

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
PEDAGOĢIJAS, PSIHOLOĢIJAS UN MĀKSLAS FAKULTĀTE
PEDAGOĢIJAS NODAĻA

ILMĀRS KANGRO

STUDENTU MATEMĀTISKĀS DOMĀŠANAS ATTĪSTĪBA
PROFESIONĀLĀS KOMPETENCES VEIDOŠANĀS PROCESĀ

Promocijas darbs

Doktora zinātniskā grāda iegūšanai pedagoģijā

Augstskolas pedagoģijas apakšnozare

DARBA ZINĀTNISKĀ VADĪTĀJA
Dr. habil. paed., Dr.oec. prof. R. Garleja

Rīga, 2010

SATURS

	Lpp.
IEVADS	2
1. DOMĀŠANA KĀ REALITĀTES VISPĀRINĀTS IZZIŅAS PROCESS, ATSPOGUĻOŠANA UN PASTARPINĀTA IZPRATNE	14
1.1. Domāšanas jēdziena skaidrojums teorijās un pielietošana pedagogijā	14
1.2. Domāšanas veidu klasifikācija un funkciju raksturojums	34
1.3. Domāšanas kategorijas un "dzīvā domāšana"	46
1.4. Domāšana un matemātiskā izglītība pārmaiņu periodā	54
2. MATEMĀTISKĀ DOMĀŠANA	97
2.1. Matemātiskās domāšanas teorētiskie un praktiskie aspekti: metodes, pieejas, pielietošana profesionālā darbībā	97
2.2. Matemātiskā domāšana kognitīvā darbībā	165
2.3. Refleksīvā abstrakcija matemātiskajā domāšanā un profesionālās kompetences veidošanā	216
3. STUDENTU INTELEKTUĀLO SPĒJU (KOGNITĪVĀS GATAVĪBAS) NOVĒRTĒJUMS MATEMĀTISKĀS DOMĀŠANAS UN PROFESIONĀLĀS KOMPETENCES INTERAKCIJĀ	260
3.1. H. Gārdnera tests studentu spēju novērtēšanai	263
3.2. Dž. Rāvena progresīvo matricu tests	268
3.3. Profesionālās darbības motivācijas tests	274
3.4. Mācīšanās stilu apzināšana un lietošana	286
SECINĀJUMI	297
REKOMENDĀCIJAS	299
Izmantotās literatūras un avotu saraksts	302
PIELIKUMI	

Ievads

Mūsdienu uzdevums sabiedrības attīstībā ir balstīts uz garīgo resursu potenciālu: zināšanām, kultūru, vērtībām, vēstures mantojumu, cilvēkpotenciāla kvalitātēm.

Kultūra veido saikni starp pagātņi, tagadni, nākotni, definē indivīda un sabiedrības ideālus, iedvesmo darbībai, mobilizē rīcībspējai, veicina sadarbībai, harmonizē teorētiskās pasaules ainu un pastāvēšanu. Kultūra raksturo civilizācijas līmeni.

Tagadnes problēmas un to risinājumi rosina izmantot pieredzi, domāt un rast risinājumus šķietami grūtās situācijās. Ir jāattīsta metakognitīvā pieredze, domāšanas kritiskums, sociālā apziņa, atbildība sev un savam laikam.

Latvijas Nacionālās attīstības plānā (NAP) 2007.–13. ir formulēts mērķis un uzdevumi, kas pamatojas uz cilvēkcentrētu pieeju intelektuālā, morālā attīstībā, pašmotivāciju, pašizpausmi.

Lai nodrošinātu šo uzdevumu veikšanu ir jāizmanto izglītības un kultūras iespējas visos tās līmeņos, formās un metodēs. Kultūras attīstības koncepcija ietekmē pasūtījumu izglītībai.

Izglītības pētnieks A. Verbickis jau 1999. g. norādīja galvenās izglītības attīstības tendences: nepārtrauktība, industrializācija, pētniecība, sadarbība (izglītības institūcijas-prakse), saskarsmes kultūra kognitīvā darbībā, u.c.

Arī JUNESKO dokumentos par augstākās izglītības reformu un attīstību ir noteikti galvenie izglītības virzieni:

- izglītības vispārēja globalizācija un humanizācija;
- izglītības satura kultūrvēsturiskā socializācija un ekoloģizācija;
- izglītības tehnoloģiju integrācija;
- izglītības nepārtrauktība, personības attīstība.

Augstākai izglītībai izvirzīto uzdevumu kontekstā svarīgi ir formulēt vienotu veseluma struktūru kognitīvai darbībai, izmantot pieredzi, pašpieredzi, studentu ģenētiskos dotumus un domāšanas stilus. Aktuāla ir izziņas motivācijas problēma un pētnieciskās sadarbības attīstīšana. Izziņas motivācija rodas kā situatīva vajadzība ja mācību formās un metodēs tiek realizēts problēmiskuma princips un personības profesionālā virzība, ja studiju saturs ir bāzēts uz akadēmisko izglītību, fundamentālām zināšanām. Strauji mainīgā sociāli-ekonomiskā vidē pieaug pieprasījums pēc speciālistiem ar asu uztveri, kreatīvu domāšanu, morālu drosmi un atbildību rīkoties pārmaiņu situācijās, riskēt, eksperimentēt.

Tāpat augstākās izglītības problēmjautājums nav akadēmiskās vai profesionālās izglītības prioritātes noteikšana, bet gan attiecība starp studiju programmām un satura integritāti. Mainās eksakto un humanitāro studiju programmu attiecības. Mūsdienās teorētisko kursu sastāvā īpašu lomu ieņem matemātika un informātika. Tas arī noteica promocijas darba tematu, pētījuma mērķi un uzdevumus. Pētījums veikts inženierzinātņu un ekonomikas zinātņu studiju procesā.

Pētījuma objekts ir profesionālās kompetences veidošanās process,

pētījuma priekšmets - matemātiskās domāšanas attīstība.

Pētījuma mērķis – pamatojoties uz domāšanas kā prāta darbības teorētisko analīzi un domāšanas pedagoģiskām iespējām kognitīvā darbībā, izvērtēt matemātiskās domāšanas attīstības iespējas profesionālās kompetences veidošanā augstskolā un izstrādāt matemātikas kursa satura optimizācijas rekomendācijas ekonomikas un inženierzinātņu studiju virzienā.

Pētījuma uzdevumi

1. Veikt teorētiskā materiāla referatīvo analīzi par matemātisko domāšanu kognitīvā darbībā un profesionālās kompetences attīstību.
2. Izpētīt domāšanas veidus un operācijas pedagoģiskā procesā: vērtējot, salīdzinot, konkretizējot, sintezējot, vispārinot, veidojot spriedumus, pamatojumus, slēdzienus.
3. Izpētīt starppriekšmetu integrācijas iespējas saistībā ar matemātikas apguvi.
4. Izvērtēt matemātikas kursa satura inovatīvos risinājumus un to apguves galvenās grūtības.
5. Izstrādāt rekomendācijas matemātiskās domāšanas pielietošanai pedagoģiskā procesā un profesionālā darbībā.

Pētījuma hipotēze

Matemātiskā domāšana un profesionālās kompetences interakcija pedagoģiskā procesā ir sekmīga, ja:

- students apzinās matemātiskās domāšanas vērtību studiju procesā un profesionālās kompetences attīstībā,
- matemātiskās domāšanas veidošanā tiek izmantoti studiju priekšmeta, loģiskie un pedagoģiskie invarianti to vienotībā,
- tiek nodrošināta studentu un docētāju radoša sadarbība pedagoģiskā procesā,
- sistemātiski tiek analizēts un pilnveidots matemātikas studiju programmu saturs un metodika,
- tiek ņemtas vērā studējošo profesionālās intereses un kognitīvās darbības specifika.

Pētījuma teorētiskā bāze

Kognitīvo spēju attīstības teorijas un kognitīvo procesu raksturošanai izmantotas B.Lomova, L.Vigodskā, V.Šadrikova, B.Anaņjeva atziņas.

Intelekta un spēju izpētē izmantots H.Gārdnera tests un teorētiskās nostādes.

Mācīšanās kā pašregulētas darbības filozofiskais skaidrojums pamatojas uz Dž.Brunera teoriju.

Mācību attieksmes veidošanas teorija – prof. I.Žoglas pētījumi.

Izziņas vajadzību veidošana un attīstība – A.Maslova teorija, A.Reana, E.Iļjina motivācijas teorijas.

Matemātiskās domāšanas un modeļu pamatojums ir E.Torndaika, V.Krutecka, N.Meteļska, A.Stoļara pētījumi un darbības modeļi.

Matemātiskās domāšanas izveides, attīstības un izpētes pamatojums (likumsakarību, struktūras, modeļu, izklāsta formu aprobācija) veidots, izmantojot G.Ščedrovicka, V.Davidova, P.Erdņijeva (*П.Эрдниев*), B.Erdņijeva (*Б.Эрдниев*), R.Sternberga metodoloģijas.

Matemātiskās domāšanas attīstības kritēriju izveide ir pamatota uz mācību mērķu taksonomiju (*B.Bloom, D.Whitton*).

Heiristikas matemātisko vingrinājumu vērtēšanas pamatojums D.Poiija teorijā.

Konstruktīvisma principi matemātiskajā izglītībā izvērsti pēc E.Glaserfelda (*E.Glaserfeld*) un J.Kaputa (*J.Kaput*) teorijām.

Didaktiskos principus matemātikas mācīšanās darba autors ir pārbaudījis ar studiju priekšmeta speciālo, loģisko un pedagoģisko invariantu palīdzību, pamatojoties uz I.Jakimanskas, V.Davidova, L.Zankova teorijām attīstošā apmācībā.

Pētot modernās *informācijas tehnoloģijas* mācību procesā, matemātiku kā līdzekli zinību apguvē un matemātiku kā studēšanas objektu studiju virziena programmā, teorētiskā bāze ir autoru (*R.Noss, M.Towned, P.Kent, S.Younie*) darbi.

Kognitīvās sadarbības un sociālās uzvedības pedagoģiskā procesā vērtēšanas nosacījumi veidoti, pamatojoties uz R.Garlejas, A.Kroplija (*A.Cropley*) pētījumiem.

Modulārā pieeja (V.Davidovs, G.Ščedrovickis, *S.Taverner*, u.c.).

Refleksīvā domāšana – "mācīšanās darot", konstruktīvisma filozofija pēc Dž.Djūija atziņas.

Kompetences jēdziena skaidrojumā un pamatojumā izmantotas autoru (Dž.Rāvens, M.Holodnaja, R.Garleja, A.Rauhvargers, *D.Rychen, L.Salganik, A.Маркова, П.Бейл, М.Мексон, М.Алберт, Ф.Хедоури*) atziņas.

Pētījuma **eksperimentālā bāze** ir Rēzeknes Augstskolas Inženieru un Ekonomikas fakultātes respondenti (studenti – 2300, docētāji – 70); 200 respondenti no Rēzeknes Augstskolas Pedagoģijas fakultātes, 70 respondenti no Liepājas Pedagoģiskās universitātes un 60

respondenti no LU Fizikas un matemātikas fakultātes, 68 respondenti no LU Ekonomikas un vadības fakultātes.

Pētījuma posmi

Pirmajā posmā (1999. – 2002.) tika pētīta filozofiskā, pedagoģiskā un psiholoģiskā literatūra par promocijas darba tēmu, veiktas studentu un pasniedzēju aptaujas, anketēšana, studentu mājas darbu, testu un kontroldarbu analīze ar mērķi noskaidrot matemātiskās domāšanas prasmju reālo stāvokli, attīstību mācību procesā, formulēts mērķis, izvirzīta hipotēze.

Otrajā posmā (2003. – 2006.), pamatojoties uz pirmajā posmā iegūto pieredzi, arī uz literatūrā gūtām atziņām, vākti un analizēti dati par matemātiskās domāšanas prasmēm, izveidots matemātiskās domāšanas attīstības modelis (mācību saturs, mācību/studiju metodes (datoru-matemātiskās sistēmas u.c.), mācību/studiju motivācija, problēmu risināšana, mācīšanās stili, personības īpašības) un kritēriji:

- zināšanu mobilitāte,
- izziņas metožu variativitāte un validitāte,
- domāšanas kritiskums.

Trešajā posmā (2007. – 2010.), pamatojoties uz pirmajā un otrajā posmā iegūtajiem rezultātiem par matemātiskās domāšanas attīstību studiju procesā, par tās modeļa lietošanas iespējām, pilnveidots matemātikas studiju saturs, iezīmēta optimizācijas stratēģija inženieru un ekonomikas studiju virzienam.

Visi iegūtie dati ir aprobēti un publicēti konferencēs un zinātniskos rakstos.

Visi iegūtie dati ir aprobēti un publicēti konferencēs un zinātniskos rakstos.

1. Garleja, R. Kangro, I (2006-c). Развитие основных компонентов компетентности математического мышления в процессе изучения математики. In.: Abstracts of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 7th international conference*, Tartu, May 12-13, 2006, pp. 19-20, TARTU: EESTI MATEMAATIKA SELTS, 2006, (in Russian).

2. Garleja, R. Kangro, I (2007-a). Competency of Mathematical Thinking and Its Variational Applications. In.: Abstracts of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 8th international conference*, Riga, May 10-11, 2007, pp. 17-18, Rīga: Latvijas Universitāte, 2007.

3. Garleja, R., Kangro, I (2005). Kompleksa matemātikas zināšanu un prasmju attīstības vadīšana. In: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 5th international conference*, Liepāja, 7-8 May, 2004, Liepāja : LPA, 2005, pp. 67-76.

4. Garleja, R., Kangro, I. (2006-b). Datormatemātisko sistēmu nozīme studentu matemātiskās domāšanas kompetences veidošanai Rēzeknes augstskolā. Grām.: *TEACHER OF THE 21st CENTURY: Quality Education for Quality Teaching*. (Red. Erik de Vreede) Rīga : Izglītības soļi, 2006, 661.-676. lpp
5. Garleja, R., Kangro, I. (2007). Competency of mathematical thinking and its version of applications. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 8th international conference*, Riga, May 10-11, 2007, Rīga : University of Latvia, Mācību grāmata, 2007, pp. 73-78.
6. Garleja, R., Kerpe, I. & Kangro, I. (2003). Problems of choosing the style of studies. In.: Programme and Abstract Book of the Int. conf.: *The State of Education: Quantity, Quality and Outcomes 9th –11th September*, Oxford, 2003, UKFIET, p. 25.
7. Jarinovskis, B., Kangro, I. (2009). Mathematical Modelling with use Information-Communication Technologies in Course Studying Ecological Toxicology, in.: Vincentas Lamanuskas (Ed.-in-Chief) *Problems of Education in the 21st Century, Vol. 16*, Lithuania Siauliai: SMC Scientia Educologica, 2009, pp. 59-65
8. Kalis H., Kangro I. (2009). Effective methods for the solutions of diffusion problems in multilayered 3D domain. In.: Abstracts of the Int. conf.: *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS, 14th international conference*, Daugavpils, 27-30 May, 2009, Daugavpils: Daugavpils University Academic Press ‘‘Saule’’, 2009, p. 40.
9. Kalis H., Kangro I. (2007). Calculation of Heat and Moisture Distribution in the Porous Media Layer. In R. Čiegis (ed.) *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS, The Baltic Journal of Mathematical Applications, Numerical Analysis and Differential Equations, Vol.12 Nr.1*, Vilnius: Technika, 2007, pp. 91-100.
10. Kalis H., Kangro, I. (2003-a). The use of computers in teaching and learning of progressive mathematics. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 4th international conference*, Tallinn, 23-24 May 2003. Tallinn : TPU Kirjastus, 2003, pp. 44-49.
11. Kalis, H., Kangro I. (2004-b). The Mathematical Computer System as the Connection between Theory and its Practical Usage. In: Ch. Bergsten (Ed.) *Abstracts of MADIF 4, The Fourth Swedish Mathematics Education Research Seminar January 21-22, 2004*. Malmo : Malmo Hogskola, pp. 22-24.
12. Kalis, H., Kangro, I. (2005). Increasing of accuracy for engineering calculation of heat transfer problems in two layer media. In R. Čiegis (Ed.) *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS, the Baltic journal of mathematical applications, numerical analysis and differential equations, Vol.10 Nr.2*. Vilnius : Technika, pp. 173-190.

13. Kangro, I. (1999). The role of mathematics learning in the study process at the higher school. In J. Mencis (Ed.) *Teaching mathematics: Retrospective and Perspectives*. International conference, Riga : University of Latvia, Faculty of Physics and mathematics, pp. 36-45.

14. Kangro, I. (2000). Possibilities of usage mathematical system “Mathematica” and “Maple” in teaching mathematics course at higher educational institution. In: Proc. of the int. conference, Rēzekne, March 2-3, 2000. Rēzekne : RA Izdevniecība, 2000, pp. 89-90.

15. Kangro, I. (2003). Process of the Competence Creation Training of Mathematics, In.: Proc. of the int. conference: The 1st International Journal of Teacher Education And Training Conference “Sustainable development. Culture. Education”, Daugavpils, 11-14 MAY, pp. 217-230.

16. Teirumnieks, E., Teirumnieka Ē., Kangro I., Kalis H. (2009). The mathematical modeling of metals content in peat. In.: Proc. Of the Int. Conference: 7th *International Scientific and Practical Conference: Environment. Technology. Resources.*, Rēzekne, June 25-27, 2009, Rēzekne: RA Izdevniecība, pp. 249-257.

Pētīšanas metodes

1. Teorētiskās metodes.

Referatīvā analīze – zinātniskās literatūras analīze filozofijā, pedagogijā, psiholoģijā, matemātikas teorijā un metodikā.

Dokumentu kontentanalīze.

2. Empīriskās metodes primārās informācijas iegūšanai:

aptauja, intervija, sasniegumu testi matemātikā, Dž. Rāvena progresīvo matricu tests, H.Gārdnera ”Daudzveidīgā intelekta” tests, E.Kļimova profesionālās darbības motivācijas tests, mācīšanās stilu apzināšanas tests (pēc P.Hanija un A.Mamforda metodikas (Honey, Mumford, 1995)), tests, kurš raksturo motivāciju vērstu uz panākumiem vai izvairīšanos no neveiksmes (Хекхаузен, 1982), (Бордовская, Реан, 2000).

Datu apstrādes metodes: Matemātiskās statistikas metodes.

Primārās matemātiskās statistikas metodes: aprakstošā statistika (biežumu sadalījumi, centrālās tendences, variācijas).

Sekundārās matemātiskās statistikas metodes: korelāciju analīze (Pīrsona korelācijas koeficients), T tests, dispersiju analīze (vienfaktora dispersiju analīze ANOVA), neparametriskās statistikas metodes (Spirmena rangu korelācijas koeficients, χ^2 kritērijs (*Chi-Square-based Measures*), Fišera daudzfunkcionālo φ^* kritēriju (Сидоренко, 2002)).

Datu apstrādē izmantotas datu apstrādes sistēma SPSS 10, izklājprogramma MS *Excel*.

Datu ieguvē un apstrādē kā matemātikas studiju procesa realizācijas, izpētes un zinātniskās darbības izpildes matemātiskais un tehniskais nodrošinājums izmantotas datoru matemātiskās sistēmas (DMS) – *Maple, Matlab, Mathematica, Derive*.

Pētījuma zinātniskā novitāte

1. Izstrādāta matemātiskās domāšanas definīcija.
2. Noskaidrota matemātiskās domāšanas attīstības būtība un kritēriji.
3. Pamatotas studiju procesa optimizācijai pedagoģiskās teorijas trīs pieejas:
 - priekšmeta invarianti,
 - loģiskie invarianti (domāšanas stili, loģiskās operācijas),
 - pedagoģiskie invarianti.

Pētījuma praktiskā nozīmība

1. Domāšanas veidu klasifikāciju pēc funkcionālās pazīmes var izmantot matemātikas studiju kursu strukturizācijā atbilstoši mācīšanās mērķiem un uzdevumiem priekšmeta apgūvē.

2. Izvērtētas matemātikas apgūšanas pieejas, ir noteiktas matemātikas priekšmeta apgūvē biežāk sastopamās grūtības un atklātas nepilnības matemātikas kursa saturā.

3. Izveidoti studiju kursi:

”Matemātiskā analīze, analītiskā ģeometrija un diferenciālvienādojumi, 1.,2.”, ”Varbūtību teorija un matemātiskā statistika” (otrā līmeņa profesionālās augstākās izglītības bakalaura studiju programma ”Programmēšanas inženieris”); ”Augstākā matemātika inženierzinātnēs”, ”Matemātiskās metodes vides zinātnē un datori” (otrā līmeņa profesionālās augstākās izglītības bakalaura studiju programma ”Vides inženieris”), ”Augstākā matemātika inženierzinātnēs” (otrā līmeņa profesionālās augstākās izglītības bakalaura studiju programma ”Mehatronikas inženieris”).

Ekonomikas fakultātē: ”Matemātika” (otrā līmeņa profesionālās augstākās izglītības studiju programma ”Ekonomika”, ”Ekonomikas un sociālo zinātņu bakalaura vadībzinātnē”).

4. Promocijas darbā atklātas matemātikas kursa satura pilnveides iespējas, kuras var izmantot citos studiju virzienos.

Izveidoti uz datoru matemātisko sistēmu (*Maple, Matlab, Mathematica*) bāzes balstīti mācību līdzekļi matemātikas studiju kursu apguvei.

Promocijas darba struktūru veido:

Ievads, trīs pamatnodaļas, 71 attēls, 10 tabulas, secinājumi un pedagoģiskās rekomendācijas, literatūras un avotu saraksts un pielikumi.

Promocijas darba pirmajā nodaļā domāšana aplūkota kā darbības, kas vērstas uz dažādu izziņas mērķu radīšanu un risināšanu, piemēram, “ārējo” pazīmju pārveidošanu “iekšējās”, zīmju, simbolikas, modeļu, u.c. izveidošana, veicina pētāmo objektu būtības atklāšanu. Ar nosauktajām darbībām iespējams veidot pāreju no “konkrēti-jutekliskā” uz “mentālo (ideālo)” plānu, vienlaicīgi nodrošinot likumsakarību, attieksmju meklēšanu un izzināšanu.

Ir sniegts domāšanas skaidrojums, domāšanas veidu klasifikācija ievērojot domāšanas operācijas izziņas darbībā un domāšanas kā izziņas procesa funkcijas (apvienojot semantiku un loģiku). Skaidrojot domāšanas procesa jēdzienus, galvenā uzmanība pievērsta darbības un metožu aspektam. Domāšanas kategoriju skaidrojumā izmantots personības struktūras modelis pēc A. Bogdanova (Garleja, Vidnere, 2000).

Saistībā ar domāšanas procesa raksturojumu, domāšanas operāciju un funkciju lietošanu izziņas procesā, ir aplūkotas pedagoģiskās teorijas un matemātikas metodikas, kuras ir izmantojamas mācību procesā balstoties uz V. Davidova, Dž. Djūija, E. Glaserfelda, Dž. Kaputa, L. Vekkerā, I. Žoglas, G. Ščedrovicka, u.c. autoru darbos.

Aplūkota matemātiskā izglītība inovatīvu pārmaiņu periodā, analizēti zinātņu nozares speciālie, loģiskie un psiholoģiskie invarianti kā matemātikas studiju procesu ietekmējošie un raksturojošie faktori.

Promocijas darba otrajā nodaļā aplūkoti autoru viedokļi (G. Harels J. Kaputs, E. Dubinskis, D. Tall, H. Veils, G. Ščedrovickis u.c.) par matemātisko domāšanu kā izziņas darbības līdzekli kognitīvā, afektīvā un sociālā aspektā.

Apkopojot minētos viedokļus par matemātisko domāšanu un izmantojot savu pieredzi studiju procesā, autors ir izveidojis matemātiskās domāšanas definīciju, kura raksturo pieredzes izmantošanu izziņas darbībā un domāšanas aktivizācijā. Autors matemātisko domāšanu definē kā fiksētas zināšanas un kā kognitīvās darbības procesu zināšanu ieguvē un pielietošanā praksē.

Autors izmanto dažādas pieejas un piemērus no matemātikas kursa mācīšanas pieredzes: fenomenoloģiskā pieeju, sociāli – kulturālo pieeju, procesuāli – darbības pieeju, izglītības pieeju, ontoloģisko pieeju un regulatīvo pieeju.

Balstoties uz aplūkotajām problēmu pamatnostādņēm un matemātikas kursa mācīšanas pieredzes tiek analizētas matemātiskās domāšanas izpētes un attīstīšanas iespējas:

- Izmantojot G. Ščedrovicka, S. Kaerijas (*S. Carreira*) nostādnes par jaunu jēdzienu/zināšanu apguves procesa operacionālo raksturu (realitātes objektu stāvokļa formu un pārveidojuma formu) tiek izveidota matemātisko jēdzienu

apguves komponentu shēma statistiskā jeb figuratīvā izpausmē (definīcijas, formulējumi) un operacionālā izpausmē (dinamiski procesi, darbības);

- Izmantojot G. Ščedrovicka, G. Ruzavina izstrādātās loģiskās darbības, kas nepieciešamas operacionālās izpausmes komponentu realizācijai, autors savos pētījumos ar modificētās semiotiskās trapeces palīdzību ir realizējis minētās loģiskās darbības divu dimensiju un trīs dimensiju gadījumā, apvienojot induktīvo un deduktīvo mācību materiāla izklāsta metodi.

Analizēta mērķa veidošanās kā personības intelektuālās aktivitātes raksturotāja un balstoties uz studiju procesa pētījumiem ir sniegtas autora rekomendācijas motivācijas paaugstināšanai.

Tiek aplūkota intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorija (IDPAT) (P.Galperins, N. Talizina, V. Bespaļko) un autora sniegums tās realizācijā. Balstoties uz G.Ščedrovicka, L. Vekkerā nostādnēm par ārējā formā dotu priekšmetiski-praktisku darbību pārnesei iekšējā (mentālā) formā (kas ir IDPAT būtība), uz P. Erdņijeva, B. Erdņijeva nostādnēm par didaktisko vienību integrāciju, autors sniedz dinamiskā modeļa izveides shēmu un tās realizāciju ar DMS Maple.

Izmantojot cilvēka mentālās pieredzes raksturotājus (kognitīvā pieredze, metakognitīvā pieredze, intencionālā pieredze) (M. Holodnaja un Dž. Rāvens), B. Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" kognitīvo domēnu (B. Blūms, D. Vitona (*D. Whetton*)), ir izveidoti matemātiskās domāšanas attīstības kritēriji, kurus izmanto matemātiskās domāšanas izpētē, attīstīšanā un profesionālās kompetences veidošanā.

