

LATVIJAS UNIVERSITĀTE



**SERGEJS SPITANS**

**ŠĶIDRĀ METĀLA AR BRĪVO VIRSMU TURBULENTĀS  
PLŪSMAS IZPĒTE ELEKTROMAGNĒTISKAJĀ LAUKĀ**

PROMOCIJAS DARBA KOPSAVILKUMS

Doktora grāda iegūšanai fizikas nozarē  
Apakšnozare: šķidrums un gāzu mehānika

Rīga, 2015

Promocijas darbs izstrādāts Latvijas Universitātes Fizikas un matemātikas fakultātē, Fizikas nodaļas Vides un tehnoloģisko procesu matemātiskās modelēšanas laboratorijā un Leibnica Universitātes Elektrotehnoloģiju institūtā, Hannoverē, Vācijā, laika posmā no 2012. gada līdz 2015. gadam.



Eiropas Sociālā fonda projekts „Atbalsts doktora studijām Latvijas Universitātē” Nr.2009/0138/ 1DP/1.1.2.1.2./ 09/IPIA/ VAAA/004.

IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

Darbs sastāv no ievada, 2 nodaļām, secinājumiem un literatūras saraksta.

Darba forma: publikāciju kopa fizikas nozarē, šķidrums un gāzu mehānikas apakšnozarē.

Darba zinātniskais vadītājs: Dr. phys., asoc. prof. **Andris Jakovičs**

Darba recenzenti:

- 1) Dr. phys., lektors **Valdis Bojarevičs**, Grinvičas universitāte, Apvienotā karaliste;
- 2) Dr. phys., vad. pētnieks **Knud Thomsen**, Paula Šerera institūts, Šveice;
- 3) Dr. phys., vad. pētnieks **Sergejs Pavlovs**, Latvijas Universitāte, Latvija.

Promocijas darba aizstāvēšana notiks 2015. gada 28. augustā 12:00 Latvijas Universitātes Fizikas nozares promocijas padomes atklātā sēdē Rīgā, Zeļļu ielā 8, 233. telpā.

Ar promocijas darbu un tā kopsavilkumu var iepazīties Latvijas Universitātes Bibliotēkā Rīgā, Kalpaka bulvārī 4.

LU Fizikas zinātņu nozares promocijas

padomes priekšsēdētājs \_\_\_\_\_ / Dr. phys. prof. **Andrejs Cēbers** /

padomes sekretāre \_\_\_\_\_ / **Laureta Buševica** /

© Latvijas Universitāte, 2015

© Sergejs Spitans, 2015

## ANOTĀCIJA

Šajā darbā tiek pētīta elektromagnētiski (EM) ierosināta turbulenta plūsma šķidrā metālā ar brīvo virsmu. Izmantojot skaitlisko modeli ar *Large Eddy Simulation (LES)* turbulences aprakstu pilnā trīsdimensionālā (3D) nostādņē tiek risinātas saistītās EM un hidrodinamikas (HD) problēmas. Aprēķinātā kausējuma plūsma, brīvās virsmas forma un tās dinamika tiek salīdzināta ar analītiskajiem atrisinājumiem, citu modeļu rezultātiem un eksperimentālajiem mērījumiem indukcijas krāsnīs un EM levitācijas kausēšanas iekārtās. Tiek analizēta arī dažādu turbulences modeļu ietekme uz skaitlisko aprēķinu rezultātiem.

Aprēķinos un eksperimentos ar maziem alumīnija paraugiem līdz 33 g veiksmīgi pārbaudīta inovatīva metode levitācijas kausēšanai horizontālos divu frekvenču ortogonālos EM laukos. Izmantojot izveidoto skaitlisko modeli tiek pētītas šķidrā metāla formas nestabilitātes, kas rodas divu frekvenču EM lauku mijiedarbības dēļ, kā arī ir izprojektēta eksperimentālā iekārta, kas nodrošina lielāku alumīnija paraugu EM levitācijas kausēšanu. Metodes mēroga palielināšana tiek veiksmīgi pārbaudīta levitācijas kausēšanas eksperimentos ar alumīnija paraugiem līdz 500 g un tiek novērtas tālākas levitējamo materiālu masas palielināšanas iespējas. Izmantojot skaitlisko modelēšanu, eksperimentāli novērotas levitējošu neizkusušu paraugu svārstības un nestabilitātes tiek arī izskaidrotas.

# SATURS

IEVADS .....	5
Tēmas aktualitāte un literatūras apskats .....	5
EM indukcijas krāsnis ar tīģeli .....	5
EM levitācijas kausēšana .....	5
Skaitlisko aprēķinu grūtības .....	7
Pētījuma novitāte .....	9
Darba mērķi un uzdevumi .....	9
Pētījuma tēzes .....	10
Izmantotās metodes .....	10
Darba rezultātu aprobācija .....	10
Zinātniskie projekti .....	10
Zinātniskās publikācijas .....	11
Publikācijas starptautisko zinātnisko konferenču rakstu krājumos .....	12
Dalība pārējās konferencēs un semināros .....	13
PROMOCIJAS DARBA IZKLĀSTS .....	14
1. Skaitliskais modelis .....	14
1.1. Realizācija .....	14
1.2. Verifikācija .....	15
1.2.1. Volume of Fluid (VOF) algoritms .....	15
1.2.2. Klasiskā EM levitācijas kausēšana .....	16
1.2.3. Indukcijas krāsnis ar tīģeli .....	20
1.2.4. EM levitācijas kausēšana indukcijas krāsnī ar auksto tīģeli .....	21
2. EM levitācijas kausēšana horizontālā laukā .....	23
2.1. Vienfrekvences horizontāls EM lauks .....	23
2.2. Šķidrā metāla kolonas dinamika divfrekvenču EM laukā .....	24
2.3. Maza parauga EM levitācijas kausēšana divfrekvenču eksperimentālajā iekārtā .....	25
2.4. Aprēķins lielāka parauga levitācijas kausēšanai divfrekvenču EM laukā .....	26
2.5. Lielā mēroga levitācijas kausēšanas divfrekvenču laukā eksperimentālā verifikācija .....	28
2.6. Neizkusušu levitējošu paraugu svārstības un stabilitāte .....	36
2.7. Aprēķins lielākai šķidrā alumīnija porcijas levitācijai (4 kg) .....	39
SECINĀJUMI UN PRIEKŠLIKUMI .....	40
LITERATŪRAS SARAKSTS .....	42
PATEICĪBAS .....	46

# IEVADS

## Tēmas aktualitāte un literatūras apskats

### EM indukcijas krāsnis ar tīģeli

Viens no svarīgākajiem metalurģijas uzdevumiem ir iegūt metālu sakausējumus ar paaugstinātu kvalitāti un uzlabotiem tehniskajiem raksturlielumiem. Materiālu īpašības parasti ir variējamas ar noteiktu leģējošu piedevu daudzumu, līdz ar to ir būtiska paša kausējuma izolācija no nevēlamiem piejaukumiem, kuri var rasties ķīmisko reakciju ceļā ar atmosfēru vai tīģeli, vai arī izšķīdinot tīģeļa virsmas materiāla komponentes. Bez tam, lai garantētu vēlamu īpašību homogenitāti, ir jānodrošina leģējošu piemaisījumu vienmērīgs sadalījums pa visu kausējuma tilpumu pēc iespējas īsākā laikā.

Starp dažādiem metālu kausēšanas un to sastāva homogenizācijas veidiem īpašu vietu ieņem elektromagnētiskās (EM) indukcijas krāsnis, kurās ar EM lauka palīdzību tiek realizēta bezkontakta termiskās un mehāniskās enerģijas pārnese uz metālu kausējumiem.

Ar mērķi iegūt kausējumus ar augstāku sastāva precizitāti klasiskās indukcijas tīģelkrāsnis [1] vietā tiek izmantotas indukcijas krāsnis ar auksto tīģeli [2] (Attēls 1, a). Šī tehnoloģija tiek pielietota ļoti plaši, sākot ar titāna komponentu izstrādi aerokosmiskajai, autoražošanas vai medicīnas nozarēm, fotoelektriskā silīcija attīrīšanai un kristalizācijai un visbeidzot kodolsintēzes produktu apstrādei.

Sekcionēts elektrovadošs tīģelis, ko dzesē ar ūdeni, spraugu dēļ ir daļēji caurspīdīgs EM laukam. Šajā gadījumā EM lauks izteiktāk atspiež kausējumu no sienām, un tiek sasniegts tā saucamais semilevitācijas stāvoklis. Tā rezultātā kausējums lielākoties balstās tikai uz tīģeļa pamatni, kas arī tiek intensīvi dzesēta ar ūdeni un pārklājas ar smalkgraudainu kausējuma cieto fāzi jeb garnisāžu. Tādā veidā efektīvi tiek novērsta kausējuma un tīģeļa materiālu mijiedarbība.

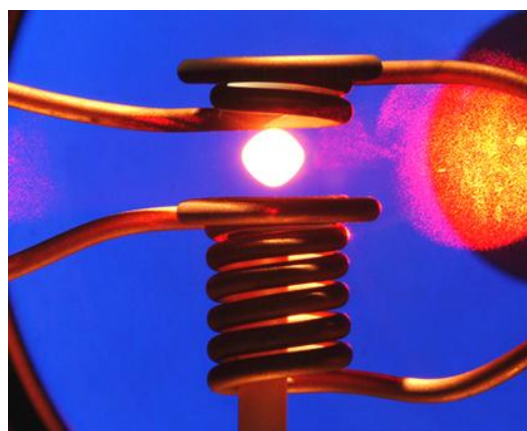
Tomēr, siltuma zudumi, kas rodas siltumvadīšanas veidā, pastāvot termiskam kontaktam starp intensīvi dzesētu tīģeli un kausējumu, būtiski ierobežo sasniedzamo efektivitāti un maksimālo temperatūru kausējumā.

### EM levitācijas kausēšana

EM indukcijas kausēšanai levitācijas apstākļos (Attēls 1, b) ir divas priekšrocības salīdzinot ar keramikas vai aukstā tīģeļa indukcijas krāsnīm. EM levitācija inertā atmosfērā novērš kausējuma piesārņošanu ar tīģeļa materiāliem, kas nodrošina paaugstinātu kausējuma sastāva precizitāti. Bez tam, siltuma zudumi reducējas galvenokārt uz starošanu un iztvaikošanu, kas ļauj sasniegt daudz augstākas temperatūras kausējumā.



(a)



(b)

**Attēls 1.** Šķidrā brīvās virsmas deformācija indukcijas krāsnī ar auksto tīģeli [3] (a) un bezkontakta levitācijas kausēšana klasiskajā induktorā ar apgriezto vijumu [4] (b)

Levitācijas kausēšana tika izgudrota pagājušā gadsimta divdesmitajos gados [5], savukārt metodes pielietojums sākās tikai 30 gadus vēlāk [6], kad kļuva pieejami pirmie augstfrekvences ģeneratori. Metode tiek plaši izmantota kausējumu termofizikālo īpašību bezkontakta noteikšanai eksperimentos ar mazām pilēm (parasti 1-10 mm diametrā) [7], [8].

*Lord Rayleigh* noteica sakarību starp brīvi krītošas neviskozās pīles virsmas spraigumu un mazo noviržu svārstību frekvenci [9]. Izteiksme apraksta svārstības mikrogravitācijas apstākļos [10], kā arī ar zināmu korekciju tā ir spēkā viskozās pīles aprakstam uz zemes [11] un magnētiskā lauka klātbūtnē [12]. Oksīda plēves ietekme uz svārstību spektru ir pētīta eksperimentāli [13]. *Lamb* ir noteicis sakarību starp molekulāro viskozitāti un rimstošo svārstību raksturīgo laiku lamināras plūsmas režīmā [14]. Levitējošā kausējuma blīvumu un termisko izplešanos var izmērīt ar fotogrāfiskajām metodēm [15], bet elektriskā vadītspēja ir nosakāma no ķēdes posma impedances izmaiņas parauga klātbūtnē [16].

Tomēr, šo un citu termofizikālo īpašību eksperimentālo noteikšanu apgrūtina turbulence [17], jo levitācijas nodrošināšanai smaguma spēks ir jākompensē ar *Lorenca* spēku, kas izraisa intensīvu kausējuma plūsmu. Bez tam, izteiktas EM lauka, kausējuma formas un plūsmas sarežģītas mijiedarbības dēļ šādās sistēmās var veidoties dažāda veida nestabilitātes [18], [19], [20]. Tāpēc ir nepieciešamas uzticamas metodes detalizētai plūsmas struktūru izpētei EM levitējošās pilēs.

Diemžēl, plūsmu EM levitējošās pilēs izmērīt ir ļoti grūti, jo pašreiz nav atbilstošas viegli pielietojamās eksperimentālās metodes. *Ultrasound Doppler Velocimetry (UDV)* [21] vai *Vives* zondi [22] nevar pielietot plūsmas ātrumu tiešajam mērījumam mazajā, ķīmiski agresīvajā, pārkarsētajā vai pārdzesētajā metastabīlajā un šķidrā paraugā. Daļiņas plūsmas indicēšanai prioritāri sakrājas stagnācijas zonās uz brīvās virsmas, nevis seko līdzī plūsmai. Relatīvi viegli realizējamās, neinvazīvās lokālās plūsmas mērīšanas eksperimentālās tehnoloģijas kā *Particle Image Velocimetry (PIV)* vai *Laser Doppler Anemometry (LDA)* nav izmantojamas, jo neeksistē optiskā diapazonā caurspīdīgi šķidrums ar augstu  $1-10 \cdot 10^6$  S/m elektrisko vadītspēju. Savukārt, lai lietotu neitronu radiogrāfiju ir jāpārvar vairākas tehniskās grūtības [23].

Acīmredzot, bez termofizikālo īpašību eksperimentālās noteikšanas, metālisko materiālu apstrāde EM levitācijas apstākļos varētu tikt izmantota arī citos industriālajos pielietojumos lielā mērogā, piemēram, plāno metālisko kārtiņu iegūšanai un virsmu pārklāšanai [24], metāliskā pulvera ražošanai atomizācijas ceļā vai materiālu izpētei īpaši augstās temperatūrās. Pretējā gadījumā, levitējošu kausējumu šādās sistēmās var pārdzesēt līdz stiklveida struktūrai, kurā tas nonāk bez kristalizācijas centru klātbūtnes [25].

Klasiskajā EM levitācijas realizācijā aksiāli simmetriskā vertikālā laukā [6] uz kausējuma porcijas simetrijas ass izzūd *Lorenca* spēks un šajā zonā kausējumu notur galvenokārt virsmas spraiguma spēki. Šķidrā paraugam ar lielāku masu un augstumu nepieciešams mazāks brīvās virsmas liekuma rādiuss *Lorenca* spēka nulles punktā, līdz ar to arī augstākas EM lauka frekvences un lielākas strāvas [26]. Savukārt lielāks *Lorenca* spēks palielina turbulentās kausējuma plūsmas intensitāti, kas destabilizē spiedienu līdzsvaru kritiskajā brīvās virsmas punktā kausējuma apakšā. Tas nozīmē, ka šādā veidā var panākt tikai relatīvi mazas 50 - 100 g. [27] kausējuma masas levitāciju, kas neatbilst industriālajām interesēm. Kausējuma noturēšanas mehānismi levitācijas stāvoklī lielākas masas gadījumā ir stipri atšķirīgi daudz mazākas virsmas spraiguma un smaguma spēka attiecības dēļ. Saskaņā ar veikto literatūras apskatu, lielākais alumīnija paraugs, kas tika izkausēts levitācijas stāvoklī klasiskajā induktorā ar apgriezto vijumu, bija 250 g. smags [26]. Jāatzīmē, ka šajā darbā jautājums par to, vai levitējošs alumīnija paraugs tika kausēts un vienlaicīgi iztecināts, vai pilnīgi izkusis paraugs bez kontakta tika noturēts EM laukā, palika neatbildēts.

Izmantojot optimizētu krāsns ģeometriju lielākas kausējuma masas var tikt noturētas semilevitācijas stāvoklī ar stipri samazinātu kontakta laukumu starp kausējumu un auksto tīģeli [28]. Jāatzīmē, ka aukstā tīģeļa izmantošana EM levitācijas stāvokļa radīšanai nenovērš *Lorenca* spēka izžušanu uz simetrijas ass un būtiski samazina krāsns termisko efektivitāti. Par spīti tam, ka skaitliskie aprēķini paredz šķidrā metāla lielā tilpuma levitācijas iespēju krāsni ar auksto tīģeli

[29], jautājums par šī fakta eksperimentālo pārbaudi joprojām ir neatbildēts. Tādējādi līdz šim nav izstrādāta metode metāliska materiāla industriāla mēroga porcijas kausēšanai EM levitācijas apstākļos.

Ar mērķi palielināt maksimāli sasniedzamo levitējošā kausējuma porcijas daudzumu rūpniecības pielietojumiem, EM levitācijas iekārtu klasiskais „kvazi” aksiālsimetriskais risinājums [6] tiek aizvietots ar inovatīvu 3D sistēmu, kur kausējums tiek noturēts divu frekvenču horizontālā EM laukā [30]. Metode tika veiksmīgi aprobēta gan skaitliski, gan eksperimentāli maza alumīnija parauga ( $m = 33$  g) kausēšanai levitācijas apstākļos. Šīs jaunās metodes pielietošanas iespējas lielākā mērogā un tās fizikālie aspekti tika pētīti šajā promocijas darbā.

### Skaitlisko aprēķinu grūtības

Masas un enerģijas pārnese, kausējuma kristalizācijas [31]-[34], piejaukuma daļiņu homogenizācijas [3] un citi industriāli nozīmīgi procesi EM indukcijas krāsnīs ar tīģeļi pie uzdotas hidrostatiskas stacionāras kausējuma brīvās virsmas formas tiek plaši pētīti un skaitliski modelēti trijās dimensijās ar *Large Eddy Simulation (LES)* turbulences modeli. Menisks tiek aprēķināts iteratīvi no EM, hidrostatiskā un virsmas spraiguma spiedienu līdzsvara 2D aksiālsimetriskā tuvinājumā, pieņemot, ka kausējuma plūsmas ietekme uz brīvās virsmas formu ir maznozīmīga [35]-[37]. Meniska aprēķiniem tika iegūta laba atbilstība attiecīgajiem eksperimentiem gadījumos, kad kausējuma plūsmas ātrumi bija pietiekami mazi.

Izmantojot *Volume of Fluid (VOF)* metodi divfāžu plūsmas aprakstam ar  $k-\epsilon$  turbulences modeli tiek realizēts 2D stacionārs kausējuma formas aprēķins indukcijas tīģeļkrāsnī, ņemot vērā plūsmas ietekmi uz brīvās virsmas formu. Dažādu autoru modeļi uzrāda labu atbilstību eksperimentāli izmērītiem plūsmas ātrumiem un meniska formām [3], [38], [39]. Arī oksīda ietekme uz kausējuma plūsmu indukcijas krāsnī tiek ņemta vērā [40].

Plašam indukcijas kausēšanas iekārtu klāstam ir izveidots un tiek veiksmīgi pielietots arī precīzāks 2D aksiāli simetrisks modelis kausējuma masas, siltuma pārnese un kristalizācijas aprakstam, ņemot vērā brīvās virsmas dinamiku [41]-[43].

Liels daudzums skaitlisko modeļu ir izveidots EM lauka un turbulentās plūsmas ar brīvo virsmu aprakstam EM levitējošās šķidrā metāla pilēs.

*Schwartz et. al.* [44] izveidoja 2D aksiāli simetrisku skaitlisku modeli, kas ļāva aprēķināt levitējošā kausējuma pīles brīvās virsmas formu un pozīciju hidrostatiskajā tuvinājumā. Vispirms, izmantojot savstarpējās induktivitātes metodi [45] un *Bio-Savāra* likumu, EM spiediens tika aprēķināts pie kausējuma virsmas. Nākamajā solī, līdzsvara forma tika meklēta iteratīvi, pārvietojot brīvās virsmas punktus radiālā virzienā un mēģinot apmierināt EM, hidrostatiskā un virsmas spraiguma spiedienu līdzsvara nosacījumu. Aprēķinu ķēde tika atkārtota līdz tika sasniegta līdzsvara forma. Eksperimenti uzrādīja labu šo aprēķinu atbilstību kausējuma formai pie lielām lauka frekvencēm un maziem plūsmas ātrumiem. Vispārīgā gadījumā, hidrostatiskais tuvinājums uzrādīja mazākas pīles formas deformācijas.

*Schwartz et. al.* [44] modelī tika iekļauta arī plūsmas ietekme uz formu. Līdzīgā veidā tika aprēķinātas inducētās strāvas un magnētiskais lauks kausējumā. Nākamajā solī, *Lorenca* spēku sadalījums tika aprēķināts pie fiksētas brīvās virsmas formas un ņemts vērā risinot nestacionāru *Navjē-Stoksa* vienādojumu, izmantojot *FIDAP* skaitliskās hidrodinamikas programmu. Turbulences efekti tika aprakstīti ar mākslīgi palielinātu konstantu viskozitāti. Šķidrā metāla plūsmas vienādojumi tika risināti iteratīvi, apmierinot katrā laika solī brīvās virsmas robežnosacījumu, kas papildus spiedienu bilancē iekļāva arī viskozo spriegumu normālo komponenti. Aprēķinu cikla atkārtošana nodrošināja brīvās virsmas nestacionāro aprēķinu. Plūsmas efektu ievērošana sniedza labāku formas atbilstību eksperimentiem.

*Hyers et. al.* [17] attīstīja skaitlisko modeli plūsmas aprēķinam levitējošā kausējuma lāsē pie fiksētas deformētās brīvās virsmas. Savstarpējās induktivitātes metode *Lorenca* spēka aprēķinam tika iekļauta galīgo elementu skaitliskās hidrodinamikas programmā *FIDAP. Renormalization Group (RNG)*  $k-\epsilon$  turbulences modelis aprakstīja turbulento plūsmu.

*Bojarevics* un *Pericleous* [46], [47] izveidoja precīzu un ātrdarbīgu skaitlisko modeli levitējošās lāses nestacionārās turbulentās plūsmas ar brīvo virsmu aprakstam kombinētā AC/DC magnētiskā laukā 2D aksiāli simmetriskā formulējumā. Modelī izmantota telpas koordināšu transformācija deformētā lāses apgabala pārrēķinam uz sfērisko tilpumu, kurā, izmantojot pseido-spektrālās kolokācijas metodi [48], tiek risināti *Navjē-Stoksa* un siltuma pārnese vienādojumi. Turbulentās plūsmas aprakstam tiek lietots  $k-\omega$  modelis [49]. Kausējuma formas izmaiņa tiek noteikta, izmantojot inversās koordināšu transformācijas formulas. *Lorenca* spēku ar iekļautu konvektīvo loekli pārrēķinam pie jaunās kausējuma brīvās virsmas tiek lietota savstarpējās induktivitātes metode [27].

*Easter et. al.* [50] sekoja *Bojarevics* un *Pericleous* skaitliskās modelēšanas pieejai un paplašināja to trijām dimensijām. Modelis aprakstīja stipra DC magnētiskā lauka ietekmi uz šķidrās pīles dinamiku laminārā režīmā.

