

АКАДЕМИЯ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ ПОЛИМЕРОВ

САУЛГОЗИС Ю.Ж.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНСТРУКЦИОННОГО БИОПОЛИМЕРА-
КОМПАКТНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ЧЕЛОВЕКА

Диссертация

на соискание ученой степени
кандидата технических наук

НАУЧНЫЕ РУКОВОДИТЕЛИ

кандидат технических наук КИЕТС И.В.

кандидат медицинских наук ЯНСОН Х.А.

Рига, 1975 года

О Г Л А В Л Е Н И Е

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 4 |
| ГЛАВА I. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПАКТНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ЧЕЛОВЕКА /обзор литературы/..... | 7 |
| I.1. Упругие свойства | 8 |
| I.2. Прочностные свойства | 13 |
| I.3. Влияние содержания компонентов композита костной ткани на её механические характеристики | 18 |
| I.4. Цель диссертации | 23 |
| ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ИСПЫТАНИЯ ТВЕРДЫХ БИОПОЛИМЕРОВ..... | 25 |
| 2.1. Небиологические и биологические факторы | 25 |
| 2.2. Подбор экспериментального материала | 26 |
| 2.3. Акустические и кратковременные статические испытания | 33 |
| 2.4. Статистическая обработка и корреляционный анализ экспериментальных результатов | 43 |
| ГЛАВА 3. ДЕФОРМАТИВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПАКТНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ И НЕОДНОРОДНОСТЬ ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В БОЛЬШЕБЕРЦОВОЙ КОСТИ ЧЕЛОВЕКА | 45 |
| 3.1. Тензоры податливости ортотропного материала | 45 |
| 3.2. Анизотропия и неоднородность деформативных харак- теристик при растяжении и неразрушающих испытаниях | 47 |
| 3.3. Анизотропия и неоднородность деформативных характеристик при кручении и неразрушающих испытаниях | 79 |

| | |
|---|-----|
| 3.4. Результаты корреляционного анализа | 90 |
| ГЛАВА 4. ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПАКТНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ И НЕОДНОРОДНОСТЬ ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В БОЛШЕБЕРЦОВОЙ КОСТИ ЧЕЛОВЕКА | 99 |
| 4.1. Анизотропия и неоднородность прочностных характе- ристик при растяжении | 99 |
| 4.2. Анизотропия и неоднородность прочностных характе- ристик при кручении | 101 |
| 4.3. Результаты корреляционного анализа | 110 |
| ВЫВОДЫ | 124 |
| ЛИТЕРАТУРА | 128 |

В В Е Д Е Н И Е .

В настоящее время композитные конструкционные материалы находят применение во всех областях жизни. Для расширения их внедрения в будущем первостепенную важность имеет улучшение существующих и создание новых композитов. Однако разработка армированных пластиков более совершенного строения (например, композитов с пространственной структурой) находится только в начальной стадии. Одним из перспективных путей ускорения решений вышеупомянутых проблем является исследование биополимеров, в том числе костной ткани, с материаловедческой точки зрения. Выявленные законы построения тканей биологического происхождения могут стать основой для создания новых синтетических композитных материалов с широким диапазоном применения.

Основной несущий элемент опорно-двигательного аппарата человека и животных — костная ткань — превосходит известные синтетические композиты по ряду показателей, в том числе своей способностью при нагружении сопротивляться межслойному сдвигу и трещинообразованию. Совершенные принципы структурообразования и многоступенчатое пространственно армированное строение обеспечивают эффективную функциональную адаптацию кости к определенным механическим нагрузкам.

Исследованию компактной костной ткани с материало-водческой точки зрения посвящен ряд работ, где изложены данные о ее механических и структурных особенностях. Несмотря на это, до сих пор отсутствуют необходимые сведения для формулировки общих принципов построения компактного костного биополимера, и, как следствие, — представления о костной ткани как армированном биополимерном материале весьма схематичны. Имеющиеся данные недостаточны как для теоретических расчетов, так и для практического их использования при создании новых синтетических армированных пластиков.

Знание механических характеристик биополимеров позволяет инженерам, конструкторам и медикам разработать новые защитные приспособления для человека в транспортных средствах, в том числе в космических летательных системах. Не менее важно знать эти свойства при разработке синтетических аналогов костной ткани для имплантации, создании фиксаторов для скрепления костей после переломов, разработке новых акустических методов диагностики заболеваний костей и суставов, выяснении характеристик травмирующих факторов при проведении судебно-медицинских экспертиз.

Можно надеяться, что приведенные результаты изучения механических параметров компактной костной ткани человека и установление взаимосвязей между величинами этих параметров и количественным содержанием в костной ткани отдельных компонентов композита — костного вещества — облегчит и ускорит решение некоторых из перечисленных

проблем.

Диссертация выполнена в лаборатории биомеханики Института механики полимеров АН Латв.ССР. Автор выражает благодарность руководителям диссертации за ценные советы и также доктору медицинских наук, профессору Л.И.Слуцкому (Рижский научно-исследовательский институт травматологии и ортопедии Министерства здравоохранения Латв.ССР) за содействие в проведении исследований биохимических компонентов композита – костной ткани.

Г Л А В А I

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПАКТНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ЧЕЛОВЕКА .

(Обзор литературы)

Механические свойства компактной костной ткани можно изучать как разрушающими, так и неразрушающими методами исследования. В зависимости от режима нагружения различаются статические и динамические (в частности – акустические) испытания.

Большинство работ, посвященных экспериментальному исследованию компактной костной ткани длинных трубчатых костей человека содержат параметры деформативных и прочностных свойств, установленных в статическом режиме нагружения при сжатии и изгибе. Менее распространенными видами испытаний являются растяжение, кручение и сдвиг. Многие авторы для определения механических характеристик костной ткани пользуются измерением её твердости.

Динамические исследования применяются главным образом для установления механических параметров костной ткани и определения зависимости этих параметров от характера динамических нагрузок. Испытания компактной костной ткани, выполненные в динамическом режиме, малочисленны.

Экспериментальное изучение костной ткани, проведенное в рамках данной работы, имеет материаловеденческую направленность и выполнена как в статическом, так и в высокочастотном динамическом (акустическом) режимах. Литература

обзор включает только те труды, которые посвящены определению механических и композиционных характеристик компактной костной ткани длинных трубчатых костей человека. Следует отметить, что механические параметры костной ткани, представленные в различных работах, часто приведены как технические константы изотропного материала. Для изучения биополимеров, как анизотропных сред, в настоящем обзоре все параметры приведены относительно главных осей анизотропии : ось x_1 - проходит параллельно продольной оси кости, ось x_2 - проведена по касательной и ось x_3 - направлена в центр тяжести поперечного сечения кости.

1.1. Упругие свойства.

В 1847 году Вертгейм опубликовал работу /124/, в которой впервые подробно описаны механические свойства разных биотканей человека. В отношении костной ткани автор отмечает, что она под нагрузкой следует закону пропорциональности /69,70/, сухая костная ткань характеризуется также как линейноупругая до самой точки разрушения. По другим данным, для свежей и влажной ткани закон Гука справедлив только при малых напряжениях /9,67,69,70,81 и др./. В работе /96/ начальная часть кривой $\sigma - \epsilon$ (напряжение-деформация) принимается линейной, с примечанием, что фактически имеется нелинейность. Таким образом, установленные некоторыми исследователями /45,47,96 и др./ уровни пропорциональности кривой $\sigma - \epsilon$ следует считать условными. В некоторой мере это можно сказать и в отношении модулей упругости и сдвига. Их экспериментальные значения будут в боль-

шой мере зависеть от точности измерения деформации и способа аппроксимации кривой $\sigma - \epsilon$.

Модуль упругости. Обозначим через E_i ($i = 1, 2, 3$) модуль упругости установленный в направлении оси x_i ($i = 1, 2, 3$) кости, $[E_i] = \text{кгс/мм}^2$. Средние величины E_I при растяжении свежей или влажной компактной костной ткани диафиза большеберцовой кости взрослого человека по данным авторов работ /67, 75, 77, 92/ находятся между 1216 и 2276.

В /114/ неразрушающими методами определены следующие динамические модули упругости : $E_I = 1703$, $E_2 = E_3 = 989$ для ткани большеберцовой кости 70 летнего мужчины. По мнению авторов в интервале от 500 до 3500 гц установленные модули упругости не зависят от частоты (f) вибрирования. Другие выводы, испытывая живую костную ткань при температуре $37,5^\circ\text{C}$, получены в /63/ : динамический модуль упругости E_I при вибрировании с $f = 35,4$ гц находится между 648 и 1020. При $f = 353,6$ гц $E_I = 1234 \pm 1520$, т.е. установлено влияние частоты вибрирования. В работе /61/ образцы костного вещества бедренной кости испытывались на сжатие - растяжение при $f = 7,5, 5,2$ и $0,66$ гц. Авторы отмечают, что такие частоты находятся в пределах физиологических норм. Для влажной ткани получены следующие средние модули упругости : $E_{0^\circ} = 1610 \pm 40$; $E_{30^\circ} = 1140 \pm 20$; $E_{45^\circ} = 1270 \pm 50$ ($0^\circ, 30^\circ$ и 45° - углы ориентации образцов в отношении к продольной оси бедренной кости). Динамический модуль упругости, при прозвучивании компактной ткани ультразвуком в направлении оси x_I с $f = 100$ кгц, что обозначим через $E_{I(100)}$, определен в /52/. Для ткани большеберцовой и бедренной кости человека $E_{I(100)} = 2489 \pm 133$. Найдена хоро-

шая взаимосвязь между $E_I(100)$ и E_I , установленного при изгибе ($r = 0,91$, $p < 0,01$, где r - коэффициент линейной корреляции; p - уровень достоверности линейной корреляции). Уравнение регрессии следующее: $E_I = 135 + 0,7564 E_I(100)$.

В ряде работ /45,61,81,109,113,115/ отмечается, что модули упругости компактной ткани одинаковы как при растяжении, так и при сжатии, что противоречит результатам в /98,112,125/. В /98/ установлено значительное расхождение величин E_I (среднее значение равно 1036 при сжатии, а 2275 - при растяжении). Значения $E_I = 1036 + 2439$ экспериментально найденные рядом исследователей /45,67,80,92,97,101,115/ при сжатии, также ниже модулей упругости, полученных при растяжении: $E_{II} = 1216 + 3600$ /67,69,75,77,92,118,119, 124/. Отличие этих величин при растяжении и сжатии возможно является следствием своеобразной функциональной приспособляемости компактной костной ткани к растягивающим напряжениям. Очевидно, что до полного выяснения этого вопроса нельзя без учета вида нагружения говорить о модуле упругости костной ткани.

Определенный интерес представляет вопрос о взаимосвязи между модулем упругости и прочностью. При изгибе уравнение регрессии следующее: $E_I = 0,264 + 0,06975 \sigma_{II}^*$; где σ_{II}^* - разрушающее напряжение при изгибе образца, изготовленного вдоль x_I кости, $[\sigma_{II}^*] = \text{кгс/мм}^2$. Коэффициент линейной корреляции $r = 0,81$ /111/. Установлена также хорошая корреляционная связь между модулями упругости, определенными в различных ориентациях в бедренной кости и соответствующими пределами прочности при сжатии /47/.

Авторы /44-47,67,II4/, изучающие механические свойства костного вещества, приходят к выводу, что она трансверсально изотропна. Отношение E_1/E_2 по литературным данным находится в пределах от 1,9 /II5/ до 2,08 /67/, а E_1/E_3 от 1,9 /45,47/ до 2,3 /67/. Эти результаты получены при испытании компактной ткани бедренной кости на сжатие.

В литературных источниках нет сведений о модулях E_2 и E_3 при растяжении.

Костная ткань не только анизотропна - её упругие свойства неравномерно распределены по объему диафиза длинных трубчатых костей человека /69,81,92,108,II3/. В /92/ установлено, что E_1 при растяжении больше у образцов, которые находятся ближе к каналу бедренной, большеберцовой и плечевой костей. Изменения модулей упругости по радиусу поперечного сечения кости объясняются своеобразным распределением порозности компактной ткани /II3/. Некоторые данные о неоднородности распределения E_1 как по длине, так и по поперечному сечению большеберцовой кости приведены в /69/, но сведений о распределении модулей E_2 и E_3 отсутствуют.

Коэффициент поперечной деформации. В работах о механических свойствах компактной костной ткани человека коэффициент Пуассона впервые упоминается в /II6/. Авторы, ничего не говоря об анизотропии костной ткани, отмечают, что коэффициент поперечной деформации равен 0,28. Другие исследователи принимают μ равным 0,34 /53/ и 0,25 - 0,45 /85/ не указывая, как эти значения получены. Анизотропия

коэффициента поперечной деформации при сжатии костной ткани бедренной кости рассмотрена только в работах /44,45, 47/. Обозначим коэффициент поперечной деформации анизотропного материала через μ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3; i \neq j$), где первый индекс i обозначает направление приложения нагрузки и измерения продольных деформаций, а второй — направления измерения поперечных деформаций. В /44,45/ экспериментально установлено, что $\mu_{12} = \mu_{13} = 0,5$ и $\mu_{21} = \mu_{31} = 0,25$, а величина $\mu_{23} = \mu_{32} = 0,05$ вычислена аналитически, принимая, что костная ткань трансверсально изотропна. Полученное значение μ_{12} хорошо согласуется с данными /107/. В /47/ приведены другие величины коэффициентов поперечной деформации: $\mu_{12} = 0,26$, $\mu_{32} = 0,32$ и $\mu_{21} = 0,13$.

В литературных источниках о механических свойствах костной ткани человека отсутствуют сведения о неоднородности распределения коэффициента поперечной деформации по сечению кости.

Модуль объемной деформации при одноосном растяжении-сжатии. Обозначим модуль объемной деформации через $K = \frac{\sigma}{3\varepsilon(\sigma)}$, где $\sigma = \sigma_{ii} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$, $[K] = \text{кгс/мм}^2$. Для характеризования изменения объема при одноосном нагружении введем ещё модуль $K_i = \frac{\sigma_{ii}}{\varepsilon(\sigma_{ii})}$, $[K_i] = \text{кгс/мм}^2$. Согласно работы /44/ модуль K при сжатии по направлению осей x_1, x_2 и x_3 образцов компактной костной ткани бедренной кости человека равен 620. Авторами отмечается, что для костной ткани характерно действие напряжения, приложенного вдоль оси x_1 кости, и потому величина $K_1 = \infty$, $K_2 = K_3 = 1240$.

То, что $K_I = \infty$, по мнению авторов указывает на постоянство объема компактной кости при растяжении и сжатии. Из-за отсутствия других литературных источников, посвященных изучению модулей объемной деформации, трудно судить о справедливости вышеприведенных величин для компактной костной ткани большеберцовой кости человека.

Модуль сдвига. Обозначим через G_{ij} модуль сдвига в направлении оси x_i по плоскости, перпендикулярной оси x_j , $[G_{ij}] = \text{кгс/мм}^2$. Первые экспериментальные значения модуля сдвига приведены в /67/. Исследуя цилиндрические стержни компактной ткани на кручение найдено, что модуль сдвига равен 565 ± 50 (ось образца совпадает с продольной осью бедренной кости). Из экспериментов на сжатие образцов разной угловой ориентации в кости вычислены следующие модули сдвига : $G_{12} = G_{13} = 450$; $G_{23} = 415$ /44/ и $G_{12} = G_{13} = 515$; $G_{23} = 330$ /47/.

Имеющиеся сведения о модуле сдвига позволяют судить о его величине для костной ткани человека только в самых общих чертах. Отсутствие достаточного количества экспериментальных данных о величинах G_{ij} не позволяет установить класс анизотропии компактной ткани. Нет также литературных источников, где исследовалась бы неоднородность распределения модуля сдвига в кости.

1.2 Прочностные свойства.

Разрушающее напряжение при растяжении и сжатии. Обозначим через $\sigma_{\langle ii \rangle}^+$ и $\sigma_{\langle ii \rangle}^-$ ($i = 1, 2, 3$) разрушающие напряжения при растяжении и сжатии, соответственно. Установ-

ление разрушающего напряжения σ_{11}^+ и σ_{11}^- образцов вдоль продольной оси x_1 кости является самым распространенным видом испытания костной ткани человека. Однако по изучению σ_{22}^+ и σ_{33}^+ на растяжение работ немного. Это во многом связано с трудностью изготовления образцов для растяжения и сложностью их закрепления в зажимах испытательных машин.

Разрушающее напряжение σ_{11}^+ свежей или влажной компактной костной ткани большеберцовых костей взрослого человека, согласно /9,68,70,71,73,75-77,103/ находится в пределах от 8,88 до 14,10, $[\sigma_{11}^+]$ = кгс/мм² .

Прочность костной ткани при растяжении ниже, чем при сжатии /9,47,67,108 и др./ . Разницы в $|\sigma_{11}^-| - \sigma_{11}^+$, установленных при сжатии и растяжении, по данным /67/ составляет 3,05, а по данным /117/ - 10,03. Для направления x_2 эта разница ещё больше - 13,5 /47/. Различие в разрушающих напряжениях означает, что кость при изгибе будет разрушаться с растянутой стороны. Интересно отметить, что для ряда конструкционных материалов, например, дерева, в отличие от костного вещества, предел прочности при растяжении больше, чем при сжатии /12/.

Авторами /46,68,110,111/ установлена хорошая корреляция между разрушающим напряжением и модулями упругости. Уравнение регрессии в /111/ при испытании на изгиб имеет следующий вид : $\sigma_{11}^* = 4,0 + 9,45 E_1$, ($r = 0,81$). При сжатии $|\sigma_{\alpha}^-| = 5,07 + 0,0142 E_{\alpha}$, ($r = 0,99$), где α - угол ориентации образца по отношению к продольной оси бедренной кости /46/.

Анизотропия разрушающего напряжения при растяжении костной ткани человека исследована мало. Известны две работы, в которых рассмотрена прочность костной ткани при нагружении вдоль осей x_1, x_2 и x_3 . Так по /68/ $\sigma_{11}^+ = 9,67 \pm 2,74$, $\sigma_{22}^+ = \sigma_{33}^+ = 1,0 \pm 0,29$, а по /73/ $\sigma_{11}^+ = 8,88 \pm 2,89$ (100 %), $\sigma_{22}^+ = 1,34 \pm 0,70$ (15 %) и $\sigma_{33}^+ = 1,54 \pm 0,41$ (17 %) для костной ткани большеберцовой кости. В испытаниях на сжатие величины выше - $|\sigma_{11}^-| = 13,36 \pm 2,18$ (100 %), $|\sigma_{22}^-| = 10,78 \pm 1,97$ (82 %), $|\sigma_{33}^-| = 11,94 \pm 3,23$ (89 %) /67/. Подобные результаты при сжатии получили и в /9,45-47, 108/. Авторы приходят к выводу о трансверсальной изотропии прочности как при растяжении, так и при сжатии - кость намного слабее, если её нагружать перпендикулярно а не вдоль гаверсовой системе. В /31,46/ проделана попытка подтвердить трансверсальную изотропию костной ткани особенностями её структуры, но выбранный подход схематичен. Очевидно, необходимы дальнейшие исследования анизотропии прочности. Особенно перспективны эксперименты на растяжение из-за высокой степени неоднородности разрушающих напряжений - $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{22}^+} = 9,67$ (по /68/) при таком виде нагружения.

Прочность при растяжении различна в зависимости от локализации образца в кости человека /63,69,70,73,76,108/. В /73/ σ_{11}^+ определялось как по длине большеберцовых костей (проксимальный, средний и дистальный отдел), так и по их поперечному сечению (передняя и средняя зоны) : прочность σ_{11}^+ выше в среднем отделе и передней зоне, ниже в проксимальном отделе и средней зоне. Автор /108/ отмечает разницу в σ_{11}^+ в зависимости от того, изготовлен ли обра-

зец из внутреннего или внешнего слоя кортикальной стенки кости.

Обширные экспериментальные результаты, полученные при сжатии (703 образца) сухой костной ткани бедренной кости человека имеются в /54/. Автор составил даже карту разрушающих напряжений бедренной кости, но он, как и другие исследователи, определял только σ_{11}^- . В литературных источниках нет данных о неоднородности распределения разрушающих напряжений, установленных в направлении осей x_2 и x_3 кости как при растяжении, так при сжатии.

Максимальная деформация при растяжении и сжатии. Величины ϵ_{11}^+ влажной компактной ткани взрослого человека, согласно работам /69,70,75,77,96/, находятся в интервале от 0,46 до 2,2 %. Предельная деформация компактной костной ткани большеберцовой кости человека следующая : $\approx 1,8 \%$, /70/, $1,77 \pm 0,73 \%$ /77/ и $\approx 1,67 \%$ /75/. В экспериментах на сжатие установленные величины ϵ_{11}^- находятся в пределах от 0,95 до 5,3 % /45,80,97,101,102/. Найти точное значение ϵ_{11}^- , как и всех других предельных параметров при испытании на сжатие, не позволяет трудность установления момента разрушения образца. В экспериментах на растяжение, в свою очередь, проблемой является закрепление миниатюрных образцов в зажимах испытательной машины и измерение их деформации. Этим можно объяснить отсутствие сведений о ϵ_{22}^+ и ϵ_{33}^+ в работах, посвященных изучению костной ткани при растяжении. При сжатии вдоль осей x_2 и x_3 кости, установлена повышенная деформативность компактной костной ткани : $|\epsilon_{11}^-| = 2,8 \pm 0,09 \%$, $|\epsilon_{22}^-| = 4,3 \pm 0,43 \%$ и $|\epsilon_{33}^-| = 5,0 \pm 0,61 \%$ /45/.

В /69,70/ имеются сведения о неоднородности распределения ε_{ii}^+ в длинных трубчатых костях человека. Максимальная деформация выше в средней части диафиза большеберцовой кости /70/. В отношении поперечного сечения кости, ε_{ii}^+ выше во внутренней и внешней части бедренной кости /69/. При сжатии компактной ткани большеберцовой кости наибольшие ε_{ii}^- имеются в проксимальном конце (1,218 %) и в задней части (1,092 %); наименьшие - в дистальном конце (0,614 %) и в латеральной части (0,819 %) /80/.

Энергия, затраченная на разрушение компактной костной ткани при растяжении-сжатии. Обозначим через $U_{ii} = \int_0^{\sigma_{ii}} \sigma_{ii} d\varepsilon_{ii}$ удельную энергию деформирования образца при нагружении по направлению оси x_i , $[U_{ii}^+ -] = \text{кгс} \cdot \text{мм} / \text{мм}^3 = \text{кгс} / \text{мм}^2$. При растяжении образцов компактной костной ткани 78 летнего мужчины найдено, что $U_{ii}^+ = 0,05877$ /69/, а при сжатии костной ткани взрослого человека - $|U_{ii}^-| = 0,190$ /101/. Интересно отметить, что авторы работы /70/ установили линейную связь между U_{ii}^+ и ε_{ii}^+ . Вышеприведенные результаты получены при испытании образцов бедренной кости.

Данных об анизотропии и неоднородности распределения U_{ii}^+ по поперечному сечению кости в литературных источниках нет.

Прочность при кручении. Обозначим через τ_i^* разрушающее напряжение при кручении образцов вокруг оси x_i , $[\tau_i^*] = \text{кгс} / \text{мм}^2$. Раубер /108/ подверг кручению круглые стержни вокруг оси x_I , изготовленные из свежей компактной ткани бедренной кости. Он получил $\tau_i^* = 7,10 \pm 9,31$. Подобные результаты $\tau_i^* = 7,48 \pm 0,80$ установлены и для сухой компактной ткани большеберцовой кости /67/.

Сведения об анизотропии и неоднородности распределения прочностных свойств при кручении костной ткани длинных трубчатых костей человека в литературных источниках отсутствуют. Нет также данных о величинах максимальных деформаций и удельных энергиях деформирования при таком виде нагружения.

1.3. Влияние содержания компонентов композита костной ткани на её механические характеристики.

Мысль о том, что механические свойства кости зависят как от строения костной ткани, так и от распределения отдельных компонентов композита, отметили в своих работах ещё Гильзен /9/, Лесгафт /24/, Раубер /108/, Слуцкий /41/ и др.

Корнилович /18/ выделил следующие основные факторы, определяющие прочность и упругость целых костей человека а) биохимический состав кости; б) форма кости; в) макроскопическое строение (распределение губчатого вещества); г) микроскопическое строение компактного вещества. В /105, 106/ приведено разделение костной структуры на 4 степени, а Кнезе /88,89/ различал 5 степеней. Одна из степеней включает костную структуру, состоящую из (1) коллагеновых волокон, (2) минеральных веществ и (3) цементирующей субстанции (мукополисахаридов).

Согласно /126/ растягивающие напряжения воспринимает коллаген, а сжимающие – апатит (минеральная часть костной

ткани). В противоположность такому утверждению в /65 / отмечается, что немислимо представить поведение апатита и коллагена подобно арматуре и бетона в железобетоне при сжатии. В /55/ выделены две разновидности костной ткани одна, которая сопротивляется нагрузке, другая — осуществляющая метаболические процессы. Из-за малочисленности данных о механических параметрах структурных элементов и компонентов композита костной ткани в литературе, их поведение и значение в зависимости от вида нагружения пока неясна. В /62/ приведен модуль упругости фтороапатита (кристаллического минерального вещества, аналогичного гидроксилapatиту) равный 16870. Согласно /82,83/ для фтороапатита $E = 12240$; $G = 4730$; а для гидроксилapatита $E = 11632$; $G = 4541$; $\mu = 0,27$. Коллаген имеет $E=140,6$ /64/, модуль сдвига $G = 46,9$ (при $\mu = 0,35$) /86/ и разрушающее напряжение $\sigma^* = 56,24$ /64/. Органическая (коллагеновая) матрица декальцинированной бедренной кости человека имеет модуль упругости $E_T = 1,67$, а для матрицы берцовой кости быка $E_T = 3,62$ /9/.

Интересно рассмотреть механические параметры, установленные для образцов с (1) органической или (2) неорганической матрицей компактной ткани бедренной кости быка /115/. Неорганическая матрица при растяжении намного слабее ($\sigma_{11}^+ = 0,69$, $\sigma_{22}^+ = 0,32$) коллагена ($\sigma_{11}^+ = 1,69$; $\sigma_{22}^+ = 0,60$). При сжатии минеральная часть прочнее ($|\sigma_{11}^-| = 3,76$; $|\sigma_{22}^-| = 1,98$) чем при растяжении, но не столь прочна, как компактная ткань в целом при сжатии ($|\sigma_{11}^-| = 22,34$; $|\sigma_{22}^-|$

15,60). Модуль упругости органической матрицы при растяжении намного ниже ($E_1 = 21,37$; $E_2 = 11,74$), чем апатита при сжатии ($E_1 = 780,41$; $E_2 = 337,47$). Следует отметить, что вышеизложенные результаты получены для пористой неорганической матрицы после экстракции коллагена. Авторы работы приходят к выводу, что органическая и неорганическая матрица, как и компактная кость анизотропны. Так как отдельно эти две матрицы менее прочны и менее упруги, чем целая компактная костная ткань, авторы причисляют кость к классу таких двухфазных материалов, как стеклопластик.

Испытанием на растяжение отдельных декальцинированных составляющих (остеонов) кости человека в /57/ установлены модуль упругости ($E = 105,0 \pm 35,0$), разрушающее напряжение ($\sigma^* = 8,53 \pm 1,40$) и максимальная деформация ($\epsilon^* = 21,9 \pm 7,15 \%$). Характерно, что для декальцинированных остеонов и коллагена величины модулей упругости близки (E для коллагена $140,6$ /64/), но разрушающие напряжения существенно отличаются (прочность коллагена по /64/ равна $56,24$).

Сведения о механических характеристиках мукополисахаридов (цементирующей субстанции) отсутствуют.

Механическая роль количественного содержания кристаллического вещества. Большинство авторов, изучающих деформативные, прочностные и акустические параметры костной ткани, указывают, что упругие и прочностные свойства костной ткани в большой степени зависят от минерального компонента /9,57-59,63,64-66,82,84-87,94,120,121 и др./.

Для установления влияния минерального вещества костной ткани на её механические свойства, исследователи часто пользуются изучением корреляции между механическими параметрами и количественным содержанием золы после сжигания испытанных образцов. В /103/ не получена достоверная линейная корреляция между σ_{11}^+ образцов компактной ткани большеберцовой кости и содержанием золы ($r = 0,369$; $p > 0,1$). По /68,99/ прочность не зависит, а модуль упругости зависит /99/ от содержания золы. Исследуя образцы из бедренной кости в /120/ выявлена 30 % повышение σ_{11}^+ при 5 % увеличении количества золы. Другими исследователями также установлено положительное влияние минерального компонента как на прочность компактной ткани /117,121/, так и на механические характеристики отдельных её структурных элементов /57-59/. Следует отметить, что связь между приростом модуля упругости и содержанием минеральных веществ в кости нелинейна /58,66,120/.

Интересные результаты получены при исследовании живой компактной ткани человека вибрационным методом /63/. Выявлено, что характер взаимосвязи между измеряемым динамическим модулем упругости и процентным (по весу) содержанием неорганических веществ в кости зависит от частоты вибраций. При частоте 35,4 гц с увеличением количества неорганических веществ динамический модуль упругости уменьшается, а при 353,6 гц - увеличивается.

В литературных источниках не имеются сведения о взаимосвязях между содержанием неорганических веществ и неоднородностью распределения деформативных, прочностных и акустических свойств в большеберцовой кости человека.

Механическая роль количества коллагена в костной ткани до сих пор не исследовалась. Большинство работ посвящено только изучению влияния расположения коллагеновых волокон в костной ткани и в отдельных её структурных элементах /57-60, 72, 74-77, 80, 117 и др./.

Механическая роль цементирующего вещества. Авторы работ /66, 68, 72, 74, 75, 77, 123 и др./ отмечают, что трещины при разрушении компактной кости от сжатия или растяжения проходят по цементирующим линиям. Это, по их мнению, указывает на малую прочность аморфного вещества, склеивающего структурные элементы и компоненты композита костной ткани. При сдвиге роль цементирующего вещества возможно другое - сопротивляемость её на границе остеонов больше, чем прочность самого остеона /59/. В /87/ указывается, что для расчетов костной ткани как композитного материала необходимо установить упругие характеристики аморфных минеральных веществ и мукополисахаридов (цементирующего вещества). Необоснованными являются те соображения, по которым компактная ткань трактуется только как двухфазный материал /65, 98, 104 и др./, без учета влияния мукополисахаридов .

Из анализа литературных данных следует, что

- 1) отсутствуют сведения о величинах ряда механических характеристик, установленных при растяжении, кручении и акустических испытаниях компактной костной ткани человека;
- 2) полученные разными авторами механические параметры костной ткани имеют большой разброс;
- 3) в литературе мало сведений об экспериментальном исследовании одного и того же образца костной ткани несколькими методами испытания;

- 4) слабо изучена анизотропия механических свойств компактного костного биополимера и в теоретических расчетах компактная костная ткань трактуется как изотропный или трансверсально изотропный двухфазный композитный материал;
- 5) отсутствуют данные о неоднородности распределения величин механических параметров в диафизе большеберцовой кости человека с учетом анизотропии;
- 6) мало изучена взаимосвязь между значениями характеристик деформативных, прочностных и акустических свойств с одной стороны, и количеством в кости отдельных компонент композита, с другой стороны;
- 7) мало рекомендаций о применении результатов исследований кости в практической медицине, материаловедении;
- 8) большеберцовая кость до сих пор изучена недостаточно, несмотря на то, что она имеет сложное и интересное, с точки зрения механики, строение и часто подвергается воздействию травмирующих факторов.

I.4. Цель диссертации.

I. Усовершенствовать комплексный метод испытания костной ткани, включающий неразрушающие и разрушающие испытания, а также биохимический анализ, на одном и том же образце костной ткани человека.

2. Установить основные характеристики механических свойств костной ткани как анизотропной среды; определить сжимаемость компактной костной ткани.

3. Выявить характер распределения по поперечному сечению большеберцовой кости человека значений механических параметров ткани и количественного содержания коллагена, гидроксипатита и связующего вещества, для разработки синтетических аналогов костной ткани и большеберцовой кости человека.

4. Установить взаимосвязи между характеристиками деформативных, прочностных и акустических свойств и количественным содержанием отдельных компонентов композита для разработки новых акустических методов диагностики с учетом установленных взаимосвязей.

5. Определить влияние количественного содержания отдельных компонентов композита на значения механических характеристик костной ткани.

Г Л А В А II

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ИСПЫТАНИЯ ТВЕРДЫХ БИОПОЛИМЕРОВ

2.1. Небиологические и биологические факторы.

При испытании биополимеров на экспериментальные результаты влияют множество факторов небиологического и биологического происхождения /27,32,71,78,79,91,93,94,III,II3,II6,I22,I23,I25 и др./. Неучет их приводит к большому разбросу полученных данных /I22/. Знание этих причин, наоборот, позволяет правильно планировать эксперимент и выявить новые свойства биоткани.

Из небиологических факторов можно выделить следующие: I) влажность; 2) консервирование; 3) замораживание; 4) локализация образца; 5) направление изготовления образца; 6) температура испытания; 7) скорость нагружения; 8) вид статических испытаний; 9) величина и форма образцов; IO) способ измерения нагрузки и деформации; II) методика динамических испытаний; I2) частота импульса прозвучивания или вибрирования.

Из биологических факторов можно выделить следующие I) возраст человека; 2) пол; 3) болезни и причина смерти; 4) активность физиологических функций в тканях; 5) локализация кости в организме.

При разработке методики исследования учитывались как главные небиологические, так и биологические факторы.

2.2. Подбор экспериментального материала.

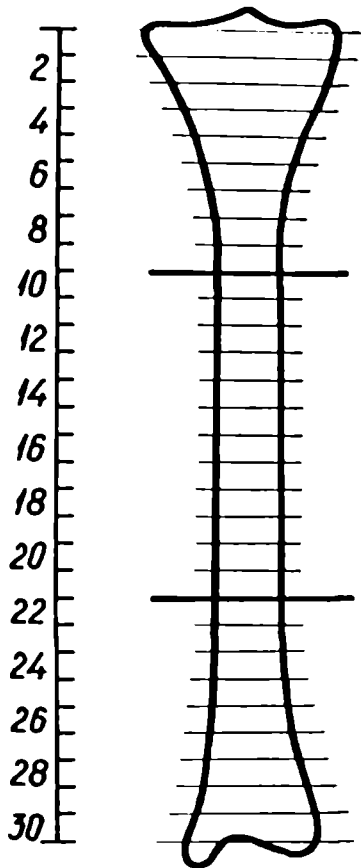


Рис. 2.2.1. Распределение большеберцовой кости по поясам.