Ir pētīta metakognīcija matemātiskās domāšanas izpratnei. Apkopojot vairāku autoru (R. Pressley, R. Sternberg, B. Гызеев, P. Erdņijevs, B. Erdņijevs, G. Ščedrovickis u.c.), izmantotās kategorijas dažādu stratēģiju lietošanai attiecīgajā studiju disciplīnā, ir izveidota un ieviesta mācību procesā mācību stratēģiju shēma matemātikas studiju kursu apgūvē.

Aplūkots refleksīvās abstrakcijas process, kurā subjekts, ar domāšanas operāciju palīdzību iegūst jaunas zināšanas (par jaunām objekta īpašībām atbilstoši tā jaunajam stāvoklim). Jāpiebilst, ka iepriekš aplūkotais autora izveidotais dinamiskais modelis ir refleksīvās abstrakcijas darbību realizācijas rezultāts.

Tiek analizēta zīmju-simbolu līdzekļu lietošana jaunu jēdzienu/zināšanu apgūvē izmantojot referatīvajā analizē sastopamos un arī autora veiktajos pētījumos un sniedzot autora rekomendācijas.

Analizēts autora veiktais empīriskais pētījums par DMS kognitīvās pieredzes veidošanu, pētījuma rezultāti izmantoti studiju procesa pilnveidei izveidojot uz DMS bāzes balstītus mācību līdzekļus un ieviešot tos matemātikas studiju procesā.

Promocijas darba trešajā nodaļā intelekts raksturots kā vispārējās prāta darbības spējas, kas reizē ir personības uzvedības vispārinošs rādītājs un raksturo adaptācijas spējas jauniem uzdevumiem reālajā dzīvē.

Nodaļā aplūkotas mācību procesa objektīvās sastāvdaļas – studentu matemātikas sasniegumu un subjektīvās sastāvdaļas – mācību motivācijas, intelekta spēju, profesionālās virzības un motivācijas mijiedarbība ar matemātisko un loģisko domāšanu.

Studentu intelektuālo spēju (kognitīvās gatavības) novērtējumam tika veikti šādi eksperimenti:

1. Hovarda Gārdnera tests studentu spēju novērtēšanai;
2. Dž. Rāvena progresīvo matricu tests;
3. Profesionālās darbības motivācijas tests;
4. Mācīšanās stilu apzināšanas un lietošanas tests.

H. Gārdnera intelekta spēju apzināšana un ievērošana turpmāk ļāva izvēlēties piemērotākas darba formas, piemēram, ar matemātiku saistīto profesiju loka paplašināts skaidrojums, sadarbības procesu variēšana sniedzot intrapersonālā veida pārstāvjiem lielākas izpausmes iespējas uzvedībā un saskarsmē, kinestētiskā veida pārstāvjiem dodot lielākas iespējas patstāvīgam darbam u.c.

Dž. Rāvena progresīvo matricu tests raksturo intelekta produktīvās īpašības, ļauj diagnosticēt cilvēka spējas iemācīties balstoties uz savām vispārināšanas spējām bez ārējo norādījumu iespējām. Tika atklāta statistiski nozīmīga saistība starp Dž. Rāvena testa rezultātiem un sasniegumiem matemātikā. Arī vēlāko gadu pētījumi pierādīja, ka Rāvena testa izmantošana ir mērķtiecīga, jo ļāva savlaicīgi pievērst vajadzīgo uzmanību studentiem ar zemu Rāvena testa vērtējumu – vairumā gadījumu viņiem arī matemātikas sasniegumi nebija augsti.

Tā kā H. Gārdnera tests ļauj saskatīt intelekta spēju saistību ar izvēlēto specialitāti, un respondentu visplašāk pārstāvētais intelekta spēju veids iepriekšējos testos bija intrapersonālās spējas, kas raksturo personības izteiktu individualitāti, darbības skaidru motivāciju, u.c., tad visai pamatoti bija turpināt pētījumu profesijas izvēles aspektā un iekļaut profesionālās darbības motivācijas testu, kura metodiku izstrādājis E. Kļimovs (Ильин, 2000). Testa rezultātu apzināšana ļāva respondentiem spriest, vai izvēlētajā specialitātē atbilst respondenta piederībai testā iegūtajai piecu visraksturīgāko profesiju grupai.

Tika konstatētas arī statistiski nozīmīgas sakarības starp respondentu sadalījumu profesiju grupās un H. Gārdnera intelekta spēju sadalījumu un starp respondentu sadalījumu

profesiju grupās un Rāvena testa rezultātiem. Tas sniedz papildus informāciju saistībā ar respondenta izvēlēto specialitāti un turpmāko studiju procesu.

Matemātiskās domāšanas attīstībai tika izmantoti paņēmieni – problēmas praktiskās un teorētiskās nostādnes izvēlē un realizācijā lietojot matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas: "Zināšanu mobilitāte", "Izziņas metožu variativitāte un validitāte", "Domāšanas kritiskums").

Nosauktās matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas rada pielietojumu arī studentu kognitīvo priekšrocību (mācīšanās stilu) izmantošanā uzdevumu/problēmu risināšanā akcentējot dominējošo zināšanu ieguves veidu – teorētisko vai praktisko. Mācīšanās stilu apzināšana ļāva pasniedzējam realizēt mācīšanas stratēģijas atbilstoši studentu kognitīvās darbības priekšrocībām un savukārt studentiem labāk plānot savu darbību studiju procesā, izmantojot ieteikums atbilstoši atrastajam dominējošajam mācīšanās stilam.

AIZSTĀVĒŠANAI IZVIRZĪTĀS TĒZES

1. Matemātiskās domāšanas vērtības izpratne veicina studentu matemātiskās domāšanas personiskā nozīmīguma apzināšanu.
2. Studiju priekšmeta, loģisko un pedagoģisko invariantu vienotība veido studiju saturu matemātiskās domāšanas attīstībai, matemātikas kā zinātnes apzināšanai, ievērojot šādus nosacījumus:
 - matemātiskās domāšanas attīstība ir studiju mērķa komponents profesionālās kompetences veidošanā,
 - studentu un docētāju sadarbība pedagoģiskā procesā,
 - students kognitīvās darbības specifiku demonstrē kā individualitātes izpausmi, uz ko balstās un kuru veicina studiju process.

1. Domāšana kā realitātes vispārināts izziņas process, atspoguļošana un pastarpināta izpratne.

1.1. Domāšanas jēdziena skaidrojums teorijās un pielietošana pedagogijā

Izziņas procesā cilvēks balstās uz pretrunu noskaidrošanu un meklē problēmas risinājumu, vēršoties pie zināšanu "rezervuāra" (idejām, informācijas, teorijām). Veidojas jaunas, augstākas kvalitātes spējas un sasniegumi (atrisinājumi, vispārinājumi). Tas ir kognitīvās izziņas process, kurā pamatdarbība ir domāšana; veidojas spēja saredzēt vīziju, veidot stratēģiju, diagnosticēt, izvērtēt variantus un pārbaudīt hipotēzi, spēja domāt sistēmiski, īstenot psiholoģiskās gaidas un attīstīt piederības apziņu sabiedrībai.

Domāšana ir psihisks process, darbība ar mērķi izziņāt objektīvo realitāti, atklāt sakarības un atšķirības parādību un norišu starpā, noskaidro cēloņus, paredz attīstību, nosaka cēloņu un seku sakarības. Domāšana aktivizē kognitīvo darbību. Domāšana ir prāta darbība, kas noris pēc loģikas likumiem. Loģika pēta domāšanas formas un likumus, bet abstrahējas no "dzīvās" domāšanas, kas nostiprinājusies cilvēka apziņā. Domāšanas operācijas, formas, metodes, un veidus skaidro psiholoģija un ģenētika. Domāšanas operācijas ir nepieciešamas jēdzienu, spriedumu un slēdzienu veidošanai un konkretizācijai, reālu situāciju izvērtēšanai.

Domāšana palīdz veidot jēdzienus novērtējot, salīdzinot, konkretizējot, analizējot, sintezējot, vispārinot.

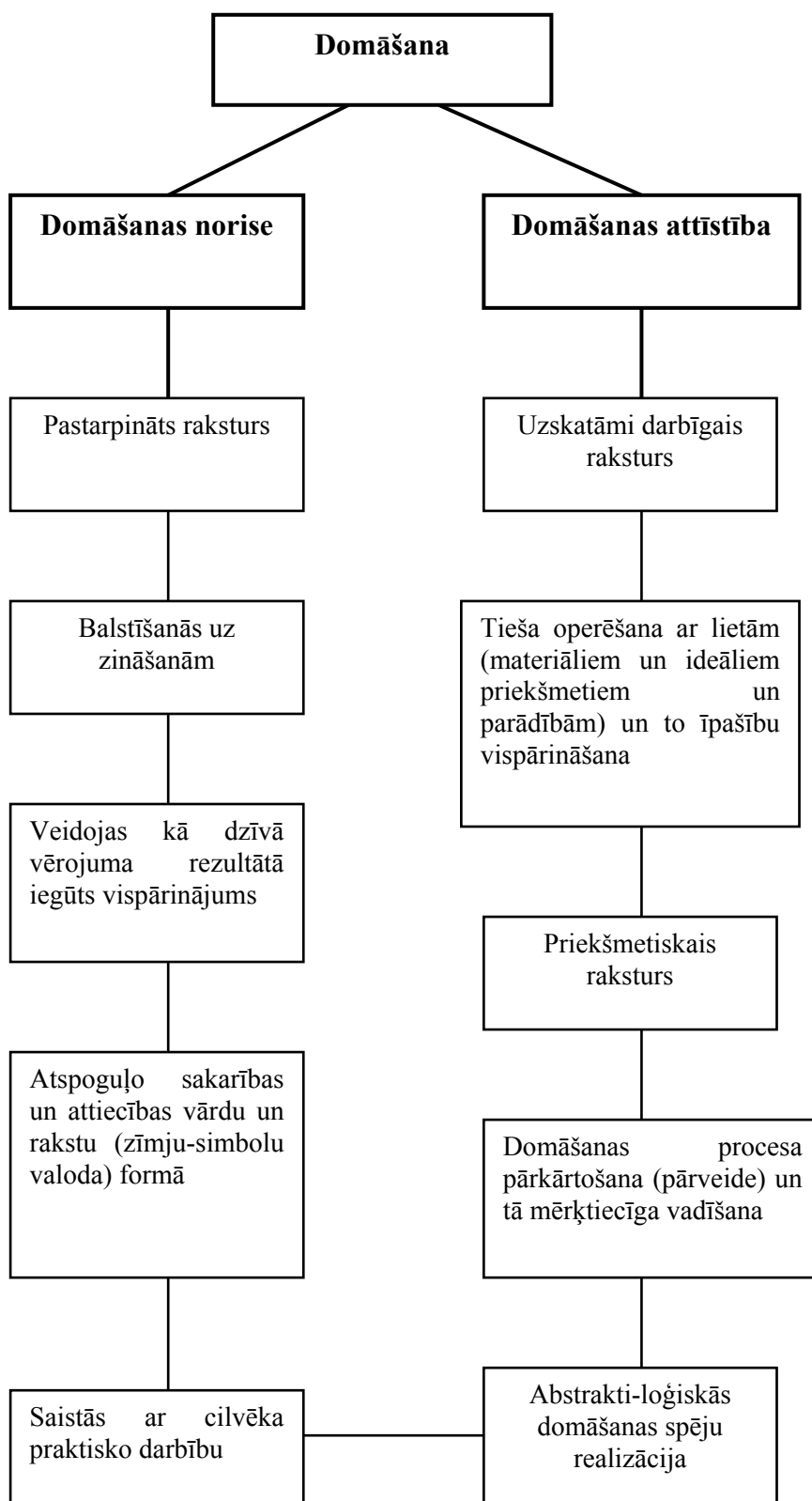
Domas izsaka spriedumos (apgalvo, noliedz, skaidro sakarības starp parādībām un objektiem, prognozē attīstību). Spriedums var izsacīt zināšanas, pārdzīvojumus, šaubas un citus psihiskus aktus. Spriedumos lieto subjekta un predikāta jēdzienus lai raksturotu to attiecības.

Domāšanas procesa noslēguma posms ir slēdziens, kas izpaužas argumentētā pierādījumā, secinājumā, attieksmē.

Domu uzliesmojums, psihofizioloģiska faktu kombinācija izpaužas kā intuīcija, pieredzes un informācijas rezultāts. Domāšanā ļoti svarīgi ir informācijas pārstrādāšana apziņas un zemapziņas līmenī. Saprasta informācija un teorija ļauj to pielietot teorijā un praksē, kļūst par zināšanām. Ja informācija ir tikai iegaumēta, bet nesaprasta, tad tās ir pseidozināšanas, lieks atmiņas piesārņojums. Tādēļ domāšanas procesā ir jānodrošina padziļināta informācijas izpratne. To veicina matemātiskā domāšana un domāšanas kvalitātes, piemēram, dziļums, fundamentalitāte, pamatīgums, abstrakcija, elastība, secība, loģika.

Domāšana (*thinking, reasoning*) ir vispārināta psihiskās darbības forma, kas veido attieksmi un nodrošina sakarus starp izziņas objektiem (Aivars, 1999).

Ar domāšanu saprot kopsakarību noskaidrošanu starp lietām – materiāliem un ideāliem (garīgiem) priekšmetiem un parādībām (Beļickis, 2000), (1.1. att.).



1.1. att. Domāšanas procesa norise un attīstība

Cilvēks izzina apkārtējo pasauli praktiskās darbības rezultātā. Šī darbība ir vēsturiski un sociāli nosacīta: tās veidi ir atkarīgi no cilvēka mērķiem vajadzībām. Apkārtējās pasaules izzināšana sākas ar tās juteklisku atspoguļojumu, bet realitātes objektu attēli rodas cilvēka perceptīvās izzināšanas darbības rezultātā

Jutekliskās atspoguļošanas konkrēto izpausmes formu daudzveidība ļauj cilvēkam izzināt kā lietu atsevišķās īpašības, tā arī saistību starp to atsevišķām sastāvdaļām. Par priekšmetu un parādību attēlu konstrukcijas elementiem var uzskatīt to ārējās īpašības. Tās nosaka izzināšanas saturu jutekliski uztveramā attēla ietvaros. Taču cilvēks vienmēr ir centies izzināt jutekliski netveramo apkārtējā pasaulē.

Apkārtējās pasaules jutekliski netveramo pazīmi, īpašību, to saistības atklāšana kļūst iespējama, sakārtojot tās atbilstoši iespējamām realitātes priekšmetiskajām praktiskās darbības formām. Ar priekšmetiskās darbības palīdzību iegūstamas jutekliski uztveramas zināšanas, kuras ļauj iegūt pētāmā objekta būtisku raksturotāju vienotu kopumu. Taču cilvēka darbībai bieži vien nepietiek ar realitātes ārējo un jutekliski uztveramo zināšanu uzskaitījumu. Šajā gadījumā cilvēka realitātes pārveidojošā darbība vērsta uz priekšmetu un parādību iekšējo īpašību izpēti.

Priekšmetisko un cita veida darbību veikšana pētījamā objekta izpētē un pārveidē, atspoguļojot apkārtējās realitātes priekšmetu un parādību iekšējās īpašības, sakarības un attiecības, ļauj kvalitatīvi paplašināt cilvēka izzināšanas iespēju robežas.

Tas jau ir īpašs izzināšanas process, kas, savas darbības rezultātā apvienojot racionālo un nosacīto, atklājas kā izzināšanas darbības augstākā izpausmes forma – domāšana.

A. Ļeontjevs (Леонтьев, 1981) atzīmē, ka domāšana sniedz zināšanas par objektīvās realitātes būtiskām īpašībām, sakarībām un attiecībām, izzināšanas procesā realizē pāreju no parādības uz tās būtību.

Pastāv tiešie un atgriezeniskie akti un notikumi (*события опосредствования*), pārejot no pētāmās parādības, lietas priekšmetiskās realitātes uz tās ideālo eksistenci. Tieši tur slēpjas domāšanas ideālā daba (Зинченко, 2002).

Arī darbības, kas vērstas uz dažādu izzināšanas mērķu radīšanu un risināšanu, piemēram, “ārējo” pazīmi pārveidošanu “iekšējās”, zīmju, simbolikas, modeļu, u.c. izveidošana, veicina pētāmo objektu būtības atklāšanu. Ar nosauktajām darbībām iespējams veidot pāreju no “konkrēti-jutekliskā” uz “mentālo (ideālo)” plānu, vienlaicīgi nodrošinot likumsakarību, attieksmju meklēšanu un izzināšanu.

Mācīšanās kā pašregulētas darbības teorijas pārstāvis Dž. Bruners uzskata, ka cilvēka izzināšanas procesā noteicošās ir trīs izzināšanas pakāpes (Bruner, Goodnow, Austin, 1956):

1) *aktīvā* (darbīgā); 2) *tēlainā*; 3) *simboliskā*.

Pēc viņa domām, izziņas procesa izpētē vissvarīgākā ir tieši simboliskā izziņas pakāpe – valoda, jo tai ir tieša saistība ar domāšanu.

Viņa uzskatus aplūkojam domāšanas un valodas saistībā ar moderno informācijas tehnoloģiju – datoru-matemātisko sistēmu (DMS) lietojumiem (Garleja, Kangro, 2005), kur atsevišķi jāaplūko **matemātikas zinātniskā valoda** (matemātikas valoda) un **DMS valoda**. Ar matemātikas valodu saprotam matemātikā vispārpieņemto pieraksta formu dažādu matemātisku darbību un operāciju (algebriskās operācijas – saskaitīšana, atņemšana, dalīšana, u.c., atvasināšana, integrēšana, līniju un virsmu vienādojumu konstruēšana, u.c.) realizācijai, turpretī ar DMS valodu – matemātisku darbību un operāciju realizācijai lietojamā DMS simboliskā valoda (atbilstošie operatori īpašā pieraksta formā).

Jaunākās paaudzes DMS (Maple Matlab, u.c.) simboliskā valoda ir ‘‘draudzīga’’ lietotājam, jo ir panākta veicamo darbību un operāciju simboliskās un funkcionālas nozīmes savstarpējā atbilstība, kas daudzos gadījumos atvieglo gan rutīnu darbību un operāciju izpildi, gan arī jaunu jēdzienu apguvi, kur galvenais grūtību cēlonis ir atšķirībās starp jēdziena formu (*sign, concept*), tai atbilstošo apzīmējamo objektu (*object, meaning*) un tā mentālo attēlu (*concept image*) (Kalis, Kangro, 2003-a), (Kalis, Kangro, 2004-b).

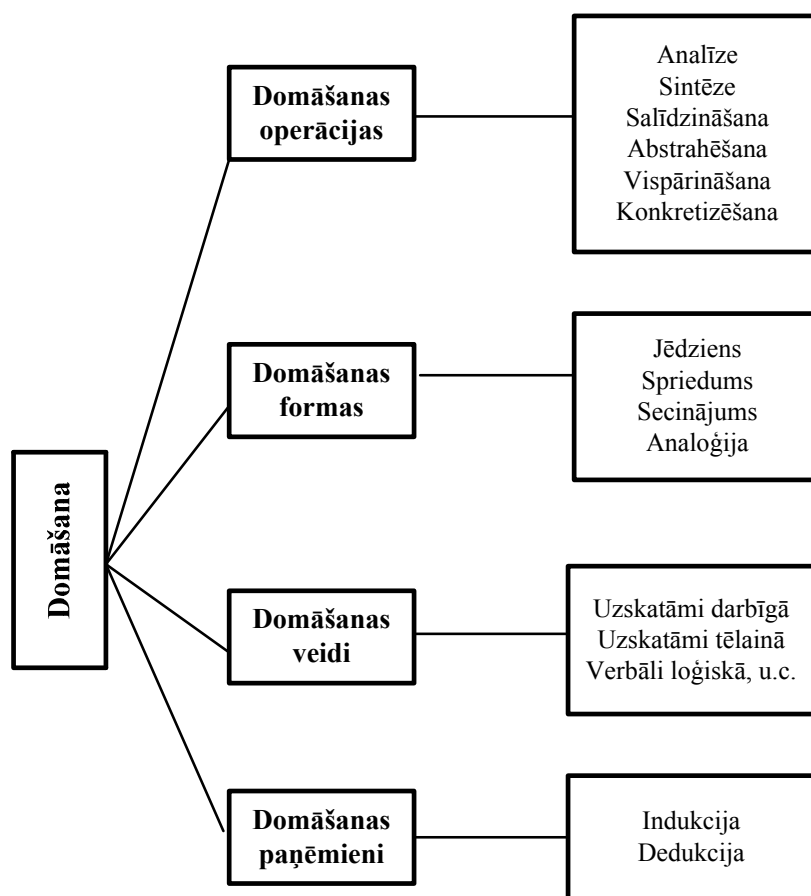
Balstoties uz autoru R. Noss, M. Towned, P. Kent, S. Younie atziņām DMS simboliskās valodas lietojumi plašāk tiks aplūkoti 174.-175. lpp.

Arī pedagoģiski-psiholoģiskā mācīšanās koncepcijas pārstāvis V. Davidovs atzīmē simboliskās valodas nozīmi realitātes teorētiskajā atspoguļošanā, un viņa atziņas ir aplūkojamas šodienas kontekstā – cilvēka valodas, matemātikas valodas un DMS simboliskās valodas mijiedarbība.

Viņš atzīmē, ka modelēšanas procesā, izmantojot objekta matemātisko modeli, tā vizuālo interpretāciju un tiem atbilstošo simbolisko valodu, var atspoguļot pētāmā objekta iekšējās attiecības un sakarības, turpretī katrs no faktoriem (matemātiskais modelis, vizuālā interpretāciju vai simboliskā valoda) aplūkots atsevišķi, tikai fiksē objekta ārējās īpašības (Давыдов, 2004, 165 – 174).

Domāšana savā attīstībā sākumā balstoties uz doto (uztveramo) realitāti, tālāk pārveidojas (transformējas, pāriet) priekšmetiskajā saturā, pārveidojot to gan praktisko rezultātu ieguvei, gan arī pētāmās parādības būtības izzināšanai. Tātad, domāšana funkcionē, balstoties uz kādu konkrētu priekšmetisku saturu, attiecinātu uz kādu darbības sfēru: ‘‘domāšana ir nepārtraukts mijiedarbības process starp izzinošo domājošo subjektu un izziņas objektu ar tā risināmā uzdevuma objektīvo saturu’’ (Вейль, 1989).

Domāšana pārveidojas priekšmetiskajā saturā izziņas procesā ar domāšanas operāciju, formu, veidu un paņēmieni palīdzību (1.2. att.).



1.2. att. Domāšanas saturs

Uz domāšanu balstītu mācīšanās procesu saturiskā aspektā komentē I. Jakimanska (И. Якиманская) un L. Zankovs (Л. Занков) un sniedz attīstošās mācīšanās didaktiskos priekšnoteikumus (Якиманская, 1996), (Занков, 1990):

1. Mācību saturā jāietver studenta iepriekšējā pieredze un līdztekus satura paplašināšanai, integrācijai un vispārināšanai jānodrošina pieredzes pilnveidošanās.
2. Studenta pieredze jāsaista ar mācību materiāla zinātnisko saturu.
3. Apmācības procesam jāsekmē studenta pašizglītība, pašattīstība, pašrealizācija.
4. Mācību materiāla struktūrai jāatbilst studenta izvēles iespējām.
5. Mācību darbības izklāstā nepieciešams akcentēt gan vispārējos loģiskos, gan studiju disciplīnai specifiskos apguves paņēmienus ievērojot to funkcijas apmācāmā personības un profesionālajā attīstībā.
6. Jāveic ne tikai mācību darbības rezultāta, bet visa procesa kontrole un novērtējums.

Attīstošās mācīšanās svarīgākos didaktiskos priekšnoteikumus ir iespējams realizēt ar *studiju priekšmeta speciālo, loģisko un pedagoģisko invariantu* (80. lpp.) (Kangro, 2006-b) palīdzību studiju procesā.

Arī V. Davidovs pierāda audzēkņu psihiskās attīstības saikni ar attīstošo mācīšanos, kur svarīga nozīme ir domāšanai. Teorētisko domāšanu viņš uzskata kā svarīgāko līdzekli izziņas procesos, un tās attīstīšanai visefektīvākā ir deduktīvā mācību materiāla izklāsta metode (Давыдов, 1996), (Давыдов, 2000).

Pētījuma gaitā izmanto V. Davidova atziņas par teorijas saikni ar praksi (deduktīvā mācību materiāla izklāsta paņēmiena saistībai ar induktīvo u.c.), piemēram, praktisko uzdevumu transformācija mācību uzdevumos un pētnieciskos uzdevumos (modelēšana, vizualizācija) ar mērķtiecīgiem datortehnikas lietojumiem (Kalis, Kangro, 2003-a), (Kalis, Kangro 2004-a).

Balstoties uz iegūtajiem zinātniskiem rezultātiem (eksperimentālās bāzes lietošana un teorētisko nostādņu vispārināšana) ((Kalis, Kangro, 2007), (Teirumnieks, Teirumnieka, Kangro, Kalis, 2009), (Kalis, Kangro, Gedroics, 2009)), ir iespējama tādu mācību uzdevumu izveide (Kalis, Kangro 2009), kuri tuvina studiju kursa saturu specialitātei nepieciešamo praktisko problēmu risināšanai.

Piemēram, vispārinot teorētiskās nostādnes par vielas, temperatūras pārnesei problēmām daudzslāņu vidēs ar tām atbilstošajiem mācību uzdevumiem (iestrādātas mācību līdzekļos (Kalis, Kangro 2004-a) u.c.), un izmantojot iegūtos eksperimentālos datus (piemēram, metālu koncentrācijas mērījumi kūdras slāņos), tika izstrādāta metodika metālu koncentrācijas aprēķināšanai neveicot tiešus mērījumus (Teirumnieks, Teirumnieka, Kangro, Kalis, 2009).

Iegūtā pētījuma rezultāti skar matemātisko metožu pielietojumus vides zinātnē (metālu koncentrācijas aprēķināšana dažāda sastāva un arī dziļuma kūdras slāņos, kas tiek veikta paralēli tiešajiem mērījumiem). Tematikas aktualitāti nosaka gan tehniskās grūtības, gan dārgās izmaksas tiešo mērījumu veikšanā.

