātikas mācīšanas pieredzes ārvalstīs, kas patlaban šķiet svarīgākais Latvijai.

1. Pedagoģisko darbinieku vidū sastopamas divas galvenās pieejas matemātikai:

Nr.	Kas ir matemātika?	Galvenais jautājums matemātikas kursā
1.	Matemātika ir līdzeklis citu zinātnes un prakses nozaru apkalpošanai	Kā?
2.	Matemātika ir arī garīga un kulturāla pašvērtība	Kāpēc?

Turpmāk sauksim tās par **tehnoloģisko** un **pētniecisko** pieeju.

- Tehnoloģisko pieeju parasti raksturo princips – "labāk mācīt seklāk, toties plašāk". Tiek uzskatīts, ka skolēnam jādod priekšstats par iespējami daudzām lietām operatīvā līmenī, nerūpējoties par **pamatojumiem.** Toties ļoti liela vērība tiek pievērsta **motivācijai**: kāpēc mēs ieviešam to vai citu matemātisko aparātu, kādas praktiskas problēmas ar to var risināt vai aprakstīt utt. Saskaņā ar tehnoloģisko pieeju uzbūvētie kursi parasti ir **eklektiski**. Dažreiz grūti izsekot nepieciešamībai pāriet no vienas tēmas uz otru. Izņēmums citu iepazīto kursu starpā šai ziņā ir Austrālijā izstrādātais integrētais matemātikas kurss [1,2], kurā par vienojošo ideju izvēlēta matemātisko modeļu veidošana.

Tehnoloģisko pieeju raksturo rūpīgi izstrādāta mācību līdzekļu un materiālu sistēma, kas orientēta uz to, lai maksimāli atvieglotu un automatizētu zināšanu apguvi.

Tehnoloģiskajai pieejai raksturīgi centieni matemātikas izmantojumu algoritmizēt. Grāmatas satur lielu skaitu "minilikumu", kas stāsta, ko darīt vienā vai otrā situācijā. Tomēr, nonākot ārpus to lietojamības loka, skolēns kļūst visai bezpalīdzīgs.

• Pētniecisko pieeju raksturo tieksme katru jautājumu izpētīt iespējami dziļi. Pēc uzdevuma atrisināšanas šīs pieejas pārstāvis uzreiz jautā par iespējamiem vispārinājumiem utt. Visiem apgalvojumiem cenšas dot pamatojumus. Atšķirībā no tehnoloģiskās pieejas, kur motivācija parasti ir ārpus matemātikas esoša, pētnieciskajā pieejā motivācija lielāko tiesu ir iekšēji matemātiska.

Pētnieciskajā pieejā galveno lomu spēlē nevis algoritmu apgūšana, bet to veidošana, analoģiju meklēšana. Uzmanība tiek veltīta nevis daudzu sīku likumu, bet dažu lielu likumu formulēšanai. **Jēdzienam** ir prioritāte pār formālām manipulācijām ar to.

Pētnieciskajā pieejā galvenais estētiskais arguments ir sprieduma un risinājuma skaistums, bet tehnoloģiskajā pieejā – vienkāršība un ērta formāla izpildāmība.

20. gadsimta otrajā pusē daudzās valstīs notikušas matemātiskās izglītības satura un mācīšanas metodikas reformas. Vairumā gadījumu tās bijušas saistītas ar vienas vai otras pieejas pārspīlēšanu (sk. [3]).

A. **Gan** tehnoloģiskās, **gan** pētnieciskās pieejas pārspīlēšana noved pie tā, ka matemātikas mācīšanā tiek ignorēts vēsturiskais princips. Tāpat kā cilvēce savā attīstībā pie modernajiem matemātikas jēdzieniem un datoros lietojamiem algoritmiem nonākusi pakāpeniski, arī formālas matemātiskas teorijas skolēnam kaut ko nozīmē tikai tad, ja dabiski izaug no iepriekšējām zināšanām un pieredzes.

B. **Gan** tehnoloģiskās, **gan** pētnieciskās pieejas pārspīlēšana noved pie skolēna garīgo resursu nepilnvērtīgas izmantošanas. Smadzeņu kreisā puslode nodrošina loģisko domāšanu; labā puslode kontrolē juteklisko uztveri. Matemātikas mācīšanā jāizmanto abu pusložu iespējas.

C. **Gan** tehnoloģiskās, **gan** pētnieciskās pieejas pārspīlēšana noved pie konflikta ar skolēna zemapziņu. Psiholoģisko pētījumu rezultāti liecina (sk., piem., [4]), ka cilvēka prātā ir "iebūvētas" dažādas shēmas, kā apstrādāt informāciju un kā reaģēt uz dažādiem ārējiem kairinājumiem. Svarīgākās starp tām ir **jēgas meklēšanas shēma un rituālā shēma**. Tehnoloģiskā pieeja pārspīlē otro no tām, bet pētnieciskā pieeja – pirmo.

D. **Tehnoloģiskās pieejas pārspīlēšana** noved pie nepilnvērtīgu pamatošanas un kritiskās domāšanas iemaņu attīstības. **Tā ir bīstama tendence.** Ar cilvēkiem, kam nav attīstīta iekšēja nepieciešamība pēc pamatojumiem un prasme tādus veikt, viegli manipulēt savtīgos un pat noziedzīgos nolūkos. Arī tīri matemātiskā jomā šādu cilvēku attīstības līmenis ir ierobežots ar to skolotāju līmeni, kuru instrukcijām viņi seko.

E. **Pētnieciskās pieejas pārspīlēšana** noved pie matemātikas kursa pārblīvēšanas ar tādiem spriedumiem, kuru patiesā (dziļā!) jēga un nozīme skolēnam nav izprotama. Dabīgo skolēna noraidošo reakciju tehnoloģiskās pieejas aizstāvji uztver kā argumentu par labu tam, ka skolēnam matemātiskā pamatošana esot pārāk grūts uzdevums un tāpēc pamatošana skolas matemātikas kursā neesot nepieciešama.

2. Apspriežot matemātikas lomu vispārējā izglītībā un paredzamo matemātikas kursa saturu, bieži nākas sastapties ar vairākiem nepamatotiem uzskatiem. Tos uzturēt palīdz arī daži nekompetenti masu saziņas līdzekļu darbinieki.

No visām maldīgajām tēzēm atzīmēsim trīs, mūsuprāt, viskaitīgākās.

A. **Uz eksaktajām zinātnēm orientēta izglītības sistēma esot pretrunā ar sabiedrības patiesajām vajadzībām. Izglītības sistēmai jābūt humānai** (neapšaubāmi! - autores), **un tāpēc tajā esot jāpalielina humanitāro, bet jāsamazina eksakto priekšmetu loma.**

Šādas tēzes regulāra atkārtošana dezinformē sabiedrību vismaz divos virzienos.

a) Tā rada absolūti nepareizu uzskatu, ka jēdzieni "humāns" un "humanitārs" ir identiski, bet jēdzieni "humāns" un "eksakts" – pretēji. Patiesībā grūti iztēloties lielāku labumu nekā to, ko cilvēcei atnesuši, piemēram, Pastēra atklājumi mikrobioloģijā. Nenoliedzot, ka eksakto zinātņu sasniegumi tikuši **izmantoti** arī negatīvu mērķu sasniegšanai, atcerēsimies arī, ka Hitlera un Staļina režīmu noziegumi tika attaisnoti ar **humanitāru** (ne humānu!) argumentāciju, kura bāzējās vēsturē, filozofijā un socioloģijā.

b) Tā rada uzskatu, ka eksaktās, t. sk. matemātiskās, zināšanas un prasmes šodien ir otršķirīgas, kas absolūti neatbilst realitātei.

B. **Visās attīstītajās valstīs eksakto disciplīnu mācīšana tiekot sašaurināta.**

Izrādās, ka pat pašās attīstītākajās rietumvalstīs ir plaši, **sociāli nozīmīgi** iedzīvotāju slāņi, kas daudzās paaudzēs nav baudījuši nekādu vērā ņemamu izglītību tālāk par pamatskolas līmeni. Šo slāņu jaunieši tagad masveidīgi iestājas vidusskolās. Skaidrs, ka viņiem nav iespēju saņemt tādu pašu atbalstu mājās kā viņu vienaudžiem. Saskaņā ar datiem, kas minēti 9. Pasaules matemātikas izglītības kongresa referātos un diskusijās, šādu vidusskolēnu procents patlaban ir aptuveni šāds:

Francijā	Dažās citās Rietumeiropas valstīs	ASV
20%	no 10% līdz 30%	10%

Tikai un vienīgi šo slāņu jauniešu vajadzībām tiek ieviesti atviegloti kursi gan matemātikā, gan valodās, gan citos priekšmetos (sk., piem., [5]). Šie atvieglotie kursi, pirmkārt, netiek mācīti visās skolās. Otrkārt, strauji palielinās dažādu padziļinātu, paplašinātu utt. kursu un programmu skaits, kas paredzēti no normāli izglītotām ģimenēm nākušu jauniešu vajadzībām. **Šo kursu programmas paplašinās un padziļinās, salīdzinot ar iepriekšējiem gadiem.** (Sk. [5, 6].)

C. **Matemātikas mācīšanai paredzētais stundu skaits neatļaujot pienācīgā līmenī apgūt pat pašreizējo kursu.**

Pirmkārt, šeit tiek sajaukts cēlonis ar sekām. Primārais nav vis stundu skaits, bet gan izglītības saturs, un stundu skaits jāpieskaņo saturam. Otrkārt, mācību stundu efektivitāte ārkārtīgi pieaug, pateicoties moderno tehnoloģiju izmantošanai, un bieži vienā stundā var iemācīt to, ko agrāk – trijās. Minēsim dažas ilustrācijas. Amerikāņu matemātiķi ziņo, ka datoru ieviešana matemātiskās analīzes elementu mācīšanā samazinājusi to audzēkņu daļu, kas šo kursu uztver kā apgrūtinājumu, no 45% līdz 20%. (Pētījums veikts 2 mācību gadu laikā.) Austriešu zinātnieki apkopojuši datus par laika sadalījumu matemātikas mācīšanā, ja tiek izmantotas jaunās tehnoloģijas (JT) un ja tās netiek lietotas. Ņemta vērā Austrijas un Vācijas skolu pieredze līdz 1998.gadam. Iegūti šādi rezultāti:

	Saturiskās sagatavošanās posms	Tehniskais darbs	Rezultātu apspriešana
Bez JT	20%	67%	13%
Ar JT	42%	25%	33%

Tā kā datorsistēmu iespējas aug straujāk nekā lineāri, tad 2004.gadā, kad jaunajam standartam jāstājas spēkā, JT ietekme būs vēl izteiktāka. (sk. [7, 8].) Treškārt, ievērojams efekts panākams, izmantojot datorsistēmas skolēnu patstāvīgajā darbā – iegūto zināšanu nostiprināšanā. Vācu pētnieki ziņo, ka sekmīgo vidusskolēnu skaits padziļināta statistikas kursa apguvē pēc tam, kad viņi patstāvīgi vingrinājušies ar "elektronisko repetitoru", pieaudzis no 10% uz 90%, pie tam iegūtās zināšanas izrādījušās noturīgākas nekā iepriekš. Ceturtkārt, daudzu valstu, sevišķi Vācijas, Austrijas un ASV, zinātnieki atzīmē dinamiskās ģeometrijas sistēmu (Cinderella, Cabri) efektivitāti ģeometrijas mācīšanā. Pēc vairāku pētnieku novērojumiem, šīs sistēmas būtiski stimulē skolēnu radošo aktivitāti un ir izcili labi piemērotas grupu darbam un projektu darba organizācijai.

3. Pamatojoties uz ārvalstu pieredzes analīzi, mēs iesakām matemātikas mācīšanai Latvijas vidusskolās atvēlēt 5, bet nekādā gadījumā mazāk par 4 stundām nedēļā.

Ja vidusskolēns Latvijā vidēji mācīsies 36 stundas nedēļā, tad 4 stundas un 5 stundas attiecīgi veidos 11% vai 14% no kopējā stundu skaita.

Atzīmēsim, cik procentus mācību laika matemātika aizņem dažās citās valstīs

Francija	Norvēģija	Islande	Beļģija	Dānija	Polija
21%	17%	17%	12,5%	12%	12%

Saskaņā ar mums pieejamiem datiem par 26 Eiropas valstīm, 1997.gadā no tām tikai 6 valstīs matemātikas mācīšanai tika veltīts 11% vai mazāk no kopējā stundu skaita.

Mēs īpaši gribam pievērst uzmanību Francijas un Norvēģijas piemēram – tās ir valstis, kuras relatīvā izteiksmē (attiecībā pret iedzīvotāju skaitu) devušas daudz vairāk izcilu sasniegumu vispārējā cilvēces attīstībā nekā jebkura cita!

Literatūra

1. Fitzpatrick J.B.et al. Space and Number. Heinemann, 1989. – 360 p.
2. Fitzpatrick J.B.et al. Change and Approximation. Heinemann, 1989. – 295 p.
3. Sharygin I. Mathematical Education and Society. Proc. 9 ICME, Tokyo, 2000. – 19 p.
4. Shlomo V. Mathematics Education – Procedures, Rituals and Man's Search for Meaning. Abstracts of ICME 9 Plenary and Regular Lectures, Tokyo, 2000, pp. 120–121.
5. Dufosse C. Mathematics Education in France: Recent Trends. – Proc. 9 ICME, Tokyo, 2000.
6. Dossey J., Usiskin Z. Mathematics Education in the United States 2000. NCTM, 2000. – 50 p.
7. Osta I.. Teaching Geometry in a Changing World. – Proc. 9 ICME, Tokyo, 2000, pp. 98–99.
8. Warner D., Kenelly J.. When Machines Do Mathematics, then What Do Mathematics Teachers Teach? Ibid, pp. 66–67.

WHAT SHALL WE ADOPT FROM OTHERS IN TEACHING MATHEMATICS?

Summary

Different approaches to teaching mathematics in the secondary school used in various countries are compared. Some recommendations for the educational reform are developed.

3. starptautiskā zinātniskā konference

MATEMĀTIKAS MĀCĪŠANA: VĒSTURE UN PERSPEKTĪVAS

III International conference

TEACHING MATHEMATICS: RETROSPECTIVE AND PERSPECTIVES

3 международная научная конференция

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ: ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Liepājas Pedagoģijas akadēmija

LIEPĀJA 2002

Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas, 3.starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums / Dr.paed. Edvīna Ģingu|a redakcijā – Liepāja: LPA, 2002. – 164 lpp.

ISSN 1407 - 9089

Literārie redaktori: Dr. philol. Linda Lauze
Dr. philol. Valentīna Kaļiņina
M.paed. Sofija Bauere
Datorsalikums: Inese Puļķe

Ilze France (Āgenskalna Valsts ģimnāzija)
Līga Ramāna (LLU un LU Fizikas un matemātikas fakultāte)

VISPĀRIZGLĪTOJOŠO SKOLU MATEMĀTIKAS SATURA UN MĀCĪŠANAS STRATĒĢIJAS, TO IZMAIŅU NEPIECIEŠAMĪBA

Skolā iegūstamās izglītības mērķis ir sagatavot skolēnu dzīvei – triju veidu darbībai: a) izzinošai, b) vērtējošai, c) praktiskai, t.sk. radošai darbībai. Matemātiskā izglītība ir būtiska visiem trim minētajiem darbības virzieniem. Matemātiskās spriešanas metodes ļauj iegūt dabas un tehnisko procesu aprakstus un kvantitatīvus novērtējumus. Matemātiskais domāšanas veids – modeļa izstrāde un analīze, spriedumu un secinājumu pamatošana, deduktīvas pasaules ainas veidošana – ir būtiska vispārējās izglītības sastāvdaļa ar nenovērtējamu audzinošu nozīmi.