Изучалась компактная костная ткань большеберцовых костей левых нижних конечностей 25 мужчин, погибших при авариях от травм в возрасте от 25 до 45 лет. Кости подбирались одинаковых размеров без патологических изменений структуры ткани.

Образцы для исследования изготовились двумя способами - вручную и путем механической обработки на фрезерном и токарном станках. Для предотвращения перегрева, они обрабатывались при малых скоростях режущих инструментов и дополнительно охлаждались

глицериновой суспензией.

Кости после аутопсии и образцы до и между испытаниями хранились в закрытых полиэтиленовых пакетах при температуре от -4 до -7°C . Это предотвратило разложение ткани и поддержало её влажной. Срок хранения с момента аутопсии до проведения эксперимента во всех случаях не превышал 14 дней. Температура образцов и окружающей среды во время испытания $20 \pm 1^{\circ}\text{C}$ при относительной влажности воздуха 65 %.

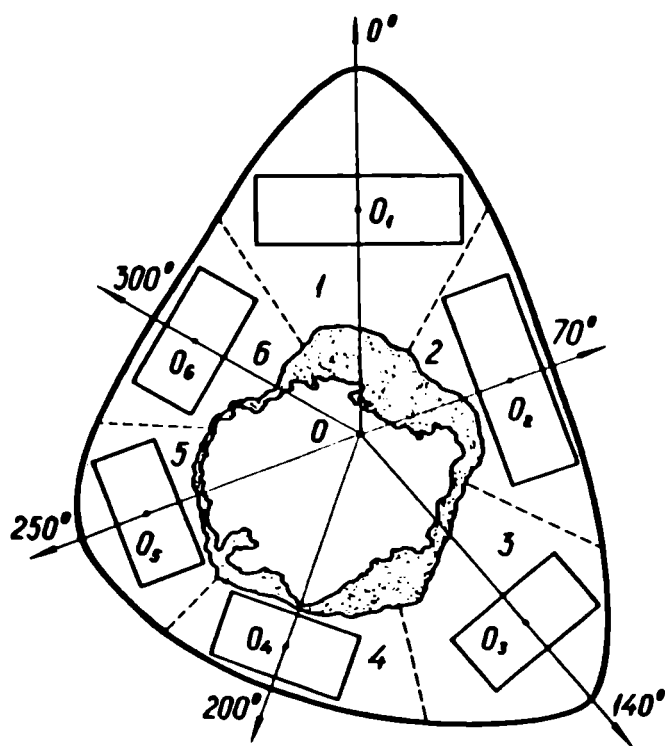


Рис. 2.2.2. Зоны поперечного сечения и линии угловой ориентации образцов в кости.

Локализация образцов по длине и поперечному сечению большеберцовой кости устанавливалась условно, разделением её на поясы и зоны. По длине кости отмечались 30 поясов одинаковой толщины, принимая в качестве отсчета горизонтальные линии, направленные через проксимальный и дистальный суставные хрящи (рис. 2.2.1.). Поперечное сечение диафиза распределялось на шесть зон – три угловые и три промежуточные (рис. 2.2.2., 2.2.3., 2.2.4). Дополнительно создана также система угловой ориентации образцов в кортикальной стенке диафиза (средней части) кости.

От центра тяжести каждого исследуемого сечения диафиза через центры тяжести поперечного сечения каждой зоны проведены линии. Началом отсчета ($\alpha = 0^\circ$) принималась линия, проходящая от центра тяжести поперечного сечения диафиза O через центр тяжести I зоны O_I к острию переднего угла большеберцовой кости (рис. 2.2.2). Для ори-

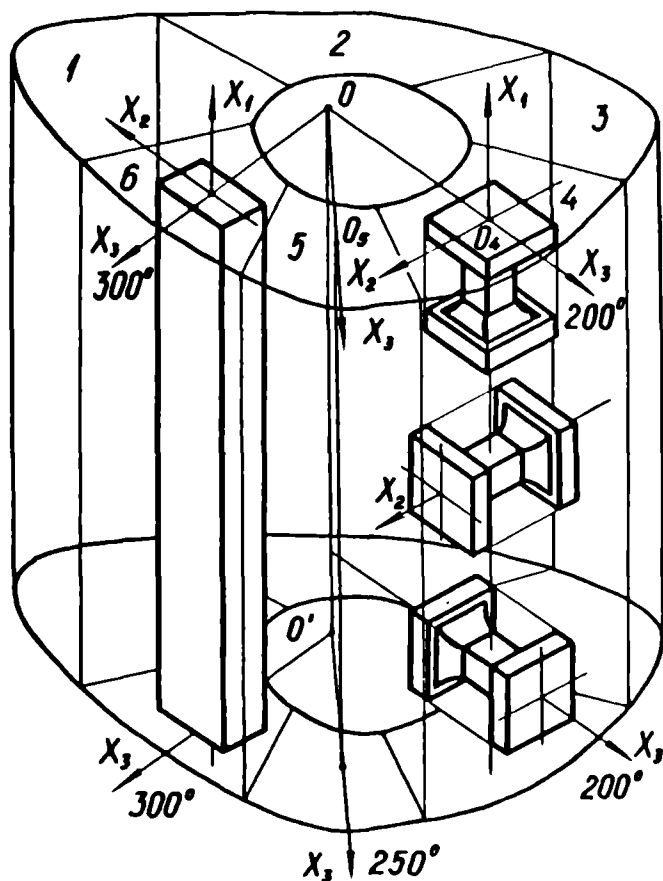


Рис. 2.2.3. Локализация и ориентация образцов I, II и III форм в кортикальной стенке диафиза. Ориентация образцов в зонах устанавливалась осью x_1 , x_2 и x_3 , проходящие через центры тяжести каждой зоны. Ось x_1 направлена вдоль продольной оси кости, ось x_3 - проходит от центра тяжести поперечного сечения диафиза через центр тяжести поперечного сечения каждой зоны и совпадает с

линиями угловой ориентации. Ось x_2 - проведена перпендикулярно осям x_1 и x_3 : все оси взаимно перпендикулярны (рис. 2.2.3, 2.2.4).

Согласно зонному распределению и угловой ориентации, из диафиза (от 10 до 20 пояса) большеберцовой кости изготовились образцы пяти разных форм (рис. 2.2.3, 2.2.4, 2.2.5) :

I форма - стержни прямоугольного поперечного сечения с размерами 120x8x3 мм (количество образцов $N = 108$).

II форма - прямоугольные призмы с размерами 6x5x5 мм ($N = 324$). После неразрушающих испытаний из призм изготовлялись образцы III и У формы.

III форма - образцы с рабочей частью прямоугольного поперечного сечения ($N = 162$). Общая длина 6 мм; размеры рабочей части : длина 3 мм; поперечное сечение 1,5x1,5 мм.

IV форма - стержни круглого поперечного сечения ($N = 19$). Общая длина 100 мм; размеры рабочей части : длина 90 мм, диаметр 3 мм.

У форма - образцы с рабочей частью круглого поперечного сечения ($N = 162$). Общая длина 6 мм, размеры рабочей части : длина 4 мм; диаметр 1,5 мм.

По результатам контрольных экспериментов установлено, что для определения механических параметров с надежностью $P \geq 0,95$ достаточно от 6 до 9 образцов костной ткани. При оценке E_I для 7 образцов коэффициент вариации равен 5,3 %, а при установлении σ_{11}^+ для 10 образцов - 8,7 %. Рекомендации по ГОСТ - 11484 для древесины допускают коэффициент вариации 20-30 % (определение модуля упругости) и 13-20 % (установление прочности).

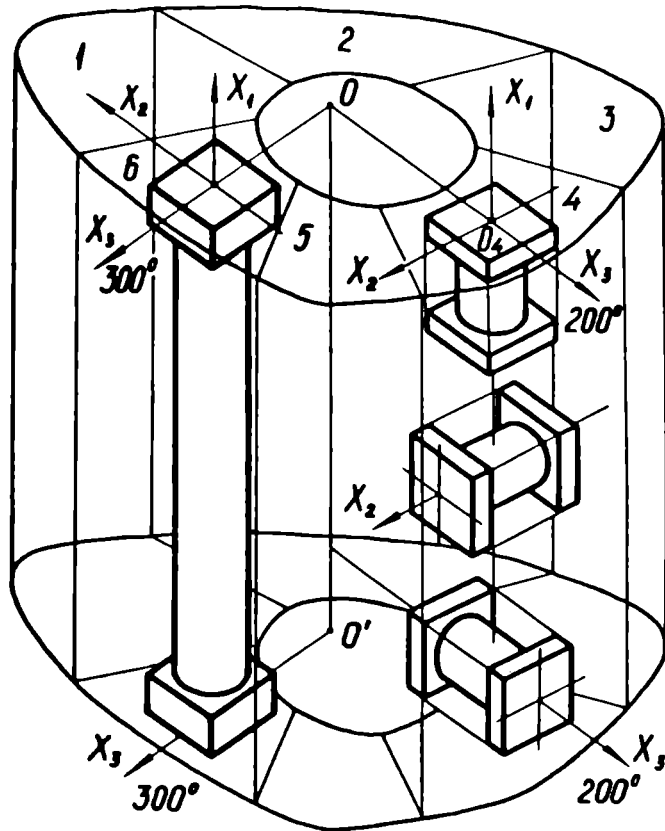


Рис. 2.2.4. Локализация и ориентация образцов II, IV и V форм в кортикальной стенке диафиза.

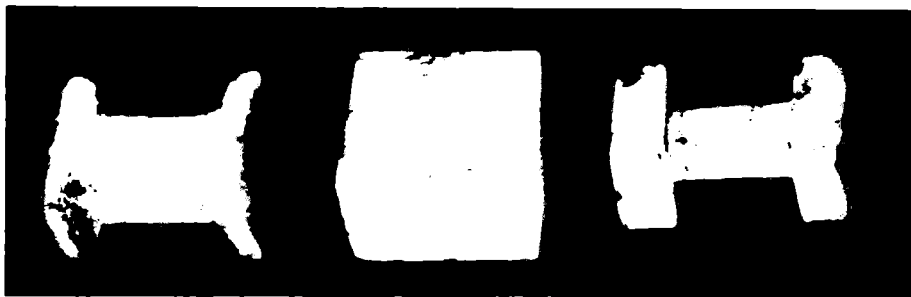


Рис. 2.2.5. Экспериментальные образцы III, II и V форм.

Изучая стеклопластиков на прочность, в условиях хорошо отработанной технологии изготовления, коэффициенты вариации равны : при растяжении 6,35 %, сжатии 7,95 %, сдвиге 5,58 %, изгибе 6,71 %. Опыт многочисленных исследований армированных пластиков доказал, что для оценки упругих постоянных достаточно испытания 5-6 образцов, а для определения прочности - до 10 образцов /30/.

Для установления механических свойств металлов, пластмасс и др. разработаны государственные стандартные (ГОСТ, АСТМ, ДИН, ИСО) рекомендации как к размерам и форме образцов, так и к методике испытания. Предусмотренные в них требования трудно соблюдать при исследовании твердых биополимеров, для которых методы механических обследований пока не стандартизированы. Вследствии небольших размеров костей человека изучение анизотропии и неоднородности распределения механических характеристик в кортикальной стенке диафиза возможна только посредством изготовления миниатюрных экспериментальных образцов.

Были проведены контрольные исследования "нормальных" (форма I и IV) и миниатюрных (форма III и V) образцов. Под "нормальными" подразумевались образцы в виде прямоугольного параллелепипеда (на практике определяя E , σ^t и ϵ^t синтетических армированных пластиков при растяжении такие образцы дают наиболее стабильные результаты) и стержня круглого поперечного сечения соответствующего по размерам и форме общепринятым требованиям. Методика испытания композитов при кручении стержней до сих пор не стандартизирована /30/. Установлена степень влияния размеров образцов костной ткани на результаты исследования при растяже-

нии и кручении. Соответствующие результаты для 9 пар образцов I (0°) зоны кости (определение уровней достоверности различия p'' для одних и тех же параметров "нормальных" и миниатюрных образцов) и 12 пар образцов из всех зон поперечного сечения кости (установления ранговых коэффициентов корреляции r' и уровней достоверности p') представлены в табл. 2.2.1.

Табл. 2.2.1

Результаты влияния размеров образцов на механические характеристики компактной ткани.

| Обозначения | Расхождение средних величин в % | Достоверность расхождений p'' | Характер различия между формами образцов | Коэффициент ранговой коррел., r' | Достоверность ранговой корреляции p' |
|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|--|------------------------------------|--|
| E_I | 1,9 | н | I > III | 0,87 | < 0,0005 |
| μ_{12} | 8,5 | < 0,05 | I > III | 0,70 | < 0,005 |
| σ_{11}^+ | 3,7 | н | I > III | 0,81 | < 0,0005 |
| ε_{11}^+ | 2,8 | н | I > III | 0,68 | < 0,005 |
| τ_1^* | 7,1 | н | IY < Y | 0,84 | < 0,0005 |

н - расхождение незначимо ($p'' > 0,05$).

Для миниатюрных образцов прочность при кручении выше, чем для "нормальных" образцов. Это согласуется с данными, полученными при испытании образцов армированных пластиков разной толщины /30,43/. Повышение τ_1^* связано с малой длиной рабочей части образцов Y формы, так как утолщенные концы препятствуют полному разрушению костной

ткани от продольных трещин, характерных при кручении костной ткани вокруг оси x_I .

Из статистической обработки экспериментальных данных (табл. 2.2.1) следует, что имеется высокий уровень достоверности коэффициентов ранговой корреляции, характеризующих распределение механических характеристик по зонам поперечного сечения кости как при исследовании "нормальных", так и миниатюрных образцов. Различия средних величин деформативных и прочностных характеристик между собой во всех случаях статистически незначимо, кроме μ_{12} , где $p'' < 0,05$. Испытания миниатюрных образцов компактной костной ткани большеберцовой кости человека дает достоверные результаты и их применение в экспериментах оправдано.

2.3. Акустические и кратковременные статические испытания.

Для установления механических параметров и количественного содержания компонентов композита в костной ткани, и определения взаимосвязей между полученными величинами, предлагается комплексная методика испытания биополимеров. Методика включает (1) неразрушающие, (2) разрушающие методы исследований и (3) биохимический анализ. Неразрушающие испытания осуществлялись ультразвуковым прозвучиванием компактной ткани продольными (частота импульса 150, 1670 и 5000 кгц) и сдвиговыми (частота 450 кгц)

волнами и вибрационными исследованиями (определением частоты собственных колебаний образцов). Разрушающие эксперименты проводились устанавливая деформативные и прочностные параметры костной ткани при растяжении и кручении. Посредством биохимического анализа найдено количественное содержание отдельных компонентов композита (коллагена, минеральных веществ и мукополисахаридов) в компактной кости. Последовательность испытаний такова : прозвучивание ультразвуком – вибрирование – нагружение до разрушения – биохимический анализ. При установлении акустических и деформативных свойств делалось пять замеров определяемой характеристики. В дальнейших расчетах использовалась арифметическая средняя величина замеров каждого акустического параметра (вариационный коэффициент повторяемости не превышал 0,5 %) и последний (пятый) замер деформативных свойств. Следует отметить, что многократное нагружение костной ткани до напряжения 10–15 % от σ^+ приводит к уменьшению разброса полученных результатов и не влияет на дальнейший ход испытания /IIО, III/. Подобный подход применяется при исследований деформативных свойств армированных пластиков /30/.

Механические параметры костной ткани, определенные акустическими методами зависят от частоты импульсов прозвучивания (рис. 2.3.6) и колебаний. Установлено, что между динамическим модулем упругости и частотой импульсов f существует линейная связь : уравнение регрессии E_T [кгс/мм²]

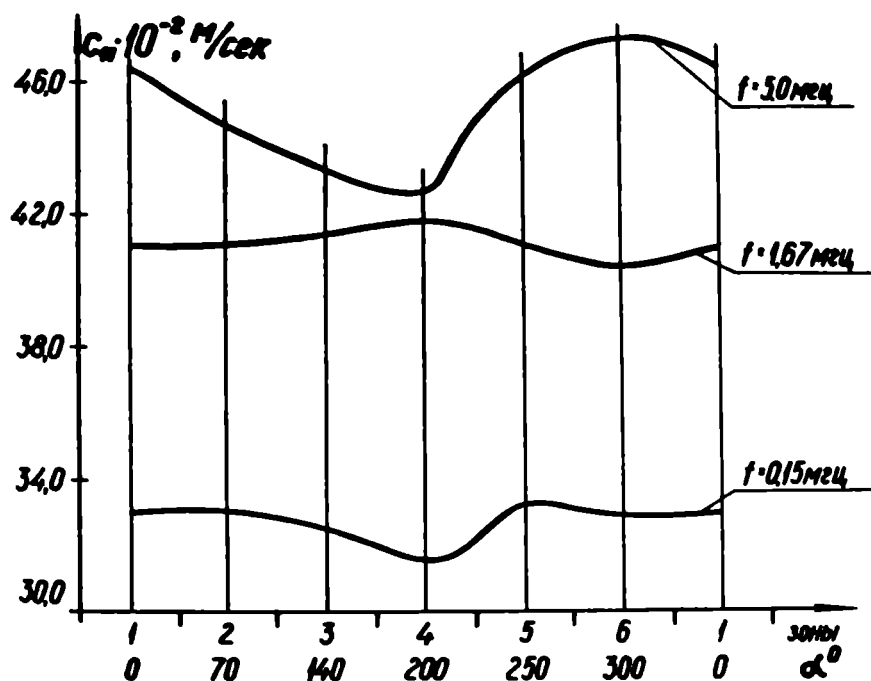


Рис. 2.3.6. Зависимость скорости распространения ультразвука в костной ткани от частоты импульса прозвучивания.

$\approx 2038,5 + 0,376 f \text{ [кГц]}$, коэффициент корреляции $r = 0,94$ ($p < 0,0001$). Оказывается, что при разных частотах поведение компактной костной ткани по зонам большеберцовой кости также разное (рис. 2.3.6). Установление зависимости скорости распространения ультразвука в материале от частоты импульсов прозвучивания и структурных свойств костной ткани является своеобразной ультразвуковой спектроскопией. В главах III и IV подробно анализируются величины взаимосвязей между динамическими механическими характеристиками, определенными при разных частотах колебаний, и количественным содержанием компонентов композита в кости. Необходимо

отметить, что модули упругости, установленные акустическими методами и модули сдвига, установленные резонансным испытанием, следует рассматривать условными характеристиками материала, так как для их определения применялись методы исследования изотропных материалов. Такой подход выбран в связи с миниатюрностью образцов и большой неоднородностью механических параметров в кости. Существующие методы исследования анизотропных сред акустическими методами требуют изготовления нескольких образцов, равноценных по механическим характеристикам и разной угловой ориентации в материале /11,21,95/, что для большеберцовой кости практически невозможно.

Аппаратура и методика ультразвуковых испытаний. Динамический модуль упругости $E_I(150)$ (индекс в скобках показывает частоту импульсов прозвучивания в кгц), для образцов костной ткани I формы определялся на специальном стенде прибора ИСЗУ-4 (рис. 2.3.7), разработанном в Институте механики полимеров АН Латв.ССР /4,6,21/. Используя



Рис. 2.3.7. Прибор ИСЗУ-4 и стенд испытания.

метод "наложения" исследуемых сигналов, удалось уменьшить погрешности, вносимые оператором, и получить непосредственный отчет времени распространения ультразвуковых колебаний на базе измерения. Более подробно методика установления $E_I(I50)$ для костной ткани изложена в /8,37/.

Динамический модуль упругости E_i (I670) и $E_I(5000)$ измерялся на образцах II формы прибором УЗИС - ЛЭТИ (рис. 2.3.8) при частоте возбуждающих колебаний I670 и 5000 кгц /I,II/. Преимущество этого прибора заключается в возможности исследовать образцы небольших размеров /II/.

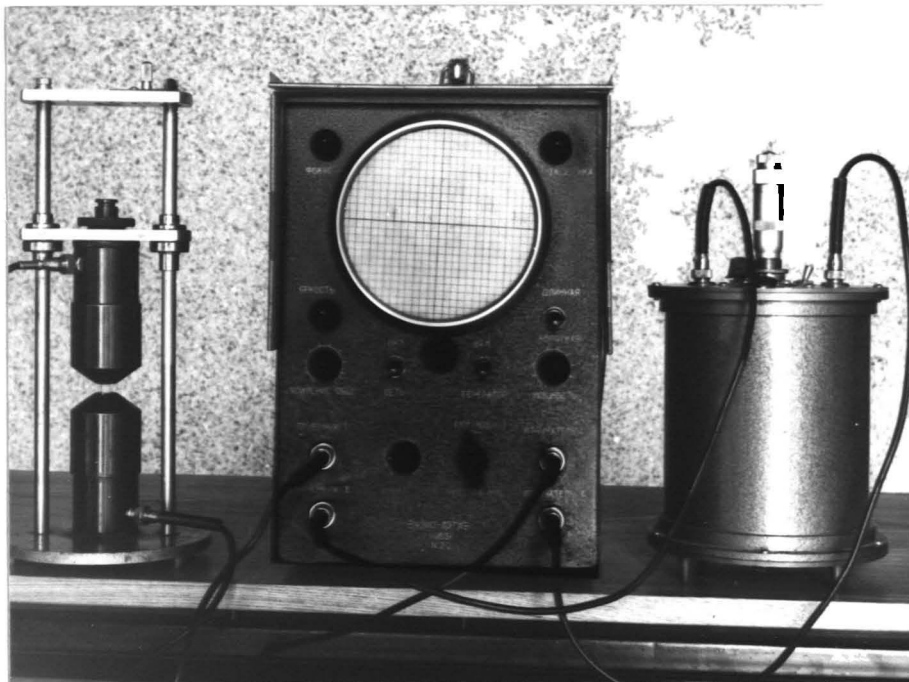


Рис. 2.3.8. Прибор УЗИС-ЛЭТИ, эталонное устройство и стенд испытания.

что очень существенно при определении модулей упругости E_2 и E_3 в костной ткани. Измерение скорости распространения ультразвука данным прибором основано на сравнении

времени прохождения звуковых волн в образце и в эталонной жидкости. Прозвучивание образцов костной ткани по трем основным направлениям (x_1, x_2 и x_3) позволило найти модули упругости $E_1(1670, 5000)$, $E_2(1670)$ и $E_3(1670)$ /37/.

Динамический модуль сдвига $G_{ij}(450)$ измерялся прибором ДУК - 20 и измерительной линией (рис. 2.3.9) разработанной в Институте механики полимеров АН Латв.ССР /II/.

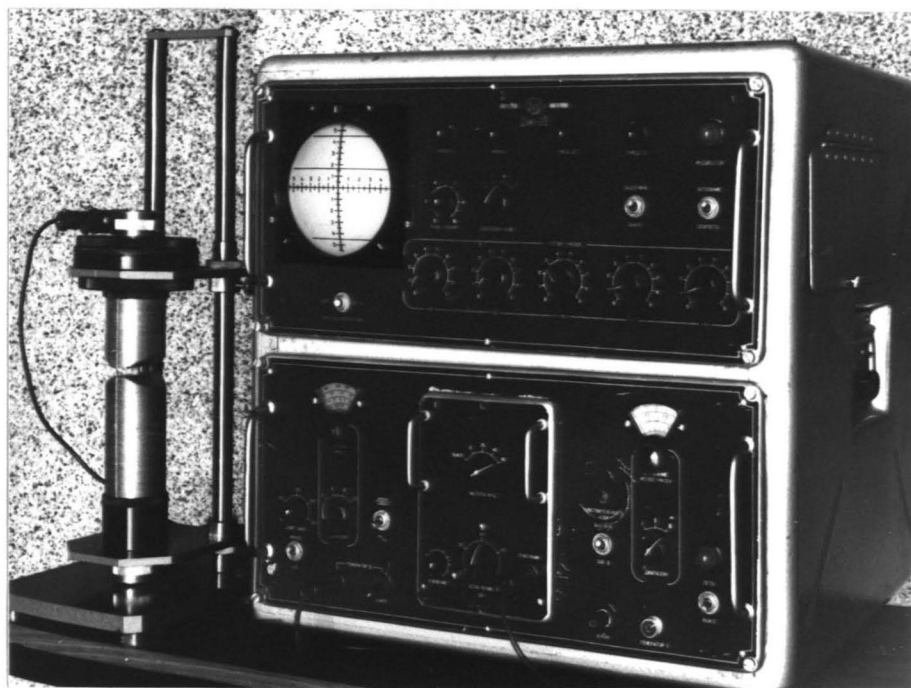


Рис. 2.3.9. Прибор ДУК-20 и измерительная линия.

Образцы II формы прозвучивались поляризованными сдвиговыми волнами при частоте импульсов 450 кгц. Для каждого образца проделалось шесть измерений, по два в каждой плоскости призмы костной ткани, меняя направление прозвучивания. В дальнейших расчетах использовалась среднеарифметическая величина от десяти замеров в каждой плоскости. Методика определения модулей сдвига костной ткани человека изложена в /33,37/.

Аппаратура и методика вибрационных испытаний. Динамические модули упругости E_I (ч.с.к.) с сдвига G_{12} (ч.с.к.) (обозначение "ч.с.к." означает, что модули установлены определением частоты собственных колебаний образцов) измерялись на образцах I формы прибором ИЧЗ-7Ф (рис.2.3.10), разработанном в Институте механики полимеров АН Латв.ССР

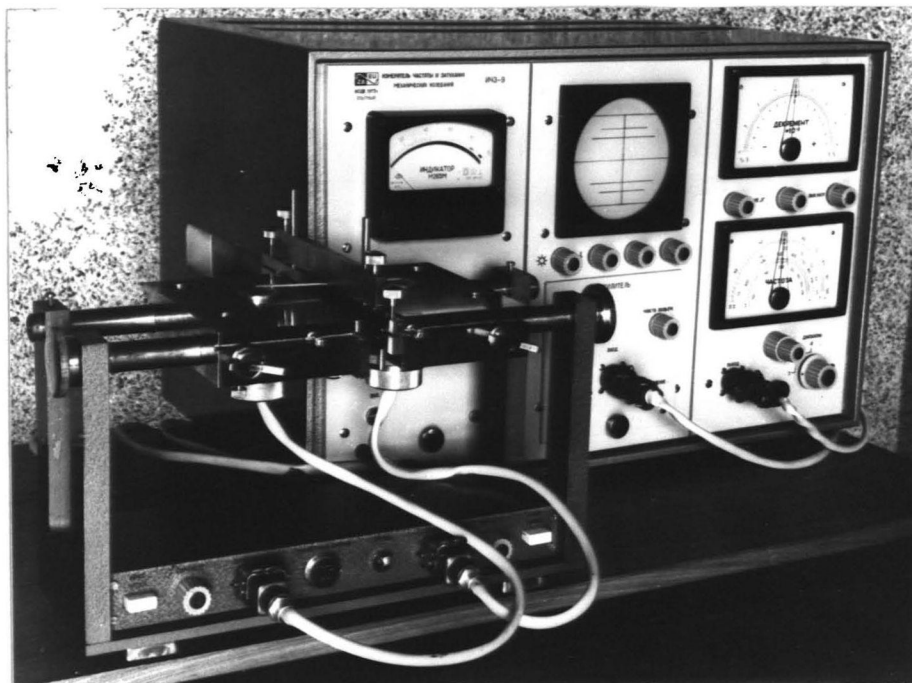


Рис. 2.3.10. Прибор ИЧЗ-7Ф со стендом испытания.

/3,5,2I/. Для определения модуля упругости образцы подвергались изгибным, а при установлении модуля сдвига - крутильным колебаниям. Методика резонансных испытаний костной ткани подробно изложена в /8,35/.

Аппаратура и методика испытаний на растяжение. Образцы I формы нагружались до разрыва в машине растяжения FM - 500 со шкалой 500 кгс (цена деления I кгс). Скорость деформации $\dot{\epsilon} = 0,00017 \text{ сек}^{-1}$. Продольные деформации измерялись двумя электромеханическими тензometрами типа Аистова с базой измерения 35 мм и точностью отсчета

0,001 мм. Для измерения поперечных деформаций и исключения случайных погрешностей продольных измерений, проводились параллельные замеры деформаций проволочными тензодатчиками сопротивления на капроновой основе (типа 2359/ТН) имеющими базу 20 и 5 мм. Датчики клеились циакрином на поверхности рабочей части образца между опорами тензометров Аистова. В качестве измеряющей аппаратуры применялся тензометрический мост *EMG* - 2353 типа *RZ* - 003 с точностью отсчета $1 \cdot 10^{-5}$ единиц относительной деформации.

Образцы III формы нагружались до разрыва в испытательной машине типа *FM* -50 со скоростью деформации $\dot{\epsilon} = 0,00017 \text{ сек}^{-1}$. Шкала силоизмерителя подбиралась соответственно его предполагаемой прочности. Измерение продольных и поперечных деформаций проводилось фольговыми двухкомпонентными тензодатчиками типа ТФРЦ $0^{\circ}/90^{\circ}$ 1/30 с базой 1 мм. Датчики клеились на все четыре поверхности рабочей части образца, причем для исключения влияния возможного неравномерного распределения напряжения, тензосопротивления одной ориентации на противоположных поверхностях соединились последовательно. В качестве измеряющей и регистрирующей аппаратуры применялась тензометрическая установка типа 1516,1542,2305 А фирмы *Brüel & Kjaer* с точностью отсчета $5 \cdot 10^{-6}$ единиц относительной деформации.

Методика исследования образцов костной ткани на растяжение изложена в /36,38/.

Аппаратура и методика испытаний на кручение. Образцы I, IV и V формы на кручение нагружались до разрушения в специально разработанном испытательном стенде (рис. 2.3.II). Нагрузка измерялась кольцевым электротензометри-

ческим силоизмерителем, а деформация – прогибомером, состоящим из фосфористо-бронзовой пластинки с наклеенными фольговыми тензодатчиками типа ФКПА – 20 – 100. Угловые

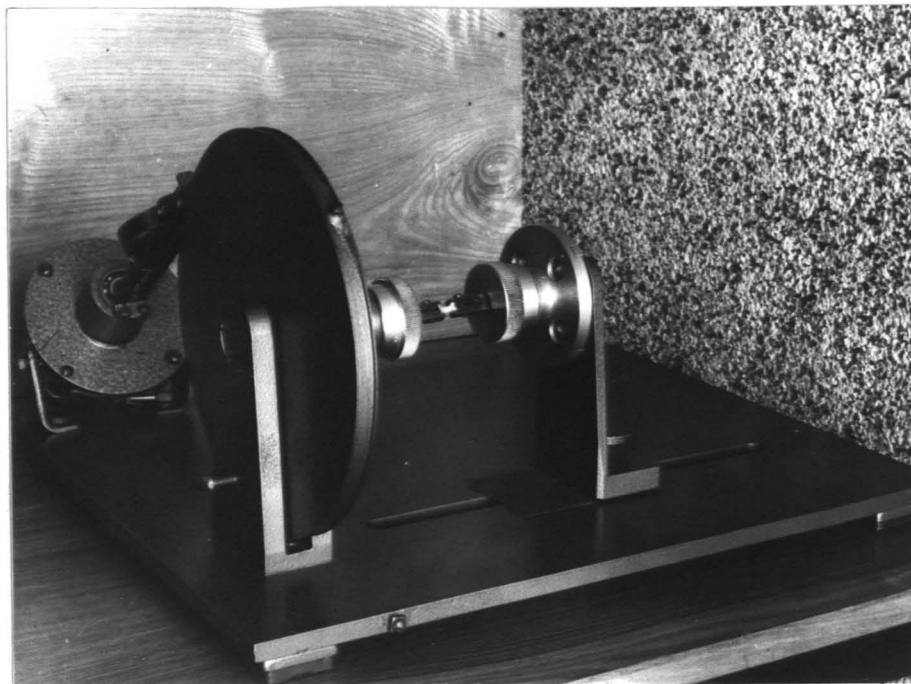


Рис. 2.3.II. Стенд испытания костной ткани на кручение.

перемещения при кручении образцов I и IV формы определялись прогибомером, закрепленным на рабочей части образца, с базой измерения 30 мм. Угловые перемещения для образцов U формы регистрировались между захватами испытательного стенда. Скорость нагружения при кручении составила 80 гс · см/сек. В качестве измеряющей и регистрирующей аппаратуры применялся шестиканальный тензометрический мост типа ТДА-6 и шлейфовый осциллограф типа И-700 (рис.2.3.12). В экспериментах были найдены зависимости $\tau_i - \varphi_i$ (φ_i – угол закручивания образцов вокруг оси x_i) до точки раз-

рушения. Методика испытания костной ткани на кручение представлена в работах /15,33/.

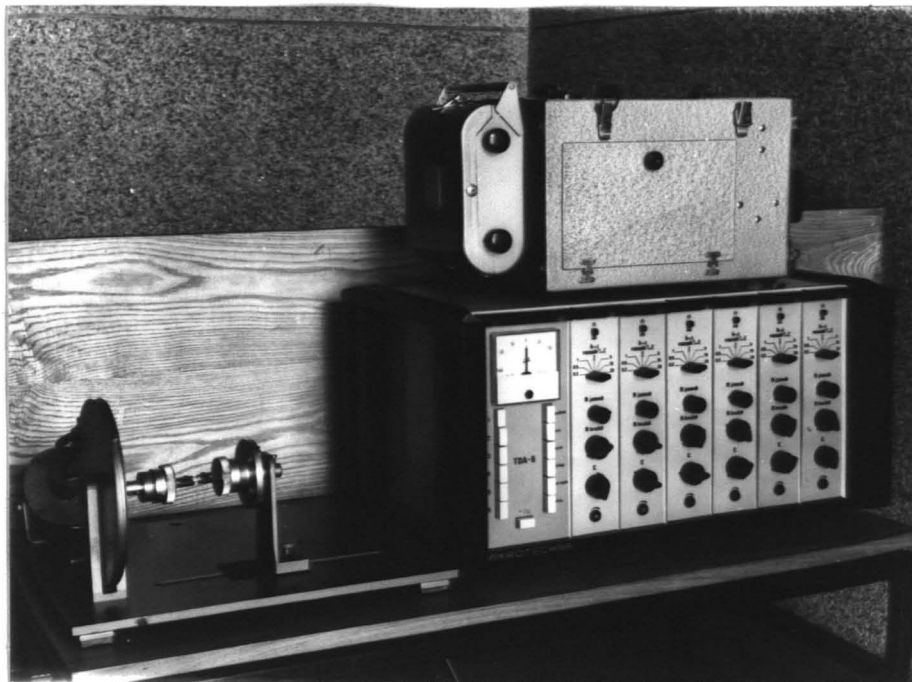


Рис. 2.3.12. Комплект приборов для исследования на кручение.