Tematika ir aktuāla arī didaktiskā aspektā vides inženiera specialitātei, jo vistiešākā veidā ietver gan empīriskās izziņas metodes: tiešie metālu koncentrācijas mērījumi dažādos kūdras slāņos, gan arī teorētiskās izziņas metodes: matemātiskā modeļa sastādīšana (piemeklēšana atbilstoši dotajām praktiskajām nostādnēm un izveide), skaitlisko metožu atrašana, uzdevuma pārveidošana datoru-matemātisko sistēmu (DMS) (MAPLE, MATLAB) valodā, skaitlisko eksperimentu realizācija un to grafiskā vizualizācija, iegūto skaitlisko rezultātu (ar DMS iegūto un tiešajos mērījumos iegūto) salīdzināšana, secinājumu izdarīšana. Savukārt iegūtie rezultāti ļāva sastādīt tiem atbilstošos mācību uzdevumus (Kalis, Kangro, 2009).

Apkārtējās pasaules atspoguļošanas rezultātā iegūtie priekšstati nav tiešs realitātes atspoguļojums, bet gan domāšanas procesā iegūts apkārtējo priekšmetu un parādību aktīvas

pārstrādes rezultāts. **Priekšstats** ir kāda priekšmeta vai parādības vispārināts atspoguļojums, uzskatāms tēls, kas iepriekš uztverts un kas apziņā veidojas, saglabājas un aktualizējas bez pašu priekšmetu vai parādību tiešas iedarbības uz sajūtu orgāniem. Izziņas procesā priekšstats veidojas pēc uztveres un ir abstrakti loģiskās domāšanas nosacījums.

Priekšstats saista jēdzienu nozīmi un jēgu ar lietu attēliem un ļauj apziņai brīvi operēt ar priekšmetu jutekliskajiem attēliem, kuri rodas abstrakcijas rezultātā, vispārinot priekšmetu, parādību, darbību u.c. sākotnēji iegūtos raksturotājus un kopā ar to atbilstošo nosaukumu iegūst simbolisku nozīmi (Aivars, 1999). Operējot ar atbilstošo nosaukumu, indivīda apziņā veidojas priekšstats.

Sakārtojot, salīdzinot ar citiem priekšmetiem abstrakcijas ceļā iegūtos raksturotājus, apzīmējot tos ar atbilstošajiem terminiem vai vārdiskiem formulējumiem, kuri precīzi un viennozīmīgi nosaka veiktā vispārinājuma rezultātu, iegūst **jēdzienu**.

Jēdziens cilvēka apziņā izveidots vispārinājums, abstrakcija, kas atspoguļo priekšmetu vai parādību vispārīgās, būtiskās pazīmes, jēdzienu vārdos izsaka definīcija (Aivars, 1999).

Jēdziens ir domāšanas pamatelements, vispārinātas zināšanas (zināšanu “koncentrāts”) par kādu priekšmetu vai parādību grupu ar līdzīgām un būtiskām pazīmēm (Garleja, 2000).

N. Meteļskis jēdzienu definē kā zinātniskās izziņas formu, kura atspoguļo pētāmo objektu būtiskākās pazīmes un īpašības, kā domās atspoguļotu pētāmo objektu (Метельский, 1982).

V. Davidovs (Давыдов, 2000) atzīmē šādas jēdzienu raksturojošas īpašības:

- eksistē būtiskas pazīmes, ar kuru palīdzību iespējams viennozīmīgi atšķirt vienu priekšmetu klasi no citas;
- jēgas vārdiskā izteiksme;
- izteiktā jēga var būt izteikta arī bez uzskatāmas ilustrācijas, tai var būt abstrakts raksturs.

R. Tennisons un O. Parks (Tennison & Park, 1980) savos pētījumos atklājuši, ka svarīgi izprast ne tikai dotā jēdziena pazīmes, bet arī tā saistību ar citiem jēdzieniem.

Tennisona- Parka jēdzienu veidošanas modelis ir šāds:

1. Pasniedzējs veic jēdzienu sistēmas satura analīzi, izdala atsevišķi doto jēdzienu, norāda tā saistību ar citiem jēdzieniem.
2. Pasniedzējs definē noteiktus jēdzienus, ar tiem saistītos piemērus un pretpiemērus.
3. Pasniedzējs iesaista audzēkņus apskatāmajam jēdzienam atbilstošu piemēru atlasē. Par piemēru izvēles kritērijiem kalpo jau izdalītās jēdzienu galvenās un ar citiem jēdzieniem saistītās pazīmes (blakuspazīmes (*accompanying attributes*)), notiek izvēlēto piemēru analīze un kļūdu korekcija. Vingrinājumu gaitā aplūkoto

jēdzienu pozitīvie piemēri tiek variēti atbilstoši blakuspazīmēm, bet pretpiemēri – atbilstoši galvenajām.

4. Pasniedzējs piedāvā studentiem jaunus piemērus atbilstoši sasniegtajam sapratnes līmenim.

Iepriekš piedāvāto Tennisona-Parka modeli papildina konstruktīvisma filozofijas pārstāvji Dž. Džūijs, E. Glaserfelds, Dž. Kaputs (*J. Dewey, E. Glaserfeld, J. Kaput*). Svarīgākie konstruktīvisma principi matemātiskajā izglītībā ir šādi (E. von Glaserfeld, 1991):

1. Konstruktīvisma pozīcija – zināšanas studentam nevar tikt sniegtas gatavā veidā, var tikai veidot pedagoģiskos nosacījumus veiksmīgai izaugsmei un zināšanu pieaugumam.
2. Mācību motivācijas veidošana saistīta ar studentu iekļaušanu meklējumos, pētījumos un nozīmīgu problēmu (ekonomisko, ekoloģisko, ražošanas u.c.) risināšanu.
3. Mācību satura veidošanā akcentētas vispārinātas koncepcijas, sistēmiskas zināšanas un integratīvas prasmes.
4. Studentu prāta darbības stimulēšana, prasmju veidošana diskutēt par savas domāšanas un darbības izvēles motivāciju, saturīgas saziņas un apsvērumu apmaiņas organizēšana (gan frontāli, gan mazās grupās).
5. Apstākļu radīšana (mācību metodes, formas un vērtēšanas kritēriji), kas akcentē katra audzēkņa intelektuālo spēku, redzes viedokļa īpašo vērtību, personīgo pieeju problēmas risinājumam, situācijas unikālo redzējumu, individuālo domāšanas stilu.

Arī pēc Dž. Džūija koncepcijas skolēns/studenti zināšanas nesaņem gatavā veidā, bet, izmantojot savu pieredzi, tās iegūst darbības, vingrinājumu un hipotēžu pārbaudes ceļā. Uzdevumu/problēmu risināšanā Dž. Džūijs izdala piecas domāšanas pakāpes (Dewey, 1902), (Дьюи, 1997):

- 1) *apgrūtinājuma sajūta;*
- 2) *apgrūtinājuma robežu apzināšana;*
- 3) *priekšstatu veidošanās par problēmu un iespējamiem risināšanas veidiem;*
- 4) *attiecību noskaidrošana starp problēmas iespējamiem risināšanas veidiem;*
- 5) *iespējamo risināšanas veidu lietderības noskaidrošana, optimālā veida izvēle.*

Piedāvātais Tennisona- Parka modelis un Dž. Džūija koncepcija tiek izmantoti pētījumā:

1) mācību līdzekļa satura izkārtojums atsevišķu moduļu (sastāvdaļu) veidā sastāvošu no (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008):

- atbilstošā teorētiskā materiāla izklāsta;

- uzdevumu/problēmu risinājuma tradicionālā veidā (neizmantojot datoru-matemātiskās sistēmas);
- uzdevumu/problēmu risinājums ar informāciju tehnoloģiju (datoru-matemātiskās sistēmas u.c.) lietojumiem.

2) analizējot matemātikas studiju procesu un matemātikas apguves grūtības vidusskolā un augstskolā, izveidojot mācību informācijas satura korektuma un satura piesātinātības kategorijas (Kangro, 2006-b), (87. lpp.);

3) jaunu jēdzienu izpratnē un apgūvē reflektīvās abstrakcijas procesā (Kangro, 2006-a);

4) matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēmas statistiskā un operacionālā izpausmē izveidē (3. pielikums);

5) uzdevuma/problēmas risinājuma posmu sastāvdaļu izveidē (4. pielikums), (Garleja, Kangro, 2007).

Ievērojot zināšanu sniegšanas un ieguves īpašo raksturu (mazāk gatavā veidā), zinātņu nozaru specifiku (agru profilējošo studiju kursu nepieciešamība, saikne ar zinātnes un tehnikas sasniegumiem u.c.), objektīvās grūtības pasniegšanas un apguves procesā saistītas gan ar matemātiku, gan arī ar attiecīgā kursa specifiku, rodas nepieciešamība pēc metodoloģisko zināšanu (*empīriskās un teorētiskās* izziņas metodes (Рузавин, 1999)) iekļaušanas izglītības saturā. Tas prasa empīriskās izziņas metožu (novērošana, eksperiments) un teorētiskās izziņas metožu (idealizācija, modelēšana, analogijas, domu eksperiments) lietošanu, balstītu uz modernajām informāciju tehnoloģijām.

Konstruktīvisma pozīcija rada daudz jaunu izziņas situāciju, kurās subjekts atklāj būtisku neatbilstību savā darbībā, un tās realizācija atbilstoši mērķim ir iespējama akcentējot uzmanību uz domāšanas procesiem, to plānošanu, regulāciju, saskaņošanu.

Konstruktīvisma principu realizāciju nodrošina *studiju priekšmeta (speciālo)* (konkrētas zinātņu nozares likumsakarības, fakti, metodes), *loģisko* (loģiskās operācijas un loģiskās domāšanas paņēmieni) un *pedagoģisko* (informācijas glabāšana un aktualizēšana, savas darbības plānošana, kontrolēšana un koriģēšana atbilstoši mērķim) invariantu (Kangro, 2006-b) lietošana studiju procesā.

Līdzīgu priekšstatu vai parādību sakārtošana un salīdzināšana ir nepieciešamais, bet ne pietiekamais jēdziena veidošanas nosacījums. Tāpēc aplūkosim jēdziena izveidei ļoti svarīgas domāšanas operācijas – **analīzi** un **sintēzi**.

Analīze (*analysis*) ir pētīšanas metode, kuras pamatā ir domāšanas darbība, kas loģiskas abstrakcijas ceļā sadala ideālo vai materiālo objektu sastāvdaļās, pēta katru no tām atsevišķi, nosaka sastāvu, konstatē līdzīgo un atšķirīgo, izzina cēloņus utt., kuras rezultātā priekšstati un parādības tiek sadalīti atsevišķās pazīmēs un elementos (Aivars, 1999).

Sintēze (*synthesis*) ir pētīšanas metode, kuras pamatā ir domāšanas darbība, kas loģiskas abstrakcijas ceļā priekšmetu, parādību vai procesu aplūko veselumā, daļu vienotībā un savstarpējā loģiskā sakarībā (Aivars, 1999).

Savukārt aplūkojot pētāmā objekta pazīmes kopumā, tas ir, veicot sintēzi, iespējams attiecināt iegūtā pētījumu kompleksa rezultātus uz visiem apskatāmās klases priekšmetiem – realizēt **vispārināšanu**.

Vispārināšana (*generalization*) – process, kurā no atsevišķiem faktiem, parādībām u.c. secina ko vispārēju, uz daudziem (visiem) līdzīgiem faktiem un parādībām attiecināmu vai kurā atsevišķam faktam, parādībai u.tml. piešķir plašu, vispārēju nozīmi (Beļickis, 2000).

Analīze un sintēze kā veicamās praktiskas darbības vai domāšanas operācijas, jāuzlūko par izzināšanas un apmācības procesa galvenajām sastāvdaļām.

Problēmas/uzdevuma analīze ietver:

- 1) tā sadalīšanu nosacījumā (dotie lielumi) un veicamajā uzdevumā, mērķī,
- 2) nosacījuma (doto lielumu) sadalīšanu atsevišķās daļās;

problēmas/uzdevuma sintēze ietver:

- 1) tā atsevišķo daļu apvienošanu grupās;
- 2) realizē mērķa sasniegšanu, kur:
 - nosacījums – apstākļi, no kura ir atkarīgs, lai pastāvētu kāds objekts vai īstenotos kāda norise, process vai darbība (Beļickis, 2000);
 - sākuma stāvoklis, dati, dotie lielumi, (*givens*) – problēma sākas ar zināmu, noteiktu apstākļu, objektu, informācijas daļu u.t.t., sākuma stāvokli, kas ir dots problēmas risināšanas sākumā (Mayer, 1991);
 - mērķis (*aim, goal, objective*) – domās prognozētais (paredzētais) darbības vēlamais rezultāts, tas, ko cenšas panākt, sasniegt, kas piešķir virzību; ir svarīgi mērķi precīzi formulēt, lai var pārbaudīt, vai mērķis ir sasniegts (Beļickis, 2000),
 - uzdevums, mērķis (*goals*) – vēlamais vai iedomātais problēmas gala rezultāts (Mayer, 1991).

Analīze un sintēze kā domāšanas procesa sākotnējās operācijas tālāk pārveidojas no tām atvasinātajās operācijās – abstrahēšanā un vispārināšanā.

I. Žogla (Zogla, 2001) atzīmē, ka analīze un sintēze ir domāšanas operācijas, mācīšanās prasme, kas nodrošina spēju radoši domāt.

Līdztekus izzināšanas procesa svarīgākajām sastāvdaļām priekšmetu un parādību izpētē nepieciešamas arī pārējās domāšanas operācijas: salīdzināšana, sistematizācija, klasifikācija, abstrahēšana un konkretizēšana.

Salīdzināšana (*comparing, comparsoin*) ir domāšanas darbība, kurā kādu parādību vai jēdzienu sastata ar citu parādību vai jēdzienu, meklējot līdzību vai atšķirību; tādu pazīmju atklāšana, kas vieno vai atšķir parādības vai jēdzienus (Beļickis, 2000).

Salīdzināšana ir mācību metodes nozīmīga sastāvdaļa un kā mācīšanās prasme tā ir sastopama (realizējama) atšķirīgos didaktiskos modeļos (Žogla, 2001):

- Komunikatīvajā modelī dialogā starp skolotāju un skolēnu vai skolēnu un skolēnu tiek salīdzinātas lietas un parādības pēc to būtiskām pazīmēm, argumentējot un ilustrējot;
- Pragmatiskajā modelī, veidojot skolēnu praktiskās prasmes, tāpat ir iespējams un nepieciešams salīdzināt, lai pilnīgāk apgūtu darbību ar kādu priekšmetu, izzinot tā īpašības un īpašību izpausmes dažādās situācijās.

Pamatojoties uz salīdzināšanā atrasto priekšmetu un parādību kopīgajām pazīmēm, rodas dažas vispārināšanas formas.

Sistematizācija (*systematization*) ietver domāšanas operācijas, kurās pētāmos objektus sakārto pēc noteiktas **sistēmas** (*system*). Ar sistēmu saprotam (Beļickis, 2000):

- kādu elementu (priekšmetu, parādību, jēdzienu) izkārtojumu noteiktās, savstarpēji saistītās attiecībās, strukturētā veselumā, saglabājot katra elementa relatīvu patstāvību;
- savstarpējās attiecībās un sakarībās esošu elementu kopu, kas veido kvalitatīvi jaunu veselumu, vienību ar noteiktām funkcijām.

Tā kā sistematizācijā notiek analīzes, sintēzes, vispārināšanas un salīdzināšanas rezultātu apkopošana, tad tai ir svarīga nozīme gan apmācībā, gan domāšanas un atmiņas attīstībā.

Svarīgs sistematizācijas veids ir **klasifikācija** (*classification*) – loģiska, analītiska operācija objektu, parādību un jēdzienu iedalīšanai grupās, apakšgrupās, klasēs, kategorijās u.tml. pēc to kopīgām un/vai līdzīgām pazīmēm (Beļickis, 2000).

Abstrahēšana (*abstraction*) ir domāšanas operācija, kurā tiek veidots vispārināts realitātes atspoguļojums – tēls, priekšstats, jēdziens u.tml. (Beļickis, 2000). Tā ir viena no svarīgākajām domāšanas operācijām, kurā no izziņas objekta tiek izslēgtas vienas īpašības un tiek izdalītas citas. Abstrahēšana var būt jutekliska, uzskatāma (shēmas, zīmējumi, rasējumi) un tās augstākā forma – domāšanas operācija, kuras rezultātā rodas jauns ideālas dabas objekts – jēdziens. Abstrahēšanas rezultātā parasti rodas (tiek iegūti) matemātiski jēdzieni.

Abstrahēšanai pretēja domāšanas operācija ir **konkretizēšana** (*concretization*) –pāreja no vispārīgās idejas vai priekšstata uz tā konkrētu variantu, iespējams, pateicoties cilvēka pieredzei (Aivars, 1999), kura atklāj zinātnisku abstrakciju saturu, iekļaujot tās reālu faktu un attieksmju sistēmā.

Konkretizēšana atšķiras no **ilustrācijas** (*illustration*) (attēls, uzskatāms konkrēts piemērs, vārdisks skaidrojums u. tml. teksta papildināšanai vai paskaidrošanai (Beļickis, 2000)), kura ar vienu vai vairāku piemēru palīdzību paskaidro tikai kādu atsevišķu likumu.

Izziņas procesā iegūtos rezultātus izsaka spriedumu veidā. **Spriedums (apgalvojums)** (*judgement, statement*) ir domāšanas forma – spriešanas rezultāts, kurā apgalvojot vai noliedzot tiek atklāts, ka priekšmetam, parādībai tā vai cita pazīme ir vai arī šādas pazīmes nav. Tā ir doma par priekšmetu noteiktu īpašību vai attiecību esību vai trūkumu (Beļickis, 2000). Katrā spriedumā ir saistīti trīs loģiskie elementi: objekts (priekšmets), predikāts un saikne (operācija). Piemēram, riņķa līnija (objekts) ir (operācija) tādu punktu ģeometriskā vieta, kur visi punkti atrodas vienādā attālumā no dotā punkta – riņķa līnijas centra (predikāts).

Ja rodas šaubas par sprieduma patiesumu, tad domāšanas procesā spriešanas (reasoning) (savu domu formulēšana un attieksmes izteikšana par kādu jautājumu (Beļickis, 2000)) ceļā noskaidro, vai izteiktais spriedums ir patiess vai aplams.

Deduktīvās zinātnēs, piemēram, matemātikā pielietotās spriedumu metodes nodrošina izteikto spriedumu stingrību (teorēmas). Induktīvās zinātnēs, piemēram, ķīmijā izteiktos spriedumus pierāda ne tikai spriešanas ceļā, bet daudzos gadījumos arī eksperimentāli. Šeit izdarītais spriedums nav stingri pierādīts, bet ir ticams kā zinātniski pamatots pieņēmums – **hipotēze** (hypothesis) (zinātnisks pieņēmums, kas tiek izvirzīts, lai izskaidrotu kādu jaunu, vēl neizpētītu parādību vai procesu, tā cēloņus, ticamību un ko nevar pārbaudīt un pierādīt ar jau esošajām zinātnes atziņām (Beļickis, 2000)).

Spriešanas process ietver mērķa formulēšanu, situācijas analīzi, būtisko sastāvdaļu atdalīšanu no nebūtiskajām, pētījuma plāna izstrādi un tā realizāciju. Spriešana realizējas spriedumu jeb apgalvojumu un **slēdzienu** jeb **secinājumu** formā. Ar slēdzienu jeb secinājumu (conclusion, inference, deduction (logic)) saprotam domāšanas formu, kurā no viena vai vairākiem spriedumiem (premisām) tiek atvasināts (izsecināts) jauns spriedums (secinājums), kas izriet no pamatspriedumiem (Beļickis, 2000).

Pētījuma procesā slēdziens ir universāls izziņas līdzeklis secinājumu ceļā iegūstot rezultātu, veicot pierādījumu, sistematizējot iegūtās zināšanas, pārbaudot hipotēzi, u.tml. Ar slēdziena palīdzību iespējams iegūt jaunas zināšanas neveicot eksperimentu un praktisko pārbaudi tādā veidā ievērojami paplašinot zinātniskās izziņas iespējas (sk. jaunu zināšanu iegūšana ar plāna-kartes palīdzību, 180. lpp.).

Spriedumus, no kuriem izdara slēdzienu, sauc par **premisu** (premise), bet spriedumu, kuru iegūst premisu salīdzināšanas rezultātā, sauc par slēdzienu. Slēdziena formulēšanas procesā aplūkojamie spriedumi jāaskaņo cits ar citu atbilstoši loģikas likumiem. Premisu un

loģikas likumu patiesuma ievērošana nodrošina patiesa slēdziena iegūšanu. Praksē bieži aplūko deduktīvo, induktīvo un uz analogiju balstītu slēdziena formu. Loģikā šīs formas aplūko saistībā ar loģikas likumiem, ar formu nozīmi izziņas procesā, kā arī pēta loģiskās kļūdas slēdziena izdarīšanas procesā, psiholoģijā – pēta audzēkņu prasmes pareizi izdarīt slēdzienus.

Izziņas procesā īpaši praktiskajā darbībā cilvēks izdara secinājumus un vispārinājumus, balstoties uz atsevišķiem gadījumiem, faktiem – veic **indukciju**. Indukcija (*induction*) ir loģisks secināšanas veids un pētīšanas metode, kas pamatojas uz atsevišķu faktu vai gadījumu vispārināšanu, domāšanas gaita no atsevišķā uz vispārīgo (Beļickis, 2000). Ja induktīvais secinājums iegūts apskatot visus iespējamus atsevišķos gadījumus, tad secinājums iegūts ar **pilno** indukciju un tas ir patiess, pretējā gadījumā ir **nepilnā** indukcija un iegūtais secinājums ne vienmēr būs patiess. Šāds secinājums jāuzskata par hipotēzi un tikai pēc pārbaudes to var pieņemt kā zinātnisku faktu. Ja nav nepieciešams stingrs pierādījums, tad nepilno indukciju var izmantot spriedumu ilustrācijai un pamatošanai.

Līdztekus nepilnai indukcijai hipotēžu un minējumu pamatu veido arī slēdziens balstīts uz objektu kādu īpašību vai attieksmju līdzību – **analogiju** (*analogy*) – priekšmetu, parādību un procesu līdzība kā viens no to savstarpējās atbilstības raksturojumiem (Beļickis, 2000). Uz analogijām balstīti secinājumi arī ir jāpārbauda un to izziņāšanas vērtība ir atkarīga no tā, cik būtiska ir pētāmo objektu un attieksmju līdzība.

Izziņas procesā, arī teorētiskajā domāšanā jāizdara secinājumi, kur vispārējais stāvoklis jāpielieto atsevišķam gadījumam (piemēram, risinot pierādījuma uzdevumus) – **dedukcija** (*deduction*). Dedukcija ir loģiskās secināšanas veids un pētīšanas metode, kurā secinājumi ar loģisku nepieciešamību izriet no viena vai vairākiem vispārīga rakstura atzinumiem, tā ir domāšanas gaita no vispārīgā uz atsevišķo. Dedukcijas priekšnoteikumi (premisas) ir aksiomas, postulāti, principi, likumi vai hipotēzes, kam ir vispārīga atzinuma raksturs, bet dedukcijas rezultāts – secinājumi, teorēmas – ir atsevišķi gadījumi no vispārīgā (Beļickis, 2000).

Indukcija un dedukcija ir cieši saistītas. Induktīvos secinājumus pārbauda, pierāda ar deduktīvām metodēm, bet pēdējās dažkārt balstās uz induktīvajām metodēm kā uz premisām.

Arī pētījumā tika veikta dinamisku procesu (piemēram, diferenciālvienādojuma atrisinājuma) norises skaidrojums izmantojot *induktīvā* un *deduktīvā* izklāsta paņēmieni apvienojumu (sk. diferenciālvienādojuma atrisinājuma interpretācija, 1. pielikums).

Matemātiskā komplicētība (diferenciālvienādojuma atrisinājums ir divu argumentu funkcija un abi argumenti mainās vienlaicīgi) un vizuālā interpretācija (divu argumentu funkcija telpā

nosaka virsmu, kura veidojas abiem argumentiem mainoties vienlaicīgi) rada procesa izpratnes grūtības.

Tika izmantotas šādu autoru atziņas:

1. L. Vekkerā un G. Ščedrovicka izstrādātā metodika komplicētu matemātisku jēdzienu/objektu, dinamisku procesu/parādību izpratnei:

- adekvāti jāsaskaņo ar zīmēm-simboliem (formulas, shēmas, algoritmi u.c.) veicamās darbības/operācijas ar tām strukturāli-priekšmetiskajām laika-telpas komponentēm, kuras atspoguļo (vizualizē) pētāmo procesu/objektu (Беккер, 2000),
- jānodrošina saikne starp zīmju formu (zīmēm-simboliem) un saturu (zīmes nozīme, apzīmējamais objekts) reproducējot tieši atbilstošo pētāmo procesu/objektu un tā mentālo attēlu (Щедровицкий, 1995).

2. L. Kudrjavceva induktīvās un deduktīvās izklāsta metodes sasaistes nepieciešamība matemātikas apgūvē, kur induktīvās pieejas lietderīgumu nosaka aktīvas materiāla apgūves formas vērstas uz atsevišķo gadījumu vispārinājumiem, bet deduktīvās pieejas – vispārīgu atzinumu konkrētas ilustrācijas un piemēri (Кудрявцев, 1980, 130).

Temperatūras sadalījuma (diferenciālvienādojuma atrisinājuma) izveidē un interpretācijā tika realizētas šādas pakāpeniskas pārejas:

- a) ar *induktīvo* izklāsta paņēmieni: viendimensijas-divdimensiju-trīsdimensiju telpa;
- b) ar *deduktīvo* izklāsta paņēmieni: trīsdimensiju-divdimensiju-viendimensijas telpa.

Paredzot arī datortehnikas izmantošanu abu izklāsta metožu sasaisti nodrošina konceptuālais modelis, (127. lpp.) kurš ļauj:

- a) *ilustrēt* pētāmo procesu un tā shēmu; b) *izskaidrot* tās darbības principus.

Abi izklāsta veidi apskatāmajam procesam nodrošina trīsfāzu veseluma pieeju (“atsevišķais – vispārīgais – atsevišķais”, “konkrētais – abstraktais – konkrētais”), kas realizēta kopā ar konceptuālo modeli, atvieglo apskatāmā dinamiskā procesa izpratni gan loģiskā, gan arī vizuālā aspektā.