Elementāras matemātikas zināšanas un prasmes katram nepieciešamas ikdienā (vienkāršākie skaitliskie aprēķini, prasme novērtēt attālumus, priekšmetu novietojumu telpā utt.). Datoru lietošana daudzās dzīves nozarēs padara arī dziļākas matemātiskās zināšanas par sociāli nozīmīgai cilvēku daļai nepieciešamu instrumentu.

Pilnveidojot matemātikas saturu, ir jāparāda, kā tā iedzīvināšanā sekot mūsdienu prasībām ikdienā, zinātnē un kultūrā. Lai izmaiņas būtu efektīvas un stimulējošas, ir pētīta un analizēta ārzemju pieredze, izvērtētas matemātikas mācīšanas tradīcijas Latvijā. Šie pētījumi ir pamatā koncepcijai par vienotu matemātikas mācību saturu vidusskolā Latvijā visu virzienu mācību programmām.

Matemātikas mācīšanai Latvijā ir ilgstošas un spēcīgas tradīcijas. 20.-30. gados tika sasniegts labs matemātikas zināšanu līmenis pamatskolā, un uz tā bāzes audzēkņi, sevišķi reālģimnāziju, apguva tos pašus jautājumus, ko Eiropas attīstītākajās valstīs. Tomēr ģimnāzijās mācījās neliels jauniešu procents. Padomju periodā matemātikas mācīšana tika centralizēta visas PSRS mērogā. Šādas centralizācijas galvenās negatīvās sekas bija radošās iniciatīvas ierobežojumi nacionālo republiku pedagoģisko darbinieku vidū, bet pozitīvās – garantēta augsta līmeņa mācīšana, ko noteica valsts politika – eksakto zinātņu attīstīšana galvenokārt militāro un propagandas nolūkos izmantojamo zinātnisko sasniegumu veicināšanai.

Būtisks solis matemātikas mācīšanas uzlabošanā Latvijā bija fizikas un matemātikas novirziena klašu un skolu veidošana 60.gados, kas vēlāk transformējās klašu veidošanā ar matemātiski pedagoģisku ievirzi. Tajās padziļināti tika mācīta parastā skolas programma, kā arī aplūkotas ievadnodaļas no augstskolu matemātikas kursa, pamatā ar inženiertehnisku ievirzi. Tam bija divējādas sekas:

1) ievērojami uzlabojās labāko vidusskolēnu matemātiskā sagatavotība, pie tam ne tikai minētajās klasēs: tajās aplūkojamie jautājumi un mācīšanas metodes gan ar skolotāju, gan skolēnu palīdzību "iefiltrējās" arī citās klasēs,

2) daudzi šo skolu beidzēji, nonākot augstskolās, neatrada savam zināšanu līmenim atbilstošu mācību procesa turpinājumu un savā izaugsmē apsīka.

Tomēr kopumā minētās klases pozitīvi ietekmējušas matemātikas attīstību Latvijā.

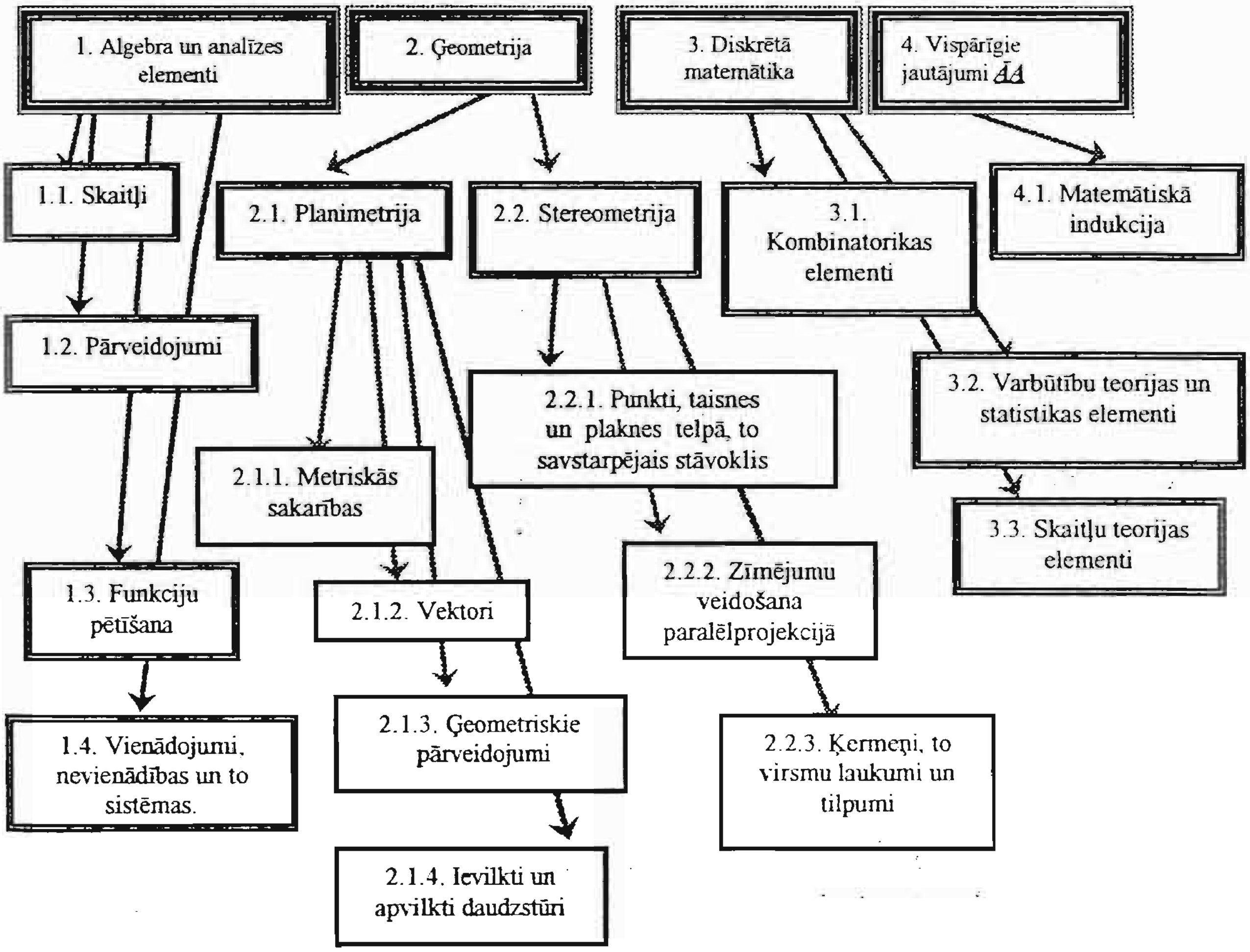
Sākot padziļinātās programmas ieviešanu matemātikas mācīšanā, Latvijā nostabilizējās orientācija uz t.s. "nepārtraukto" matemātiku. Tas ir saprotami, jo matemātikas galvenie lietojumi bija saistīti ar inženiera, ekonomista u.tml. profesijām, kurās "nepārtrauktā" matemātika tolaik spēlēja galveno lomu. Tomēr matemātikā bez "nepārtrauktās" matemātikas ir arī tās otra daļa – "diskrētā" matemātika. Tā pastāvējusi visu laiku, bet pēdējā laikā plašas personālo datoru ieviešanas dēļ kļūst aizvien nozīmīgāka un pat dominējoša. Līdz pat 90.gadiem diskrētās matemātikas elementu skolas kursā tikpat kā nebija, un skolēni ar tiem iepazinās matemātikas olimpiādēs, LU A.Liepas NMS u.tml. Tāpēc daļai pedagoģisko darbinieku izveidojās priekšstats par diskrēto matemātiku kā kaut ko "mazāk obligātu" nekā nepārtrauktā matemātika. Pēdējos gados gan matemātikas kursa ietvaros tiek mēģināts panākt proporcionālu nepārtrauktās un diskrētās matemātikas pārstāvniecību. Tomēr šādas izmaiņas nav panākamas strauji. Tāpēc vēlamās proporcijas joprojām nav sasniegtas. Veidojot jauno matemātikas mācīšanas saturu, jācenšas saglabāt pozitīvo pieredzi un jāizvairās no negatīvajām iezīmēm, kas līdz šim skārušas matemātikas mācīšanas saturu. Jau no 1998.gada uzsākta valsts pamatizglītības satura reforma. Novitātes pakāpeniski ienāk arī vispārējā vidējā izglītībā.

Jau pamatskolā matemātikas mācīšanas procesā jāintegrē "diskrētās" matemātikas apgūšana – kombinatoriskās domāšanas attīstīšana, izpratne par statistikas elementiem. Viens no ceļiem, kā to realizēt, ir mainīt ģeometrijas mācīšanas stratēģiju pamatskolā. Līdz šim ģeometrijā akcents likts uz aprēķinu uzdevumiem un dažkārt sarežģītiem pierādījumiem. Jāsaprot, ka ģeometrijā sekmīgi var izkopt un attīstīt arī kombinatorisko un pētniecisko domāšanu. To var panākt, pievēršot uzmanību ne tikai atsevišķu figūru īpašību pētīšanai, bet analizējot arī to savstarpējos novietojumus. Viens no izglītošanās aspektiem pamatskolā ir saziņas aspekts – skolēniem jāiemācās lietot valodu daudzveidīgās dzīves situācijās. Ģeometrijas valoda ir lakoniska, precīza un ietilpīga valoda, ar kuras palīdzību var aprakstīt ne tikai ģeometrijas saturu, bet arī dabaszinātnēs iegūtos faktus. Lielu lomu mācību satura apgūšanā spēlē skolotāja izvēlētie paņēmieni un metodes. Pamatizglītības saturu tuvinot praktiskajai darbībai, šajā vecumā sekmē skolēnu ieinteresētību un vēlmi mācīties. Pamatskolas matemātikas kursa satura sakārtošana ļauj pilnveidot vidusskolas matemātikas kursa saturu.

Izmantojot vairāku gadu pētījumus, izstrādāts vidusskolas matemātikas satura projekts. Tajā ņemta vērā matemātikas vispārizglītojošā loma un specifiskie uzdevumi, reālā situācija izglītības sistēmā un pašreiz notiekošās pārmaiņas mācību procesa tehniskajā nodrošinājumā – Latvijas izglītības sistēmas informatizācija.

Tematiski matemātikas kursa saturs veidots tā, lai aptvertu gan matemātikas nepārtraukto, gan diskrēto daļu, kā arī, lai iepazīstinātu skolēnus gan ar tā deduktīvo, gan algoritmisko komponentu. Mācību procesa pēctecības ziņā saturs veidots kā tiešs turpinājums pamatskolas kursa saturam; tā zināšanas tiek uzskatītas par pašsaprotamām. Mācīšanas principu ziņā kursā sabalansētas tēmas, kas piemērotas tehnoloģiskai un pētnieciskai pieejai (sk.[1]). Mācību jautājumi izvēlēti, ņemot vērā matemātikas iekšējo loģiku, lietojumu dzīvē, citu priekšmetu vajadzības, Latvijā pastāvošās tradīcijas un skolotāju kontingenta ievirzi.

MATEMĀTIKAS KURSA SHĒMA



Galvenās izmaiņas, kas skar saturu, ir šādas:

- Būtiski jāsašaurina 1.2. daļas "Pārveidojumi" mācīšana. Tās ir darbības ar pakāpēm ar racionālu kāpinātāju, algebrisko, trigonometrisko, eksponentizteiksmju un logaritmisko izteiksmju identiski pārveidojumi. Mainoties tehnoloģijām, mazāk būtisks kļūst, piemēram, logaritmiskās funkcijas lietojums. Pārveidojumi jāapgūst tādā mērā, lai tos praktiski izmantotu risināšanā.
- Funkciju pētīšana pārsvarā notiek, konstruējot (ar pamatojumiem) grafikus. Ekstrēmu uzdevumi tiek risināti, izmatojot kvadrātfunkcijas īpašības un nevienādības.
- Vienādojumi un to sistēmas tiek aplūkotas gan ar skaitliskiem koeficientiem, gan arī ar parametriem. Nevienādības un to sistēmas (tikai ar 1 un 2 mainīgajiem) tiek risinātas tikai ar skaitliskiem koeficientiem. Uzdevumu ar

parametriem risināšana parāda un pilnveido skolēnu izpratni par funkcijām un to īpašībām, vienādojumiem un to risināšanas metodēm.

- Ģeometrijas apgūšanā lielāka uzmanība jāvelta planimetrijas sadaļai. Planimetrija ir gan ļoti bagāta ar skaistiem matemātiskiem faktiem, gan izvērstas aksiomātiskas teorijas piemērs skolas kursā. Mūsu piedāvātajā variantā aksiomātiskā slodze piemīt sadaļai "Vektori", bet ģeometriskie fakti iekļauti galvenokārt uzdevumos.
- Lielāka uzmanība ir jāvelta diskrētās matemātikas daļai.

Tiek piedāvāts saturā atkal iekļaut matemātiskās indukcijas metodi.

Visā matemātikas kursā iesakām ievērot principu "Pierādījums ir spriedums, kas pārliecina." Skolotāja uzdevums ir censties, lai pārliecināšanas slieksnis matemātiskos spriedumos skolēniem mācību gaitā aizvien paaugstinātos.

Lai sekmīgi iedzīvinātu piedāvāto satura variantu, vēlams, lai Latvijas izglītības sistēmā tiktu realizēti vairāki globāla rakstura pasākumi. To lietderība nerada šaubas arī neatkarīgi no matemātikas kursa vajadzībām.

1. Jānodrošina pamatskolas standarta prasību izpilde. Nekāds mācību process nevar būt veiksmīgs, ja vienā klasē mācās daži skolēni ar visām nepieciešamajām priekšzināšanām un citi – gandrīz bez jebkādām.

2. Jāturpina LIIS projekts arī pēc 2002.gada. Tā ietvaros līdz ar citiem pasākumiem:

a) jāuzlabo un jāpaplašina INTERNETA pieslēgumu iespējas skolās,

b) jāturpina elektronisko mācību līdzekļu izstrāde,

c) jāapgādā skolotāji ar personālajiem datoriem metodiskā darba vajadzībām,

d) jāveic nepārtraukta skolotāju datorapmācība un metodiskā sagatavošana elektronisko mācību līdzekļu un INTERNETA resursu izmantošanai.

Bez šiem globāla rakstura ieteikumiem vēlams realizēt arī dažus specifiski matemātikas mācīšanai paredzētus. Svarīgākais no tiem:

3. Vēlams regulāri publicēt "ierindas" matemātikas skolotājiem domātu metodisku izdevumu. Tas varētu tikt veidots gan tradicionālā, gan elektroniskā formā.

Literatūra

1. Pamatizglītības standarts matemātikā. LR IZM. Rīga, 1992.
2. Vidējās izglītības standarts matemātikā. LR IZM. Rīga, 1993.
3. Квант, 1970–2000.

STRATEGIES FOR TEACHING OF MATHEMATICS AND ITS CONTENT IN THE COMPREHENSIVE SCHOOL AND THE NECESSITY OF CHANGING THEM

Summary

A new syllabus of high school mathematics based on modern trends in teaching mathematics and information technologies is proposed.

PROCEEDINGS

of
the Third International Conference

CREATIVITY IN MATHEMATICS EDUCATION AND THE EDUCATION OF GIFTED STUDENTS

Editor in Chief
Emiliya Velikova
Panayiotis Vlamos
Faculty of Education, University of Rousse, Republic of Bulgaria

ICCME & EGS'03

ROUSSE, BULGARIA, AUGUST 3-9, 2003

Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students, Proceedings of the Third International Conference / Editor in Chief, Emiliya Velikova, Faculty of Education, University of Rousse, Bulgaria, August 3-9, 2003, 392pp.