Для определения количественного содержания отдельных компонентов композита, кость подвергалась биохимическому анализу /37/. Из каждой зоны поперечного сечения кости на различной глубине кортикального слоя (глубина отдельной пробы 1,5 мм) брались по 60 проб (из расчета, чтобы вес проб был в пределах 170 - 180 мг). Далее размельченная компактная ткань дегидратировалась ацетоном и обезжиривалась с последовательной экстракцией смесью хлороформа с этанолом, этанола с эфиром и эфиром. Высушенную обезжиренную ткань в двух-трех параллельных пробах подвергали последующему анализу.

Путем биохимического анализа весьма затруднительно определить абсолютное содержание основных биохимических компонентов костной ткани. Однако об относительных изменениях их содержания по разным зонам можно судить по изменению концентрации ряда веществ, легче поддающихся количественному определению. Так, по содержанию оксипролина можно судить об изменении количества коллагена. Содержание минерального вещества гидроксилапатита характеризуется количеством фосфора, связующее вещество (мукополисахариды) - гексозамином /41/.

2.4. Статистическая обработка и корреляционный анализ экспериментальных результатов.

Статистическая обработка экспериментальных данных проводилась, руководствуясь требованиями ГОСТ I4359-69. Для основных деформативных и прочностных характеристик, также для отдельных компонентов композита костной ткани было рассчитано: 1) среднеарифметическое значение \bar{X} , 2) среднеквадратичное (стандартное) отклонение S и среднеквадратичное отклонение линейной регрессии S_R , 3) коэффициент вариации W , 4) доверительная вероятность каждого изменения Δx (при $P \geq 0,95$), 5) среднеквадратическое отклонение среднеарифметической величины $S_{\bar{x}}$ и 6) доверительная вероятность среднеарифметической величины $\Delta X_{\bar{x}}$ (при $P \geq 0,95$) /23,30,34/.

Выявление степени анизотропии и неоднородности ха-

ра характеристик компактной ткани проводилось путем определения уровня значимости отличия между средними величинами рассматриваемого параметра. Для решения вопроса о случайном или неслучайном расхождении двух полученных величин, подсчитывалось отношение /34/:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S^* \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}} \quad (2.4.1)$$

где $S^* = \sqrt{\frac{(N_1 - 1)S_1^2 + (N_2 - 1)S_2^2}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)}}$, N_1 и N_2 -

число измерений в двух сравниваемых сериях эксперимента.

Уровень значимости отличия p определялся по таблице /34/, по найденной величине t и числу степеней свободы

$k = N_1 + N_2 - 2$. Надежность принималась значимой при

$P \geq 0,95$. Следует отметить, что при статистической обработке экспериментальных данных было принято нормальное распределение (кривая Гаусса) рассеивания механических характеристик костной ткани человека /47/.

При изучении зависимости численного значения рассматриваемой характеристики костной ткани от значения другой величины, был использован корреляционный анализ. Наличие и мера этой взаимосвязи определялась посредством установления ранговых коэффициентов корреляции r' по Спирмену /10,19/. Характер линейных взаимосвязей (коэффициенты уравнения регрессии) и их мера выявлялась методами линейного корреляционного анализа /10,34/.

Г л а в а III

ДЕФОРМАТИВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПАКТНОЙ
КОСТНОЙ ТКАНИ И НЕОДНОРОДНОСТЬ ИХ РАС-
ПРЕДЕЛЕНИЯ В БОЛЬШЕБЕРЦОВОЙ КОСТИ ЧЕЛО-
ВЕКА .

3.1. Тензоры податливости ортотропного материала.

Экспериментальные кривые деформирования костной ткани указывают на непрерывное уменьшение её жесткости и, тем самым, увеличение податливости при возрастании интенсивности напряжения. Таким образом компактную костную ткань в активном процессе нагружения необходимо рассматривать как нелинейный композитный материал. Линейность кривых $\sigma_{\langle ii \rangle} - \varepsilon_{\langle ii \rangle}$ ($i = 1, 2, 3$) можно принять только до уровня напряжений не более 15–20 % от разрушающего (по индексам, заключенным в угловые скобки, суммирования нет).

Основы теорий линейно и нелинейно упругого тела рассмотрены в работах /7,13,20,25,28 и др./. Из них следует, что общая зависимость между тензором деформации

ε_{ij} и тензором напряжений σ_{kl} в случае нелинейно упругого тела может быть принята в виде бесконечного тензорного ряда

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} = & a_{ijkl} \sigma_{kl} + a_{ijklmn} \sigma_{kl} \sigma_{mn} + \\ & + a_{ijklmnop} \sigma_{kl} \sigma_{mn} \sigma_{op} + \dots \end{aligned} \quad (3.1.1.)$$

Первый член этого ряда характеризует линейно-упругое поведение тела, а последующие – нелинейность материала. В случае наличия упругого потенциала число независимых компонентов в тензорах податливости высших рангов для ортотропной среды представлены в табл. 3.1.1 /20/.

Табл. 3.1.1

Число независимых компонентов в тензорах податливости ортотропной среды.

| Класс симметрии среды | Тензоры податливости ($i, j \dots r, s = 1, 2, 3$) | | | |
|-----------------------|--|--------------|----------------|------------------|
| | a_{ijkl} | a_{ijklmn} | $a_{ijklmnop}$ | $a_{ijklmnoprs}$ |
| Ортотропия | 9 | 20 | 42 | 78 |

В общем случае анизотропии тензор линейной податливости (a_{ijkl}) имеет 21 независимую компоненту. В частных случаях анизотропии свойства материала по некоторым направлениям будут одинаковыми и число независимых компонент будет меньше. В случае ортотропной среды, когда через каждую точку тела проходит три ортогональные плоскости упругой симметрии, независимыми остаются только 9 компонент тензора податливости (см. табл. 3.1.1). Эти компоненты могут быть также представлены через технические постоянные – модули упругости E_i , модули сдвига G_{ij} и коэффициенты поперечной деформации μ_{ij} :

$$a_{iiii} = \frac{1}{E_i}; \quad a_{iijj} = -\frac{\mu_{ji}}{E_j} - \frac{\mu_{ij}}{E_i}; \quad a_{ijij} = \frac{1}{4G_{ij}} \quad (3.1.2)$$

3.2. Анизотропия и неоднородность деформативных характеристик при растяжении и неразрушающих испытаниях.

Компоненты тензоров податливости. Нелинейная связь между тензором деформации и тензором напряжения с определенным приближением может быть представлена в виде неполного тензориального ряда – тензорного полинома. Для одноосного нагружения примем, что

$$\varepsilon_{ii} = a_{iiii} \sigma_{ii} + a_{iiii\dots ii}^{(2n+2)} \sigma_{ii}^n, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (3.2.3)$$

где a_{iiii} и $a_{iiii\dots ii}^{(2n+2)}$ – компоненты тензоров податливости четвертого и $(2n+2)$ -го рангов соответственно; n – степень физической нелинейности материала.

Аппроксимированием экспериментальных данных методом наименьших квадратов с применением ЭВМ установлено, что для компактной костной ткани при растяжении $n = 3$, а компоненты тензора податливости по шести зонам сечения большеберцовой кости имеют значения, которые приведены в табл. 3.2.2 ; $[a_{iiii}]$, $[a_{jjii}]$, $[a_{ijij}] = 10^{-5}(\text{кгс}/\text{мм}^2)^{-1}$, $[a_{iiiiiii}]$, $[a_{jjiiii}]$, $[a_{ijijij}] = 10^{-5}(\text{кгс}/\text{мм}^2)^{-3}$.

Как видно, костная ткань наиболее податлива вдоль оси x_3 .

Начальные модули упругости. При нагружении образцов костной ткани вдоль каждой из трех главных осей анизотропии кости, установлены модули упругости E_i ($i = 1, 2, 3$). Модуль E_I по всем зонам значительно больше модуля –

лей E_2 и E_3 . Из величин средних значений по сечению (табл. 3.2.3) и результатов каждой отдельной зоны кости

Табл. 3.2.2

Компоненты тензора податливости компактной костной ткани.

| Обозначения | Зоны (углы ориентации образцов) | | | | | |
|----------------|---------------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| a_{IIII} | 50,15 | 52,02 | 55,96 | 61,39 | 53,30 | 48,59 |
| a_{22II} | -14,80 | -15,96 | -17,52 | -18,91 | -17,22 | -14,48 |
| a_{33II} | -15,45 | -16,22 | -18,02 | -19,21 | -17,64 | -14,97 |
| $a_{IIIIIIII}$ | 0,049 | 0,098 | 0,085 | 0,057 | 0,105 | 0,028 |
| $a_{22IIIIII}$ | -0,026 | -0,045 | -0,025 | -0,024 | -0,041 | -0,016 |
| $a_{33IIIIII}$ | -0,035 | -0,047 | -0,044 | -0,026 | -0,039 | -0,012 |
| a_{2222} | 119,12 | 120,63 | 106,84 | 119,47 | 103,52 | 125,79 |
| a_{II22} | -14,66 | -16,04 | -17,09 | -18,28 | -16,98 | -14,34 |
| a_{3322} | -71,51 | -71,29 | -61,75 | -67,14 | -79,40 | -79,37 |
| $a_{22222222}$ | 13,69 | 2,15 | 3,42 | 0,91 | 10,38 | 9,40 |
| $a_{II222222}$ | -2,84 | -0,806 | -1,53 | -0,907 | -2,88 | -1,88 |
| $a_{33222222}$ | -8,26 | 0 | -0,707 | 0 | -4,75 | -2,42 |
| a_{3333} | 130,04 | 159,24 | 125,31 | 159,49 | 129,03 | 160,0 |
| a_{II33} | -15,60 | -16,56 | -17,79 | -18,82 | -18,06 | -14,72 |
| a_{2233} | -71,26 | -73,10 | -61,40 | -67,94 | -63,23 | -80,96 |
| $a_{33333333}$ | 5,37 | 17,75 | 2,25 | 29,39 | 12,08 | 15,03 |
| $a_{II333333}$ | -1,71 | -8,55 | -2,57 | -9,24 | -5,64 | -12,02 |
| $a_{22333333}$ | -0,49 | -11,18 | -2,57 | -20,15 | -4,57 | -14,28 |

(табл. 3.2.4) видно, что $E_I > E_2 > E_3$. Отличия средних

Табл. 3.2.3

Средние модули упругости по поперечному сечению кости (кгс/мм²).

| Обозначения | \bar{X} | S | $w, \%$ | ΔX | $S_{\bar{X}}$ | $\Delta X_{\bar{X}}$ |
|-------------|-----------|-----|---------|------------|---------------|----------------------|
| E_I | 1872 | 105 | 5,6 | 211 | 14,2 | 28,5 |
| E_2 | 867 | 80 | 9,2 | 161 | 10,9 | 21,9 |
| E_3 | 704 | 69 | 9,8 | 139 | 9,4 | 18,9 |

$N = 54$

модулей между собой, при нагружении вдоль осей x_I, x_2 и x_3 , значимы ($p'' < 0,001$).

Табл. 3.2.4

Модули упругости по зонам сечения (кгс/мм²).

| Обозначения | | Зоны сечения и углы ориентации образцов | | | | | |
|-------------|---------------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| E_I | \bar{X} | 1994 | 1886 | 1787 | 1629 | 1876 | 2058 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 37 | 32 | 35 | 28 | 38 | 40 |
| E_2 | \bar{X} | 839 | 829 | 936 | 837 | 966 | 795 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 28 | 24 | 32 | 19 | 34 | 23 |
| E_3 | \bar{X} | 769 | 628 | 798 | 627 | 775 | 625 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 30 | 19 | 24 | 22 | 19 | 23 |

$N = 9$.

Наивысшие значения E_I отмечены в передненаружных (I,6), а наименьшие - в задних (3,4) зонах сечения (табл. 3.2.4). Отличия в модуле E_I в соседних зонах статистически значимо, кроме зон I и 6, где $p'' > 0,05$ (табл. 3.2.5). Такое распределение модуля упругости E_I

Табл. 3.2.5

Уровни достоверности между величинами модулей упругости по зонам кости.

| Зоны кости | Величина p'' для модулей упругости | | |
|------------|--------------------------------------|---------|---------|
| | E_I | E_2 | E_3 |
| I-2 | < 0,02 | н | < 0,00I |
| 2-3 | < 0,05 | < 0,0I | < 0,00I |
| 3-4 | < 0,0I | < 0,0I | < 0,00I |
| 4-5 | < 0,00I | < 0,00I | < 0,00I |
| 5-6 | < 0,00I | < 0,00I | < 0,00I |
| I-6 | н | н | < 0,00I |

н - различие незначимо ($p'' > 0,05$).

по поперечному сечению большеберцовой кости является следствием функциональной приспособляемости костной ткани к растягивающим нагрузкам : большеберцовая кость человека при нагружении в нормальных физиологических условиях изгибается в передненаружном направлении . В отличии от E_I модули E_2 и E_3 распределены по сечению по другой закономерности и имеют наибольшие значения в уг-

ловых зонах. Характерно, что для E_3 различия значимы для всех зон, а для E_2 - незначимы для I-6 (также как для E_I) и I-2 зон.

Изменения модулей упругости. В процессе нагружения все секущие модули упругости

$$E_i^{\text{сек}} = \left[a_{iiii} + a_{iiii \dots ii} \sigma_{ii}^{n-1} \right]^{-1} \quad (3.2.4)$$

уменьшаются. Наибольшие изменения $E_I^{\text{сек}}$ установлены в зонах 2 и 5 (рис. 3.2.1).

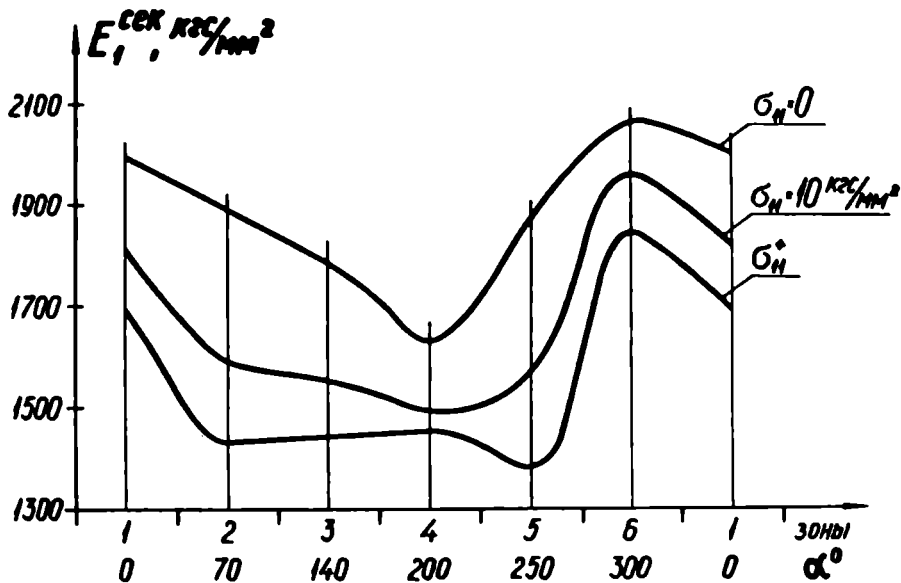


Рис. 3.2.1. Изменение модуля упругости $E_I^{\text{сек}}$ в процессе нагружения по зонам сечения.

Здесь секущий модуль упругости в момент разрушения $E_I^{\text{сек}}$ на 24,3 (зона 2) и 26,6 % (зона 5) ниже начального модуля упругости. Наименьшая относительная разница

между $E_I^{+сек}$ и E_I имеется в зонах 4 (14,2 %) и 6 (10,7 %). Распределение модулей $E_2^{сек}$ и $E_3^{сек}$ более неравномерно, чем $E_I^{сек}$ (рис. 3.2.2.). Так, например, модуль $E_2^{+сек}$ в

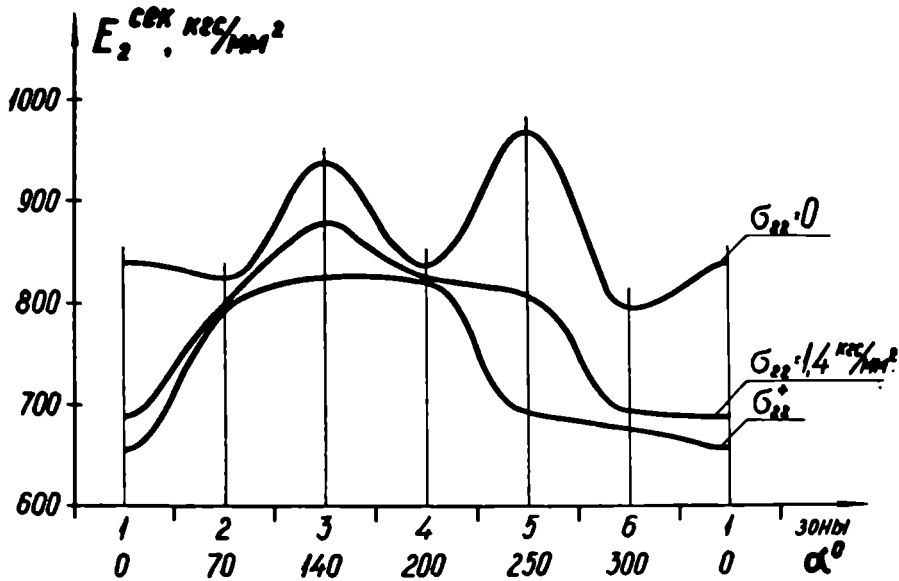


Рис. 3.2.2. Изменение модуля упругости $E_2^{сек}$ в процессе нагружения по зонам сечения.

угловых зонах 1 и 5 на 22,1 и 28,6 %, соответственно, а в боковых зонах 2 и 4 — только на 4,1 и 2 % меньше начального модуля упругости E_2 . Модуль $E_3^{+сек}$ меньше всего в зонах 4 и 5 (на 17,1 и 18,3 %).

Динамические модули упругости. Различия между средними по сечению модулями упругости $E_I(ч.с.к.) < E_I(150) < E_I(1670) < E_I(5000)$ значимы с $p'' < 0,001$, за исключением E_I и $E_I(ч.с.к.)$, где $p'' > 0,05$ (табл. 3.2.6).

Табл. 3.2.6

Средние динамические модули упругости
по поперечному сечению кости (кгс/мм²).

| Обозначения | \bar{X} | S | $w, \%$ | ΔX | $\int_{\bar{x}}$ | $\Delta X_{\bar{x}}$ |
|----------------------|-----------|-----|---------|------------|------------------|----------------------|
| $E_I(\text{ч.с.к.})$ | 1888 | 99 | 5,2 | 198 | 13,5 | 27 |
| $E_I(150)$ | 2021 | 116 | 5,7 | 232 | 15,8 | 32 |
| $E_I(1670)$ | 3196 | 179 | 5,6 | 358 | 17,2 | 34 |
| $E_2(1670)$ | 2042 | 147 | 7,2 | 294 | 14,1 | 28 |
| $E_3(1670)$ | 1859 | 176 | 9,5 | 352 | 16,9 | 34 |
| $E_I(5000)$ | 4000 | 372 | 9,3 | 744 | 67,6 | 135 |

$E_I(\text{ч.с.к.})$ и $\bar{E}_I(150) - N = 54$; $E_I(5000) - N = 30$;

$E_i(1670) - N = 108$.

Различия между $E_I(1670) > E_2(1670) > E_3(1670)$ достоверны с $p \sim < 0,001$.

Распределение модулей упругости, установленных по частоте собственных колебаний образцов, прозвучиванием ультразвуком (150 кгц) и растяжением образцов I формы, по поперечному сечению кости одинаково (рис. 3.2.3) .

Динамические модули $E_i(1670)$ по сечению кости распределены по другой закономерности (табл. 3.2.7). $E_I(1670)$ самые высшие значения достигает в зонах 4 и 5, а самые низкие - в 1,2 и 6 зонах. Значения модулей $E_2(1670)$ и $E_3(1670)$ распределены по сечению примерно одинаково, с максимумами в 4,5 и 6 зонах, а минимумами - в I зоне.

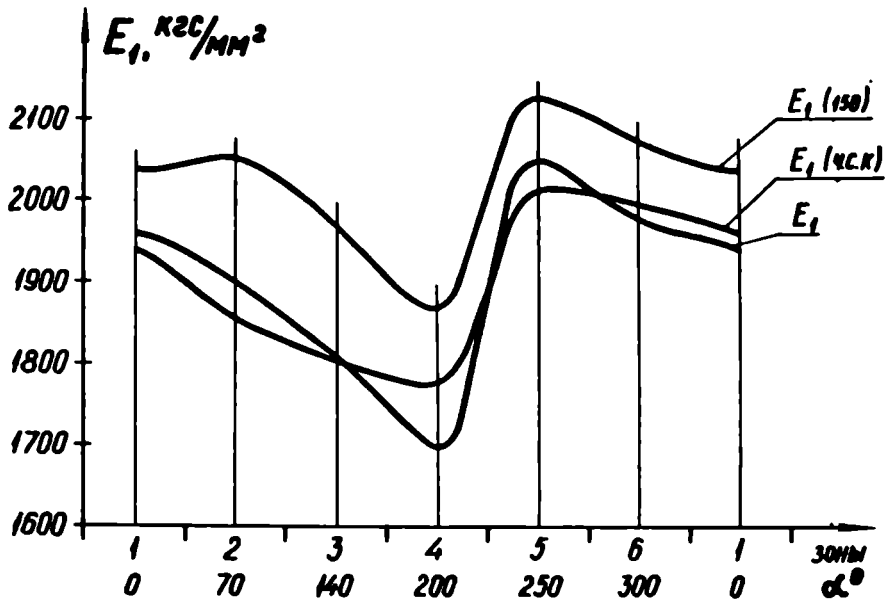


Рис. 3.2.3. Характер распределения модулей упругости по поперечному сечению кости.

В табл. 3.2.8 приведены надежности значимостей отличия величин динамических модулей упругости по различным зонам кости. Наиболее выраженная неоднородность установлена для модуля $E_2(I670)$ - из шести парных t - тестов различия незначимы в трех случаях.

Модули упругости, найденные из статических испытаний (растяжение) распределены по поперечному сечению кости более неравномерно, чем определенные неразрушающими испытаниями. Интересно отметить, что если при растяжении наиболее однородным является передненаружный (I и 6 зоны)

Табл. 3.2.7

Динамические модули упругости по зонам кости (кгс/мм²).

| Обозначения | | Зоны сечения и углы ориентации образцов | | | | | |
|------------------------|------------------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | I(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| E _{I(ч.с.к.)} | \bar{X} | 1942 | 1857 | 1806 | 1695 | 2050 | 1978 |
| | $\int_{\bar{X}}$ | 36 | 27 | 35 | 37 | 31 | 33 |
| E _{I(150)} | \bar{X} | 2038 | 2051 | 1966 | 1868 | 2130 | 2074 |
| | $\int_{\bar{X}}$ | 40 | 36 | 44 | 42 | 38 | 33 |
| E _{I(5000)} | \bar{X} | 4051 | 3781 | 3503 | 3418 | 4511 | 4734 |
| | $\int_{\bar{X}}$ | 173 | 169 | 159 | 146 | 177 | 191 |
| E _{I(1670)} | \bar{X} | 3157 | 3161 | 3185 | 3285 | 3252 | 3137 |
| | $\int_{\bar{X}}$ | 50 | 35 | 32 | 46 | 57 | 35 |
| E ₂₍₁₆₇₀₎ | \bar{X} | 1801 | 2045 | 1972 | 2130 | 2131 | 2171 |
| | $\int_{\bar{X}}$ | 30 | 27 | 40 | 43 | 37 | 34 |
| E ₃₍₁₆₇₀₎ | \bar{X} | 1718 | 1781 | 1799 | 1977 | 1961 | 1920 |
| | $\int_{\bar{X}}$ | 36 | 41 | 43 | 40 | 47 | 44 |

E_{I(ч.с.к.)} и E_{I(150)} - N = 9; E_{I(5000)} - N = 5;

E_{i(1670)} - N = 18.

район поперечного сечения кости, то при акустических испытаниях наиболее однородными являются задненаружный (5 и 6 зоны) и передневнутренний (1, 2 и 3 зоны) районы кости.

Табл. 3.2.8

Уровни достоверности между величинами динамических модулей упругости по зонам кости.

| Зоны кости | Величина p'' для динамических модулей упругости | | | | | |
|------------|---|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | $E_1(ч.с.к.)$ | $E_1(150)$ | $E_1(5000)$ | $E_1(1670)$ | $E_2(1670)$ | $E_3(1670)$ |
| I-2 | н | н | н | н | $< 0,001$ | н |
| 2-3 | н | н | н | н | н | н |
| 3-4 | $< 0,05$ | н | н | н | $< 0,02$ | $< 0,01$ |
| 4-5 | $< 0,001$ | $< 0,001$ | $< 0,01$ | н | н | н |
| 5-6 | н | н | н | н | н | н |
| I-6 | н | н | $< 0,05$ | н | $< 0,001$ | $< 0,001$ |

Показатель анизотропии модулей упругости. Средние величины показателя анизотропии, установленные при растяжении, выше данных, полученных при прозвучивании ультразвуком : $E_I/E_2 = 2,16$; $E_I/E_3 = 2,66$; $E_I(1670)/E_2(1670) = 1,56$; $E_I(1670)/E_3(1670) = 1,72$. E_I/E_3 имеет максимумы в 2 и 6 зонах, а E_I/E_2 - в I и 6 зонах (рис. 3.2.4). Чем ниже показатель анизотропии, что особенно выражено при акустических обследованиях, тем он более равномерно распределяется по сечению кости.

Коэффициенты поперечной деформации . Согласно [22], на величины коэффициентов поперечной деформации линейно-упругих ортотропных материалов накладываются ограничения:

$$|\mu_{ij}| \leq \sqrt{\frac{E_i}{E_j}} \quad \text{и} \quad \mu_{12} \quad \mu_{23} \quad \mu_{31} \leq 0,5 \quad (3.2.5)$$

($i, j = 1, 2, 3; i \neq j$).

Последнее условие показывает, что в одно и тоже время все три величины коэффициента поперечной деформации ортотропной среды не могут принимать произвольно большие положительные

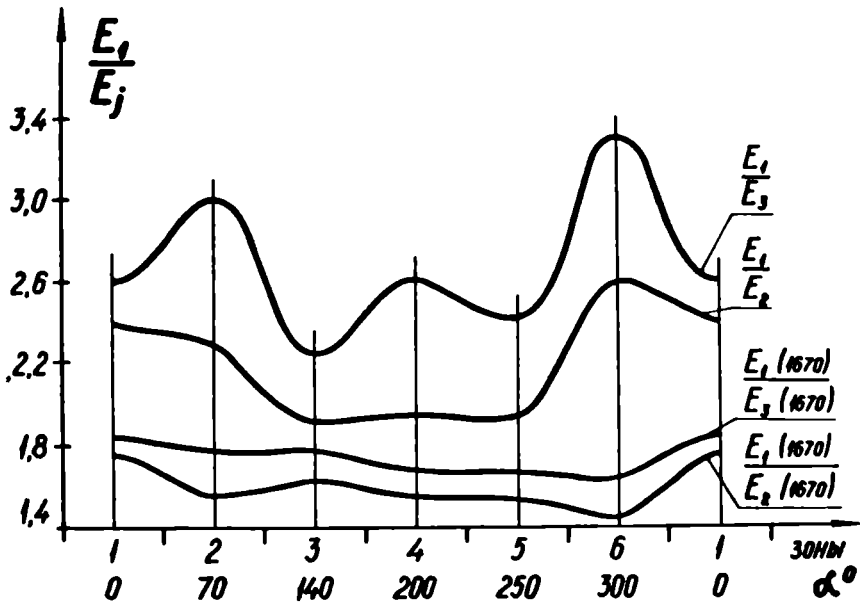


Рис. 3.2.4. Распределение показателя анизотропии модулей упругости по сечению кости.

значения. Из анализа инвариантных соотношений между различными компонентами тензора податливости ортотропного материала можно получить /2/ условную величину

$$\mu_0 = \frac{\frac{\mu_{12}}{E_1} + \frac{\mu_{23}}{E_2} + \frac{\mu_{31}}{E_3}}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3}}, \quad (3.2.6)$$

которая меньше или равна 0,5 и названа приведенным коэффициентом Пуассона ортотропной среды. Как видно, для изотропного материала $\mu_0 = \mu$.

При одноосном нагружении зависимость для поперечной деформации вдоль оси j примем в виде

$$\varepsilon_{jj} = a_{jji} \sigma_{(ii)} + a_{jjii \dots ii}^{(2n+2)} \sigma_{(ii)}^n \quad (3.2.7)$$

Коэффициент поперечной деформации, следовательно, будет нелинейной функцией достигнутого уровня напряженного состояния :

$$\mu_{ij}(\sigma_{ii}) = - \frac{a_{jji} + a_{jjii \dots ii}^{(2n+2)} \sigma_{ii}^{n-1}}{a_{iiii} + a_{iiii \dots ii}^{(2n+2)} \sigma_{ii}^{n-1}} \quad (3.2.8)$$

Связь между коэффициентами $\mu_{ij}(\sigma_{ii})$ и $\mu_{ji}(\sigma_{jj})$ при одном и том же уровне напряжения ($\sigma_{(ii)} = \sigma_{(jj)}$) определяется из условия, что $a_{iijj} = a_{jjii}$:

$$\begin{aligned} \mu_{ji}(\sigma_{jj}) = \mu_{ij}(\sigma_{ii}) \frac{E_j^{\text{сек}}}{E_i^{\text{сек}}} + \left[a_{jjii}^{(2n+2)} \right. \\ \left. - a_{iijj \dots jj}^{(2n+2)} \right] \sigma_{ii}^{n-1} E_j^{\text{сек}} \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

В линейно упругой области деформирования, зависимость (3.2.9) переходит в $\mu_{ji} = \mu_{ij} \frac{E_j}{E_i}$.

Экспериментально установленные средние значения коэффициентов μ_{ij} для компактной костной ткани и их распределение по зонам поперечного сечения большеберцовых костей человека приведены в табл. 3.2.9 и 3.2.10. Также указаны

Табл. 3.2.9

Средние по сечению кости величины коэффициентов поперечной деформации.

| Обозначения | \bar{X} | S | $W, \%$ | ΔX | $S_{\bar{X}}$ | $\Delta X_{\bar{X}}$ |
|-------------|-----------|-------|---------|------------|---------------|----------------------|
| μ_{12} | 0,307 | 0,026 | 8,5 | 0,05 | 0,0035 | 0,007 |
| μ_{21} | 0,142 | 0,013 | 9,2 | 0,026 | 0,0018 | 0,0036 |
| μ_{23} | 0,622 | 0,057 | 9,2 | 0,11 | 0,0078 | 0,016 |
| μ_{32} | 0,488 | 0,044 | 9,0 | 0,088 | 0,006 | 0,012 |
| μ_{31} | 0,119 | 0,011 | 9,2 | 0,022 | 0,0015 | 0,003 |
| μ_{13} | 0,315 | 0,029 | 9,2 | 0,058 | 0,004 | 0,008 |

$N = 54.$

аналитически вычисленные, согласно (3.2.9), значения коэффициентов поперечной деформации $\mu_{21}^{ан.}$, $\mu_{32}^{ан.}$ и $\mu_{13}^{ан.}$.

Во всех зонах в начале нагружения наибольшим является коэффициент μ_{23} , достигающий свой максимум в угловой зоне 5 (0,767), а наименьшим – коэффициент μ_{31} с минимумом в зоне 6 (0,092). Средние величины коэффициентов

μ_{ij} отличаются между собой с надежностью $p'' < 0,001$, кроме μ_{12} и μ_{13} , где $p'' > 0,05$. Надежности значимости различия μ_{ij} по зонам сечения кости приведены в табл.

3.2.II. Для коэффициентов μ_{12} отличия значимы только в зонах 5-6, а для μ_{13} отличия по всем зонам незначимы.

Табл.3.2.10

Коэффициенты поперечной деформации по зонам сечения кости.

| Обозначения | | Зоны сечения и углы ориентации образцов | | | | | |
|------------------|---------------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| μ_{12} | \bar{X} | 0,295 | 0,301 | 0,313 | 0,308 | 0,323 | 0,300 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,010 | 0,009 | 0,008 | 0,010 | 0,009 | 0,006 |
| μ_{21} | \bar{X} | 0,123 | 0,133 | 0,160 | 0,153 | 0,164 | 0,118 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,003 | 0,004 | 0,004 | 0,006 | 0,004 | 0,004 |
| $\mu_{21}^{ан.}$ | \bar{X} | 0,125 | 0,132 | 0,163 | 0,158 | 0,166 | 0,116 |
| μ_{23} | \bar{X} | 0,600 | 0,591 | 0,578 | 0,562 | 0,767 | 0,631 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,018 | 0,02 | 0,021 | 0,016 | 0,022 | 0,018 |
| μ_{32} | \bar{X} | 0,548 | 0,459 | 0,490 | 0,426 | 0,490 | 0,506 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,018 | 0,013 | 0,014 | 0,011 | 0,015 | 0,016 |
| $\mu_{32}^{ан.}$ | \bar{X} | 0,549 | 0,450 | 0,493 | 0,421 | 0,515 | 0,496 |
| μ_{31} | \bar{X} | 0,120 | 0,104 | 0,142 | 0,118 | 0,140 | 0,092 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,002 | 0,003 | 0,005 | 0,004 | 0,004 | 0,004 |
| μ_{13} | \bar{X} | 0,308 | 0,306 | 0,322 | 0,313 | 0,331 | 0,308 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,009 | 0,008 | 0,011 | 0,010 | 0,01 | 0,01 |
| $\mu_{13}^{ан.}$ | \bar{X} | 0,310 | 0,312 | 0,319 | 0,307 | 0,339 | 0,303 |

$N = 9.$

Это свидетельствует об однородности распределения коэффициентов μ_{12} и σ_{13} по поперечному сечению кости.