Aplūkotās domāšanas operācijas (salīdzināšana, konkretizēšana, vispārināšana, analīze, sintēze, abstrahēšana, klasificēšana) ir svarīgi izziņas darbības paņēmieni skolēnu/studentu kognitīvajā uzvedībā un reizē veic arī svarīgus mācību un audzināšanas uzdevumus. Nosaukto operāciju stimulēšanā ļoti noderīgi ir izziņas uzdevumi/problēmas.

Galvenās nostādnes izziņas uzdevumu/problēmu izveidē (Žogla, 1994, 154–155) ir šādas:

1. Rosināt skolēnus formulēt pēc iespējas vairāk jautājumu, uz kuriem ir iespējamas gan izvērstas un argumentētas atbildes, gan arī atbildes tikai ”jā” vai ”nē”, jo tā ir grūtāk

uzminēt, bet ir jādomā analītiski. Ir jāmeklē aplūkojamā priekšmeta vai parādības "robežas", ne tikai zinot tās būtību un fiksējot galveno pazīmi, bet prast arī atteikties no līdzīgām pazīmēm, taču maldīgām.

2. Uzturēt jautājumu producēšanu, nereagējot uz pareizu atbildi uzreiz, ja tā šķiet vienkārši uzminēta. Uzkrāt visas atbildes un tad aicināt skolēnus pamatot savu atbildes vai risinājuma variantu.

3. Uzsvērt risinājuma variantus, kuri atšķiras no jau piedāvātajiem ar ko negaidītu, oriģinālu, atjautīgu, humoristisku.

4. Rosināt skolēnus formulēt hipotēzes un pamatot tās, reizē izkopjot valodas precizitāti.

5. Nenoliegt skolēnu hipotēzes vai risinājuma variantus, arī tos, kuri šķiet neloģiski. Lielāka nozīme būs skolēna paša pierādījumiem un secinājumiem.

6. Atbalstīt skolēnu sadarbību risināšanas laikā. Ja skolēns kā personība jutīsies aizsargāts, tad viņš pūlēsies atrisināt uzdevumu patstāvīgi, tādējādi pārbaudot un apliecinot savas spējas un risinājuma norakstīšana kļūs nepieņemama. Tad izziņas procesā darba kultūra veidosies bez īpašām skolotāja audzinošām pūlēm.

Galvenā atšķirība starp izziņas un mācību uzdevumu ir atrisināšanas noteikumu meklēšana un pārveidošana izziņas uzdevumā pretstatā bezproblēmu mācību uzdevumiem, kuros nereti reizē ar risināšanas principu turpat ir doti arī paņēmieni tā izpildei.

Vispārēju shēmu mācību un izziņas uzdevumu/problēmu risināšanā piedāvā evristiskās (radošas pieejas problēmu risināšanā) pārstāvis Dž. Poija (*G. Polya*) (Поля, 1977; 1976):

1. Izprast uzdevumu:

- Vai tu saproti katru vārdu uzdevumā?
- Vai vari formulēt uzdevuma noteikumus saviem vārdiem?
- Paskaidro, kas ir dots.
- Paskaidro, kas ir jāatrod/jāpierāda.
- Vai pēc tavām domām uzdevumā pietiek informācijas?
- Vai uzdevums ir līdzīgs jau kādam no iepriekš risinātajiem?

2. Sastādīt uzdevuma risināšanas plānu:

- Izsaki minējumus, iedziļinies problēmā un pārbaudi tos praksē;
- Ieved (definē, atrodi) mainīgo lielumu, kurš saista ar dotos nosacījumus un nezināmo lielumu/lielumus;
- Meklē likumsakarību/likumsakarības problēmas nostādnē, dotajos nosacījumos;
- Sastādi iespējamus risinājuma variantus;
- Atrisini uzdevumam/problēmai atbilstošu vienkāršāku uzdevumu;

- Izveido zīmējumu/rasējumu;
- Lieto tiešo risinājuma/pierādījuma metodi;
- Lieto apgriezto risinājuma/pierādījuma metodi;
- Izmēģini skaitliskā risinājuma iespējas;
- Risini analogisku uzdevumu/problēmu;
- Risinājumā izmanto marginālus gadījumus un iespējas (robežgadījumi, speciāli stāvokļi);
- Sastādīt uzdevumu/problēmu raksturojošus vienādojumus;
- Izmēģini lietot simetrijas likumus;
- Izveido uzdevuma/problēmas vai objekta/situācijas modeli.

3. *Realizēt plānu* (plāna realizācijā ietilpst uzdevumu risināšanas shēmas pirmajā punktā formulēto jautājumu un otrajā punktā formulēto sastāvdaļu (nosacījumu) izpilde ievērojot šādas rekomendācijas):

- mērķtiecīgi realizēt iepriekšējos punktos aplūkotos evristiskos jautājumus risināšanas plāna nosacījumus, katru iesākto darbību/operāciju novedot līdz galam.
- ja uzdevuma/problēmas risinājums neizdodas pirmajā reizē, to vajag atkārtot.

4. *Pārbaudīt risinājumu:*

- Vai ir iegūts pareizais atrisinājums?
- Vai iegūtais rezultāts atbilst uzdevuma nosacījumiem?
- Vai uzdevumu/problēmu ir iespējams atrisināt arī citādā, varbūt racionālākā veidā?
- Vai ir iespējams vispārināt iegūto atrisinājumu arī uz citiem gadījumiem?

I. Žoglas un D. Poijas pieejas uzdevumu/problēmu risināšanā tiek izmantotas:

1) testu matemātikā (Kangro, 2005) un patstāvīgā darba uzdevumu izveidei matemātikā, (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008);

2) matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēmas statiskā un operacionālā izpausmē izveidē (3. pielikums);

3) matemātiskās domāšanas attīstības modeļa (187. lpp.) (Garleja, Kangro, 2003-a) izveidē;

4) izziņas attieksmes (uzkrātās pieredzes) izpētē, kuru veicam lietojot *pedagoģiskos invariantus* pētīt (Kangro, 2006-b) (92. lpp.):

a) attieksmi pret matemātikas kursa studiju formām un pasniegšanas metodēm;

b) attieksmi pret gatavošanos matemātikas nodarbībām;

c) pašvērtējumu matemātikas zināšanu apgūvē u.c.

Izmantojot aplūkotās domāšanas operācijas – vispārināšanu, abstrahēšanu, induktīvo un deduktīvo loģiskās secināšanas veidu, G. Šcedrovickis domāšanu uzlūko divos aspektos (Щедровицкий, 1995, 455 – 457):

- domāšana kā fiksētas zināšanas, kā noteiktu objektu attēls;
- domāšana kā process vai darbība, kurā zināšanas veidojas un tiek pielietotas praksē.

Realizējot viņa pieeju, domāšanas operāciju būtība ir pētāmo objektu aizvietošana ar citiem objektiem (etaloniem (*эталонами*), ”vidutājiem” (*посредниками*)) vai *zīmēt*, tā ļaujot izmantot objekta attēla raksturojumu kā līdzekli objekta tālākai izpētei un shēmu veidošanai (Щедровицкий, 1995, 2 – 9, 513 – 524).

Pētāmo objektu analīzi var veikt divos aspektos:

- pirmkārt, *loģiskās struktūras* izpēte, noskaidrojot, kas ir iegūts un kādā veidā, objektīvā satura izpētē jāsniedz loģisko kategoriju vispārīgs raksturojums;
- otrkārt, *loģisko procesu* izpēte noskaidrojot, kādā veidā, kādu procesu, darbību, domāšanas operāciju rezultātā ir iegūts pētāmais objekts.

Tātad, pirmajā gadījumā notiek zināšanu un jēdzienu loģiskās struktūras izpēte, bet otrajā gadījumā – to ieguves loģisko procesu (operāciju, paņēmieni, izpētes veidu) analīze.

Iepriekš aplūkotais domāšanas traktējums ietver zināšanu sistēmas attīstīšanu un veiktā procesa analīzi, kas ir svarīgi mācību darbībā.

Galvenais mācību darbības uzdevums ir **teorētiskās domāšanas** izveide un attīstīšana, jo tā, atšķirībā no **empīriskās domāšanas**, kura veic priekšmetu un parādību katalogizāciju un klasifikāciju, savā izziņas darbībā ļauj attīstīt ne tikai zināšanas un prasmes, bet arī pašu spēju mācīties (Давыдов, 1996), (Давыдов, 2000).

Tā realizācijai ir nepieciešams mācību darbības saturā iekļaut teorētisko zināšanu sistēmu (Давыдов, 2000), (Щедровицкий, 1995):

- 1) **satura vispārināšana** (*содержательное обобщение*) – atklāj pētāmā objekta ģenētiski pamatotās, teorētiski būtiskās īpašības un attiecības, to izcelsmes (ģenēzes) un pārveidošanas (transformēšanas) nosacījumus;
- 2) **satura abstrahēšana** (satura komponente) (*содержательное абстрагирование*) – sākotnējās, būtiskās pazīmes nodalīšana (fiksēšana) dotajā materiālā un tā pārveide zīmju-simbolu formā;
- 3) **teorētisko jēdzienu sistēma** (*теоретические понятия*) – noderīga ne tikai objekta raksturošanai, bet arī kā bāze objekta pārveidei, jaunu zināšanu iegūšanai.

Saturiskās vispārināšanas darbība raksturo virzību no abstraktā uz konkrēto, no vispārīgā uz atsevišķo – te pakāpeniski tiek iegūtas objektu raksturojošas, arī mazāk būtiskas, “konkrētas”

abstrakcijas, kas ir ļoti svarīgi mācību satura modernizēšanā arī ar datoru-matemātisko sistēmu lietojumiem.

V. Davidovs raksturojot teorētisko un empīrisko domāšanu, reizē norāda arī būtiskās atšķirības starp šiem procesiem (Давыдов, 2000, 366 – 367):

1. Teorētiskās zināšanas rodas analizējot funkcijas un nozīmi dažādām attiecībām, kuras raksturo sistēmas iekšējo struktūru.

2. Salīdzināšanas procesā notiek kādai priekšmetu grupai (kopai) formāli kopīgas īpašības izdalīšana (fiksēšana). Šīs īpašības pārzināšana ļauj attiecināt atsevišķus priekšmetus noteiktai klasei neatkarīgi no tā, vai šie priekšmeti ir savstarpēji saistīti vai nav. Analīze, sniedzot viengabalainas sistēmas vispārīgo pamatojumu un būtību, ļauj atklāt tās ģenētisko sākotni.

3. Empīriskās zināšanas (to pamatā ir novērošana) atspoguļo priekšmetu ārējās īpašības un tāpēc (tās) pilnībā balstās uz uzskatāmiem priekšstatiem.

Teorētiskās zināšanas rodas priekšmetu pārveidošanas rezultātā, tās atspoguļo priekšmetu iekšējās attiecības un sakarības. Atveidojot priekšmetu teorētisko zināšanu formā, domāšana iziet ārpus jutekliskajiem priekšstatiem.

4. Formāli kopēja īpašība tiek ierindota starp priekšmeta īpašajām (*особенными*) īpašībām un tā atsevišķajām (*единичными*) īpašībām. Teorētiskajās zināšanās tiek fiksēta saistība starp reāli eksistējošu vispārīgo attiecību un tās dažādām izpausmēm, saistība starp vispārīgo un atsevišķo.

5. Empīrisko zināšanu konkretizācija ir attiecīgajā klasē ietilpstošo ilustrāciju, piemēru izvēle. Teorētisko zināšanu konkretizācija – viengabalainas sistēmas īpašo un atsevišķo izpausmju izdalīšana (atrašana) un izskaidrošana.

6. Nepieciešamais līdzeklis empīrisko zināšanu fiksēšanai (izdalīšanai) ir vārdi-termini (*слова-термины*). Teorētiskās zināšanas izpaužas galvenokārt kā domāšanas veidi, pēc tam jau kā dažādi zīmju-simbolu līdzekļi, tas ir ar dabiskās vai mākslīgās valodas palīdzību.

Induktīvās un deduktīvās mācību materiāla izklāsta metodes sasaiste tiek nodrošināta P. Erdņijeva un B. Erdņijeva (Эрдниев П., Эрдниев Б.) izstrādātajā metodikā ar didaktisko vienību paplašināšanu apvienojot jeb **didaktisko vienību integrāciju** (DVI) (*укрупнение дидактических единиц*) (Эрдниев П., Эрдниев Б., 1986), (Эрдниев, П., 1992), (Бершадский & Гузеев, 2003, 104–112).

Metodikas konceptuālie pieņēmumi:

- 1) atrisināto vienādojumu salīdzina ar tam atbilstošo nevienādību;
- 2) ievēro uzdevumu sastādīšanas un risināšanas vienotību (reizē ar atrisināto uzdevumu sastāda tam apgriezto uzdevumu);

- 3) pārbauda iegūto identisko pārveidojumu, ievietojot burtu izteiksmē skaitliskas vērtības;
- 4) vispārina skaitliski iegūto sakarību vai likumu ar burtu izteiksmes palīdzību;
- 5) vienlaicīgi aplūko divu un trīs dimensiju telpas elementus;
- 6) tiešās un apgrieztās teorēmas pierādījumus izpilda kopā ar vienu un to pašu grafisko shēmu;
- 7) saista induktīvo un deduktīvo mācību materiāla izklāsta metodes (piemēram, vienā gadījumā formula vai jēdziens trīs dimensiju telpā tiek iegūti kā divu dimensiju telpas vispārinājums, bet citā gadījumā – divu dimensiju telpas formula vai jēdziens kā attiecīgo trīs dimensiju telpas elementu atsevišķs gadījums);
- 8) lieto konstruktīvās pieejas elementus, kuri psiholoģiski nodrošina trīsfāzu veseluma pieeju zināšanām (“atsevišķais-vispārīgais-atsevišķais”, “konkrētais-abstraktais-konkrētais”).

Satura īpatnības:

- 1) vienlaicīgi apgūst savstarpēji apgrieztas operācijas (saskaitīšana un atņemšana, reizināšana un dalīšana, kāpināšana pakāpē un saknes vilkšana, likšana iekavās un iekavu atvēršana, atvasināšana un integrēšana, utt.);
- 2) salīdzina pretējus jēdzienus, apskatot tos vienlaikus (tiešā un apgrieztā teorēma, tiešā un apgrieztā funkcija, periodiska un neperiodiska funkcija, augošas un dilstošas funkcijas, nepretrunīgi un pretrunīgi vienādojumi, utt.);
- 3) sastata (pretstata) radniecīgus un analogiskus jēdzienus (vienādojumus un nevienādības, aritmētiskās un ģeometriskās progresijas, tiešā un apgrieztā proporcionalitāte, funkcijas $\sin(x)$ un $\cos(x)$ definīcija un īpašības, utt.);
- 4) sastata darba etapus (vingrinājumus, risināšanas paņēmienus: grafiskais un analītiskais; ģeometriskais un analītiskais, pierādījumi spriedumu ceļā un ar shēmu palīdzību, utt.).

Metodikas īpatnības.

Metodiskās struktūras pamatā jēdziens – matemātiskais vingrinājums.

Didaktisko vienību integrācijas galvenā sastāvdaļa ir vingrinājums-triāde, kura elementi tiek aplūkoti kopīgi: *1) sākotnējais uzdevums; 2) tā pretējais uzdevums; 3) vispārinājums.*

Matemātisko uzdevumu risināšanā tiek ievēroti četri posmi:

- 1) *uzdevuma sastādīšana;* 2) *uzdevuma izpilde;* 3) *atrisinājuma pareizības pārbaude (kontrolē);* 4) *pāreja uz līdzīgu (analogu), bet grūtāku uzdevumu.*

Tiek izmantots daudzkomponentu uzdevums/problēma, paredzot šādas operācijas:

- 1) *dotā uzdevuma* atrisināšana; 2) *apgrieztā uzdevuma* sastādīšana un atrisināšana;
- 3) *analogiska uzdevuma* sastādīšana un atrisināšana; sastāda uzdevumu līdzīgu pēc dažiem dotā uzdevuma parametriem.

Didaktisko vienību integrācija paredz konstruktīvās pieejas elementu izmantošanu, ko ir īpaši uzskatāmi realizēt ar modernajām datoru-matemātiskajām sistēmām (Garleja, Kangro, 2006). Tas ir būtiski jaunu zināšanu ieguvē un matemātiskās domāšanas attīstīšanā (Garleja, Kangro, 2005).

V. Davidova atziņas par teorētiskās domāšanas nozīmību un P. Erdņijeva un B. Erdņijeva izstrādātā metodika par didaktisko vienību integrāciju tiek izmantota:

- 1) dinamisku procesu (piemēram, diferenciālvienādojumu atrisināšana) izpratnes skaidrojumā (1. pielikums);
- 2) matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēmas statiskā un operacionālā izpausmē izveidē (3. pielikums);
- 3) uzdevuma/problēmas risinājuma posmu sastāvdaļu izveidē (4. pielikums), (Garleja, Kangro, 2007).

1.2. Domāšanas veidu klasifikācija un funkciju raksturojums

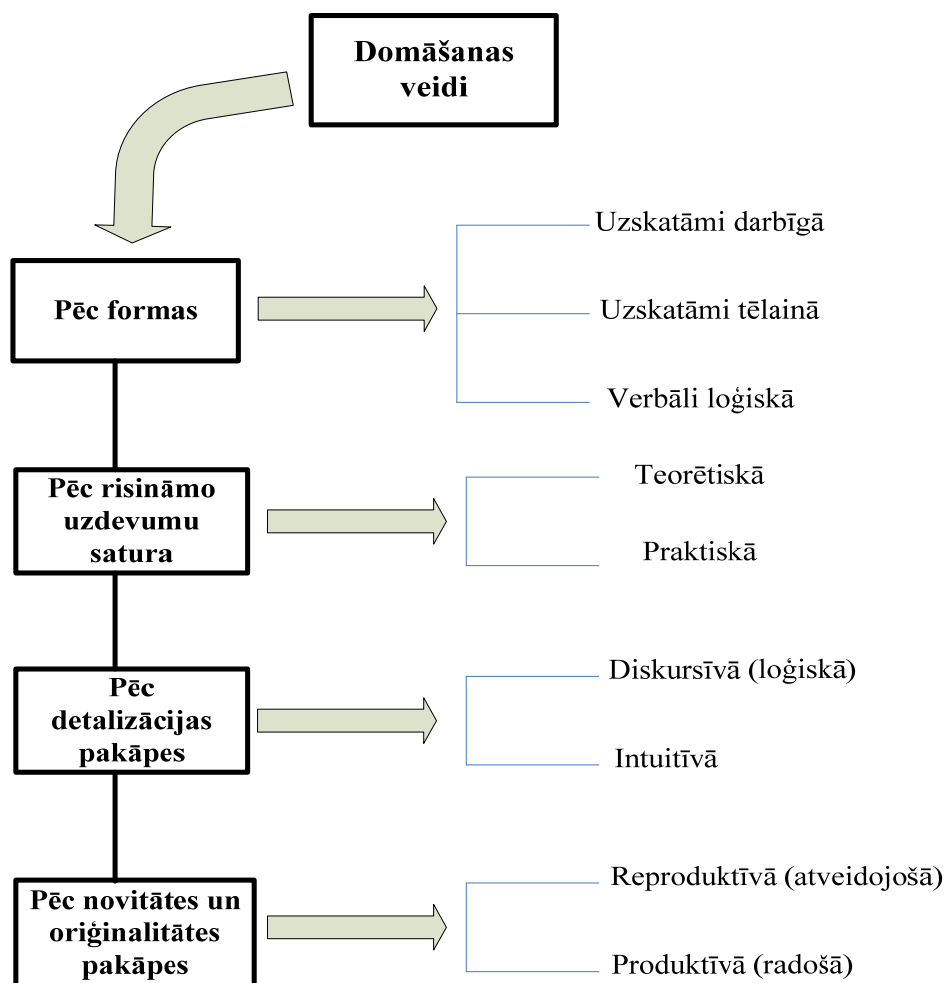
Domāšanas teorijā lietoto jēdzienu skaidrojums ļauj salīdzināt teorētiskās domāšanas veidu funkcijas izziņas darbībā. Kā izriet no iepriekšējā domāšanas jēdzienu skaidrojuma, klasifikācija ir domāšanas operāciju iedalīšana grupās, apakšgrupās un klasēs pēc noteiktām pazīmēm. Kā pamatpazīmi aplūkosim domāšanas operācijas izziņas darbībā (Garleja, Vidnere, 2000), (Aivars, 1999), (Тихомиров, 2002).

Domāšana kā darbība realizējas divās formās ar divu funkcionālo sistēmu – *tēlainās* un *verbālās* palīdzību (Миллер, Галантер, Прибрам, 1965), (Прибрам, 1975).

Savstarpēji papildinot viena otru, tās zināmā mērā ir arī pretējas, un atkarībā no dominējošās lomas, katrā konkrētā gadījumā, tās būtiski izmaina visu domāšanas procesa raksturu.

Tēlaini loģiskai domāšanai piemīt telpiski organizēta, simultāna struktūra, turpretī verbāli loģiskā domāšana izpaužas ar laikā ritošu, diskursīvu raksturu.

Līdztekus funkcionālajai domāšanas veidu tipoloģijai pastāv (tiek lietota) arī ģenētiskā klasifikācija, kurā tiek attēlotas pakāpeniskas domāšanas attīstības stadijas ontogēnēzē. Vispilnīgākā ir trīs līmeņu domāšanas attīstības shēma, kura ietver *uzskatāmi darbīgo*, *uzskatāmi tēlaino* (tēlaino) un *verbāli loģisko* domāšanu (Ломов, 1991) (1.3. att.).



1.3. att. Domāšanas veidi pēc dažādām bāzēm

Nosauktie domāšanas līmeņi atbilst trīs apkārtējās realitātes atspoguļošanas veidiem (Брунер, 1977), kur divkārtšie nosaukumi atbilst katra domāšanas attīstības līmeņa divām sastāvdaļām – realitātes atspoguļošanas formai (nosaukuma pirmā daļa) un veidam, ar kura palīdzību tiks atrisināts uzdevums/problēma (nosaukuma otrā daļa).

Pirmajā gadījumā (*uzskatāmi darbīgā* domāšana) risināmais uzdevums ir jāpasniedz uzskatāmā veidā (priekšmetiem, to sastāvdaļām jābūt cilvēka redzes lokā) un praktiskās darbības uzdevuma risinājumā tiek veiktas ar reāliem, uzskatāmiem priekšmetiem (bieži vien kļūdu un mēģinājumu ceļā) un veicamajām operācijām var sekot līdzī ar redzes receptoriem. Tā ir pirmā un reizē arī pamats pārējo domāšanas veidu attīstībai. Lai domāšana varētu "atdalīties" no konkrētās realitātes, tai ir jārealizējas uzskatāmi tēlainās domāšanas veidā.

Arī otrajā gadījumā (*uzskatāmi tēlainā* domāšana) uzdevums jāsniedz uzskatāmi (gan priekšmetiski līdzīgi pirmajam gadījumam, gan arī grafiski – zīmējumi, rasējumi, shēmas u.c.) un risinājums realizējas operējot ar uzdevuma/problēmas sastāvdaļu attēliem – jutekliskiem

tēliem un priekšstatiem, tā atklājot izzināmo objektu apslēptās īpašības un attiecības. Piemēram, uzdevumu risināšanas procesā tiek transformēti dažādi objekti (vai to sastāvdaļas), kuri veido vienlaikus pārstāvētu uzskatāmu elementu kopu.

Trešajā gadījumā (*verbāli loģiskā* domāšana) uzdevums jāformulē ar kādas zīmju-simbolu sistēmas palīdzību atrodot tā risinājumu ar loģisko operāciju palīdzību.

Tas ir viens no galvenajiem domāšanas veidiem, kuru raksturo jēdzienu, loģisko konstrukciju izmantošana operējot ar dažādām zīmēm un simboliem un kurš realizējas kā posmsecīgs pilnīgi apzinātu operāciju lietošanas process, kuru var aprakstīt ar zināmu algoritmu. Salīdzinājumā ar tēlaino domāšanu, tā atšķiras ar lielāku vispārinājumu un abstrahēšanas pakāpi, tai ir nepieciešams ilgāks laiks uzdevuma/problēmas risināšanai.

Verbāli loģiskās domāšanas principiāla atšķirība no uzskatāmi darbīgās un tēlainās domāšanas veidiem ir iespēja operēt ar ideāliem objektiem, kurus nosaka sabiedrības vēsturiskā pieredze vai reālu objektu modeļi (Ломов, 1991, 140).

Domāšanas veidu klasifikācijā pēc risināmo uzdevumu/problēmu veida un ar risinājumu saistītajām strukturālajām un dinamiskajām pārmaiņām izdala *teorētisko* un *praktisko* domāšanu.

Teorētiskā domāšana saistās ar notikumu/parādību izzināšanu pēc noteiktiem likumiem, piemēram, atrodot kādu universālu likumu, kurš izskaidro parādības, faktus, notikumus vai norāda šo parādību, faktu, notikumu vietu kādā formalizētā sistēmā. Ja likums atrasts veiksmīgi, tad ar teorētiskās domāšanas palīdzību tiek iegūtas jaunas zināšanas, fakti.

Piemēram, D. Mendelejeva ķīmisko elementu tabulā, balstoties uz teorētisko domāšanu, ar periodiskā likuma palīdzību bija iespējams noteikt jaunu ķīmisko elementu īpašības.

Līdzīgi, matemātiskās analīzes (diferenciālrēķini, integrālrēķini) attīstība (I. Ņūtons, G. Leibnics, J. Bernulli, B. Teilors, K. Maklorens u.c.) deva fundamentālu ieguldījumu mūsdienu teorētisko un praktisko zināšanu sistēmā:

diferenciālrēķini – matemātiskās analīzes nodaļa saistīta ar funkcijas atvasinājuma un diferenciāļa jēdzienu (to klasiskie pamatzdevumi – nevienmērīgas kustības ātruma un līknes pieskares atrašana);

integrālrēķini – matemātiskās analīzes nodaļa saistīta ar integrāļu atrašanu, aprēķināšanu un lietošanu (to klasiskie pamatzdevumi – noietā ceļa aprēķināšana dotajā laikā pēc uzdota kustības likuma un ģeometrisku figūru laukumu un tilpumu aprēķināšana).

Diferenciālrēķini un integrālrēķini veido pamatu matemātikas nozarēm ar daudzveidīgiem un nozīmīgiem lietojumiem teorijā un praksē – diferenciālvienādojumi, variāciju rēķini, analītiskā un diferenciālģeometrija u.c.