*Li et. al.* [51] izmantoja robeželementu un galīgo elementu metodes *Lorenca* spēka aprēķinam kausējumā. Robeželementi aprakstīja telpu ārpus pīles, bet galīgie elementi izšķīra lāses apgabalu. Ar vadošā šķidrums kustību saistītais loeklis *Lorenca* spēkā netika ņemts vērā. Momentānā lāses forma tika aprēķināta no normālo spriegumu līdzsvara uz brīvās virsmas, neievērojot plūsmas ieguldījumu. Siltuma pārnese un levitējošā kausējuma plūsma, ievērojot *Marangoni* efektu, tika aprēķināta ar galīgo elementu metodi. Mērenas turbulentās plūsmas režīms tika aprakstīts ar 10 reizes palielinātu molekulāro viskozitāti. *Li* atzina, ka viens no galvenajiem izaicinājumiem EM levitējošās pīles pārnese procesu modelēšanā ir precīzs turbulentās plūsmas apraksts.

*Ai et. al.* [52] apskatīja kausējuma plūsmu *Lorenca* spēku ietekmē sfēriskas lāses tilpumā un, izmantojot *Direct Numerical Simulation (DNS)* [49], pētīja plūsmas pāreju no laminārā uz turbulento režīmu. Vispirms tika aprēķināts 2D aksiāli simetrisks analītisks atrisinājums laikā vidējam *Lorenca* spēkam [53]. Augstākās kārtas galīgo diferencu shēma, kas apvieno *compact difference* [54] un kombinētās *Runge-Kutta* un *fractional step* [55] metodes, tika izmantota paralelizētam nestacionārās plūsmas aprēķinam sfēriskā tilpumā. Skaitliskajos rezultātos tika iegūti eksperimentā novērotie *Gortlera* virpuļi uz pīles virsmas [56]. Neskatoties uz to, ka turbulences efekti tika precīzi izšķirti ar DNS aprēķinu, fiksēta sfēriska apgabala virsma ierobežo modeļa pielietojšanas iespējas.

Ņemot vērā brīvās virsmas dinamiku 2D aksiāli simmetriskā formulējumā *Berry et. al.* [57] pētīja turbulences modeļa ietekmi uz plūsmu levitējošā izkausētā niķeļa pīlienā *TEMPUS* eksperimentālajā iekārtā [58]. *Maksvela* vienādojumu atrisināšanai magnetostatiskā formā un *Lorenca* spēka pārrēķinam pie jaunās brīvās virsmas [45] tika izmantota savstarpējās induktivitātes metode. Pīliena formas dinamikas aprēķins tika realizēts ar *FLUENT* galīgo tilpumu komercprogrammu izmantojot integrētu *Volume of Fluid* [59] pieeju divfāžu šķidrums plūsmu aprēķinam. Plūsma tika modelēta bez papildus turbulences modeļa (lamināra nostādne), kā arī iekļaujot  $k-\epsilon$  un *RNG*  $k-\epsilon$  turbulences modeļus. Laminārais modelis pārvertēja plūsmas maksimālo ātrumu un pīliena deformāciju, jo disipāciju nodrošināja tikai uz molekulārā viskozitāte.  $K-\epsilon$  modelis pārvertēja turbulento disipāciju un sniedza nefizikālu turbulentās viskozitātes sadalījumu. Precizāks *RNG*  $k-\epsilon$  algoritms, ievērojot dažādus raksturīgo garumu un ātrumu mērogus, spēja daudz sekmīgāk aprakstīt turbulentu plūsmu ar laminārās plūsmas apgabaliem, par ko liecināja interpretējams turbulentās viskozitātes sadalījums. Tomēr abi šie modeļi apraksta turbulenci neprecīzā izotropā tuvinājumā. Virsmas spraiguma koeficients, kas iegūts no skaitliski aprēķinātām pīliena svārstībām, saskaņā ar analītisko formulu [9], izrādījās par 70% mazāks, nekā tā īstā skaitliskā aprēķinā uzdotā vērtība. Autori secināja, ka *VOF* algoritms nespēj sniegt korektu brīvās virsmas dinamikas aprakstu.

*Chapelle et. al.* [60], izmantojot *FLUENT* iespējas, sekoja *Berry* [57] skaitliskās modelēšanas pieejai un realizēja aprēķinus 2D aksiāli simmetriskam modelim. Brīvās virsmas dinamika arī tika aprakstīta ar *VOF* algoritmu un *RNG*  $k-\epsilon$  modelis izšķīra turbulences efektus. *FLUENT* solveris tika papildināts ar procedūru *Lorenca* spēka aprēķinam magnētiskā vektorpotenciāla formulējumā. Realizētajā algoritmā bija iespējams iekšēji sasaistīt EM lauka aprēķinu ar



turbulentās plūsmas un brīvās virsmas dinamikas aprēķinu *FLUENT* vidē. Aprēķinu rezultāti uzrādīja labu atbilstību gan analītiskajam atrisinājumam piliena formas svārstību frekvencei un raksturīgajam rimšanas laikam [14], gan *Bojarevics et. al.* [61] skaitliskajiem rezultātiem brīvās virsmas dinamikai. Laba atbilstība tika iegūta starp aprēķināto un eksperimentā novēroto niķeļa-hroma piliena formu.

*Pesteanu et. al.* [38], lietojot modificētu *VOF* algoritmu un  $k-\varepsilon$  turbulences modeli, arī izveidoja 2D modeli elektrovadoša šķidrums brīvās virsmas dinamikas aprēķinam EM indukcijas iekārtās. Modeļa aprēķina rezultāti stacionārai brīvai virsmai un kausējuma plūsmai indukcijas tīģelkrāsnī pie maza EM lauka iespiešanas dziļuma, skrejoša EM lauka maisītājā un pie liela EM lauka iespiešanas dziļuma, kā arī vienfrekvences un divu frekvenču EM levitācijas kausēšanas iekārtās uzrādīja labu atbilstību eksperimentālajiem mērījumiem [39].

Tomēr, uz doto brīdi nav izstrādāts skaitliskais modelis EM lauka, kausējuma virsmas formas un plūsmas mijiedarbības aprakstam 3D formulējumā ar precizētu *LES* turbulences aprakstu. *LES* modelī plūsmas lielās anizotropiskās struktūras tiek izšķirtas tieši, bet mazie „kvazi” izotropie virpuļi tiek modelēti. Daudz labāka atbilstība *Kolmogorova* kaskādes teorijai salīdzinājumā ar divparametru turbulences modeļiem ļauj būtiski precīzāk aprakstīt arī turbulento plūsmu un vienlaikus prasa daudz mazāk aprēķina laika nekā ar *DNS* pieeja. *LES* turbulences modeļa izvēle ir svarīga, jo, piemēram, indukcijas krāsnīs ar raksturīgiem diviem vidējotās kausējuma plūsmas toroidāliem virpuļiem, *LES* aprēķina rezultāti dod daudz labāku atbilstību eksperimentāli novērojamam turbulences kinētiskās enerģijas sadalījumam, kas ļoti būtisks gan masas, gan enerģijas pārnēsē [1], [3].

## Pētījuma novitāte

Jauna, augstāka precizitātes līmeņa skaitlisks modelis EM lauka un elektrovadoša šķidrums plūsmas ar brīvo virsmu mijiedarbības aprakstam trijās dimensijās ar *LES* turbulences aprakstu, kas saprātīgā laikā ļauj iegūt fizikāli korektus rezultātus. Šāda augstas precizitātes modeļa aprēķini EM levitējošā kausējuma pētīšanai zinātniskajā literatūrā uz doto brīdi nav aprakstīti.

Lielas alumīnija kausējuma porcijas (500 g.) levitācija eksperimentā bez aukstā tīģeļa izmantojot divfrekvenču horizontālu EM lauku. Izmantojamā lauka konfigurācija nodrošina daudz stabilāku lielākas porcijas šķidrā metāla levitāciju, kur, atšķirībā no klasiskajiem risinājumiem, neveidojas izteiktas *Lorenca* spēka nulles zonas uz brīvās virsmas, kur kausējumu notur tikai virsmas spraigums.

## Darba mērķi un uzdevumi

### Mērķis:

Izpētīt šķidrā metāla EM ierosinātu turbulento plūsmu ar brīvo virsmu dažāda tipa indukcijas krāsnīs iekārtās.

### Uzdevumi:

1. Aprakstīt mijiedarbību starp EM lauku un šķidrā metāla turbulento plūsmu ar brīvo virsmu, kā arī izveidot skaitlisko modeli pilnā 3D formulējumā ar *LES* turbulences aprakstu;
2. Veikt modeļa verifikāciju, salīdzinot aprēķināto kausējuma turbulento plūsmu, brīvās virsmas dinamiku un laikā vidējoto formu ar analītisko atrisinājumu, eksperimentālo mērījumu rezultātiem un citiem modeļiem dažāda tipa indukcijas krāsnīs;
3. Izpētīt dažādu vienkāršošanu, turbulences modeļu un 2D/3D formulējumu ietekmi uz skaitlisko aprēķinu rezultātiem;

4. Izpētīt inovatīvu pieeju metālu EM levitācijas kausēšanai divfrekvenču horizontālā laukā [30], kā arī izpētīt EM lauku mijiedarbības efektu ietekmi uz kausējuma formas stabilitāti divu dažādu frekvenču gadījumā;
5. Izmantojot skaitlisko modeli uzprojektēt levitācijas kausēšanas iekārtu lielākas kausējuma porcijas (500 g.) levitācijai divfrekvenču laukā;
6. Realizēt 500 g. alumīnija kausējuma porcijas levitāciju eksperimentā (sadarbībā ar Leibniza Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju Institutu) un izpētīt stabilitātes problēmas.

### **Pētījuma tēzes**

Izmantojot paaugstinātas precizitātes matemātiskos modeļus un to skaitlisko realizāciju ir iespējams izanalizēt un gūt padziļinātu izpratni par mijiedarbību starp EM lauku un šķidrā metāla turbulento plūsmu ar brīvo virsmu, kā arī veikt inovatīvas indukcijas krāsns projektēšanu industriālām vajadzībām.

Izmantojot vairāku frekvenču horizontālo EM lauku konfigurāciju ir iespējams palielināt levitējošā kausējuma masu un, salīdzinājumā ar levitāciju klasiskajā induktorā ar apgriezto viju, samazināt izteikto atkarību no materiāla virsmas spraiguma.

### **Izmantotās metodes**

Izmantojot matemātiskās fizikas metodes nespējama šķidrā metāla plūsma ar brīvo virsmu EM lauka klātbūtnē tiek aprakstīta ar diferenciālvienādojumu sistēmām nepārtrauktas vides tuvinājumā, kuru atrisinājumi tiek meklēti ar skaitliskajām galīgo tilpumu un galīgo elementu metodēm.

Harmoniskā EM lauka sadalījuma skaitlisks atrisinājums tiek meklēts, izmantojot komerciālu galīgo elementu programmu *ANSYS*. Izmantojot *ANSYS Parametric Design Language (APDL)* programmēšanu ir izveidots modelis un tajā ir iestrādāti paralelizējamie brīvās virsmas filtrēšanas algoritmi. Šķidrā metāla plūsmas skaitlisks aprēķins ir realizēts komerciālā galīgo tilpumu programmā *FLUENT* ar iestrādātu *VOF* algoritmu divfāžu plūsmu aprakstam un *k-ε*, *k-ω SST* and *LES* turbulences modeļiem. Procesu aprakstam nepieciešamās funkcijas ir realizētas ar *User Defined Functions (UDF)*, izmantojot *C++* programmēšanu.

Kausējuma brīvā virsma tiek aprēķināta kā *VOF* skalārā lauka tilpuma daļas izovirsma, izmantojot komerciālo *CFD-Post* rezultātu apstrādes programmu.

Iegūto skaitlisko rezultātu verificācijai tiek veikti eksperimenti sadarbībā ar Leibniza Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūtu.

### **Darba rezultātu aprobācija**

#### **Zinātniskie projekti**

“*Erzeugung ablauffreier Tragkraftverteilungen beim induktiven Schwebeschmelzen elektrisch leitender Stoffe*”, Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) projekts, Leibniza Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūts, 2014-2015.

“*Support of Doctoral Studies at the University of Latvia*”, ESF projekts Nr. 2009/0138/1DP/1.1.2.1.2./09/IPIA/VIAA/004, Latvijas Universitāte, 2013-2015.

“*EM levitation melting using the Cold Crucible*”, ALD Vacuum Technologies GmbH un Leibniza Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūts, 2013-2014.

“Simulation of turbulent free surface flow and solidification of titanium in induction furnaces with cold crucible”, ALD Vacuum Technologies GmbH un Leibnica Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūts, 2014-2015.

“Numerischen Simulation des elektromagnetisches Rührens während des Aufguss- und Erstarrungsprozesses bei der Herstellung von Stahl-Bronze Verbund material”, Österreichische Forschungsförderungsgesellschaft (FFG) un Leibnica Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūts, 2014-2015.

“Numerischen simulation des induktiven Oberflächen-Aufschmelzens innerhalb eines Zylinders aus einem Stahl-Weißmetall Verbundmaterial (Ring Surface Remelting)”, Österreichische Forschungsförderungsgesellschaft (FFG) un Leibnica Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūts, 2014-2015.

Mācību materiāla “Optimization and control systems in electrotechnologies. Intensive Course Specific III” sadaļas “Free surface control in induction melting applications” autors “TEMPUS - Trans-European Mobility Programme for University Studies” projekta ietvaros, Vides un tehnoloģisko procesu matemātiskās modelēšanas laboratorija, Latvijas Universitāte un Leibnica Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūts, 2013-2014.

### Zinātniskās publikācijas

- [dis 1] **Spitans S.**, Jakovics A., Baake E., Nacke B. Numerical Modelling of Free Surface Dynamics of Melt in an Alternate Electromagnetic Field. Part I. Implementation and verification of model. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 2013, vol. 44/3, 593.-605. lpp., Vācija.
- [dis 2] **Spitans S.**, Baake E., Nacke B., Jakovics A. Numerical Modelling of Free Surface Dynamics of Melt in an Alternate Electromagnetic Field. Part II. Conventional electromagnetic levitation. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 2015, Vācija. (pieņemts publicēšanai)
- [dis 3] **Spitans S.**, Baake E., Nacke B., Jakovics A. New technology for large scale electromagnetic levitation melting of metals. *Magnetohydrodynamics*, 2015, vol. 51, No. 1, 121.-132. lpp., Latvija.
- [dis 4] **Spitans S.**, Baake E., Jakovics A., Franz H. Numerical simulation of electromagnetic levitation in a cold crucible furnace. *Magnetohydrodynamics*, 2015, vol. 51, No. 3, 249.-259. lpp., Latvija.
- [dis 5] **Spitans S.**, Baake E., Jakovics A. New technology for electromagnetic levitation melting of metals. *Applied mechanics and materials*, 2015, vol. 698, 237.-244. lpp., Šveice.
- [dis 6] **Spitans S.**, Jakovics A., Baake E., Nacke B. A numerical model for coupled free surface and liquid metal flow calculation in electromagnetic field. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2014, vol. 44, 171.-182. lpp., Nīderlande.
- [dis 7] **Spitans S.**, Jakovics A., Baake E., Nacke B. Numerical modelling of free surface dynamics of conductive melt in the induction crucible furnace. *Magnetohydrodynamics*, 2010, vol. 46, No. 4, 317.-328. lpp., Latvija.
- [dis 8] **Spitans S.**, Jakovics A., Baake E., Nacke B. Numerical modelling of free surface dynamics of melt in an alternate electromagnetic field. *Magnetohydrodynamics*, 2011, vol. 47, No. 4, 461.-473. lpp., Latvija.
- [dis 9] **Spitans S.**, Jakovics A., Baake E., Nacke B. Numerical modelling of free surface dynamics of melt in alternate electromagnetic field. *Journal of iron and steel research international*, 2012, vol. 19, suppl. 1-1, 531.-535. lpp., Ķīna.

[dis 10] **Spitans S.**, Baake E., Jakovics A. A new approach for coupled simulation of liquid metal flow, free surface dynamics and electromagnetic field in induction furnaces. *Elektrowärme International*, 2013, vol. 4., 55.-61. lpp., Vācija.

#### **Publikācijas starptautisko zinātnisko konferenču rakstu krājumos**

[dis 11] **Spitans S.**, Jakovičs A., Nacke B., Baake E. Numerical modelling of free surface dynamics of melt in Induction Crucible Furnace. *6<sup>th</sup> International Scientific Colloquium on Modelling for Material Processing* - Rīga, Latvija, 2010. gada 16.-17. septembris. Mutiskais referāts un publikācija konferences rakstu krājumā: 247.-252. lpp.

[dis 12] **Spitans S.**, Jakovičs A., Nacke B., Baake E. Numerical modelling of free surface dynamics of melt in Induction Crucible Furnace. *8<sup>th</sup> PAMIR International Conference on Fundamental and Applied MHD* – Borgo, Francija, 2011. gada 5.-11. septembris. Mutiskais referāts un publikācija konferences rakstu krājumā: 677.-681. lpp.

[dis 13] **Spitans S.**, Jakovičs A., Nacke B., Baake E. Numerical modelling of free surface dynamics of melt in an alternate electromagnetic field. *XVII Congress UIE* – Sankt-Pēterburga, Krievija, 2012. gada 21.-25. maijs. Mutiskais referāts un publikācija konferences elektroniskajā rakstu krājumā.

[dis 14] **Spitans S.**, Jakovičs A., Nacke B., Baake E. Numerical modelling of free surface dynamics of melt in an alternate electromagnetic field. *7<sup>th</sup> International Conference on Electromagnetic Processing of Materials* – Pekina, Ķīna, 2012. gada 22.-26. oktobris. Publikācija konferences rakstu elektroniskajā krājumā.

[dis 15] **Spitans S.**, Jakovičs A., Nacke B., Baake E. Development, verification and application of numerical model for coupled free surface and liquid metal flow calculation in electromagnetic field. *International Conference on Heating by Electromagnetic Sources HES-13* – Padova, Itālija, 2013. gada 21.-24. maijs. Mutiskais referāts un publikācija konferences rakstu krājumā: 279.-286. lpp.

[dis 16] Baake E., **Spitans S.**, Jakovičs A. New technology for electromagnetic levitation melting of metals. *International Conference on Heating by Electromagnetic Sources HES-13* – Padova, Itālija, 2013. gada 21.-24. maijs. Stenda referāts un publikācija konferences rakstu krājumā (addendum): 1.-8. lpp.

[dis 17] **Spitans S.**, Baake E., Jakovičs A. Coupled electromagnetic and hydrodynamic calculation of free surface dynamics and turbulent flow for induction melting applications. *XV International Conference “Complex Systems: Control and Modeling Problems”* - Samāra, Krievija, 2013. gada 25.-28. jūnijs. Neklātienas dalība ar publikāciju konferences rakstu krājumā: 55.-65. lpp.

[dis 18] **Spitans S.**, Jakovičs A., Baake E., Nacke B. Development, verification and application of numerical model for coupled free surface and liquid metal flow calculation in electromagnetic field. *7<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Multiphase Flow* – La Coruna, Spānija, 2013. gada 3.-5. jūlijs. Mutiskais referāts un publikācija konferences rakstu krājumā: 49.-61. lpp.

[dis 19] **Spitans S.**, Baake E., Jakovičs A., Franz, H. Numerical simulation of electromagnetic levitation in a cold crucible furnace. *International Conference on Fundamental and Applied MHD, Thermo acoustic and Space technologies* – Rīga, Latvija, 2014. gada 16.-20. jūnijs. Mutiskais referāts un publikācija konferences rakstu krājumā: 256.-260. lpp.

[dis 20] **Spitans S.**, Baake E., Nacke B., Jakovičs A. 3D LES two-phase flow simulation of conventional electromagnetic levitation melting experiment. *International Conference on Fundamental and Applied MHD, Thermo acoustic and Space technologies* – Rīga,

Latvija, 2014. gada 16.-20. jūnijs. Publikācija konferences rakstu krājumā: 261.-265. lpp.

- [dis 21] **Spitans S.**, Baake E., Nacke B., Jakovičs A. Coupled 3D Simulation of Free Surface Dynamics and Liquid Metal Flow in EM Levitation Melting Furnaces. *7<sup>th</sup> International Scientific Colloquium on Modelling for Electromagnetic Processing* – Hannovere, Vācija, 2014. gada 16.-19. septembris. Mutiskais referāts un publikācija konferences rakstu krājumā: 195.-202. lpp.
- [dis 22] **Spitans S.**, Baake E., Jakovičs A. Electromagnetic levitation melting of metals on a large scale. Part I: simulation. *8<sup>th</sup> International Conference on Electromagnetic Processing of Materials* – Cannes, Francija, 2015. Gada 12.-16. oktobris. (pieņemts).
- [dis 23] **Spitans S.**, Baake E., Jakovičs A. Electromagnetic levitation melting of metals on a large scale. Part II: experiments. *8<sup>th</sup> International Conference on Electromagnetic Processing of Materials* – Cannes, Francija, 2015. Gada 12.-16. oktobris. (pieņemts).

#### **Dalība pārējās konferencēs un semināros**

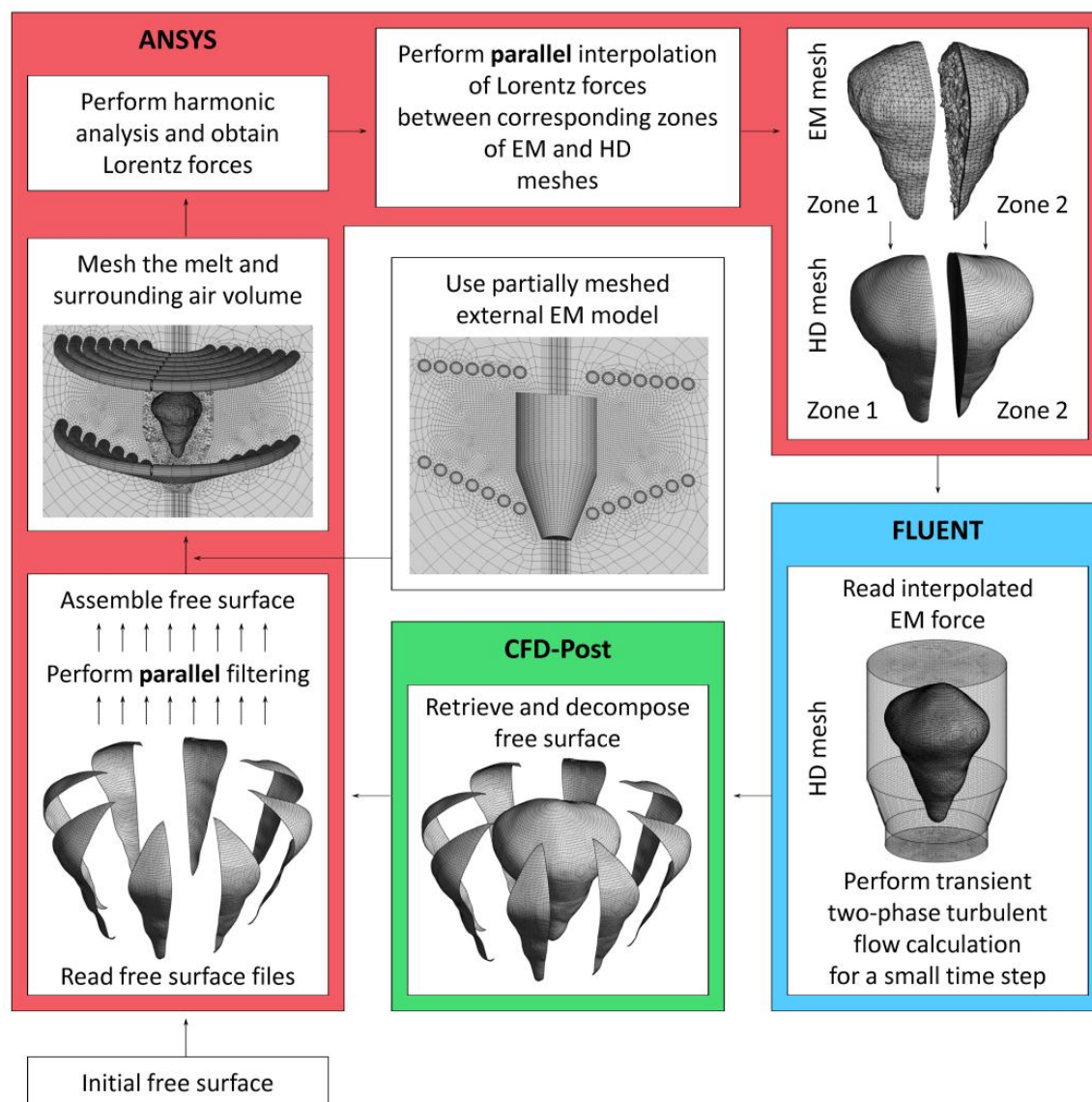
- [dis 24] **Spitans S.**, Jakovičs A., Nacke B., Baake E. Coupled electromagnetic and hydrodynamic numerical calculation of free surface dynamics of melt in Induction Crucible Furnace. *16<sup>th</sup> International Conference on Mathematical Modelling and Analysis* – Sigulda, Latvija, 2011. gada 25.-28. maijs. Konferences abstraktu grāmata: 125. lpp.
- [dis 25] **Spitans S.**, Baake E., Nacke B., Jakovičs A. New technology for electromagnetic levitation melting of metals. *549. WE-Heraeus-Seminar on Liquid Metal MHD* – Bad Honnef, Vācija, 2013. gada 15.-18. oktobris.
- [dis 26] **Spitans S.**, Baake E., Nacke, B., Jakovičs A. Electromagnetic levitation of a large scale liquid metal volume in horizontal field. *International Workshop Elektroprozesstechnik* – Ilmenau, Vācija, 2014. gada 4.-5. septembris. Publicēts semināra rakstu krājumā.
- [dis 27] **Spitans S.**, Baake E., Nacke, B., Jakovičs A. Electromagnetic levitation melting of metals in two frequency fields. *73<sup>rd</sup> scientific conference of University of Latvia* – Rīga, Latvija, 2015. gada 19.-20. februāris.