Табл. 3.2.II

Уровни достоверности между величинами коэффициентов поперечных деформаций по зонам поперечного сечения кости.

| Зоны кости | Величина p^* для коэффициентов поперечной деформации | | | | | |
|------------|--|------------|------------|------------|------------|------------|
| | μ_{12} | μ_{21} | μ_{13} | μ_{31} | μ_{23} | μ_{32} |
| I-2 | н | н | н | <0,001 | н | <0,01 |
| 2-3 | н | <0,001 | н | <0,001 | н | н |
| 3-4 | н | н | н | <0,01 | н | <0,001 |
| 4-5 | н | н | н | <0,01 | <0,001 | <0,01 |
| 5-6 | <0,05 | <0,001 | н | <0,001 | <0,001 | н |
| I-6 | н | н | н | <0,001 | н | н |

Наибольшая неоднородность распределения найдена для коэффициентов μ_{31} и μ_{32} - отличия значимы в 6 и 3 случаях, соответственно. Характерно, что наиболее неоднородно распределены по сечению кости те модули упругости, которые получены при нагружении образцов по направлению оси x_3 .

Значения μ_{12} и μ_{13} во всех зонах весьма близки. Наибольшая разность между ними установлена в зоне I(4,2 6), а наименьшая - в боковых и задней зонах 2,6 и 4 (I,5; 2,6 и I,6 %), причем всегда $\mu_{12} < \mu_{13}$. Среднее значение μ_{12} по сечению равно 0,307 - на 2,5 % меньше среднего значения $\mu_{13} = 0,315$.

В процессе нагружения $\mu_{12}(\sigma_{11})$ и $\mu_{13}(\sigma_{11})$ возрастают во всех зонах (рис. 3.2.5), за исключением зоны 3.

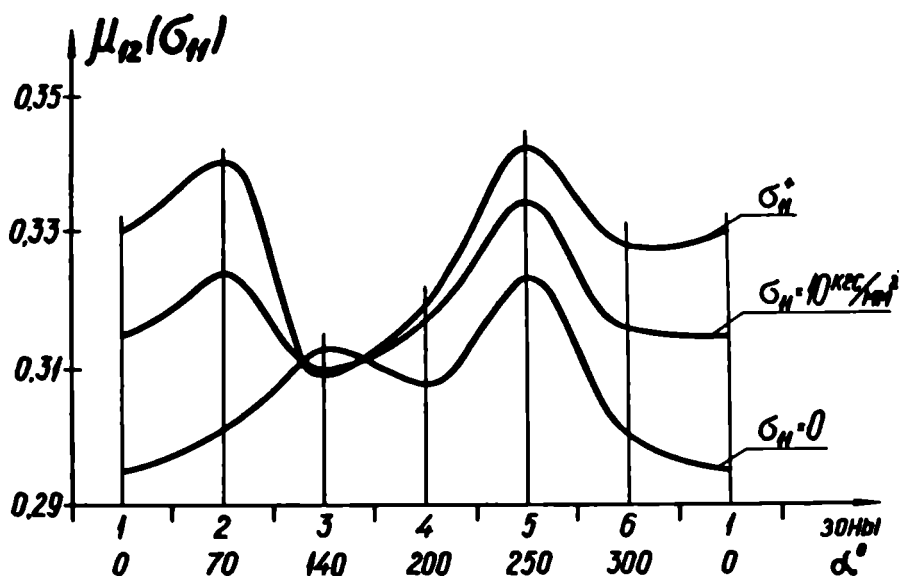


Рис. 3.2.5. Изменение коэффициента поперечной деформации в процессе нагружения.

$\mu_{12}(\sigma_{11}^+)$ к моменту разрушения в передней части сечения повышается на 11,9 % (I зона), 13 % (2 зона) и на 9,4 % (6 зона). Возрастание $\mu_{13}(\sigma_{11}^+)$ больше всего выражено в передне-внутренней части сечения - в зонах I на 19,8 %, 2 на 14 % и 3 на 11,8 %.

Разность между значениями μ_{21} и μ_{31} имеет максимум в зоне 4 (29,7 %), а минимум в зоне I (2,5 %), причём всегда $\mu_{21} > \mu_{31}$. Среднее значение μ_{21} по сечению равно 0,142. Это на 18,9 % больше среднего значения $\mu_{31} = 0,119$. В процессе нагружения $\mu_{21}(\sigma_{22})$ и $\mu_{31}(\sigma_{33})$

возрастают во всех зонах. В момент разрушения $\mu_{21}(\sigma_{22}^+)$ наиболее увеличивается по сравнению со своим значением в начале нагружения в угловых зонах 3 и 5 (21,2 и 20,1 %). Увеличение $\mu_{31}(\sigma_{33}^+)$ имеет максимум в зоне 6 (78,3 %).

Разность между μ_{23} и μ_{32} наиболее выражена в зоне 5 (56,5 %), а наименее - в зоне I (9,5 %), причем

$\mu_{23} > \mu_{32}$. Среднее значение μ_{23} по поперечному сечению кости равно 0,622, что на 27,4 % больше среднего значения $\mu_{32} = 0,488$. В процессе нагружения величина $\mu_{23}(\sigma_{22}^+)$ понижается, за исключением зоны I, где она практически не меняется. Наибольшее понижение $\mu_{23}(\sigma_{22}^+)$ происходит в задненаружной части сечения - в зонах 5 (32,5%), и 6 (10 %). Коэффициент поперечной деформации $\mu_{32}(\sigma_{33}^+)$ в процессе нагружения в зонах I и 5 понижается на 8,5 и 4,3 % соответственно, а в остальных зонах повышается. Наибольшее возрастание $\mu_{32}(\sigma_{33}^+)$ наблюдается в боковых зонах 4 и 6 (10,6 и 8,9 %).

Аналитически вычисленные значения коэффициентов $\mu_{21}^{ан.}(\sigma_{22})$, $\mu_{32}^{ан.}(\sigma_{33})$ и $\mu_{13}^{ан.}(\sigma_{11})$ близки к экспериментально определенным величинам как в начале нагружения, так и в процессе деформирования.

Значения коэффициентов поперечной деформации подчиняются ограничениям (3.2.5). В первой зоне при $\sigma = 0$ величина $\mu_{12} \mu_{23} \mu_{31} = 0,021$.

Кривые изменения $\mu_{ij}(\sigma_{ii})$ в зависимости от напряжения $\sigma_{(ii)}$ до уровня $\sigma_{(ii)} = 1,4$ кгс/мм² для зоны представлены на рис. 3.2.6. Так как коэффициенты $\mu_{ij}(\sigma_{ii})$

по зонам сечения меняются по разному , то для единой ха-
рактеристики поведения физически нелинейного ортотропного

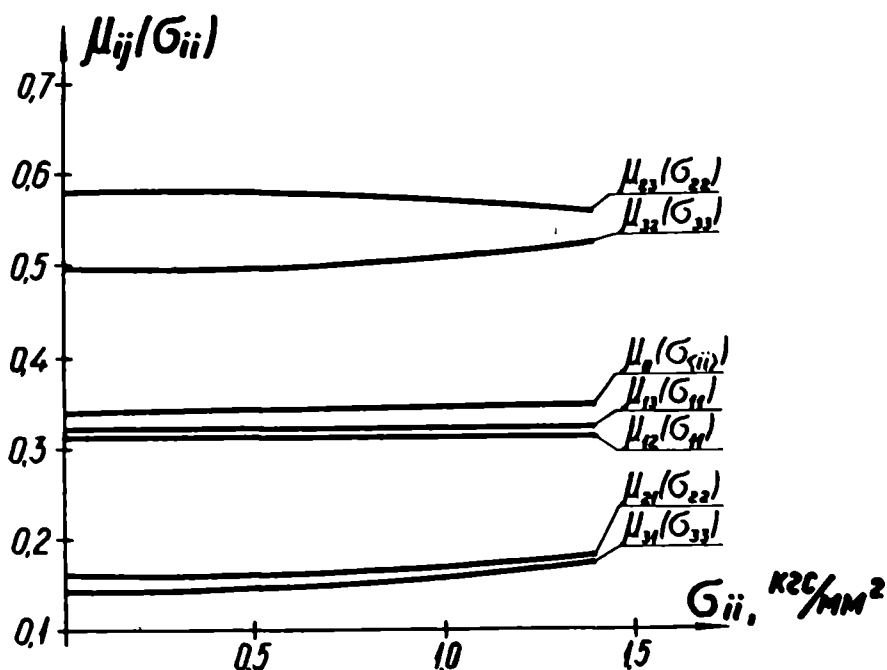


Рис. 3.2.6. Изменение коэффициентов поперечной деформации компактной костной ткани зоны 3 в процессе нагружения.

материала в процессе нагружения полезно ввести приведенный коэффициент поперечной деформации, определенный при одном и том же уровне напряжения ($\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{(ii)}$)

$$\mu_0(\sigma_{(ii)}) = \frac{\frac{\mu_{12}(\sigma_{11}) + \mu_{13}(\sigma_{11})}{E_1^{\text{сек}}} + \frac{\mu_{23}(\sigma_{22}) + \mu_{21}(\sigma_{22})}{E_2^{\text{сек}}}}{2 \left(\frac{1}{E_1^{\text{сек}}} + \frac{1}{E_2^{\text{сек}}} + \frac{1}{E_3^{\text{сек}}} \right)} + \frac{\frac{\mu_{31}(\sigma_{33}) + \mu_{32}(\sigma_{33})}{E_3^{\text{сек}}}}{2 \left(\frac{1}{E_1^{\text{сек}}} + \frac{1}{E_2^{\text{сек}}} + \frac{1}{E_3^{\text{сек}}} \right)} \quad (3.2.10)$$

Приведенный коэффициент поперечной деформации для зоны 3 в процессе нагружения увеличивается незначительно - всего на 3,3 % (рис. 3.2.6). Наибольшее значение μ_0 по поперечному сечению установлено в угловых зонах 1,3 и 5 - 0,340, 0,388 и 0,371 соответственно. Минимум μ_0 имеется в зоне 4 (0,309). Среднее увеличение $\mu_0(\sigma_{\langle ii \rangle})$ в процессе деформирования для зон 2,4 и 6 (до уровня $\sigma_{\langle ii \rangle} = 1$ кгс/мм²) составляет 5 %, а для зон 1 и 3 (до $\sigma_{\langle ii \rangle} = 1,4$ кгс/мм²) - 1,8%.

Коэффициент поперечной деформации $\mu_{ij}(\sigma_{ii})$ физически нелинейного материала не отражает величину затраченной удельной энергии, а даёт представление лишь о конечных значениях поперечной и продольной деформации при данных уровнях напряжения. Однако различные материалы могут достигать одного и того же напряженно-деформированного состояния с разной затратой удельной энергии. Поэтому для характеристики степени поперечного деформирования физически нелинейного ортотропного материала вводится параметр $\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii})$, который при данном уровне напряжения определяется соотношением площадей на диаграмме работы материала (рис. 3.2.7) при деформировании в поперечном и продольном направлениях :

$$\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii}) = \frac{\sigma_{ii} \varepsilon_{jj} - \int_0^{\sigma_{ii}} \varepsilon_{jj} d\sigma_{ii}}{\sigma_{ii} \varepsilon_{ii} - \int_0^{\sigma_{ii}} \varepsilon_{ii} d\sigma_{ii}} \quad (3.2.II)$$

Параметр поперечного деформирования в технических постоянных $\mu_{ij}(\sigma_{ii})$ и $E_i^{\text{сек}}$ выражается соотношением

$$\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii}) = \frac{\mu_{ij} \left[\frac{\mu_{ij}(\sigma_{ii})}{\mu_{ij}} - \frac{(n-1)E_i^{\text{сек}}}{2n E_i} \right]}{1 - \frac{(n-1)E_i^{\text{сек}}}{2n E_i}}, \quad (3.2.12)$$

где $\mu_{ij} = \mu_{ij}(\sigma_{ii}) \Big|_{\sigma_{ii}=0}$

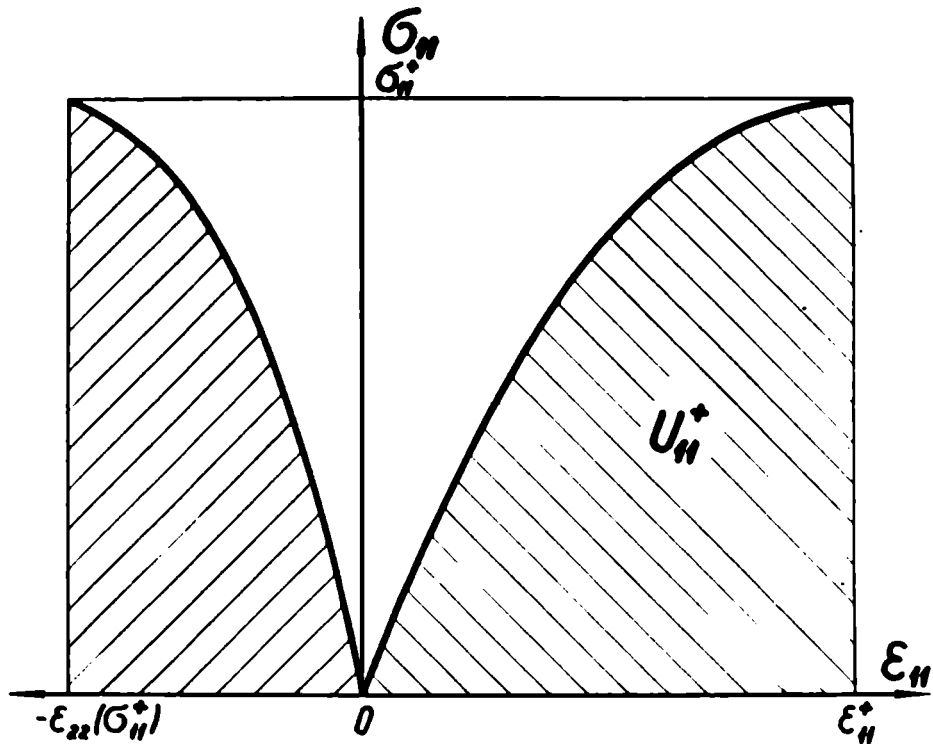


Рис. 3.2.7. Диаграмма работы физически нелинейного материала.

В линейно - упругой области работы материала

$\mu_{ij}(\sigma_{ii}) = \mu_{ij}$. На основе симметрии свойств материала
 ($a_{iijj} = a_{jjii}$) связь между $\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii})$ и $\bar{\mu}_{ji}(\sigma_{jj})$ при
 $\sigma_{(ii)} = \sigma_{(jj)}$ имеет вид :

$$\bar{\mu}_{ji}(\sigma_{jj}) = \bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii}) \frac{E_j^{сек} \left[1 - \frac{(n-1)E_i^{сек}}{2nE_i} \right]}{E_i^{сек} \left[1 - \frac{(n-1)E_j^{сек}}{2nE_j} \right]} + \quad (3.2.13)$$

$$+ \frac{\left[a_{jjii \dots ii}^{(2n+2)} - a_{iijj \dots jj}^{(2n+2)} \right] \sigma_{ii}^{n-1} E_j^{сек}}{E_i^{сек} \left[1 - \frac{(n-1)E_j^{сек}}{2nE_j} \right]}$$

При рассматриваемом уровне напряжения σ_{11} площадь под кривой $\sigma_{11} - \varepsilon_{11}$, характеризует затраченную удельную энергию U_{11} деформирования. Площадь под кривой $\sigma_{11} - (-\varepsilon_{22})$ не имеет прямого энергетического смысла. Её условно можно рассматривать как фиктивную удельную энергию деформирования, затраченную на изменение поперечных размеров образца при его продольном нагружении.

Параметр поперечного деформирования $\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii})$ на основе (3.2.II) можно также представить как отношение двух равновесных деформаций : $-\varepsilon_{22}^{равн.}$ и $\varepsilon_{11}^{равн.}$. Под равновесными деформациями понимаются те величины, которые , буду-

чи помноженными на рассматриваемый уровень напряжений, дают величину фиктивной или фактически затраченной удельной энергии деформирования.

Экспериментально определенные значения параметров поперечной деформации компактной костной ткани $\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii})$ для двух зон - 2 и 6 представлены в табл. 3.2.12 .

Табл. 3.2.12

Параметры поперечной деформации компактной костной ткани для зон 2 и 6 при различных уровнях напряжения и при пределе прочности.

| Обозначения | З о н а 2 (70°) | | | | | |
|-------------------------------|--|-------|-------|-------|-------|-------------------|
| | Н а п р я ж е н и е (кгс/мм ²) | | | | | |
| | 0 | 1,0 | 1,4 | 7,0 | 10,0 | $\sigma_{(ii)}^+$ |
| $\bar{\mu}_{12}(\sigma_{11})$ | 0,301 | 0,301 | 0,301 | 0,320 | 0,339 | 0,371 |
| $\bar{\mu}_{21}(\sigma_{22})$ | 0,133 | 0,139 | 0,145 | — | — | 0,148 |
| $\bar{\mu}_{23}(\sigma_{22})$ | 0,591 | 0,576 | 0,562 | — | — | 0,556 |
| $\bar{\mu}_{32}(\sigma_{33})$ | 0,459 | 0,486 | — | — | — | 0,493 |
| $\bar{\mu}_{31}(\sigma_{33})$ | 0,104 | 0,164 | — | — | — | 0,172 |
| $\bar{\mu}_{13}(\sigma_{11})$ | 0,306 | 0,306 | 0,306 | 0,328 | 0,349 | 0,383 |

При небольших уровнях напряжения параметр $\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii})$ по сравнению с $\mu_{ij}(\sigma_{ii})$ меняется незначительно. Однако на пределе прочности, когда имеются существенные нелинейные деформации, разность между $\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii}^+)$ и $\mu_{ij}(\sigma_{ii}^+)$ более выражена .

| Обозначения | З о н а 6(300 ⁰) | | | | | |
|-------------------------------|--|-------|-------|-------|-------|-----------------|
| | Н а п р я ж е н и е (кгс/мм ²) | | | | | |
| | 0 | 1,0 | 1,4 | 7,0 | 10,0 | σ_{ii}^+ |
| $\bar{\mu}_{12}(\sigma_{11})$ | 0,300 | 0,300 | 0,300 | 0,311 | 0,325 | 0,345 |
| $\bar{\mu}_{21}(\sigma_{22})$ | 0,118 | 0,127 | 0,134 | — | — | 0,138 |
| $\bar{\mu}_{23}(\sigma_{22})$ | 0,631 | 0,592 | 0,553 | — | — | 0,537 |
| $\bar{\mu}_{32}(\sigma_{33})$ | 0,506 | 0,563 | — | — | — | 0,576 |
| $\bar{\mu}_{31}(\sigma_{33})$ | 0,092 | 0,186 | — | — | — | 0,206 |
| $\bar{\mu}_{13}(\sigma_{11})$ | 0,308 | 0,308 | 0,306 | 0,311 | 0,319 | 0,326 |

Так, например, в зоне 2 для $\bar{\mu}_{12}(\sigma_{11}^+)$ и $\mu_{12}(\sigma_{11}^+)$ эта разность равна 9,1 %, для $\bar{\mu}_{31}(\sigma_{33}^+)$ и $\mu_{31}(\sigma_{33}^+)$ 13,3 %, а для $\bar{\mu}_{13}(\sigma_{11}^+)$ и $\mu_{13}(\sigma_{11}^+)$ 9,8 %. В большинстве случаев $\bar{\mu}_{ij}(\sigma_{ii})$ по сравнению с $\mu_{ij}(\sigma_{ii})$ увеличивается. Наибольшее возрастание имеет параметр $\bar{\mu}_{31}(\sigma_{33}^+)$ — в зоне 5 на 17,1 %, в зоне 6 на 25,6 %. Параметр $\bar{\mu}_{23}(\sigma_{22})$ по всему сечению меньше $\mu_{23}(\sigma_{22})$. В момент разрушения $\bar{\mu}_{23}(\sigma_{22}^+)$ наиболее понижается в зоне 5 (39,4 %).

Удельные энергии деформирования. Существенной характеристикой материала является затраченная удельная энергия деформирования

$$U_{ii} = \sigma_{ii}^2 \left[\frac{1}{2} a_{iii} + \frac{n}{n+1} a_{iii}^{(2n+2)} \sigma_{ii}^{n-1} \right] \quad (3.2.14)$$

Характер изменения U_{ii} при напряжениях $\sigma_{ii} = 7; 10$ кгс/мм² и σ_{ii}^+ по зонам поперечного сечения представ-

лен на рис. 3.2.8. Удельная энергия наименее затрачена при растяжении образцов, полученных из зон I и 6 ($57,9 \cdot 10^{-3}$ и $57,5 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм²) а наиболее - при нагружении образцов зоны 5 ($76,2 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм²).

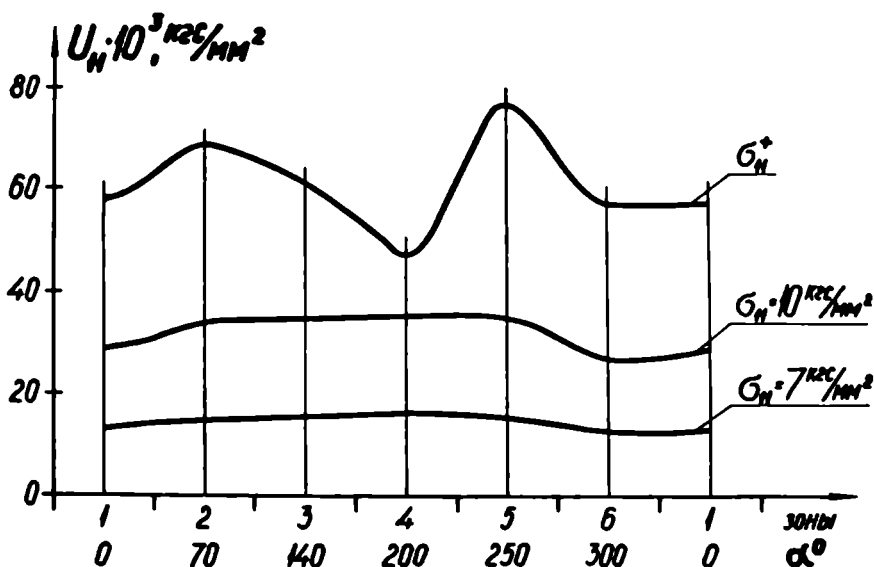


Рис. 3.2.8 Изменение удельной энергии U_{11} в процессе нагружения по зонам сечения.

Степень неравномерности распределения U_{11} по сечению можно характеризовать отношением разницы между наибольшим и наименьшим U_{11} к среднему значению U_{11} по сечению. Это отношение увеличивается с возрастанием уровня напряжения : при $\sigma_{11} = 7 \text{ кгс/мм}^2$ оно составляет 25,4 %, а при $\sigma_{11} = 10 \text{ кгс/мм}^2$ - 26,7 %.

Из-за меньших пределов прочности по направлениям x_2 и x_3 , удельные энергии деформирования U_{22}^+ и U_{33}^+ по

всем зонам значительно меньше U_{11}^+ . Средние по сечению значения U_{11}^+ , U_{22}^+ и U_{33}^+ равны $61,3 \cdot 10^{-3}$; $2,2 \cdot 10^{-3}$ и $1,5 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм² соответственно. Удельная энергия деформирования U_{22}^+ и U_{33}^+ больше затрачена в угловых зонах сечения 1,3 и 5 (рис. 3.2.9). Это обусловлено большими пределами прочности в данных зонах. Если

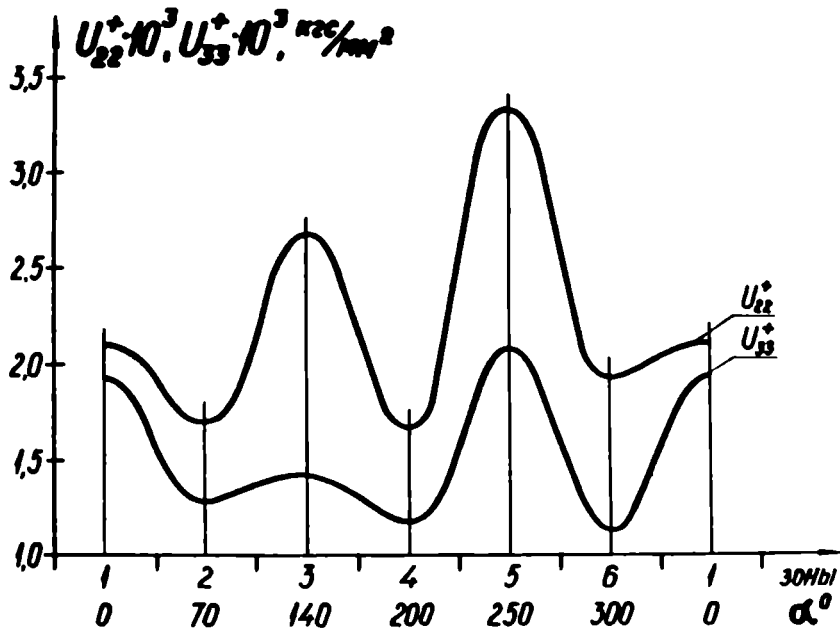


Рис. 3.2.9. Изменения удельных энергий деформирования в момент разрушения U_{22}^+ и U_{33}^+ по зонам сечения.

рассматривать удельную энергию деформирования при напряжениях ниже $\sigma_{(ii)}^+$, то костная ткань требует больше энергии в зонах 2,4 и 6, где начальные модули упругости также меньше, чем в угловых зонах. Так, например, при $\sigma_{33} = 1,0$ кгс/мм², среднее значение U_{33} по зонам 2, 4 и 6 равно $2,16 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм², а по зонам 1,3 и 5 — только $1,45 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм².

Модуль объемной деформации. Модуль объемной деформации является функцией гидростатического давления ($\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma$). Например, для материала со степенью нелинейности $n = 3$ модуль K равен

$$K = (a_{ijjj} + a_{ijjjkk\ell\ell} \sigma^2)^{-1} \quad (3.2.15)$$

$$(i, j, k, \ell = 1, 2, 3),$$

и содержит 21 независимую компоненту тензоров податливости четвертого и восьмого рангов. Так как все эти компоненты нельзя определить только из опытов на одноосное нагружение вдоль главных осей анизотропии, то отсутствует прямой переход от модулей объемной деформации K_i при одноосном нагружении вдоль оси i ($\sigma_{\langle ii \rangle} = \sigma$)

$$K_i = (a_{jjii} + a_{jjiiiii} \sigma_{ii}^2)^{-1} \quad (3.2.16)$$

$$(i, j = 1, 2, 3),$$

к модулю K , определенному при трехосном нагружении, когда $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma$. В случае линейной упругости зависимости (3.2.15) и (3.2.16) значительно упрощаются и, выраженные через технические постоянные E_i и μ_{ij} , принимают вид:

$$K = \left(\frac{1 - 2\mu_{13}}{E_1} + \frac{1 - 2\mu_{21}}{E_2} + \frac{1 - 2\mu_{32}}{E_3} \right)^{-1}; \quad (3.2.17)$$

$$K_i = E_i (1 - \mu_{ij} \mu_{ik})^{-1}$$

$$(i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k).$$

Из (3.2.17) следует, что в данном случае между K и K_i имеется однозначная связь :

$$K^{-1} = K_1^{-1} + K_2^{-1} + K_3^{-1} \quad (3.2.18)$$

Характер изменения K_i компактной костной ткани зоны 5 вдоль каждой из главных осей анизотропии представлен на рис. 3.2.10. Как видно, наибольшее изменение имеет место при нагружении вдоль оси x_3 . Это характерно

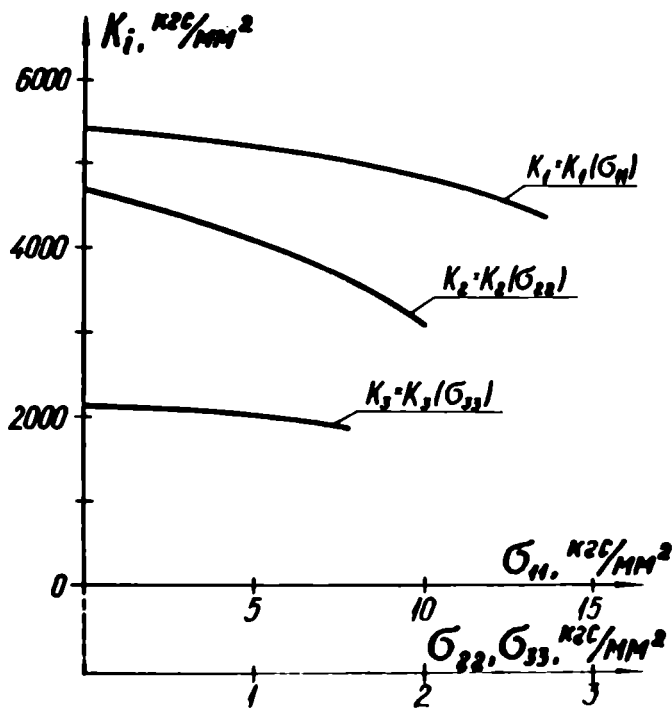


Рис. 3.2.10. Изменение модулей объемной деформации при одноосном нагружении.

для всех зон поперечного сечения : наименьшие значения модуля K_3 при $\sigma_{33} = 0$ установлены в зонах 2, 4 и 6 (1441, 1376 и 1550 кгс/мм²), что соответствует наибольшим изменениям объема. При нагружении вдоль оси x_1 изменение

объема меньше : максимальные значения K_I при $\sigma_{II} = 0$ отмечены в передне наружной части поперечного сечения - в зонах I, 5 и 6 (4975, 5405 и 5236 кгс/мм²).

В процессе нагружения модули $K_i(\sigma_{ii})$ в большинстве зон уменьшаются, т.е. объем костной ткани возрастает (рис. 3.2.IO, 3.2.II). В среднем по сечению модуль $K_I(\sigma_{II}^+)$

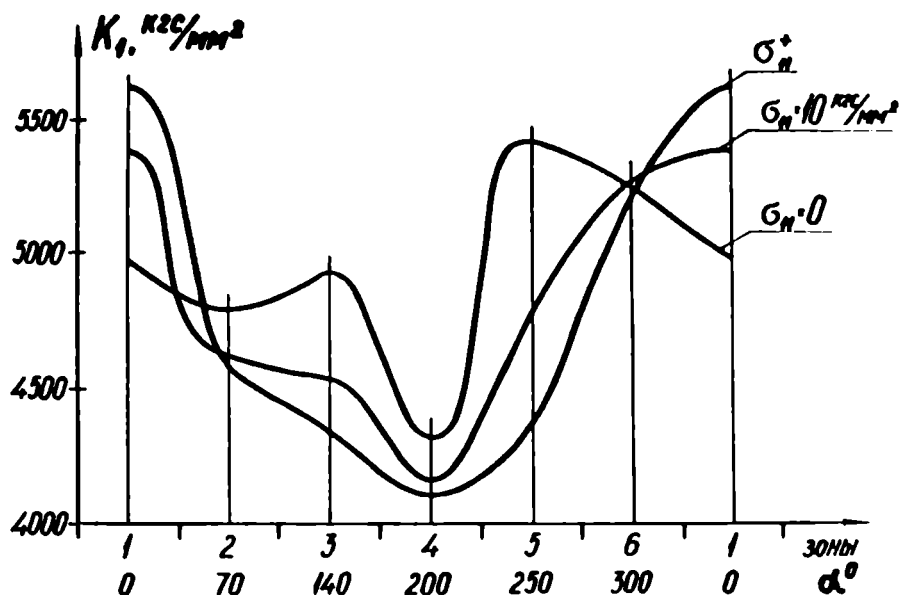


Рис. 3.2.II. Изменение модуля объемной деформации при одноосном нагружении K_I в условиях деформирования.

определенный в момент разрушения, по сравнению с модулем K_I уменьшается незначительно - на 5,2 %. При этом в зоне I установлено даже повышение модуля на 12,9. Понижение модуля $K_2(\sigma_{22}^+)$ по сечению более выражено - 22,6 %. Здесь своеобразно ведет себя только зона 4, где

изменение $K_2(\sigma_{22}^+)$ отсутствует. Модуль $K_3(\sigma_{33}^+)$ понижается только в зонах I и 5. В остальных происходит его возрастание (например в зоне 6 на 26,8 %).

Значения модуля объемной деформации K костной ткани, рассчитанные при трехосном нагружении ($\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma$) в упругой области согласно (3.2.18), по зонам поперечного сечения различаются (табл. 3.2.13).

Табл. 3.2.13

Изменение модуля объемной деформации K по зонам поперечного сечения кости (кгс/мм²).

| Обоз- наче- ние | Сред- нее по сече- нию | З о н ы к о с т и | | | | | |
|-----------------------|---------------------------------|----------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| К | 950 | 1039 | 810 | 1069 | 770 | 1139 | 870 |

Характерно, что модуль K имеет свои максимальные величины в угловых зонах (1,3 и 5) кости.