Arī autora veiktajos pētījumos ir atspoguļota diferenciālvienādojumu teorijas nozīme matemātikas studiju kursa satura papildījumā un teorētiskās bāzes pilnveidē, kur teorētiskās zināšanas tālāk kalpo par bāzi mācību un zinātniskajā darbībā (plašāk par diferenciālvienādojumu teorijas lietojumiem sk. 135.-145., 258. lpp., 1. pielikums):

- *mācību līdzekļi* – (Kalis, Kangro, 2004), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008), (Kalis, Kangro, 2010);
- *zinātniskās publikācijas* – (Kalis, Kangro, 1999), (Kalis, Kangro, 2000-a), (Kalis, Kangro, 2001-a,b), (Kalis, Kangro, 2000-a,b), (Kalis, Kangro, 2004-c), (Kalis, Kangro, 2005-b,c), (Kalis, Kangro, 2006, 2007), (Kalis, Kangro, 2009-a), (Kalis, Kangro, Gedroics, 2009-b), (Teirumnieks, Teirumnieka, Kangro, Kalis, 2009).

Diferenciālvienādojumu teorija sniedz priekšstatu par apkārtējās realitātes procesiem/parādībām, izmantojot matemātisko aparātu, ļauj saskatīt to izcelsmi un norisi.

Turpretī praktiskā domāšana saistās ar realitātes fizisko pārveidošanu (mērķa nospraušanu, plāna, projekta vai shēmas izveidi) ar virkni būtisku iezīmju, piemēram, norise laika deficīta apstākļos ar ierobežotām iespējām hipotēžu pārbaudei (Теплов, 1945), (Sternberg, Robert J., Ben-Zeev, 1996).

Tās raksturīga tendence ir praktisku uzdevumu izpilde – ieviest dzīvē noteiktu plānu vai nodomu konkrētos apstākļos. Arī nosacījumi to realizācijai bieži vien nav definēti tik viennozīmīgi un nepārprotami kā teorētisko uzdevumu formulējumos un var rasties vajadzība to pārbaudei un konkretizēšanai.

Teorētiskā un praktiskā domāšana ir radusi pielietojumu modelēšanas procesu realizācijai mācību un profesionālā darbībā augstskolā sākotnēji tradicionāli inženierzinātņu sfērā, bet vēlāk – vadības zinātnē, ekonomikā, psiholoģijā (Нечаев, 2006), (Крылов, Курдюмов, Малинецкий, 2010), (Крылов, Дрынков, Савченко, 2010).

Modelēšana kā radošas darbības process ļauj izmantot teorētiskos un eksperimentālos rezultātus pētījuma mērķa realizācijai, gan arī dod iespēju konkretizēt pētījumā radušos priekšstatus par modelēšanas saturu un funkcijām.

Šajā procesā notiek gan modelī atspoguļojamo īpašību un raksturotāju izziņāšana, gan arī jaunu realitātes elementu radīšana.

Modelēšana ir vienlaicīgi arī abstrahēšanās un izziņas process modelēšanas gaitā un realitātes idealizācijā atklāto attiecību un sakarību atspoguļošana.

Zinātniskajā izziņā ar subjekta darbības loģikas starpniecību realizējas sākumā abstrakti teorētiska, bet vēlāk konkrētāka, praktiski orientēta šīs realitātes izmaiņa.

Zinātniskās izziņas process ar modelēšanas palīdzību sākumā realizējas kā realitātes pārveides iespēju teorētiska izpausme, vēlāk, bagātinoties ar konkrētu saturu, kļūst par pašas realitātes pārveides procesu, veidojot jaunas realitātes formas.

Autora veiktajā akadēmiskajā un zinātniskajā darbībā izmantots modelēšanas process (matemātiskā modelēšana ar datortehnikas palīdzību) iepriekš minētās diferenciālvienādojumu teorijas un arī citas matemātikas tematikas uzdevumu/problēmu risināšanā (Яриновский, Кангро, 1999), (Martinovs, Kangro, 2001), (Jarinovskis, Kangro, 2009), (Vucenlzdāns, Čača, 2002), (Lucatnieks, 2003), (Čubars, Dzenīte, 2004), (Pastuhovs, 2004), (Pavļukevičs, 2005).

Raksturīgi, ka reālu inženiertehnisku uzdevumu/problēmu risināšanā nepieciešams vienlaicīgi izmantot gan teorētiskās, gan praktiskās zināšanas.

Piemēram, pārnese procesu matemātiskā modelēšanā slāņainās vidēs – augsnē, kūdrā, ūdenī, betonā, metālā, u.c. (siltuma, mitruma izplatīšanās likumību atrašana; temperatūru sadalījuma, metālu koncentrācijas atrašana, u.c.) vispirms tiek izveidots risināšanas algoritms (universāls likums), ar kura palīdzību var aprēķināt vajadzīgo fizikālo lielumu dotajā slāņainajā vidē.

Parciāliem diferenciālvienādojumiem, kuri raksturo pārnese procesus slāņainās vidēs, risināšanas algoritma (meklējamās funkcijas) atrašanai izmanto galvenokārt divas metodes – *analītiskās* metodes (meklējamā funkciju atrod tieši *matemātiskās izteiksmes* veidā) un *skaitliskās* metodes (atrod meklējamās funkcijas *aptuvenās vērtības* vajadzīgajos punktos).

Metodes izvēle atkarīga no uzdevuma sarežģītības pakāpes un parasti reālos procesos analītisko metožu izmantošana ir visai ierobežota.

Tālāk jāpārbauda teorētiski iegūtā risināšanas algoritma atbilstība reālam procesam, ko var veikt teorētiski vai eksperimentāli vai apvienojot abus nosauktos gadījumus. Te nepieciešama arī praktiskās domāšanas prasmju lietošana, jo nosacījumi risināšanas algoritma atbilstības pārbaudei reālā situācijā bieži vien atšķirībā no teorijas ir nepietiekami vai neviennozīmīgi.

Algoritma pārbaudē var rasties nepieciešamība tā uzlabošanai, piemēram, iegūtā atrisinājuma precizitātes paaugstināšanai nepieciešams:

- a) izmantot augstāku kārtu (otrās un trešās) atvasinājumus diferencu shēmu sastādīšanai (Kalis, Kangro, 2000-a), (Kalis, Kangro, 2001-a,b);
- b) izmantot dažādas skaitliskās metodes parciālo diferenciālvienādojumu robežproblēmu risināšanai;
- c) definēt sākuma temperatūru dotajā materiālā sadalītu pēc lineārā, paraboliskā vai kubiskā likuma un saskaņojot (izmantojot saskaņotības nosacījumus) to ar dotajiem robežnosacījumiem u.c.

Saskaņotības nosacījumu izmantošana ļauj atrast temperatūras sadalījumu atkarībā no laika ne tikai plānos slāņos (kur pietiekamu precizitāti var sasniegt arī bez to pielietošanas), bet arī slāņainās vidēs ar reāliem izmēriem, piemēram, mājas sienā, sastāvošā no vairākiem slāņiem paredzot slāņu sildīšanu un ievērojot apkārtējās vides temperatūru vai arī atrast metālu koncentrācijas sadalījumu kūdras slāņos.

Redzams, ka algoritma pārbaudē nereti vajadzīga tā pilnveidošana, cita, līdzīga algoritma izstrāde, dažādu papildus nosacījumu ievērošana u.c., – tātad atkal ir nepieciešamas teorētiskās domāšanas prasmes.

Jāpiebilst arī, ka diferenciālvienādojumu teorijas lietošana matemātikas studijās (piemēram, jaukta veida problēmas (parciālais diferenciālvienādojums dots kopā ar robežnosacījumiem un sākuma nosacījumu) reducēšana uz parasto diferenciālvienādojumu sistēmu u.c.) ir nozīmīga ne tikai inženiertehniskā kontekstā, bet arī metodiskā ziņā, jo ietver sekojošu tematiku, kas ir atspoguļota arī autora izveidotajos mācību līdzekļos (Kalis, Kangro, 2004-a), (Kalis, Kangro, 2010):

1) noteiktā integrāļa aprēķināšana; 2) integrācijas robežu maiņa atkārtotajā integrālī; 3) kvadrāturu formulu lietošana noteiktā integrāļa aproksimācijai; 4) lineāru vienādojumu sistēmu atrisināšana; 5) parasto diferenciālvienādojumu sistēmas atrisināšana; 6) atklātas diferencu shēmas sastādīšana diskrētai robežproblēmai; 7) galīgo tilpumu metodes izmantošana diferencu vienādojumu iegūšanai; 8) datoru-matemātiskās sistēmu (Maple, Matlab u.c.) simboliskās valodas lietošana.

Ievērojot trīs domāšanas procesa pazīmes: procesa norises laiks, procesa struktūra (iedalījums posmos) un procesa norises līmenis (apzināts vai ne apzināts), izšķir analītisko vai intuitīvo domāšanu.

Analītiskā (loģiskā) domāšana ir izvērsta laikā, tai ir stingri izteikti posmi un pienācīgā līmenī to apzinās darbības subjekts – cilvēks, kurš domā.

Intuitīvā domāšana raksturojas ar izteiktu norises ātrumu, bez stingri izteiktiem norises posmiem un ir darbības subjektam minimāli apzināta.

Intuitīvās domāšanas objekti ir priekšmeti-oriģināli vai to modeļi, bet analītiskās – zīmju un simboliski modeļi. Intuitīvās domāšanas produkta vērtējums ir subjektīvs, tiek noteikts ievērojot vajadzības, nostādnes, motīvus un realizējas emocionāli, turpretī analītiskās domāšanas – ir objektīvs, tiek noteikts balstoties uz loģisko likumību sistēmu.

Domāšanas process apvieno sevī abus veidus – intuitīvo un analītisko, jo īpaši radošā procesā: sākuma posmā uzdevuma/problēmas nostādņē process ir pilnībā apzināts, to aktīvi kontrolē apziņa, risināšanas posmā dominējošais ir intuitīvais veids un noslēdzošajā posmā – atrisinājuma pārbaude un analīze realizējas analītiski (Пономарев, 1976).

Saskaņā ar R. Sternberga triarhisko intelekta teoriju indivīda veiksmīgas intelekta spējas (nodrošina līdzsvaru starp iekļaušanos apkārtējā vidē, tās veidošanu un adaptāciju personisko un sabiedrības mērķu sasniegšanai) nosaka **analītiskā**, **radošā** un **praktiskā** domāšana (Sternberg, 1996-a, 1996-b):

Analītiskās domāšanas spējas – nepieciešamas variantu izvēlei un novērtēšanai uzdevumu/problēmu risināšanā, savu panākumu un neveiksmju apzināšanai un turpmākai stratēģiju izvēlei; nosauktās domāšanas spējas ietver spriešanu, novērtēšanu, pretstatīšanu, salīdzināšanu, analīzi.

Radošās domāšanas spējas – ļauj indivīdam radīt idejas un izmēģināt jaunus paņēmienus apkārtējās vides (sociālās telpas) izvēlē, mijiedarboties ar to un adaptēties tajā un izpaužas kā spēja iztēloties, izgudrot, atklāt, prognozēt.

Praktiskās domāšanas spējas – ļauj indivīdam īstenot viņa izvēlētos risinājuma variantus, realizēt praksē iemaņas un formas darbības vides izvēlē, mijiedarbībā un adaptācijā tajā.

Balstoties uz (savu) izveidoto teoriju R. Sternbergs apgalvo, ka izglītības procesā reizē ar atmiņu jāattīsta visas trīs nosauktās domāšanas spējas un savos darbos sniedz daudzveidīgu materiālu tā sasniegšanai.

Ilustrācijai sniedzam skolas matemātikas kursa ietvaros veidoto piemēru (Sternberg, 1998, 5):

Atmiņa: Nosaukt rezultātu 9×6 .

Analītiskā domāšana: Aprēķināt x , ja $3x + 9 = 30$.

Radošā domāšana: Sastādīt testa uzdevumu lai pārbaudītu polinoma sadalīšanu reizinātājos.

Praktiskā domāšana: Sastādīt testa uzdevumu, lai ilustrētu un izskaidrotu trigonometrijas lietojumus tilta konstruēšanā.

Triarhiskā intelekta teorija ir nozīmīga izglītības sfērā, jo līdztekus intelekta traktējumam abstraktu un teorētisku priekšstatu līmenī akcentē indivīda personīgo lomu un ieguldījumu arī praktisku uzdevumu/problēmu risināšanā dažādos sociālos un fiziskos kontekstos.

Teorija tiek izmantota matemātiskās domāšanas traktējuma un tās izpētes mehānismu izstrādē (plašāk sk. 145.-148. lpp.).

Radošas pieejas pārstāvis un speciālists mākslas psiholoģijas jomā R. Arnheims (R. Arnheim) ir termina "**vizuālā domāšana**" autors (Arnheim, 1969). Viņš ir parādījis mākslas tēlu konstruēšanas aktīvas, radošas pieejas veidus estētiskās uztveres jomā. Tajos ir saskatāma būtiska iezīme – percepcijas procesu un tēlainās domāšanas kopība (vienotība). Viņš apgalvo,

ka aperseptīvā un intelektuālā līmenī darbojas vieni un tie paši mehānismi, ka vizuālā uztvere un vizuālās zināšanas ir vienots veselums (Арнхейм, 1974).

Teikto apstiprina arī I. Zinčenko (И. Зинченко) vizuālās domāšanas skaidrojums, kurā tā ir cilvēka darbība, kuras produkts ir jaunu mentālu tēlu un vizuālu formu radīšana ar atbilstošu nozīmi un kuri dara šo nozīmi atpazīstamu (Зинченко, 2002).

Pētījumā ir aplūkota vizuālās domāšanas nozīmē matemātikas apgūvē, un svarīga nozīme šajā procesā ir datortehnikai.

Detalizētākā veidā aplūkosim vienu no sarežģītākajiem procesiem, kuram ir liela nozīme matemātikas apgūvē (arī inženierzinātņu jomā) – **telpisko domāšanu** (TD), kuras pamats ir tēlainā domāšana. Telpiskā domāšana ietver sarežģītus psihiskus procesus: uztvere, atmiņa, atpazīšana, iztēle, attēlošana (Пойа, 1975), (Столетнев, 1978), (Ломов, 1991), (Подходова, 2000), (Nakasone, Stolarsky, Yoshimoto, 2006).

Katrs no nosauktajiem psihiskajiem procesiem var būt speciālas analīzes un novērtēšanas objekts. Tomēr tik komplicētā darbības sfērā kā matemātika, šie atsevišķie procesi nenorīt izolēti viens no otra un tāpēc matemātiskās darbības izpētei šajā saturiskajā aspektā mērķtiecīgāk būtu lietot jēdzienu 'telpiskā domāšana'.

Telpiskā domāšana ir specifisks domāšanas veids, kurš ir nepieciešams tādu uzdevumu/problēmu risināšanā, kuri prasa orientāciju telpā (kā reālajā, tā arī iedomātajā) un balstās uz reālu objektu vai arī to grafisko attēlu telpisku īpašību un attiecību analīzi.

Galvenais šī domāšanas veida saturs ir operēšana ar telpiskiem attēliem (ģeometriskiem, grafiskiem, konstruktīvi-tehniskiem, tehnoloģiskiem) uzdevumu/problēmu risināšanas procesā balstoties uz šo telpisko attēlu izveidi vai nu ar uztveres (vai ar priekšstata) palīdzību. Telpisko attēlu izveide notiek tieši uztverot vai iztēlojoties pētāmo objektu telpiskās īpašības un attiecības.

Dotajā skaidrojumā speciāli tiek izdalīts:

- a) materiāla, ar kuru operē domāšana, *telpiskais saturs*;
- b) domāšanas specifiskie *līdzekļi* (telpiskie attēli, kuri ir ļoti dažādi pēc to struktūras un veidošanas mehānismiem);
- c) domāšanas darbības īpašais *saturs* (operēšana ar attēliem).

Telpiskās domāšanas specifiku nosaka tās izpausme galvenokārt tēlainā formā (risinājuma stratēģijas atrašana, līdzekļu izvēle, to salīdzināšana realizējas tēlainā formā) un pēc sava satura TD ir vispārināts un pastarpināts objekta telpisko īpašību un attiecību atspoguļojums.

Telpiskās domāšanas galvenā operatīvā vienība nav vārds, bet ir attēls (atveids), kurš parāda objekta telpiskās īpašības un attiecības (tā ģeometrisku formu, izmērus, proporcijas,

stāvokli plaknē un telpā, stāvokli attiecībā pret citiem objektiem vai novērotāju no stingri noteikta vai patvaļīgi izvēlēta atskaites sākuma punkta).

Grafiskie līdzekļi objektu telpisko īpašību un attiecību attēlošanai būtiski atšķiras cits no cita, piemēram, uzskatāmie *telpiskie* vai *perspektīvā* veidoti attēli (zīmējums, ilustrācija, u.c.) un *nosacīti-shematiski* attēli (rasējums, skice, shēma, diagramma, grafiks u.c.).

Pirmie – uzskatāmie attēli atveido galvenokārt objekta vispārējo izskatu (tādu, kādu mēs to redzam), tā telpiskās īpašības var arī nebūt priekšplānā. Turpretī nosacīti-shematiskie attēli atveido ne tik daudz objekta ārējo izskatu, cik tā telpiskos raksturotājus (ģeometrisko formu, lielumu, (apjomu) u.c.). Tie ir vairāk vispārināti nekā uzskatāmie attēli, pie kam ir dažādi nosacījumi objekta attēla izveidei.

Ar zīmējuma vai fotogrāfijas palīdzību parasti var iegūt tikai viena (atsevišķa) jutekliska objekta attēlu, turpretī nosacīti-shematiska attēla pamatā var tikt izveidots nevis viens, bet vairāki noteikti attēli.

Piemēram, uzgriežņa rasējums ļauj izveidot uzgriežņu attēlus, atšķirīgus pēc krāsas, izgatavošanas materiāla, dažādi novietotus telpā, un tajā pat laikā tie saglabā visus pēc rasējumā noteiktos ģeometriskos (tehniskos) parametrus. Tātad brīvības pakāpju skaits konkrēta attēla izveidē, operējot ar nosacīti-shematiskiem attēliem, ir daudz lielāks nekā operējot ar fotogrāfijām vai zīmējumiem. Pirmajā gadījumā tiek radīts daudz vairāk vispārināts attēlojamā objekta shematisks attēls nekā otrajā gadījumā.

Jāpiebilst arī, ka paši nosacīti-shematiskiem attēli nav viendabīgi un atšķiras cits no cita ar attēla *uzskatāmību*.

Piemēram, aksonometriskais zīmējums raksturo objekta ārējās konstruktīvās īpatnības; projekcijas rasējums neparāda objektu kopumā, bet gan tikai tā formu un izmērus; turpretī kinemātiskā shēma raksturo nevis ģeometriskās iezīmes, bet gan objekta darbības vispārējās likumsakarības (kinemātikas principus) piemītošus veselai objektu grupai.

Savukārt, zīmju modeļos ir zaudēta jebkāda saikne ar konkrēto atspoguļojamo objektu un tie neraksturo atsevišķas (priekšmetiskas) īpašības, bet gan tikai simboliski izsaka objektam piemītošas kopīgās sakarības. Tāpēc zīmju modeļiem ir mazāk izteikta *uzskatāmības*, bet vairāk – *semantiskās* funkcijas nozīme. Šajos modeļos uzskatāmībai piemīt principiāli cita funkcija gan pēc sava satura, gan arī pēc nozīmes. Ar uzskatāmības palīdzību tiek attēlots nevis pats objekts, bet gan tā dažādie stāvokļi (statiskais un dinamiskais), to izveides un funkcionēšanas metodes u.c., kuru realizāciju var panākt ar speciālu grafisku paņēmieni lietošanu, ar dažādu uzskatāmo un zīmju līdzekļu kombināciju.

Tātad visas nosacītās ilustrācijas (telpiskie un nosacīti-shematiskie attēli) var iedalīt trīs lielās grupās:

1) *uzskatāmie* (reālie); 2) *zīmju uzskatāmie*; 3) *simboliskie*.

Tās atšķiras ar dažādu uzskatāmo un jēdzienisko elementu īpatsvaru, tāpēc ir izmantojamas gan zināšanu ieguves, gan diagnosticēšanas procesā, jo nosacīto ilustrāciju uztvere, attēlu veidošana un operēšana ar attēliem ir pakārtota grafisko metožu zināšanai un lietošanai.

Telpiskās domāšanas un pārējo aplūkoto domāšanas veidu (uzskatāmi darbīgā, tēlainā, teorētiskā, praktiskā u.c.) lietojumi matemātiskās domāšanas kognitīvā un profesionālā darbībā tiks aplūkoti otrajā nodaļā (piemēram, dinamiska procesa modelis, sk. 1. pielikums).

Pārveidojumu un modernizācijas laikmetā līdz ar mazkvalificēta un rutinēta darba nomaiņu ar jaunajām informācijas tehnoloģijām cilvēka resursi arvien vairāk tiek mobilizēti radošai darbībai, kas saistīta ar lēmumu pieņemšanu, kura savukārt prasa atbilstošu intelektuālu un profesionālu sagatavotību. Te minami divi galvenie profesionālās attīstības aspekti:

- 1) profesionālās domāšanas un metakognitīvo iemaņu attīstīšana;
- 2) profesionālās informācijas resursu uztveres un inovatīvas mācīšanās tehnoloģijas nodrošināšana.

Pārejot uz tirgus ekonomiku, kas balstīta uz zināšanām, aktuāla kļūst zināšanu vadība. Te svarīgākie uzdevumi ir saistīti ar zināšanu veidošanu, lietošanu un paplašināšanu.

Ar **profesionālo domāšanu** saprotam tādu intelektuālu prasmju kopumu (domāšanas darbību) veikšanu, kuru realizācija nodrošina sekmīgu profesionālās darbības īstenošanu (Кашапов, 2003-а), (Голвина, Савченко, Сочивко, 1999):

- satura analīze (vispusīga, detalizēta dotā uzdevuma/problēmas, situācijas analīze);
- plānošana (savu veicamo darbību izpildes gaitas paredzēšana dažādās situācijās, iespējamā darbības rezultāta prognozēšana)
- refleksija (savas darbības noskaidrošana atbilstoši risināmā uzdevuma/problēmas reglamentējošiem faktoriem, sevis izzināšana darbības procesā);

Tas ir viena no domāšanas veidiem, kura likumsakarības balstās gan uz domāšanas vispārējiem likumiem, gan arī ar savu specifiku. Tātad profesionālā domāšana ir vispārināts speciālistam nozīmīgu faktu, parādību un procesu, raksturīgu attiecīgajam darbības veidam, atspoguļojums viņa apziņā.

Profesionālai domāšanai piemīt virkne atšķirīgu iezīmju un īpašību:

- a) aktivitāte, kuru nosaka un veido domāšanas subjekts;
- b) domāšanas objekta specifika – tā ir vesela sistēma: darbības subjekts, darba objekts, darbības subjekta iedarbība uz to;

c) domāšanas individuālais raksturs, zināšanu vispārīgais un arī sabiedriskais raksturs – profesionālā domāšana ir atkarīga no domāšanas individuāliem paņēmieniem, no rīcībā esošajiem izpētes līdzekļiem, no konkrētas profesionālas darbības;

d) domāšanas izpausme darbībā: spēja improvizēt; realizēt praktiskus sintēzes procesus. Tā var radīt izmaiņas un pārkārtojumus procesā, parādībā, uz kuru tā ir vērsta. Domāšana darbībā veicina zināšanu "gatavību" to praktiskai lietošanai.

Savā profesionālajā darbībā speciālistam ir pastāvīgi jāastopas ar dažādu problēmu situāciju (uzdevumu/problēmu) risināšanu, pie kam nereti ar principiāli jauniem, iepriekš neizmantotiem līdzekļiem.

Problēmu situācijas rada nepieciešamību subjektam izstrādāt dažāda veida iekšējās regulācijas sistēmas (shēmas), kuras ļautu efektīvāk organizēt savas domāšanas darbības, lai labāk orientētos īstenībā, gūtu izpratni par notiekošajiem procesiem.

Aplūkojamā kontekstā izpratni var koncentrēti formulēt kā tādu domāšanas komponenti, kura apvieno semantiku un loģiku uzdevuma/problēmas risināšanas procesā (Бершадский, 2004).

To nosaka sekojošas domāšanas kā izziņas procesa funkcijas (Гурова, 2005):

1. *Percetīvi orientējošā (перцептивно-ориентировочная)* funkcija – esošās informācijas uzkrāšanas, izprašanas un glabāšanas funkcija ar mērķi tās tālākai pārstrādei. To sauc arī par priekšmetiski informatīvo, kura jutekliskā formā veido realitātes atspulgu domāšanā.

2. *Ģenētiskā (генетическая)* funkcija – loģisko operāciju veidošana ar priekšmetiem (balstoties uz praktiskām priekšmetiskām darbībām), tā veido loģiskās domāšanas attīstības pamatu.

3. *Atbalsta (опорная)* funkcija – ar redzes palīdzību ļauj fiksēt objektā vai tā modelī (vizualizēt) patvaļīgas mentālas loģiskās domāšanas operācijas un ar šo manipulāciju (fiksāciju) palīdzību izpētīt uzdevuma risināšanas procesu.

4. *Īpaši loģiskā (собственно логическая)* funkcija – tēlainās loģikas evristiska funkcija. Darbojas reizē ar diskursīvo loģiku. Tā ir bāze intuīcijai un oriģināliem vispārinājumiem, kuri noved pie "insaita" (situācijas jauns redzējums, risinājuma pēkšņa atklāšana (Aivars, 1999)) uzdevuma/problēmas atrisināšanā.

5. *Semantiskā (семантическая)* funkcija – konkretizē domāšanas procesā iegūtos vispārinājumus, kuri ir izpratnes pamatā. Tā veido izpratnes pamatu un koordinē runas komunikāciju.

6. *Estētiskā (эстетическая)* funkcija – realitātes atspoguļotāja dažādos māksliniecišķos tēlos, kuri raksturojas ar emocionālu piesātinātību, vispārinājumiem un konkrētu daudzveidīgu personiski nozīmīgu jēgu un saturu.

Aplūkotajām izziņas procesa funkcijām ir svarīga nozīme telpiskajā domāšanā. Tajā apvienojas telpisko objektu ģeometriskie un diskursīvie (pēc būtības operacionālie) pārveidojumi radot izpratni par telpisko objektu elementu savstarpējo stāvokli un attiecībām, ļaujot tos "saskatīt" dinamikā un kustībā reālā telpā (Валлон, 1956).