# PROMOCIJAS DARBA IZKLĀSTS

## 1. Skaitliskais modelis

### 1.1. Realizācija

Šķidrā metāla EM inducētās turbulentās plūsmas un brīvās virsmas dinamikas skaitliskais aprēķins harmoniskā laukā tiek realizēts cikliski sasaistot EM lauka un *Lorenca* spēka aprēķinu pie fiksētas kausējuma brīvās virsmas ar divfāžu HD problēmas nestacionāru atrisinājumu pie fiksēta *Lorenca* spēka pietiekami mazam laika intervālam [dis 1] (Attēls 2).



Attēls 2. Elektrovadoša kausējuma turbulentās plūsmas ar brīvo virsmu EM laukā skaitliskā modeļa realizācija

Ignorējot nobīdes strāvas, brīvo lādiņu un šķidrā metāla plūsmas radīto EM lauku, kā arī pieņemot, ka materiālu īpašības ir neatkarīgas no temperatūras un EM lauka, vienkāršotie *Maksvela* vienādojumi kopā ar *Oma* likumu tiek risināti ar galīgo elementu programmu *ANSYS* kvazistacionārā tuvinājumā. *Lorenca* spēka blīvums (parasti tikai stacionārā daļa) tiek aprēķināta kausējuma tilpumā.

Iegūtais *Lorenca* spēks tiek iekļauts nestacionārās izotermiskās divfāžu plūsmas aprēķinā galīgo tilpumu programmā *FLUENT*. *Navjē-Stoksa* vienādojums nesaspiežamam šķidrumam tiek sasaistīts ar pārnese vienādojumu skalāram laukam (*VOF*), kas modelē divas nesamaisošās fāzes (šķidro metālu un gāzi). Virsmas spraigums tiek ievērots, izmantojot nepārtraukto brīvās

virsmas spriegumu modeli [62]. Turbulences aprakstam tiek izmantoti standarta  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  SST vai LES Smagorinsky-Lilly modeļi.

EM un HD problēmu ārējā sasaiste tiek realizēta ar *batch* failu. Papildus tiek izpildīta procedūra kausējuma brīvās virsmas filtrēšanai pirms katra jauna *Lorenca* spēka aprēķina, kā arī, izmantojot pašrakstītus paralelizācijas algoritmus [dis 2], optimizēta modeļa ātrdarbība.

## 1.2. Verifikācija

### 1.2.1. Volume of Fluid (VOF) algorithms

Kausējuma brīvās virsmas dinamikas aprakstam tiek lietots *VOF* algoritms. Izmantojot šo pašu algoritmu, *Berry et. al.* [57] skaitliski modelēja levitējošās kausējuma pīles formas brīvās oscilācijas, bet neieguva labu sakrītību ar svārstību analītisko atrisinājumu [14].

Ar mērķi pārbaudīt *VOF* algoritma precizitāti, tiek modelētas kausējuma pīles svārstību pamatmodas 2D plaknes tuvinājumā [dis 2]. Saskaņā ar mazo noviržu analītisko atrisinājumu [14] pīles formas svārstības polārajās koordinātēs  $(r, \theta)$  ir aprakstāmas ar izteiksmi

$$\frac{r(\theta, t)}{R} = 1 + \varepsilon \cdot \cos(2\theta) \cdot \cos(\omega t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1)$$

kur  $R$  ir pīles neperturbēts rādiuss un  $\varepsilon$  ir sākuma perturbācija. Svārstību frekvence  $\omega$  un raksturīgais rimstošo svārstību laiks  $\tau$  ir izsakāmas ar kausējuma un apkārt esošās gāzes virsmas spraigumu  $\gamma$ , blīvumiem  $\rho$  un dinamiskajām viskozitātēm  $\eta$

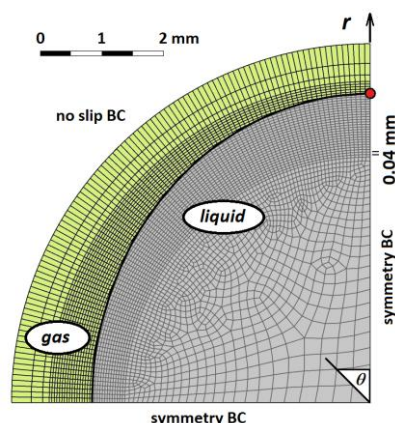
$$\omega^2 = \frac{6\gamma}{R^3(\rho_l + \rho_g)}, \quad \tau = \frac{R^2(\rho_l + \rho_g)}{4(\eta_l + 3\eta_g)}. \quad (2)$$

Gāzes fāzes ietekmi var neievērot, ja  $\rho_l \gg \rho_g$  un  $\eta_l \gg 3\eta_g$ .

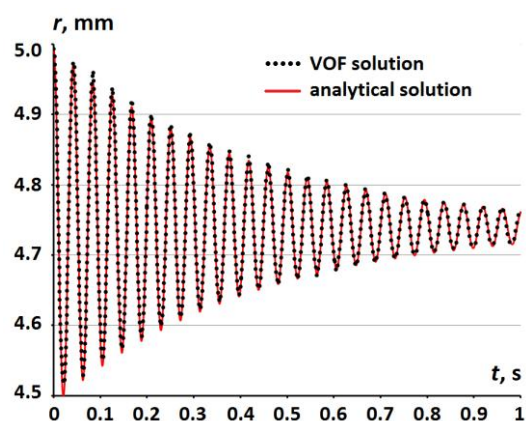
Ņemot vērā svārstību pamatmodas simetriju tiek modelēta pīles ceturtdaļa (Attēls 3) un analizētas pīles svārstības punktā  $r(\theta = 0, t)$ . Iegūtais skaitliskais risinājums, izmantojot virsmas spraigumu un viskozitāti kā brīvos parametrus (Attēls 4), tiek aproksimēts ar analītisku formulu. Tā rezultātā starpība starp skaitliskajā *VOF* aprēķinā uzdotajām un aproksimācijas ceļā noteiktajām materiāla īpašībām izrādījās mazāka par 3% (

Tabula 1).

*VOF* algoritma precizitāte ir verificēta un uzskatāma par pietiekamu kausējuma lāses brīvo svārstību aprakstam.



Attēls 3. Skaitliskais režģis *VOF* aprēķinam, robežnosacījumi un pīles sākuma forma



Attēls 4. *VOF* aprēķins (punkti) un analītiskā aproksimācija (sarkanā līnija) pīles svārstību dinamikai

**Tabula 1.** Kausējuma īpašības, kas uzdotas formas svārstību aprēķinam ar *VOF* metodi, un noteiktas pēc skaitlisko rezultātu aproksimācijas ar analītisko atrisinājumu

<i>Kausējuma īpašības</i>	<i>Īpašības, uzdotas VOF aprēķinam</i>	<i>Īpašības, iegūtas no VOF rezultātu analītiskās aproksimācijas</i>
$\rho_l$ , kg/m <sup>3</sup>	2300	-
$\gamma_l$ , N/m	0.9	0.9228 (2.53 %)
$\eta_l$ , Pa·s	0.03	0.0305 (1.73 %)

### 1.2.2. Klasiskā EM levitācijas kausēšana

Tiek apskatīta mazas alumīnija porcijas ( $m = 18,6$  g.) EM kausēšana klasiskajā levitācijas iekārtā [dis 2]. Šis eksperiments tika veikts divdesmitā gadsimta piecdesmitajos gados [6], tas ir plaši pazīstams un citējams levitācijas pētījumos, taču nesatur kvantificējamus rezultātus par brīvās virsmas formu un raksturu.

Tieši tāpēc tika izveidots identisks induktors (Attēls 5, a) un eksperiments tika atkārtots laboratorijā gan gaisā pie intensīvas brīvās virsmas oksidācijas, gan inertā argona atmosfērā. Tika novērota cilindriska alumīnija parauga intensīva rotācija un centrālās spēku izraisīta nevēlama šlakstīšanās paraugam kūstot, kā arī alumīnija iztecēšana brīdī, kad vēl neizkususi daļa tiek ierauta un sāk cirkulēt kausējuma plūsmā. Izdevās izkausēt vairākus mazākus paraugus vienlaicīgi, tādējādi parādot augstas maiņstrāvas frekvences izmantošanas tehnoloģiskās priekšrocības. Apstrādājot eksperimentālos datus tika iegūta levitējošā kausējuma laika vidējotā brīvās virsmas forma (Attēls 5, b), kā arī gūts priekšstats par brīvās virsmas nestacionāro raksturu pilnīgi attīstītas plūsmas režīmā.



**Attēls 5.** Induktors klasiskā levitācijas eksperimenta atkārtošanai [6] (a) un laikā vidējotā levitējošā izkausētā alumīnija ( $m = 18.6$  g) brīvās virsmas forma (b)

Izmantojot izstrādāto modeli ar dažādiem tuvinājumiem [dis 2], tika veikti levitējošā kausējuma plūsmas un formas aprēķini. Sākumā tika atrasta stacionāra kausējuma forma 2D hidrostatiskā tuvinājumā (Attēls 7, a).

2D plūsmas aprēķinā bez turbulences modeļa, kurā disipāciju nodrošina tikai kausējuma molekulārā viskozitāte, momentāni tika sasniegti ātrumi virs 1 m/s un kausējums iztecēja pie simmetrijas ass.

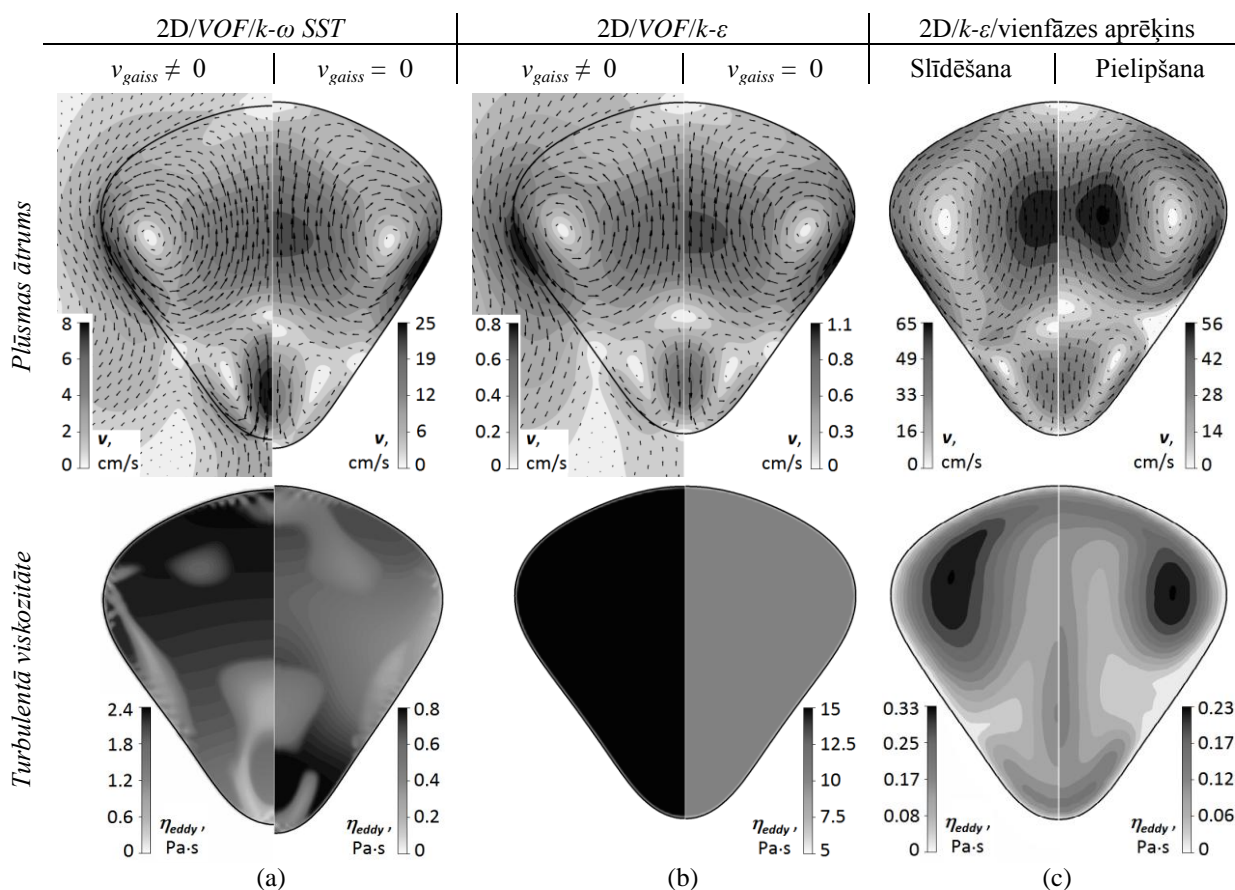
2D tuvinājumā tika aprobēti  $k-\varepsilon$  un  $k-\omega$  SST turbulences modeļi (Attēls 6, a un b). Abos gadījumos pilnīgi attīstīta plūsma izrādījās stacionāra un kausējuma forma bija labā atbilstībā ar hidrostatisko tuvinājumu un *Bojarevics et. al.* modeļa rezultātiem. Turpretī, izmērītais laikā vidējotais pīles augstums bija par 20% lielāks, kas liecināja par lielākiem sasniegtajiem plūsmas ātrumiem eksperimentā.

Izmantojot *VOF* metodi, lai izvairītos no gāzes nefizikālās paātrināšanas *Lorenca* spēku ietekmē, rodas nepieciešamība apkārtējo gāzi „apstādināt” [dis 1]. Tāpēc šiem modeļiem tika pārbaudīta apkārtējās gāzes kustības ietekme uz kausējuma plūsmu, kurai, mazā gāzes blīvuma un viskozitātes dēļ, vajadzētu būt nebūtiskai. Turpretī, tika konstatēts skaitlisks efekts, ka



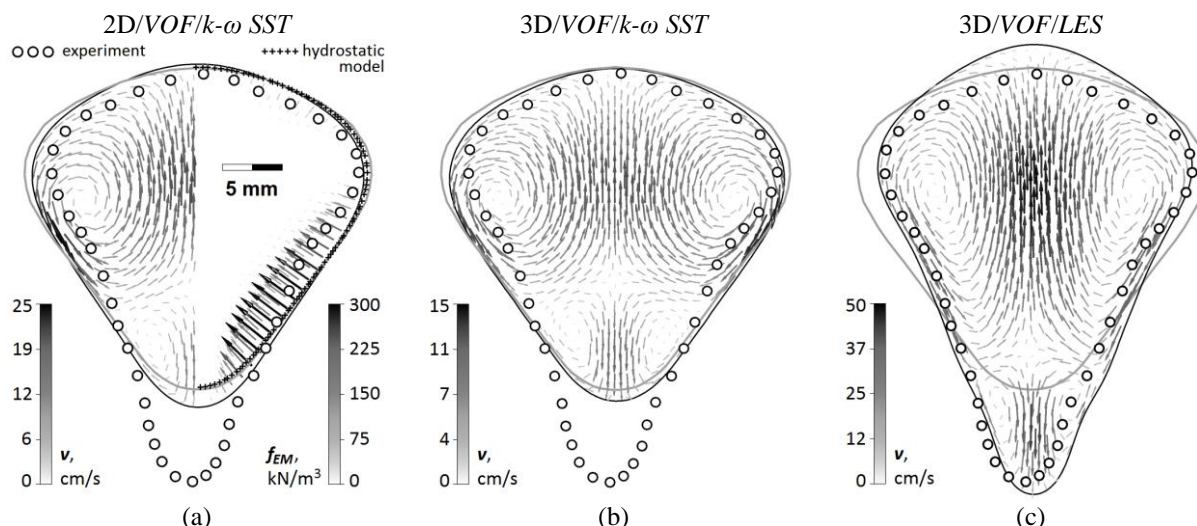
„apstādinot” gāzes fāzi, kausējumā tiek ģenerēta mazāka turbulentā viskozitāte un sasniegti lielāki ātrumi (Attēls 6, a un b). Izmantojot 2D/*VOF*/*k-ε* modeļa aprēķināto stacionāro brīvās virsmas formu, tika ģenerēts jauns režģis 2D vienfāzes plūsmas aprēķinam ar *k-ε* turbulences modeli un divu veidu ātruma robežnosacījumiem uz brīvās virsmas: pielipšanu vai slīdēšanu (Attēls 6, c). Iegūtie vienfāzes plūsmas rezultāti parādīja, ka veicot levitējošā kausējuma formas un plūsmas 2D aprēķinu ar *VOF* algoritmu un *k-ε* vai *k-ω SST* turbulences modeļiem tiek pārvērtēta turbulentā viskozitāte, kas neļauj attīstīties lielākiem plūsmas ātrumiem.

Veiktajos 2D/*VOF*/*k-ω SST* aprēķinos ar gāzes fāzes „apstādināšanu” tika sasniegts maksimāls ātrums 25 cm/s – tā bija vislabākā atbilstība ar 30 cm/s maksimālo ātrumu, iegūtu *Bojarevics et. al.* simulācijā.

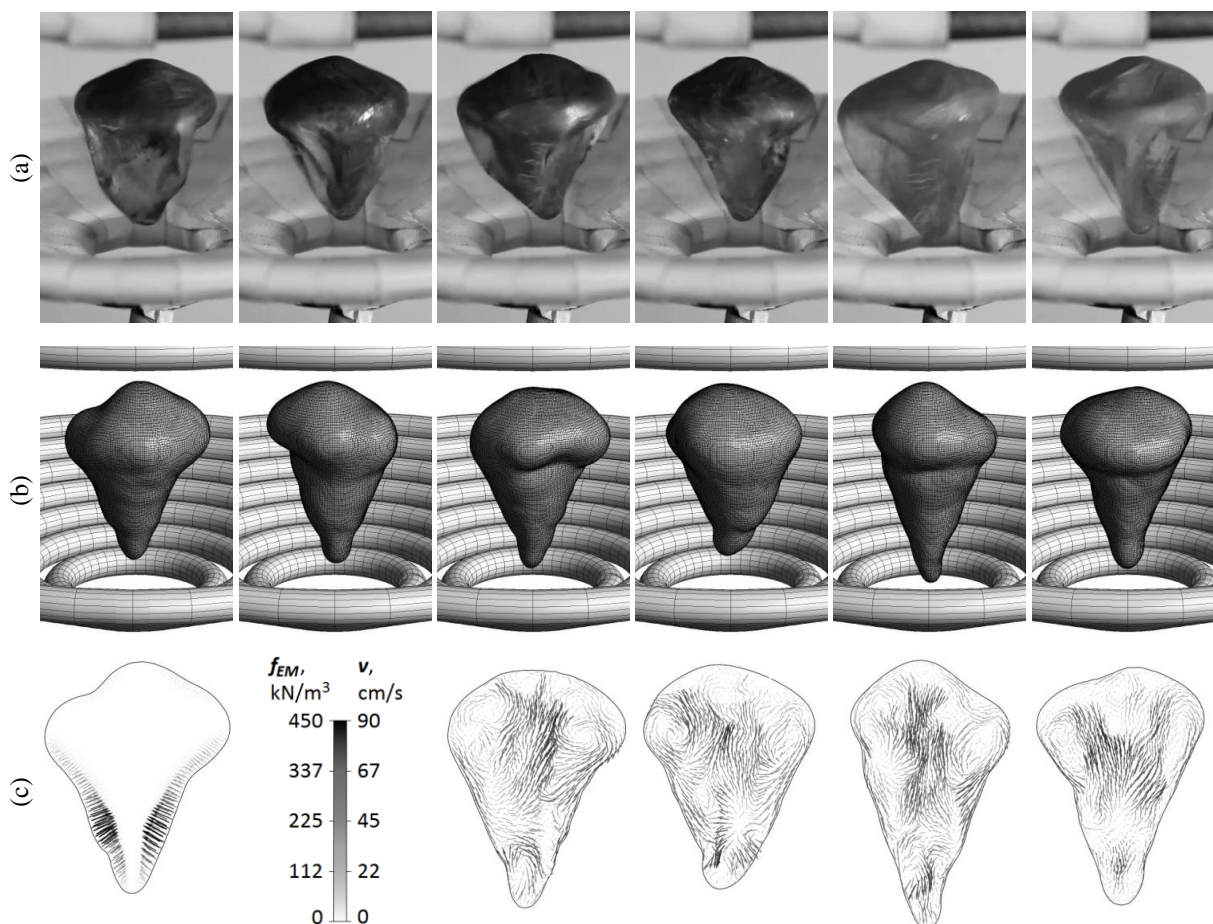


**Attēls 6.** Pilnīgi attīstīta kausējuma forma, plūsma un turbulentās viskozitātes sadalījums levitējošā pilē, iegūti ar 2D *VOF* aprēķinu ar *k-ω SST* (a) un *k-ε* (b) turbulences modeļiem. Aprēķini veikti bez apkārtējās gāzes ātruma korekcijas (pa kreisi no simetrijas ass) un apstādinot gāzes fāzi katrā laika solī (pa labi no simetrijas ass). Iegūtā kausējuma stacionārā forma un pozīcija izmantota vienfāzes turbulentās plūsmas aprēķinam ar slīdēšanas (pa kreisi no simetrijas ass) un pielipšanas robežnosacījumiem (pa labi no simetrijas ass) uz fiksētās brīvās virsmas (c)

Salīdzinājumā ar stacionāru divu torroidālu virpuļu plūsmu un stacionāru brīvās virsmas formu, iegūtu ar nestacionāru 2D un 3D *VOF*/*k-ω SST* aprēķinu (Attēls 7, a un b), kā arī *Bojarevics et. al.* nestacionāro 2D *k-ω* aprēķinu, plūsmas sīkstrukturās, kas izšķirtas ar *LES* modeli, ātrumi sasniedz 1 m/s (Attēls 8, c) un hidrodinamiskā spiediena dēļ perturbē pīles virsmu. Līdz ar to levitācijas eksperimentā novērotās šķidrā alumīnija virsmas oscilācijas pilnīgi attīstītās plūsmas režīmā (Attēls 8, a), ir labā kvalitatīvā atbilstībā ar 3D/*VOF*/*LES* nestacionāra aprēķina rezultātiem (Attēls 8, b). Bez tam, lielāki laikā vidējo plūsmas ātrumi, aprēķināti ar 3D/*VOF*/*LES* modeli, izstiep pīli simetrijas ass virzienā un ļauj iegūt daudz labāku atbilstību eksperimentāli izmērītajai formai (Attēls 7, c).