Относительная объемная деформация. Относительное изменения объема ($\theta_i = \frac{V(\sigma_{ii})}{V_0} - 1$, где V_0 - начальный объем; $V(\sigma_{ii})$ - объем при нагружении) при продольном растяжении вдоль оси i , с учетом, что деформации малы, определяется по зависимости :

$$\theta_i = \varepsilon_{jj}(\sigma_{ii}) = \varepsilon_{11}(\sigma_{ii}) + \varepsilon_{22}(\sigma_{ii}) + \varepsilon_{33}(\sigma_{ii}), \quad (3.2.19)$$

$$(i, j = 1, 2, 3).$$

Установлено, что в области физиологических напряжений (до 5 кгс/мм^2) среднее значение относительной объемной деформации θ , при растяжении возрастает линейно (рис. 3.2.12), причем объем костной ткани увеличивается приблизительно на $0,02 \%$ от начального объема на каждый кгс/мм^2 прироста напряжения (средний по сечению модуль

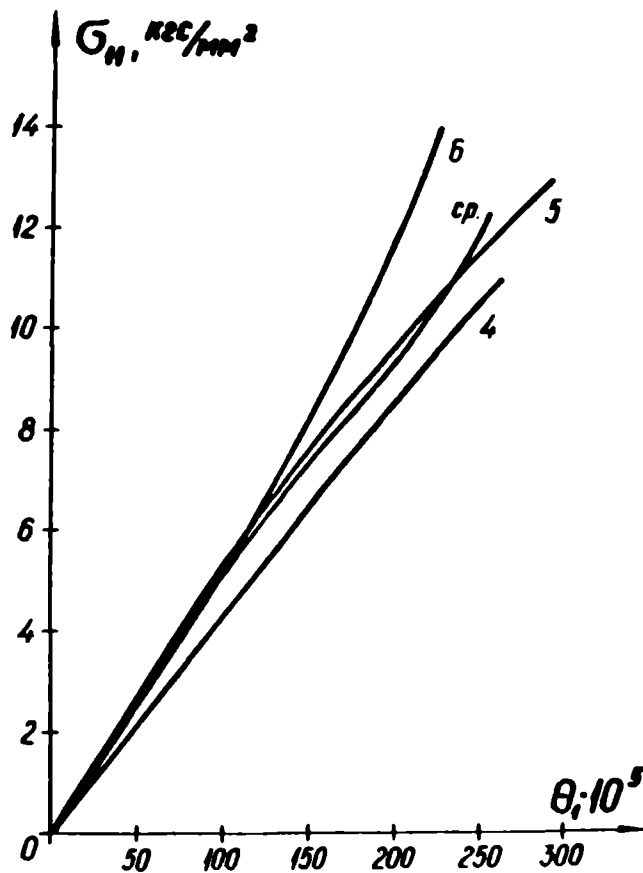


Рис. 3.2.12. Относительная объемная деформация по зонам 4, 5, 6 и её средняя величина по поперечному сечению кости.

объемной деформации K_I 4940 кгс/мм^2). Наиболее выраженное объемное деформирование наблюдается в задних от-

делах кости : в зонах 3 и 4 оно достигает 0,15 до 0,17% при $\sigma_{11} = 7 \text{ кгс/мм}^2$ (рис. 3.2.13). В передне - наружных отделах кости (зоны 1,5 и 6) величина θ_1 находится в пределах от 0,13 до 0,14 %. Максимальные значения θ_1 (при σ_{11}^*) в 1 и 6 зоне равны 0,232 %, а в 5 - 0,3 %.

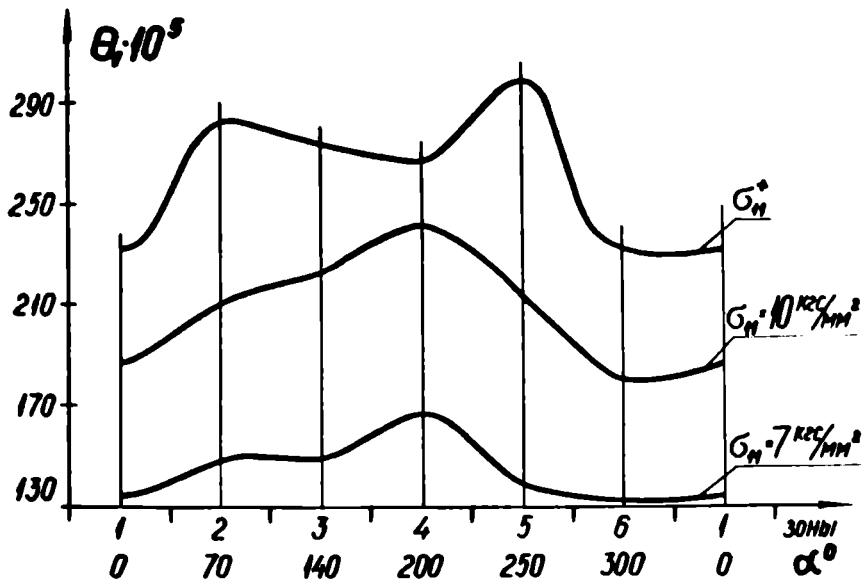


Рис. 3.2.13. Относительные изменения объема по зонам кости при нагружении.

При напряжении выше $\sigma_{11} = 10 \text{ кгс/мм}^2$ скорость изменения θ_1 уменьшается в зонах 1 и 6, а увеличивается в зоне 5. В остальных отделах кости скорость объемного деформирования сохраняется постоянной. Нужно отметить, понижение скорости прироста θ_1 в зонах 1,6 и увеличение этой скорости в зоне 5 при нагружении можно объяснить непропорциональностью между появлением и ростом продольных и поперечных микротрещин. Однородность средн

костной ткани нарушается и в зонах 2,3 и 4, но предполагается, что трещинообразование происходит при сохранении линейного изменения объема костной ткани.

Физиологическое значение изменения объема кости.

При обычных условиях функционирования, например, при нормальной ходьбе, человек совершает полный шаг в течение $1,08 \pm 0,14$ сек /29/. Опорный период занимает $0,7 \pm 0,09$ сек; за это время большеберцовая кость проходит полный цикл нагружения, состоящего из продольного сжатия с изгибом назад и вперед. Из-за действия изгибающего момента в кости появляются переменные напряжения растяжения. За опорный период шага через компактную костную ткань обменивается около $0,02 - 0,08$ мл крови на 100 см^3 вещества /100/, т.е. количество обмениваемой крови не превышает $0,02 - 0,08$ % общего объема кости. В перерасчете на весь диафиз большеберцовой кости за опорный период обмен крови составляет в среднем $0,07$ мл, что очень близко к экспериментально установленным изменениям объема при растяжении $\sigma_{11} = 5 \text{ кгс/мм}^2$ (изменение объема равно $0,1 \text{ см}^3$).

В пределах максимальных физиологических напряжений изменения объема кости при растяжении достигают $0,1$ от её начального объема. Такие большие напряжения являются крайними для повседневной жизни, но даже при меньшей активности человека, когда нагрузка на кость близка к $\sigma_{11} = 1 \text{ кгс/мм}^2$, изменение объема $\theta_1 = 0,02 - 0,03$ соответствует объему протекающих жидкостей и крови. Из этого следует, что механическая нагрузка на кость и связанное этим соответствующее изменение объема пор и ка-

нальцев должны оказать влияние на кровоток в костном веществе.

3.3. Анизотропия и неоднородность деформативных характеристик при кручении и неразрушающих испытаниях.

Напряжения и деформации при кручении. При кручении образца прямоугольного поперечного сечения (I форма) относительно его продольной оси x_I , в поперечном сечении появляются касательные напряжения σ_{12} и σ_{13} , которые распределены в плоскости x_2x_3 следующим образом /26/

$$\sigma_{12} = \frac{8M_I}{\pi^2 b^3 \sqrt{\frac{G_{12}}{G_{13}}} f(\mu_1)} \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{\operatorname{sh} \frac{2k\mu_1 x_3}{b}}{\operatorname{ch} k\mu_1} \sin \frac{k\pi x_2}{h}, \quad (3.3.20)$$

$$\sigma_{13} = \frac{8M_I}{\pi^2 b^3 \frac{G_{12}}{G_{13}} f(\mu_1)} \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{2k\mu_1 x_3}{b}}{\operatorname{ch} k\mu_1} \right) \cos \frac{k\pi x_2}{h},$$

где $\mu_1 = \frac{\pi b}{2h} \sqrt{\frac{G_{12}}{G_{13}}}$, $f(\mu_1) = \frac{8}{\pi^2 \mu_1} \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^5} (k\mu_1 - \operatorname{th} k\mu_1)$,

M_I — момент кручения относительно оси x_I , кгс·мм; h и b — большая и меньшая стороны поперечного сечения соответс-

твенно, мм. Наибольшее значение касательного напряжения σ_{12} по поперечному сечению образца находится в середине большей стороны :

$$\sigma_{12} = \frac{8M_1}{\pi^2 b^3 \sqrt{\frac{G_{12}}{G_{13}}} f(\mu_1)} \sum_{\kappa=1,3,5...}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\kappa-1}{2}}}{\kappa^2} \operatorname{th} \kappa \mu_1, \quad (3.3.21)$$

а максимум напряжения σ_{13} - в середине меньшей стороны:

$$\sigma_{13} = \frac{8M_1}{\pi^2 b^3 \frac{G_{12}}{G_{13}} f(\mu_1)} \left(\frac{\pi}{8} - \sum_{\kappa=1,3,5...}^{\infty} \frac{1}{\kappa^2 \operatorname{ch} \kappa \mu_1} \right)$$

Сдвиговая деформация при кручении относительно оси x_I выражается в виде :

$$\gamma_{12} = \frac{8h\varphi_1}{\pi^2 l_1 \sqrt{\frac{G_{12}}{G_{13}}}} \sum_{\kappa=1,3,5...}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\kappa-1}{2}}}{\kappa^2} \operatorname{th} \kappa \mu_1, \quad (3.3.22)$$

где φ_1 - угол закручивания при заданной базе, рад; l_1 - длина базы измерения угла закручивания, мм.

Зависимости (3.3.20) и (3.3.22) справедливы для линейно-упругого ортотропного материала /26/. В случае нелинейной связи между напряжением и деформацией, имеющей место для костной ткани, отношение модулей сдвига $\frac{G_{12}}{G_{13}}$ меняется в зависимости от уровня достигнутого напряженного состояния. Установить характер изменения этого отношения удобно посредством кручения образцов круглого сплошного поперечного сечения (У форма). В таком случае макси-

мальные значения касательных напряжений σ_{12} и σ_{13} при кручении относительно оси x_I одинаковы :

$$\sigma_{12} = \sigma_{13} = \frac{2M_1}{\pi R^3}, \quad (3.3.23)$$

где R - радиус образца, мм.

При одном и том же уровне внешнего момента ($M_I = M_2 = M_3$) сдвиговые деформации ортотропных стержней кругового сечения зависят от угла закручивания образцов по всем трем главным направлениям :

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} = R \left(\frac{\varphi_i}{l_i} + \frac{\varphi_j}{l_j} - \frac{\varphi_k}{l_k} \right) \quad (3.3.24)$$

$$(i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k).$$

Для прямоугольных образцов при определении наибольших по сечению значений σ_{12} и γ_{12} по заданным величинам M_1 и φ_1 , применяется приближенный метод, согласно которому в упругом решении (3.3.20) - (3.3.22) вводятся фактические величины отношения секущих модулей сдвига :

$$\frac{G_{12}^{сек}}{G_{31}^{сек}} = \frac{a_{3131} + 4a_{31313131} G_{31}^2}{a_{1212} + 4a_{12121212} G_{12}^2} \quad (3.3.25)$$

Тем самым учитывается физическая нелинейность костной ткани. Необходимо подчеркнуть, что введение отношения (3.3.25), определенного по экспериментальным результатам на образцах только одной, т.е. первой зоны, в выражения (3.3.20) - (3.3.22), основано на допущении, что отношение

секущих модулей сдвига по зонам не меняется при одном и том же уровне напряженного состояния.

Компоненты тензора податливости. Полученные согласно (3.3.23), (3.3.24) экспериментальные кривые $\sigma_{12} - \gamma_{12}$, $\sigma_{23} - \gamma_{23}$ и $\sigma_{31} - \gamma_{31}$ аппроксимируем степенной функцией:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \gamma_{ij} a_{ijij} \sigma_{ij} + a_{ijij}^{(2n+2)} \sigma_{ij}^n, \quad (3.3.26)$$

$$(i, j = 1, 2, 3; i \neq j).$$

Для одной, конкретной деформации эта зависимость принимает вид

$$\epsilon_{12} = 2a_{1212} \sigma_{12} + 2^n a_{1212}^{(2n+2)} \sigma_{12}^n.$$

Принимая, что $n = 3$, из экспериментальных значений по методу наименьших квадратов определялись компоненты тензора податливости, $[a_{ijij}] = 10^{-5} (\text{кгс/мм}^2)^{-1}$; $[a_{ijijijij}] = 10^{-5} (\text{кгс/мм}^2)^{-3}$: $a_{1212} = 38,4$; $a_{12121212} = 0,213$; $a_{2323} = 80,7$; $a_{23232323} = 0,410$; $a_{3131} = 67,6$; $a_{31313131} = 0,153$.

Полученные зависимости $\sigma_{12} - \gamma_{12}$ для прямоугольных образцов (I форма) были аппроксимированы зависимостью (3.3.26). Значения компонент тензора податливости по всем зонам сечения даны в табл. 3.3.14.

Модули сдвига. Отношения начальных модулей сдвига для первой зоны, которые определены при условии, что $\sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0$, следующие $\frac{G_{12}}{G_{31}} = 1,77$; $\frac{G_{12}}{G_{23}} = 2,10$; $\frac{G_{31}}{G_{23}} = 1,19$. Зависимость $\frac{G_{12}^{\text{сек}}}{G_{31}^{\text{сек}}}$ от уровня напряжения σ_{12} при различных отношениях $\frac{G_{12}^{\text{сек}}}{G_{31}^{\text{сек}}}$ графически представлена на рис. 3.3.14. Согласно последнему, например в

Табл. 3.3.14

Компоненты тензора податливости при кручении компактной костной ткани.

| Зоны кости | Компоненты тензора податливости | |
|------------|---|---|
| | $a_{1212} \cdot 10^5 (\text{кгс}/\text{мм}^2)^{-1}$ | $a_{12121212} \cdot 10^5 (\text{кгс}/\text{мм}^2)^{-3}$ |
| I(0°) | 35,4 | 0,159 |
| 2(70°) | 41,4 | 0,081 |
| 3(140°) | 35,2 | 0,061 |
| 4(200°) | 41,0 | 0,087 |
| 5(250°) | 37,7 | 0,074 |
| 6(300°) | 39,0 | 0,054 |

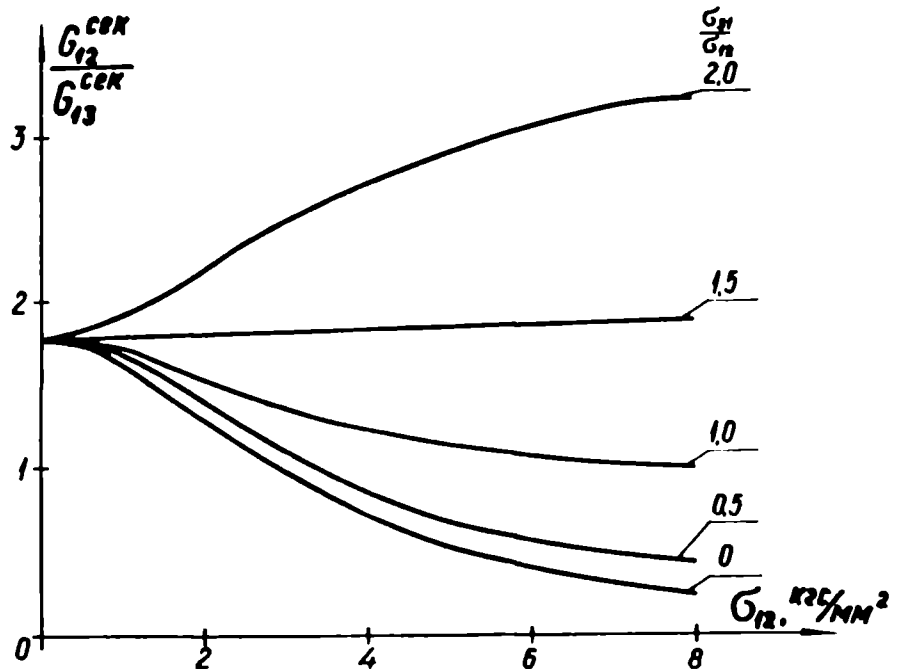


Рис. 3.3.14. Изменение отношения секующих модулей сдвига в процессе нагружения при различных отношениях $\frac{\sigma_{31}}{\sigma_{12}}$.

момент разрушения при кручении относительно оси x_I ($\sigma_{12}^* = 7,70 \text{ кгс/мм}^2$) в тех точках поперечного сечения, где отсутствует напряжение σ_{13} , отношение секущих модулей сдвига $\frac{G_{12}^{\text{сек}}}{G_{31}^{\text{сек}}}$ уменьшается в 6,32 раза по сравнению с отношением начальных модулей сдвига.

Величины модулей сдвига свидетельствуют об ортотропии механических характеристик компактной костной ткани (табл. 3.3.15). Различия между модулями $G_{12} > G_{12(450)} > G_{12(ч.с.к.)} > G_{13(450)} > G_{13} > G_{23(450)} > G_{23}$ значимы, кроме $G_{12(ч.с.к.)}$ и $G_{13(450)}$; G_{13} и $G_{23(450)}$, где $p'' > 0,05$.

Табл. 3.3.15

Средние по поперечному сечению кости модули сдвига (кгс/мм^2).

| Обозначения | \bar{X} | S | $w, \%$ | ΔX | $S_{\bar{x}}$ | $\Delta X_{\bar{x}}$ |
|------------------|-----------|-----|---------|------------|---------------|----------------------|
| G_{12} | 650 | 57 | 8,7 | 114 | 10,4 | 11 |
| G_{13} | 370 | 28 | 7,6 | 62 | 8,0 | 18 |
| G_{23} | 310 | 25 | 8,1 | 55 | 7,1 | 16 |
| $G_{12(ч.с.к.)}$ | 485 | 38 | 7,8 | 77 | 5,2 | 10 |
| $G_{12(450)}$ | 531 | 32 | 6,0 | 64 | 3,1 | 6 |
| $G_{13(450)}$ | 479 | 30 | 6,3 | 60 | 2,9 | 6 |
| $G_{23(450)}$ | 343 | 22 | 6,4 | 44 | 2,1 | 4 |

$$G_{13} - N = 12; \quad G_{12} - N = 30; \quad G_{23} - N = 12;$$

$$G_{12(ч.с.к.)} - N = 54; \quad G_{ij(450)} - N = 108.$$

Наивысшие значения модуль G_{12} имеет в угловых зонах сечения кости но различия значимы только между зонами 2-3 и 3-4 (табл. 3.3.16 и 3.3.17). Динамический модуль сдвига $G_{12}(ч.к.)$ имеет свой максимум в зоне 5, а минимум - в зоне 1. Максимальное отличие величин $G_{12}(ч.к.)$ по зонам 2, 3, 4 и 6 равно 0,8 % и различия по всем зонам незна-

Табл. 3.3.16

Модуль сдвига по зонам поперечного сечения кости (кгс/мм²).

| Обозначения | | Зоны сечения и углы ориентации образцов | | | | | |
|----------------|---------------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| G_{12} | \bar{X} | 689 | 605 | 711 | 610 | 664 | 641 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 31 | 23 | 29 | 21 | 26 | 21 |
| $G_{12}(ч.к.)$ | \bar{X} | 461 | 487 | 489 | 485 | 499 | 486 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 12 | 12 | 11 | 13 | 13 | 16 |
| $G_{12}(450)$ | \bar{X} | 524 | 548 | 540 | 512 | 541 | 520 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 6,9 | 8,3 | 6,9 | 7,6 | 6,9 | 8,8 |
| $G_{13}(450)$ | \bar{X} | 460 | 414 | 481 | 440 | 479 | 443 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 6,4 | 6,0 | 7,0 | 7,9 | 8,1 | 7,6 |
| $G_{23}(450)$ | \bar{X} | 366 | 329 | 392 | 345 | 313 | 341 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 5,0 | 5,7 | 4,3 | 5,5 | 5,2 | 5, |

$$G_{12} - N = 5; G_{12}(ч.к.) - N = 9; G_{ij}(450) - N = 18.$$

чимы. Наиболее неоднородно по поперечному сечению большеберцовой кости распределены величины динамических модулей $G_{13}(450)$ и $G_{23}(450)$. Наивысшие значения модуль $G_{13}(450)$

имеет в угловых зонах сечения (также как модуль сдвига G_{12}) и различия незначимы только между I - 6 зонами.

Табл. 3.3.17

Уровни достоверности между величинами модулей сдвига по зонам кости.

| Зоны кости | Величина p'' для модулей сдвига | | | | |
|---------------|-----------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | G_{12} | $G_{12}(чск)$ | $G_{12}(450)$ | $G_{13}(450)$ | $G_{23}(450)$ |
| I-2 | н | н | < 0,05 | < 0,001 | < 0,001 |
| 2-3 | < 0,02 | н | н | < 0,001 | < 0,001 |
| 3-4 | < 0,05 | н | < 0,01 | < 0,001 | < 0,001 |
| 4-5 | н | н | < 0,01 | < 0,01 | < 0,001 |
| 5-6 | н | н | н | < 0,01 | < 0,001 |
| I-6 | н | н | н | н | < 0,01 |

Максимальные величины $G_{23(450)}$ установлены в I и 3 зонах а минимальные - в 2 и 5 зонах (по диагонали поперечного сечения кости) и отличия величин модулей по всему сечению значимы. Интересно, что ультразвуковые методы испытания позволяют выявить более выраженную, статистически достоверную неоднородность распределения модулей сдвига по поперечному сечению большеберцовой кости по сравнению с применением резонансных и статических методов испытания. Это может явиться основанием для разработки нового метода акустической диагностики состояния костной ткани в условиях живого организма.

Характер распределения модулей сдвига по зонам поперечного сечения большеберцовой кости 37 летнего мужчины представлен в рис. 3.3.15.

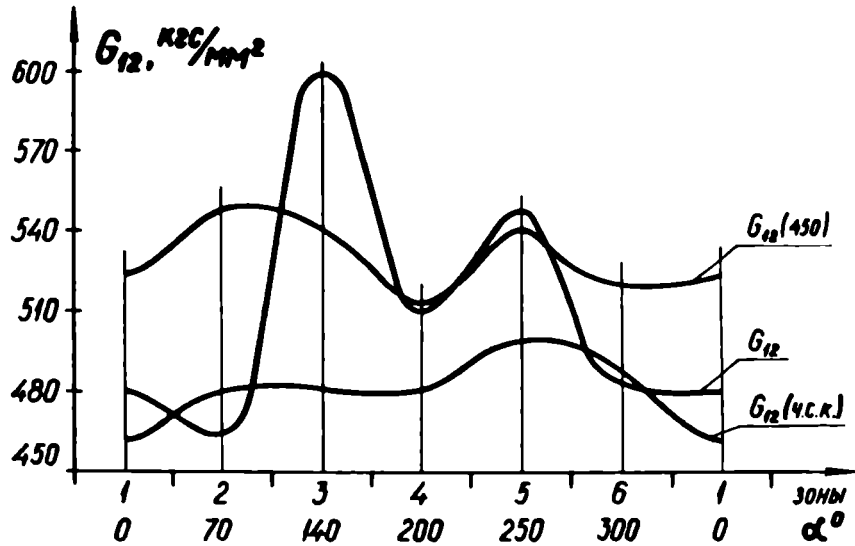


Рис. 3.3.15. Характер распределения модулей сдвига по поперечному сечению левой большеберцовой кости 37 летнего мужчины.

Характерно, что модули упругости E_2 и E_3 также как модули сдвига G_{12} и $G_{13}(450)$ имеют наивысшие значения в угловых зонах кости. Модули E_I , $E(ч.с.к.)$, $E_I(150)$ и $E_I(5000)$ достигают большие значения в передних зонах поперечного сечения кости. Это, повидимому, является следствием функциональной приспособляемости большеберцовой кости человека к нормальным физиологическим нагрузкам. Следовательно, при создании синтетического аналога большеберцовой кости человека должны учитываться особенности распределения по поперечному сечению диафиза упругих характеристик компактной костной ткани.

Изменения модулей сдвига. В процессе деформирования модули сдвига уменьшаются. Для установления связи между приращениями напряжений и деформаций рассчитывается касательный модуль сдвига :

$$G_{12}^{кас.} = \left[4(a_{1212} + 2^{n-1} n a_{1212 \dots 12}^{(2n+2)} \sigma_{12}^{n-1}) \right]^{-1} \quad (3.3.27)$$

Числовые значения этого модуля для некоторых уровней напряжения σ_{12} по всем зонам поперечного сечения большеберцовой кости приведены в табл. 3.3.18. Деформативность компактной костной ткани наиболее существенно увеличилась в зоне I, где касательный модуль сдвига к моменту разрушения уменьшился в 5,5 раза. В среднем по сечению $G_{12}^{*кас.}$ непосредственно перед разрушением в 3,4 раза меньше начального модуля сдвига.

Табл. 3.3.18

Касательный модуль сдвига $G_{12}^{кас.}$ по зонам поперечного сечения при разных уровнях напряжения (кгс/мм²).

| Напря- жение σ_{12} | Зоны сечения и углы ориентации образцов | | | | | |
|----------------------------------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| | I(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| 1,0 | 653 | 591 | 696 | 595 | 648 | 632 |
| 3,0 | 467 | 499 | 598 | 496 | 547 | 557 |
| 5,0 | 297 | 381 | 467 | 373 | 417 | 453 |
| 7,0 | 192 | 281 | 351 | 272 | 307 | 353 |
| 9,0 | 131 | 208 | 264 | 199 | 227 | 273 |
| G_{12}^* | 125 | 174 | 244 | 175 | 206 | 232 |

Удельные энергии деформирования. Удельная энергия деформирования, затраченная в процессе кручения костной ткани, является функцией достигнутого уровня напряженного состояния :

$$U_{12} = 2\sigma_{12}^2 \left(a_{1212} + \frac{2^n}{n+1} a_{1212}^{(2n+2)} \sigma_{12}^{n-1} \right). \quad (3.3.28)$$

Характер изменения U_{12} по всем зонам поперечного сечения для трех уровней напряжения ($\sigma_{12} = 5,0; 8,0$ кгс/мм² и σ_{12}^*) представлен на рис. 3.3.16. При $\sigma_{12} = 5,0$ кгс/мм², что

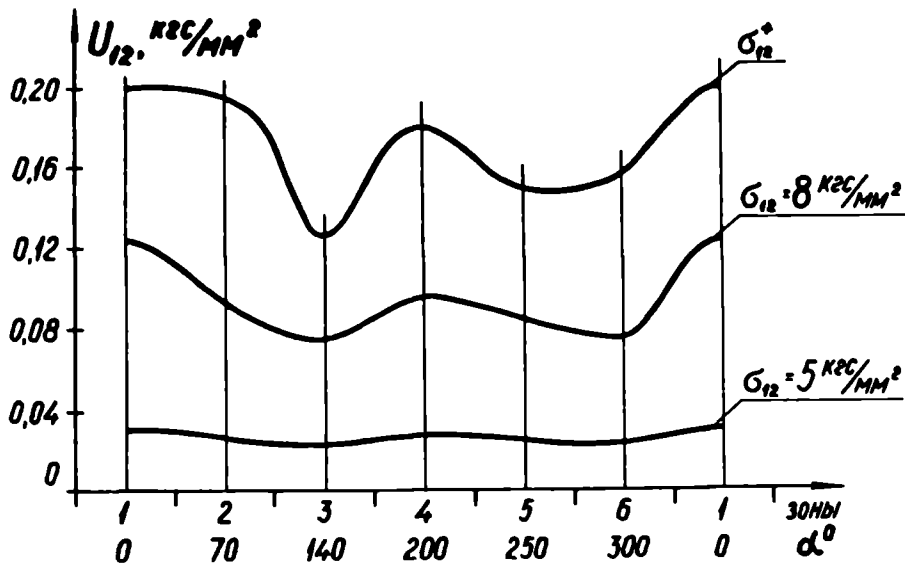


Рис. 3.3.16. Изменение удельной энергии деформирования по зонам поперечного сечения в процессе нагружения.

составляет около 50–60 % от разрушающего напряжения σ_{12}^* , затраченная удельная энергия деформирования весьма равномерно распределяется по сечению, так как при усредненном значении U_{12} по всем зонам $26 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм², среднее квадрати-

ческое отклонение составляет лишь 3,8 %. С увеличением напряжения абсолютная разность между максимумом и минимумом U_{12} , по зонам сечения резко увеличивается. При разрушающем напряжении разность составляет 45 % от усредненного значения $U_{12}^* = 168 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм². Максимум удельной энергии деформирования затрачен в зоне I - $201 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм², а минимум - в зоне 3 - $125 \cdot 10^{-3}$ кгс/мм².

3.4. Результаты корреляционного анализа.

Взаимосвязи между параметрами деформативных свойств.

Из проделанного анализа следует, что имеется корреляция между модулем упругости E_I и динамическими модулями $E_{I(ч.с.к.)}$, $E_{I(150)}$, $E_{I(1670)}$ (табл. 3.4.19). Следовательно, по этим акустическим параметрам возможно

Табл. 3.4.19

Коэффициенты линейной корреляции
между модулями упругости.

| | E_I | | E_2 | | E_3 | |
|-----------------|-------|---------|-------|--------|-------|--------|
| | r | ρ | r | ρ | r | ρ |
| $E_{I(ч.с.к.)}$ | 0,79 | < 0,01 | 0,22 | н | 0,32 | н |
| $E_{I(150)}$ | 0,78 | < 0,025 | 0,20 | н | 0,23 | н |
| $E_{I(1670)}$ | -0,82 | < 0,01 | 0,44 | н | 0,03 | н |
| $E_2(1670)$ | -0,19 | н | -0,03 | н | -0,57 | н |
| $E_3(1670)$ | -0,37 | н | 0,14 | н | -0,34 | н |

установить величину модуля E_I для костной ткани:

$$E_I = 93,53 + 0,942 E_I(\text{ч.с.к.}); S_R=99,8;$$

$$E_I = - 738,4 + 1,29 E_I(I50); S_R=106,5;$$

$$E_I = 8609,2 - 2,11 E_I(I670); S_R=98,3.$$

Практически нет взаимосвязей между модулем сдвига G_{12} и модулем упругости $E_I(I50)$ ($r = - 0,15$; $p > 0,05$).

На рис. 3.4.17 приведены величины коэффициентов корреляционной связи между динамическим модулем упругости $E_I(I50)$ и различными механическими характеристиками и компонентами композита кости.

Модули сдвига имеют отрицательную корреляцию с удельной энергией деформирования U_{12}^* . Так для U_{12}^* и G_{12} $r' = - 0,86$; $p' < 0,01$; для U_{12}^* и $G_{13(450)}$ $r' = - 0,65$, $p' < 0,05$ и для U_{12}^* и $G_{12(\text{ч.с.к.})}$ $r' = - 0,67$, $p' < 0,05$. С увеличением модулей сдвига энергия, затраченная для разрушения костной ткани при кручении, уменьшается. Интересно отметить, что с увеличением модулей упругости, установленных при растяжении костной ткани по направлению осей x_2 и x_3 кости, удельные энергии деформирования U_{22}^+ и U_{33}^+ также увеличиваются.

Взаимосвязи между отдельными компонентами композита компактной ткани. В результате статистической обработки средних данных биохимического анализа установлено, что отличия между количеством биохимических веществ в кости значимы ($p'' < 0,001$). Их количественные содержания в г на 100 г сухой, обезжиренной костной ткани приведены в табл. 3.4.20.

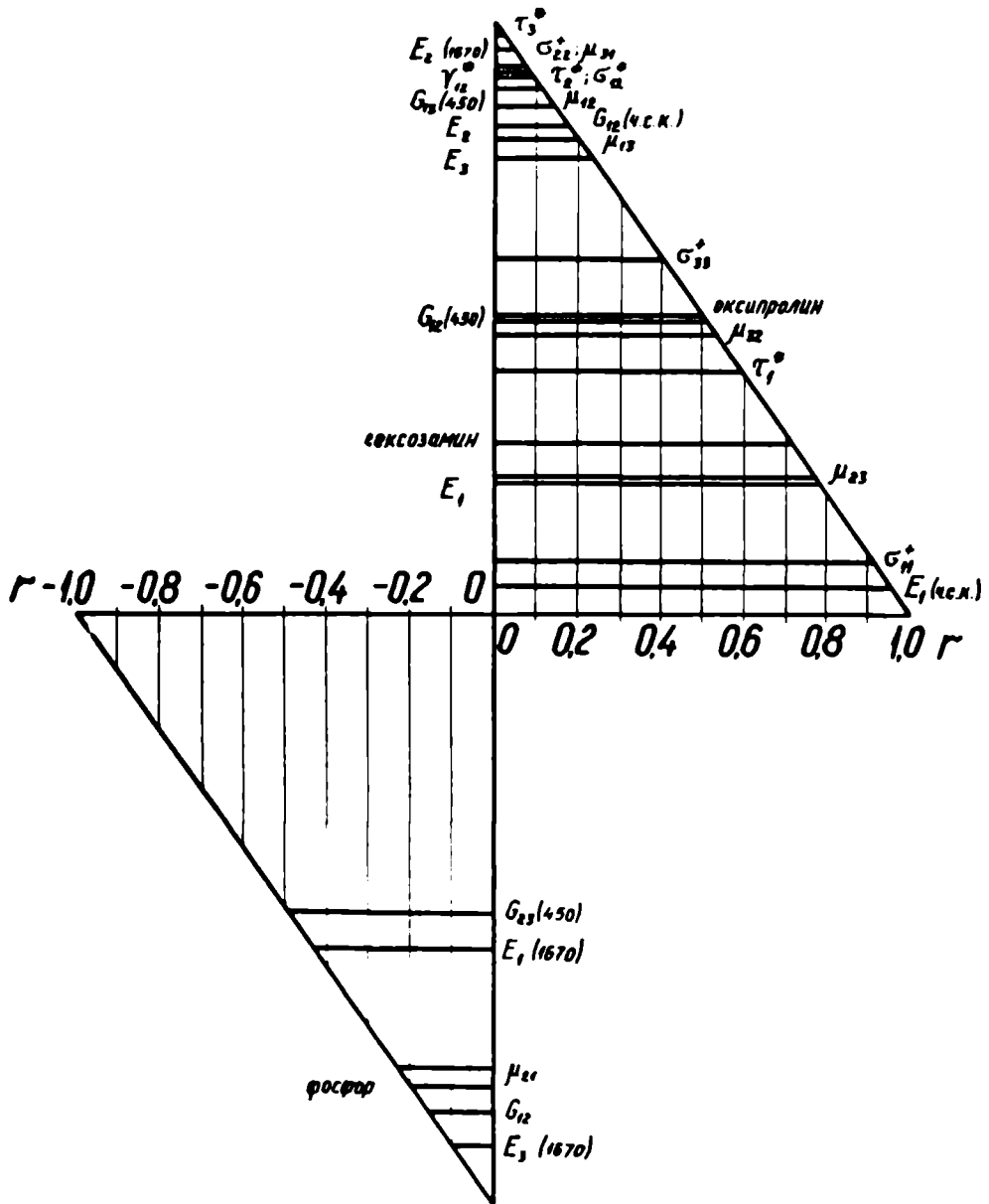


Рис. 3.4.17. Корреляции между модулем $E_T(150)$ и другими характеристиками костной ткани.