R. Arnheims ilustrē un izskaidro *vizuālo vispārināšanu* telpiskās domāšanas procesā un parāda tās pielietošanu matemātiska rakstura uzdevumā, kura mērķis bija noskaidrot saistību starp dažādām otrās kārtas līknēm (riņķa līnija, elipse, parabola) realizējot procesu – šķēlot konusu ar plakni (Arnheim, 1969).

Mērķa sasniegšanai uzdevuma risinājums jāsadala divos posmos:

- tiek iegūtas ģeometriskas figūras (riņķa līnija, elipse, parabola) šķēlot konusu ar plakni;
- tiek noskaidrotas un pētītas savstarpējās pārejas starp ģeometriskajām figūrām, mainot šķēluma plaknes leņķi.

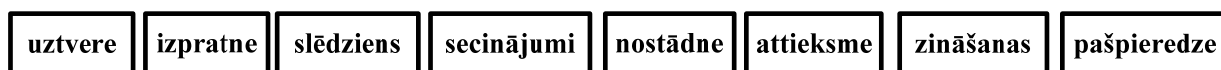
Raksturīgi, ka nemainot šķēluma plaknes leņķi, ģeometriskas figūras (riņķa līnija, elipse, parabola) tika uztvertas kā pilnīgi neatkarīgi objekti bez to savstarpējās saistības – tāvad vizuālā vispārināšana šajā gadījumā netika realizēta. Tā iemesls – šķēluma plaknes leņķis netika mainīts, tas ir, netika realizēta ģenētiskā izziņas funkcija (loģisko operāciju veidošana balstoties uz praktiskām priekšmetiskām darbībām).

Tikai kopā ar praktiskām darbībām – mainot šķēluma plaknes leņķi tika realizēta loģiskā pāreja – riņķa līnija-elipse-parabola. Jāpiebilst, ka pareizā risinājuma ieguvē bija nepieciešama praktisko darbību realizācija, kas ļāva modelēt dažādas loģiskās hipotēzes – attiecīgās līnijas veida iegūšanu.

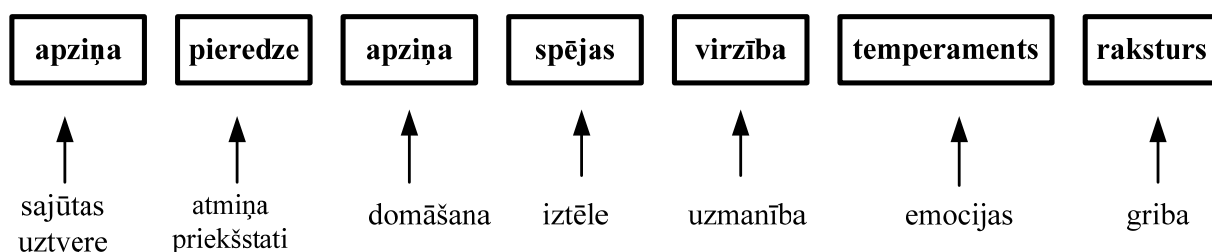
Teiktais apstiprinās arī komplicētāka rakstura uzdevumos (Kalis, Kangro, 2004-a), (Cottrill, Dubinsky, Nichols, Schwingendorf, Thomas & Vidakovic, 1996) – ja pētāmā objekta modeļa izveidotā konstrukcija ļauj un paredz realizēt praktiskas priekšmetiskas darbības ar to, ļauj modelēt loģiskās hipotēzes, kuras paplašina paredzamā risinājuma priekšmetisko apgabalu, tad realizēto darbību uzskatāmais attēls veicina risinājuma optimālās stratēģijas izvēli.

1.3. Domāšanas kategorijas un "dzīvā domāšana"

Aplūkojot domāšanas procesa jēdzienus, autors galveno uzmanību pievērta darbības un metožu aspektam. Domāšanas kategorijas ir aplūkotas kā izziņas procesa (1.4. att.) un personības attīstības raksturotājas, to skaidrojumā izmantots personības struktūras modelis pēc A. Bogdanova (Garleja, Vidnere, 2000) (1.5. att.).



1.4. att. Domāšanas kategorijas kā izziņas procesa raksturotājas (Garleja, Vidnere, 2000)



1.5. att. Personības struktūras modelis pēc A. Bogdanova (Garleja, Vidnere, 2000)

Nostādne ir skatījuma veids, uzskatu kopums, gatavība uztveramai intelektuālai vai praktiskai darbībai pamatojoties uz pieredzi vai pārliecību. Skaidra nostādne sekmē darbības risinājuma noteiktu virzību, intensitāti un citu funkcionālo raksturpazīmju īstenošanos (Beļickis, 2000).

Matemātiskās domāšanas raksturojumā un tās attīstības modeļa izveidē autors izmanto matemātiķu un izglītības darbinieku nostādnes par matemātiku un matemātisko domāšanu (sk. 97. – 100. lpp.).

Dž. Rāvens iepriekšējo pieredzi uzskata kā svarīgu sastāvdaļu veicamai darbībai un tās rezultātam – attiecīga kompetences līmeņa sasniegšanai (plašāk, sk. 73 – 74. lpp.).

Attieksme cilvēku saskarsmes raksturs, izturēšanās veids (pret ko), cilvēka rīcības, uzvedības aktīva saistība, iekšējā sakarība ar apkārtējām lietām. Cilvēka attieksmes raksturu nosaka viņa subjektīvā vērtīborientācija, no kuras viņš atvasina savas uzvedības normas (Beļickis, 2000).

Studiju procesā matemātiskās domāšanas attīstībā nozīmīgs ir A. Šponas attieksmju traktējums: "Attieksmes var definēt kā integrētu personības īpašību, kas veidojas dzīvesdarbības pieredzes, zināšanu apguves, pārdzīvojumā un gribas piepūles vienībā un izpaužas vērtībās, mērķos, ideālos un normās" ar attieksmju realizāciju (Špona, 2001, 57):

- attieksme pret sevi (pašvērtējuma prasme, kas veidojas citvērtējuma ietekmē, paškontroles prasme, pašregulācija);

- attieksme pret citiem (citu vērtējuma prasmes, sadarbības prasmes, saskarsmes prasmes);
- attieksme pret darbu (zināšanas par darba veidiem un profesijām, mērķtiecība, prasme pārvarēt grūtības);
- attieksme pret valsti, sabiedrību (zināšanas par savas valsts iekšējo un ārpolitiku, par sabiedrību, tās attīstību, izpratne par cilvēku kā sabiedrības daļu, aktīva sabiedriska darbība).

Minētās attieksmes ir pētītas matemātikas studiju un apgūstamās profesionālās darbības kontekstā pedagoģiskā invariants lietošanas procesā (Kangro, 2001-a,b), (plašāk sk. 92. lpp.).

Ar uztveres palīdzību sajūtu rezultātā cilvēks iegūst zināšanas par apkārtējās realitātes objektu īpašībām un kvalitātēm. Aplūkosim uztveres jēdziena traktējumu klasiskajā un kognitīvajā psiholoģijā.

Ar **uztveri** saprotam priekšmetu, parādību, situāciju un notikumu veseluma (viengabalainības) atspoguļojumu apziņā, kas nenotiek ar tiešu to iedarbību uz sajūtu orgāniem. Atšķirībā no sajūtām, kur notiek kairinātāja (stimula) kaut kādas īpašības atspoguļojums (piemēram, gaismas spilgtuma, skaņas skaļuma, spiediena stipruma, u.c.), uztverei ir raksturīgs vienots īpašību kompleksa atspoguļojums. Klasiskajā psiholoģijā sajūtu un uztveres jēdzienu atdalīšana ir vispārpieņemta. Kognitīvajā psiholoģijā uztvere ir viena no informācijas pārstrādes stadijām (Aivars, 1999).

Kognitīvās psiholoģijas uzmanības centrā ir izziņas psihiskie procesi, iegūtā informācija, tās pārstrāde, uzdevumu/problēmu risināšana un ar to saistītie elementi: zināšanu bāze (studenta rīcībā esošā informācijas krātuve), kognitīvās stratēģijas (procesu, saistīti ar apmācību un domāšanu), meta-izziņa (sevis apzināšana un izzināšana, spēja izprast un izzināt savus kognitīvos procesus) (Hunt, Ellis, 1999).

Jēdziens "zināšanas" ietver sevī ļoti plašu saturu: pieredzi, izpratni, informāciju.

Gnozeoloģiskā izpētes aspektā zināšanas izpaužas kā atspoguļojums, kā ideālais, kā objektīvās realitātes attēli (vai nu kā jutekliski attēli, līdzvērtīgi sajūtām, priekšstatiem, vai arī kā domāšanas tēli jēdzienu, spriedumu, slēdzienu, sarežģītu teorētisku konstruktu veidā). Konkrēti zinātniskā, psiholoģiskā aspektā zināšanas izpaužas kā priekšmetu un parādību dinamiski psihiskie modeļi, kā psihi veidojoši elementi.

Zināšanas ir sistematizēts objektivizētu atziņu kopums, ko cilvēks ieguvis mācoties, darba pieredzē, pētniecībā, u. tml.; izziņas rezultāts. Tas ir atbilstošs īstenības lietu, parādību un procesu atspoguļojums jēdzienos, kas veido katras pārlicēbas, hipotēzes, zinātniskās teorijas konkrēto saturu (Aivars, 1999).

Zināšanas kā domāšanas komponente, ir neviendabīgas pēc formas. Elementārai domāšanai atbilst dzīvnieku pasaulei raksturīgi zināšanu analogi primāru (elementāru) psihisku modeļu formā. Tie veidojas elementāru praktisku uzdevumu (elementāra izziņas darbība) risināšanas gaitā un ir tiešās jutekliskās izziņas pamats (sensori – aperceptīvais psihiskās atspoguļošanas līmenis). Šai formai atbilstošie psihiskie modeļi attēlo visus notikumus subjekta-objekta mijiedarbības procesā un to kopa veido subjekta juteklisko pieredzi (sensori – aperceptīvo pieredzi).

Līdz ar augstākām domāšanas formām rodas arī tām atbilstoša zināšanu forma sastāvoša no otrās pakāpes psihiskiem uz runu balstītiem modeļiem (reprezentatīvais un verbāli-loģiskais psihiskās atspoguļošanas līmenis), kuru rašanās iespējam tikai situācijās ar cilvēku tiešu saskarsmi, vai arī to pārnesot uz indivīda iekšējo darbības plānu (prātā). Tā paredz atspoguļot primārajā psihiskajā modelī visu subjekta-objekta mijiedarbības procesu, oriģināla kopiju un tālāk šīs kopijas modelēšanu gan ar funkcionālām neiropsihiskām sistēmām, gan arī izmantojot indivīdam apkārt esošos priekšmetus vai parādības, galvenokārt jau ar runas palīdzību (zīmju modeļi).

Protams, ka zīmju un juteklisko modeļu savstarpējas sakarības nevar uztvert vienkāršoti, jo ne jau katra apkārtējā realitāte var tikt raksturota (vai izpausties) subjektam sensori-aperceptīvā līmenī, piemēram, neviens fiziķis nekad nav saskāries ar elektrona juteklisko modeli, utt.

Otrās pakāpes psihiskie modeļi, kuri nepieciešami sarežģītu izziņas uzdevumu/problēmu risināšanai, veido indivīda augstāko izziņas formu.

Problēmu risināšanas procesā nereti jāveic garš cikls dažādu starpposmu, kuros vairākkārtīgi psihiskais process pārvēršas tā produktā – zināšanās (un arī pretēji), un līdz ar atrisinājumu tiek iegūta pieredze un arī jaunas zināšanas.

Tas ļauj saskatīt izziņas satūra otru aspektu – jaunu zināšanu ieguvu.

Svarīga ir zināšanu nodošana tālāk:

”Praktisko darbību pieredze ir jāatspoguļo tādā formā, lai tās rezultāti varētu tikt nostiprināti, vispārināti un nodoti tālāk citiem cilvēkiem” (Леонтьев, 1964, 362).

Izziņu attīsta jaunas zināšanas un to vispārinājumi, ko rada efektīvākas realitātes izpētes metodes.

Samērojamība starp sabiedriskās apziņas straujo attīstību un individuālās apziņas attīstības iespējām pastāvīgi realizējas ar sabiedriskās apziņas elementu vispārināšanas palīdzību. Tās aktualitāti mūsdienās nosaka pastāvošā un pieaugošā disproporciju starp sabiedriskās apziņas attīstības tempu un indivīda nepietiekamām iespējām apgūt sabiedrisko apziņu.

Tāpēc nepieciešams samērot zināšanu apguves potenciālu ar zināšanu attīstības potenciālu sabiedriskajā apziņā.

To var panākt racionalizējot zināšanas, kur viens no veidiem ir sabiedriskās pieredzes zināšanu vispārināšana, koncentrējot uzmanību uz to vispārējiem attīstības principiem pārveidojot zināšanu vēsturisko aspektu loģiskajā.

Cilvēks savā augstākajā izziņas pakāpē spēj izpētīt priekšmetus un parādības ne tikai tieši, bet arī pastarpināti – ar to modeļu palīdzību. Darbības ar modeļiem tiešā veidā nav attēlojams ar priekšmetiem-oriģināliem, tāpēc tās jāveic, balstoties uz zināšanām par priekšmetu-oriģinālu attiecībām izmantojot loģikas likumus.

Zināšanu sākotnējais avots un arī gala rezultāta kritērijs ir prakse. Taču ne katru cilvēka darbības aktu var tiešā veidā pārbaudīt praksē, un tad veicamās darbības tiek attiecinātas pret vidi, taču nevis tiešā veidā, bet gan ar loģikas paņēmieniem un līdzekļiem.

Īpaši uzskatāmu ilustrāciju tam var rast mūsdienu jaunajās modelēšanas formās – matemātiskajā loģikā, datormodelēšanā.

Psihologija pēta individuālo izziņu vispirms jau kā subjekta un objekta mijiedarbību (Ломов, 1991). Šajā mijiedarbībā var tikt iekļauti gan otrās (reprezentatīvais un verbāli – loģiskais psihiskās atspoguļošanas līmenis), gan arī pirmās (sensori – aperceptīvais atspoguļošanas līmenis) pakāpes psihiskie modeļi.

Izziņas procesā nereti jāievēro atšķirība starp tā saucamo psiholoģisko un loģisko uzdevuma problēmas/ risinājumu.

Situācijas raksturošanā subjekts iekļauj un izstrādā no jauna pirmās pakāpes modeļus, kuri nepārtraukti attēlo (atspoguļo) visu mijiedarbības procesu kopumā parādot (fiksējot) arī dažādus uzdevuma risināšanai nepieciešamos papildnosacījumus (piemēram, uzskatāmi-telpiskos uzdevumos).

Uzdevuma psiholoģiskais risinājums nesakrīt ar tā loģisko risinājumu, ja subjektam jāizklāsta atrastais risinājums citam cilvēkam (vai arī sev). Šajā situācijā ir jāsadala sastāvdaļās nepārtraukti attēlotais mijiedarbības process, jānorāda paša subjekta veiktās darbības attiecībā uz objektu un arī objektā notikušās izmaiņas.

Uzdevuma loģiskais risinājums (lai arī joprojām notiek pēc psiholoģiskiem likumiem un attēlo subjekta un objekta mijiedarbību, tomēr vairāk raksturo uzdevuma nosacījumu veidojošo priekšmetu (elementu) mijiedarbību. Izsakot šo mijiedarbību zīmju formā, subjekts līdz ar to arī sniedz arī uzdevuma loģisko risinājumu (kuru viņš pats var arī pārbaudīt ar speciāliem (atbilstošiem) loģiskiem paņēmieniem), kura izveide nereti saistīta ar ievērojamām grūtībām, jo ietver domu pārveidošanu vārdos.

Tātad, psiholoģiskā komponente pārveidojas par loģisko, ja izteikta zīmju formā, var tikt uzlūkota kā ideāla, kā attēls, kā procesa priekšmetu (elementu) mijiedarbības kopija.

Savukārt arī loģiskā komponente, var kļūt par psiholoģisko komponenti, kad modelis zīmju formā, iesaistoties subjekta un objekta mijiedarbībā, kļūst par vienu no subjekta regulācijas nosacījumiem padarot (pārveidojot) subjekta domāšanu par loģisku, iegūstot jaunas zināšanas.

Ar zināšanu iegūvi pedagoģijā ir ļoti cieši saistīta izpratne – nosacījums un rezultāts zināšanu ieguvei un arī joprojām aktuālais jautājums: kas ir svarīgāks izglītībā – zināšanas vai izpratne?

Aplūkosim izpratnes jēdziena dažādus skaidrojumus (Зинченко, Моргунов, 1994):

1. Spēja izprast (kaut kā) saturu, nozīmi, jēgu;
2. Kaut kāds (teksta, uzvedības, sapņu u.c.) skaidrojums, iztulkojums ar pareizu vai nepareizu, dziļu vai virspusēju, pilnīgu vai nepilnīgu izpratni;
3. Kognitīvs process satura, jēgas izpratnei; šis process var būt veiksmīgs vai ne veiksmīgs, patstāvīgs vai ne patstāvīgs, ātrs vai lēns, patvaļīgs vai apzināts, reflektorisks vai intuitīvs.

Izpratne ir prāta darbības augstākā pakāpe, kas izpaužas izziņas procesā uz lietu būtības izzināšanu virzītā analītiskā domāšanā, neskaidrību vai pretrunīguma apzināšanā un dziļākā izpētē, kopsakarību atrašanās un beidzas ar neskaidrību noskaidrošanu, jēdziena definēšanu. Šajā procesā zināšanas par konkrētu objektu tiek apvienotas ar iepriekšējā pieredzē iegūtām zināšanām. Lai varētu panākt izpratni, ir skaidri jāformulē sev neskaidrības objekts un robežas (Beļickis, 2002).

Aplūkosim zināšanu izpratnes un apguves procesu, piemēram, verbālā valodā dotā materiālā – (konspekts, rakstisks teksts, u.c.). Process sastāv no diviem posmiem:

1. Vispirms notiek teksta lasīšana un izpratne: verbālās simbolikas – zīmju-simbolu formas pārveide valodas formā, tas ir, zīmes-simbola nozīmes apjēgšana (izpratne);
2. Izlasītais un izprastais teksts tiek izklāstīts kādam sarunu biedram: notiek pretēja procedūra – valodas forma tiek pārveidota zīmes-simbolu formā, tas ir, tekstā izklāstītās jēgas (nozīmes) pārveide zīmes-simbolu formā.

L. Vigodskis abus procesus raksturoja sekojoši (Выгодский, 1982, 313):

”Runājot nepieciešams realizēt pāreju no iekšējā plāna uz ārējo, bet izpratne paredz pāreju pretējā virzienā – no ārējā darbības plāna uz iekšējo”.

Minētā zināšanu izpratnes un apguves procesa praktiskā realizācija matemātikas priekšmeta apgūvē tiks aplūkota pie intelektuālo darbību posmsecīgās teorijas izklāsta (sk. 126. – 146. lpp.)

Līdztekus pastāvošajām daudzveidīgajām iespējām apgūt zināšanas (mācību grāmatas, metodiskie materiāli, saziņas un elektroniskie līdzekļi u.c.) vērojamas izpratnes grūtības matemātikas apgūvē augstskolā un vidējās mācību iestādēs (Kangro, 1999), (Kahan, Hoyles, 1997), (Nishimori, Namikawa, 1996), (Kangro A., 2001), (Kangro, 2006-a).

Neanalizējot zināšanu apjoma un intelektuālo prasmju kopuma savstarpējās proporcijas studiju programmās unursos (Geidžs, Berliners, 1999), aplūkosim problēmu kognitīvā aspektā saistībā ar jēdzienu "zināšanas-izpratne" mijiedarbību.

Starp zināšanām, kuras ir formulētas rakstiskā, mutiskā, audio vizuālā, u.c. veidā un to izpratni vairāk vai mazāk pastāv zināma neatbilstība (nesakritība).

Zināšanas jebkurā redakcijā (jo īpaši matemātikā, fizikā u.c. tehniskās zinātnēs) ir pasniegtas zīmes, simbola, jēdziena (*sign, concept*) veidā, kurš ļoti nosacīti un daudzos gadījumos nemaz neatspoguļo jēdzienam apzīmējamo objektu (*object, meaning*) un vēl mazāk – jēdzienam atbilstošo mentālo attēlu (*concept image*), kuru savā prātā veido cilvēks, kurš apgūst šo jēdzienu vai plašākā nozīmē – zināšanas (Carreira, 2001), (Kangro, 2006-b) (plašāku skaidrojumu par zināšanu formu un tās atspoguļojamo saturu, sk. 107. – 112. lpp.).

Un šī neatbilstība starp zināšanām un izpratni nereti tiek maksimāli ātri (un šķietami viegli) "aizpildīta" nemaz neatstājot vietu produktīvai un pat nepieciešamai "neizpratnei", tas ir atstājot studentam redzamu zināšanu izpratnes un neizpratnes sfēru, kurā būtu iespēja darboties un izmēģināt, nejūtot neērtības par savu nezināšanu vai kļūdīšanos.

Zināšanu neizpratnes gadījumos arī realizējas domāšana, bet bez izpratnes. Tādu piemēru, kuri liek pedagogam apsvērt, pārdomāt, vērtēt un ticēt sava turpmākā darba rezultātiem, nav mazums – formāli iemācīta matemātiskā jēdziena definīcija, iegūts uzdevuma atrisinājums, neizprotot tā būtību, utt.

Tādu domāšanas procesu sauc par **pseido-analītisku** (*pseudo – analytical*) un tam atbilstošo rīcību par pseido-analītisku uzvedību, kurus S. Vinnars (S. Vinner) uzskata kā identiskus jēdzienus (Vinner, 1997) raksturojošus domāšanas procesu un rīcību bez izpratnes.

Jāpiebilst gan, ka ne vienmēr tie ir jāaplūko negatīvā nozīmē, jo var būt arī kādu "spontānu, dabisku, bet nekontrolētu asociāciju" rezultāts.

Un tomēr katrs pedagogs vēlas, lai mācīšanas/mācīšanās procesā tiktu veiktas uz izpratni balstītas domāšanas operācijas.

To var paveikt, ja mācīšanas/mācīšanās procesā tiek realizēta "dzīvā domāšana". "Dzīvā domāšana" tiek traktēta kā "iekšēja izpratne", ko iegūst veicot mentālas (prāta) darbības.

Koncentrēti darbības teorijas būtību psiholoģiskā aspektā var raksturot šādi (Выгодский, 1982), (Давыдов, 2000):

Prāta (mentālās) darbības pamatā ir īpašs darbības priekšmets – pētāmā objekta/parādības *ideāls attēls* (mentālais attēls) un notiekošā darbība – operēšana ar ideālo attēlu (vai ar reāliem priekšmetiem) ideālajā plānā (prātā). Kognitīvajā darbībā ir nepieciešama operēšana tieši ar ideāliem priekšmetiem.

Ja ideālā plānā (prātā) operējot ar ideāliem priekšmetiem, piemēram, vārds, simbols, tēls, jēdziens, modelis, tiek iegūts adekvāts realitātes attēls un iegūta jauna realitāte (teorētiskā veidā), tad tādu darbību var uzskatīt par *teorētiskās domāšanas* realizāciju. Galvenie teorētiskās domāšanas realizācijas līdzekļi ir *modeļi* un ar modeļiem veidotie *priekšstati* (*моделирующие представления*) izteikti visdažādākajās valodās, piemēram, uzskatāmi-tēlaina, verbāli-aprakstoša, zīmju, simboliska, konceptuāla.

”Dzīvā domāšana” mentālajā plānā (prātā) realizē divas savstarpēji apgrieztas darbības (pārejas).

Pirmo pāreju ”tēls ->jēdziens” saprotam kā procesu, kurā *darbība* ietekmē *domāšanu*. Darbojoties ar reāliem vai ideāliem priekšmetiem tiek iegūts jēdziens (izpratne par jēdzienu, tā izveidi).

Taču ir iespējama (un “dzīvu zināšanu” iegūšanā pat nepieciešama) arī pāreja pretējā virzienā – “jēdziens -> tēls”, kuru saprotam kā procesu, kurā *domāšana* ietekmē *darbību*.

Darbojoties ar ideāliem priekšmetiem ideālā plānā tiek iegūts teorētiskas darbības rezultāts – jauns tēls (jaunas zināšanas).

Procesu, kurā domāšana ietekmē darbību, sauc par psihisko funkciju **intelektualizāciju** (plašāk sk., 105. – 107. lpp.).

”Dzīvās domāšanas” realizācija ir atrodamā V. Davidova teorijā par teorētisko zināšanu iegūvi un lietošanu (Давыдов, 2004), par empīrisko un teorētisko vispārināšanu (Давыдов, 2000), P.Galperina intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijā (IDPAT) (Гальперин, 1966, 2002), kuras teorētiskās nostādnes ir izmantotas praksē autora veiktajā pētījumā (plašāk par IDPAT realizāciju sk., 126. -146. lpp. un 1., 2. pielikums).

Aplūkosim R. Arnheima piemēru par telpiskās domāšanas izmantošanu ”dzīvo zināšanu” traktējumā un ieguvē, kur šķeļot konusu ar plakni, tika iegūtas dažādas otrās kārtas līknes (riņķa līnija, elipse, parabola) un mērķis bija noskaidrot saistību starp iegūtajām līknēm (sk. 45. lpp.).

Pirmā pāreja ”tēls ->jēdziens”: darbojoties ar reāliem priekšmetiem – izmantojot modeli, šķeļot konusu ar plakni, tika iegūtas ģeometriskas figūras (riņķa līnija, elipse, parabola).

Lai iegūtu izpratni par saistību starp līknēm, bija nepieciešama pretēja virziena darbība – jārealizē otrā pāreja ”jēdziens -> tēls”. Tajā, balstoties uz veiktajām darbībām ar modeli, bija iespējama arī darbība ar ideāliem priekšmetiem ideālā plānā – kļuva iespējams veidot

mentālos modeļus prātā, iztēloties iegūtās līnijas saistībā vienai ar otru un vajadzības gadījumā tās uzzīmēt arī reāli.