ISBN 960–8073–10–3

Printed in Greece

NTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

PRESIDENT: VLAMOS, PANAYIOTIS

THE HELLENIC OPEN UNIVERSITY, THE V-PUBLICATIONS, VLAMOS PREPARATORY SCHOOL, ATHENS, GREECE vlamos@vlamos.com

SCIENTIFIC SECRETARY: VELIKOVA, EMILIYA

THE UNIVERSITY OF ROUSSE, BULGARIA emily@ami.ru.acad.bg

MEMBERS:

Meissner, Hartwig (the University of Muenster) Germany
Andžans, Agnis (the University of Riga) Latvia,
Atkins, Warren (the Journal "Mathematics competitions") Australia,
Bankov, Kiril (the University of Sofia) Bulgaria,
Becker, Jerry (the Southern Illinois University) USA,
Bellot-Rosado, Francisco (the World Federation of National Mathematics Competitions) Spain,
Berinde, Vasile (the North University of Baia Mare) Romania,
Bilchev, Svetoslav (the University of Rousse) Bulgaria,
Bussi, Mariolina Bartolini (the University of Modena) Italy,
Daniel, Coralie, New Zealand,
Deledicq, Jean-Christophe (the World Competition "Kangourou des Mathematiques") France,
Dimitrova, Sofiya (the Ministry of Education and Science) Bulgaria,
Dodunekov, Stefan (the Institute of Mathematics and Informatics, the Union of Bulgarian Mathematicians) Bulgaria,
Ganchev, Ivan (the University of Sofia) Bulgaria,
Georgieva, Marga (the University of Veliko Turnovo) Bulgaria,
Gerganov, Encho (the Government Higher Attestation Commission) Bulgaria,
Grammatikopoulos, Dimitris (the University of Ioannina) Greece,
Grigorova, Katalina (the University of Rousse) Bulgaria,
Grozdev, Sava (the Institute of Mathematics and Informatics, BAS) Bulgaria,
Isoda, Masami (the University of Takuba) Japan,
Kantcheva, Sylvia (the Ministry of Education and Science) Bulgaria,
Kenderov, Petar (the Bulgarian Academy of Sciences) Bulgaria,
Kreith, Kurt (the University of California) USA,
Lozanov, Chavdar (the University of Sofia) Bulgaria,
Manev, Krassimir (the University of Sofia) Bulgaria,
Momchilova, Antoaneta (the University of Rousse) Bulgaria,
Mushkarov, Oleg (the University of Sofia) Bulgaria,
Pavlov, Dimitar (University of Sofia, President of the Government Specialized Scientific Council) Bulgaria,
Polyxeni Pange (the University of Ioannina) Greece,
Rajkov, Nikolaj (the Ministry of Education and Science) Bulgaria,
Rozov, Nikolas (the Moscow State University) Russia,
Saul, Mark (the Education Division) USA,
Sharygin, Igor (the Moscow State University) Russia,
Sheffield, Linda (the Nothern Kentucky University) USA,
Silver, Edward (the University of Michigan) USA,
Soifer, Alexander (the University of Princeton) USA,
Stoyanova, Elena (the Division of Education of Australia) Australia,
Tabov, Jordan (the Institute of Mathematics and Informatics, BAS) Bulgaria,

Taylor, Peter J. (University of Canberra, the Australian Mathematical Trust, the World Federation of National Mathematics Competitions) Australia,
Tersian, Stepan (The University of Rousse) Bulgaria,
Tonov, Ivan (The University of Sofia) Bulgaria,
Ulovec, Andreas (the University of Vienna) Austria,
Vlamou, Elena (V-publications, Athens) Greece

INTERNATIONAL ORGANIZING COMMITTEE

PRESIDENT: PROF. BORIS TOMOV, RECTOR OF THE UNIVERSITY OF ROUSSE, BULGARIA

VICE-PRESIDENT: VELIKOVA, EMILIYA , RU, BULGARIA
VICE-PRESIDENT: CHERNEV, STOYAN, RU, BULGARIA
VICE-PRESIDENT: BILCHEV, SVETOSLAV, RU, BULGARIA
ADVISOR: KEZAS, MARIA-CHRISTINA, ATHENS BAR ASSOCIATION, GREECE

MEMBERS:

Abel, Elts (Estonia),
Abel, Mati (Estonia)
Alexieva, Rositca,
Atanasova, Galina,
Bankov, Kiril,
Beikov, Mincho,
Bojadzhiev, Alexander,
Bokova, Irina,
Bonchev, Plamen,
Buhm, Erik (Germany),
Dikova, Miglena,
Donkers, Jan (The Netherlands),
Drakakakis, Michalis (Greece)
Dushkov, Zhivodar,
Evtimova, Vesselina,
Galabova, Darina,
Gardiner, Anthony (England),
Georgiev, Anastas,
Georgieva, Marga,
Gocheva, Valentina,
Grammatikopoulos, Dimitris (Greece),
Hristova, Plamenka,
Iliev, Varban,
Jonchev, Velislav
Jordanov, Ventsyslav,
Kalcheva, Ely,
Kandilarov, Jury,
Karakoleva, Stefka
Kasuba, Romualdas (Lithuania),
Kezas, Maria Christina (Greece),
Knoche, Norbert (Germany),
Kopankova, Antoniya,
Kopcheva, Teodora,
Kunchev, Mitko,
Kostradinova, Miroslava,
Lambrou, Michael (Greece),
Legkostup, Plamen
Makiewicz, Malgorzata (Poland),
Milanova, Diana,
Mitev, Todor,
Momchilova, Antoaneta,
Perzycka, Elzbieta (Poland),
Petkova, Milena,
Popivanov, Nedyu,
Popova, Milena,
Poulos, Andreas (Greece),
Rappos, Efstratios (Greece),
Rashkov, Peter,
Rashkova, Tsetska,
Rashkova, Elena,
Russev, Rumen,
Russev, Russi,
Smrikarov, Angel,
Sotiriou, Menelaos.
Sotiriou, Sofoklis,
Strateva, Nikolinka,
Svrcek, Jaroslav (Czech Republic),
Teodosieva, Margarita
Tsonev, Volodya
Tsvetanova, Sevda,
Todorova, Maya Kalburg,
Ulovec, Andreas (Austria),
Vaneva, Violeta,
Valkov, Lyuben
Velikov, Vladislav,
Vlamos, Panayiotis (Greece),
Voinohovska, Valentina,
Vrba, Antonin (Czech Republic),
Yakimova, Margarita

CONTENTS OF GEOMETRY IN SCHOOL EDUCATIONAL PROGRAMME AND IN MATHEMATICS COMPETITIONS

Agnis ANDZANS, Ilze FRANCE

INTRODUCTION

The role of geometry at middle and high school has constant and changing components. Algebra, calculus, combinatorics, arithmetic / number theory are taught at school mainly as empiric disciplines. Though usually considering geometric objects as existing in real world in the sense of platonic tradition, geometry nevertheless is for students an example of formal theory, though the system of axioms is neither complete nor independent and the inference rules are not strictly formulated. Till today it is the main educational value of geometry at school.

There are some chapters that were significant decades ago but have lost their importance today. Geometric constructions is the brightest example. In computer age they have losed their practical significance. The role of them in education as of examples of algorithmic mass problems is reduced, too, because students are acquainted with broader area of such examples in combinatorics, informatics etc.

Nevertheless, geometrical thinking is still very important in mathematics, and nice geometrical facts are of great aesthetical value in teaching process. Therefore the task to preserve geometry as a substantial part of education in the situation where educational programmes are changing rapidly is an important and hard one.

ROLE OF MATH CONTESTS IN EDUCATION SYSTEM TODAY

As broader circles of people are involved in higher level education process, the level of the latter is decreasing dramatically. The idea of three – year bachelor programmes at universities is one of appearances; the idea that PhD degree must become a widespread one is another consequence. We can follow the same trends in high school programmes, too. Simplification and cutting lessons for "hard" and intellectually rich disciplines is reported from many countries. In mathematics, deep understanding and creative approach is sacrificed in favour of operational skills on a half – mechanical level.

In this situation wide and democratic system of math competitions is a powerfull tool for providing high – level mathematical knowledge and skills to broad community, not only to students of some privileged (and often expensive) schools.

GEOMETRY IN HIGH – LEVEL COMPETITIONS

There are big differences in the mathematical content of geometry problems proposed in various countries. Considering problems selected for the consideration of Jury at last ten IMO's we found that:

25% of them mainly deal with angles and metric relations in the circle;
17% - with similarity and calculations based on it;
17% - with geometric transformations;
10% - with metric relations in triangles;
8% - with geometric inequalities;
10% - with knowledge of some specific theorems (Ptolemy, Ceva, Menelaus, radial axis etc.)
The remaining **13%** are scattered over a large number of topics.

An IMO preparation programme in geometry pursing not only good results at the competition but also general development of mathematical culture of a student should include at least the following topics.

1. Circles and angles related to them.
2. Metric relations in circles, radical axis and center.
3. Metric relations in polygons.
4. Areas and their applications.
5. Similitude and its applications.
6. Geometric transformations (parallel shift, symmetries, homotethy, rotation, similitude, inversion, parallel projection, central projection, polar transformation.)
7. Vectors (radius – vectors, linear operations, scalar, pseydoscalar, vectorial and combined products, barycentric coordinates).
8. Elements of analytic geometry.
9. Applications of complex numbers.
10. Geometrical inequalities: syntetic and analytic approaches.
11. Physical interpretations (mass centre, energy minimum principle etc.).

Nevertheless, it is clear that no general high school programme in mathematics can cover all this material with sufficient breadth and depth. In fact, only scraps of some topics are considered in standard textbooks, and to the best of our knowledge we don't know of any olympiad – level book covering all the abovementioned topics. It seems that no publishing house should take up the risk of publishing such volume (-es).

POSSIBLE SOLUTIONS

It seems that the world – wide web could provide a solution for the problem. The materials published there have at least 4 advantages over traditional publications:

a) they can be created and edited by a collective of authors residing distant one from another,
b) they can be discussed and improved by a wide community continuously,
c) they can be used by parts almost immediately after their creation,
d) their size isn't limited.

There are two possible ways to create such teaching aids: writing an "encyclopedia" or making a structured survey of Internet and other resources. At our opinion, both are perspective, at the first stage the "encyclopedic" approach being more promising, as not all the needed material is on the web. Such an attempt is made in Latvia now (see [1], [2]).

HOW TO PREPARE FOR ADVANCED LEARNING OF GEOMETRY IN HIGH SCHOOL

Many olympiad veterans believe that good knowledge of geometry can be acquired only at the end of high school. To change this, advanced teaching aids / textbooks at earlier years should be a good help. We'll describe the structure of one such textbook [3] for middle school which has been used in Latvia for app. 10 years.

Compulsory contents in geometry for Grades 7-9 is structured as follows:

1) Basic elements of geometry.
2) Triangles.
3) Rectangles.
4) Circles.
5) Areas.
6) Metrical connections in right triangles.
7) Similitude.
8) Constructions.

9) Geometrical bodies.

In each of these chapters attention is paid to calculations, proofs, and constructions. Both classical and combinatorial geometry problems are explored.

A lot of material is included that is not obligatory for all; it is especially marked. It can consist of some proofs, some theorems, advanced methods of problem solving, even of some topics. Such non – obligatory material occupies up to one third of some volumes. Often it is of combinatorial and algorithmic nature.

The problems in the book are classified into 4 levels; basic level (for everybody), normal level, advanced level (olympiads etc.), very hard level (verging on unsolved questions). The 5 parts of the course which are published so far contain app. 2400 problems, one third of them on the two hardest levels. The problems of all levels are given to almost all topics, excluding the introductory ones. The formulations of the problems are very different. Along with usual formulations as "prove...", "calculate...", "construct..." there are problems of the type "is it possible that...", "fill the gap in...", "find a mistake...", "show at least one ...", "find a solution analogous to...", "make as many right statements as you can filling the words into..." etc.

There are lot of problems for which a drawing is already given in the book, especially at the beginning of the course.

Such environments as square grid paper, poliominoes etc. are used extensively. A special attention is paid to the problems, which improve geometrical intuition and provide a right understanding of geometrical objects.

The examples of problem solving are broadly represented in the textbook. Often two or more ways are showed. The student is urged to find different solutions to the same problem; sometimes, after considering new topics, we go back to the problem in a previous one and show a new approach to it. Also various ways of writing the solution down are demonstrated.

A course is developed in such a way that it allows also individual studies for a bright student. Methodical support in electronic – form is available on the web [2]. Methodical aids for teachers are published, too (e.g., [4]).

The knowledge and success in geometry at high school of those students who have learned geometry from textbook [3] and corresponding teaching aids is statistically significantly better than those of other students.

ACKNOWLEDGEMENT

This paper was prepared partially with the financial support of the state – investment project "Latvian Education Informatization System".

REFERENCES

[1] M.Treimanis, A.Andžāns, I.Medvedis, U.Straujums. The Latvian Educational Informatization System. – Baltic IT Review, No 2 (9), 1998, pp. 24.-30.

[2] http://www.liis.lv, ftp://ftp.liis.lv/macmat

[3] A.Andžāns, E.Falkenšteine, A.Grava. Geometry for Grades 7 – 9, I-V (in Latvian). Riga, Zvaigzne, 1992 – 1998.

[4] I.France. Geometry for Grade 7. Teacher's book (in Latvian). Riga, Pētergailis, 2001.

ABOUT THE AUTHORS

Agnis ANDŽĀNS
The University of Latvia
Professor of Mathematics, D.Sc.
Raiņa boul. 19
Rīga
LATVIA
LV-1586
Fax: ++371 78 20113
Ph: ++371 6566419
E-mail: agnis@lanet.lv

Ilze FRANCE
Centre for Curriculum Development and Examinations of Ministry of Education and Science
Senior desk officer, Mg.mat.
Vaļņu Street 2,
Rīga-50
LATVIA
LV-1050
E-mail: franceil@navigator.lv

LITHUANIAN SCIENTISTS' ASSOCIATION
ŠIAULIAI UNIVERSITY
LATVIA UNIVERSITY
BYELORUSSIAN STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY

THE DEVELOPMENT AND PERSPECTIVES OF GENERAL AND HIGHER EDUCATION (PHYSICS, MATHEMATICS, COMPUTER SCIENCES)

Selected Papers of the International Scientific Conference

AUKŠTOJO MOKSLO IR BENDROJO UGDYMO KAITA IR PERSPEKTYVOS (FIZIKA, MATEMATIKA, INFORMATIKA)

Tarptautinės mokslinės konferencijos rinktiniai straipsniai

VšĮ Šiaulių universiteto leidykla
2004

UDK 378(06)
Au55

Tarptautinis akademinis komitetas/International Academic Committee

Recenzentai/Reviewers

Leidinį remia Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija
Publication support Ministry of Education and Science of Lithuania

ISBN 9986-38-491-5

ЗНАЧЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ И УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ ПО ГЕОМЕТРИИ В ОСВОЕНИИ ПРЕДМЕТОВ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ

Франце Илзе
Министерство Образования и науки Латвийской Республики,
Центр содержания образования и экзаменов,
ул.Вальню 2, Рига

Аннотация
В работе описаны принципы реформы содержания основного образования в Латвии. Рассматривается значение геометрии в освоении предметов наук и технологий. Параллельно с реформой содержания одним из очень важных факторов является повышение квалификации учителя и разработка учебных пособий по геометрии.

Ключевые слова: реформа основного образования, модель, учебное пособие, рациональное познание, эмпирическое познание.

Введение

В настоящее время в Латвии разрабатываются новые стандарты учебных предметов. В 2000 году утверждено Положение о Государственном стандарте основного образования, которое отражает содержание реформы основного образования в Латвии (1):

- переход от значительного объёма усвоения информации к умению работать с ней;
- акцент на умения и навыки, востребованные в практической жизни;
- согласование и интеграция содержания между учебными предметами.