Табл. 3.4.20

Среднее содержание веществ, характеризующих
количественный состав композита в костной
ткани человека (г/100 г).

| Обозначения | \bar{X} | S | $W, \%$ | ΔX | $S_{\bar{X}}$ | $\Delta X_{\bar{X}}$ |
|-------------|-----------|-------|---------|------------|---------------|----------------------|
| Оксипролин | 2,39 | 0,105 | 4,4 | 0,21 | 0,006 | 0,012 |
| Фосфор | 11,13 | 0,26 | 2,3 | 0,52 | 0,014 | 0,028 |
| Гексозамин | 0,117 | 0,019 | 16,2 | 0,038 | 0,001 | 0,002 |

$N = 360.$

Табл. 3.4.21

Распределение количественного содержания компо-
нентов композита по поперечному сечению больше-
берцовой кости человека (г/100 г).

| Обозна- чения | | Зонн сечения и углы ориентации | | | | | |
|------------------|---------------|--------------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| Окси- пролин | \bar{X} | 2,40 | 2,45 | 2,42 | 2,52 | 2,41 | 2,14 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,01 | 0,02 | 0,02 | 0,01 | 0,01 | 0,02 |
| Фос- фор | \bar{X} | 10,43 | 11,63 | 11,21 | 11,30 | 11,04 | 11,14 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,03 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,04 | 0,03 |
| Гексо- замин | \bar{X} | 0,122 | 0,126 | 0,121 | 0,098 | 0,122 | 0,113 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,002 | 0,003 | 0,001 | 0,003 | 0,002 | 0,002 |

$N = 60.$

Зона I отличается минимумом концентрации фосфора,
но высоким содержанием гексозамина (табл. 3.4.21). В зоне

2 установлен максимум фосфора и гексозамина. Зона 4 характеризуется минимумом гексозамина, но максимумом оксипролина. Зона 6 имеет наименьшее содержание оксипролина. В зонах 3 и 5 наблюдается более равномерное распределение биохимических веществ - отсутствуют минимумы или максимумы отдельных компонентов. Характерно, что фосфор более неравномерно распределен по сечению кости (отличия между зонами значимы во всех шести случаях), чем оксипролин и гексозамин (отличия значимы в пяти и четырех случаях, соответственно) (табл. 3.4.22). Повышенное на-

Табл. 3.4.22

Уровни достоверности различий между количественным содержанием компонентов композита костной ткани по зонам поперечного сечения кости.

| Зоны кости | Величина p'' для компонентов композита | | |
|------------|--|---------|------------|
| | Оксипролин | Фосфор | Гексозамин |
| I-2 | < 0,05 | < 0,001 | н |
| 2-3 | н | < 0,001 | н |
| 3-4 | < 0,001 | < 0,05 | < 0,001 |
| 4-5 | < 0,001 | < 0,001 | < 0,001 |
| 5-6 | < 0,001 | < 0,05 | < 0,001 |
| I-6 | < 0,001 | < 0,001 | < 0,001 |

личие фосфора в отдельной зоне соответствует пониженному уровню концентрации гексозамина в той же зоне. Такая обратная связь между фосфором и гексозамином четко прояв-

ляется в зонах 3,4,5 и 6 (табл. 3.4.21).

Взаимосвязи между деформативными свойствами и компонентами композита кости. Из корреляционного анализа между модулями упругости и количественным содержанием отдельных компонентов компактного вещества кости (табл. 3.4.23) следует, что E_I имеет отрицательную корреляцию с количеством оксипролина, $E_I(I50)$ - положительную с гексозамином.

Табл. 3.4.23

Коэффициенты корреляции между модулями упругости и компонентами композита кости .

| Обозначения | Оксипролин | | Фосфор | | Гексозамин | |
|----------------------|------------|-------|--------|-------|------------|--------|
| | r | p | r | p | r | p |
| E_I | -0,79 | <0,01 | -0,41 | н | 0,55 | н |
| E_2 | 0,35 | н | -0,06 | н | 0,33 | н |
| E_3 | 0,18 | н | -0,57 | н | 0,49 | н |
| $E_I(\text{ч.с.к.})$ | -0,58 | н | -0,42 | н | 0,58 | н |
| $E_I(I50)$ | -0,51 | н | -0,20 | н | 0,72 | <0,025 |
| $E_I(I670)$ | 0,64 | <0,05 | 0,16 | н | -0,57 | н |
| $E_2(I670)$ | -0,26 | н | 0,63 | <0,05 | -0,45 | н |
| $E_3(I670)$ | -0,083 | н | 0,31 | н | -0,66 | <0,05 |

Модули упругости оказались выше в тех зонах кости, где больше связующего вещества и относительно меньше коллагена и гидроксиапатита. Взаимосвязи модулей $E_i(I670)$ и

компонентов композита кости другие. Так $E_I(I670)$ имеет положительные корреляции с количеством оксипролина ($r = 0,64$; $p < 0,05$; $r' = 0,86$; $p' < 0,01$), $E_2(I670)$ с количеством фосфора ($r = 0,63$; $p < 0,05$; $r' = 0,75$; $p' < 0,05$). Характер распределения некоторых модулей упругости и компонентов композита костной ткани по зонам кости представлено в рис. 3.4.18, 3.4.19. Видно, что по величине динамических модулей упругости возможно судить об относительном содержании отдельных компонентов композита в костной ткани ([биохимические вещества] = г/100 г):

$$\text{гексозамин} = - 0,044 + 0,0001 \cdot E_I(I150); S_{\kappa} = 0,008;$$

$$\text{фосфор} = 7,42 + 0,0018 \cdot E_2(I670); S_{\kappa} = 0,34;$$

$$\text{гексозамин} = 0,23 - 0,000063 \cdot E_3(I670); S_{\kappa} = 0,009;$$

$$\text{оксипролин} = - 2,13 + 0,0014 \cdot E_I(I670); S_{\kappa} = 0,11.$$

Удельные энергии деформации (U_{11}^+ и U_{33}^+) имеют положительную ранговую корреляцию с гексозамином. Для U_{22}^+ установлена выраженная отрицательная корреляция с содержанием фосфора ($r' = - 0,82$; $p' < 0,025$). Модули объемной деформации K_i также имеют отрицательную взаимосвязь с содержанием оксипролина и фосфора (например, для K_I соответствующие коэффициенты ранговой корреляции равны $- 0,75$; $p' < 0,05$ и $- 0,64$; $p' < 0,05$, а для K_3 : $- 0,57$; $p' > 0,05$ и $- 0,82$; $p' < 0,025$). Повышение содержания коллагена и гидроксипапатита вызывает понижение модуля объемной деформации K_i .

Модули сдвига в большинстве случаев не коррелируют с количественным содержанием компонентов композита

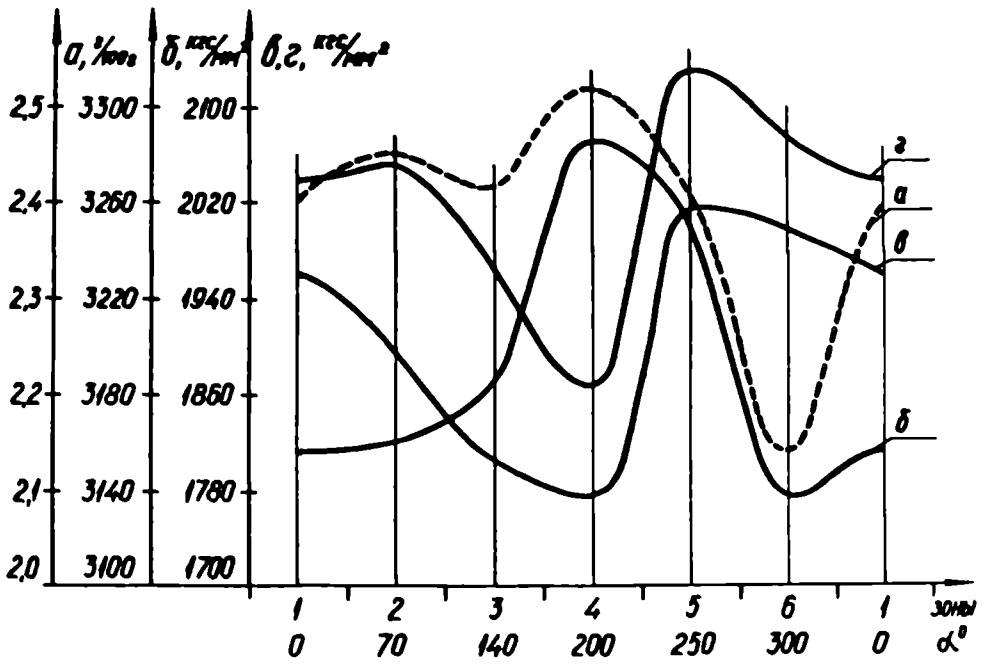


Рис. 3.4.18. Характер распределения оксипролина (а); $E_I(I670)$ (б); $E_I(v)$ и $E_I(I50)$ по зонам поперечного сечения кости.

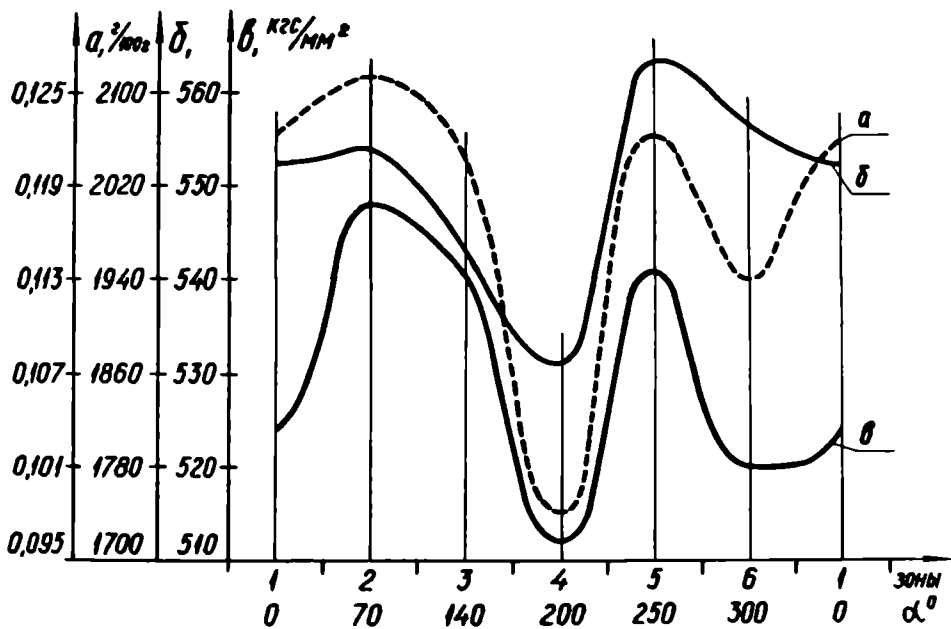


Рис. 3.4.19. Распределение гексозамина (а); $E_I(I50)$ (б) и $G_{12}(450)$ (в) по зонам кости.

костной ткани. Исключением являются динамические модули $G_{12(450)}$ и гексозамин, $G_{12(ч.с.к.)}$ и фосфор (рис. 3.4.20),

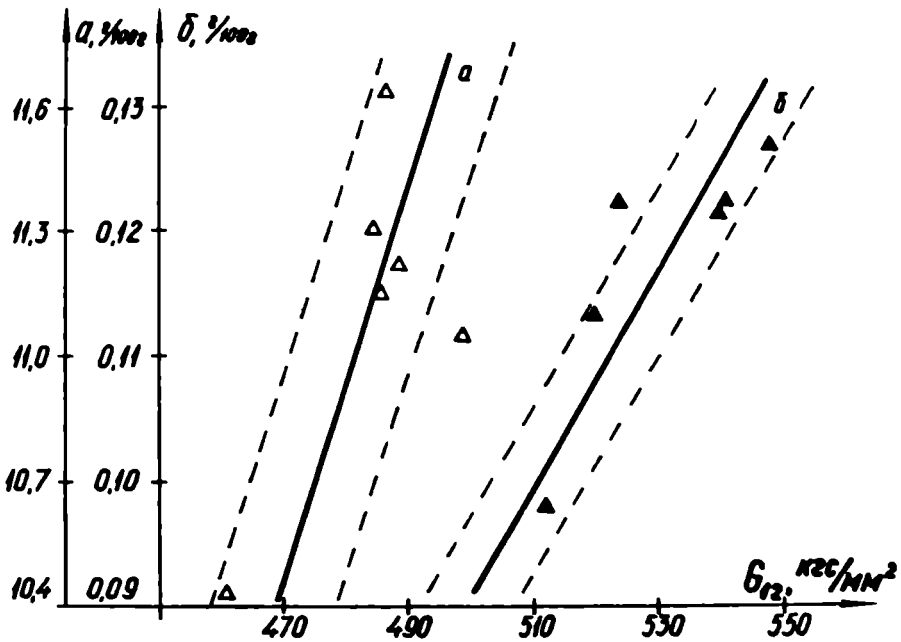


Рис. 3.4.20. Экспериментальные данные и корреляции между фосфором и $G_{12(ч.с.к.)}$ (а) и гексозамином и $G_{12(450)}$ (б). --- S_R .

$$G_{12(450)} = 394,9 + 1162,2 \cdot \text{гексозамин}, (r = 0,84; p < 0,005);$$

$$G_{12(ч.с.к.)} = 245,1 + 21,5 \cdot \text{фосфор}, (r = 0,68; p < 0,05).$$

Следовательно, для разработки новых методов диагностики состояния костной ткани в живом организме наиболее целесообразно пользоваться взаимосвязями между (1) модулем упругости E_I и динамическими модулями $E_{I(ч.с.к.)}$, $E_{I(150)}$ и $E_{I(1670)}$; (2) количеством связующего вещества и модулями $E_{I(150)}$, $G_{12(450)}$.

Г л а в а IУ

ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПАКТНОЙ КОСТНОЙ
ТКАНИ И НЕОДНОРОДНОСТЬ ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В БОЛЬ-
ШЕБЕРЦОВОЙ КОСТИ ЧЕЛОВЕКА.

4.1. Анизотропия и неоднородность прочностных
характеристик при растяжении.

Разрушающие напряжения. Пределы прочности при рас-
тяжении компактной костной ткани приведены в табл. 4.1.1.

Табл. 4.1.1

Средние по поперечному сечению кости
разрушающие напряжения (кгс/мм²) .

| Обозначения | \bar{X} | S | $W, \%$ | ΔX | $S_{\bar{X}}$ | $\Delta X_{\bar{X}}$ |
|-----------------|-----------|------|---------|------------|---------------|----------------------|
| σ_{11}^+ | 13,1 | 1,22 | 9,31 | 2,45 | 0,17 | 0,34 |
| σ_{22}^+ | 1,73 | 0,17 | 9,8 | 0,34 | 0,023 | 0,046 |
| σ_{33}^+ | 1,32 | 0,14 | 10,6 | 0,28 | 0,019 | 0,033 |

$N = 54.$

Характерно, что среднее значение σ_{11}^+ по сечению значи-
тельно выше средних прочностей σ_{22}^+ и σ_{33}^+ и различия меж-
ду ними статистически значимы ($p'' < 0,001$).

Разрушающее напряжение σ_{11}^+ наибольшее значение
достигает в передне - наружных зонах сечения (1,5 и 6)
а наименьшие - в задних зонах (3,4) (табл. 4.1.2) .

Различия в величинах σ_{11}^+ значимы только между 4-5 и 3-4 зонами (табл. 4.1.3). Напряжения σ_{22}^+ и σ_{33}^+ распределены

Табл. 4.1.2

Разрушающие напряжения по зонам поперечного сечения кости (кгс/мм²).

| Обозначения | | Зоны сечения и углы ориентации образцов | | | | | |
|-----------------|---------------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| σ_{11}^+ | \bar{X} | 13,52 | 13,20 | 12,61 | 11,41 | 13,62 | 14,20 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,38 | 0,41 | 0,37 | 0,33 | 0,44 | 0,52 |
| σ_{22}^+ | \bar{X} | 1,57 | 1,55 | 2,04 | 1,64 | 2,00 | 1,55 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,07 | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,06 | 0,04 |
| σ_{33}^+ | \bar{X} | 1,60 | 1,15 | 1,46 | 1,06 | 1,55 | 1,10 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,04 | 0,03 | 0,04 | 0,07 | 0,06 | 0,03 |

$N = 9.$

Табл. 4.1.3

Уровни достоверности различий между величинами σ_{ii}^+ по зонам поперечного сечения кости.

| Зоны кости | Величина p'' для разрушающих напряжений | | |
|------------|---|-----------------|-----------------|
| | σ_{11}^+ | σ_{22}^+ | σ_{33}^+ |
| 1-2 | н | н | < 0,001 |
| 2-3 | н | < 0,001 | < 0,001 |
| 3-4 | < 0,05 | < 0,001 | < 0,001 |
| 4-5 | < 0,001 | < 0,001 | < 0,001 |
| 5-6 | н | < 0,001 | < 0,001 |
| 1-6 | н | н | < 0,001 |

по сечению кости по другой закономерности : наиболее прочными являются угловые зоны (1,3 и 5). Отличия в величинах σ_{22}^+ незначимы между I-2 и I-6 зонами, а для σ_{33}^+ - различия значимы между всеми зонами. Распределение прочности на растяжении σ_{33}^+ наиболее неоднородное. Характерно, что аналогичное распределение по поперечному сечению большеберцовой кости человека имеют также величины модулей упругости.

Показатель анизотропии прочности. Показатель анизотропии прочности $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{22}^+}$ имеет минимум в угловых зонах (рис. 4.I.I). Для $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{33}^+}$ характерно другое распределение.

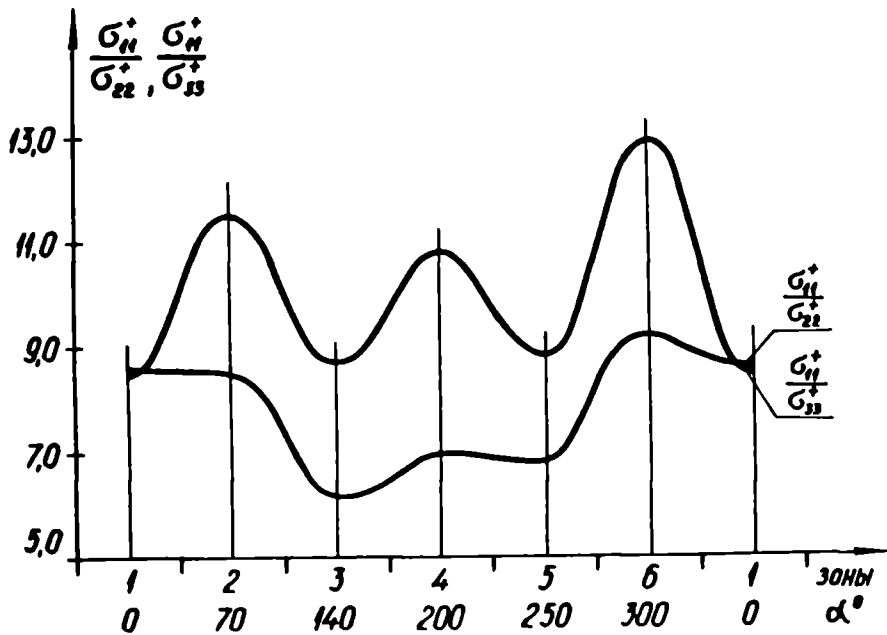


Рис. 4.I.I. Распределение показателей анизотропии прочности по зонам кости.

Между максимальными величинами $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{22}^+}$, которые измеряются в зонах 6, I и 2, и минимальными величинами $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{33}^+}$, кото-

имеются в зонах I, 3 и 5, составляет 8,2 %. Наиболее интересна первая зона, где показатели анизотропии практически равны ($\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{22}^+} = 8,6$; $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{33}^+} = 8,5$). Средний показатель анизотропии при растяжении $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{22}^+} = 7,58$ и $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{33}^+} = 9,85$, что соответственно на 553,3 и 648,0 % выше показателя анизотропии при сжатии ($\frac{\sigma_{11}^-}{\sigma_{22}^-} = 1,37$; $\frac{\sigma_{11}^-}{\sigma_{33}^-} = 1,52$).

Компактная костная ткань при растяжении разрушается при меньших напряжениях, чем при сжатии. Если в материале возникают трещины, которые расположены параллельно действию силы, то площадь рабочего сечения как при растяжении, так и при сжатии не уменьшается. В то же время трещины, расположенные перпендикулярно к силе при растяжении уменьшает рабочее сечение материала, но при сжатии смыкаются и передают нагрузку по всей поверхности. Наиболее опасными являются трещины, расположенные нормально к растягивающей нагрузке. Структура костной ткани такова, что наибольшая вероятность развития таких трещин существует при нагружении её вдоль осей x_2 и x_3 . Из приведенных выше соображений следует, что отношение $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ может быть использована как показатель качества структуры материала. Чем меньше разница в рабочих сечениях при растяжении и сжатии, тем ближе будет $\left| \frac{\sigma^-}{\sigma^+} \right|$ к единице. Для костной ткани из первой зоны показатели качества структуры материала следующие: $\left| \frac{\sigma_{11}^-}{\sigma_{11}^+} \right| = 1,27$, $\left| \frac{\sigma_{22}^-}{\sigma_{22}^+} \right| = 7,96$, $\left| \frac{\sigma_{33}^-}{\sigma_{33}^+} \right| = 7,06$. Таким образом, для костной ткани напряжения σ_{22}^+ и σ_{33}^+ наиболее опасны.

Максимальные деформации при растяжении. Средние величины максимальных деформаций для компактной костной ткани

приведены в табл. 4.1.4. Различия между деформациями

$\epsilon_{(ii)}^+$ статистически значимы ($p < 0,001$).

$\epsilon_{(ii)}^+$ неоднородно распределяется по поперечному сечению большеберцовой кости (табл. 4.1.5). Наибольшие значения

Табл. 4.1.4

Средние по поперечному сечению кости максимальные деформации компактной костной ткани (%).

| Обозначения | \bar{X} | S | $w, \%$ | ΔX | $S_{\bar{X}}$ | $\Delta X_{\bar{X}}$ |
|-------------------|-----------|-------|---------|------------|---------------|----------------------|
| ϵ_{11}^+ | 0,858 | 0,088 | 10,3 | 0,176 | 0,012 | 0,02 |
| ϵ_{22}^+ | 0,230 | 0,027 | 11,7 | 0,054 | 0,004 | 0,008 |
| ϵ_{33}^+ | 0,213 | 0,022 | 10,3 | 0,044 | 0,003 | 0,006 |

$N = 54.$

Табл. 4.1.5

Максимальные деформации по зонам поперечного сечения кости (%).

| Обозначения | Зоны кости и углы ориентации образцов | | | | | | |
|-------------------|---------------------------------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|-------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | () |
| ϵ_{11}^+ | \bar{X} | 0,800 | 0,925 | 0,875 | 0,785 | 0,990 | 0, |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,024 | 0,035 | 0,026 | 0,028 | 0,042 | 0,0 |
| ϵ_{22}^+ | \bar{X} | 0,230 | 0,240 | 0,195 | 0,200 | 0,290 | 0, |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,008 | 0,01 | 0,008 | 0,007 | 0,011 | 0,0 |
| ϵ_{33}^+ | \bar{X} | 0,230 | 0,210 | 0,190 | 0,204 | 0,245 | 0,1 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,009 | 0,006 | 0,006 | 0,007 | 0,008 | 0,007 |

$N = 9.$

деформации разрыва компактной ткани установлены при растяжении вдоль оси x_1 в зоне 5 - 0,99 %, а наименьшие - вдоль оси x_3 в зоне 3 - 0,19 %. В табл. 4.1.6 представлены данные о надежности значимости отличия величин максимальных деформаций разрыва между зонами поперечного

Табл. 4.1.6

Уровни достоверности различий между величинами $\epsilon_{\langle ii \rangle}^+$ по зонам поперечного сечения кости .

| Зоны кости | Величина p'' для максимальных деформаций | | |
|---------------|--|-------------------|-------------------|
| | ϵ_{11}^+ | ϵ_{22}^+ | ϵ_{33}^+ |
| I-2 | < 0,01 | н | н |
| 2-3 | н | < 0,001 | < 0,05 |
| 3-4 | < 0,05 | н | н |
| 4-5 | < 0,001 | < 0,001 | < 0,01 |
| 5-6 | < 0,001 | < 0,001 | < 0,001 |
| I-6 | н | н | < 0,01 |

сечения большеберцовой кости человека. ϵ_{11}^+ и ϵ_{33}^+ распределены по сечению кости более неоднородно (различия значимы в четырех случаях) по сравнению с ϵ_{22}^+ (различия значимы в трех случаях).

Параметр сопротивляемости разрушению. В качестве критерия сопротивляемости костной ткани разрушению вводится параметр :

$$\eta_{ii} = \frac{\sigma_{ii}}{\sigma_{ii}^+} = \sigma_{ii} \left(\frac{1}{2} a_{iiii} + \frac{n}{n+1} a_{iiii}^{(2n+2)} \sigma_{ii}^{n-1} \right) \quad (4.1.1)$$

что в технических постоянных выражается в виде :

$$\eta_{ii} = \frac{n}{n+1} \left[1 - \frac{(n-1)E_i^{\text{сек}}}{2nE_i} \right] \frac{\sigma_{ii}}{E_i^{\text{сек}}},$$

или в виде :

$$\eta_{ii} = \frac{1}{2} \varepsilon_{iiy} \left(\frac{\sigma_{ii}}{\sigma_{ii}^+} \right) + \frac{n}{n+1} (\varepsilon_{ii}^+ - \varepsilon_{iiy}),$$

где ε_{iiy} - упругая деформация.

Величина его возрастает с увеличением отношения $\frac{\varepsilon_{ii}^+}{\varepsilon_{iiy}}$ или уровня напряжения $\frac{\sigma_{ii}}{\sigma_{ii}^+}$ (рис. 4.1.2). Увеличение стес-

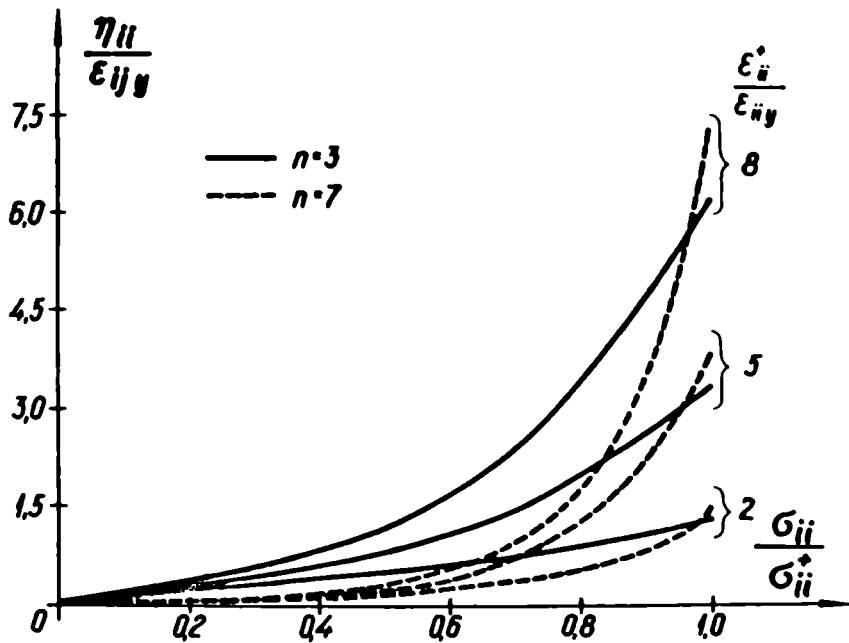


Рис. 4.1.2. Изменение отношения $\frac{\eta_{ii}}{\varepsilon_{iiy}}$ в зависимости от уровня напряжения $\frac{\sigma_{ii}}{\sigma_{ii}^+}$ при различных значениях $\frac{\varepsilon_{ii}^+}{\varepsilon_{iiy}}$ и n .

пени нелинейности, в свою очередь, влечет за собой умень-

шение $\eta_{\langle ii \rangle}$ при отношении напряжений

$$\frac{\sigma_{ii}}{\sigma_{ii}^+} < \sqrt{\frac{n_2 - n_1}{n_1(n_2 + 1)} \frac{n_1(n_2 + 1)}{n_2(n_1 + 1)}}, \quad (4.I.2)$$

где n_1 и n_2 – сопоставляемые степени нелинейности ($n_2 > n_1$).

Максимальное значение этого параметра

$$\eta_{ii}^+ \frac{\sigma_{ii}^+}{\sigma_{ii}^+} = \varepsilon_{iiy} \left[\frac{1}{2} + \frac{n}{n+1} \left(\frac{\varepsilon_{ii}^+}{\varepsilon_{iiy}} \quad 1 \right) \right] \quad (4.I.3)$$

характеризует сопротивляемость материала разрушению и зависит от степени нелинейности материала и отношения $\frac{\varepsilon_{ii}^+}{\varepsilon_{iiy}}$ (рис. 4.I.3). Значительное увеличение степени нелиней-

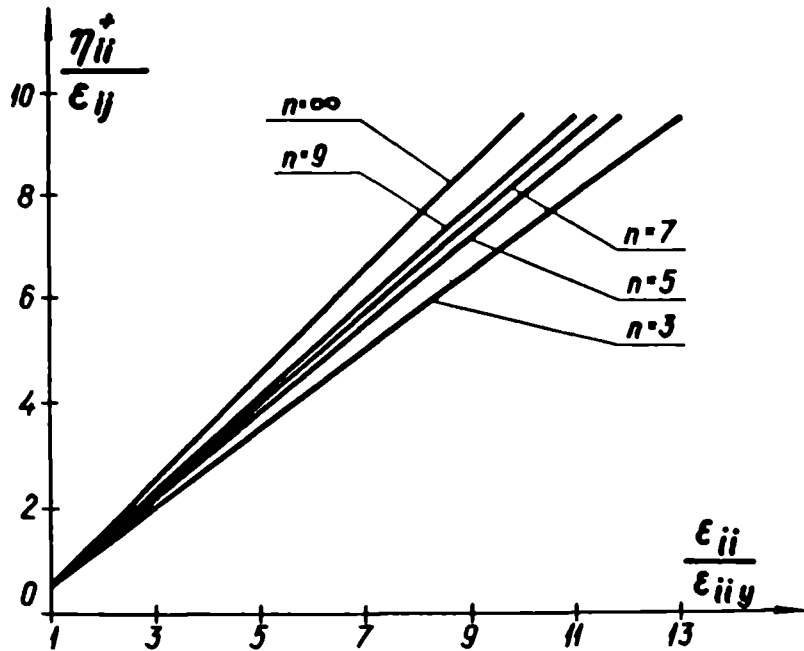


Рис. 4.I.3. Связь между отношениями $\frac{\eta_{ii}^+}{\sigma_{ii}^+}$ и $\frac{\varepsilon_{ii}^+}{\varepsilon_{iiy}}$ при различных степенях нелинейности материала

ности материала не вызывает существенного прироста параметра $\eta_{\langle ii \rangle}^+$, так как при $n \rightarrow \infty$ имеется конечное соотношение

между $\frac{\eta_{ii}^+}{\epsilon_{iiy}}$ и $\frac{\epsilon_{ii}^+}{\epsilon_{iiy}}$:

$$\frac{\eta_{ii}^+}{\epsilon_{iiy}} = \frac{\epsilon_{ii}^+}{\epsilon_{iiy}} - \frac{1}{2} \quad (4.I.4)$$

Параметр сопротивляемости разрушению у костной ткани зависит как от направления нагружения, так и от зоны поперечного сечения (табл. 4.I.7, рис. 4.I.4). Значения $\eta_{(ii)}^+$ по всем трем главным направлениям нагружения x_I , x_2 и x_3 различны. При этом $\eta_{11}^+ > \eta_{22}^+ > \eta_{33}^+$ (величины их

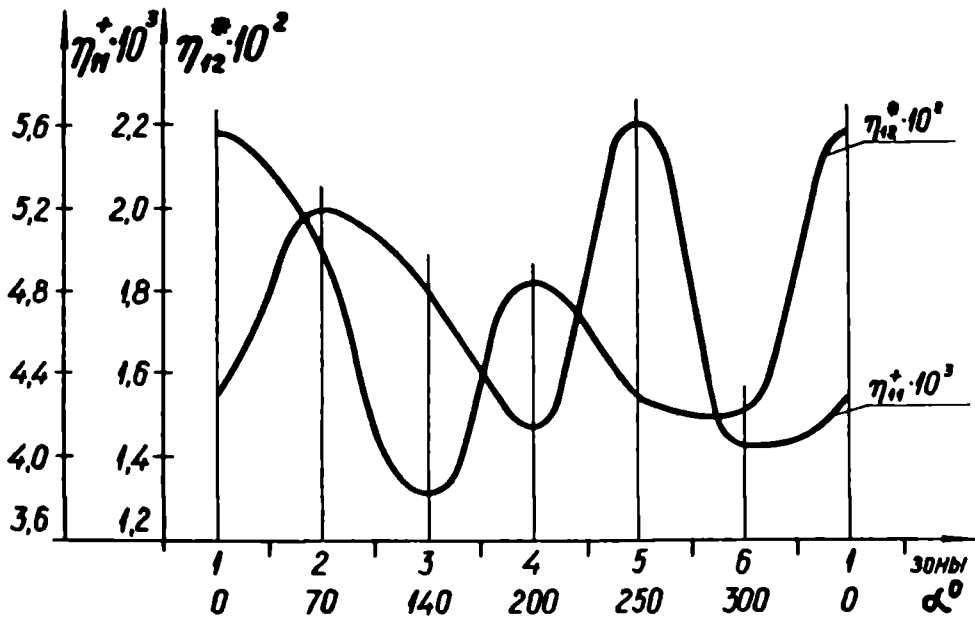


Рис. 4.I.4. Распределение по зонам кости параметров сопротивляемости разрушению при растяжении кручении.