Minētajā domāšanas procesā iegūtajām "dzīvajām zināšanām" ir plašāka ietilpība un emocionāla nozīmība nekā tradicionālajām institucionālām zināšanām: "dzīvo zināšanu" jēdziens ietver sevī subjektam personīgi nozīmīgu un ar emocionālu saturu piepildītu jēgu (Evans, 2000). A. Ļeontjevs ar "dzīvo zināšanu" ieguvī raksturo procesu, kurā audzēkņa mācību darbības jēgu nosaka viņa darbības motīvi (Леонтьев, 1975).

"Dzīvo zināšanu" ieguvei ir jāturpinās ne tikai izziņas darbībā, bet arī personības attīstībā, kur izziņas process kļūst attiecināms ne tikai uz zināšanām, bet arī uz citiem cilvēkiem un uz sevi pašu (Франк, 1995).

"Dzīvās zināšanas" kopumā "nav pabeigtas", to būtība ļauj un prasa tās papildināt. Raksturīgi, ka cilvēks sevi nekad pilnībā nav izpratis, taču tas nav iemesls, lai nebūtu vēlēšanās un iespēju sevi izzināt vairāk. Izzinot sevi, cilvēks iegūst jaunas zināšanas gan par sevi, gan piedalās izziņas procesā – papildina prasmi iegūt zināšanas, kas ir pamats pašattīstībai.

1.4. Domāšana un matemātiskā izglītība pārmaiņu periodā

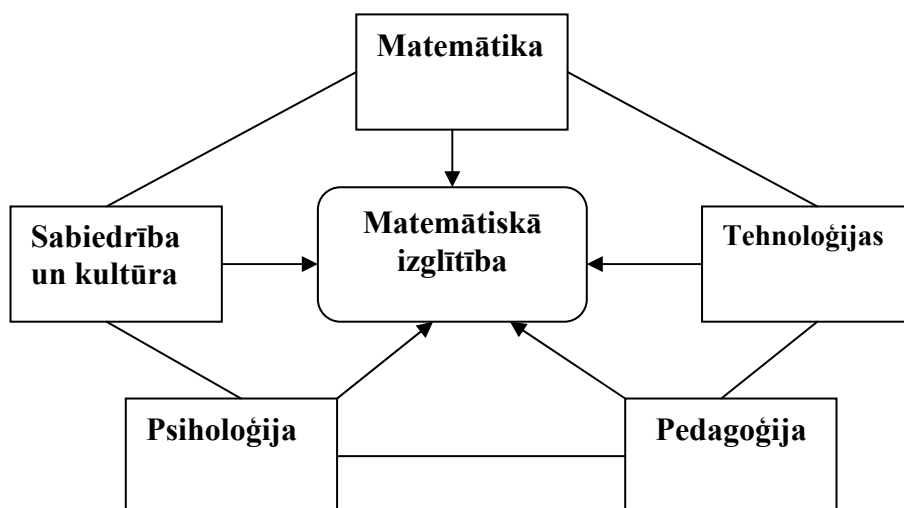
20. gadsimts atstāja paliekošu nozīmi matemātikas izglītībā visā pasaulē – tika veikti pētījumi ne tikai matemātikas zinātnē, bet arī starp-zinātņu integrācijā (pedagoģijā, psiholoģijā, informātikā u.c.).

Gadsimta sākumā sāka attīstīties pētījumi zinātnes virzienos, kuri būtiski ietekmēja matemātikas saturu un apmācības procesu – vispirms jau pašā matemātikas zinātnē, kura noteica tendences satura veidošanai matemātikas apmācībā.

Attīstījās pētījumi psiholoģijas nozarē – un īpaši kognitīvajā psiholoģijā, kuriem bija vistiešākā saistība ar matemātikas apmācības procesu un tieši: audzēkņu loģiskās domāšanas attīstīšana, prasmes uzdevumu risināšanā, radošo spēju attīstīšana matemātikas apgūvē.

Acīmredzot uz matemātisko izglītību ietekmi atstāja arī sociālie faktori (kultūra un sabiedrība), tehnoloģiskās attīstības līmenis un citi sabiedriskās dzīves aspekti, un attīstījās arī pētījumi pedagoģijā un didaktikā izstrādājot jaunas matemātikas mācīšanas metodes un formas.

Lai labāk izprastu matemātiskās domāšanas attīstību matemātikas studijuursos, ir jāanalizē matemātiskās izglītības attīstība kopumā (1.6. att.).



1.6. att. Matemātisko izglītību ietekmējošie faktori (Чошанов, 1996)

20. gadsimta sākumā matemātikas zinātnes pasauli lielā mērā ietekmēja Erlangeras programma, F. Kleina reformatoriskie pūliņi, arī D. Gilberta referātā otrajā starptautiskajā

matemātiķu kongresā Parīzē 1900. gadā paustās idejas par 23 pasaulē neatrisinātām matemātikas problēmām.

Matemātikas zinātnes saturiskā aspektā 20. gadsimta sākumā matemātikas zinātnē dominēja G. Kantora darbos attīstītā kopu teorija. Daudziem zinātniekiem likās, ka šīs teorijas ietekmē matematika pārvarēs savas iekšējās pretrunas un kā teorija tā kļūs saprotamāka un būs pabeigta. Izmantojot kopu teorijas aparātu, G. Kantora ideju atbalstītāji izvirzīja mērķi reducēt matemātiku uz loģiku, un šo virzienu nosauca par loģicismu, piemēram, G. Frege trīs sējumu darbs "Aritmētikas pamati". Tomēr drīz vien pašu loģicisma pārstāvju rindās radās oponenti – angļu matemātiķis B. Rassels parādīja sākotnējo pieņēmumu pretrunīgumu, kuri noveda pie vairākiem matemātiskiem paradoksiem. To ietekmē matematika turpmāk sāka attīstīties vairāk konstruktīvā virzienā balstoties galvenokārt uz praktiskiem, gan arī uz intuitīviem pamatiem.

Balstoties uz šiem virzieniem tika veiktas matemātiskās izglītības reformas vairākās pasaules valstīs, piemēram, matemātiskās izglītības reforma Anglijā (Dž. Perija projekts), skolas ģeometrijas kursa reforma Francijā (E. Borela, Ž. Adamāra un G. Lebega projekts).

Realizējot matemātiskās izglītības reformu Amerikas Savienotajās Valstīs (E. Mūra projekts) tika akcentēta dažādu skolas matemātikas kursa nodaļu integrācija.

Nākošais skolas matemātikas reformu vilnis skāra attīstītās industriālās valstis 60.-70. gados. Reforma skāra gan izglītības saturu, gan arī apmācības procesu, kur īpaša uzmanība bija jāpievērš matemātikas skolotāju sagatavošanai.

Liels darbs mācību programmu un metodikas izstrādē tika veikts akadēmiķa A. Kolmogorova vadībā.

Liels darbs mācību programmu un metodikas izstrādē tika veikts akadēmiķa A. Kolmogorova vadībā pievēršot pastiprinātu uzmanību vispārināšanas principiem (īpaši ģeometrijā un analītiskajā ģeometrijā), matemātikas satura saiknei ar dzīvi tā veicinot izziņas procesu un atklājot aksiomātiskās metodes būtību.

Līdzīgi kā matemātikas zinātnē arī praktiskās ievirzes psiholoģisko pētījumu sākotne attiecināma uz 20. gadsimta pirmo pusi, pie kam galvenie pētījumu virzieni (domāšanas psiholoģija) iniciatori bija tieši paši matemātiķi:

- matemātiskās domāšanas attīstīšanas heuristiskie mehānismi (franču matemātiķi G. Puankarē un Ž. Adamārs);
- produktīvās domāšanas mehānismi (V. Vundts, M. Vertgeimers, O. Zeļcs, K. Dunkers).

Attiecībā uz mācīšanas/mācīšanās mehānismu izpēti šajā laikā pastāv un funkcionē divi savstarpēji pretēji viedokļi – amerikāņu biheivioristu skola (Dž. Votsons, E. Torndaiks) un krievu refleksoloģijas skola (I. Sečenovs, V. Behterevs, I. Pavlovs).

Rodas arī jauns psiholoģisko pētījumu virziens – audzēkņu intelektuālo spēju izpēte (A. Bine).

Jāpiebilst, ka daudzos gadījumos pētījumu saturiskais nodrošinājums bija tieši matemātika, piemēram: E. Torndaika "treniņa" ideja (*drill*) matemātikas mācīšanā; A. Bine ideja par matemātisko spēju iekļaušanu skolēna/studenta intelekta struktūrā.

A. Bine iesāktos pētījumus turpināja viņa aspirants Ž. Piažē izmantojot oriģinālu klīnisku metodi izziņas procesa psiholoģisko aspektu izpētē. Viņa galvenie sasniegumi ir bērna psihiskās attīstība periodizācijas sfērā (Пиаже, 1969), darbības nozīme jaunu zināšanu ieguvē un attīstīšanā (Пиаже, 1965), (Обухова, 1995), operacionālo aspektu (objekta pārveidošana) un figuratīvo aspektu (pārveidošanas reproducēšana) nozīme refleksīvās abstrakcijas procesā jaunu zināšanu ieguvē (Пиаже, 1970). Daudzus savus pētījumus Ž. Piažē ir veicis izmantojot matemātikas satura materiālu.

Krievu psihologs L. Vigodskis ar pazīstamo tēzi – mācīšanai ir jāapsteidz attīstība ir jauna kulturāli-vēsturiskā virziena pamatlicējs psiholoģijā. Viņš ir pētījis interiorizācijas procesu (pāreja no ārējām darbībām uz iekšējām jeb prāta darbībām), iekšējās runas mehānismus, tuvākās attīstības zonas, kolektīvās darbības nozīmi bērna psihiskajā attīstībā, kā arī detalizēti aplūkojis zinātnisku jēdzienu (arī matemātisku) attīstību bērnu vecumā.

20. gadsimta otrajā pusē pētījumus darbības teorijā ir veicis A. Ļeontjevs. Savukārt uz darbības teorijas bāzes izveidojās intelektuālās darbības posmsecīgās attīstības teorija (P. Galperins, N. Talizina), psiholoģiski-pedagoģiskā attīstošās mācīšanas teorija (V. Davidovs), problēmu-apmācības teorija (M. Mahmutovs).

Par ievērojamu notikumu pasaules pedagoģiskajā psiholoģijā kļuva angļu zinātnieka P. Skempa grāmatas "Matemātikas mācīšanās (studēšanas) psiholoģija" (Skemp, 1987) iznākšana. Šajā grāmatā viņš izklāsta konceptuālo un procedurālo zināšanu veidošanas īpatnības, kā arī dažādu zināšanu veidu nozīmi matemātikas apmācībā.

Šodienas students ir vakardienas skolēns, tāpēc jāatzīmē krievu zinātnieka V. Krutecka solīdais ieguldījums skolēnu matemātisko spēju izpētē. Viņš ne tikai veica skolēnu matemātisko spēju struktūras analīzi, bet arī izdarīja fundamentālu, eksperimentāli pamatotu secinājumu, ka visi skolēni ir spējīgi apgūt matemātiku skolas mācību programmas ietvaros (Крутецкий, 1968). Viņa secinājumu izmantoja starptautiskās matemātiskās izglītības programmās, piemēram, ASV jaunajā skolas matemātikas standartā "Standarts-2000" (National Council ... , 2000).

80. gadu beigu posms raksturīgs ar konstruktīvisma kā filozofiska un psiholoģiska virziena rašanos izglītībā. Tā fundamentālais pamats ir Dž. Džui, L. Vigodska, Ž. Piažē, Dž. Brunera u.c. autoru darbos. Īpaša nozīme ir audzēkņu sociālās mijiedarbības, saskarsmes un sadarbības aspektiem mācību procesā, kur svarīgākie konstruktīvisma principi attiecībā uz mācību procesu ir šādi (Интернет-обучение ... , 2004, c.30), (Атанов, Пустынникова, 2002, 422), (Ситуационный ... , 2002, 262), (Meyer et al., 1999), (Chou, 2002):

- a) *konteksts* (tiek risināti uzdevumi/problēmas ļoti pietuvināti reālai dzīvei un profesionālajai darbībai);
- b) *konstruēšana* (zināšanu izveide ar aktivitātes, darbības, praktisku uzdevumu risināšanu);
- c) *sadarbība* (savstarpēja palīdzība problēmu risināšanā, ideju novērtēšanā);
- d) *saskarsme* (pedagoģiskās darbības plānošanā, sadarbībā, lēmumu pieņemšanā).

Šajā laika posmā matemātiskajā izglītībā raksturīga arī radikālā konstruktīvisma (E.Glaserfelds) pozīcijas pastiprināšanās, kura galvenā filozofiskā ideja saistās ar to, ka zināšanas netiek sniegtas audzēkņiem galīgā veidā, bet tās ir jāiegūst pašam audzēknim aktīvā izzīņas darbības procesā (E. von Glaserfeld, 1991).

L. Vigodska kulturāli-vēsturiskā izglītības koncepcija un V. Krutecka secinājumi par skolēnu matemātikas spējām deva būtisku ieguldījumu matemātiskās izglītības attīstības analizē pasaulē, piemēram, Third International Mathematics and Science Study (TIMSS), kuri 90.-os gados pētīja skolēnu matemātiskās izglītības sagatavotības līmeni.

Pētījumi aptvēra aptuveni 500000 dažādas pakāpes skolu (sākuma, vidējās, vecākās) audzēkņus vairāk nekā no 40 pasaules valstī un parādīja, ka skolēnu matemātiskās sagatavotības līmenis dienvidu-aziātiskajās valstīs (Sigapūra, Koreja, Japāna, Honkonga) ir augstāks par vienaudžu līmeni, piemēram, Eiropā un Amerikā.

TIMSS starptautiskie pētījumi rosināja uzlabot dabas zinātņu (arī matemātikas) kvalitāti Eiropā – 1999. gada 19. jūnijā 29 Eiropas valstu izglītības ministri parakstīja Boloņas deklarāciju, kuras mērķis bija Eiropas augstākās izglītības telpas saliedēšana. Boloņas deklarācija liecināja, ka Eiropas augstākās izglītības iestādes bija mazāk atraktīvas studentiem, nekā Amerikas universitātes, jo studenti tajās saskatīja vairāk stimulējošu un viņu prasībām atbilstošu vidi.

60. gados Eiropas universitātēs iesāktā darbība izglītības demokratizācijas un plašākas pieejamības virzienā Amerikas augstskolās tika risināta jau dažas desmitgades agrāk. Tas nozīmēja, ka Eiropas universitātēm ir jāuzlūko sevi kā mācību institūciju tikpat nopietni kā tas tiek darīts zinātnisko pētījumu un atklājumu jomā.

Boloņas process ir jauna augstāka kvalitāte starptautiskās sadarbības jomā arī izglītības pētījumos International Mathematics and Science Study (IMSS), OECD

dalībvalstu Starptautiskā skolēnu novērtēšanas programma (OECD Programme for International Student Assessment – OECD PISA). Iegūtie pētījumi ir ļoti nozīmīgi arī augstākās izglītības jomā, jo sniedz relevantu un vispusīgu informāciju par Latvijas skolnieku matemātikas un dabaszinātņu apguves vidējo līmeni. Aplūkosim dažus pētījumu secinājumus un rezultātus (Kangro A., Geske, 2001):

- Lasīšanā (spēja saprast, izmantot un novērtēt rakstiskus tekstus, lai sasniegtu savus mērķus, pilnveidotu savas zināšanas un potenciālu, un lai piedalītos sabiedrības dzīvē) Latvijas skolēnu vidējie sasniegumi ir zemāki par pētījuma dalībvalstu vidējo līmeni. Latvija ieņem 28. vietu vidējo vērtējumu tabulā, mūsu skolēnu sasniegumi nav statistiski nozīmīgi atšķirīgi (būtiski neatšķiras) no Polijas, Grieķijas, Portugāles, Krievijas un Luksemburgas skolēnu sasniegumiem.
- Matemātikā Latvijas skolēnu vidējie sasniegumi ir zemāki par pētījuma dalībvalstu vidējo līmeni. Latvija ieņem 25. vietu vidējo vērtējumu tabulā, mūsu skolēnu sasniegumi nav statistiski nozīmīgi atšķirīgi Polijas, Grieķijas, Portugāles, Krievijas, Spānijas un Itālijas skolēnu sasniegumiem.
- Dabaszinātnēs Latvijas skolēnu vidējie sasniegumi ir zemāki par pētījuma dalībvalstu vidējo līmeni. Latvija ieņem 27. vietu vidējo vērtējumu tabulā, mūsu skolēnu sasniegumi nav statistiski nozīmīgi atšķirīgi Polijas, Grieķijas, Portugāles, Krievijas, Luksemburgas, Lihtenšteinas un Itālijas skolēnu sasniegumiem.

Ir vērojama liela atšķirība starp vājāko un labāko skolēnu sasniegumiem un vidējiem sasniegumu rādītājiem (Kangro, A., Geske, 2001):

Atšķirības skolēnu sasniegumiem jebkuras dalībvalsts ietvaros ir lielākas nekā atšķirības starp dalībvalstu skolēnu sasniegumu vidējiem rādītājiem. Tāpēc tieši sasniegumu atšķirību analīze valstu ietvaros starptautiskā kontekstā ir galvenais pētījumu datu starptautiskās un nacionālās analīzes virziens. Latvijas skolēnu rezultātu izkliede (labāko un sliktāko sasniegumu atšķirības testos) lasīšanā ir 112,5% no OECD valstu skolēnu sasniegumu vidējās izkliedes. Attiecīgi matemātikā šī izkliede ir 123,4% un dabaszinātnēs 105,8%. Tātad šī pētījuma testos Latvijas skolēnu labākie un sliktākie rezultāti atšķiras vairāk nekā vidēji OECD valstīs (mazākā skolēnu sasniegumu izkliede lasītprasmē ir Korejas skolēniem 52,1%, matemātikā Somijas skolēniem 74,7%, dabaszinātnēs Meksikas skolēniem 65,9%, lielākā sasniegumu izkliede lasītprasmē ir Vācijas skolēniem 133,3%, matemātikā Grieķijas skolēniem 135,9%, dabaszinātnēs Beļģijas skolēniem 136,5%).

Latvijas skolēnu sliktākie rezultāti testos ir pārāk vāji, salīdzinot ar labākajiem sasniegumiem. 25% skolēnu ar sliktākajiem sasniegumiem atpauk savās zināšanās un

prasmēs no 24% labāko skolēnu par vairākiem mācību gadiem. Tas nozīmē, ka šai skolēnu daļai varētu būt nopietnas problēmas turpmākajā dzīvē un izglītībā.

Skolēnu lasīšanas rezultātu izklādes padziļināta analīze rāda, ka iepriekš minētie 112,5% izklādes Latvijā sadalās starp atšķirībām skolu starpā:

- a) Dažādi sasniegumi pilsētu un lauku skolās – Latvijas skolās ar latviešu mācību valodu vislabākie sasniegumi ir Rīgā, pēc tam seko skolas pilsētās, kurās iedzīvotāju skaits ir lielāks par 15000, sliktākie sasniegumi ir lauku un mazo pilsētu skolās. Skolās ar krievu mācību valodu sliktākie sasniegumi arī ir lauku un mazo pilsētu skolās, taču atšķirības starp Rīgu un lielo pilsētu skolām lasīšanā, matemātikā un dabaszinātnēs nav viennozīmīga;
- b) Dažādi skolu tipi – sasniegumi 15 gadus veciem skolēniem Latvijā, kuri mācās vidusskolu 8. un 9. klasēs, ir augstāki nekā šī paša vecuma skolēniem, kuri mācās pamatskolu 8. un 9. klasēs. Vakarskolās skolēnu sasniegumi ir vēl zemāki.

Arī autora piedalīšanās starptautiskās mācību procesa izpētes programmās

(”The Programme for International Student Assessment (OECD 2003) Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills”, LU Pedagoģijas fakultāte, laika posmā no 01.04. 2003. līdz 01.06. 2003, (dalībnieka statuss – testēšanas izpildītājs);

”Sabiedrības Integrācijas fonds”, LE01.01/2-19/29, LU 2003/2055, laika posmā no 29.11. 2003. līdz 29.08.2004, (dalībnieka statuss – testēšanas izpildītājs), deva ierosmi un iemaņas turpmākajos matemātikas studiju kursu pētījumos.

TIMSS, OECD pētījumu rezultāti, autora veiktie matemātikas studiju procesa pētījumi norāda uz studiju motivācijas, priekšzināšanu apjaušanas, mācību procesa individualizācijas un diferenciacijas īpašo lomu jaunā studentu kontingenta veiksmīgai iesaistīšanai studiju procesā (Kangro, 1996-a), (Kangro, 1996-b), (Kангро, 1988), (Kangro, 1999), (Kangro, 2001), (Kangro, 2002-a).

Pārejas process no skolas uz augstskolas matemātiku sagādā grūtības ne tikai Latvijas skolēniem vien. Grūtības saistītas ar ievērojamo atšķirību skolas un augstskolas matemātikas saturā un mācību procesa norisē (Kahn, Hoyles, 1997):

- Satura paplašināšanās pielietojumu jomā palielina atšķirības starp augstskolas saturu un skolas kursā aplūkotās “tīrās” jeb “nesajauktās” matemātikas saturu;
- Speciālo kursu visai kompaktā un brīžiem pat “saspiestā” jeb ļoti koncentrētā izklāsta forma, kas izveidota ar nolūku palielināt ievada lekcijām atvēlēto stundu skaitu;

- Novērtēšanas prakses maiņa salīdzinājumā ar skolu (mazāk regulāra kontrole, utt.), kas gan nav mācību procesa organizētāju iniciatīva, bet gan vairāk saistīta ar objektīviem ārējiem faktoriem.

Grūtības pārejas procesā no skolas uz augstskolu ir pastāvējušas arī agrāk – lielais “lēciens” no gandrīz vai elementārās skolas matemātikas uz augstāko matemātiku, nepietiekamā kritiskās domāšanas prasmju veidošana skolā (Thwaites, 1972).

Jāatzīst, ka salīdzinājumā ar 80.-90. gadiem nav vērojams progress (London, ..., 1995):

- Studentiem trūkst būtisku tehnisku iemaņu skaitlisku un algebrisku pārveidojumu izpildē;
- Salīdzinot ar 1980. gada studentiem ir vērojama analītisko spēju lejupslīde;
- Daudzi studenti uzsākot mācīties nesaprot, ka matemātika ir precīza disciplīna, kurā stingri, nevainojami veiktiem aprēķiniem, loģiskai spriešanai un pierādījumiem ir pirmšķirīga nozīme.

Problēmas, saistītas ar pāreju uz augstskolu jāuzlūko ne tikai kā grūtības epistemoloģiskā (izziņas un zināšanu izcelsme) un kognitīvā līmenī, bet arī saistībā ar konkrētas valsts problēmām sociālā, kultūras un didaktikas aspektā (De Guzman, Hodgson, Robert, & Villani, 1998).

Literatūrā var atrast tieši galvenos neatbilstības raksturotājus saturiskā ziņā starp skolas un augstskolas matemātiku:

- a) skaitliskie un algebriskie aprēķini, diferenciālrēķini un integrālrēķinu (ICMI Study, ...1998);
- b) kopu teorija (Hood Baxter, 1994);
- c) pierādījumi (Simpson, 1995), u.c.

Pat tādā valstī kā Japānā, kura ieņem augstu novērtējumu starptautiskajā skolēnu novērtēšanas programmā (1. vieta matemātikā, pēc OECD pētījumiem laika posmā no 1998. – 2001. gadam) (Kangro A., 2001), ir vērojama pirmkursnieku matemātisko spēju pazemināšanās salīdzinājumā ar 1980. un 1990. gadu (Nishimori, Namikawa, 1996). Ziņojuma autori atzīmē studentu visai zemās matemātiskās domāšanas (abstraktās un loģiskās) spējas, vāji attīstītas aprēķinu un pārveidojumu izpildes spējas. Kā cēloņi tiek minēti pārlietu formāla matemātikas apguve (iekalšana), sabiedrības attīstības tendenču ietekme uz izglītības sfēru, studentu skaita izmaiņas u.c.

Sasniegumus matemātikā lielā mērā nosaka ne tika matemātiskās spējas un domāšanas prasmes, bet arī mācību process saistībā ar audzināšanu.

Aplūkojot audzināšanas un mācību procesa nozīmi personības attīstībā, jāatzīmē, ka mācību process sekmē personības socializāciju un prasa zināmus pūliņus no vecāku, citu

pieaugušo cilvēku puses. Audzināšana kā sociāla parādība tomēr ir atkarīga arī no cilvēka dotumiem, ir lielā mērā saistīta ar emocijām, vajadzībām. Tā var noritēt gan līdztekus mācību procesam, gan arī šķirti no tās, dažreiz pat stihiski mikrovides un makrovides ietekmē. Mācību process ietver sevī audzināšanas elementus un noteiktos apstākļos tas ietekmē cilvēka audzināšanu – jo augstāks ir cilvēka audzināšanas līmenis, jo efektīvāk norit (norisinās) mācīšanās un tai ir augstāki rezultāti.

Augstskola, piedaloties mācību, audzināšanas un jauno speciālistu sagatavošanas procesā, veido viņos vērtību sistēmu pret apkārtējo pasauli, pret dabu, cilvēkiem, kultūru un galu galā arī pašiem pret sevi, dzīvojošiem jaunā un nenovēršami mainīgā pasaulē.

Sasniegumi pedagoģijā tiešā veidā ietekmē matemātikas saturu un apmācības procesu, pie kam nereti ietekme ir abpusēja – oriģinālas idejas metodikā iegūst vispār-didaktisko principu, metožu un apmācības formu statusu.

Vairākās studiju disciplīnās augstskolā satura un apmācības problēmām ir starpdisciplinārs raksturs, jo daudzos gadījumos tās rodas metodikas, didaktikas, pedagoģijas un psiholoģijas saskarē, tāpēc dažreiz ir grūti attiecināt to vai citu apmācības procesa problēmu tikai uz vienu disciplīnu.

Aplūkosim svarīgākos sasniegumus pedagoģijā un metodikā, kuri būtiski ietekmēja matemātisko izglītību 20. gadsimtā.

20. gadsimta sākumā matemātiskajā izglītībā dažādās pasaules valstīs dominējošā bija apmācības aktivizācija un praktiskā virzība – dažādu praktisku projektu, laboratorijas darbu, mācību eksperimentu, u.c. izpilde.

Galvenie nosauktā virziena pārstāvji bija:

a) Dž. Džui (J. Dewey) ('mācīšanās darot' [*learning by doing*] (Dewey, 1902) koncepcija);

b) Dž. Perijs (matemātiskās praktiskās mācīšanas koncepcija);

c) С. Шохор-Троцкий (mērķtiecīgi izveidoto uzdevumu metode (koncepcija) (Шохор-Троцкий, 1913);

d) К. Лебединцев (induktīvā metode matemātikas apmācībā akcentējot praktiskos lietojumus, piemēram, laboratorijas un praktisko darbi, projekti u.c.) (Лебединцев, 1925).