Выделены некоторые главные задачи основного образования:

- по мере своих способностей и интересов учиться понимать, проверять и оценивать свои возможности в разных сферах и развивать их;
- пробретать опыт творческой работы;
- воспитывать способность к общению и сотрудничеству;
- получать представление о главных социальных и природных процессах.

Для успешной реализации выдвинутых задач содержание Государственного Стандарта основного образования разделено на две части:

- образовательные аспекты – самовыражение и творчество, аналитико-критический подход, оценка, сотрудничество, общение, математика, учение и практическое применение;
- образовательные области – язык, я и общество, основы наук и технологий, искусство.

Характеристика области основ наук и технологий

Область основ наук и технологий включает в себя предметы естествознания, математики и информатики. При учете сущности содержания реформы образования и её главных задач необходимо существенно укреплять связи, которые объединяют эти учебные предметы в единое целое.

Во – первых: необходимо добиться, чтобы каждый учитель знал и понимал цели и задачи учебных предметов, содержание и требования к реализации его комплексно, а не только в рамках одного или двух предметов.

Во – вторых: необходимо добиться согласования учебного содержания и требований не только между предметами естествознания, но и между ними и математикой. Учитель с этой задачей не может справиться, если нет сотрудничества между учителями различных предметов. Под руководством специалистов Центра содержания образования и экзаменов при создании стандартов и образцов программ по учебным предметам происходит согласование содержания и требований в рамках областей знаний, в том числе технологий и областей знаний (2).

В – третьих: необходимо принимать во внимание реальные интересы и возможности ученика при акцентировании их в изучении различных предметов.

Особенности изучения математики

В Латвии с 7-го класса изучение математики делится на два самостоятельных учебных предмета – алгебру и геометрию. Геометрия составляет приблизительно одну третью часть объёма содержания математики. Геометрия в области технологий и знаний выполняет следующие задачи: создает систему геометрических понятий, изучает фигуры и их свойства, развивает воображение, создаёт модели и т.д.

Чтобы обучение было успешным, нельзя забывать о строении мозга человека . Существует много расчётов того, насколько полно мы используем возможности мозга. Исследования показывают, что процент использования мозга колеблется от 2 до 25. В исследовании американского ученого Роджера Спери о разделённом мозге доказано, что каждое полушарие мозга контролирует конкретные функции (10).

В подчинении левого полушария	В подчинении правого полушария
• логика • математические формулы • числа • порядок • анализ	• формы и модели • пространственные манипуляции • измерения • воображение • образы и воплощения

Считается, что мозг в целом работает эффективнее, чем отдельные его полушария, поэтому и согласованное изучение предметов, которые находятся в «подчинении» разных полушарий мозга, желательно и с точки зрения всестороннего развития школьника. Математика (особенно геометрия) в естествознании предоставляет такую возможность для согласованного обучения. Алгебра больше развивает функции левого полушария мозга, а геометрия – функции правого полушария.

В основе развития математики лежит интерес и возможность человека познаваемые вещи представить в виде количественных или абстрактно-качественных моделей – считать, измерять, обосновывать, делать строгие выводы и т.д. Третьей составляющей является процесс познания с помощью составления и анализа алгоритмов. Это развивает умение формировать и использовать точные понятия, строго последовательный ход мышления. Математика – яркий пример рационального познания. В свою очередь, геометрия – это та часть математики, которая наиболее непосредственно связана с окружающим миром и поэтому с эмпирическим познанием. В процессе освоения естествознания школьник учится исследовать и понимать процессы живой и неживой природы, находить причины, распознавать единство природы и человека, а также последствия , вызванные хозяйственной деятельностью человека, чтобы осознать меру ответственности за свои действия (8, 9). В естествознании вместе с эмпирическим методом широко используются и математические методы, особенно – создание математических моделей. К главнейшим математическим моделям в естествознании относятся геометрические системы.

Подведём итоги: в основе естествознания лежит эмпирический метод познания, который дополняет метод рационального познания, а в основе геометрии – рациональный метод, которому подчинено эмпирическое познание. Согласовав эти области обучения, мы одновременно хорошо развиваем оба метода познания.

Аспекты согласованного обучения наукам и математике

Одним из образовательных аспектов является аспект общения: ученик должен накопить опыт в использовании точного математического языка, он должен уметь его использовать в разнообразнейших жизненных ситуациях. Язык геометрии лаконичен, точен и ёмок, с его помощью можно описать полученные в естествознании факты. Например, графики используются в химии и биологии, векторы – в физике. Основные законы физики, особенно механики, выражаются языком геометрии или наглядными рисунками. Обобщённое понятие симметрии позволяет формулировать фундаментальные законы природы во многих науках.

Очень важным аспектом является описание процессов естествознания в форме математических моделей. Эти модели в большей части геометрические.

Вышесказанное показывает значение геометрии в изучении естествознания. В то же время результатам способствуют и методы усвоения геометрии (3, 4, 5, 6, 7). В первую очередь, нужно назвать понятие доказательства. Курс геометрии – первый, где ученик встречается с развёрнутой дедуктивной системой и строгими требованиями логической последовательности. В естествознании важно объяснить ученикам разницу между законом природы, установленным эмпирическим путём, и доказанным фактом, сравнивать аксиомы с практикой (например, при рассмотрении механики Аристотеля и механики Ньютона). Используя «аксиомы» какой-либо отрасли естествознания, можем дедуктивным путём получить выводы, которые не будут результатами наблюдений. Следовательно, знание геометрии расширяет наши возможности в использовании результатов экспериментов.

В свою очередь, в обучении геометрии можно использовать методы естествознания. Следует упомянуть физические интерпретации геометрических фактов и использование нашей интуиции, а также различные формы эмпирического контроля.

Как геометрия, так и предметы естественнонаучного цикла учат моделировать, экспериментировать, делать выводы, находить связь теории с практикой, природой и трудом.

Учебные пособия в изучении геометрии

Параллельно с реформированием содержания очень важно постоянное стремление учителя к повышению своей квалификации. Не все учителя готовы перейти от обучения предмету к образованию школьников. Методика преподавания геометрии актуальна, особенно в 7–9 классах (3, 4, 5, 6, 7). Учителю важно понять, что главное в обучении геометрии – усвоение отдельных фактов или постепенное, логически обоснованное создание модели мира. Важнейшее значение придаётся практической деятельности как в освоении системы геометрии, так и при обучении учеников предметам естественнонаучного цикла.

Чтобы помочь учителям в преподавании геометрии, создано методическое пособие, которое используется вместе с учебником (3). В нем курс геометрии построен в форме «рабочих листов» для учителя и для ученика. В начале книги для учителя изложены последовательность и сроки усвоения материала. Лист как для учителя , так и для ученика разработан для одного урока. Лист для учителя включает следующее: тему, цель урока, изучаемую теорию, цели и задачи листа ученика, задания различной степени сложности.

Рассмотрим подробнее содержание «рабочего листа» учителя. Цель урока указывает, чему надо уделить внимание в ходе урока. Теория указывается на основании требований Стандарта основного образования. * обозначен дополнительный материал для лучших учеников, превышающий требования названного Стандарта.

Задачи учебника разделены в зависимости от сложности на три части: лёгкие, средней степени сложности, повышенной трудности. За выполненные задания ученик может соответственно получить 1–4; 5–8; 9–10. На «листах для учителя» вместе с заданиями даны краткие решения.

Лист для учеников составлен так, чтобы помочь быстрее усвоить новую тему, понятия, использовать их в решении заданий или закрепить уже пройденный материал. Задания на листе расположены в порядке возрастания степени сложности: нередко последнее ориентировано на пробуждение в ученике творческого воображения. Чтобы развивать интерес к геометрии и способствовать накоплению опыта творческой деятельности, особое внимание уделено связи заданий с реальной жизнью, практической работе ученика, работе в группах.

В конце каждой темы помещен комплект самостоятельных работ. С его помощью учитель и ученик имеют возможность определить уровень усвоения материала.

Разработанное в таком виде методическое пособие может помочь учителям, особенно молодым, в ежедневной подготовке к урокам.

Большую роль в освоении естественнонаучного цикла играют современные технологии. Учителя и ученики Латвии могут получить различные материалы по учебным предметам, посещая сайт (11), развиваемый в рамках государственного инвестиционного проекта «Система информатизации образования Латвии».

Литература

1. Государственный стандарт основного образования. Рига: МОН ЦСОЭ. 1998.
2. Стандарт по математике основного образования. Проект. Рига: МОН ЦСОЭ. 2002.
3. Анджанс А., Фалькенштейне Е., Грава А. Геометрия 7–9. Рига: Zvaigzne ABC. 1995.
4. Атанасян А., Бутузов В., Кадомцев С., Позняк Е. Геометрия 7–9. Рига: Zvaigzne. 1991.
5. Колмогоров А., Семенкович А., Черкасов Р. Геометрия 6–8. Рига: Zvaigzne. 1980.
6. Погорелов А. Геометрия 6–8. Рига: Zvaigzne. 1986.
7. Янума С., Луде И. Геометрия 7–9. Рига: Zvaigzne ABC. 1998.
8. Hausfeld R. U.a. Natur bewusst 5/6. Westermann. 2000.
9. Hausfeld R. U.a. Natur bewusst 9/10.Westermann. 2000.
10. Smith A. Accelerated Learning in the Classroom. Network Press. 1996.
11. http:/www.liis.lv.

Summary

The paper describes the main features of the reform of primary education. Some aspects that are to be taken into account to fulfill the requirements of the new standard of primary education are considered. It is shown why balanced teaching of sciences and mathematics, especially geometry, is necessary. Similarities and diversities in teaching these disciplines are considered. The teaching aid that can be used together with the textbook by A.Andžāns, E.Falkenšteine, A.Grava "Geometry for 7–9 Grades" is described.

5.starptautiskā zinātniskā konference

MATEMĀTIKAS MĀCĪŠANA: VĒSTURE UN PERSPEKTĪVAS

V International conference

TEACHING MATHEMATICS: RETROSPECTIVE AND PERSPECTIVES

5 международная научная конференция

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ: ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Liepājas Pedagoģijas akadēmija
LIEPĀJA 2004

ISNN

MATEMĀTIKAS MĀCĪŠANA: VĒSTURE UN PERSPEKTĪVAS
5. starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums

TEACHING MATHEMATICS: RETROSPECTIVE AND PERSPECTIVES
Proceedings of the International Conference

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ: ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ
Сборник статей 5 международной научной конференции

Liepājas Pedagoģijas akadēmija
LIEPĀJA 2004

Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas, 5.starptautiskās zinātniskās konferences rakstu krājums/ Dr. paed. Edvīna Ģinguļa redakcijā – Liepāja: LPA, 2004.-196 lpp.

Teaching mathematics: retrospective and perspectives: proceedings of the 5 th international conference, Liepaja, Liepaja Academy of Pedagogy, 2004. - 196 pp.

Datorsalikums: Inese Briška

Ģeometrijas mācību priekšmeta attīstības tendences Latvijas pamatskolās

The Trends of Development of Geometry Subject in the Basic and Middle Schools of Latvia

Ilze France
IZM ISEC, Rīga Vaļņu 2, ilze.france@isec.gov.lv
Āgenskalna Valsts ģimnāzija, Rīga Lavīzes 2a

Abstract
The role of educational standards and teachers' professionality in teaching geometry is discussed. Strategic aims are setted to improve the geometrical culture of the society.

Keywords: geometry, goal of teaching/learning, subject standard.

Jebkura skolā mācāmā mācību priekšmeta saturu un prasības tā realizācijai nosaka Mācību priekšmeta standarts, bet priekšmeta apgūšana lielā mērā ir atkarīga no atbilstošas metodikas izvēles, tātad arī no skolotāja profesionalitātes. Šajā rakstā aplūkošu šos abus saistošos elementus, kas nosaka ģeometrijas mācību tendences.

I Mācību priekšmeta standarts

Patlaban Latvijā matemātikas mācības pamatskolā reglamentē Pamatizglītības standarts matemātikā [1], kas ir apstiprināts 1992. gadā.
2004. gada 12. janvārī Izglītības satura un eksaminācijas centrs (ISEC) apstiprināja pamatizglītības standartu matemātikā [3]. Paredzēts, ka tas stāsies spēkā nākamajā gadā. Salīdzinot ar pašreiz spēkā esošo standartu, jaunais izvirza mērķi padarīt pamatizglītības saturu skolēniem pieejamāku – parādot matemātikas, tai skaitā arī ģeometrijas, praktisko pielietojumu un zināmā mērā atsakoties no dziļām akadēmiskām matemātikas zināšanām. Paralēli matemātikas satura apguvei uzsvars ir likts uz skolēnu mācību motivācijas uzlabošanu un loģiskas domāšanas attīstīšanu.
Tādejādi jaunajā standartā mācību priekšmeta uzdevumi un atbilstoši mācību priekšmeta obligātais saturs un tā apguves prasības atšķirībā no patreizējā ir strukturētas trīs blokos:

1. matemātiskā instrumentārija izveide;
2. matemātikas lietojums dabas un sabiedrības procesu analīzē;
3. matemātisko modeļu veidošana un pētīšana ar matemātikai raksturīgām metodēm.

Ģeometrija kā atsevišķs mācību priekšmets atspoguļojas visos trīs satura blokos. Pirmajā sadaļā ietilpst jautājumi par ģeometriskām figūrām un to pētīšanu, otrajā sadaļā – lielumi, to mērīšana un sakarības starp tiem, trešajā – matemātiskā valoda, matemātisko modeļu veidošana un analizēšana. Liela nozīme jau tagad mācību procesā tiek pievērsta ne tikai akadēmisko zināšanu apguvei, bet arī to lietošanas, t.i., dažādu modeļu veidošanas, apguvei.

Daži no svarīgākajiem ģeometrijas mācību uzdevumiem pamatskolā ir:

- attīstīt prasmes strādāt ar zīmēšanas un mērīšanas instrumentiem, veikt mērījumus zīmējumos un āra nodarbībās;
- veidot priekšstatus par jēdzieniem : definīcija, teorēma, aksioma, ģeometriska objekta īpašības un pazīmes, pierādījums; lietot tos uzdevumu risināšanā;
- veidot prasmi noformēt uzdevuma atrisinājumu, lietojot ģeometrijas simboliku un terminoloģiju, nepieciešamību veidot precīzus matemātiskus pamatojumus;
- attīstīt prasmes strādāt ar mācību literatūru, ģeometrisku tekstu un zīmējumu;

- attīstīt matemātisko valodu, prasmes izteikt savu viedokli, pamatot tā pareizību un uzklausīt citus;
- organizēt skolēnu darbu gan individuāli, gan grupā, izmantot informācijas tehnoloģijas ģeometrijas apgūšanā.