**Attēls 7.** Eksperimentāli noteiktā laikā vidēji notikusi levitējošās pīles brīvās virsmas formas (punkti), salīdzinājumā ar *Bojarevics et. al.* skaitliskā (pelēkā līnija) un mūsu 2D/VOF hidrostatiskā (krustiņi) (a), 2D/VOF/ $k-\omega$  SST (a), 3D/VOF/ $k-\omega$  SST (b), 3D/VOF/LES (c) aprēķina rezultātiem (melnās līnijas) ar apkārtējās gāzes ātruma korekciju

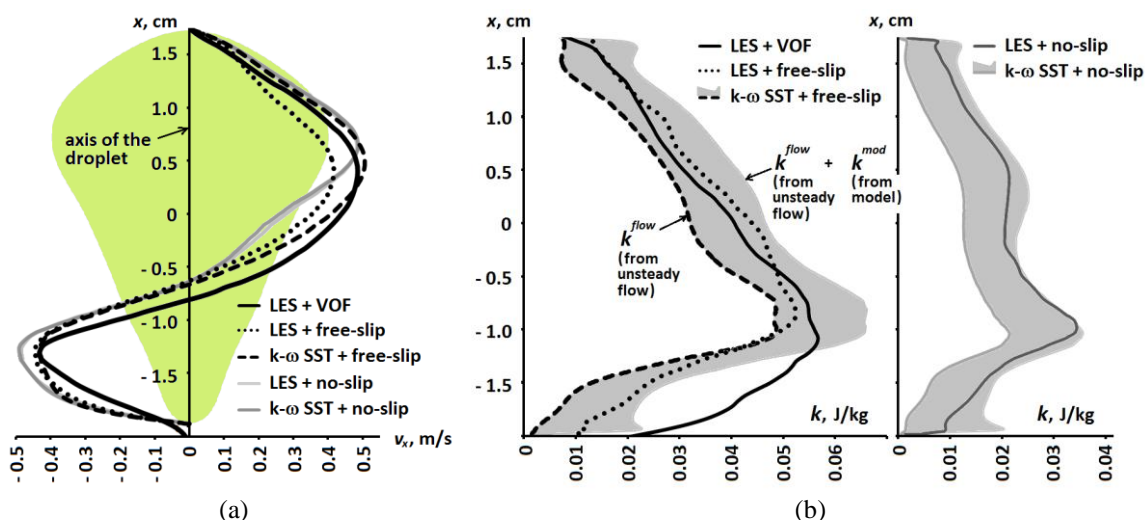


**Attēls 8.** Kvalitatīva atbilstība starp eksperimentāli novērotajām (a) un skaitliski aprēķinātajām (b) nestacionārās brīvās virsmas formām, kā arī *Lorenca* spēka sadalījums pie konkrētās kausējuma formas un momentālās plūsmas, aprēķinātas ar 3D/VOF/LES modeli (c)

Bez tam, veiktās parametru studijas liecina, ka  $VOF/k-\omega$  SST modelis paredz levitāciju pie daudz mazākām induktora strāvas vērtībām. Savukārt, 3D/VOF/LES aprēķinā un eksperimentā strāvas vērtības  $I_{ef} < 600$  A bija nepietiekamas kausējuma bezkontakta noturēšanai, kā rezultātā tas iztecēja.

Tālāk, izmantojot 3D/VOF/LES aprēķinā iegūto laikā vidējoto kausējuma formu, tika veikti 3D vienfāzes  $k-\omega$  SST un LES nestacionārie aprēķini ar fiksētu brīvo virsmu, uz kuras tika uzdots ātruma pielipšanas nosacījums vienā gadījumā un brīvās slīdēšanas nosacījums otrā gadījumā. Tika iegūta laba atbilstība laikā vidētajai plūsmai (Attēls 9, a) un turbulences kinētiskās enerģijas sadalījumam (Attēls 9, b) starp 3D/VOF/LES aprēķinu un vienfāzes 3D/LES, 3D/ $k-\omega$  SST aprēķiniem ar brīvās slīdēšanas robežnosacījumu uz brīvās virsmas. Tas apstiprināja sagaidāmo rezultātu, ka apkārtējā gaisa „apstādināšana” divfāžu modeļa formulējumā neietekmē levitējošā kausējuma plūsmu, kā arī to, ka turbulentās plūsmas īpašības ar 3D/VOF/LES modeli tiek aprakstītas korekti.

Laikā vidējie turbulents viskozitātes sadalījumi, kas iegūti vienfāzes 3D/ $k-\omega$  SST aprēķinos, ļāva apstiprināt, ka VOF/ $k-\varepsilon$  un VOF/ $k-\omega$  SST modeļi pārvērtē turbulents viskozitātes maksimālās vērtības vairāk par divām kārtām, kas neizbēgami noved pie daudz mazākiem ātrumiem un „kvazi” hidrostatiskām brīvās virsmas formām EM levitējošās pīles gadījumā.



**Attēls 9.** Laikā vidējatās plūsmas ātruma aksiālā komponente (a) un turbulences kinētiskā enerģija uz levitējošās pīles vertikālās ass. Rezultāti iegūti ar divfāžu 3D/VOF/LES modeli, kā arī ar vienfāzes 3D/LES un 3D/ $k-\omega$  SST aprēķiniem lāses apgabalā ar fiksētu formu un gan brīvās slīdēšanas, gan pielipšanas ātruma robežnosacījumiem uz brīvās virsmas

### 1.2.3. Indukcijas krāsnis ar tīģeli

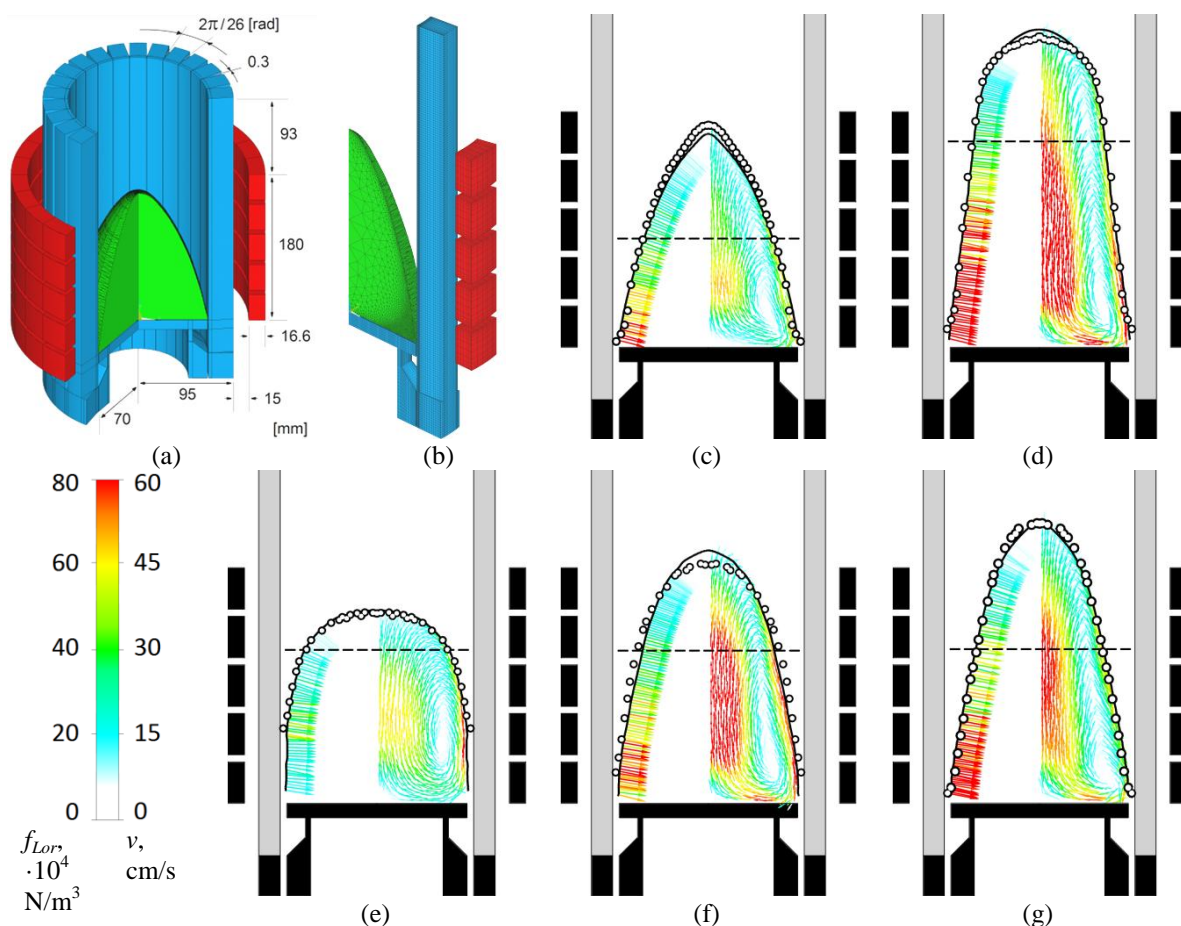
Stacionāras kausējuma brīvās virsmas aprēķinu rezultāti ar *VOF/k- $\omega$  SST* modeli uzrāda labu atbilstību citu autoru aprēķinu rezultātiem un esošiem kausējuma formas eksperimentālajiem mērījumiem divās indukcijas tīģelkrāsnīs un indukcijas krāsnī ar auksto tīģeļi pie dažādiem piepildījumiem un jaudas režīmiem (Attēls 10) [dis 1].

Kausējuma brīvās virsmas svārstību dinamikas raksturīgais periods aksiāli simmetriskā indukcijas tīģelkrāsnī ir novērtēts analītiski, pieņemot *Lorenca* spēka sadalījumu par nemainīgu [63]. Tas tuvināti izpildās, ja virsmas deformācijas, attiecībā pret sākuma piepildījuma augstumu ir mazas. Šis svārstību pamatperiods  $T_{theor}$  ir atkarīgs tikai no tīģeļa iekšējā rādiusa  $r_0$  un kausējuma sākuma piepildījuma  $h_0$  un tuvināti izsakāms ar izteiksmi

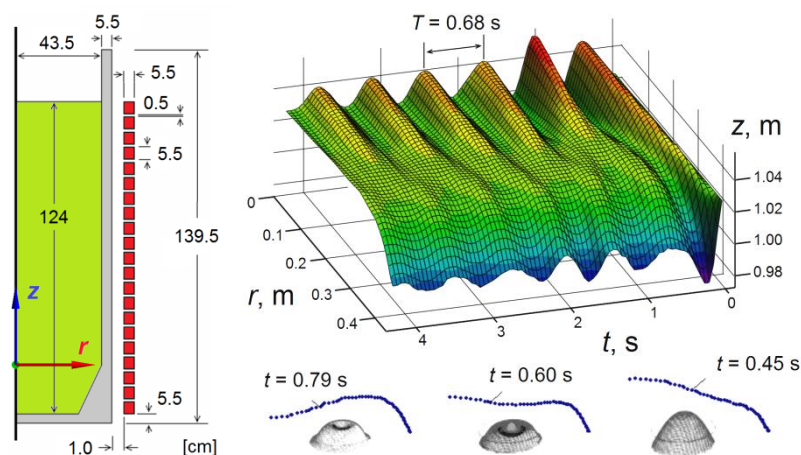
$$T_{theor} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0}{\lambda_1 \cdot g}} \tan\left(\frac{\lambda_1 \cdot h_0}{r_0}\right), \quad (3)$$

kur  $\lambda_1 = 3.83$  ir pirmās *Beseļa* funkcijas  $J_1$  atrisinājums, jeb  $J_1(\lambda_1) = 0$ .

Kausējuma brīvās virsmas profila dinamika apskatāmajā krāsnī ilustrē notiekošās regulārās svārstības un ļauj secināt, ka iegūtais vidējais brīvās virsmas svārstību periods  $T_{apr} = 0.68$  s mazāk par 1% atšķiras no tā teorētiska novērtējuma  $T_{teor} = 0.676$  s (Attēls 11) [dis 1].



**Attēls 10.** Indukcijas tīģelkrāsnis ar auksto tīģeļi ģeometrija (a) un režģis *Lorenca* spēka aprēķinam pie konkrētas meniska formas (b), kā arī izmērītā (punkti) [32] un aprēķinātā (līnija) stacionārā meniska forma, *Lorenca* spēka sadalījums (pa kreisi) un plūsma (pa labi) pie dažādiem piepildījumiem un jaudas režīmiem (c) – (g)



**Attēls 11.** 2D/VOF/ $k-\omega$  SST aprēķina rezultāti kausējuma brīvās virsmas profila dinamikai industriālā indukcijas tīģelkrāsnī, kā arī raksturīgo meniska formu salīdzinājums ar [63] aprēķināto

#### 1.2.4. EM levitācijas kausēšana indukcijas krāsnī ar auksto tīģeli

Tiek apskatīta izkausētā metāla levitācija indukcijas krāsnī ar auksto tīģeli [dis 4]. Uz doto brīdi nav izstrādāta vienota koncepcija šādas krāsns izveidei, tāpēc tika veikts zinātnisko rakstu apskats un apkopota pieredze tīģeļa ģeometrijas un citu parametru izvēlei tāda tipa iekārtu projektēšanā. Izmantojot skaitlisko modeli tika optimizēta induktora un aukstā tīģeļa ģeometrija, kā arī atrasta atbilstošs maiņstrāvas stiprums un frekvence, kas nodrošina 1 kg izkausētā titāna bezkontakta noturēšanu EM laukā.

Kausējuma levitācijas nodrošināšanai aukstajā tīģelī ļoti būtiska ir tīģeļa noteces atveres izmēra izvēle. No vienas puses, tai ir jābūt pietiekami mazai, lai būtu iespējams koncentrēt EM lauku un radīt lielāku lauka gradientu un mazāku kausējuma brīvās virsmas liekuma rādiusu. No otras puses ir jāspēj nodrošināt gan tīģeļa pirkstu dzesēšana, gan kausējuma iztecēšana bez kontakta ar tīģeli, līdz ar to, atverei tīģeļa dibenā ir jābūt pietiekami lielai. Jāatzīmē, ka izmantotā aukstā tīģeļa ģeometrija ļauj noturēt kausējumu teorētiski, bet eksperimentā levitācija būtu apgrūtināta pārāk tievo tīģeļa pirkstu pārkarsēšanas dēļ noteces zonā.

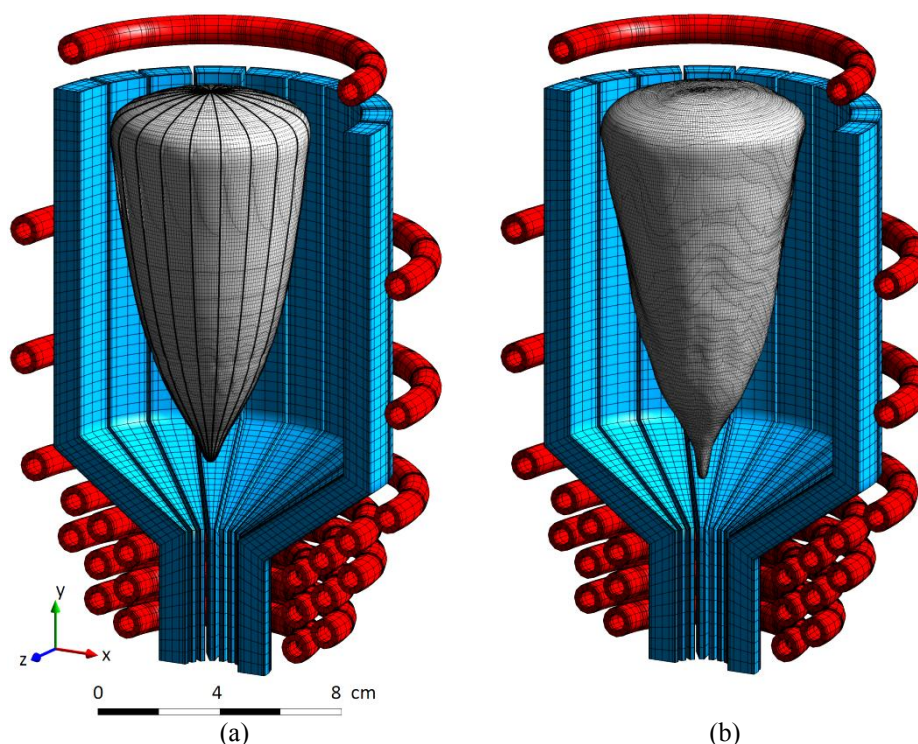
Tika salīdzināti rezultāti levitējošam šķidram titānam, kas iegūti ar diviem dažādiem skaitliskiem modeļiem: ar vienkāršotu vienas sekcijas VOF modeli ar  $k-\omega$  SST turbulences aprakstu (Attēls 12, a) un pilnu 3D/VOF modeli ar precizētu LES turbulences aprēķinu (Attēls 12, b). Sīkākās plūsmas struktūras, kas izšķirtas ar LES modeli, sasniedz ātrumus līdz pat 1 m/s un sekmē brīvās virsmas oscillācijas, kāmēr  $k-\omega$  SST modelis paredz stacionāru brīvās virsmas formu un plūsmas ainu ar divreiz mazāku maksimālo ātrumu.

Bez tam, 3D/VOF/LES rezultāti parāda, ka levitējošā kausējuma apakšējais punkts nav lokalizēts uz krāsns simmetrijas ass, bet svārstās ap to un šo svārstību amplitūda ir salīdzināma ar EM lauka skinslāņa biezumu. Līdz ar to, vidēji laikā kausējuma apakšējā punktā uz krāsns simmetrijas ass Lorenca spēks ir atšķirīgs no nulles. Tas kompensē 20% starpību starp hidrostatisko un virsmas spraiguma spiedienu un neļauj kausējumam iztecēt.

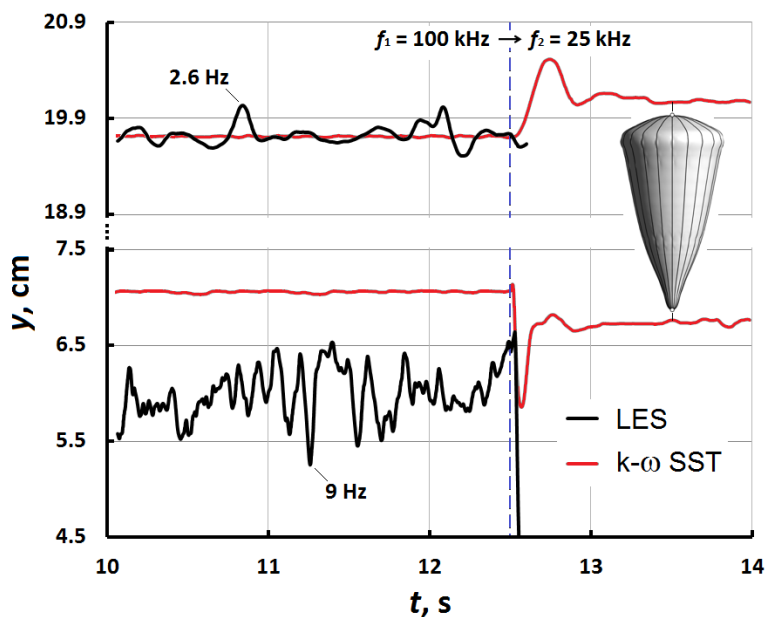
Savukārt  $k-\omega$  SST modelī, kur ņemta vērā tikai viena krāsns sekcija, modeļa vienkāršojuma dēļ kausējuma apakšējais punkts var kustēties tikai krāsns simmetrijas ass virzienā un tajā Lorenca spēks vienmēr ir nulle. Modelis paredz kausējuma levitāciju, taču hidrostatiskā un virsmas spraiguma spiedienu starpība kausējuma apakšējā punktā uz ass ir lielāka par 50%. Aprēķina rezultāti parāda, ka šis modelis levitējošā kausējuma mazajā apakšējā toroidālajā virpulī stipri pārvērtē turbulento viskozitāti, kas sasniedz līdz pat 1 Pa·s, tāpēc ievērojami viskozie spriegumi neļauj šķidram metālam apakšējā virpulī iztecēt pie simmetrijas ass (Attēls 13).

Šis efekts kļūst īpaši izteikts, kad maiņstrāvas frekvence abu modeļu nestacionāros aprēķinos tiek lēcienveidīgi samazināta līdz vērtībai, pie kuras levitējošā kausējuma apakšējā daļa kļūst caurspīdīga EM laukam. VOF/LES modelis paredz kausējuma iztecēšanu, savukārt, VOF/ $k-\omega$

SST modelis paredz kausējuma levitācijas saglabāšanos, kad hidrostatiska un virsmas spraiguma spiedienu starpība palielinās līdz pat 80% (Attēls 13).



Attēls 12. Momentāna šķidrā titāna forma ( $m = 1$  kg) indukcijas krāsnī ar auksto tīģeli pie 100 kHz, iegūta ar vienkāršotu VOF/ $k-\omega$  SST vienas sekcijas modeli (a) un pilnu 3D modeli ar VOF/LES turbulences aprakstu (b)



Attēls 13. Kausējuma augšējā un apakšējā brīvās virsmas punktu dinamika uz krāsns simetrijas ass, iegūtas ar 3D/VOF/LES (melnā līkne) un vienas sekcijas VOF/ $k-\omega$  SST modeli (sarkanā līkne). Maiņstrāvas frekvences lēcienveida samazināšana no 100 kHz uz 25 kHz (zilā līkne) noved pie kausējuma iztecēšanas 3D/VOF/LES modeli

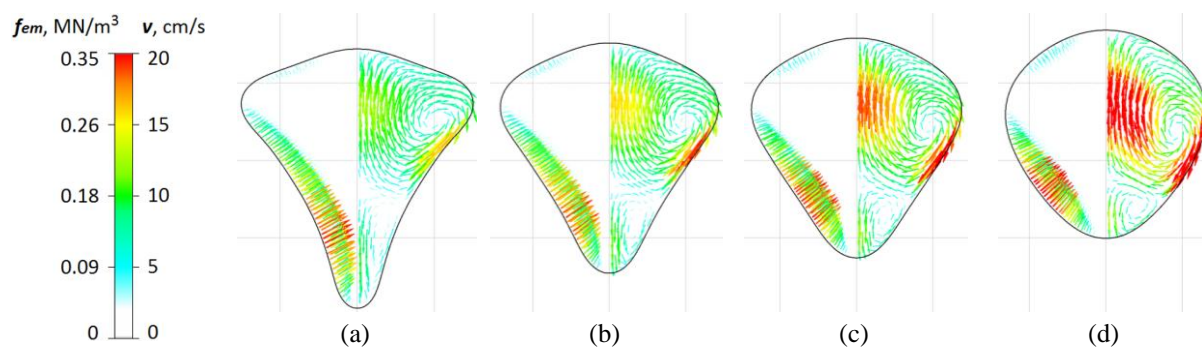
Aprēķinu rezultāti ļauj secināt, ka zināma turbulentās viskozitātes pārvertēšana VOF/ $k-\omega$  SST modelī noved ne tikai pie mazākām plūsmas ātrumu vērtībām, bet pie principiāli atšķirīgiem rezultātiem levitācijas aprēķinu gadījumā.