средних значений по сечению равны $467 \cdot 10^{-5}$, $125,7 \cdot 10^{-5}$ и $112,5 \cdot 10^{-5}$ соответственно). Параметр сопротивляемости разрушению имеет свои максимумы в одной и той же зоне -

в зоне 5, независимо от направления нагружения.

Табл. 4.1.7

Параметры сопротивляемости разрушению
 $\eta_{\langle \mu \rangle}^+ \cdot 10^5$ по зонам сечения кости .

| Обозначения | Зоны сечения и углы ориентации образцов | | | | | |
|---------------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| | I(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| η_{11}^+ | 429 | 519 | 480 | 413 | 560 | 405 |
| η_{22}^+ | 134 | 99 | 130 | 101 | 166 | 124 |
| η_{33}^+ | 120 | 111 | 97 | 110 | 134 | 103 |

4.2. Анизотропия и неоднородность прочностных характеристик при кручении.

Разрушающие напряжения. При кручении образца прямоугольного поперечного сечения (I форма) относительно его продольной оси x_I в поперечном сечении появляются касательные напряжения σ_{12} и σ_{13} . Наибольшее значение касательное напряжение σ_{12} достигает в середине большей стороны, а максимум напряжения σ_{13} находится в середине меньшей стороны образца. Величины σ_{12}^* во всех угловых зонах кости ниже разрушающих напряжений в остальных зонах (табл. 4.2.8). Необходимо отметить, что начальный модуль сдвига G_{12} наоборот, имеет свой максимум в зонах I, 3 и 5 - там, где значения σ_{12}^* минимальны.

При кручении образцов круглого поперечного сечения (У форма) максимальные значения касательных на-

пряжений $\sigma_{12}^* = \sigma_{13}^*$ (ось образца x_I), $\sigma_{23}^* = \sigma_{21}^*$ (x_2) и

Табл. 4.2.8

Распределение σ_{12}^* по зонам поперечного сечения кости (кгс/мм²).

| Обозначения | | Зоны кости и углы ориентации образцов | | | | | |
|-----------------|---------------|---------------------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| σ_{12}^* | \bar{X} | 9,24 | 10,25 | 9,55 | 9,89 | 9,68 | 10,32 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,36 | 0,31 | 0,37 | 0,29 | 0,27 | 0,41 |

$N = 9$.

$\sigma_{31}^* = \sigma_{32}^*$ (x_3). Обозначим через $\tau_i^* = \frac{2M_i}{\pi R^3}$ ($i = 1, 2, 3$) разрушающее напряжение при кручении образцов вокруг оси x_i . Средний по поперечному сечению кости прочность τ_1^* значительно выше τ_2^* и τ_3^* ($p'' < 0,001$), но отличия между τ_2^* и τ_3^* незначимы ($p'' > 0,05$) (табл. 4.2.9). Характерно, что величина предельной прочности τ_1^* (9,08 кгс/мм²) близка к значению разрушающего напряжения σ_{12}^* (9,82 кгс/мм²).

Табл. 4.2.9

Средние значения пределов прочности при кручении (кгс/мм²).

| Обозначения | \bar{X} | S | $w, \%$ | ΔX | $S_{\bar{X}}$ | $\Delta X_{\bar{X}}$ |
|-------------|-----------|------|---------|------------|---------------|----------------------|
| τ_1^* | 9,08 | 0,74 | 8,15 | 1,48 | 0,10 | 0,11 |
| τ_2^* | 6,49 | 0,88 | 13,55 | 1,76 | 0,11 | 0,12 |
| τ_3^* | 6,41 | 0,65 | 10,14 | 1,30 | 0,09 | 0,10 |

$N = 54$.

Величины τ_i^* , так же как σ_{12}^* , выше в зонах 2,4 и 6 и ниже в угловых зонах кости. Исключением является зона 5, где прочности τ_i^* имеют вторые по величине значения по всему поперечному сечению большеберцовой кости (табл.4.2.10).

Табл. 4.2.10

Распределение пределов прочности при кручении по зонам поперечного сечения (кгс/мм²).

| Обозначения | | Зоны кости и углы ориентации образцов | | | | | |
|-------------|---------------|---------------------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| τ_1^* | \bar{X} | 8,95 | 9,44 | 8,79 | 8,95 | 9,35 | 9,01 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,34 | 0,20 | 0,28 | 0,24 | 0,18 | 0,25 |
| τ_2^* | \bar{X} | 6,42 | 6,87 | 5,86 | 6,72 | 6,77 | 6,30 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,28 | 0,31 | 0,36 | 0,35 | 0,28 | 0,28 |
| τ_3^* | \bar{X} | 5,99 | 6,60 | 6,27 | 6,58 | 6,58 | 6,44 |
| | $S_{\bar{X}}$ | 0,16 | 0,20 | 0,19 | 0,35 | 0,15 | 0,24 |

$$N = 9 .$$

Следует отметить, что τ_i^* по поперечному сечению кости распределено равномерно: для τ_1^* различия по всем зонам незначимы, для τ_3^* значимо только между 4-5 зонами, а для τ_2^* между 2-3 и 3-4 зонами (табл. 4.2.11).

Показатель анизотропии прочности при кручении.

Величины показателей анизотропии $\frac{\tau_1^*}{\tau_2^*}$ и $\frac{\tau_1^*}{\tau_3^*}$ равны 1,40 и 1,42 соответственно. Эти значения близки к показателям анизотропии прочности при сжатии ($\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{22}} = 1,37$; $\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{33}} = 1,52$), но значительно ниже показателя при растяжении

($\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{22}^+} = 7,57$; $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{33}^+} = 9,92$). Следовательно, при кручении анизотропия прочности костной ткани значительно ниже, чем при растяжении.

Табл. 4.2.II

Уровни достоверности различия между величинами прочностей при кручении по зонам кости .

| Зоны кости | Величина p' для прочности при кручении | | |
|------------|--|------------|------------|
| | τ_1^* | τ_2^* | τ_3^* |
| I-2 | н | н | н |
| 2-3 | н | < 0,05 | н |
| 3-4 | н | < 0,05 | н |
| 4-5 | н | н | < 0,001 |
| 5-6 | н | н | н |
| I-6 | н | н | н |

Максимальные деформации сдвига. Предельные деформации при разрушении кручением имеют минимумы в угловых зонах 3 и 5 (табл. 4.2.I2). Интересно отметить, что при

Табл. 4.2.I2

Максимальные деформации сдвига при кручении костной ткани (рад.) .

| Обозначение | Зоны кости и углы ориентации образцов | | | | | |
|-----------------|---------------------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| | I(0°) | 2(70°) | 3(140°) | 4(200°) | 5(250°) | 6(300°) |
| γ_{12}^* | 0,034 | 0,031 | 0,022 | 0,030 | 0,025 | 0,025 |

продольном растяжении в противоположности кручению в зоне 5 наивысшее значение достигает ϵ_{11}^+ (0,99 %), и второе

по величине значение σ_{11}^+ (13,62 кгс/мм²).

При кручении образцов круглого поперечного сечения вокруг каждой из осей x_1, x_2 и x_3 установлена анизотропия деформации сдвига при предельных касательных напряжениях ($\delta_{23}^* = 0,047$ рад.; $\delta_{12}^* = 0,045$ рад.; $\delta_{31}^* = 0,033$ рад.). δ_{23}^* на 4,4 % выше δ_{12}^* и на 42,4 % выше δ_{31}^* , что указывает на значительно меньшую анизотропию δ_{ij}^* при сдвиге чем это имеет место при растяжении (ϵ_{11}^+ на 373 % выше ϵ_{22}^+ и на 402,8 % выше ϵ_{33}^+).

Параметры сопротивляемости разрушению. Параметр сопротивляемости разрушению при кручении характеризует величину затраченной удельной энергии U_{12}^* на единицу касательного напряжения σ_{12}^* и определяется соотношением

$$\eta_{12}^* = \frac{U_{12}^*}{\sigma_{12}^*} = 2\sigma_{12}^* \left(a_{1212} + \frac{2n}{n+1} a_{1212}^{(2n+2)} \sigma_{12}^{n-1} \right) \quad (4.2.5)$$

Распределение η_{12}^* по зонам поперечного сечения кости близко к распределению U_{12}^* , но существенно отличается от неоднородности значения η_{11}^+ (рис. 3.3.16, 4.1.4). Наибольшая величина параметра η_{12}^* установлена в зоне I (0,0219), а наименьшая – в зоне 3 (0,0131). Разность двух величин составляет 51,2 % от среднего по поперечному сечению параметра сопротивляемости (0,0172), что означает существенную неоднородность его распределения в большеберцовой кости человека.

4.3. Результаты корреляционного анализа.

Взаимосвязи между прочностными и деформационными характеристиками. Пределы прочностей компактной костной ткани при растяжении имеют высокие положительные корре-

ляции с соответствующими модулями упругости (рис. 4.3.5, табл. 4.3.13); $[E_i], [\sigma_{(ii)}^+] = \text{кгс/мм}^2$:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^+ &= 1,61 + 0,00614 \cdot E_1 ; S_R = 0,31; \\ \sigma_{22}^+ &= -1,12 + 0,00328 \cdot E_2 ; S_R = 0,07; \\ \sigma_{33}^+ &= -0,598 + 0,00273 \cdot E_3 ; S_R = 0,09. \end{aligned}$$

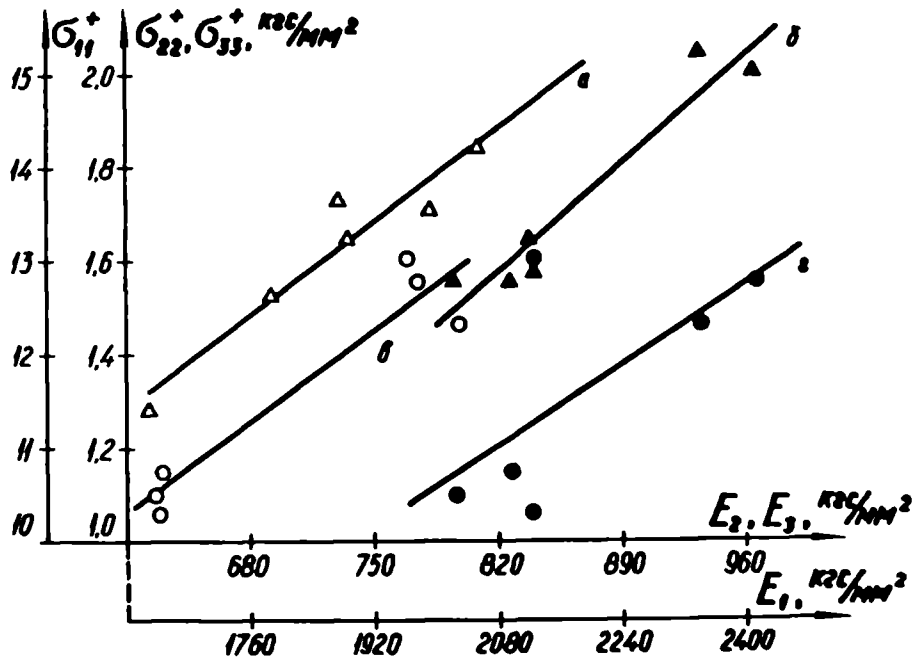


Рис. 4.3.5. Экспериментальные данные и корреляции между пределами прочности и модулями упругости : $\sigma_{11}^+ - E_1$ (а), $\sigma_{22}^+ - E_2$ (б), $\sigma_{33}^+ - E_3$ (в) и $\sigma_{33}^+ - E_2$ (г).

Динамические модули упругости $E_I(150)$ и $E_I(1670)$ коррелируют с σ_{11}^+ :

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^+ &= -6,522 + 0,00971 \cdot E_I(150) ; S_R = 0,44; \\ \sigma_{11}^+ &= 49,944 - 0,0115 \cdot E_I(1670) ; S_R = 0,78. \end{aligned}$$

Табл. 4.3.13

Корреляции между модулями упругости и пределами прочности костной ткани при растяжении .

| Обозначения | σ_{11}^{\dagger} | | σ_{22}^{\dagger} | | σ_{33}^{\dagger} | |
|-----------------|-------------------------|---------|-------------------------|---------|-------------------------|---------|
| | r | p | r | p | r | p |
| E_1 | 0,96 | <0,0005 | -0,33 | н | 0,23 | н |
| E_2 | -0,08 | н | 0,96 | <0,0005 | 0,67 | <0,05 |
| E_3 | 0,13 | н | 0,74 | <0,025 | 0,95 | <0,0005 |
| $E_{I(ч.с.к.)}$ | 0,45 | н | 0,11 | н | 0,49 | н |
| $E_{I(150)}$ | 0,91 | <0,0025 | 0,08 | н | 0,40 | н |
| $E_{I(1670)}$ | -0,70 | <0,025 | 0,39 | н | -0,05 | н |
| $E_{2(1670)}$ | -0,04 | н | 0,06 | н | -0,65 | <0,05 |
| $E_{3(1670)}$ | -0,22 | н | 0,19 | н | -0,42 | н |

Положительные корреляции установлены между деформацией ϵ_{22}^{\dagger} и модулями $E_{I(ч.с.к.)}$, $E_{I(150)}$, $[\epsilon_{\langle ii \rangle}^{\dagger}] = \% :$
 $E_{I(ч.с.к.)} = 1219,03 + 2914,89 \cdot \epsilon_{22}^{\dagger}$, ($r = 0,78$; $p < 0,025$);
 $E_{I(150)} = 1523,27 + 2169,46 \cdot \epsilon_{22}^{\dagger}$, ($r = 0,81$; $p < 0,01$); $s_k = 60,0$.

Динамические модули сдвига коррелируют с предельными деформациями при растяжении и кручении, $[G_{ij}] = \text{кгс/мм}^2$; $[\delta_{ij}^*]$
 = рад. :

$G_{12(450)} = 411,599 + 139,049 \cdot \epsilon_{11}^{\dagger}$, ($r = 0,86$; $p < 0,005$); $s_k = 8,0$;
 $G_{23(450)} = 490,01 - 618,051 \cdot \epsilon_{22}^{\dagger}$, ($r = -0,76$; $p < 0,025$); $s_k = 20,0$;
 $G_{12(ч.с.к.)} = 541,9 - 2063,2 \cdot \delta_{12}^*$, ($r = -0,71$; $p < 0,025$); $s_k = 9,9$.

Между другими динамическими характеристиками костной ткани и предельными деформациями достоверных корреляций отсутствует.

Разрушающее напряжение σ_{12}^* положительно коррелирует с $E_2(I670)$ ($r = 0,76$; $p < 0,025$), но отрицательно с $G_{13(450)}$ ($r = -0,71$; $p < 0,025$). Прочность при кручении τ_3^* имеет корреляции с модулями упругости $E_2(I670)$, $E_3(I670)$, (рис. 4.3.6) и модулями сдвига $G_{12(4с.к.)}$, $G_{23(450)}$; $[\sigma_{ij}^*], [\tau_i^*] = \text{кгс/мм}^2$:

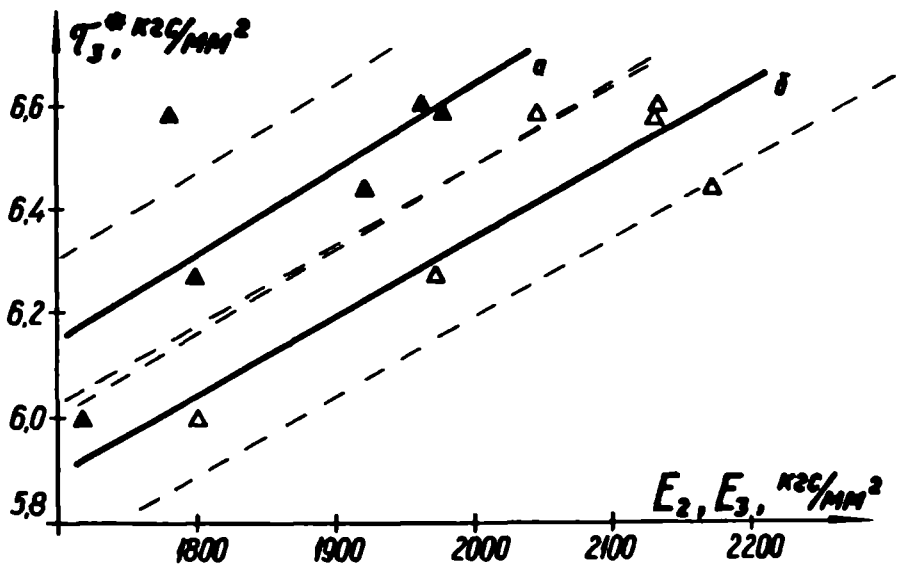


Рис. 4.3.6. Экспериментальные данные и корреляции между τ_3^* и $E_3(I670)$ (а), τ_3^* и $E_2(I670)$ (б).

$$\tau_3^* = 3,315 + 0,00152 \cdot E_2(I670); \quad (r = 0,88; \quad p < 0,0025);$$

$$\tau_3^* = 3,387 + 0,00163 \cdot E_3(I670); \quad (r = 0,73; \quad p < 0,025);$$

$$G_{12(4с.к.)} = 204,3 + 43,7 \cdot \tau_3^*; \quad (r = 0,82; \quad p < 0,01); \quad s_R = 7,9;$$

$$G_{23(450)} = 894,9 - 85,3 \cdot \tau_3^*; \quad (r = -0,73; \quad p < 0,025); \quad s_R = 21,3.$$

τ_1^* и τ_2^* отрицательно коррелируют с модулем $G_{23(450)}$:

$$G_{23(450)} = 1202,3 - 94,0 \cdot \tau_1^*, (r = -0,87; p < 0,0025); S_{\bar{x}} = 15,6;$$

$$G_{23(450)} = 768 - 64,8 \cdot \tau_2^*, (r = -0,88; p < 0,0025); S_{\bar{x}} = 8,1.$$

По величине динамических модулей упругости и сдвига возможно судить о величинах разрушающих напряжений и предельных деформаций компактной костной ткани как при растяжении, так и при кручении. Установленные взаимосвязи целесообразно использовать для разработки новых акустических методов диагностики степени сращения костей после их переломов и определения механических характеристик синтетических костных трансплантатов в живом организме.

Корреляции между прочностными параметрами и количественным содержанием компонентов композита. Характер распределения оксипролина, гексозамина и σ_{11}^+ по зонам поперечного сечения кости представлен в рис. 4.3.7. Оксипролин (мера коллагена) имеет высокую отрицательную корреляцию с σ_{11}^+ ($r' = -0,82; p' < 0,025; r = -0,77; p < 0,025$). С другими прочностными параметрами костной ткани оксипролин не коррелирует (рис. 4.3.8). Из вышеизложенного следует, что прочность компактной костной ткани зависит не только от количественного содержания коллагена, но и от количества в костной ткани других биохимических веществ.

Фосфор (мера гидроксилапатита) имеет отрицательные ранговые коэффициенты корреляции с σ_{33}^+ ($r' = -0,79; p' < 0,025$) и с η_{22}^+ ($r' = -0,82; p < 0,025$). Недостоверные и в большинстве случаев отрицательные взаимосвязи установлены между фосфором и прочностными характеристиками, опре-

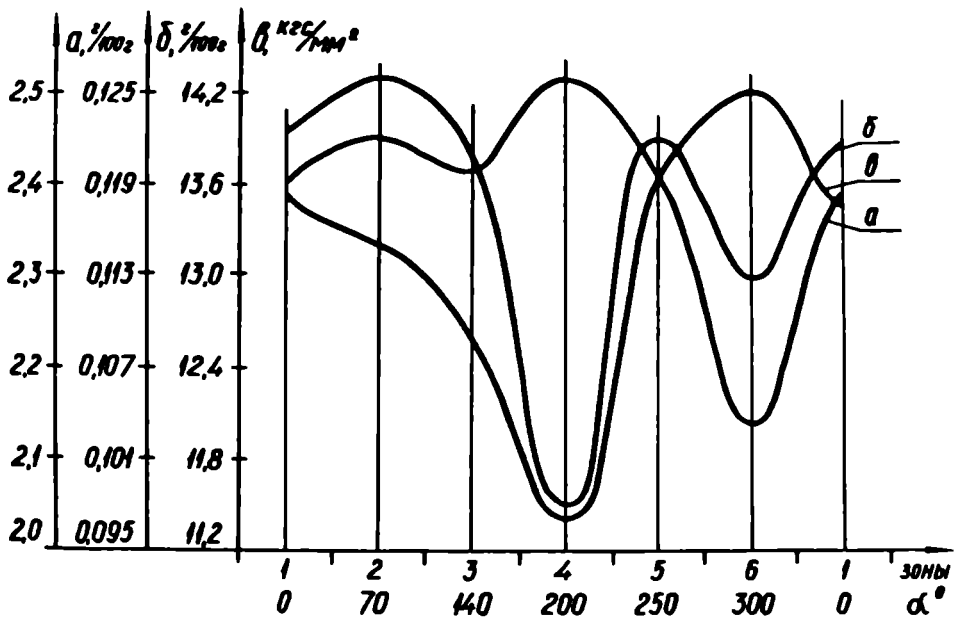


Рис. 4.3.7. Характер распределения оксипролина (а), гексозамина (б) и σ_{11}^+ (в) по зонам поперечного сечения кости.

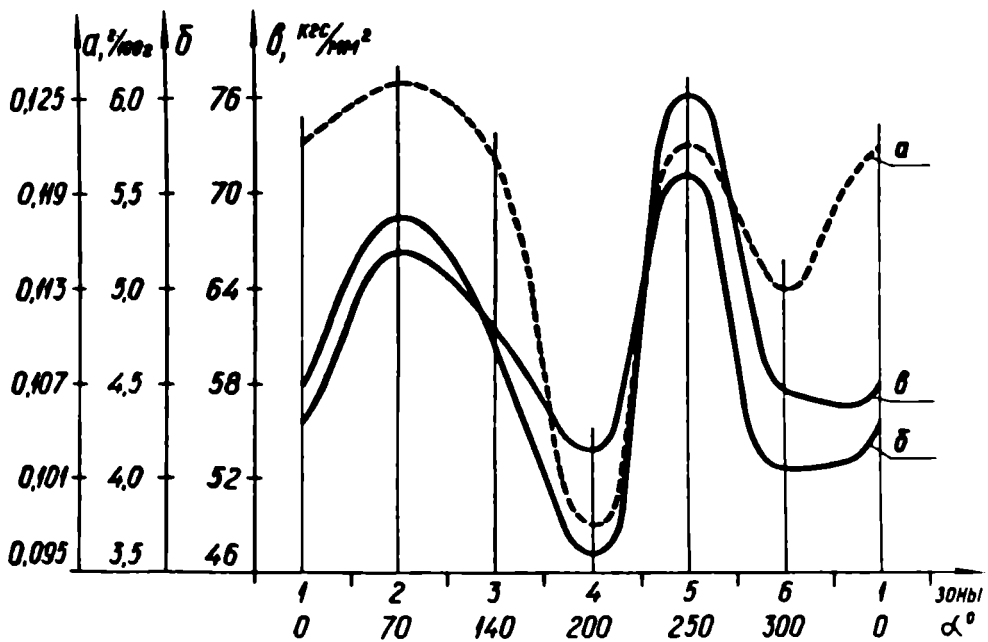


Рис. 4.3.11. Распределение гексозамина (а), параметра η_{11}^+ (б) и удельной энергии деформирования U_{11}^+ (в) по зонам поперечного сечения.

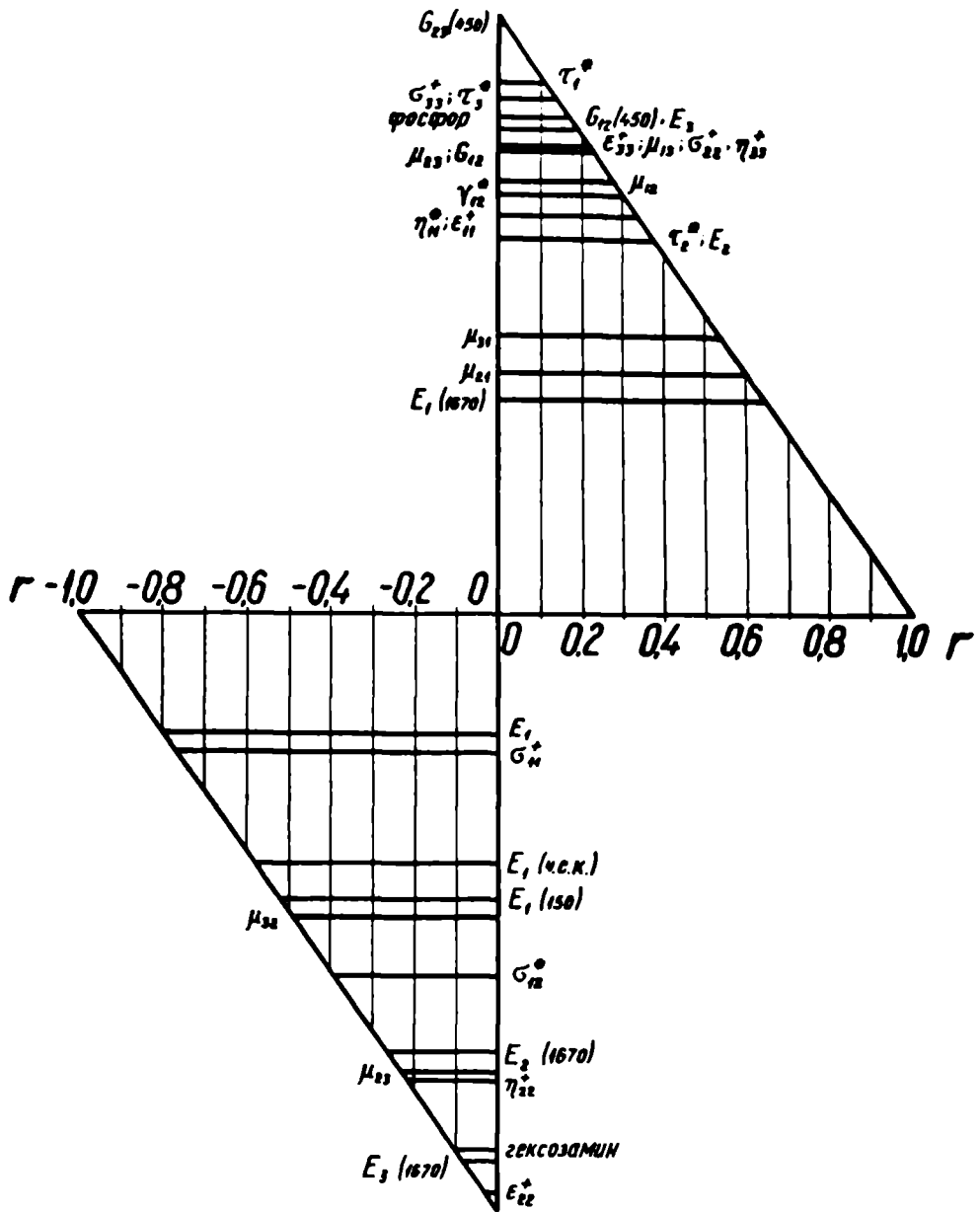


Рис. 4.3.8. Коэффициенты корреляции между количеством оксипролина и механическими характеристиками костной ткани.

деленными при растяжении. τ_3^* и σ_{12}^* коррелируют с относительным содержанием фосфора (рис. 4.3.9), [биохимические вещества] = г/100 г :

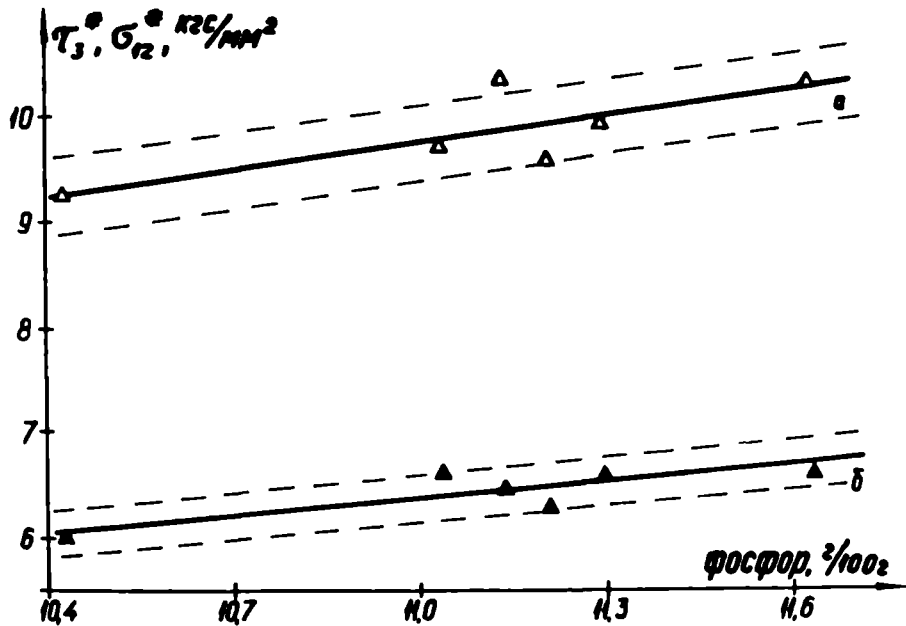


Рис. 4.3.9. Экспериментальные данные и корреляции между фосфором и σ_{12}^* (а), τ_3^* (б).

$$\tau_3^* = 1,107 + 0,477 \cdot \text{фосфор}, \quad (r = 0,79; p < 0,01);$$

$$\sigma_{12}^* = 0,890 + 0,803 \cdot \text{фосфор}, \quad (r = 0,77; p < 0,025).$$

Линейные корреляции между фосфором и рядом деформативных и прочностных характеристик представлены в рис. 4.3.10.

Показатели анизотропии прочности $\frac{\sigma_{ii}^+}{\sigma_{ii}^+}$ ($i = 2,3$) коррелируют с фосфором (для $\frac{\sigma_{11}^+}{\sigma_{33}^+}$ $r' = 0,77; p' < 0,025$), но с другими биохимическими веществами имеют несущественные корреляции.

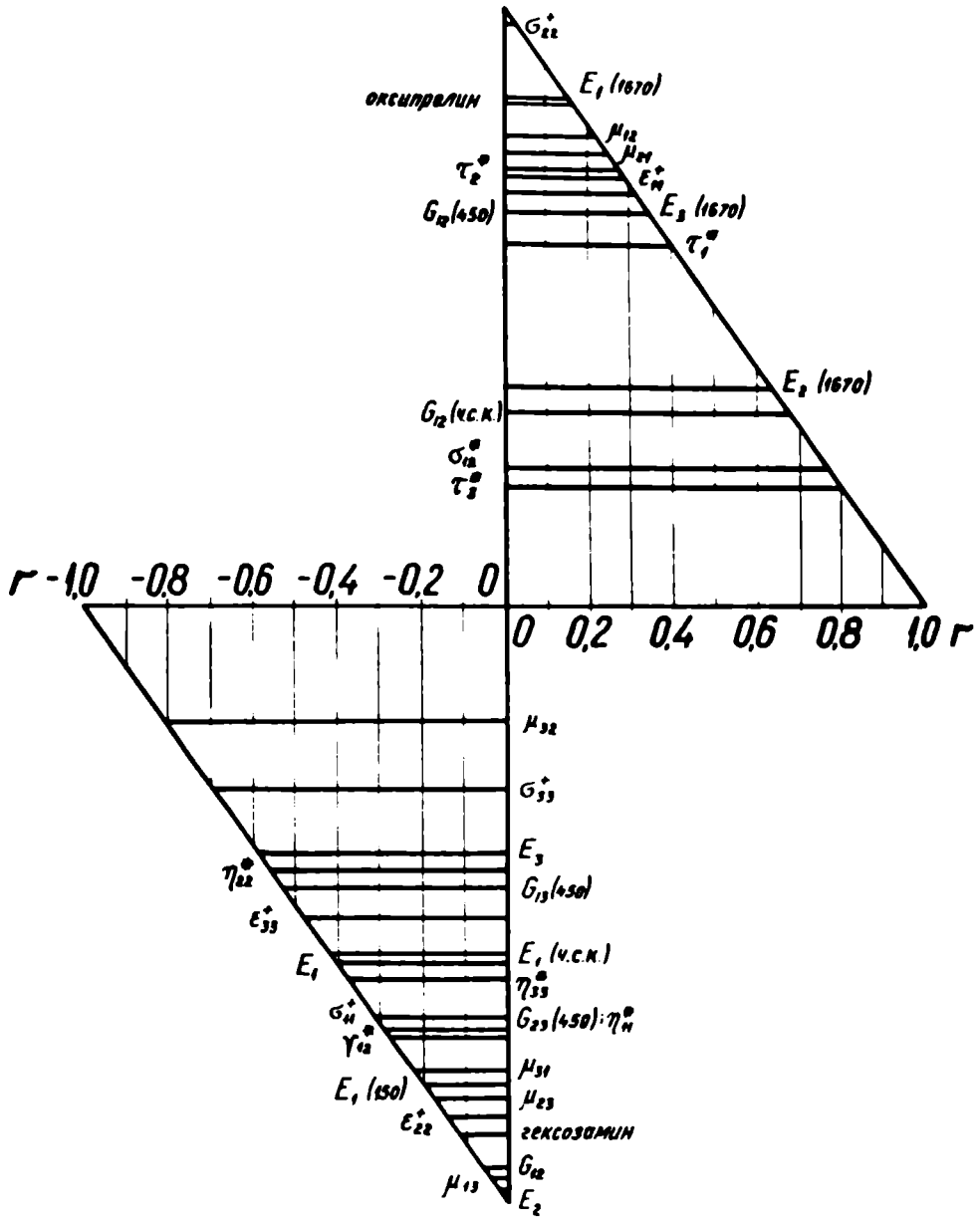


Рис. 4.3.10. Коэффициенты корреляции между содержанием фосфора и механическими характеристиками компактной костной ткани.