Viens no mācību satura veidošanas pamatprincipiem ir pēctecības princips. Tas atspoguļojas jaunajos mācību saturu reglamentējošos dokumentos - standartos un programmās [2,3], kas labāk ļaus gan izprast, gan realizēt saturu ikdienas mācību darbā, izmantojot dažādas mācību grāmatas un mācību materiālus. Standartā pēctecības jautājums tiek atsegts, norādot prasības satura apguvei 3., 6., un 9.klases nobeigumā visos saturā minētajos jautājumos. Līdz 6. klasei skolēni gūst atsevišķus priekšstatus un apgūst zināšanas un prasmes par atsevišķiem ģeometrijas pamatelementiem, to izmēriem un novietojumu. No 1. – 3.klasei viņi iegūst priekšstatu par punktu, taisni, nogriezni, trijstūri, četrstūri, kvadrātu, taisnstūri, riņķi, riņķa līniju, kubu, figūras perimetru, garuma mērvienībām, apgūst mērīšanas un zīmēšanas prasmes. No 4. – 6.klasei skolēni apgūst taisnstūra laukuma jēdzienu, leņķi, riņķa līnijas garumu, iegūst priekšstatu par taisnstūra paralēlskaldni un tā virsmas laukuma un tilpuma aprēķināšanu, perpendikulārām un paralēlām taisnēm. 7.klasē, uzsākot apgūt ģeometriju kā atsevišķu mācību priekšmetu, jāņem vērā visas iepriekš iegūtās zināšanas un prasmes, kas ļauj veiksmīgi uzsākt ģeometrijas kā vienotas sistēmas apgūšanu un pētīšanu. Te der atcerēties, kas ir ģeometrija - zinātne, kas pēta ģeometrisko figūru īpašības un figūru savstarpējo novietojumu [4].
Tātad 7. – 9.klasē skolēni apgūst ģeometrijas pamatelementus, trijstūrus, četrstūrus, riņķa līniju un riņķi, laukumu un tilpumu un veic šo ģeometrisko figūru sistēmas vienotu pētīšanu.
Tikai izprotot un ievērojot mācību satura pēctecību, skolēniem tiek dota iespēja papildināt un pilnveidot apgūtās zināšanas un prasmes, pārejot no zemāka mācību posma augstākā, un novēršot vairākas ar pārslodzi radītas problēmas.
Aptaujājot 380 skolotājus, par ģeometrijas mācību saturu un tā prasībām matemātikas standartā [1], ieguvu sekojošas atbildes: 5% uzskata ka tās ir pārāk augstas, 56% - augstas, 36% - vidējas, 3% - nav atbildējuši. Aplūkosim izmaiņas, kas skārušas ģeometrijas priekšmetu pēdējo 20 gadu laikā.

	1982.-1991.	1992.-2002.	2003. un tālāk
Satura atsevišķi jautājumi, kuru iekļaušana obligātajā mācību saturā ir mainījusies.	Figūru attēlojumi, pagrieziens un tā kompozīcijas, paralēlā pārnese, vektori, Talesa teorēma, homotētija, pārvietojuma definēšana izmantojot koordinātes, kosinusu un sinusu teorēmas, ievilkti un apvilkti četrstūri, taisnes un plaknes telpā, sinusa un kosinusa definēšana jebkuram leņķim.	Jēdziens par pagriezienu un paralēlo pārnesi, kosinusu un sinusu teorēmas, sinusa un kosinusa definēšana platam leņķim, kas reducējas uz 30°, 45° vai 60°.	Sinusa un kosinusa definēšana šauram leņķim.
Pieejas satura mācīšanai	Akcents uz daudzu atsevišķu faktu un to pierādījumu zināšanu no galvas. Atsevišķi elementi parāda praktisko pielietojumu.	Samazinās atsevišķu teorēmu pierādījumu loma, tos pārnesot uz uzdevumiem. Trūkst praktiskā pielietojuma.	Akcents uz matemātiskās domāšanas attīstīšanu, saskatot ģeometriju kā vienotu sistēmu, demonstrējot tās praktisko pielietojamību – gan

			faktu, gan spriešanas veidu.
Pārbaudes darba veidi, beidzot 9.klasi	Mutisks eksāmens ģeometrijā ar iepriekš zināmām biļetēm.	Kopš 1992.gada izlaiduma eksāmens matemātikā (1994. gadā eksāmens algebrā 9.klasei) 1997. gadā rakstiska ieskaite ģeometrijā. Kopš 1998. gada divdaļīgs rakstisks eksāmens matemātikā	Rakstisks eksāmens matemātikā.

Pētot dažādus metodiskos ieteikumus, redzam vēl atsevišķus satura elementus, kurus šodien vairs neaplūkojam ģeometrijas mācību kursā, piemēram, 1992./93.m.g. – trijstūra ārējais leņķis, daudzstūra ārējo leņķu summa, hordas – pieskares leņķis un tā mērīšana, ārējā leņķa bisektrises īpašība, līdzības metode konstrukcijās, taisnes un plaknes perpendikularitāte.
Secinājums: satura apjoms tiek samazināts un ģeometrijas priekšmeta apguvē galvenokārt mainās uzsvars mācību procesā no faktu zināšanas uz to izpratni un lietošanu.

II Ikdienas mācību process

Reglamentējošie dokumenti nosaka galvenās vadlīnijas, bet ikdienas mācību procesu un tā realizāciju skolā nosaka skolotājs. Būtiska ir vienota visu Latvijas skolotāju izpratne un pieeja mācību satura realizācijai. Tomēr ir vērojams, ka skolotājiem trūkst vienotās izpratnes par reglamentējošo dokumentu saturu un realizāciju. Par to liecina ne viens vien priekšlikums, ko ISEC saņēmis no skolotājiem. Tāpēc ļoti būtiski visiem vienoti saprast, kas ģeometrijas mācībās ir būtiskākais un kādi pamatprincipi jāievēro.

Apgūstot ģeometriju, jāievēro princips ''no vienkāršākā uz sarežģītāko'' un vēlams izmantot dažādas darba formas.
Apgūstot tematu ģeometrijā, mēs pārsvarā pieturamies pie plāna : motivācija, definīcija, zīmējums, apzīmējumi, elementi, veidi, skaitliskais raksturojums, īpašības, pazīmes, pielietojums uzdevumu risināšanā. Protams, runājot par taisni, izpaliek tās skaitliskais raksturojums u. tml.

Ievērojot principu ''no vienkāršākā uz sarežģītāko'' galvenā vērība jāpievērš šādiem aspektiem [5,6]:

1) Faktu un darbību zināšana.
Kā piemērus varam minēt definīciju, nosaukumu, vienību, plaknes figūru īpašību u.c. faktu atcerēšanos, mērīšanas instrumentu lietošanu.

2) Jēdzienu izpratne.
Nākamā pakāpe ir skolēnu prasme saistīt kopā atsevišķos zināšanu elementus, kas pretējā gadījumā paliks atmiņā kā izolēti fakti. Piemēram, jāizprot, ka garums, laukums un tilpums saglabājas nemainīgi noteiktos apstākļos.
Īpaši jāmin prasme klasificēt pēc noteiktiem kritērijiem – sagrupēt priekšmetus, pieņemt pareizus lēmumus par elementa piederību klasei (piemēram, atlasīt trijstūrus, noteikt to veidu), kā arī prasme atšķirt jautājumus, uz kuriem var atbildēt, izmantojot doto informāciju, no tādiem, uz kuriem nevar atbildēt bez papildus informācijas.

3) Tipveida uzdevumu risināšana - vingrināšanās.
Uzsākot uzdevumu risināšanu, ir svarīgi apgūt un nostiprināt zināšanas un pamatprasmes. Ar šo mēs saprotam vienkāršu ģeometrijas piemēru un vingrinājumu veikšanu, kas tradicionāli tiek

piedāvāti mācību grāmatās un uzdevumu krājumos. Tie parasti skolēniem dod iespējas trenēt tradicionālās zināšanas un prasmes.

4) Matemātiskā modelēšana.
Šie uzdevumi jau prasa no skolēna atlasīt un izmantot zināmu modeli vai sarežģītākās situācijās veidot pašam savu. Lai to veiktu, skolēniem ir nepieciešamas prasmes uzdevumā doto sistematizēt, modelēt, interpretēt.
Piemēram, jebkurš uzdevums, kurā ir jāveido zīmējums, prasa izveidot modeli pēc apraksta; pierādījuma uzdevumi sevī ietver teorētisku modeļu veidošanu.

5) Pētnieciski uzdevumi.
Augstākā prasmju pakāpe ietver prasmes izvirzīt hipotēzi, analizēt, novērtēt, vispārināt, sintezēt/apvienot (integrēt). Šādi spriedumi biežāk sastopami problēmuzdevumu risināšanā.
Ģeometrijā varam piedāvāt gan ar dzīvi saistītus, gan tīri matemātiskus uzdevumus.

6) Pētnieciskie darbi matemātikā.
'Tie ir visatvērtākie matemātikas uzdevumi, kuru risināšana robežojas ar zinātnisko jaunradi un tāpēc praktiski nav sistematizējama.

Katram skolēnam, apgūstot ģeometriju, tiek piedāvāta iespēja apgūt gan zināšanas un pamatprasmes, gan pētniecisko darbu veikšanas iemaņas. Tomēr jārēķinās ar katra skolēna individuālajām spējām un interesi. Tāpēc paralēli standartā noteiktajām prasībām ikdienas mācību procesā tiek izdalītas skolēnu grupas – skolēni, kam matemātikas apguve sagādā grūtības, un apdāvināti skolēni. Šīs grupas prasa individuālu pieeju.
Tādējādi skolotājs ir tas, kas nosaka, kādam būt ģeometrijas mācību procesam konkrētā klasē, ņemot vērā gan reglamentējošo dokumentu, prasības, gan skolēnu vēlmes.

III Jautājumi, kas jārisina, lai uzlabotu ģeometrijas mācīšanas procesu šodien Latvijā, ir:

- veidot vienotu un pilnīgu izpratni par ģeometrijas priekšmeta mācību mērķiem un uzdevumiem ;
- pilnveidot mācību procesu, izmantojot mūsdienīgas mācību metodes, tai skaitā informāciju tehnoloģijas;
- pilnveidot skolotāju profesionalitāti;
- pilnveidot mācību materiālu sistēmu.

Summary

Educational standards provide only guidelines along which the teaching of geometry is implemented. Teachers' understanding and initiative are playing crucial role in achieving the high – setted goals. The unified understanding of the structure and main concepts of geometry as well as introducing effective teaching/learning tools are crucial steps to improve the knowledge of geometry and the effectiveness of its' applications.

Literatūra

1. IZM Pamatizglītības standarts ''Matemātika'', Rīga, 1992.
2. IZM ISEC Matemātika, Pamatizglītības standarts, mācību programmas paraugs, projekts, Rīga, 2002.
3. IZM ISEC Matemātika. Pamatizglītības standarts 1. – 9.klasei, http//www.isec.gov.lv, 2004.
4. A.Andžāns, E.Falkenšteine, A.Grava. Ģeometrija 7.-9.klasei 1. -5.daļa, Rīga, Zvaigzne ABC, 1992 - 1997.
5. I.France. Ģeometrija 7.klasei. Skolotāja grāmata. Rīga, ''Pētergailis'', 2001.
6. I.France. Ģeometrija 8.klasei. Skolotāja grāmata. Rīga, ''Pētergailis'', 2003.

Topic Study Group 4

ACTIVITIES + PROGRAMS

for gifted students

The 10'th International Congress on Mathematical Education

PROCEEDINGS

July 4-11, 2004,
Copenhagen, Denmark

Editors:
Edward Barbeau
Hyunyong Shin
Emiliya Velikova
Alex Friedlander
Shailesh Shirali
Agnis Andžāns

Proceedings of The Topic Study Group 4: Activities and Programs for Gifted Students. The 10th International Congress on Mathematical Education / Editors Edward Barbeau, Hyunyong Shin, Emiliya Velikova, Alex Friedlander, Shailesh Shirali, Agnis Andžāns.
Riga, University of Latvia, University of Rousse (Bulgaria), 2004. – 205 pp.

The volume contains papers/abstracts accepted by the International Programme Committee of TSG4 for presentation at the ICME 10.

The electronic version of this volume is used within Latvian Education Informatization System.

The volume was prepared technically by Ms. Emiliya Velikova, Ms. Dace Bonka, Ms. Lāsma Strazdiņa and Ms. Inese Bērziņa. The cover was designed by Ms. Valentina Vojnohovska.

ISBN 9984-770-17-6

Printed in Riga, Latvia

Reģ. apl. No 2-0266

Iespiests SIA "Mācību grāmata", Raiņa bulv. 19, Rīgā, LV-1586, tel./fax 7325322

CHAIR OF THE INTERNATIONAL PROGRAMME COMMITTEE OF ICME-10

MOGENS NISS, IMFUFA, Roskilde University, Roskilde, Denmark

The Topic Study Group 4

"ACTIVITIES AND PROGRAMS FOR GIFTED STUDENTS"

www.cmeegs3.rousse.bg www.icme-10.com www.cime-10.dk

INTERNATIONAL ORGANIZING/PROGRAMME COMMITTEE OF TSG4

CO-CHAIRS:

- EDWARD BARBEAU, Department of Mathematics, University of Toronto, Toronto, Canada
- HYUNYONG SHIN, Department of Mathematics Education, Korea National University of Education, Korea

MEMBERS:

- EMILIYA VELIKOVA, Department of Algebra and Geometry, Centre of Applied Mathematics and Informatics, Faculty of Education, University of Rousse, Rousse, Bulgaria
- ALEX FRIEDLANDER, Weizmann Institute of Science, Rehovot, Israel
- SHAILESH SHIRALI, Rishi Valley School, Rishi Valley, India

ASSOCIATED MEMBER:

- AGNIS ANDŽĀNS, University of Latvia, Riga, Latvia

WORK WITH GIFTED STUDENTS IN THE INVESTIGATIONS OF POLYFORMS

Andrejs Cibulis, Ilze France

Abstract: *The paper deals with students` achievements in the investigation of polyforms, including the compatibility problem for polyominoes and polyiamonds as well as problems for tetratans. Attention is focused on a surprising result in constructing convex shapes from tetratans.*

Key words: *Polyomino, Polyiamond, Compatibility, Polytans, Tetratans*

INTRODUCTION

The problem of compatibility of polyforms is attractive, however, very difficult in general and it has been solved only in a few cases. This problem is a very good theme for the gifted pupils and students to carry out research. The author's first findings on compatibility of pentominoes (a registered trademark of Solomon W. Golomb) were announced in the third congress of WFNMC (China, Zhong Shan, 1998). Having joined the efforts of several authors the work *Polyomino number theory* has appeared in three parts, see [1-3]. The classic reference book on polyominoes is [4].

Notions. Polyominoes are connected plane figures formed of joining unit squares edge to edge. A polyomino *A* is said to divide another figure *B* if *B* may be assembled from copies of *A*. We also say that *A* is divisor of *B*, *B* is divisible by *A*, and *B* is multiple of *A*. If two figures have a common multiple, they are said to be compatible. A least common multiple of two compatible figures is a common multiple with minimum area. Analogously when a square (being the generating element for polyominoes) is replaced by the equilateral triangle or regular hexagon we obtain polyiamonds and polyhexes respectively. As far as it is known, the first findings of hexiamonds' compatibility were published in Rodolfo Kurchan's "Puzzle Fun" [5].

PUPILS` RESEARCHES

They are briefly described in [6]. Some new information has been added in the further text.

Valdemārs Plociņš and Margarita Lukjanska (Latvia) investigated compatibility of hexominoes and n-iamonds (when $n \leq 6$) respectively in their papers for young scientists' contests (2002, 2003). In 2004 the contest paper of Alīna Česnovicka was dedicated to compatibility of n-hexes (when $n \leq 5$). She has stated compatibility of 379 pairs of polyhexes by constructing common multiples of a small size. The largest ones consist only of 6 copies of pentaxehes. M. Lukjanska`s contest work on compatibility of polyiamonds was highly appreciated in the 15th European Union Contest for the Young Scientists, Budapest, Hungary in 2003. She was awarded *Honorary Prize* and was selected to represent the European Union Contest for the Young Scientists at the 46th London International Youth Science Forum, 28 July - 11 August, 2004. In 2003 V. Plociņš succeeded in finding a 360-mino being the common multiply for P- and A-hexominoes shown in Fig. 1.

Tetratans (superTangrams) are the polyforms obtained by combining four unit isosceles right triangles snugly in every possible way. [8]. Several convex t-shapes (i. e. assemblable from different tetratans) can be found on the Internet. The perfect contest paper "Analysis of t-polytans" for young scientists was elaborated by Jurijs Bedratijs in 2002.