Sekmīga un plaša 3D/VOF/LES modeļa verifikācija ļauj secināt, ka aprēķinu algoritms ir korekts un lietojams indukcijas krāsns projektēšanai un kausējuma turbulentās plūsmas ar brīvo virsmu pētīšanai.

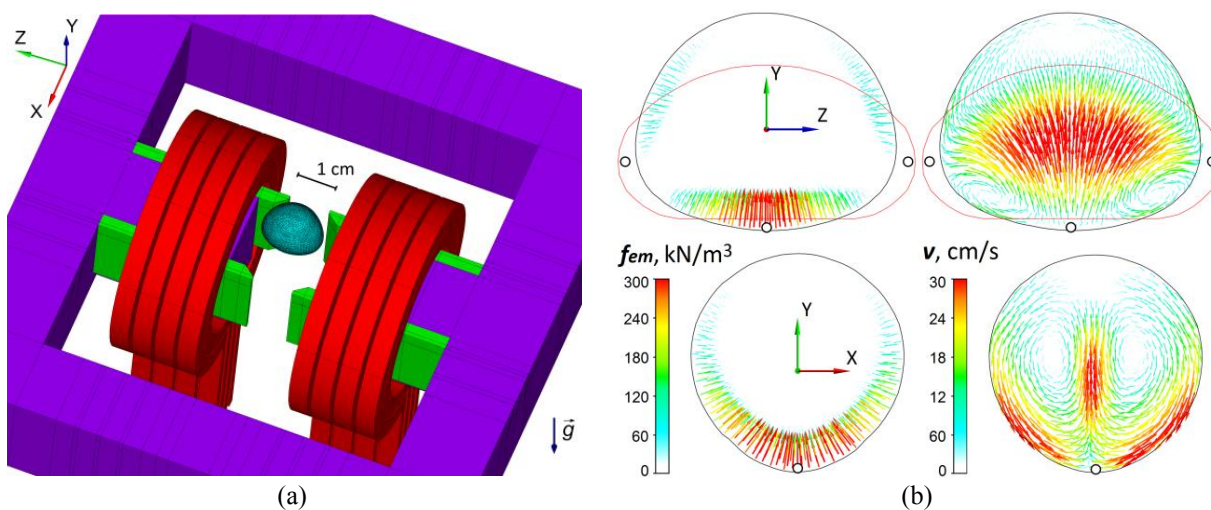
## 2. EM levitācijas kausēšana horizontālā laukā

### 2.1. Vienfrekvences horizontāls EM lauks

Darbā tiek meklētas EM levitācijas tehnoloģijas pielietojanas iespējās lielākas metāla masas kausēšanai bez aukstā tīģeļa [dis 3]. Parādīts, ka, izmantojot klasisko EM levitācijas realizāciju aksiāli simmetriskā vertikālā laukā (piem. Attēls 5), uz kausējuma porcijas simetrijas ass izzūd Lorenca spēki un šajā zonā kausējumu notur galvenokārt virsmas spraigums (Attēls 14). Tas nozīmē, ka šādā veidā var panākt tikai relatīvi mazas kausējuma masas levitāciju, kas neatbilst industriālām vajadzībām.



**Attēls 14.** 2D/VOF/k- $\omega$  SST modeļa aprēķinu rezultāti pilnīgi attīstītai izkausētā alumīnija formai, Lorenca spēka sadalījumam (pa kreisi) un plūsmai (pa labi), klasiskajā levitācijas induktorā [6] pie dažādām virsmas spraiguma vērtībām:  $\gamma = 0.2$  N/m (a),  $\gamma = 0.5$  N/m (b),  $\gamma = 0.94$  N/m (c),  $\gamma = 3.0$  N/m (d)



**Attēls 15.** 3D modelis izkausētā alumīnija ( $m = 4$  g) levitācijai vienfrekvences horizontālā lauka iekārtā (a) un 3D/VOF/k- $\omega$  SST modeļa rezultāti Lorenca spēka sadalījumam, kā arī pilnīgi attīstītai plūsmai un pīles formai, salīdzinājumā ar 2D aprēķinu (sarkanā līkne) [39] un eksperimentu (punkti) [39] (b)

Ar mērķi palielināt levitējošā kausējuma masu tiek izmantots horizontāls harmonisks EM lauks (Attēls 15, a). Šis lauks skinefekta dēļ pārdalās apkārt metāliskam paraugam un punktos, kur tas sazarojas, rodas līdzīga situācija kā vertikālā lauka gadījumā uz simetrijas ass (Attēls 14), kur Lorenca spēks ir nulle. Šāds Lorenca spēka sadalījums neļauj metālam iztecēt, tomēr sekmē šķidrā metāla lāses stiepšanos gar lauka līnijām līdz brīdim, kad virsmas spriegumi pīles galos kļūst pietiekami lieli (Attēls 15, b). Lielākas kausējuma masas gadījumā šāda lauka konfigurācija noved pie stipri izstieptām apgabala formām. Tai pašā laikā levitējošā kausējuma izmērs ir ierobežots ar telpu starp induktoriem vai magnetvada poliem. Dotā tipa iekārta ģenerē EM lauku, līdzīgu „laiviņas tipa” levitācijas induktoram [26].

Lai daļēji kompensēt šo Lorenca spēka nulles punktu ietekmi uz pīles horizontālo stiepšanos tiek apskatīta šķidrā metāla levitācija divos savstarpēji perpendikulāros horizontālos laukos ar

vienādu frekvenci. Pie fiksētas fāzes starp abiem laukiem iegūt stacionāru lāses brīvās virsmas formu neizdodas, jo rotējošā lauka komponente iegriež lāsi un centrālās spēku ietekmē tā izšķīst [dis 3].

Turpretī, neatkarīgi no sākuma fāzes, ja tā pietiekami ātri un lēcienveidīgi mainās par  $\pi$ , tad lauka pretējos virzienos rotējošās komponentes kompensējas, bet lauka komponentes, kas oscilē ortogonālajos virzienos ģenerē nepieciešamu simmetrisku spēka sadalījumu, kas neļauj lāsei stiepties noteiktā virzienā. Jāatzīmē, ka šādas precīzas lēcienveida fāzes izmaiņas ir grūti realizējamās eksperimentā.

## 2.2. Šķidrā metāla kolonas dinamika divfrekvenču EM laukā

Apskatot visvienkāršāko lineāro fāzes atkarību no laika  $\varphi(t) = \varphi \cdot t$  var secināt, ka matemātiski tas atbilst diviem EM laukiem, kas svārstās ar dažādām frekvencēm  $\omega_1 = 2\pi f_1$  un  $\omega_2 = \omega_1 + \varphi$ . Vienkāršotajā  $xy$ -plaknes formulējumā, *Lorenca* spēka komponentes izverstā formā divu frekvenču gadījumā sastāv no trīm daļām:

$$\begin{aligned}
 -f_{em}^x = & \frac{1}{2} \left\{ B_{y1}^{Re} \cdot J_{z1}^{Re} + B_{y1}^{Im} \cdot J_{z1}^{Im} + B_{y2}^{Re} \cdot J_{z2}^{Re} + B_{y2}^{Im} \cdot J_{z2}^{Im} \right\}^* \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \left[ B_{y1}^{Re} \cdot J_{z1}^{Re} - B_{y1}^{Im} \cdot J_{z1}^{Im} \right] \cdot \cos(2\omega_1 t) + \left[ B_{y2}^{Re} \cdot J_{z2}^{Re} - B_{y2}^{Im} \cdot J_{z2}^{Im} \right] \cdot \cos(2\omega_2 t) \right\}^{**} \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \left[ B_{y1}^{Re} \cdot J_{z2}^{Re} + B_{y2}^{Re} \cdot J_{z1}^{Re} - B_{y1}^{Im} \cdot J_{z2}^{Im} - B_{y2}^{Im} \cdot J_{z1}^{Im} \right] \cdot \cos((\omega_1 + \omega_2)t) \right. \\
 & \left. + \left[ B_{y1}^{Re} \cdot J_{z2}^{Re} + B_{y2}^{Re} \cdot J_{z1}^{Re} + B_{y1}^{Im} \cdot J_{z2}^{Im} + B_{y2}^{Im} \cdot J_{z1}^{Im} \right] \cdot \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \right\}^{***}
 \end{aligned} \tag{4}$$

kur  $B^{Re}$ ,  $B^{Im}$  un  $J^{Re}$ ,  $J^{Im}$  ir reālās un imaginārās magnētiskās indukcijas un strāvas blīvuma daļas. Apakšējie indeksi apzīmē telpisko komponenti un lauka frekvenci. Neievērojot „-” zīmi pirms spēka komponentes un apgriežot  $x$  un  $y$  indeksus var iegūt izteiksmi  $f_{em}^y$  [dis 3].

Pirmā spēka daļa  $\{ \}^*$  no laika nav atkarīga (ir stacionāra) un ir atrodama kā stacionāro spēku, aprēķināto katrā EM laukā atsevišķi, summa. Šī atziņa būtiski vienkāršo EM levitācijas aprēķinu vairāku frekvenču gadījumā.

Otrā daļa  $\{ \}^{**}$  svārstās ar divkāršotām EM lauka frekvencēm un to var neievērot, ja abas frekvences ir pietiekami lielas lai inerces dēļ kausējums nebūtu spējīgs reaģēt uz oscilējošu spēku.

Trešā daļa  $\{ \}^{***}$  sastāv no mijiedarbības locekļiem un nav jāievēro, ja gan abu frekvenču summa, gan to starpība ir pietiekami liela. Atbilstoši izvēloties abas EM lauka frekvences būtiska paliek tikai *Lorenca* spēka stacionārā daļa, kas ievērojami vienkāršo skaitlisko aprēķinu.

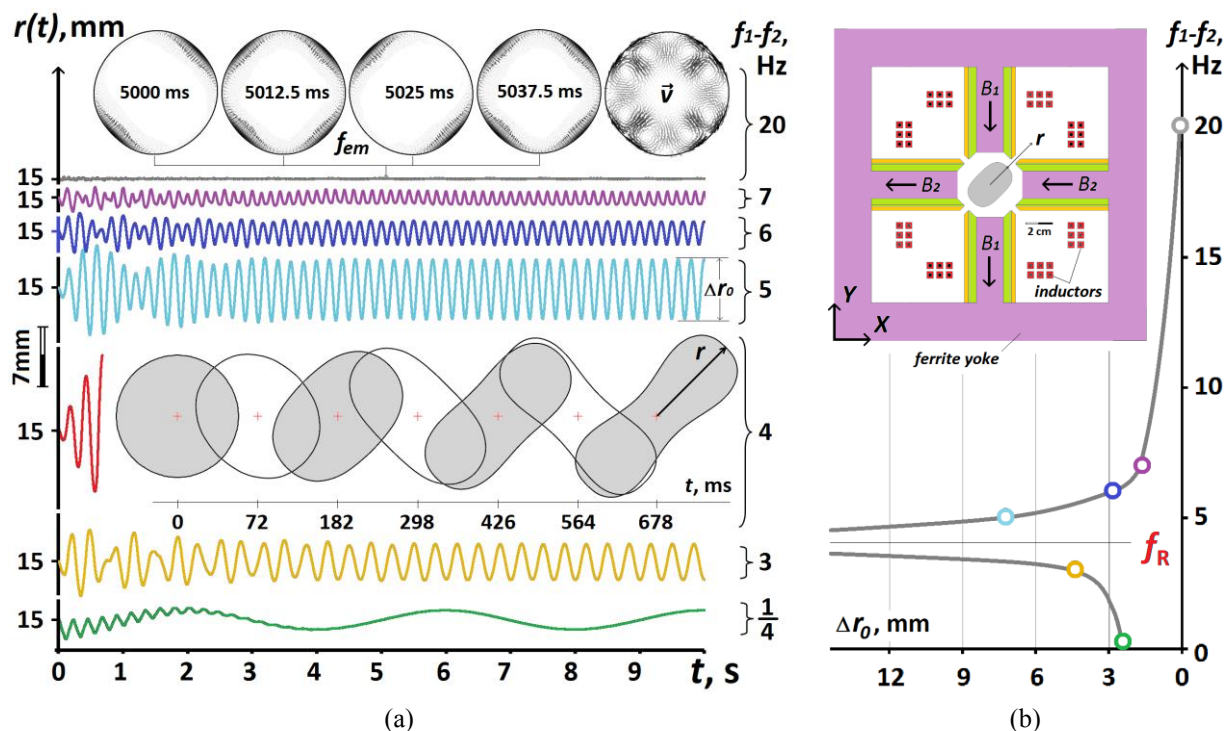
Tiek izveidots konceptuāls 2D modelis un tiek apskatītas šķidrā metāla kolonas svārstības divu frekvenču EM laukos [dis 3]. Tiek skaitliski meklēta kritiskā frekvenču starpība, pie kuras loceklis  $\cos((\omega_1 - \omega_2) t)$  spēka izteiksmē kļūst būtisks. Frekvence  $f_1$  mainās no 25000,25 Hz līdz 25020,00 Hz, bet frekvence  $f_2 = 25000,00$  Hz paliek nemainīga. Tā kā  $f_1$  un  $f_2$  ir pietiekami lielas, tad locekļi, kas satur  $\cos(2\omega_1)$ ,  $\cos(2\omega_2)$  un  $\cos((\omega_1 + \omega_2) t)$  ir atmeti un apskatīta tikai spēka stacionārā daļa un loceklis  $\cos((\omega_1 - \omega_2) t)$ . Katra laika solī *Lorenca* spēks tiek pārrēķināts atbilstoši jaunajai kausējuma formai un laika momentam. Laika momentā  $t = 0$  s kausējuma kolona ir nekustīga un cilindriska ar sākuma rādiusu  $R = 15$  mm. Tiek apskatītas kolonas rādiusa  $r(t)$  svārstības lielākas deformācijas virzienā pie dažādām  $f_1 - f_2$  (Attēls 16, a), kā arī noteikta pilnīgi attīstīto svarstību amplitūdas  $\Delta r_0 = r_{max} - r_{min}$  atkarība no  $f_1 - f_2$  (Attēls 16, b).

Tiek konstatēts, ka eksistē kritiskā frekvenču starpība, pie kuras novēro parametrisko rezonansi. Apskatāmajā ģeometrijā, šī frekvence ir 4 Hz, kas ir labā atbilstībā ar *Releja* frekvenci  $f_R$  [14] dotajai pilei 2D plaknes tuvinājumā



$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6\gamma}{R^3\rho}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6 \cdot 0.9}{0.015^3 \cdot 2300}} = 4.2 \text{ Hz.} \quad (5)$$

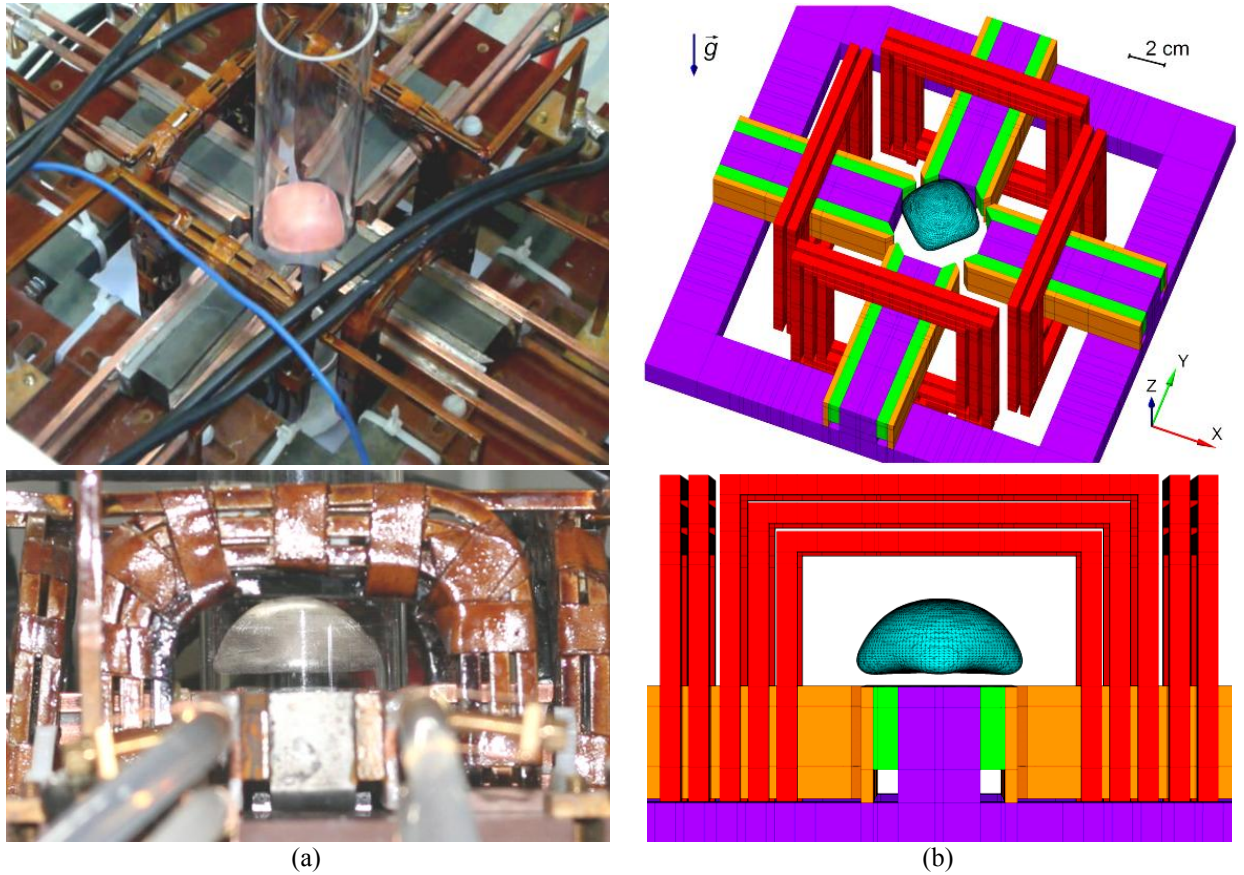
Lai izvairītos no nevēlamās parametriskās rezonances un ievērotu tikai *Lorenca* spēka stacionārās daļas, ir jānodrošina, ka maiņstrāvas frekvenču starpība  $f_1 - f_2$  ir daudz lielāka par *Releja* frekvenci  $f_R$ . Nosacījums ir viegli izpildāms praksē, jo tipiskās EM lauka frekvences levitācijas kausēšanai ir 1-100 kHz, turpretī pamatmodas frekvence ir ar kārtu 10 Hz. Līdz ar to, divfrekvenču metode ir elastīga maiņstrāvas frekvenču izvēles ziņā.



Attēls 16. 2D/VOF/k- $\omega$  SST modeļa aprēķinu rezultāti plaknes tuvinājumā šķidrās alumīnija kolonas svārstībām (a) un svārstību amplitūdai  $\Delta r_0$  (b) pie dažādām divu EM lauku frekvenču starpībām  $f_1 - f_2$

### 2.3. Maza parauga EM levitācijas kausēšana divfrekvenču eksperimentālajā iekārtā

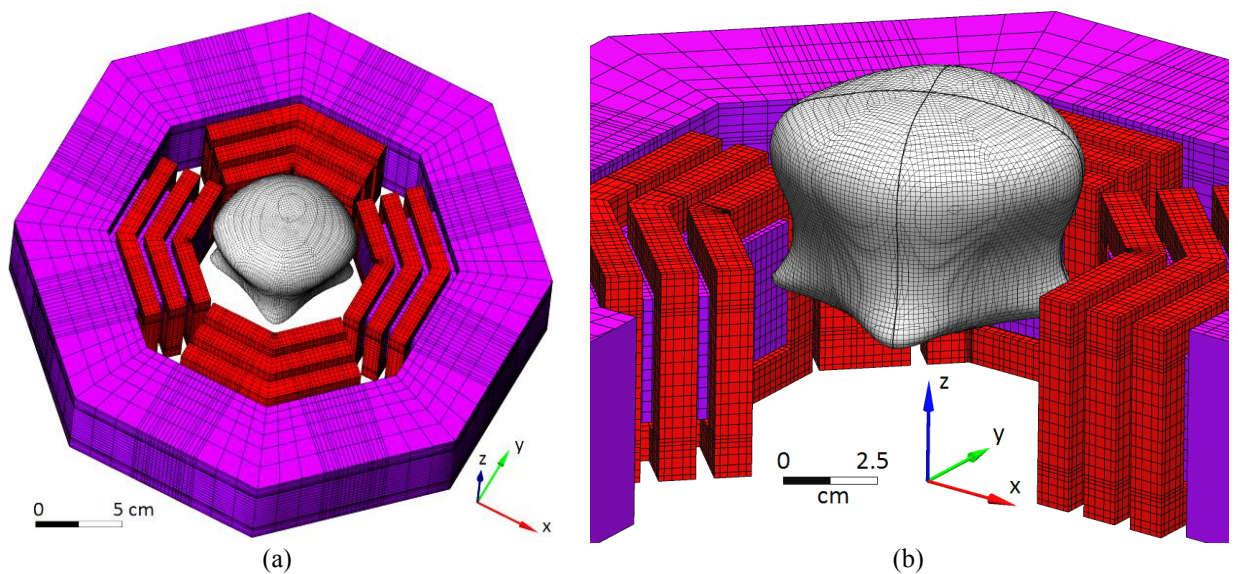
Nākamajā solī tika veikts eksperiments maza alumīnija parauga ( $m = 33$  g) induktīvai kausēšanai un bezkontakta noturēšanai divu dažādu frekvenču EM levitācijas iekārtā [30]. Skaitliskais aprēķins (Attēls 17, b) parāda labu kausējuma formas sakrītību ar eksperimentu (Attēls 17, a) [dis 3].