Анализ приведенных данных показывает, что количественное содержание гидроксилapatита в кости мало влияет на способность компактной ткани сопротивляться разрушению при растяжении : с увеличением минерального компонента наблюдается слабовыраженное уменьшение прочностных характеристик. При кручении и сдвиге, наоборот, гидроксилapatит играет существенную роль : величины параметров τ_3^* и σ_{12}^* растут прямо пропорционально обогащению кости минеральными веществами . Количественное содержание гидроксилapatита также увеличивает анизотропию прочности компактной ткани при растяжении.

Взаимосвязи гексозамина (меры связующего вещества) с прочностными характеристиками при растяжении имеют положительные коэффициенты ранговой корреляции, кроме σ_{22}^+ ($r' = - 0,25$; $p' > 0,05$). Наибольший коэффициент установлен между гексозамином и ϵ_{22}^+ ($r' = 0,68$; $p' < 0,05$). Для σ_{33}^+ , ϵ_{11}^+ , ϵ_{33}^+ , η_{11}^+ и η_{33}^+ коэффициенты ранговой корреляции находятся в интервале от 0,43 до 0,64. Характер распределения гексозамина и параметров η_{11}^+ и U_{11}^+ по зонам кости представлено на рис. 4.3.II.

Прочностные характеристики компактной костной ткани, определенные при кручении , не имеют существенные корреляционные связи с гексозамином (рис. 4.3.I2). Положительные взаимосвязи между количеством гексозамина и прочностными параметрами, установленных при растяжении,

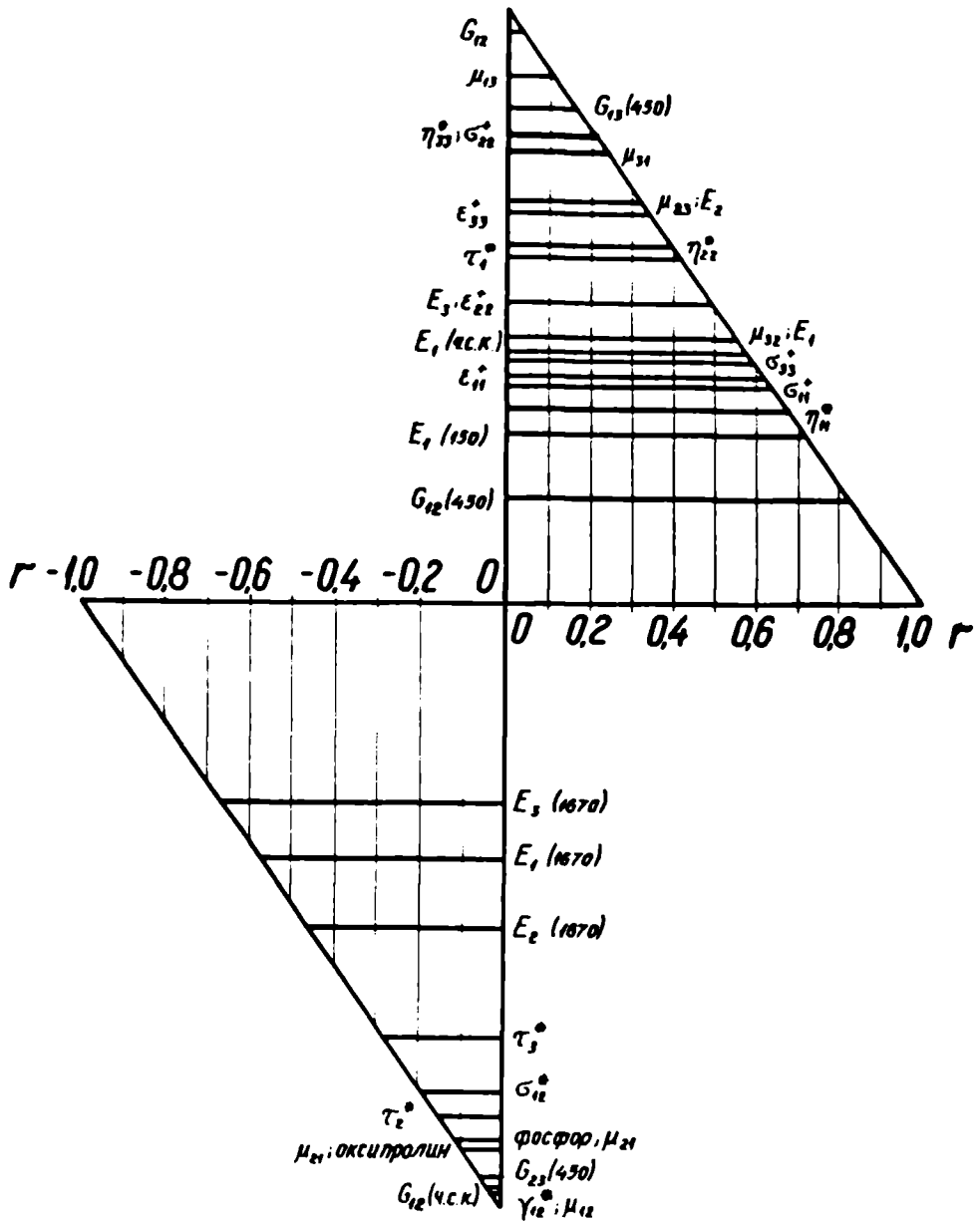


Рис. 4.3.12. Коэффициенты корреляции между содержанием гексоамина и механическими характеристиками компактной костной ткани.

позволяют предполагать, что способность компактной костной ткани сопротивляться разрушению зависит от количественного содержания в кости связующего вещества. Электронно-микроскопические исследования поверхностей разрушения костной ткани показывают, что для растяжения компактной кости характерен разрыв коллагеновых волокон с вытягиванием из матрицы целых кристаллов гидроксилапатита. Между отдельными волокнами и между коллагеновой матрицей и кристаллами гидроксилапатита находится аморфное связующее вещество (мукополисахариды). Результаты испытаний свидетельствуют о том, что именно прослойка связующего вещества может явиться одним из факторов, препятствующих вытягиванию кристаллов из матрицы и рассеивающих концентрации напряжений на границе кристалл-коллагеновая матрица.

Следовательно, механические свойства костной ткани как композитного материала зависят от соотношения в ткани коллагена, кристаллов гидроксилапатита и связующего вещества. Изменение содержания этих компонентов в зависимости от интенсивности и вида физиологических нагрузок является одной из ответных реакций, повышающих сопротивляемость костной ткани сдвигу и трещинообразованию.

ВЫВОДЫ.

1. Для экспериментального изучения компактной костной ткани человека усовершенствован комплексный метод исследований, включающий неразрушающие и разрушающие испытания, а также определение в ткани количественного содержания отдельных компонентов композита (биохимический анализ). Разработан метод исследования компактной костной ткани человека при растяжении и кручении на миниатюрных образцах.

2. Компактная костная ткань большеберцовой кости человека является физически нелинейным биополимерным материалом с классом симметрии не выше ортотропии. Значения прочностных характеристик кости, определенные при растяжении и кручении, свидетельствуют о существенной анизотропии костной ткани. Экспериментально определены все 9 компонент тензора податливости 4-го ранга а также 12 компонент тензора податливости 8-го ранга.

3. Установлен характер неоднородности распределения механических параметров по поперечному сечению большеберцовой кости человека. Предполагается, что анизотропия костной ткани и неоднородность кости являются следствием функциональной приспособленности как костной ткани, так и кости в целом к физиологическим условиям.

4. Компактная костная ткань сжимаема, и при основном растяжении ее объем увеличивается, физиологическая нагрузка изменяет ход кровообмена в кости. Этому процессу способствуют как анизотропия костной ткани, так и неоднородность распределения деформативных характеристик по поперечному сечению большеберцовой кости человека.

5. Увеличение частоты импульсов в неразрушающих испытаниях вызывает прирост значений динамических параметров костной ткани и изменение характера распределения их величин по поперечному сечению кости. Ряд параметров деформативных свойств, определенных неразрушающими и разрушающими методами исследования, имеет высокую корреляцию (взаимосвязи между E_I и $E_{I(\text{ч.с.к.})}$, $E_{I(150)}$, $E_{I(1670)}$). Корреляции установлены также между пределом прочности σ_H^+ и модулями упругости $E_{I(150)}$, $E_{I(1670)}$; модулем сдвига $G_{12(\text{ч.с.к.})}$ и пределом прочности при кручении τ_3^* ; модулем сдвига $G_{23(450)}$ и τ_1^* , τ_2^* , τ_3^* .

6. Количественное содержание основных компонентов кости (коллагена, гидроксилапатита и связующего вещества) меняется по зонам кости. С точки зрения сопротивляемости механическим нагрузкам компактная костная ткань является трехфазным материалом - наряду с коллагеном и гидроксилапатитом связующее вещество оказывает существенное влияние на величины механических характеристик костной ткани.

7. Установленные взаимосвязи между значениями механических параметров, определенных неразрушающими и

разрушающими методами, а также их связи с количественным содержанием отдельных компонентов композита можно использовать при разработке новых акустических методов диагностики состояния костной ткани в живом организме.

8. Найденные значения механических характеристик костной ткани и их распределение по поперечному сечению большеберцовой кости можно использовать для создания синтетического аналога костной ткани и синтетического аналога большеберцовой кости человека.

Результаты исследований по теме диссертации докладывались на Всесоюзном методическом совещании исполнителей научных тем по биохимическим методам исследования в травматологии и ортопедии (Москва, 1972 г.) /42/, II Национальном конгрессе теоретической и прикладной механики (Болгария, г. Варна, 1973 г.) /49/, Всесоюзном симпозиуме "Синтетические полимеры медицинского назначения" (г. Ташкент, 1973 г.), Всесоюзном семинаре по применению полимерных материалов в травматологии и ортопедии (г. Москва, 1974 г.) /16/, I конференции по медицинской биомеханике (г. Москва, 1974 г.). Были включены в программу 9-го международного конгресса по геронтологии (г. Киев, 1972 г.) /48/, 9-го Европейского симпозиума по кальцинированным тканям (Австрия, Баден ,

1972 г.), АСМЭ симпозиума по биомеханике (США, г. Атланта, 1973 г.) /90/, 7-го международного симпозиума по биоматериалам (США, г. Клемсон, 1975 г.).

Основное содержание работы опубликовано в статьях:
/14, 15, 17, 33, 35-40, 50, 51/.

F. Saucenzi.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. АЛЕКСАНДРОВ К.С., НОСИКОВ О.В. Прибор для измерения упругих модулей кристаллов. - "Акуст.журнал", 1956, 2, выпуск 3, с. 244-248.
2. АШКЕНАЗИ Е.К., ГАНОВ Э.В. Анизотропия конструкционных материалов. Л., 1972.
3. БАЛОДИС А.А., ЛАТИШЕНКО В.А. Прибор для резонансных испытаний полимерных материалов. - "Механика полимеров", 1966, № 6, с. 923-926.
4. БАЛОДИС А.А. Ультразвуковое устройство для измерения параметров распространения колебаний в средах. Авт. свид. СССР № 290167. - "Открытия, изобретения, пром. образцы, товарные знаки", 1971, № 2.
5. БАЛОДИС А.А. Стенд для измерения параметров вибрации. Авт.свид. СССР № 303559. - "Открытия, изобретения, пром.образцы, товарные знаки", 1971, № 16.
6. БАЛОДИС А.А. Ультразвуковое устройство для измерения параметров распространения колебаний в средах. Авт.свид. СССР № 333462. - "Открытия, изобретения, пром.образцы, товарные знаки", 1972, № II .
7. БЕЗУХОВ Н.И. Основы теории упругости, пластичности, ползучести. М., "Высшая школа", 1961.
8. ВИЛКС Ю.К., САУЛГОЗИС Ю.Ж., БАЛОДИС А.А., КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А. Исследование неоднородности акустических свойств большеберцовой кости человека. - "Механика полимеров", 1974, № 5, с. 892-901.

9. ГИЛЬЗЕН К.К. Удельный вес, упругость и крепость костной ткани. - "Известия Спб.биологич.лаборат.", СПб, 1896, вып. 2, с. 1-37.
10. ГУБЛЕР Е.В., ГЕНКИН А.А. Применение непараметрических критериев статистики в медико-биологических исследованиях. Л., "Медицина", 1973.
11. ЗУДОВ И.А. Измерительная линия и методика определения скорости сдвиговых волн в упруговязких материалах с большим затуханием. - "Изв.АН Латв.ССР", 1968, № 10, с. 114-119.
12. ИВАНОВ В.Ф. Конструкции из дерева и пластмасс. М.-Л., Изд.лит. по строительству, 1966.
13. КАУДЕРЕР Г. Нелинейная механика. М., ИЛ, 1960.
14. КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А., САУЛГОЗИС Ю.Ж., ПФАФРОД Г.О. Сопротивляемость костной ткани разрушению при растяжении. - "Механика полимеров", 1971, № 6, с. 1084-1091.
15. КНЕТС И.В., ПФАФРОД Г.О., САУЛГОЗИС Ю.Ж., ЛАЙЗАН Я.Б., ЯНСОН Х.А. Деформативность и прочность компактной костной ткани при кручении. - "Механика полимеров", 1973, № 5, с. 911-918.
16. КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А., САУЛГОЗИС Ю.Ж. К проблеме создания синтетических аналогов компактной костной ткани человека. - В кн.: Тезисы докл. Всесоюзного семинара по применению полимерных материалов в травматологии и ортопедии, М., 1974, с. 21-22.

17. КНЕТС И.В., САУЛГОЗИС Ю.Ж., ЯНСОН Х.А. Деформативность и прочность компактной костной ткани при растяжении. - "Механика полимеров", 1974, № 3, с.501-506.
18. КОРНИЛОВИЧ Н. Архитектура компактного вещества кости съ механической точки зрѣнія. Юрьевъ, типография К.Маттисена, 1904, в "Sitzungsber.d.Naturf.-Ges" 1904, 13, № 3, с. 389-417.
19. КОРН Г., КОРН Т. Справочник по математико. М., 1968.
20. ЛАГЗДИНЫШ А.Ж., ТАМУЖ В.П. Тензоры упругости высших порядков. - "Механика полимеров", 1965, № 6, с. 40-48.
21. ЛАТИШЕНКО В.А. Диагностика жесткости и прочности материалов. Рига, "Зинатне", 1968.
22. ЛЕМПРАЙЕР Б.М. Коэффициент Пуассона ортотропных материалов. - "Ракетная техника и космонавтика", 1968, № 11, с. 218-219.
23. ЛЕОНТЬЕВ Н.Л. Техника статистических вычислений. М., "Лесная промышленность", 1966.
24. ЛЕСГАФТ П.Ф. Общая анатомия. СПб, 1885.
25. ЛЕХНИЦКИЙ С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.-Л., Гостехиздат, 1950.
26. ЛЕХНИЦКИЙ С.Г. Кручение анизотропных и неоднородных стержней. М., 1971.
27. ЛОЩИЛОВ В.И., ЗАСЫПКИН В.В. К вопросу о механических свойствах костной ткани. - В кн.: Материалы II съезда травматологов-ортопедов республик Прибалтики, Рига, 1972, с. 94-97.

28. МАЛМЕЙСТЕР А.К., ТАМУЖ В.П., ТЕТЕРС Г.А. Сопротивление жестких полимерных материалов. Рига, "Зинатне", 1972.
29. МЕНДЕЛЕВИЧ И.А., СТАРЦЕВА Т.Е. Подографическое исследование ходьбы в норме. - "Протезирование и протезостроение", 1971, вып.26, с. 43-47.
30. Методы статических испытаний армированных пластиков. КИЩИС Т.Я., РОЗЕ А.В., ЖИГУН И.Г., под ред. Ю.М.ТАРНОПОЛЬСКОГО, Рига, "Зинатне", 1972.
31. МОДЯЕВ В.П., УТЕНЬКИН А.А., СВЕШНИКОВА А.А., КАРПОВА Н.А. Количественные характеристики структуры компактного вещества кости. - "Архив анат., гистол. и эмбриол.", 1973, 64, № 5, с. 69-72.
32. ОБЫСОВ А.С. Надежность биологических тканей. М., "Медицина", 1971.
33. ПФАФРОД Г.О., САУЛГОЗИС Ю.Ж., КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А. Экспериментальное определение модулей сдвига компактной костной ткани. - "Механика полимеров", 1972, № 4, с. 697-705.
34. РУМШИНСКИЙ Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. Справочное руководство. М., "Наука", 1971.
35. САУЛГОЗИС Ю.Ж., ПФАФРОД Г.О., КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А. Определение упругих характеристик компактной костной ткани методом исследования частоты собственных колебаний. - "Механика полимеров", 1971, № 1, с. 167-172.

36. САУЛГОЗИС Ю.Ж., КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А., ПФАФРОД Г.О.
Исследование неоднородности распределения упругих и прочностных характеристик по поперечному сечению диафиза большеберцовой кости человека. - "Механика полимеров", 1971, № 5, с.940-946.
37. САУЛГОЗИС Ю.Ж., СЛУЦКИЙ Л.И., КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А.
Исследование зависимостей между различными механическими свойствами и биохимическим составом костной ткани человека. - "Механика полимеров", 1973, № 1, с. 138-145.
38. САУЛГОЗИС Ю.Ж., КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А. Коэффициенты поперечной деформации компактной костной ткани человека. - "Механика полимеров", 1973, № 6, с. 1089-1100.
39. САУЛГОЗИС Ю.Ж., КНЕТС И.В., ЯНСОН Х.А., ПФАФРОД Г.О.
Возрастные изменения некоторых упругих характеристик механических свойств компактной костной ткани человека. - "Механика полимеров", 1974, № 5, с. 885-891.
40. САУЛГОЗИС Ю.Ж. Различия и взаимосвязи между упругими характеристиками компактной костной ткани большеберцовой кости человека. - "Механика полимеров", 1975, № 5, с. 000.
41. СЛУЦКИЙ Л.И. Биохимия нормальной и патологически измененной соединительной ткани. Л., "Медицина", 1969.

42. СЛУЦКИЙ Л.И., ЯНСОН Х.А., КНЕТС И.В., САУЛГОЗИС Ю.Ж. Биохимические и механические особенности большеберцовой кости и их прикладное значение. - В кн.: Биохимические исследования в травматологии и ортопедии. М., "Медицина", 1972, с. 12-13.
43. ТАРНОПОЛЬСКИЙ Ю.М., СКУДРА А.М. Конструкционная прочность и деформативность стеклопластиков. Рига, "Зинатне", 1966.
44. УТЕНЬКИН А.А., СВЕШНИКОВА А.А. Упругие свойства костной компактной ткани как анизотропного материала. - "Проблемы прочности", 1971, № 3, с.40-44.
45. УТЕНЬКИН А.А., СВЕШНИКОВА А.А. Биомеханические свойства компактного вещества кости. - "Архив анат., гистол. и эмбриол.", 1971, 61, № 10, с.45-50.
46. УТЕНЬКИН А.А., АШКЕНАЗИ Е.К. Об анизотропии компактного вещества кости. - "Механика полимеров", 1972, № 4, с. 711 - 716.
47. УТЕНЬКИН А.А. Исследование механических свойств компактного вещества кости как анизотропного материала. Автореф.канд.дис., Рига, 1974.
48. ЯНСОН Х.А., КНЕТС И.В., САУЛГОЗИС Ю.Ж., ПФАФРОД Г.О. Биомеханические свойства диафизов костей в старческом возрасте. - В кн. : Тезисы докладов 9 международного конгресса геронтологов. Киев, 1972, 3, с. 420.

49. ЯНСОН Х.А., КНЕТС И.В., ПФАФРОД Г.О., САУЛГОЗИС Ю.Ж., ЛАЙЗАН Я.Б. Изменения упругих свойств компактной костной ткани человека при кручении. - В кн.: Резюме докладов II Национального конгресса теоретической и прикладной механики Болгарской Акад.Наук, Варна, 1973, с. 180-181.
50. ЯНСОН Х.А., КНЕТС И.В., САУЛГОЗИС Ю.Ж. Физиологическое значение изменения объема кости при деформировании. - "Механика полимеров", 1974, № 4, с. 695-703.
51. ЯНСОН Х.А., САУЛГОЗИС Ю.Ж., ПФАФРОД Г.О., КНЕТС И.В. Устройство для определения механических свойств кости резонансным способом. - В кн.: Научные труды Рижского научно-иссл.института травматол. и ортоп. Рига, 1974, 12, с. 511-529.
52. ABENDSCHEIN, W.F., HYATT, G.W. Ultrasonics and Selected Physical Properties of Bone. - "Clin. Orthop.", 1970, No.69, p.294-301.
53. ALLEN, W.C., PIOTROWSKI, G., BURSTEIN, A.H., FRANKEL, V.H. Biomechanical Principles of Intramedullary Fixation. - "Clin.Orthop.", 1968, No.60, p.13-20.
54. AMTMANN, E. The Distribution of Breaking Strength in the Human Femur Shaft. - "J.Biomechanics", 1968, 1, p.271-277.
55. AMTMANN, E., SCHMITT, H.P. Über die Verteilung der Corticalisdichte im menschlichen Femurschaft und ihre Bedeutung für die Bestimmung der Knochenfestigkeit. - "Z.Anat.Entwickl.Gesch.", 1968, 127, S.25-41.

56. ASCENZI, A., BONUCCI, E. The Ultimate Tensile Strength of Single Osteons. - "Acta Anat.", 1964, 58, p.160-183.
57. ASCENZI, A., BONUCCI, E. The Tensile Properties of Single Osteons. - "Anat.Rec.", 1967, 158, p.375-386.
58. ASCENZI, A., BONUCCI, E. The Compressive Properties of Single Osteons. - "Anat.Rec.", 1968, 161, p.377-392.
59. ASCENZI, A., BONUCCI, E. The Shearing Properties of Single Osteons. - "Anat.Rec.", 1972, 172, p.499-510.
60. ASCENZI, A., BONUCCI, E., SIMKIN, A. An Approach to the Mechanical Properties of Single Osteonic Lamellae. - "J.Biomechanics", 1973, 6, p.227-235.
61. BARGREN, J.H., ANDREW, C., BASSETT, L., GJELSVIK, A. Mechanical Properties of Hydrated Cortical Bone. - "J.Biomechanics", 1974, 7, p.239-245.
62. BHIMASENACHAR, J. Elastic Constants of Apatite. - "Proc.Indian Acad.Sci.", 1945, 22-A, p.209-214.
63. BLACK, J., KOROSTOFF, E. Dynamic Mechanical Properties of Viable Human Cortical Bone. - "J.Biomechanics", 1973, 6, p.435-438.
64. CURREY, J.D. Strength of Bone. - "Nature", 1962, 195, p.109-110.
65. CURREY, J.D. Three Analogies to Explain the Mechanical Properties of Bone. - "Biorheology", 1964, 2, p.1-10.
66. CURREY, J.D. The Relationship Between the Stiffness and the Mineral Content of Bone. - "J.Biomechanics", 1969, 2, p.477-480.
67. DEMPSTER, W.T., LIDDICOAT, R.T. Compact Bone as a Non-Isotropic Material. - "Am.J.Anat.", 1952, 91, No.3, p.331-362.

68. DEMPSTER, W.T., COLEMAN, R.F. Tensile Strength of Bone Along and Across the Grain. - "J. Appl. Physiol.", 1961, 16, p.355-360.
69. EVANS, F.G., LEBOW, M. Regional Differences in Some of the Physical Properties of the Human Femur. - "J. Appl. Physiol.", 1951, 3, p.563-572.
70. EVANS, F.G., LEBOW, M. The Strength of Human Compact Bone as Revealed by Engineering Technics. - "Am. J. Surg.", 1952, 83, p.326-331.
71. EVANS, F.G. Stress and Strain in Bones. Their Relation to Fractures and Osteogenesis. Charles C. Thomas, Springfield, Ill., USA, 1957.
72. EVANS, F.G. Relations Between the Microscopic Structure and Tensile Strength of Human Bone, - "Acta Anat., (Basel)", 1958, 35, p.285-301.
73. EVANS, F.G. Significant Differences in the Tensile Strength of Adult Human Compact Bone. - In : Bone and Tooth Symposium (Ed. Blackwood, H.J.J.), Pergamon Press, Oxford, 1964, p.319-331.
74. EVANS, F.G., BANG, S. Physical and Histological Differences Between Human Fibular and Femoral Compact Bone. - In : Studies on the Anatomy and Function of Bone and Joints (Ed. Evans, F.G.), Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1966, p.142-155.
75. EVANS, F.G., BANG, S. Differences and Relationships Between the Physical Properties and the Microscopic Structure of Human Femoral, Tibial and Fibular Cortical Bone. - "Am. J. Anat.", 1967, 120, p.79-88.

76. EVANS, F.G., VINCENNELLI, R. Relation of Collagen Fiber Orientation to Some Mechanical Properties of Human Cortical Bone. - "J.Biomechanics", 1969, 2, p.63-71.
77. EVANS, F.G. Mechanical Properties and Histological Structure of Human Cortical Bone. ASME Paper , 70 WA/BHF-7, 1970, p.1-5.
78. EVANS, F.G. Mechanical Properties of Bone (Ed. Burdi, A.R.). Charles C. Thomas, Springfield, Ill., USA, 1973.
79. EVANS, F.G. Factors Affecting the Mechanical Properties of Bone. - "Bull.N.Y.Acad.Med.", 1973, 49, p.751-764.
80. EVANS, F.G., VINCENNELLI, R. Relations of the Compressive Properties of Human Cortical Bone to Histological Structure and Calcification. - "J.Biomechanics", 1974, 7, p.1-10.
81. FORSSBLAD, P. Determination of Elasticity Modulus of Bone. - "Acta orthop.Scand.", 1959, 28, p.262-268.
82. GILMORE, R.S., KATZ, J.L. Elastic Properties of Apatites, Proc.Int.Symp. on Structural Properties of Hydroxyapatite and Related Components, 1968, N.B.S., Washington, D.C., 1971.
83. GRENOBLE, D.E., KATZ, J.L., DUNN, K.L., GILMORE, R.S., MURTY, K.L. The Elastic Properties of Hard Tissues and Apatites. - "J.Biomed.Mater.Res.", 1972, 6, p.221-233.

84. HEŘT, J., KUČERA, P., VÁVRA, M., VOLENÍK, V. Comparison of the Mechanical Properties of Both the Primary and Haversian Bone Tissue. - "Acta Anat.", 1965, 61, p.412-423.
85. KATZ, J.L., UKRAINCÍK, K. On the Anisotropic Elastic Properties of Hydroxyapatite. - "J.Biomechanics", 1971, 4, p.221-227.
86. KATZ, J.L. Hard Tissue as a Composite Material - I. Bounds on the Elastic Behavior. - "J.Biomechanics", 1971, 4, p.455-473.
87. KATZ, J.L. Elastic Properties of Calcified Tissues. - "Israel J.Med.Sci.", 1971, 7, p.439-441.
88. KNESE, K.H., RITSCHL, I., VOGES, D. Quantitative Untersuchung der Osteonverteilung im Extremitätenskelett eines 43 jährigen Mannes. - "Z.Zellforsch.", 1954, 40, S.519-570.
89. KNESE, K.H. Knochenstruktur als Verbundbau. Stuttgart, Georg Thieme Verlag, 1958.
90. KNETS I., SAULGOZIS, Yu., YANSON, H. On the Nonuniformity of Elastic Properties and Strength of Human Bone. - In : 1973 Biomechanics Symposium (Eds. Fung, Y.C., Brighton, J.A.), ASME, New York, 1973, p.85.
91. KOCH, J.C. The Laws of Bone Architecture. - "Am.J. Anat.", 1917, 21, p.177-298.
92. KONIRSCH, G. Étude du comportement biomécanique du tissu osseux compact des os longs chez l'homme. Thèse Médecine, Montpellier, 1964.

93. KRAUS, H. On the Mechanical Properties and Behavior of Human Compact Bone. - In : "Advances in Biomedical Engineering and Medical Physics", (Ed. Lewine, S.N.). Interscience Publishers, New York-London-Sydney-Toronto, 1968, 2, p.169-204.
94. KUMMER, B. Biomechanics of Bone : Mechanical Properties, Functional Structure, Functional Adaptation. - In : "Biomechanics, Its Foundations and Objectives (Eds. Fung, Y.C., Perrone, N., Anliker, M.). Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1972, p.237-271.
95. LANG, S.B. Ultrasonic Method for Measuring Elastic Coefficients of Bone and Results on Fresh and Dried Bovine Bones. - "IEEE Trans. Bio.-Med. Engng.", 1970, BME-17, p.101-105.
96. LINDAHL, O., LINDGREN, Å.G.H. Cortical Bone in Man. II. Variation in Tensile Strength with Age and Sex. - "Acta Orthop. Scand.", 1967, 38, p.141-147.
97. LINDAHL, O., LINDGREN, Å.G.H. Cortical Bone in Man. III. Variation of Compressive Strength With Age and Sex. - "Acta Orthop. Scand.", 1968, 39, p.129-135.
98. MACK, R.W. Bone-A Natural Two-Phase Material. A Technical Memorandum of the Biomechanics Laboratory, University of California, San Francisco, Berkeley, 1964.
99. MATHER, B.S. The Effect of Variation in Specific Gravity and Ash Content on the Mechanical Properties of Human Compact Bone. - "J. Biomechanics", 1968, 1, p.207-210.

100. MATUMOTO, Y., MIZUNO, S. Rate Blood Flow in the Femoral of the Head. - "Med. J. Osaka Univ.", 1966, 16, p.431-463.
101. McELHANEY, J.H., BYARS, E.F. Dynamic Response of Biological Materials. ASME Paper, 65-WA/HUF-9, 1965, p.1-8.
102. McELHANEY, J.H. Dynamic Response of Bone and Muscle Tissue. - "J. Appl. Physiol.", 1966, 21, p.1231-1238.
103. MELICK, R.A., MILLER, D.R. Variations of Tensile Strength of Human Cortical Bone With Age. - "Clin. Sci", 1966, 30, p.243-248.
104. NOWINSKI, J.L., DAVIS, C.F. Propagation of Longitudinal Waves in Circular Cylindrical Bone Elements. ASME Paper, No.71-APM-5, 1971, p.1-7.
105. PETERSEN, H. Über den Feinbau der menschlichen Skeletteile. - "Roux' Arch. Entw. mech.", 1927, 112, S.112-141.
106. PETERSEN, H. Die Organe des Skelettsystems. In : Handbuch der mikroskopischen Anatomie des Menschen, Berlin, Springer-Verlag, 1930, Bd.II/3, S.521-678.
107. RABISCHONG, P., AVRIL, J. Rôle biomécanique des poutres composites os-muscles. - "Rev. Chir. Orthop.", 1965, 51, p.437-458.
108. RAUBER, A.A. Elasticität und Festigkeit der Knochen. Leipzig, Verlag Von Vilhelm Engelmann, 1876.
109. REILLY, D.T., BURSTEIN, A.H., FRANKEL, V.H. The Elastic Modulus for Bone. - "J. Biomechanics", 1974, 2, p.271-275.

110. SEDLIN, E.D. A Rheologic Model for Cortical Bone. A Study of the Physical Properties of Human Femoral Samples. - "Acta Orthop.Scand.", Suppl.83, Copenhagen, Munksgaard, 1965, p.1-77.
111. SEDLIN, E.D., HIRSCH, C. Factors Affecting the Determination of the Physical Properties of Femoral Cortical Bone. - "Acta Orthop.Scand.", 1966, 37, p.29-48.
112. SIMKIN, A., ROBIN, G. Fracture Formation in Differing Collagen Fiber Pattern of Compact Bone. - "J.Bio-mechanics", 1974, 2, p.183-188.
113. SMITH, J.W., WALMSLEY, R. Factors Affecting the Elasticity of Bone. - "J.Anat.", 1959, 93, p.503-523.
114. SMITH, R.W., KEIPER, D.A. Dynamic Measurement of Viscoelastic Properties of Bone. - "Am.J.Med. Electronics", 1965, 4, No.4, p.156-160.
115. SWEENEY, A.W., BYERS, R.K., KROON, R.P. Mechanical Characteristics of Bone and Its Constituents. ASME Paper, No.65-WA/HUF-7, 1965, p.1-17.
116. TRIEPEL, H. Einführung in die Physikalische Anatomie. Wiesbaden, Bergmann, 1902.
117. VINCENNELLI, R., EVANS, F.G. Relations Among Mechanical Properties, Collagen Fibers and Calcification in Adult Human Cortical Bone. - "J.Biomechanics", 1971, 4, p.193-201.

118. VINZ, H. Die Änderung der Materialeigenschaften und der stofflichen Zusammensetzung des kompakten Knochengewebes im Laufe der Altersentwicklung. - "Nova Acta Leopoldina", 1970, 35, S.1-114.
119. VINZ, H., GARZ, K.F. Ursachen und Ausmaß der erhöhten Knochenbrüchigkeit im Greisenalter. - "Beitr. Orthop.", 1971, 18, S.383-390.
120. VOSE, G.P., STOVER, B.J., MACK, P.B. Quantitative Bone Strength Measurements in Senile Osteoporosis. - "J.Gerontology", 1961, 16, p.120-124.
121. VOSE, G.P. The Relation of Microscopic Mineralization to Intrinsic Bone Strength. - "Anat.Record.", 1962, 144, p.31-35.
122. WALL, J.C., CHATTERJI, S., JEFFERY, J.W. On the Origin of Scatter in Results of Human Bone Strength Tests. - "Med.Biol.Engng.", 1970, 8, p.171-180.
123. WELCH, D.O. The Composite Structure of Bone and Its Response to Mechanical Stress. - In : Recent Advances in Engineering Science (Ed.Eringen, A.C.), Gordon and Breach Science Publishers, 1970, 5, part 1, p.245-262.
124. WERTHEIM, M.G. Mémoire sur l'élasticité et la cohésion des principaux tissus du corps humain. - "Ann.de Chim. et de Phys.", 1847, 21, p.385-414.
125. YAMADA, H. Strength of Biological Materials (Ed. Evans, F.G.), Williams and Wilkins, Baltimore, Maryland, 1970.
126. YOUNG, J.Z. The Life of Mammals. Oxford University Press, London, 1957.