Hexagon containing all tetratans is shown in Fig. 2. Heptagon shown in Fig. 3 is assembled from 13 tetratans. It has a very large number of solutions – 16821.

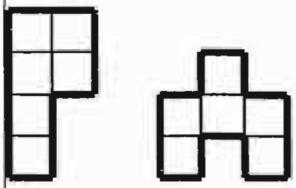


Figure 1.

Figure 2

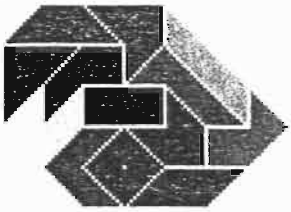


Figure 3

One can observe origins of tetratans in the well-known puzzle "Tangram" containing two tetratans among its seven pieces. There are two sources stimulating investigation of tetratans: the manuscript of A. Liu [7] and the webpage of Henry Picciotto [8]. There are only 8 convex t-shapes assemblable from all 14 tetratans. This result (including the number of assembles) coincides with that one given on the Internet [9]. According to J. Bedratijs there are 297 convex t-shapes (including 5 tetratans). He also found 14 t-shapes with 4 axes of symmetry. J. Bedratijs came to an unexpected conclusion that later became a theorem on an inseparable pair. Moreover, such an inseparable pair is unique. He had analysed a large amount of solutions (of convex shapes) obtained by the computer programme elaborated by A. Blumbergs.

Colouring and parity

Colouring principles and parity are of a great importance in solving many olympiad problems. Often they help us also to solve more difficult problems. Generally speaking colouring and parity are a powerful combinatorial toosl.

To investigate polytans we pay attention to two types of colouring, namely A-colouring and B-colouring, shown in Fig. 4 and Fig. 5 respectively.

There are four colours used in these two colourings of the plane. Each tetratan covers 8 triangles. We represent 8 as the sum of four numbers (c_1, c_2, c_3, c_4), where c_k is the number of triangles of k colour. We define a tetratan to be even with respect to A-colouring (or B-colouring) if all the differences $c_1 - c_2$, $c_2 - c_3$, $c_3 - c_4$ are even. Analogously if all these differences are odd tetratan is said to be odd. In the same fashion we can count the number of triangles covered by an arbitrarily polytan and define its parity.

Let us note that each tetratan keeps its parity (independently of its position) for A-colouring. The same refers to B-colouring. Moreover, only two tetratans, namely the ones shown in Fig. 6 and Fig. 7, change their parity when we pass from A- to B-colouring. The tetratan T_1 (Fig. 6) is even with respect to A-colouring. It covers the following number of red, grey, yellow and blue triangles: (2, 2, 2, 2). This tetratan is odd with respect to B-colouring. The number of the covered triangles is as follows: (1, 4, 1, 2), or (2, 3, 0, 3). These numbers may vary only in the cyclic order that keeps parity. In its turn, tetratan T_2 (Fig. 7 changes its parity from odd to even with respect to A- and B- colouring. These preliminary statements allow us to obtain the main result.

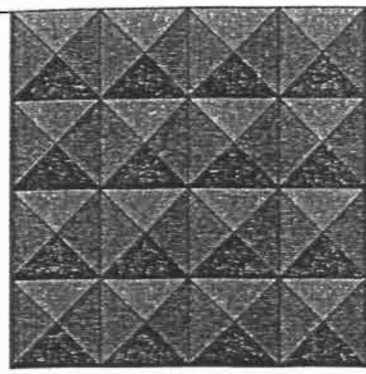


Figure 4. A-colouring.

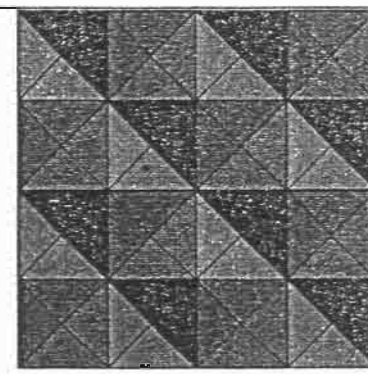


Figure 5. B-colouring.

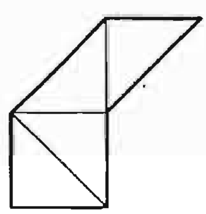


Figure 6

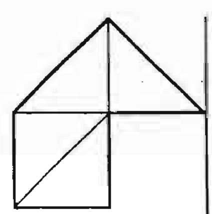


Figure 7

Theorem (on the inseparable pair).

Each convex t-shape contains either two tetratans or none shown in Fig. 6 and Fig. 7.

Proof. The key to the proof is the following lemma.

Lemma. A convex t-shape keeps parity in both the colourings.

Let us first observe that the unit square is of the same parity (actually even parity) in the both the colourings. This immediately implies Lemma for rectangles, moreover, for shapes consisting of unit squares. Now let us prove the Lemma for convex t-shapes.

Remark. The even number of unit triangles is not a sufficient condition to keep the parity of convex polytan simultaneously in both the colourings, e. g. the trapezoid in Fig. 8 is odd for A- and even for B-colouring.

As tetratan consists of four unit triangles the number of unit triangles of any t-shape is multiple of 4. The same refers to the number of triangles touching the boundary of t-shape. There are four positions (see Fig. 9) for triangles touching the boundary of polytan. Irrespective of position each pair of triangles shown in Fig. 8 keeps parity. Let us suppose that we have excluded all such pairs. Then the boundary of convex t-shape may contain four unit triangles shown in Fig. 9. As a set of these four triangles keeps parity Lemma has been proved.

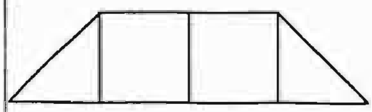


Figure 8

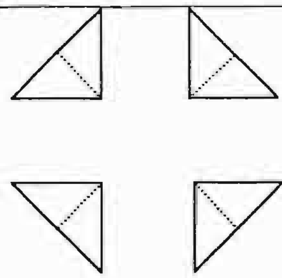


Figure 9

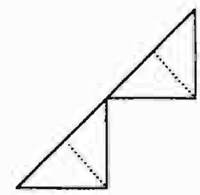


Figure 10

Some problems for research

- Hexomino P (see Fig. 1) is compatible with each of the remaining 34 ones. Determine all others hexominoes sharing this property. At present 7 such hexominoes are known.
- Investigate the similar problem for hexiamonds.
- Prove or disprove a compatibility of the pentominoes (X, Z) and (X, W).
- Prove or disprove a compatibility of the hexiamonds shown in Fig. 11.

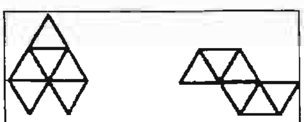


Figure 11

- Is the polytan shown in Fig. 3 the one having the maximum number of solutions?

CURRICULUM POSSIBILITIES FOR WORK WITH GIFTED STUDENTS

In Latvia the learning content of mathematics is determined by the subject standard. The transition to new primary education standards is taking place. It is planned that they will be in force as of 2005. In the new standard both mathematical and problem solving skills are equally important in developing students` research skills in everyday learning process.

Until now a greater attention was paid to the acquisition of certain knowledge of mathematics and algorithms. It is welcome to give an inspiration for the gifted students already in everyday learning process so that students would be able to carry out serious research, for example in the field of polyforms, when finishing a primary or secondary school. Pupils of Latvia acquire two separate subjects – algebra and geometry starting from Form 7. It gives the possibility to carry out different research projects from simple tasks in a primary school to scientific research in a secondary school. The aims of geometry are to develop understanding of figures, to investigate and to classify them, etc., therefore just geometry develops the skills needed for various research. The standard prescribes to acquire the skills to investigate and analyse, for instance, the tetragons, but in the learning and teaching process such figures as pentominoes and others are also dealt with.

The education process orientated to pupils` research can be broken down into three levels:

The first level is work during the lesson.

A lesson is a basis for creating interest in mathematics. It is very important to provide pupils with tasks of different levels that can be found in the textbooks. For instance, the following tasks are given in the textbook of geometry [10] meant for Form 8:

1. A rectangle 6 x 10 consists of equal squares. Cut it along square lines into 12 figures so that there are no equal ones among them.
2. Solve a similar task for rectangles consisting of 3 x 20, 4 x 15, 5 x 12 equal squares.
3. A square consists of 8 x 8 squares. One of them is cut out. Is it possible to cut the rest of the square into isosceles rectangular triangles each consisting of halves of two squares (see Fig. 12)?

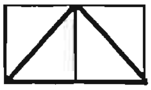


Figure 12

The solutions of these tasks require creativity and give the opportunity for pupils to work with 'untraditional' geometrical figures and solution methods.

Pupils get an idea about figure variety and their common features by solving such tasks already in lessons, and thus pupils` interest in research is developed.

The second level is mathematics Olympiads. The preparation work is done usually after lessons and the content is not included in the standard of the subject. Pupils get additional mathematical knowledge and skills helping them to develop various solution approaches.

The third level is scientific research carried out by pupils of Forms 9-12. School determines who will carry out this research - either all pupils or those who want it themselves. Pupils choose a subject and his/her own topic or a topic suggested by a teacher. As distinct from olympiads this independent research sometimes yield more profound mathematical results. Such a research is carried out within one year or in a longer period of time.

ACKNOWLEDGMENT

This paper was partially supported by a state–investment project "Latvian Education Informatization System".

REFERENCES

[1] **Cibulis A., Liu A. and Wainwright B.** *Polyomino number theory (I)*, Crux Mathematicorum, v. 28, No. 3, April 2002, 147-150.

[2] **Barbans U., Cibulis A., Lee G., Liu A., and Wainwright B.** *Polyomino Number*

Theory (*II*), in the book "Mathematical Properties of Sequences and other Combinatorial Structures" published by Kluwer Academic, 2003, 93-100 pp.

[3] **Barbans U., Cibulis A., Lee G., Liu A., and Wainwright B.** *Polyomino Number Theory* (*III*), Gathering for Gardner, Atlanta, April, 2002.

[4] **Golomb S. W.** *Polyominoes: Puzzles, Patterns, Problems and Packings*, Princeton University Press, NJ, 1994. (First edition: Polyominoes, New York: Scribners Sons, 1965)

[5] *Puzzle Fun* by Rodolfo Marcelo Kurchan (Parana 960 5"A" (1017) Buenos Aires, Argentina, N6, August 1995.

[6] **Cibulis A.** *Common Multiples of Polyominoes and Polyiamonds: Theoretical, Practical, Learning and Teaching Aspects*, Proceedings of the Third International Conference "Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students", Bulgaria, Rousse, August, 2003, 223-227.

[7] **Liu A.** *Super-Tangram*, Andy Liu's Exchange Puzzle, 20th International Puzzle Party, Los Angeles – August 2000.

[8] http://www.picciotto.org/math-ed/puzzles/index.html

[9] http://alpha.ujep.cz/~vicher/puzzle/polyform/tan/tan.htm

[10] **Andžāns A., Falkenšteine E., Grava A.** "Geometry for Forms 7-9, Part V. Squares", Riga, Zvaigzne ABC, 1997, pp. 82. (in Latvian)

ABOUT THE AUTHORS

Andrejs Cibulis, Ph.D., Assoc. Prof.
University of Latvia
29 Rainis boulevard, Riga, LV-1459
LATVIA
Phone: ++371 7211421
E-mail: Andrejs.Cibulis@mii.lu.lv

Ilze France, Mg.Math.
Ministry of Education and Science of the Republic of Latvia,
Centre for Curriculum Development and Examinations
2 Vaļņu Street
Riga, LV-1050
LATVIA
Phone: ++371 7814354
E-mail: ilze.france@isec.gov.lv

Raksts "Finite Automata in Advanced Teaching of Mathematics and Informatics" pieņemts publicēšanai Vācijas Matemātikas didaktikas biedrības 38.konferences rakstu krājumā, kas tiks publicēts 2005. gada martā.

A.Andžāns

I.France

Agnis ANDŽĀNS and Ilze FRANCE, Riga, Latvia

Finite Automata in Advanced Teaching of Mathematics and Informatics

1. Introduction

Each division of mathematics into „branches" or „chapters" is incomplete. Nevertheless, even informal classification can sometimes be useful and provoking. Mathematics as a scientific discipline and as a teaching/ learning subject can be considered as consisting of four large parts:

	"Continuous"	"Discrete"
"Deductive"		
"Algorithmic"		

(By algorithmic mathematics we don't understand the execution of formal rules, but rather inference, analysis, developing, optimization, proofs of correctness and proofs of nonexistence of algorithms.)

Traditionally "continuous" mathematics, especially its deductive component, is considered as the central part of mathematics both at school and university level. Of course, its rich and diverse applications make it an extremely powerful tool. Nevertheless, the global expansion of new technologies makes "discrete" mathematics, especially its algorithmic component, gradually becoming at least equally important. Therefore the ways of effective teaching of this part of mathematics are worth investigation. In this paper we consider topics that have proved to be close enough to the real life to be interesting and fresh enough to give the opportunity for original research to talented teenagers.

2. The Role of the Concept of Automata in Education

The formal concept of an algorithm was introduced in late 1930-ies by various authors, e.g., [1]. Various approaches, e.g., Turing machines, Post machines, normal algorithms, recursive functions, production schemas etc. were used; all of them appeared to be principally equivalent in a certain very deep sense. Nevertheless, the approach based on a program consisting of elementary commands appeared to be far the best for educational purposes. This approach allowed to create short, convincing proofs and to cover extremely rich material in a clear and condensed way. The best example is the monograph [2], which has served for decades as an outstanding textbook and source of research ideas at the same time. The main reasons of the success of automata – based approach to algorithmics are the following:

- the use of physical interpretations,
- the (often unconscious) identification of an automata and the person executing the algorithm,
- the natural isomorphism between the execution of a program and the realization of an algorithm as a sequence of elementary steps.

These are serious advantages over the formal axiomatic approach to teaching algorithmics.

3. Some topics appropriate for high school

What follows is the list of topics that have appeared to be easily understandable for high school students and stimulating their creative activity.

The general concept of finite automata with output

This is the topic most appropriate for initial acquaintance with the subject. Some everyday's life examples, e.g. the automaton selling ice-cream, are the best introductory ones. After that, automata for execution the arithmetic operations can be considered. It appears to be a good idea to consider them at first for addition in various number systems and then to ask the students to construct the automaton for, say, multiplication in a binary system (an impossible task for finite automata). In the proof of impossibility the general idea of a loop in the execution of an algorithm is introduced.

Many natural problems can be investigated from at least three points of view:

- existence/ nonexistence of an automaton for a given task,
- minimization of the number of states,
- the impact of various codings of input/ output information.

Our experience shows that the concept of acceptor (an automaton without output, "declaring its attitude" to the input sequence by getting into some special "accepting" states) is far less appropriate for use on a high-school level.

Maze searching automata

This topic usually has great success. We consider the plane/ space divided into equal square/ cubic cells, some of them being inaccessible. The automaton can move from any accessible cell to any neighboring accessible one; it can be supplied by the "outer" memory in the form of pebbles, counters, magazines etc. Sometimes the automaton is allowed to write/ erase; many natural specifications are possible.

There are a lot of natural problems that can be stated, many of them unsolved. Let's mention some of them:

- construct an automaton which, when placed in an arbitrary cell of an arbitrary finite region of accessible cells (bounded by inaccessible cells) gradually visits all cells of this region (see [3]);
- construct an automaton which, when placed on the "south shore" of an arbitrary 0-connected finite region (interpreted as a lake), stops at the nearest accessible cell north of the initial position (see [4] for a solution with 4 pebbles; the minimality problem is still not resolved).