Attēls 17. Kvalitatīvs salīdzinājums levitējošā šķidrā alumīnija ( $m = 33$  g) formai eksperimentā divfrekvenču iekārtā [30] (a) un 3D/VOF/ $k-\omega$  SST aprēķinā (b)

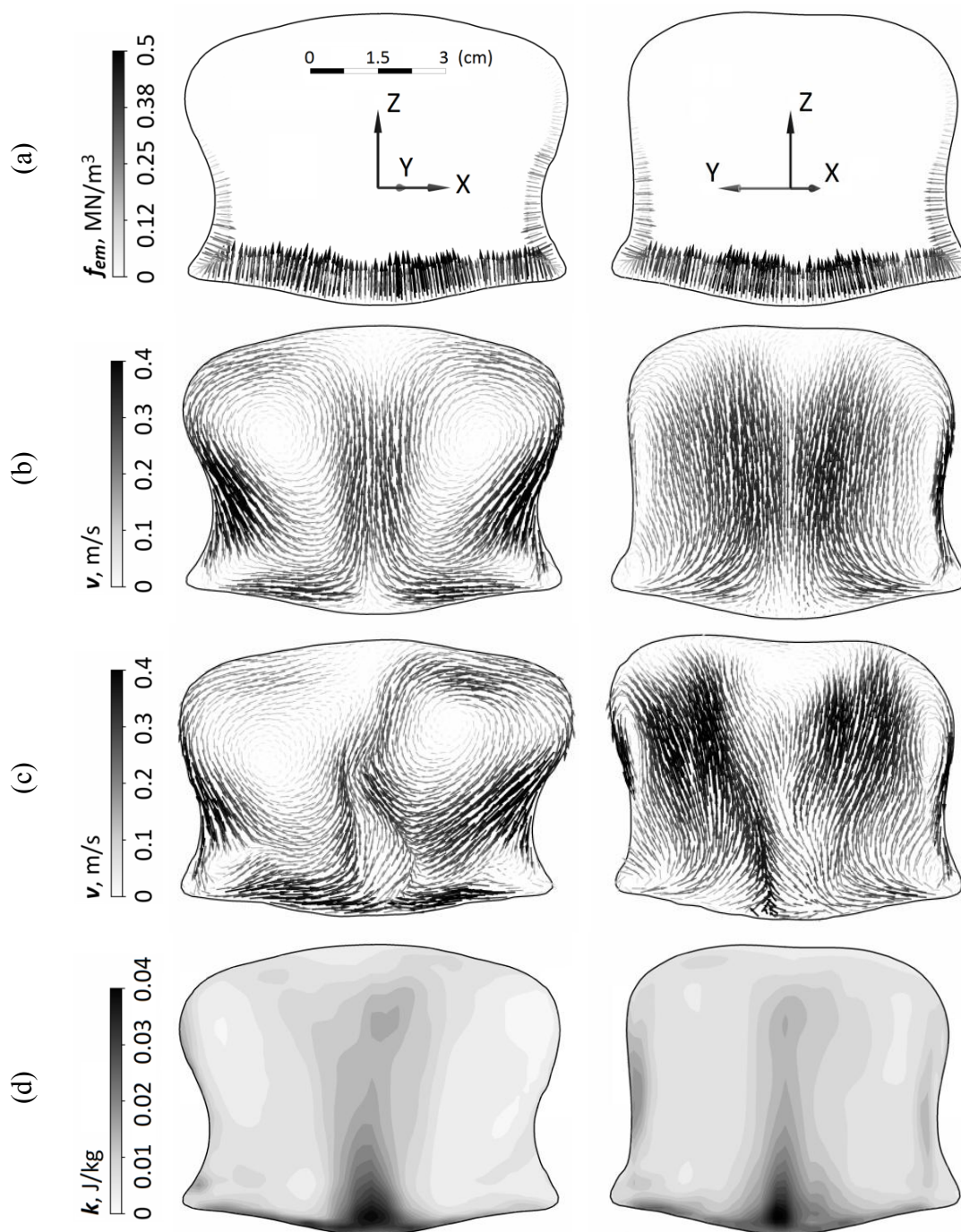
#### 2.4. Aprēķins lielāka parauga levitācijas kausēšanai divfrekvenču EM laukā

Divfrekvenču iekārtas (Attēls 17) mēroga palielināšana ar mērķi palielināt levitējošā kausējuma masu tika veikta 3D aprēķinā. Simulācijas rezultāti uzrādīja, ka 500 g šķidrā alumīnija noturēšanu eksperimentā apgrūtinātu induktora parkarsšana un magnetvada piesātinājums.



Attēls 18. Optimizēta divfrekvenču levitācijas iekārtā (a) un 3D/VOF/LES modeļa rezultāti izkausētā alumīnija ( $m = 500$  g) laika vidējotai formai ar rezultātu reprezentācijai raksturīgajiem šķēsgriezumiem (b)

Līdz ar to, izmantojot izstrādāto un pārbaudīto 3D/*VOF/LES* skaitlisko modeli, divfrekvenču EM levitācijas iekārtas ģeometrija tika manuāli uzlabota vairākos soļos ar mērķi sasniegt 500 g šķidrā alumīnija levitāciju (Attēls 18) ar paaugstinātu efektivitāti un pietiekami tālu no magnetvada piesātinājuma [dis 3]. Specifiska magnetvada ģeometrija palielina magnētiskā lauka līniju koncentrāciju starp poliem. Induktora iekšējā vijuma atrašanās pie magnetvada pola malas samazina magnētiskā lauka parazitisko noslēgšanos caur kaimiņpoliem. Magnetvada ārējā cilpa atdala magnētiskā lauka noslēgšanos, kas varētu samazināt lauka vērtību spraugā starp poliem. Magnetvada relatīvā magnētiskā caurlaidība tiek uzskatīta par nemainīgu un vienādu ar  $\mu_r = 5000$ . Tipiskās magnētiskā lauka efektīvās vērtības magnetvada polos bija zem 250 mT.



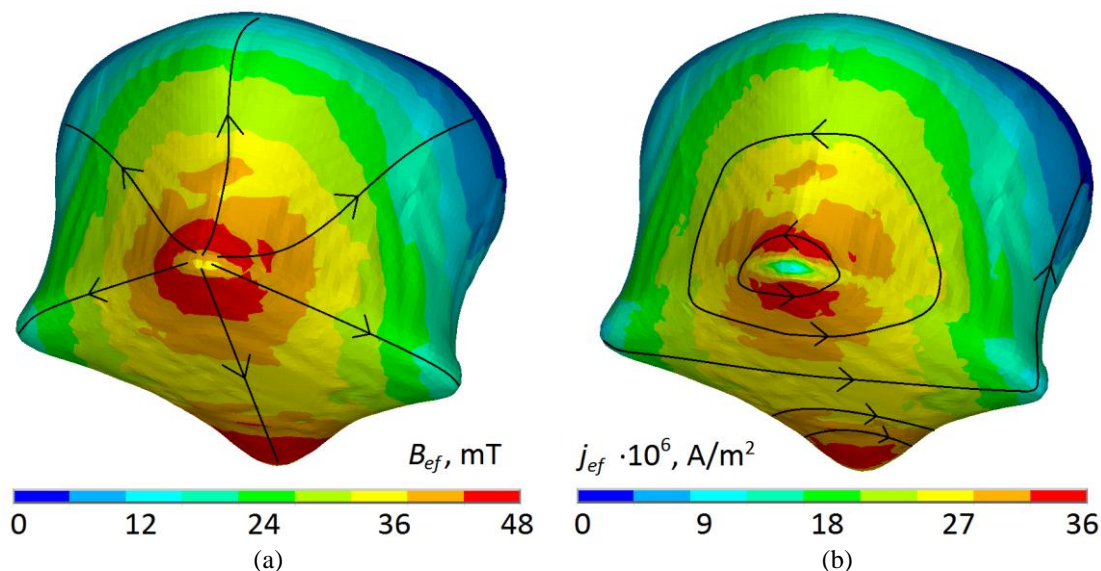
**Attēls 19.** 3D/*VOF/LES* modeļa rezultāti laikā vidējotai kausējuma formai, *Lorenca* spēkam (a), vidējotai plūsmai (b) un turbulences kinētiskajai enerģijai (d), kā arī momentānai formai un plūsmai (c) raksturīgos šķērs griezumos

Šķidrā alumīnija (500 g) bezkontakta levitācija aprēķinā tika iegūta pie  $I_{ef} = 1.1$  kA,  $f_l = 30$  kHz un  $f_2 = 40$  kHz. Laika vidējo brīvās virsmas forma, *Lorenca* spēks (Attēls 19, a), kausējuma plūsma (Attēls 19, b) un turbulences kinētiskā enerģija  $k = (v_x.rms^2 + v_y.rms^2 + v_z.rms^2)/2$  (Attēls 19, d), kā arī momentānā forma un plūsma (Attēls 19, c) ir attēloti ortogonālos šķēsgriezumos (induktoru simmetrijas plaknēm).

*Lorenca* spēka sadalījums sekmē viena torroidāla virpuļa veidošanos ar augšup vērstu ātrumu uz  $z$ -ass. Maksimālā turbulences kinētiskā enerģija ir lokalizēta plūsmu sadursmju zonā kausējuma porcijas apakšā pie brīvās virsmas.

Nestacionārs aprēķins parāda, ka kausējuma apakšējā daļa, cieši „iespiesta” EM laukā, ir stabīla, turpretī augšējā daļa virs induktoriem („cepure”) ir izteikti nestacionāra mazāku noturošā lauka vērtību un turbulentās plūsmas dēļ. *Lorenca* spēka minimumi magnētiskā lauka sazaršanās zonās uz kausējuma virsmas veido četrus brīvās virsmas izcilņus („ragus”), kas ir lokalizēti tieši pretī magnetvada polu centriem.

Efektīvais magnētiskais lauks un strāvas blīvums uz levitējošā kausējuma virsmas ir aprēķināts pie  $f_l = 30$  kHz un ilustrē *Lorenca* spēka sadalījuma dabu un četrus „ragus” rašanos lauka līnijām sazarojoties (Attēls 20). Tai pašā laikā var redzēt, ka  $f_l = 30$  kHz lauks notur kausējumu otrā ortogonāla  $f_2 = 40$  kHz lauka sazaršanās zonās.



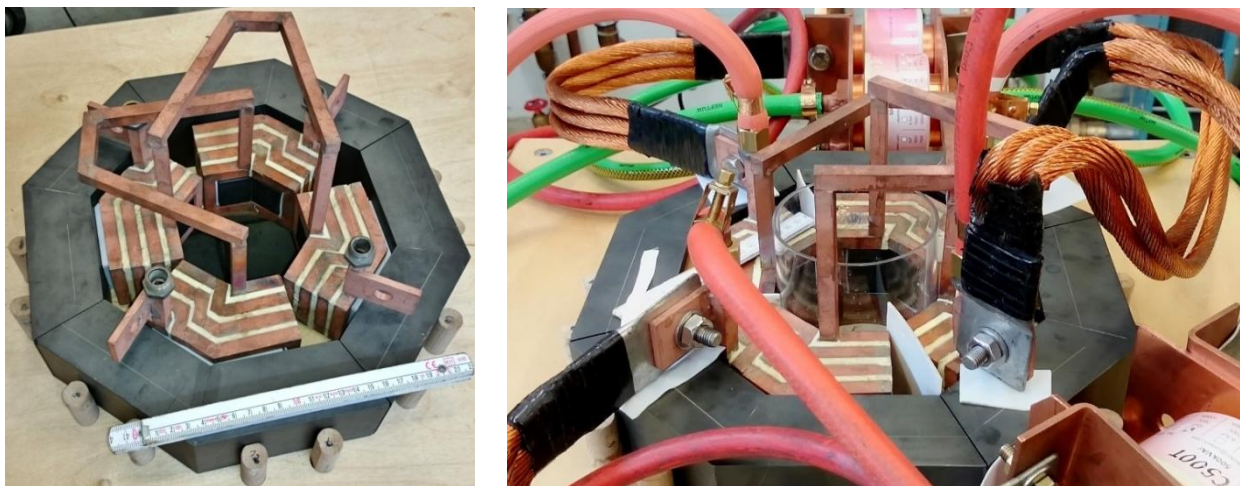
**Attēls 20.** Magnētiskās indukcijas  $B_{ef}$  (a) un strāvas blīvuma  $j_{ef}$  (b) efektīvās vērtības uz levitējošā kausējuma (500 g) virsmas ar shematiski attēlotām momentānā lauka līnijām aprēķinā pie  $f_l = 30$  kHz

Nestationārs 3D aprēķins ar precizētu *LES* turbulences modeli parāda, ka 500 g alumīnija kausējuma levitācija optimizētā horizontālā divu frekvenču EM laukā ir iespējama. Skaitlisko aprēķinu eksperimentālā verifikācija ir sniegta zemāk.

## 2.5. Lielā mēroga levitācijas kausēšanas divfrekvenču laukā eksperimentālā verifikācija

Uz skaitlisko aprēķinu bāzes tika izprojektēta un izveidota lielāka eksperimentālā EM levitācijas kausēšanas iekārta alumīnija paraugiem ar palielinātu masu (Attēls 21)[dis 23]. Iekārta sastāv no magnētvasda (ārējā cilpa un četri poli), kas ir veidots no 3C92 ferromagnētiskā materiāla, un diviem ūdens dzesētiem induktoru pāriem. Katrs induktors satur 4 vijumus, nevis 3 kā simulācijā, ar mērķi nodrošināt nepieciešamu integrālo strāvu. Induktoru spoles kopā ar 16,3  $\mu$ F un 18,5  $\mu$ F kondensātoriem veido divus svārstību kontūrus, kuru rezonances frekvences ir 13 un 14 kHz. Efektīvā strāva katrā kontūrā tika mērīta ar *Rogovski* jostu. Attiecīgi eksperimentos tika izmantoti divi dažādi EMA-TEC ģeneratori. EM lauka frekvences un to 1 kHz starpība ir

pietiekami lielas lai varētu neņemt vērā *Lorenca* spēka nestacionāros locekļus. Kvarca caurule ar ārējo diametru  $D = 10$  cm un 2 mm biežumu ir ievietota starp induktoriem un magnetvada poliem, lai nepieļautu kontaktu starp levitējošu kausējumu un iekārtu. Zem iekārtas spraugas ir novietota tvirtne no keramikas materiāla, piepildīta ar smiltīm, drošai izkusušā parauga notecināšanai eksperimenta beigās. Alumīnija paraugi ir sagriezti no stieņa ar  $6 \times 6$  cm šķērsriezumu. Līdz ar to 1 cm parauga augstumam atbilst 100 g.



Attēls 21. Eksperimentālā EM levitācijas kausēšanas iekārta alumīnija paraugiem ar palielinātu masu

Sekmīgi levitācijas kausēšanas eksperimenti gaisā tika veikti ar  $m = (100, 150, 200, 250, 300)$  g alumīnija paraugiem (Attēls 22) un ģeneratoru jaudas kontroles režīmu. Šo eksperimentu laikā tika realizēta šķidrā alumīnija bezkontakta noturēšana EM laukā, brīvā virsma nedaudz oscilēja kausējuma plūsmas dēļ, bet kopumā paraugu pozīcija un forma bija stabila. *Lorenca* spēks izrādījās pietiekams, lai noturēt arī 350 g un 400 g šķidrā alumīnija, bet šajos eksperimentos šķidrā metāla „cepures” oscilācijas noveda pie kontakta ar kvarca cauruli (Attēls 22).

Aprēķini un eksperimenti atklāja, ka palielinot attālumu starp poliem no  $D = 10$  cm līdz 13 cm vairs nebija iespējams levitēt pat 100 g smagu neizkusušu paraugu pie 800 A efektīvās strāvas.

Ar mērķi izslēgt induktoru pievadu ietekmi uz kausējuma formu un uzlabot parauga pārredzamību, eksperimentālā iekārta tika apgriezta un pievadi tika apslēpti zem eksperimentālā galda. Kvarca caurule ( $D = 10$  cm) tika ievietota dziļi starp magnetvada poliem lai tās augšējā mala būtu vienā līmenī ar augšējo induktora vijumu, kas izslēdza caurules kontaktu ar kausējuma „cepuri”. Induktoru augšējā virsma tika pārklāta ar aizsargājošu keramikas materiālu un kvarca caurule ( $D = 13$  cm un 3 mm sienas biežumu) tika novietota uz induktoriem virs spraugas.

Bez tam, levitējošu izkusušu alumīnija paraugu bija iespējams kristalizēt, izmantojot ūdens dzesētu U-formas vara cauruli, kas tika nedaudz iegremdēta paraugā no augšas un fiksēta attiecībā pret iekārtu.

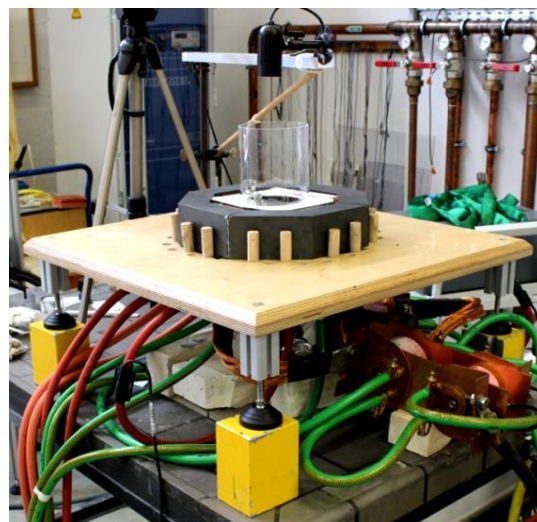
Levitējošā šķidrā alumīnija (250 g) formas un pozīcijas laba kvalitatīva sakritība ir vērojama starp eksperimentu (Attēls 24, a) un 3D/VOF/LES aprēķinu (Attēls 24, b) pie  $f_1 = 13$ ,  $f_2 = 14$  kHz un  $I_{ef} = 700$  A. Eksperimenta beigās ūdens dzesēta vara caurule tika par dažiem mm iegremdēta levitējošā kausējumā (Attēls 24, c) un tika iegūts kristalizējis paraugs ar saglabātu brīvās virsmas formu (Attēls 24, d). Kristalizējis paraugs reprezentē izkusušā levitējošā parauga brīvo virsmu tikai kvalitatīvi, jo kristalizācija sākas no parauga augšas un tilpums sarūk līdz 15%.

Bezkontakta levitācijas kausēšana tika veikta alumīnija paraugam (400 g) pie  $f_1 = 13$ ,  $f_2 = 14$  kHz un  $I_{ef} = 780$  A (Attēls 25). Eksperimentā tika novēroti četri izteikti oscilējoši kausējuma „ragi” pret magnetvada polu centriem. Vēlāk ar kausējuma temperatūras kāpumu pieauga alumīnija elektriskā pretestība un EM skinslāņa biežums, kā arī pieaugot magnetvada temperatūrai ( $< 60$  °C) samazinājās tā magnētiskā caurlaidība, kas noveda pie kontakta starp

kvarca cauruli ( $D = 10$  cm) un kausējuma „ragiem”. Kontakts ir viegli nosakāms eksperimentā, jo tam veidojoties, kausējuma „ragi” tiek momentāni stabilizēti.



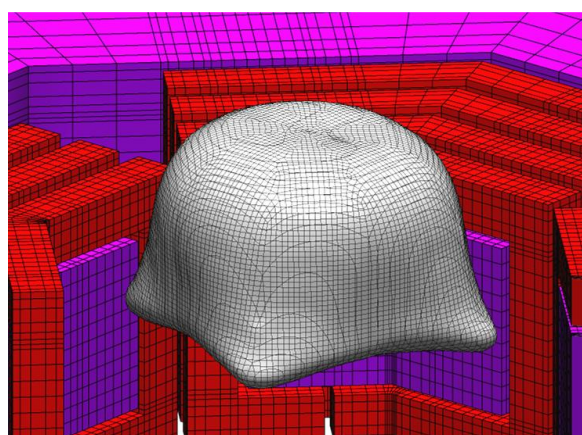
Attēls 22. Eksperimentālie rezultāti alumīnija paraugu levitācijas kausēšanai palielinātā iekārtā



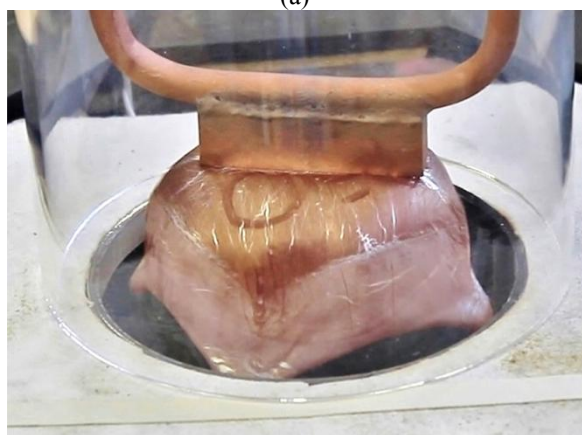
**Attēls 23.** Palielinātā levitācijas kausēšanas iekārta ar uzlabotu parauga pārredzamību



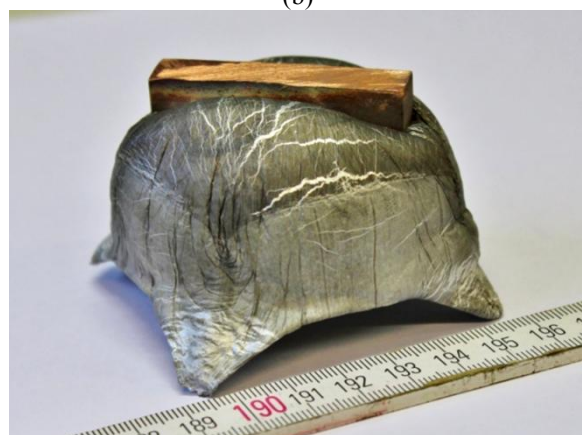
(a)



(b)



(c)



(d)

**Attēls 24.** Izkusušā alumīnija parauga (250 g) bezkontakta levitācija eksperimentā (a) un 3D/*VOF/LES* simulācijā (b) pie  $I_{ef} = 700$  A, parauga kristalizācija dēļ kontakta ar dzesējamo vara cauruli (c) un pilnīgi kristalizēties paraugs ar kvalitatīvi saglabātu brīvās virsmas formu (d)

500 g alumīnija parauga levitācijas kausēšana ar nelielu kontaktu starp kausējuma „ragiem” un kvarca cauruli tika sasniegta eksperimentā pie līdzīgām maiņstrāvas frekvencēm un  $I_{ef} = 800$  A (Attēls 26, a). Asimetriska parauga kausēšana ietekmēja oksīda plēves rašanos, kā rezultātā veidojās asimetriska oksīda plēves ietverta kausējuma „cepures” forma.

Alumīnija kausējuma (500 g) EM levitācija tika aprēķināta arī ar 3D/*VOF/LES* modeli, izmantojot precīzu eksperimentālās iekārtas ģeometriju ar 4 vijumu induktoriem, EM frekvences un strāvas vērtības (Attēls 26, b). Izmantojot mazāku magnetvada magnētiskās caurlaidības vērtību  $\mu_r = 50$  tipiskā magnētiskā lauka efektīvā indukcija polos bija zem 150 mT. Maksimālā

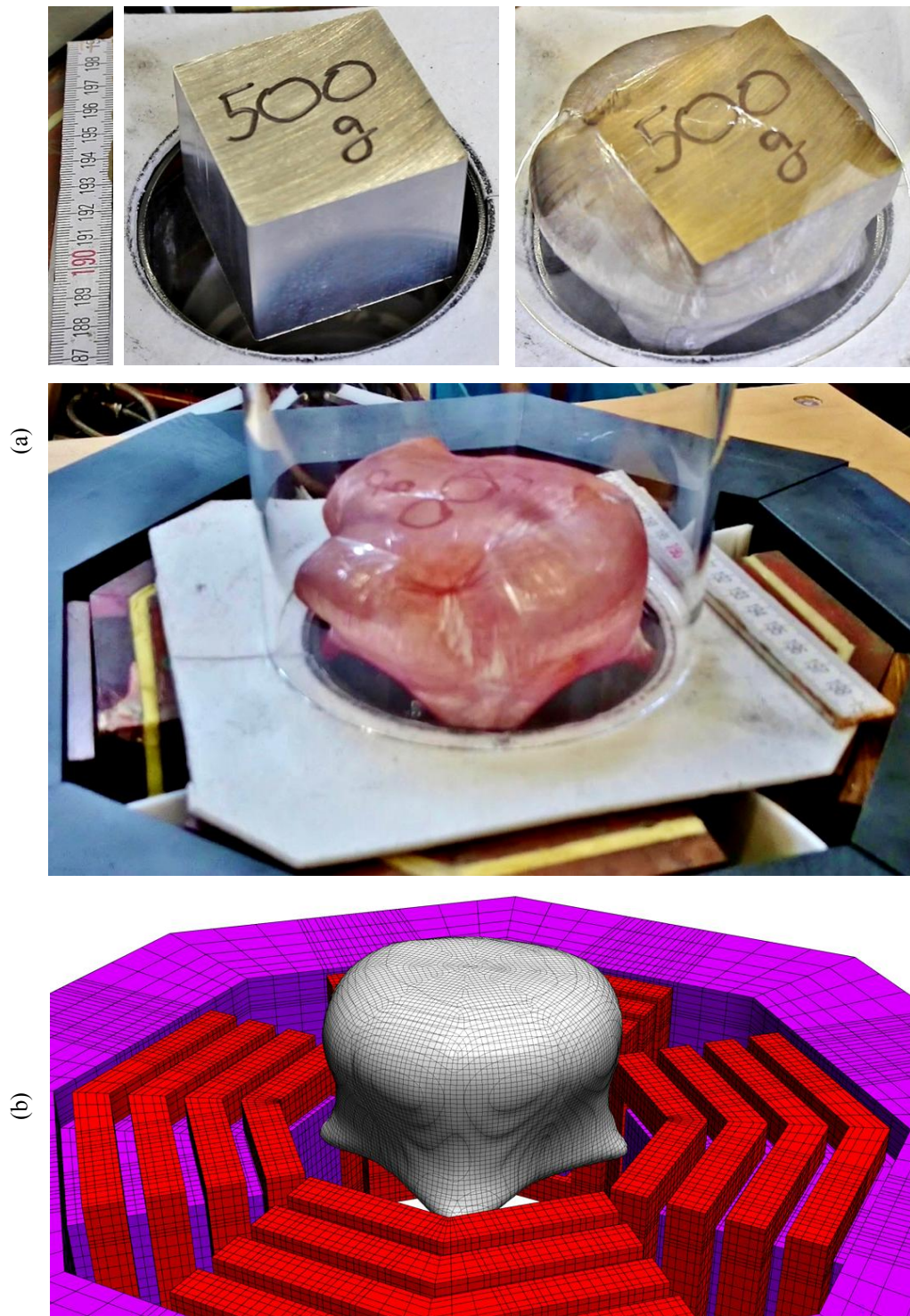


lauka vērtība pie kausējuma virsmas 14 kHz aprēķinā sasniedza 50 mT. Neraugoties uz rupjiem pieņēmumiem par materiālu īpašību neatkarību no temperatūras (piem., kausējuma elektriskā vadītspēja) un EM lauka (piem., magnetvada magnētiska caurlaidība), tika iegūta laba kvalitatīva atbilstība starp levitējošā kausējuma formu un pozīciju. Kristalizēts alumīnija paraugs eksperimentā kvalitatīvi reprezentē levitējošā kausējuma brīvās virsmas formu. (Attēls 27).

Visi šie eksperimenti pierāda, ka divu frekvenču horizontālā EM lauka konfigurācija [30], atšķirībā no klasiskās EM levitācijas metodes [6], var tikt izmantota palielinātās masas alumīnija paraugu levitācijas kausēšanai. Bez tam, izmantojot šo metodi tiek pārvarēts esošais maksimālās šķidrā metāla levitējamās masas (50-100 g) [27] nosacījums klasiskajā induktorā ar apgriezto vijumu.



Attēls 25. Alumīnija parauga (400 g) bezkontakta levitācijas kausēšana pie  $I_{ef} = 780$  A



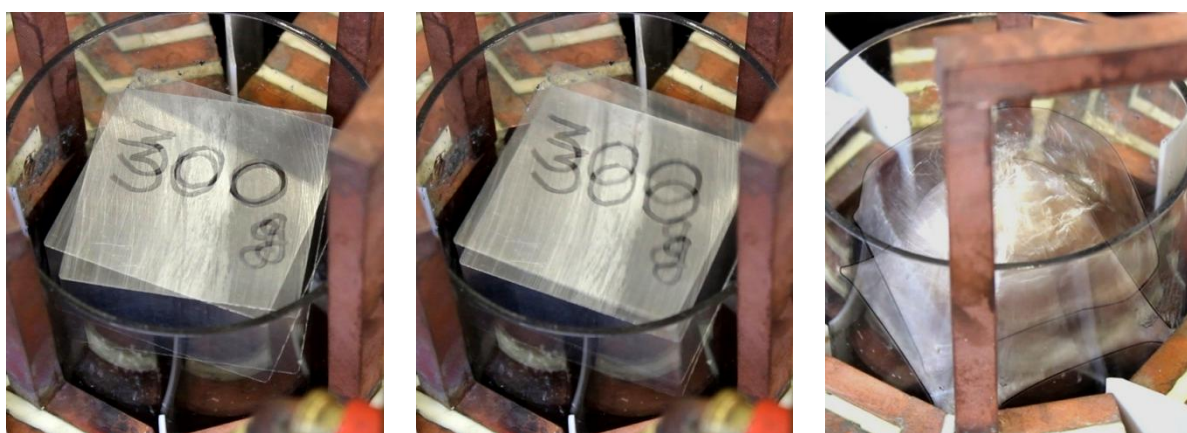
Attēls 26. Alumīnija parauga (500 g) levitācijas kausēšana ar nelielu kontaktu starp kausējuma „ragiem” un kvarca cauruli pie  $I_{ef} = 800$  A eksperimentā (a) un 3D/VOF/LES simulācijā



**Attēls 27.** Kristalizējies 500 g alumīnija paraugs ar levitējošā kausējuma brīvās virsmas formu

Eksperimentu laikā, izmantojot jaudas režīmu ģeneratoru kontrolei, tika novērotas neizkusušu levitējošu paraugu rotācijas un aksiālās svārstības (Attēls 28, a un b). Paraugs svārstījās ap  $z$ -asi  $xy$ -plaknē, kā arī svārstījās vertikālās  $z$ -ass virzienā. Bez tam, vertikālo  $z$ -svārstību amplitūda ar laiku palielinājās un bija nepieciešams neizkusušo paraugu stabilizēt.

Abas svārstību modas bija izteiktākas veicot eksperimentus ģeneratoru sprieguma kontroles režīmā. Šajā gadījumā  $z$ -svārstības un to nestabilitāti varēja vērot arī pilnīgi izkusušam paraugam (Attēls 28, c), kas ar laiku noveda pie parauga iztecēšanas. Ģeneratoru kontroles režīms izrādījās noteicošs pilnīgi izkusušu levitējošu paraugu stabilitātei.



(a) –  $\varphi$  svārstības

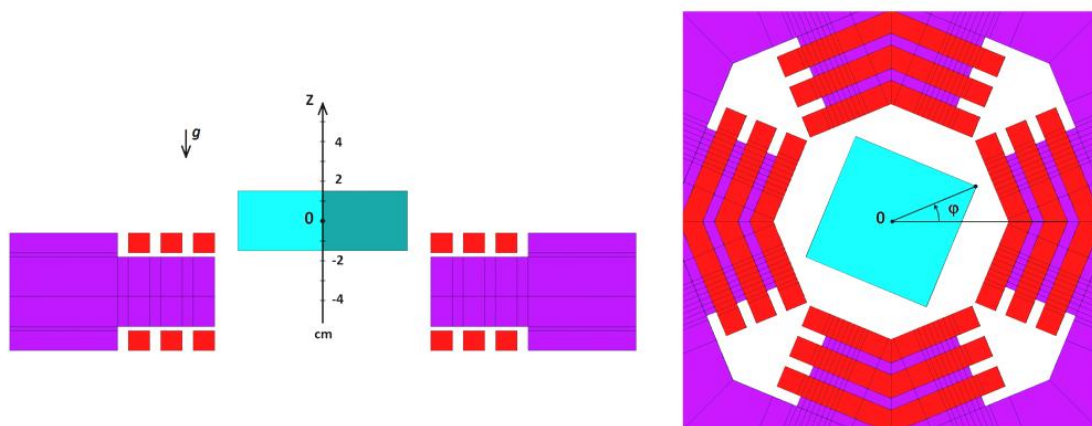
(b) –  $z$  svārstības (cieta fāze)

(c) –  $z$  svārstības (šķidra fāze)

**Attēls 28.** Eksperimentāli novērotās rotācijas (a) un aksiālās (b), (c) svārstības levitējošā alumīnija paraugā

## 2.6. Neizkusušu levitējošu paraugu svārstības un stabilitāte

Neizkusušu levitējošu alumīnija paraugu svārstības un nestabilitāte tika pētīta izmantojot skaitlisko modelēšanu [dis 23]. Tika apskatīts alumīnija paraugs  $6 \times 6 \times 3$  cm ( $m = 300$  g), kas atrodas līdzsvara levitācijas stāvoklī (rezultējoši spēki un moment ir vienādi ar nulli pie  $z = 0$  un  $\varphi = 0$  (Attēls 29)) divfrekvences levitācijas iekārtā ( $I_{ef} = 933$  A,  $f_1 = 13$  kHz,  $f_2 = 14$  kHz). Integrālā strāva aprēķinā ( $3 \times 933$  A) atbilst integrālai strāvai eksperimentā ( $4 \times 700$  A). Fiksējot sprieguma vērtību līdzsvara punktā tiek veikti *Lorenca* spēka  $z$ -komponentes aprēķini pie dažādām parauga pozīcijām uz  $z$ -ass  $F_{em,z} = F_{em,z}(z)$  un  $\varphi = 0$ , kā arī *Lorenca* spēka momenta  $xy$ -plaknē aprēķini pie dažādiem parauga pagrieziena leņķiem  $M_{em,xy} = M_{em,xy}(\varphi)$  un  $z = 0$  (Attēls 30). Papildus tiek aprēķinātas strāvas izmaiņas  $I_{ef} = I_{ef}(z)$  un  $I_{ef} = I_{ef}(\varphi)$  nemainīgas sprieguma vērtības (ģeneratoru sprieguma kontroles režīms) un parauga pozīcijas dēļ. Līdz ar to tiek noteiktas arī induktivitātes izmaiņas.



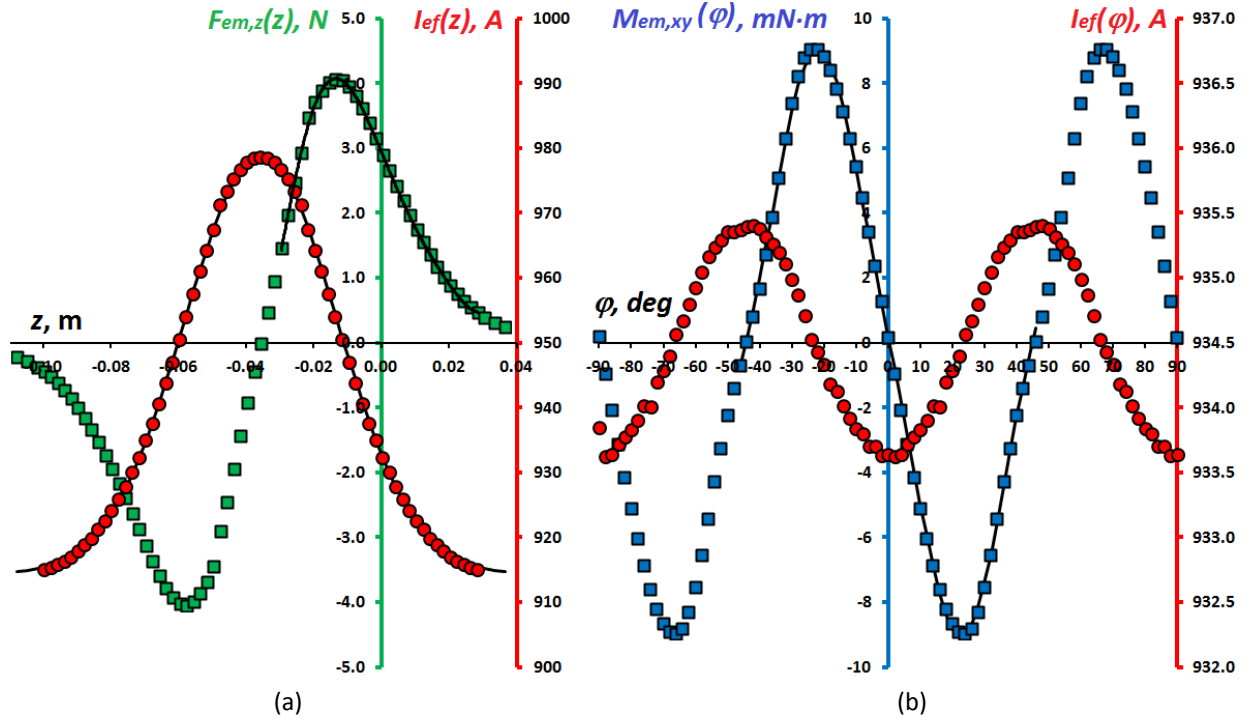
Attēls 29. Neizkusušu alumīnija paraugu eksperimentālās levitācijas iekārtas 3D modelis

Tā kā  $F_{em,z} = F_{em,z}(z)$  ir aprēķināts pie  $\varphi = 0$  un  $M_{em,xy} = M_{em,xy}(\varphi)$  pie  $z = 0$ , var atrisināt sekojošus kustības vienādojumus:

$$z''(t) = \frac{F_{em,z}[z(t)]}{m} - g; \quad z(0) = z_0; \quad z'(0) = 0; \quad (6)$$

$$\varphi''(t) = \frac{M_{em,xy}[\varphi(t)]}{I_{xy}}; \quad \varphi(0) = \varphi_0; \quad \varphi'(0) = 0; \quad (7)$$

kur  $z_0$  un  $\varphi_0$  ir sākuma novirzes no līdzsvara stāvokļa un  $I_{xy} = ma^2/6$  ir alumīnija kluča inerces moments pret  $z$ -asi. Vienādojumu (6) un (7) atrisinājumā iegūst nemainīgās amplitūdas svārstības. Šo svārstību amplitūdai eksperimentā ir jāsamazinās gaisa pretestības un EM bremsēšanas dēļ.



**Attēls 30.** 3D aprēķinu rezultāti Lorenca spēka  $z$  komponentei  $F_{em,z}$  pie dažādām parauga pozīcijām un fiksēta leņķa  $\varphi = 0$  (a) un Lorenca spēka momenta  $xy$  plaknē  $M_{em,xy}$  pie dažādām parauga orientācijām  $\varphi$  un  $z = 0$  (b). Nemainīgs spriegums tiek nodrošināts ar atbilstošām efektīvās strāvas izmaiņām

Iespējams skaidrojums svārstību amplitūdas pieaugumam ir neliela efektīvās strāvas aizkavēšanās laikā  $\tau$  (ģenerators reakcijas laiks vai citi faktori). Mūsu aprēķinā mēs ieguvām atkarības  $I_{ef} = I_{ef}(z)$  un  $I_{ef} = I_{ef}(\varphi)$  it kā strāva  $I_{ef}$  momentāni ( $\tau = 0$ ) pielāgotos konstanta sprieguma nodrošināšanai pie parauga pozīcijas (jeb sistēmas induktivitātes) izmaiņas. Visticamāk, eksperimentos atgrīzeniskā reakcija realizējas mazā laika intervālā  $\tau > 0$ .

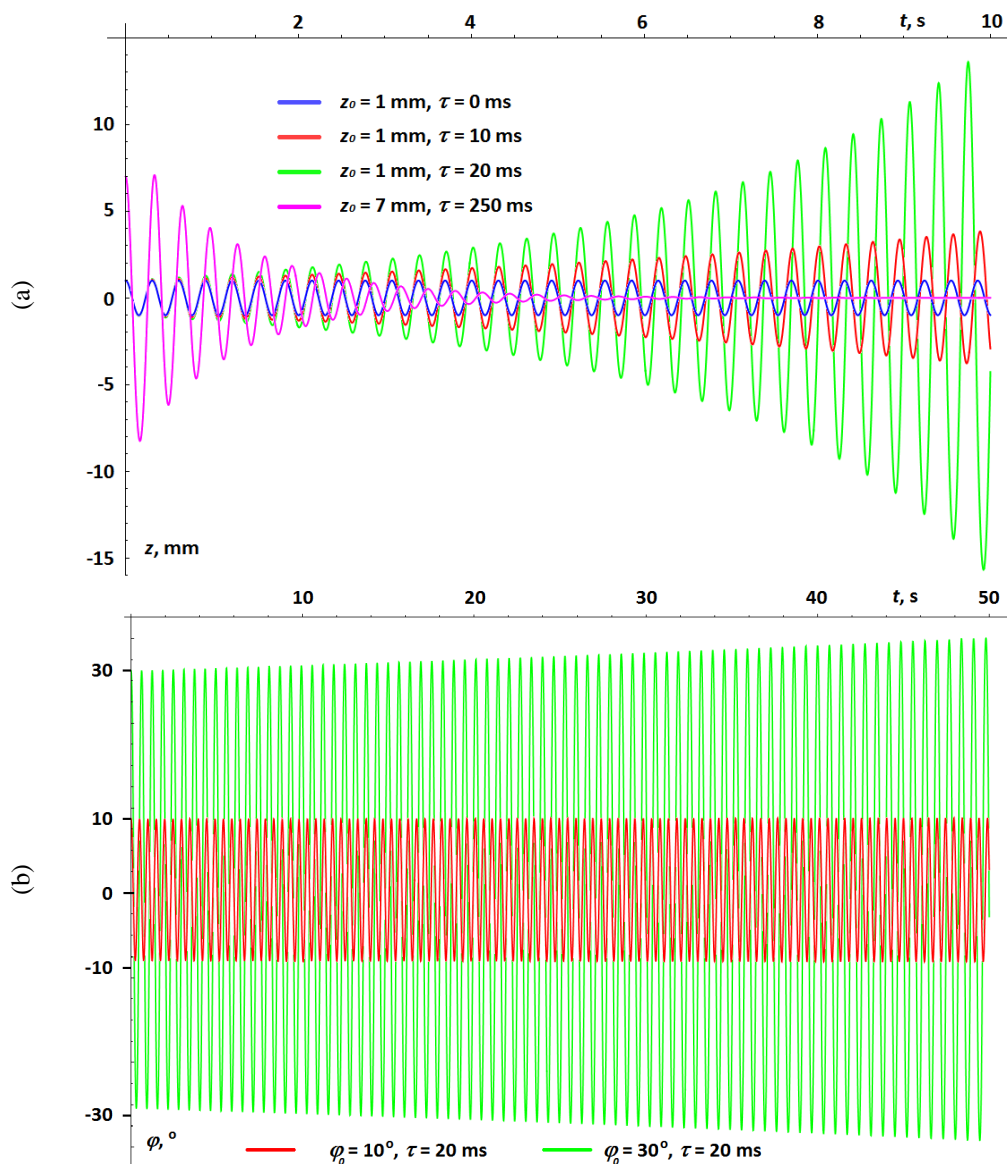
Pie nemainīgām materiālu īpašībām un fiksētas parauga pozīcijas var pieņemt, ka  $F_{em,z} \sim I_{ef}^2$ . Līdz ar to var pārrēķināt Lorenca spēku šajā pašā parauga pozīcijā un citas strāvas vērtības  $I_{ef}^*$  saskaņā ar:

$$F_{em,z}(z, I_{ef}^*) = F_{em,z}(z, I_{ef}) \cdot \left( \frac{I_{ef}^*}{I_{ef}} \right)^2; \quad (8)$$

Tad pieņēot, ka strāvas vērtība ir cita  $I_{ef}^* = I_{ef}[z(t - \tau)]$  aizkavēšanās laikā  $\tau$  dēļ, vienādojumi (6) un (7) var tikt pierakstīti sekojoši:

$$z''(t) = \frac{F_{em,z}[z(t)]}{m} \cdot \left( \frac{I_{ef}[z(t - \tau)]}{I_{ef}[z(t)]} \right)^2 - g; \quad z(t \leq 0) = z_0; \quad (9)$$

$$\varphi''(t) = \frac{M_{em,xy}[\varphi(t)]}{I_{xy}} \cdot \left( \frac{I_{ef}[\varphi(t - \tau)]}{I_{ef}[\varphi(t)]} \right)^2; \quad \varphi(t \leq 0) = \varphi_0; \quad (10)$$



**Attēls 31.** Neizkusuša levitējoša parauga aksiālās  $z$ -svārstības (a) un rotācijas  $xy$ -svārstības (b) vienkāršotā aprēķinā pie dažādām strāvas aizkavēšanās laikiem  $\tau$

Vienādojumu (9) un (10) skaitliskā atrisināšana atklāj aksiālo svārstību nestabilitāti. Svārstību amplitūda pie efektīvās strāvas kavēšanās par  $\tau = 20$  ms pieaug no 1 mm līdz 15 mm 10 sekundēs (Attēls 31, a). Aprēķināts svārstību periods  $T_{z,calc} = 305$  ms labi saskan ar novēroto  $T_{z,exp} = (300 \pm 20)$  ms, kas iegūts no eksperimenta video apstrādes. Tajā pašā laikā, vienkāršotais modelis paredz arī nevēlāmo svārstību slāpēšanu pie  $\tau = 250$  ms un sniedz problēmas risinājumu regulējamas laika nobīdes  $\tau$  gadījumā.

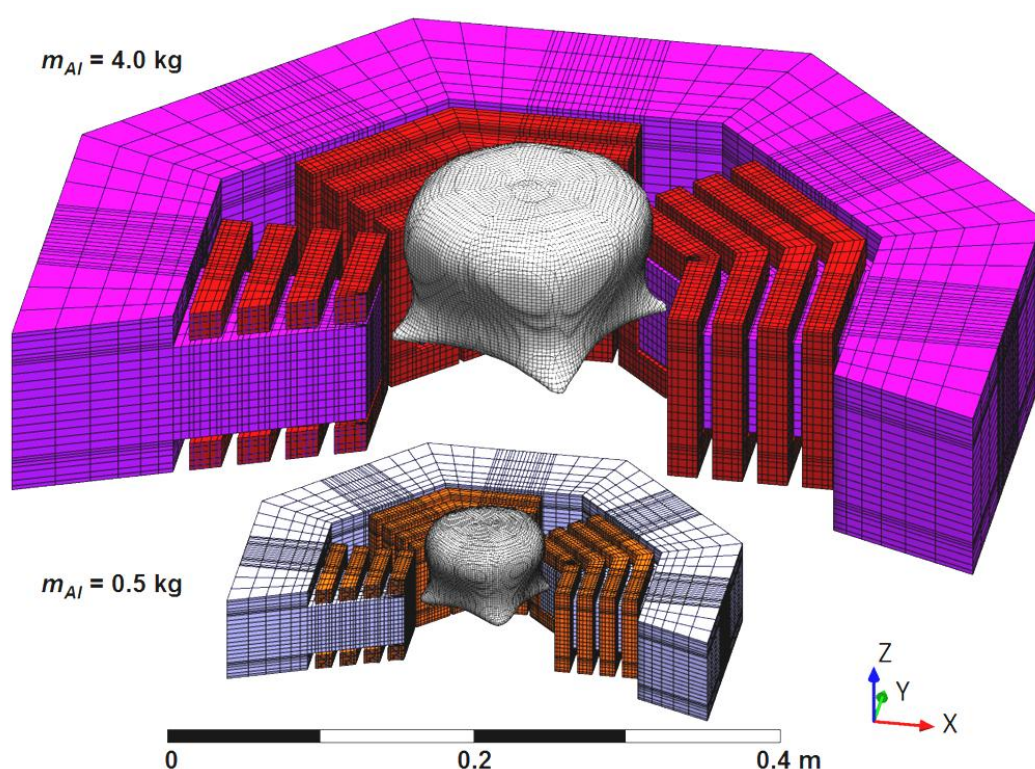
Aprēķināts svārstību periods  $T_{xy,calc} = 490$  ms  $xy$  plaknē kļūdas robežās atbilst eksperimentāli izmērītam periodam  $T_{xy,exp} = (500 \pm 20)$  ms (Attēls 31, b). Daudz mazāk izteiktās strāvas atkarības  $I_{ef} = I_{ef}(\varphi)$  dēļ, tāda paša laika nobīde  $\tau = 20$  ms nerada manāmu svārstību amplitūdas palielināšanos  $xy$  plaknē. Tāpēc eksperimentā tika novērota tikai aksiālo svārstību nestabilitāte.