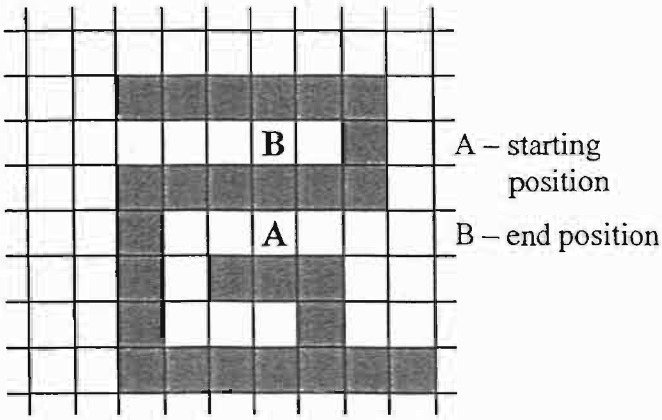


Fig. 1

Many problems can be formulated for collectives of automata, e.g., the problem of concentration: the members of the family of automata placed into arbitrary accessible cells of a connected region must gather in the same cell after finite amount of time.

Functional schemata

This is a classical branch of automata theory. The topics most popular among the students are the following:

- phone exchange stations (see, e.g., [5]). Suppose we have n persons in a city A and n persons in a city B. A wire net should be established between A and B that ensues any 1-1 connection with the help of bipolar switches; the number of them should be minimized.

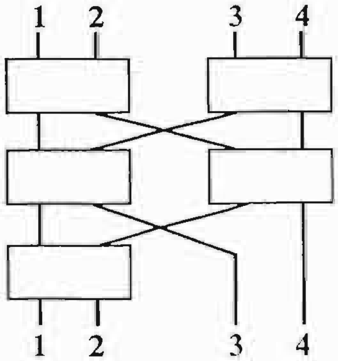


Fig. 2

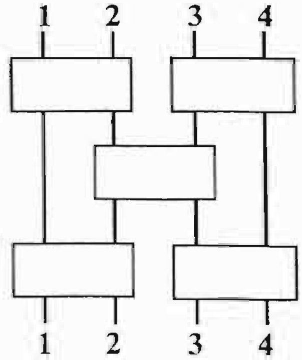


Fig. 3

On Fig. 2 there is a "good" net for n=4, on Fig. 3 – a "bad" one.

- the “voting machine”; using only electrical contacts derive a net with 2n+1 buttons and one bulb such that the bulb is on iff at least n+1 buttons are pressed. Clearly various conditions of optimality can be set up.
- the minimization problem for Boolean functions in the basis “&”, “∨”, “¬” (see [6]) or in some other one. This problem is particularly challenging if we consider special classes of functions instead of the general case.

Collectives of automata

Two most popular classic topics are

- Conway’s game of “Life”,
- synchronization tasks (e.g., firing squad synchronization problem [7] or Byzantine general problem [8]). A great lot of original and relatively easy accessible research on student level is available here.

4. The role of software

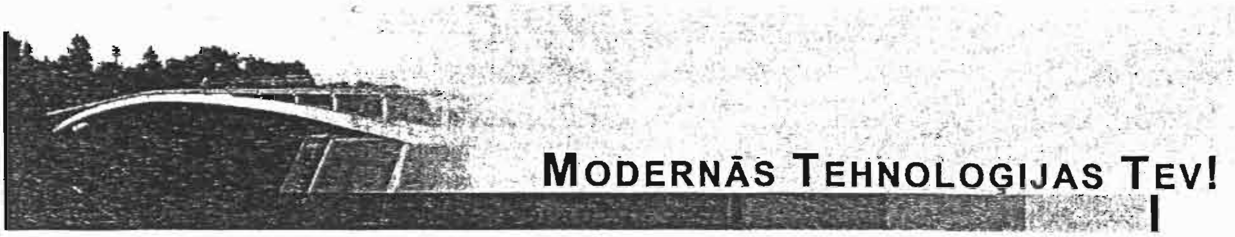
Some of the topics, e.g., “collectives of automata” and “maze searching algorithms” are perceived much easier if corresponding software is supplied. A lot of it was developed within the state-investment project “Latvian Education Informatization System”, see [9].

Acknowledgement

This paper was prepared partially with the financial support of the state-investment project “Latvian Education Informatization System”.

Literature

1. Turing A.M. On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. – Proc. London Math. Soc., ser. 2, 42, 230-265; 43, 544-546.
2. Hartley Rogers, Jr. Theory of Recursive Functions and Effective Computability. Mc Graw Hill, New York et. al., 1967.
3. M.Blum, D.Kozen. On the Power of the Compass. – Proc. 19th IEEE Symp. on Found. of Comp. Sci, 1978, pp. 132-142.
4. M.Blum, W.Sakoda. On the Capability of Finite Automata in 2 and 3 Dimensional Space. – Proc. 18th FOCS Symp., 1977, pp. 147-161.
5. Р.Фрейвалд. Переключательные схемы. – Квант, 1972, 2, с. 16-19, 27.
6. О.Б.Лупанов. О синтезе контактных схем. – ДАН СССР, 1958, 119, 1, с. 23-26.
7. K.Culik II. Variations of the Firing Squad Problem and Applications. – Inf. Proc. Letters, 1989, 30, pp. 153-157.
8. N.Lynch, M.Fischer, R.Fowler. A Simple and Efficient Byzantine Generals Algorithm. – Proc. 2nd Symp. Rel. Distr. Software and Appl., IEEE, 1982, pp., 46-52.
9. http://www.liis.lv



Lat
2004
Latvijas i-sabiedrības tehnoloģiju ekspozīcija

Starptautiska konference

E-Ogres novada dienas!

27. - 29. oktobris, 2004

Referātu apkopojums

Rīga LU, 2004

Proceedings of The LatSTE'2004 Conference / Editors Agnis Andžāns, Tālis Bērcis, Līga Ramāna.
Riga, University of Latvia, 2004. 195 pp.

International Programme Committee

The volume contains papers accepted by the International Programme Committee of LatSTE'2004 for presentation at the conference.
The electronic version of this volume is used within Latvian Education Informatization System.

The volume was prepared technically by Mr. Artis Pomers.

ISBN 9984-770-51-6

Printed in Riga, Latvia

Reģ. apl. No 2-0266

Iespiests SIA "Mācību grāmata", Raiņa bulv. 19, Rīgā, LV-1586, tel./fax 7325322

Paneļdiskusiju Telpā Nr. 2
12.50 - 13.10

Par dažiem dinamiskās ģeometrijas sistēmu lietojumiem
On Some Applications of Dynamic Geometry Systems

Ilze France, IZM, ISEC, Rīga, Vaļņu iela 2, ilze.france@isec.gov.lv
Līga Ramāna, LU, Rīga Raiņa bulvāris 19, ligar@lanet.lv

Anotācija
Pilnveidojot pamatskolas ģeometrijas kursu, ir būtiski sabalansēt automatizētu zināšanu apguvi un prasmes radoši mācīties, veidot algoritmus, meklēt analoģijas. Šajā rakstā aplūkosim divas datorprogramas - Cabri Geometrie (Das Interaktive Geometrie Notebook, Von I.M.Laborde & F.Bellemain, Texas Instrument) un The Geometer's Sketchpad (Dynamic Geometry, Key Curriculum Press), iespējas tās izmantot un adaptēt pamatskolas ģeometrijas kursā.
Abstract
It's essential to reach a balance between routine acquiring of knowledge and the ability of creative learning developing algorithms, search for analogies. In this paper two computer programs - Cabri Geometrie (Das Interaktive Geometrie Notebook, Von I.M.Laborde & F.Bellemain, Texas Instrument) and The Geometer's Sketchpad (Dynamic Geometry, Key Curriculum Press) are considered together with the possibilities to adapt and use them in the geometry course of elementary school.

Atslēgvārdi: *datorprogramma, ģeometrija, mācību priekšmeta standarts.*

Keywords: *conmputer program, geometry, subject standard.*

Dokumenti, kas nosaka mācību satura izmaiņas skolas kursā

Ir beidzies darbs pie jauno pamatizglītības mācību priekšmetu standartu izstrādes (apstiprināti ar ISEC 2004.g.12.janv. rīkojumu nr.4) [1], kas nosaka satura un pieeju maiņu pamatskolas mācību procesā kopumā un katrā konkrētajā mācību priekšmetā. Ģeometrijas kā matemātikas sastāvdaļas saturs Pamatizglītības standartā matemātikā ir strukturēts trīs sadaļās: matemātiskā instrumentārija izveide; matemātikas lietojums dabas un sabiedrības procesu analīzē; matemātisko modeļu veidošana un pētīšana ar matemātikai raksturīgām metodēm. Atšķirībā no patreiz spēkā esošā Pamatizglītības standarta matemātikā, jaunajā akcentēti ģeometrijas lietojumi un matemātisko modeļu veidošanas un pētīšanas prasmes. Ir būtiski ģeometrijas mācību procesā apgūt prasmes risināt praktiska satura uzdevumus, sakārtot, analizēt datus un prognozēt iegūstamo rezultātu, izsakot matemātiski pamatotus spriedumus. Paralēli tam Pamatizglītības standarts matemātikā nosaka skolēnam, beidzot 9.klasi, jāprot izmantot datoru informācijas iegūšanai un apstrādei. Tātad skolotājam jādod iespēja gan algebras, gan ģeometrijas stundu ietvaros papildināt matemātiskās zināšanas, izmantojot datoru un tā daudzveidīgās iespējas. Tieši matemātisko modeļu veidošanas un analizēšanas jomā dators nākotnē spēlēs lielu lomu skolēnu mācību procesā.

Tehnoloģiju izmantošanas iespējas ģeometrijas apguvē

Šodien reālās iespējas izmantot informāciju tehnoloģijas ģeometrijas apguvē ir diezgan ierobežotas. Minēsim atsevišķus iemeslus:

- Skolēnu sagatavotība darbam ar datoru līdz šim ir notikusi 7.- 9.klasēs, ko nosaka stundu paraugplāns;

Nākotnē datorprogrammu lietojumu atvieglos tas, ka 2004./05.m.g. informātikas priekšmeta apguve tiek uzsākta jau 5.klasē, kas ļaus 7.klasē skolēnam lietot datoru, neprasot papildus apmācību.

- Ģeometrijas apmācību programmas latviešu valodā masveidā nav pieejamas. Vienīgās iespējas ir izmantot tās, kas veidotas LIIS ietvaros vai skolās, balstoties uz atsevišķu skolotāju pieredzi, bet tās pārsvarā nav pieejamas plašākam lietotāju lokam.

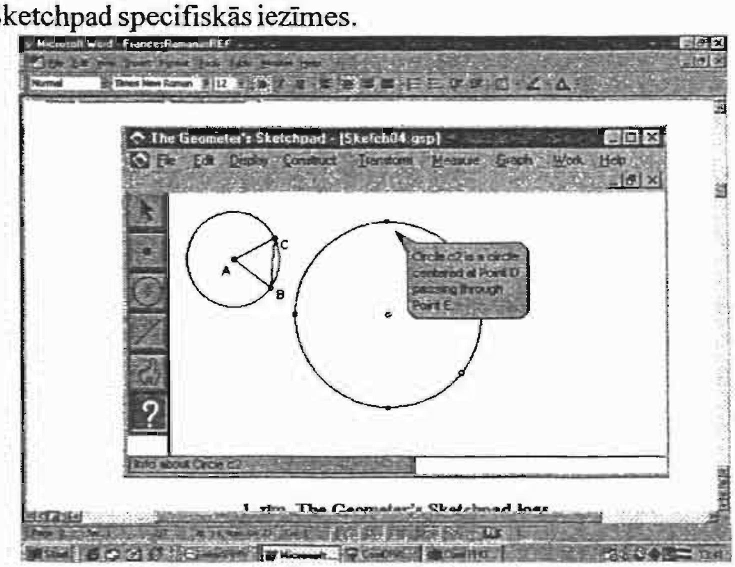
- Skolotāji nav metodiski sagatavoti un viņiem nav pārliecības par mācību procesa kvalitātes uzlabošanu, izmantojot informāciju tehnoloģijas.

Skolotāju viedoklis par datoru izmantošanu ģeometrijas mācību procesā, veicot aptauju 2003./2004.m.g., ir sekojošs:

Datora izmantošana mācību procesā	%
Dotu iespēju labāk apgūt ģeometriju	48
Ieekonomētu laiku	48
Nemainītu neko	15

Dinamiskās ģeometrijas programmu The Geometer's Sketchpad un Cabri Geometry salīdzinājums

The Geometer's Sketchpad specifiskās iezīmes.



1. zīm. The Geometer's Sketchpad logs.

The Geometer's Sketchpad automātiski veido vienkrāsainu zīmējumu, tomēr ir iespējams līniju krāsu un biezumu mainīt. Punkti atzīmēti ar aplīšiem, tas ļauj tos viegli saskatīt. Ekrāna apakšā parādās uzraksts, kas palīdz atpazīt, ko lietotājs izdarīs, ja esošajā režīmā darbosies zīmējuma laukumā.

Katram objektam (punktam, riņķa līnijai, taisnei, nogrieznim, staram) automātiski tiek piešķirts nosaukums. Punktiem tie ir lielie burti, taisnēm, nogriežņiem un stariem mazie, riņķa līnijām burts c ar numuru. Nosaukumi tiek piešķirti alfabēta kārtībā, tie var tikt vai netikt parādīti un tos var mainīt. Tad gan var parādīties dažādi objekti ar vienādiem nosaukumiem, tas jākontrolē lietotājam.

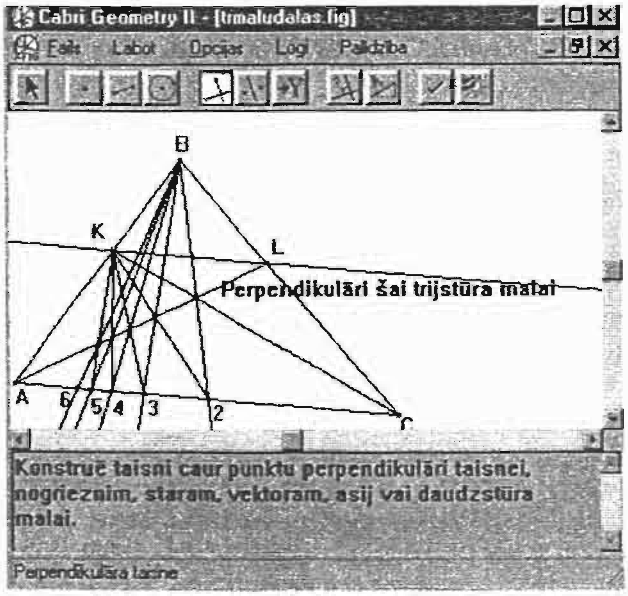
Ja vēlas veikt kādu konstrukciju, iepriekš ir jāiezīmē visi vajadzīgie sākuma objekti, jo "Construct" un "Transform" izvēlnēs aktīvas ir tikai tās komandas, kuras var veikt ar patlaban iezīmētajiem objektiem. Tas liek plānot savu darbošanos, citādi katram attēlam tiek patērēts daudz laika.

Patīkama iespēja ir par katru objektu uzzināt, kādā ceļā tas radies. To izdara, uzspiežot uz pogas

 un tad aizbraucot ar peli pie vajadzīgā objekta.

Ir iespēja veidot secīgi izpildāmu komandu ierakstus "Script", kurus pēc tam var atvērt un izpildīt vai nu pa soļiem, vai ātri, redzot vienīgi rezultātu.

Cabri Geometry specifiskās iezīmes.



2. zīm. Cabri Geometry logs.

Cabri Geometry zīmējumā tiek lietotas atšķirīgas krāsas punktiem, riņķa līnijām un taisnēm. Arī šeit tās var mainīt.
Līdzīgi uzraksti kā Sketchpad ekrāna apakšējā stūrī te parādās pie kursora, ja tas pārvietojoties pa lapu sastop esošu objektu. Ir iespējams ieslēgt palīdzības režīmu, kad arī ekrāna apakšā parādās nu jau plašāki skaidrojumi par patlaban ieslēgto rīku.
Cabri Geometry ir iebūvētas iespējas zīmēt arī regulārus daudzstūrus un konikas, noskaidrot dažādu objektu savstarpējo novietojumu (uz 1 taisnes, perpendikulāri utt). Laba iespēja ir veidot makrokomandas, kas ļauj izveidot savu konstrukciju un to pierakstīt, tādējādi papildinot pieejamo komandu klāstu ar bieži vajadzīgām konstrukcijām. Šī programma atļauj arī fiksēt objektus, kuru atrašanās vietu nevēlaties mainīt. Ja tiek fiksēts punkts, kas iegūts konstrukcijas ceļā, atrašanās vietu nemainīs arī visi tie objekti, kas nosaka šī punkta atrašanās vietu. Iespējams ieslēgt režīmu, kad paliek redzama trajektorija, pa kādu pārvietojies kāds punkts vai cits objekts. Ir arī animācijas iespējas.
Ļoti noderīga ir šīs programmas iespēja atkārtot zīmējumu pa soļiem. Tas ļauj gan izsekot līdzi konstrukcijas gaitai, gan arī likvidēt kļūdainas pēdējās darbības, apturot zīmējumu brīdī, kad kļūdas vēl nav radušās.

Hipotēžu izvirzīšana teorētisku jautājumu apguves procesā

Apgūstot ģeometriju, mācību procesā ir būtiski rosināt skolēnus izvirzīt hipotēzes un tās pamatot vai atspēkot, ne tikai iegaumēt jau gatavus faktus.
Lai skolēns varētu izvirzīt kādu hipotēzi, dažkārt ir nepieciešams veidot vairākus zīmējumus, aplūkot dažādas situācijas, kas ir darbietilpīgi un prasa daudz laika. Tāda situācija rodas, piemēram, uzsākot apgūt tematus daudzstūra leņķu summa; trijstūru vienādības pazīmes, mediānas, bisektrises un augstumi trijstūrī, ievilkts leņķis, centra leņķis, hordas-pieskares leņķis utt.

No zīmējuma veidošanas viedokļa uzdevumus nosacīti var sadalīt šādās grupās:

1) uzdevumā zīmējums jau dots;
2) zīmējums skolēnam jāveido pašam, tas aprakstīts precīzi un ir viennozīmīgs nav iespējami vairāki varianti no figūru elementu novietošanas viedokļa;
3) zīmējums skolēnam jāveido pašam, bet iespējami dažādi varianti, piemēram: nav dots vai trijstūris ir šaurleņķa vai platleņķa; nav zināmi malu garumi; dots punkts trijstūra iekšpusē, tuvāk neprecizējot tā atrašanās vietu utt.;
4) zīmējums ir sarežģīts, darbietilpīgs pārsvarā tie ir konkursu un olimpiāžu uzdevumi;
5) zīmējuma (konfigurācijas) atrašana ir uzdevuma galvenais saturs.

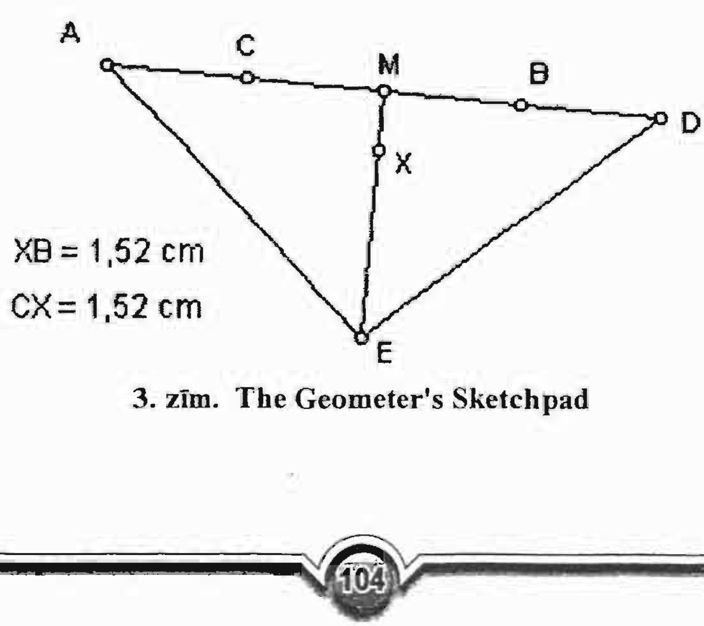
Pēdējā tipa uzdevumus skolas kursā aplūko kā paaugstinātas grūtības pakāpes uzdevumus, tie bieži sastopami konkursos.

Dinamiskās ģeometrijas sistēmas ļauj analizēt dažādas iespējamas konfigurācijas pierādījuma uzdevumos.

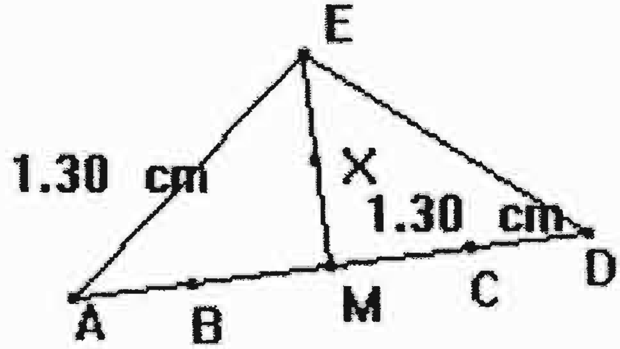
Ir pieejamas dažādas programmas, kam ir līdzīgas iespējas, atšķiras tikai nianses. Pamatā tajās paredzētas iespējas izvēlēties punktus, zīmēt nogriežņus, taisnes, starus, riņķa līnijas, veikt mērījumus, aprēķinus un konstrukcijas, ko var realizēt ar cirkuli un lineālu, kā arī noformēt attēlu, pievienojot tekstus un nosaukumus dažādiem objektiem, paslēpjot to, kas lieki saraibina zīmējumu, izceļot svarīgāko ar krāsu un/ vai treknāku līniju palīdzību. Lietotājam pieejamas iespējas pašam ierakstīt savas bieži lietotas konstrukcijas, veidojot komandas, ko vēlāk var izpildīt. Var arī ieviest koordinātu sistēmu, noteikt taisnu objektu virziena koeficientu, taišņu un riņķa līniju vienādojumus. Izveidoto zīmējumu ar peles palīdzību iespējams ātri mainīt, pārvietojot brīvi izvēlētos objektus, kas nav radušies konstrukcijas ceļā. Ir iespējas arī veidot animāciju, kad dators automātiski maina attēlu pēc uzdotajiem parametriem. Kas notiks, kad lietotājs klikšķinās uz zīmējuma laukuma, atkarīgs no tā, kāds rīks konkrētajā momentā ir aktivizēts.

Lielākais ieguvums no šādu programmu lietošanas ir iespēja redzēt, kā mainās uzdevuma zīmējums atkarībā no dažādu objektu savstarpējā novietojuma. Zīmējums ļauj izvirzīt hipotēzes vai pārliecināties, ka tas, ko vēlamies pierādīt, ir patiesība. Lai pārliecinātos, ka garumi vai leņķi ir vienādi, var lietot mērījumus. Skolēniem jāuzsver, ka zīmējums nevar kalpot par pierādījumu, tas ir tikai palīgs.

Uzdevums. Uz vienādsānu trijstūra AED pamata atlikti vienādi nogriežņi AB un CD. Pierādi, ka augstuma EM katrs punkts atrodas vienādos attālumos no punktiem B un C!



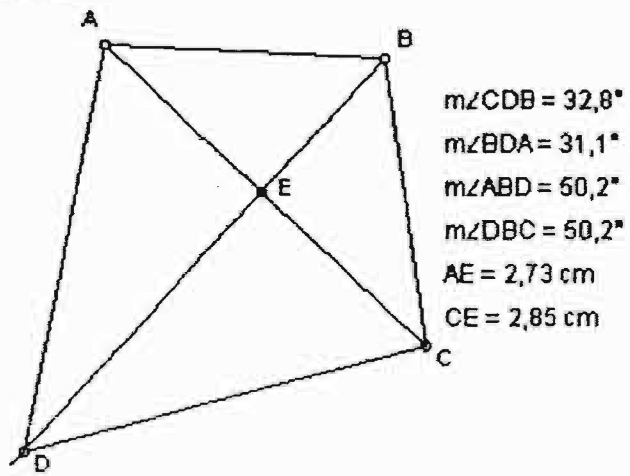
3. zīm. The Geometer's Sketchpad



4. zīm. Cabri Geometry

Dinamiskās ģeometrijas sistēmās var mainīt trijstūra virsotņu atrašanās vietu, punktu B un C novietojumu, kā arī punkta X atrašanās vietu, vērojot, ka XB=CX neatkarīgi no šīm izmaiņām. Tomēr, konstruējot vajadzīgo attēlu, bieži nākas piedomāt, kā panākt, lai, mainot punktu atrašanās vietu, zīmējums joprojām atbilstu uzdevuma nosacījumiem. Lai, pārvietojot uzdevumā dotā trijstūra virsotnes, tas vienmēr saglabātos vienādsānu, nākas veikt papildus konstrukciju un tad paslēpt liekās līnijas. Ir iespējams šādu konstrukciju arī ierakstīt kā makrokomandu un lietot vēlāk, tomēr saglabātās makrokomandas ir jāatver, jāzina, kur tās meklēt. Tāpēc skolotājam jārēķinās ar to, ka ne vienmēr skolēni pratīs izdomāt, kā pareizi veikt konstrukciju, un iepriekš jāsagatavo vajadzīgās makrokomandas, kā arī jānorāda skolēniem, kur tās atrast. Savukārt skolēniem, kam ģeometrija patīk un ir iespēja ilgāku laiku darboties ar programmu, šādu konstrukciju izdomāšana var būt arī interesants uzdevums: daudzas konstrukcijas var veikt dažādos veidos, un var meklēt ērtāko, ātrāko, piemērotāko.

Uzdevums. Četrstūra viena diagonāle sadala divus tā leņķus uz pusēm. Pierādi, ka šī diagonāle iet caur otras diagonāles viduspunktu.

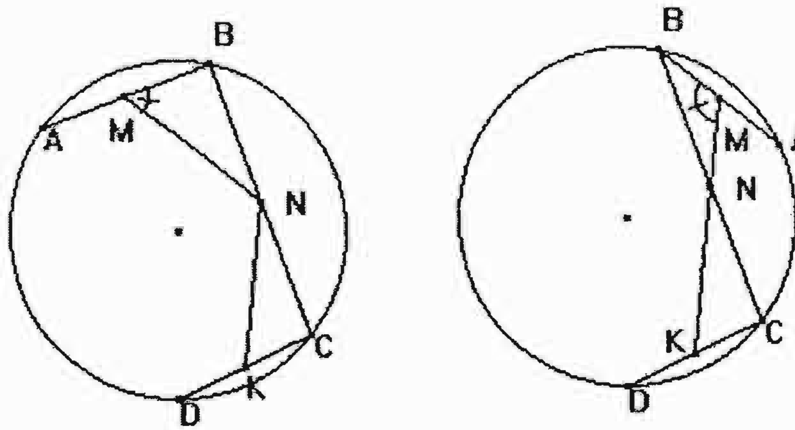


5. zīm.

Konstrukcijā fiksējam <ABD=<DBC. Mainot punktu atrašanās vietu, var v
ērot, kā mainās nogriežņu AE un CE garumi, ja leņķi CDB un BDA atšķiras vairāk, mazāk vai nemaz. Mainot punkta D atrašanās vietu, iespējams iegūt arī ieliektu četrstūri un pētīt to.

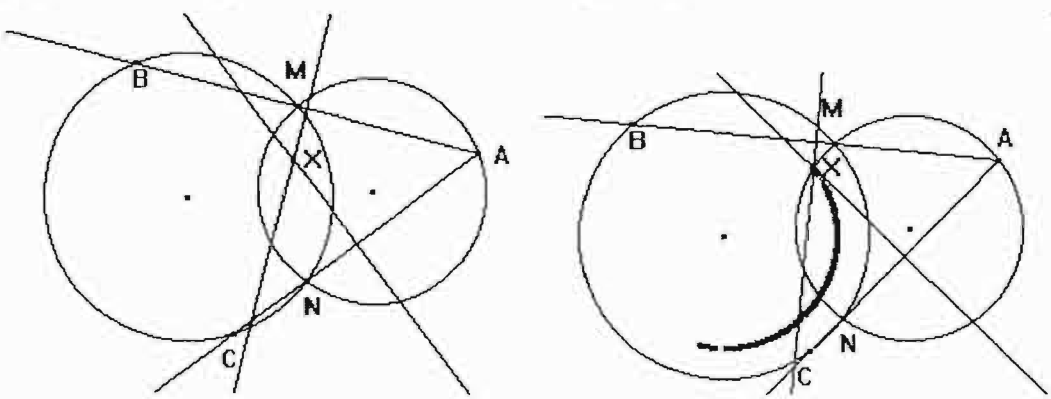
Īpaši ērti lietot dinamiskās ģeometrijas programmas ir tad, ja zīmējumā jāapskata vairākas konfigurācijas vai jāpēta kāda punkta iespējamā atrašanās vieta.

Uzdevums. Riņķī novilktas trīs hordas AB, BC, CD un atzīmēti to viduspunkti: M, N un K. Pierādīt, ka vai nu <BMN=<NKC, vai arī <BMN+<NKC=180.



6. zīm.

Uzdevums. Divas riņķa līnijas krustojas punktos M un N. Uz vienas riņķa līnijas loka, kas atrodas ārpus otras riņķa līnijas, atzīmēts punkts A. Stari AM un AN krusto otro riņķa līniju vēl punktos B un C, turklāt punkts M atrodas starp A un B un punkts N starp A un C. Pierādi, ka nogriežņu AB un AC viduspependikulu krustpunkti visi atrodas uz vienas riņķa līnijas!



7. zīm. Iespēja pētīt punkta ģeometrisko vietu ar Cabri Geometry.

7. zīmējumā var redzēt, kā nogriežņu AB un AC vidusperpendikulu krustpunkts maina savu atrašanās vietu, mainot punkta A novietojumu. Komanda "Atstāt pēdas" skolēnam palīdz pārliecināties, ka uzdevumā pierādāmais fakts tiešām ir spēkā.

Atsauces

1. Pamatizglītības mācību priekšmetu standarti, Rīga, ISEC, 2004
2. A.Andžāns u.c. Ģeometrija 7.- 9. klasei, 1-5.daļa, Rīga, Zvaigzne ABC, 1993-1998.
3. http://www.cabri.com/web/nsite/html/home.html
4. http://www.keypress.com/sketchpad/index.php

Kopsavilkums

Ģeometrijas mācīšanas procesā datorprogrammu lietojums ļauj skolēniem attīstīt prasmes izvirzīt dažādas hipotēzes, īsā laikā aplūkot dažādus zīmējumus vai izstrādāt pierādījuma plānu, izmantojot kustīgo zīmējumu. Šodien dažādu datorprogrammu pieejamība skolās ir ierobežota. Darbā ar tām skolotājam nereti vajadzēs daudz laika, lai sagatavotu zīmējumus darbam stundās. Nav veikta skolotāju tālākizglītība šāda mācību procesa organizēšanā.

Summary

The use of computer programs in the teaching of geometry allows to develop students` abilities of setting hypotheses, to consider various figures in a short amount of time, to develop a strategy of proof using dynamic diagrams. The access to such computer programs is limited in schools nowadays. It will often take a lot of teachers` time to prepare diagrams for lessons. The in service education of teachers in the area of computerized teaching of geometry is yet to be established.