Sniegtā skaidrojuma eksperimentālā verifikācija ir turpmāko pētījumu uzdevums.

## 2.7. Aprēķins lielākai šķidrā alumīnija porcijas levitācijai (4 kg)

Eksperimentālā iekārta (Attēls 23) esošajā skaitliskajā modelī tika lineāri palielināta 2 reizes (tipiskais izmērs  $d \rightarrow 2 \cdot d$ ). Līdz ar to šķidrā alumīnija masa ( $m \sim d^3$ ) tika palielināta 8 reizes un sasniedza 4 kg. Efektīvā strāva abos svārstību kontūros tika palielināta līdz  $I_{ef} = 2,8$  kA lai kompensēt kausējuma svaru, turpretī frekvences  $f_1 = 13$  kHz un  $f_2 = 14$  kHz, kā arī magnetvada magnētiska caurlaidība  $\mu = 50$  tika saglabātas. Tipiskās magnētiskās indukcijas efektīvās vērtības magnetvada polos bija zem 200 mT. Maksimālā 14 kHz lauka indukcijas efektīvā vērtība pie kausējuma virsmas sasniedza 90 mT aprēķinā. Pilnīgi attīstītā plūsma un 4 kg smaga alumīnija kausējuma brīvās virsmas forma tika aprēķināta ar 3D/VOF/LES modeli (Attēls 32). Provizorisks aprēķins uz rupjā režģa parāda levitējošā kausējuma „ragu” stiepšanos un svārstības intensīvās plūsmas dēļ, kā arī to, ka metodes mēroga palielināšana ir kopumā iespējama un prasa tālāko izpēti.

Aprēķins uz smalkāka režģa ar pienācīgu brīvās virsmas izšķirtspēju kritisko punktu tuvumā tiek plānots pētījumus turpinot.



Attēls 32. Šķidrā alumīnija porcijas ( $m = 0.5$  kg) EM levitācija eksperimentālās iekārtas 3D skaitliskajā modelī un lielākas porcijas ( $m = 4.0$  kg) levitācijas aprēķins mērogotā divreiz lielākā iekārtā

# SECINĀJUMI UN PRIEKŠLIKUMI

## 1. Skaitliskais modelis

- 1.1. *Volume of Fluid (VOF)* skaitliskais algoritms divfāžu plūsmas aprēķinam apraksta lāses brīvās svārstības ar pietiekamu precizitāti;
- 1.2. *LES* turbulences apraksta izmantošana EM levitācijas skaitliskajiem aprēķiniem, kopā ar *VOF* algoritmu, atšķirībā no *k- $\omega$  SST* un *k- $\epsilon$*  modeļiem, ļauj
  - izšķirt eksperimentāli novērotās levitējošā kausējuma brīvās virsmas oscilācijas pilnīgi attīstītās plūsmas gadījumā, kad divparametru modeļi paredz pilnīgi stacionāru režīmu gan 2D, gan 3D formulējumā;
  - iegūt daudz labāku brīvās virsmas laikā vidēnotās formas atbilstību eksperimentam;
  - sasniegt lielākus vidēnotās plūsmas ātrumus, jo divparametru modeļi stipri pārvērtē turbulento viskozitāti, kas bremzē plūsmu;
  - iegūt daudz labāku turbulentās plūsmas īpašību atbilstību vienfāzes aprēķiniem laikā vidēnotās levitējošās kausējuma lāses apgabalā;
  - daudz realistiskāk noteikt kritisko parametru vērtības, pie kurām notiek levitējošā kausējuma iztecēšana;
- 1.3. Precīzs un efektīvs multifizikālo procesu apraksts ar verificētu 3D/*VOF/LES* modeli sniedz iespējas pētīt un gūt izpratni par mijiedarbību starp EM lauku un šķidrā metāla turbulento plūsmu ar brīvo virsmu, kā arī ļauj izmantot šāda precizitātes līmeņa skaitliskos modeļus industriālo iekārtu projektēšanai. Līdz šim šādas precizitātes modeļa realizācija literatūrā nebija aprakstīta.

## 2. Levitācijas kausēšana horizontālā un ortogonālā divfrekvenču EM laukā

- 2.1. Izmantojot divu frekvenču ( $\omega_1$  and  $\omega_2$ ) horizontālos un ortogonālos EM laukus, salīdzinājumā ar levitāciju klasiskajā induktorā ar apgriezo vijumu, ir iespējams palielināt levitējošā kausējuma masu un samazināt izteiktu atkarību no virsmas spraiguma. Metodes mērogošana ir veiksmīgi pārbaudīta skaitliskajos aprēķinos un eksperimentos ar alumīnija paraugiem līdz 500 g;
- 2.2. Lai izvairītos no kausējuma formas brīvām svārstībām eksperimentā un vienkāršotu skaitliskos aprēķinus, atmetot *Lorenca* spēka nestacionāros locekļus, frekvencēm  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $(\omega_1+\omega_2)$  un  $(\omega_1-\omega_2)$  ir jābūt daudz lielākām par kausējuma lāses raksturīgo *Releja* frekvenci. Nosacījums ir viegli izpildāms praksē, jo tipiskās EM lauka frekvences levitācijas kausēšanai ir 1-100 kHz, turpretī pamatmodas *Releja* frekvence ir ar kārtu 10 Hz;
- 2.3. *Lorenca* spēka sadalījums sekmē viena torroidāla virpuļa veidošanos ar augšup vērstu ātrumu uz  $z$  ass. Maksimālā turbulences kinētiskā enerģija ir lokalizēta plūsmu sadursmes zonā kausējuma porcijas apakšā pie brīvās virsmas;
- 2.4. Eksperimentu laikā tika novērota gan cietu, gan izkusušu paraugu aksiālo svārstību amplitūdas palielināšanās pie fiksēta sprieguma ģeneratoru kontroles. Izmantojot vienkāršotu skaitlisko modeli šī nestabilitāte tika izskaidrota ar efektīvās strāvas pielāgošanās atpalikšanu par mazu laiku  $\tau$  konstanta sprieguma nodrošināšanai pie parauga pozīcijas izmaiņas. Modelis paredz, ka ja šīs reakcijas laiks  $\tau$  ir maināms, tad ir iespējams slāpēt nevēlamās sākuma svārstības noteiktā  $\tau$  diapazonā. Fiksētas jaudas



- ģeneratoru kontroles režīms nodrošināja stabīlu izkusušu paraugu bezkontakta noturēšanu EM laukā;
- 2.5. Levitējošā kausējuma apakšējā daļa, cieši „iespiesta” EM laukā, ir stabīla, turpretī augšējā daļa virs induktoriem („cepure”) ir izteikti nestacionāra mazāku noturošā lauka vērtību un turbulentās plūsmas dēļ;
  - 2.6. *Lorenca* spēka minimumi magnētiskā lauka sazarošanās zonās uz kausējuma virsmas veido četrus brīvās virsmas izcilņus („ragus”), kas ir lokalizēti pretī magnetvada polu centriem. Pieaugot kausējuma temperatūrai (pieaugot EM lauka iespiešanās dziļumam kausējumā) un pieaugot magnetvada temperatūrai (samazinās magnētiskā caurlaidība) kausējuma „ragi” sāk stiepties un var pieskarties iekārtai. Aprēķini uzrāda labāku kausējuma noturēšanu pie lielākām EM lauka frekvencēm un lielākas magnetvada magnētiskās caurlaidības;
  - 2.7. Veiktie pētījumi parādīja, ka šādu kausēšanas tehnoloģiju var attīstīt tālāk, piemēram, vairāku frekvenču EM lauku izmantošana nodrošinātu vienmērīgāku *Lorenca* spēku sadalījumu pie kausējuma apakšas, lai gan kausējuma „ragu” skaits palielinātos, tie būtu mazāk izteikti. Kombinējot klasisko levitāciju vertikālā laukā ar levitāciju dažādu frekvenču horizontālā laukā, varētu sasniegt vēl lielāku levitējoša kausējuma masu.

### 3. Turpmākie pētījuma plāni

- 3.1. Akadēmiskās un industriālās intereses ietvaros tiek plānots uzlabot skaitlisko modeli, iekļaujot tajā
  - siltuma pārnesi un kristalizāciju;
  - materiāla īpašību atkarību no temperatūras un EM lauka;
  - $v \times B$  locekli *Lorenca* spēka izteiksmē;
  - oksīda kārtas ietekmi uz kausējuma plūsmu un formu;
- 3.2. Eksperimentāli pārbaudīt sniegto skaidrojumu paraugu aksiālo svārstību nestabilitātei;
- 3.3. Meklēt iespējas vienkāršot divfrekvenču levitācijas kausēšanas metodi un pētīt tālāko levitējošā kausējuma masas palielināšanu;
- 3.4. Pētīt dotās levitācijas kausēšanas tehnoloģijas pielietojamību arī citiem metāliem.

## LITERATŪRAS SARAKSTS

- [1] E. Baake (1994) Grenzleistungs – und Aufkohlungsverhalten von Induktions-Tiegelöfen. Doktor-Ingenieur Dissertation, Düsseldorf, 167 p.
- [2] Siemens & Halske (1931) Verfahren zum Schmelzen schwerschmelzbarer Metalle, insbesondere von Tantal, Wolfram, Thorium oder Legierungen dieser Metalle in einem Wassergekühlten Behälter. Patent: Klasse 31c, Gruppe 23, Nr. 518499.
- [3] M. Kirpo (2008) Modeling of turbulence properties and particle transport in recirculated flows. Ph.D. Thesis, University of Latvia, Riga, 184 p.
- [4] Web page of the Institute of Materials Research in Space ([www.dlr.de](http://www.dlr.de)).
- [5] O. Muck (1923) German Patent 422 004.
- [6] E. C. Okress, D. M. Wroughton, G. Comenetz, P. H. Brace and J. C. R. Kelly (1952) Electromagnetic Levitation of Solid and Molten Metals. *J. Appl. Phys.*, vol. 23, pp. 545-552.
- [7] I. Egry, A. Diefenbach, W. Dreier, J. Piller (2001) Containerless processing in space – thermophysical property measurements using electromagnetic levitation. *Int. J. Thermophys.*, vol. 22, pp. 569–578.
- [8] Zachary L. Royer (2012) Optimizing electromagnetic levitation design to enhance thermodynamic measurement. Ph.D. Thesis, Iowa State University, Ames, Iowa, 205 p.
- [9] J. W. S. Rayleigh (1879) On the capillary phenomena of jets. *Proc. Royal Soc. London*, vol. 29, pp. 71-79.
- [10] I. Egry, G. Lohoefer, G. Jacobs (1995) Surface tension of liquid metals: result from measurement on ground and in space. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, pp. 4043-4046.
- [11] A. Bratz, I. Egry (1995) Surface oscillations of electromagnetically levitated viscous metal droplets. *J. Fluid Mech.*, vol. 298, pp. 341-359.
- [12] D. L. Cummings, D. A. Blackburn (1991) Oscillations of magnetically levitated aspherical droplets. *J. Fluid Mech.*, vol. 224, pp. 395-416.
- [13] R. F. Brooks, A. P. Day (1999) Observations of the Effects of Oxide Skins on the Oscillations of Electromagnetically Levitated Metal Droplets. *Int. J. Thermophys.*, vol. 20, pp. 1041-1050.
- [14] H. Lamb (1945) *Hydrodynamics*. Dover: New York.
- [15] L. M. Racz, I. Egry (1995) Advances in the measurement of density and thermal expansion of undercooled liquid metals. *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 66, pp. 4254-4258.
- [16] T. Richardsen, G. Lohoefer (1999) Contactless Electrical Conductivity Measurement of Electromagnetically Levitated Metallic Melts. *Int. J. Thermophys.*, vol. 20, pp. 1029-1039.
- [17] R. W. Hyers (2005) Fluid flow effects in levitated droplets. *Meas. Sci. Technol.*, vol. 16, pp. 394-401.
- [18] Y. Fautrelle, A. Sneyd, J. Etay (2007) Effect of AC magnetic fields on free surfaces. *Fluid mechanics and its applications*, vol. 80, pp. 345-355.
- [19] J. Priede (2011) Edge pinch instability of oblate liquid metal drops in a transverse AC magnetic field. *J. Fluid Mech.*, vol. 676, pp. 218-236.
- [20] V. Shatrov, J. Priede, G. Gerberth (2007) Basic flow and its three-dimensional linear stability in a small spherical droplet spinning in an alternating magnetic field. *Physics of Fluids*, vol. 19, 078106.
- [21] Y. Takeda (1987) Measurement of Velocity Profile of Mercury Flow by Ultrasound Doppler Shift Method. *Nuclear Technology*, vol. 79, pp. 120-124.
- [22] R. Ricou, C. Vives (1982) Local velocity and mass transfer measurements in molten metals using an incorporated magnet probe. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 25, pp. 1579-1588.

- [23] M. Scepanskis, M. Sarma, R. Nikoluskins, K. Thomsen, A. Jakovics, P. Vontobel, T. Beinerts, A. Bojarevics, E. Platacis (2015) *Magnetohydrodynamics*, in press.
- [24] L. Baptiste, N. van Landschoot, G. Gleijm, J. Priede, J. Schade van Westrum, H. Velthuis, T.-Y. Kim (2007) Electromagnetic levitation: a new technology for high rate physical vapour deposition of coatings onto metallic strip. *Surface & Coatings Technology*, vol. 202, pp. 1189–1193.
- [25] P. Gillon (2003) Synthesis of bulk metallic glass forming alloys in a cold crucible induction furnace. *Proc. the 4th Int. Symp. Electromagn. Processing Materials*, Lyon, France, pp. 220–225.
- [26] А. А. Фогель (1989) Индукционный метод удержания жидких металлов во взвешенном состоянии, Ленинград, 81 p.
- [27] V. Bojarevics, K. Pericleous, M. Cross (2000) Modeling the dynamics of magnetic semilevitation melting. *Metall. Mater. Trans. B*, vol. 31B, pp. 179-189.
- [28] H. Tadano, M. Fujita, T. Take, K. Nagamatsu, A. Fukuzawa (1994) Levitational melting of several kilograms of metal with a cold crucible. *IEEE Trans. Magn.*, vol. 30, pp. 4740–4742.
- [29] V. Bojarevics, A. Roy, K. A. Pericleous (2010) Magnetic levitation of large liquid volume. *Magnetohydrodynamics*, vol. 46, pp. 317-329.
- [30] O. Pesteanu, E. Baake, A. Koppen, D. Lohan (2012) Two-frequency method and devices for drip- and leakage-free electromagnetic levitation melting. *Heat processing*, vol. 2, pp. 96-100.
- [31] A. Umbrasko, E. Baake, B. Nacke, A. Jakovics (2007) Numerical studies of the melting process in the induction furnace with cold crucible. *Heating by Electromagnetic Sources-07*, Padua, Italy, pp. 277-284.
- [32] E. Westphal (1996) Elektromagnetisches und thermisches Verhalten des Kaltwand-Induktions-Tiegelofens. Doktor-Ingenieur Dissertation, Düsseldorf, VDI Reihe 21 Nr. 210, 138 p.
- [33] F. Bernier (2001) Optimierung des thermischen Verhaltens metallischer Dschmelzen in Kaltwand-Induktions-Tiegelofen. Doktor-Ingenieur Dissertation, Düsseldorf, VDI Reihe 19 Nr. 133, 138 p.
- [34] M. Vogt (2001) Einsatz des Kaltwand-Induktions-Tiegelofens zum Schmelzen und Giessen von TiAl-Legierungen. Doktor-Ingenieur Dissertation, Düsseldorf, VDI Reihe 19 Nr. 132, 170 p.
- [35] F. Negrini, M. Fabbri, M. Zuccarini, E. Takeuchi, M. Tani (2000) Electromagnetic control of the meniscus shape during casting in a high frequency magnetic field. *Energy conversion and management*, N41, pp. 1687-1701.
- [36] S. S. Roy, A. W. Cramb, J. F. Hoburg (1995) Magnetic shaping of columns in liquid sodium. *Metallurgical and materials transactions*, vol. 26B, pp. 1191-1196.
- [37] Y. W. Cho, Y. J. Oh, K. W. Yi, S. H. Chung, J. D. Shim (1996) Numerical analysis of molten metal shape in cold crucibles by 3D FEM. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, N4, pp. 11-22.
- [38] O. Pesteanu, E. Baake (2011) The multicell Volume of Fluid (MC-VOF) method for free surface simulation of MHD flows. Part I: Mathematical model. *ISIJ International*, vol.51, N5, pp. 707-713.
- [39] O. Pesteanu, E. Baake (2011) The multicell Volume of Fluid (MC-VOF) method for free surface simulation of MHD flows. Part II: Experimental verifications and results. *ISIJ International*, vol.51, N5, pp. 714-721.
- [40] A. Bansal, P. Chapelle, Y. Delannoy, E. Waz, P. Le Brun, J. P. Bellot (2015) Experimental and numerical analysis of the deformation of a liquid aluminum free surface covered by an oxide layer during induction melting. *Metallurgical and Materials Transactions B*, DOI: 10.1007/s11663-015-0398-7.

- [41] K. Pericleous, V. Bojarevics, G. Djambazov, R. A. Harding, M. Wickins (2006) Experimental and numerical study of the cold crucible melting process. *Applied Mathematical Modelling*, N30, pp. 1262-1280.
- [42] V. Bojarevics, R. A. Harding, K. Pericleous, M. Wickins (2004) The development and experimental validation of a numerical model of an induction skull melting furnace. *Metallurgical and Materials Transactions*, N35B, pp. 785-803.
- [43] V. Bojarevics, A. Roy, K. Pericleous (2010) Numerical model of electrode induction melting for gas atomization. *International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources*, Padua, Italy, pp. 11-18.
- [44] E. M. Schwartz (1995) Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- [45] J-H. Zong, J. Szekely, E. Schwartz (1992) An improved computational technique for calculating electromagnetic forces and power absorptions generated in spherical and deformed body in levitation melting devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, pp. 1833-1842.
- [46] V. Bojarevics, K. Pericleous (2003) Modelling electromagnetically levitated liquid droplet oscillations. *ISIJ Int.*, vol. 43, pp. 890-898.
- [47] K. Pericleous, V. Bojarevics, A. Roy (2013) Modeling of EML in Combined AC/DC Magnetic Fields as the Basis for Microgravity Experiments. *Int. J. Microgravity Sci. Appl.*, vol. 30, pp. 56-63.
- [48] C. Canuto, M. Hussaini, A. Quarteroni, T. Zang (1988) Spectral Methods in Fluid Dynamics, Springer, Berlin, p. 567.
- [49] D. C. Wilcox (1998) Turbulence Modelling for CFD, DCW Industries, California, p. 540.
- [50] S. Easter (2012) Ph.D. Thesis, University of Greenwich, London, UK.
- [51] B. Q. Li (2006) Effect of convection on the measurement of thermophysical properties using levitated droplets. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, vol. 1077, pp. 1-32.
- [52] X. Ai (2004) Ph.D. Thesis, Washington State University, Pullman, WA.
- [53] B. Q. Li (1993) Magnetothermal phenomena in electromagnetic levitation processes. *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 31, pp. 201-220.
- [54] S. K. Lele (1992) Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution. *J. Comp. Phys.*, vol 103, pp. 16-42.
- [55] H. Le, P. Moin (1991) An improvement of fractional step methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *J. Comp. Phys.*, vol. 92, 369-379.
- [56] R. W. Hyers, G. Trapaga, B. Abedian (2003) Laminar-turbulent transition in an electromagnetically levitated droplet. *Metall. Mater. Trans. B*, vol. 34B, pp. 29-36.
- [57] S. R. Berry, R. W. Hyers, L. M. Racz, B. Abedian (2005) Surface oscillations of an electromagnetically levitated droplet. *Int. J. Thermophys.*, vol. 26, pp. 1565-1581.
- [58] Team TEMPUS (1996) *Proc. of the IX Europ. Symp. On Gravity-Dependent Phenomena in Phys. Sci., Lecture Notes in Physics 464*, Springer, New York, pp. 233-252.
- [59] C. W. Hirt, B. D. Nichols (1981) Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comp. Phys.*, vol. 39, pp. 201-225.
- [60] P. Chapelle, A. Jardy, D. Ablitzer, Yu. M. Pomarin, G. M. Grigorenko (2008) High-speed imaging and CFD simulations of a deforming liquid metal droplet in an electromagnetic levitation experiment. *J. Mater. Sci.*, vol. 43, pp. 3001-3008.
- [61] V. Bojarevics, K. Pericleous (2001) Magnetic levitation fluid dynamics. *Magneto hydrodynamics*, vol. 37, pp. 93-102.
- [62] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, C. Zemach (1992) A Continuum Method for Modelling Surface Tension. *Journal of Computational Physics*, vol. 100, pp. 335-354.

- [63] F. Hegewaldt, L. Buligins, A. Jakowitsch (1993) Transient bath surface bulging at energization of an induction-type crucible furnace. *Elektrowärme international*, N1, pp. 28-42.

## PATEICĪBAS

Vēlos izteikt sirsnīgu pateicību mana promocijas darba vadītājam Prof. Andrim Jakovičam par vērtīgām kritiskām piezīmēm un padomiem, jaunu ideju bagātām diskusijām, viņa atbalstu un motivēšanu visu manu studiju laikā.

Esmu pateicīgs Prof. Egbertam Baake un Prof. Bernardam Nacke par iespēju izstrādāt promocijas darbu un gūt pieredzi dažādos indukcijas karsēšanas/kausēšanas projektos Leibnica Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūtā. Institūtā esošā plašā eksperimentālā bāze un ātrdarbīgo aprēķinu klāsteru iespējas bija nenovērtējami promocijas darba progresam.

Gribu pateikties Prof. Ovidiu Pesteanu (\*1945-†2012) par divfrekvenču levitācijas kausēšanas projekta uzsākšanu, viņa spožām idejām un ieguldījumu šajā pētījumā.

Atsevišķa pateicība S. Mikulski par atbalstu levitācijas kausēšanas eksperimentu veikšanā, Dr. A. Nikanorovam, Dr. V. Gežam, Dr. P. Turewicz and T. Steinbergam par auglīgām diskusijām, kas sekmēja pētāmo parādību dziļāku izpratni, H. Schülbe, Dr. V. Kichiginam un D. Lohan par palīdzību eksperimentālo iekārtu izveidošanā un darbināšanā, kā arī A. Köppen un D. Georgi par radošu pieeju eksperimentālo iekārtu izgatavošanā.

Esmu pateicīgs Latvijas Universitātes Vides un Tehnoloģisko Procesu Matemātiskās Modelēšanas Laboratorijas, kā arī Leibnica Hannoveres Universitātes Elektrotehnoloģiju institūta kolēģiem par visiem šiem kopā pavadītiem gadiem draudzīgā un siltā atmosfērā.

Vēlos izteikt vissirsnīgāko pateicību manai Ģimenei par mīlestību, atbalstu un sapratni.