Jāpiebilst, ka nosauktos virzienus satura un mācību procesa pilnveidē izmanto arī mūsdienu matemātiskās izglītības pētnieki.

20. gadsimta 20-40 gados attīstījās un padziļinājās mācību procesa aktivizācijas idejas (studiju sistēma, Daltona plāns, apmācības kompleksā sistēma). Šajā laikā matemātikas metodikā radās oriģināla apmācības metode – ģenētiskā, kuras dziļāks un saturiskāks

pamatojums ir atrodams M. Beskina (*H. Бескин*) un V. Bradisa (*B. Брадис*) darbos (Бескин, 1947), (Брадис, 1954).

Sākot no 40. gadiem pedagoģijā un metodikā strauji attīstījās virzieni saistīti ar konkrētiem didaktiskiem uzdevumiem – veidot iemaņas uzdevumu (problēmu) risināšanā un teorēmu pierādīšanā, piemēram, G. Fossets (apmācības metodika matemātisku teorēmu pierādījumu tehnikai) (Fawcett, 1938), D. Poija (matemātikas uzdevumu risināšanas evristiskā teorija).

D. Poija savā teorijā raksturoja uzdevumu (problēmu) risināšanas vispārējos etapus (posmus) un mācību-izziņas darbības īpatnības katrā no šiem posmiem, evristisko risināšanas paņēmieni sistēmu u.c. (Пойа, 1966), (Пойа, 1975), (Пойа, 1976). Viņa publicētie darbi kļuva par matemātikas metodikas klasiku un daudzu paaudžu un valstu matemātiķu rokasgrāmatu.

50-60 gadi raksturīgi ar jaunu pedagoģisku un metodisku ideju rašanos matemātikas apmācībā. Uz šo periodu attiecas tāds fundamentāls zinātniski-pedagoģisks darbs kā amerikāņu zinātnieku grupas B. Blūma (*B. Bloom*) vadībā veiktie pētījumi par mācību mērķu taksonomijas (hierarhijas) problēmām (Bloom, 1984), B. Skinnera (*B. Skinner*) un viņa sekotāju darbi par programmēto mācīšanu (Skinner, 1953), ungāru zinātnieka Z. Dienes (*Z. Dienes*) pētījumi par didaktisko līdzekļu – izdales materiālu un uzskatāmo modeļu nozīmi matemātikas apmācībā (Dienes, 1960), L. Šulmana (*L. Shulman*) un E. Kreislara (*E. Keislar*) darbi par pētniecisko apmācības metodi [discovery learning] (Shulman, & Keislar, 1966), Pjēra un Diānas Van Hielu (*Van Hiele*) ģeometrijas mācīšanas modelis (figūras – figūru īpašības – pierādījumi – aksiomātiskā metode), saskaņā ar kuru pastāv noteikta atkarība starp ģeometrijas apmācības līmeni un audzēkņu ģeometriskās domāšanas līmeni.

20. gadsimta 70 gadi matemātiskās domāšanas attīstībā iezīmējās ar slavenā holandiešu matemātiķa H. Freidentāla (H. Freudenthal) fundamentālajiem pētījumiem. Viņa darbu, "Matemātika kā pedagoģisks uzdevums" (Freudenthal, 1973) pārtulkotu daudzās pasaules valodās, arī mūsdienās sekmīgi izmanto kā matemātikas metodikas mācību līdzekli.

H. Freidentāla koncepciju raksturo veseluma pieeju matemātikas apmācības procesam ievērojot visus apmācības aspektus (mērķis, saturs, metodes, līdzekļi, vērtēšanas sistēma).

70-80 gadi raksturīgi ar virkni fundamentālu zinātniski – pedagoģisku darbu matemātiskās izglītības jomā:

A. Stoļars (*A. Столяр*) (matemātiskās mācību darbības modelis), (Столяр, 1986);

V. Kruteckis (*B. Крутецкий*) (matemātisko spēju struktūras komponenti) (Крутецкий, 1968);

N. Meteļskis (H. Метельский) (skolēnu matemātisko spēju vispārējie intelektuālie

komponenti un speciālie intelektuālie komponenti) (Метельский, 1982);

P. Erdņijevs, (*П. Эрдниева*), B. Erdņijevs (*Б. Эрдниева*) (didaktisko vienību paplašināšana apvienojot (integrācija) (*укрупнение дидактических единиц*) – pretnostatījuma princips, akcentē saikni starp ģenētiski radniecīgiem jēdzieniem (Эрдниева П., Эрдниева Б. 1986), (Эрдниева, 1992).

Pēdējos 10-15 gados ārzemju matemātikas pedagoģijā un metodikā raksturīgs tradicionālo sasniegumu vērtēšanas kritēriju (arī testu) radikāls pārvērtēšanas process un notiek jaunu pieeju meklējumi mācību sasniegumu vērtēšanā.

Galvenās pamatkonceptijas bija šādas:

a) vērtēšana balstoties uz apmācības beigu rezultātiem [*outcome-based assessment*] (Clarke, 1992), (Marzano, Pickering, McTighe, 1993);

b) vērtēšana balstoties uz apmācības standartiem [*Standard-based assessment*] (Clarke, 1992), (Hart, 1994);

c) vērtēšana balstoties uz kompetences koncepciju [*competency-based assessment*] (Hart, 1994), (Herman, Aschbacher, Winters, 1992);

d) vērtēšana balstoties uz izpildīšanas meistarību [*performance-based assessment*] (Guskey, 1994), (Herman, Aschbacher, Winters, 1992);

e) alternatīvās apmācības metodes (autentiskā vērtēšana, mācību portfolio, (Stenmark, 1991), "atvērto" uzdevumu metode (Becker, Shimada, 1997), u.c.);

f) V. Davidovs (*В. Давыдов*) (teorija par apmācību kā audzēkņu psihiskās attīstības noteicēju, teorētiskā domāšana kā svarīgākais līdzeklis izziņas procesos);

g) pedagoģiskie mērījumi (A. Kangro).

Tehnoloģijas un to nozīme matemātikas apgūvē

Svarīgu vietu matemātikās domāšanas attīstības modelī ieņem datoru-matemātikās sistēmas kā informāciju komunikāciju tehnoloģiju sastāvdaļa.

20. gadsimta otrā puse raksturojas ar strauju jaunu informācijas tehnoloģiju attīstību un to ieviešanu mācību procesā – datoru lietojumi matemātisko zināšanu vizuālai reprezentācijai un mācību problēmu un praktisku situāciju dinamiskai modelēšanai, internets kā meklēšanas globālais tīkls, matemātikās informācijas apmaiņas un arī tālmācības līdzeklis.

Problēmas, saistītas ar datoru lietošanu izglītībā un mācību procesa pilnveidošanu uz to bāzes, sākās līdz ar to rūpnieciskās ražošanas sākumu, tas ir no 50. gadiem.

Lai gan pirmie mēģinājumi apmācības mašīnu izveidē sākās jau 20. gadu vidū ASV ar amerikāņu psihologa S. Presija darbiem (uz studentu vērsta pieejas – *student-centred approach* realizācija), taču tehnisko mācību līdzekļu izstrāde un lietošana sākās vēlāk – pēc

amerikāņu psihologa B. Skinera darbiem (Skinner, 1954). Viņa izstrādātos apmācības principus vēl līdz šim laikam izmanto kā svarīgākos programmētajā apmācībā (Maddux, 1997, 110), (Карлащук, 2001, .9).

70. un 80. gados pieauga zinātnieku un praktiķu interese par matemātikas zināšanu reprezentāciju jauno tehnoloģiju lietošanas kontekstā. Piemēram, jau L. Vigodskis uzskatīja zīmes un simbolus kā nepieciešamus elementus ārējo darbību pārveidošanā iekšējās: zīme kā vidutājs (mēdijs) zināšanu interiorizācijas procesā.

Skolotāji un augstskolu pasniedzēji galvenokārt intuitīvā līmenī lietoja dažādus uzskates materiālus un modeļus (atbalsta konspektus u.c.) lai palīdzētu audzēkņiem pārveidot ārējo informāciju uz iekšējām (mentālām) darbībām, ko ne vienmēr varēja sekmīgi realizēt.

Problēma kļuva vieglāk risināma līdz ar speciālas mākslīgā intelekta teorijas nozares – zināšanu inženīrijas rašanos. Šī nozare, aplūkojot dažādus zināšanu reprezentācijas modeļus (loģiskie, freimu, tīklveida u.c.), ļāva kvalitatīvi jaunā līmenī risināt vizualizācijas problēmu matemātikas apmācības procesā.

Šīs problēmas aktualitāte pieauga līdz ar jauno informācijas tehnoloģiju attīstību. Jo jaunie informācijas līdzekļi (multimediju programmas, datoru grafika, u.c.) raksturojas ar pietiekami augsta līmeņa mācību informācijas uzskatāmu un dinamisku pasniegšanu, kas savukārt rada problēmas saistībā ar informācijas kvalitātes un efektivitātes novērtēšanu.

Sākās datoru izmantošana mācīšanas procesā – to attīstīja amerikāņu psihologs N. Krauders [*programmed instruction, computer based teaching, computer assisted learning*] (Ростунов, 1963), (Беспалько, 2002, 251), (Bates, 1995, 181).

Atšķirībā no B. Skinnera pieejas šeit jau ir vairāk uzdevumu – gan pēc apjoma, gan pēc grūtības pakāpes. Pareizas atbildes gadījumā tiek saņemts jauns uzdevums, bet kļūdas gadījumā tiek norādīts tās cēlonis un rekomendācijas tās novēršanai.

Mūsdienu terminoloģijā šo pieeju saprot kā *adaptīvo mācīšanu* vai *testēšanu, individuāli-orientētu testēšanu* (Агапов, 2003, 123).

Vēlāk, attīstoties testu psiholoģijai un testēšanas programmām, tika atrasti pilnīgāki mehānismi zināšanu un iemaņu kontrolei un novērtēšanai, piemēram, saistība starp sasniegumu testiem un spēju testiem (Зимняя, 1997, 23), sekošana veicamajām darbībām un sasniegumu vērtēšana (Bates, 1995, 189). Dotie virzieni attīstījās (un joprojām attīstās) kā aparatūras-programmu nodrošinājums, informācijas vizualizācija un sistematizācija, lietotājam draudzīgs interfeiss, mākslīgā intelekta lietojumi. Šie virzieni ir attiecināmi uz problēmu loku *cilvēka – datora mijiedarbība* [*human – computer interaction (HCI)*] (Barnes, 2003, 49), (Кроль, 2003, 282).

Informāciju-komunikāciju tehnoloģijas (IKT) apvieno informatīvo (informācijas) saturu un dotās tehnoloģijas komunikatīvās iespējas, ar kurām mēs saprotam metožu un paņēmieni sistēmu informācijas ievadei, apstrādei, glabāšanai, izvadei, meklēšanai un pārraidei datoru tīklos (saturiski termins IKT atbilst tehniskajā un zinātniski-pedagoģiskajā literatūrā lietotajiem terminiem *informāciju tehnoloģijas* un *jaunās informāciju tehnoloģijas*). IKT funkcionēšana ir jāaplūko saistībā ar savu darbības vidi – *elektronisko izglītības telpu* (*vidi*) kopā ar tās informatīvo saturu un komunikatīvajām iespējām un dažiem svarīgākajiem IKT darbības vides raksturotājiem (Adams, Clark, 2001, 29):

- 1) vidi raksturo *integritāte* (*metavide*) – tiek apvienotas informatīvās un komunikatīvās iespējas, kā arī tradicionālās apmācības metodes un mūsdienu izglītības tehnoloģijas
- 2) vide ir *daudzaspektu* un *multikulturāla* (*multivide*) – vidē realizējamā komunikatīvā mijiedarbība (students – pasniedzējs; students – students; students – izglītības saturs);
- 3) vidi raksturo *plašums* (pārsātinājums) informatīvā un komunikatīvā nozīmē, tas ļauj maksimāli realizēt izvēles iespējas (*makrovide*).

Raksturīga problēma IKT apgūvē, kura vistiešākā veidā skar mūsdienu pedagoģijas zinātni, ir aparātūras-programmu nodrošinājuma ļoti straujā attīstība un līdz ar to šo tehnoloģiju strauji pieaugošās didaktiskās iespējas.

Problēma pastāv arī dažādu disciplīnu mijiedarbībā IKT izveides un izpētes procesā, kas liecina par koncepciju, metodoloģiju, terminoloģiju, u.c. savstarpēju integrāciju.

IKT ir starpdisciplināru pētījumu objekts daudzu zinātņu nozaru speciālistiem, piemēram, *dabas zinātņu* un *tehnisko zinātņu* (matemātika un tai radniecīgas disciplīnas, informātika, sakaru teorija), *sociālo* un *humanitāro zinātņu* (pedagoģija, psiholoģija, socioloģija, lingvistika, filozofija, u.c.), kā arī starpdisciplināriem pētījumu virzieniem (pedagoģiskā un sociālā informātika, pedagoģiskā psiholoģija, kultūras zinātne, semiotika, bibliotēku zinātne, hermeneitika, etnogrāfija, politoloģija, u.c.).

Vispārinoša, daudzpusīga, starpdisciplināra un integrēta pieeja informāciju-komunikāciju tehnoloģiju (IKT) izpētē, nenoliedzami sekmē jaunu zināšanu iegūvi pedagoģijas zinātnē (Berger, 1972, 25), (Педагогическая ..., 2004, 172)

Analizējot IKT lietojumus zinātniskiem un izglītības mērķiem, kļuva skaidrs, ka problēmas nav tik daudz saistītas tikai ar IKT tehniskiem funkcionēšanas jautājumiem, bet vairāk ar instrumentāli-tehnoloģiskām, administratīvi-organizatoriskām problēmām un tās ir jāaplūko kā visas sabiedrības kompjūterizācijas un informatizācijas problēmas kopumā un izglītības sfērā īpaši (Bates, 1995, 84), (Мизин и др., 1998), (Колин, 2000, 36).

Problēmas lielā mērā ir saistītas ar jauno tehnisko mācību līdzekļu adaptāciju mācību procesā, ar tās teorētiskiem un metodiskiem aspektiem un ar nepieciešamajām teorijas un

metodikas izmaiņām šajā procesā, ar pedagogu kadru pārkvalificēšanu un gatavošanu, un viņu profesionālās kompetences līmeņa paaugstināšanu.

Veiktie psiholoģiski-pedagoģiskie pētījumi norādītajos virzienos ir atrodamī šādos darbos: (Колин, 2000-а, 36), (Ланда, 1961, 1962), (Талызина, 1975), (Ершов и др., 1979), (Гершунский, 1987, 1990), (Машьц, 1988), (Философско-психологические проблемы, 1994), (Компьютерные ..., 1995), (Maddux, 1997).

Mērķtiecīga elektroniskās izglītības telpas veidošana paredz pedagoģiskās komunikācijas teorijas un prakses veidošanu, pedagoģiskā procesa adaptāciju elektroniskā vidē – tā nav diskusija par esošo pedagoģisko pieeju maiņu, bet gan par tradicionālās apmācības teorijas un metodoloģijas attīstību, iekļaujot tajā jaunas formas un metodes balstītas uz IKT lietošanu.

20. gadsimts deva globālu ieguldījumu matemātiskajā izglītībā pasaulē zinātniski-pedagoģisku un metodisku pamatu izveidē matemātikas mācīšanā un matemātika ienāca 21. gadsimtā ar solīdām teorētiskām iestrādņēm par mērķiem, saturu, metodēm, formām un līdzekļiem matemātikas mācīšanā un dominējošie virzieni nākošajā tūkstošgadē matemātiskajā izglītībā būs:

- salīdzinošā analīze un matemātiskās izglītības standartizācija dažādās pasaules valstīs;
- matemātiskās mācīšanas savdabība kultūru daudzveidības apstākļos;
- plaša jauno informācijas tehnoloģiju izmantošana mācību procesā.

Izglītības process augstskolā

Konceptuāli izglītību var uzlūkot kā procesu un rezultātu mērķtiecīgai pedagoģiski organizētai un plānveidīgai cilvēka socializācijai, kuru veic sabiedrības interesēs.

Ievērojot, ka pieredzes pamatā ir darbība, arī izglītības procesu varam uzlūkot kā specifisku darbību ar savu īpašu *struktūru*, pie kam paredzot ne tikai informācijas *nodošanu*, bet arī tās *apgūšanu* kā nepieciešamo nosacījumu informācijas turpmākai lietošanai.

Izglītības procesa *struktūra* un *saturs* ir abpusējs un ietver sevī divus galvenos komponentus – *pasniegšanu* (informācijas sniegšana un palīdzība prasmju izveidē) un *mācīšanos (studēšanu)* (informācijas apguve, aktīva darbība tās pārstādē un apjēgšanā tālākai tās lietošanai savā personīgajā pieredzē).

Ar *pasniegšanu* saprotam to cilvēku darbību, kuri iestājas komunikatīvā procesā ar citiem cilvēkiem ar mērķi nodot informāciju, turpretī ar *mācīšanos (studēšanu)* – to cilvēku darbību, kuri mācās, studē, iegūst informāciju citu cilvēku vadībā vai arī patstāvīgi.

Mūsdienu izglītības mērķis – to personības spēju attīstība, kuras ir vajadzīgas pašam cilvēkam un sabiedrībai, nodrošināt iespējas cilvēka efektīvai pašizglītībai.

Ar izglītības procesa virzītājspēka – interešu (motivācijas) palīdzību tiek pievērsta vajadzīgā uzmanība izglītības saturam un tā apgušanas veidiem. Izglītības procesā notiek cilvēka personiskās pieredzes un sociālās prakses apvienošana. Tas izpaužas zinātnisko jēdzienu, teoriju, utt. apguvē, satura konkretizēšanā.

Izglītības process, būdams pietiekoši sarežģīts, ietver sevī divus svarīgākos komponentus: *pasniegšana* (vadība) un *mācīšanās* (pakļaušanās, padotība), un šajā procesā iegūtā informācija ir abu šo komponentu saistošais posms.

Taču attieksme pret jēdzienu "vadība" (arī pedagoģijā) nav viennozīmīga – aizspriedumi, jēdziena neatzīšana rodas, saistot to ar stingri determinētām vadības formām vai arī saprotot to kā manipulēšanu un personības interešu un centienu apspiešanu.

Vai ir iespējama intelektuālo (mentālo) darbību (domāšanas) vadība mācību procesā augstskolā?

Atbilde ir pozitīva, un ir divi raksturīgākie viens otru papildinošie risinājumi: pirmais – *netiešais*, radot apstākļus, kuri virza subjekta intelektuālo darbību vēlamajā virzienā; otrais – *tiešais*, mērķtiecīgi veidojot intelektuālo darbību sistēmu, paņēmienus, metodes.

Pirmais risinājums paredz satura materiāla un informācijas atlasīšanu un tā sakārtošanu īpašā veidā. Piemēram, D. Elkoņins (*Д. Б. Элконин*) un V. Davidovs (*В. В. Давыдов*) piedāvāja deduktīvo mācību materiāla izklāsta formu – virzību no abstraktā uz konkrēto.

Par mācību darbības saturu kalpo teorētiskās zināšanas, t.i., īstenojas domāšanas darbība no abstraktā uz konkrēto, no vispārīgā uz atsevišķo – tiek attīstīta teorētiskā domāšana (*Давыдов, 1996*).

L. Zankovs (*Л. В. Занков*) un A. Ļubļinskaja (*А. А. Люблинская*) pārliecināja par noteikta un kontrolēta grūtības pakāpes pieauguma tempa nepieciešamību mācīšanas/mācīšanās procesā. Šī risinājuma raksturīga iezīme ir studentu zināma patstāvība zināšanu ieguvē un autonomija mācīšanās procesā.

Otrais veids, kā vadīt intelektuālās darbības mācīšanas/mācīšanās procesā balstās uz iepriekš noteiktu intelektuālu darbību saturošas sistēmas apguves rezultātiem.

Mācīšanas/mācīšanās procesa mērķis ir nodrošināt intelektuālu darbību interiorizācijas (iekšējie procesi) vadību. To realizē ar P. Galperina (*П. Я. Гальперин*), A. Ļeontjeva (*А. Н. Леонтьев*) un N. Talizinas (*Н. Ф. Талызина*) (*Леонтьев, 1976*), (*Гальперин, 1959*), (*Ляудис, 1992*), (*Талызина, 1999*) izstrādātās intelektuālu darbību posmsecīgās teorijas (IDPAT) palīdzību (par IDPAT teoriju un tās pielietojumiem, sk. 126.-146. lpp.).

Zināšanu ieguves struktūras jautājumu izpētē ir svarīgi mācīšanos (studēšanu) aplūkot divu mikrokomponentu struktūrā:

a) zināšanu apguvei nepieciešamā mācību materiāla apjēgšana;

b) zināšanu diagnosticēšana mācību materiāla apgūvē izdalot no mācību materiāla *vispārīgās* zināšanas (piemēram, studiju kursa vispārīgās likumsakarības) un *atsevišķās* zināšanas (piemēram, profesionālās zināšanas).

Parasti mācīšanās sākumā svarīgāks ir pirmais komponents, bet tālāk uzkrājoties pieredzei, lielāka uzmanība tiek pievērsta otrajam komponentam.

Jebkura mācīšanās (studēšana) ir izziņas process, kurā cilvēks mācās veikt visdažādākās domāšanas operācijas – analīzi un sintēzi, pielīdzināt (identificēt) dažādo un atšķirt vienādo, pēc darbības produktiem secināt par tās saturu, u.c., – pareizi organizētu mācību procesu zināmā nozīmē var uzskatīt par pētniecību (darbības sfēra, kas saistīta ar zinātnisku izziņāšanu, parādību analīzi un uz to balstītiem secinājumiem (Aivars, 1999)).

Mācīšanās (studēšanas) procesa efektivitāti nosaka tā *ārējie* (objektīvie) un *iekšējie* (subjektīvie) faktori

Pie iekšējiem faktoriem var attiecināt visu plašo mācīšanās procesā iesaistīto cilvēcisko spektru: cilvēka personība, attīstības līmenis, domāšana, atmiņa, izziņas iespējas, refleksivitātes līmenis, prasme apzināties to, kas notiek ar viņu un apkārtējā pasaulē, iepriekšējā pieredze, kategoriālais aparāts, mācību motivācija, kognitīvās priekšrocības (piemēram, mācīšanās stili).

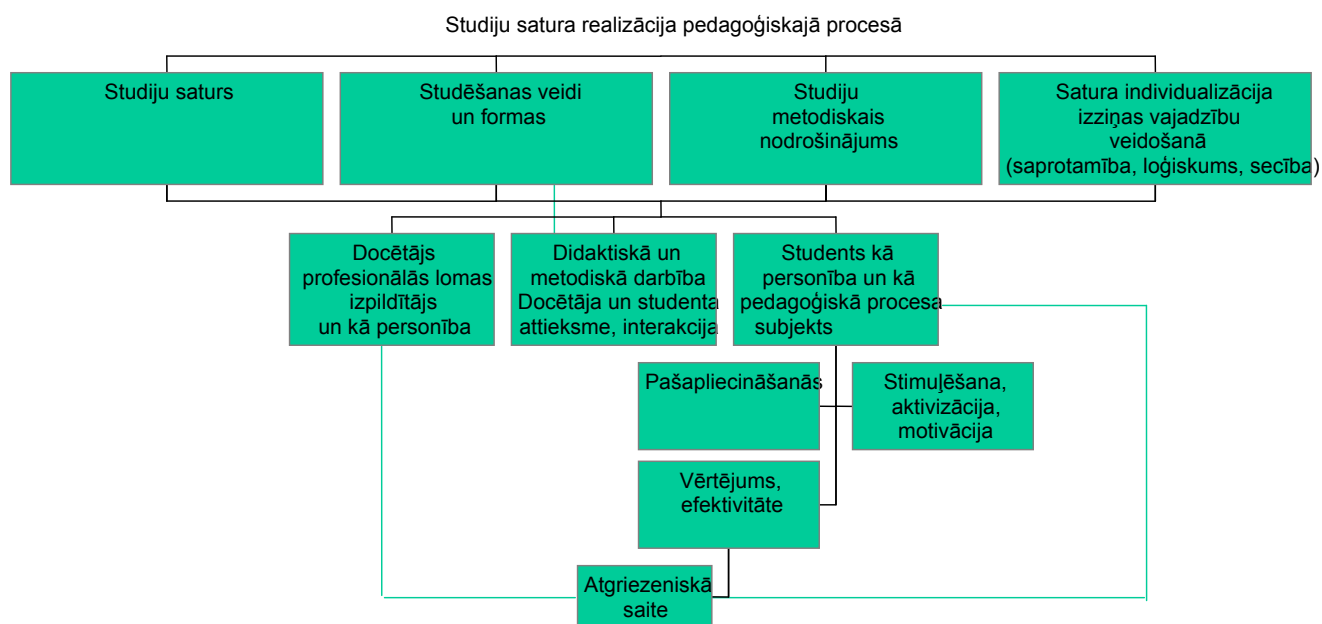
Svarīgs mācīšanās procesa iekšējais faktors ir refleksija (īpaši nozīmīga matemātikas studijās), kas nepieciešama cilvēka sākotnējās jutekliskās uztveres, priekšstatu, spriedumu un domāšanas metožu inertuma pārvarēšanai. Izglītības procesam raksturīga pakāpeniska izaugsme no zināšanām (izpratne par to, kas ir pētāmais objekts vai parādība) uz izziņu (izpratne par objekta, parādības būtību, tā vietu apkārtējā pasaulē un raksturīgākajām attīstības tendencēm). Te ļoti būtiski ir tieši izziņas procesu apzināšana, māka izziņāt pašu domāšanu, tās ceļus, metodes, prasme un drosme patiesības dēļ nereti atteikties no savām iepriekšējām zināšanām, aizspriedumiem un subjektivisma.

Jāatzīmē arī iekšējo faktoru nozīmīgums (svarīgums) mācību materiāla izpratnē, kura, īpaši pirmā kursa studentiem, notiek galvenokārt ar verbālo komunikāciju starpniecību, un tas nereti apgrūtina apmācības procesu kopumā, jo pastāv nesaskaņa starp savu pierasto valodu un apmācības procesā dzirdēto.

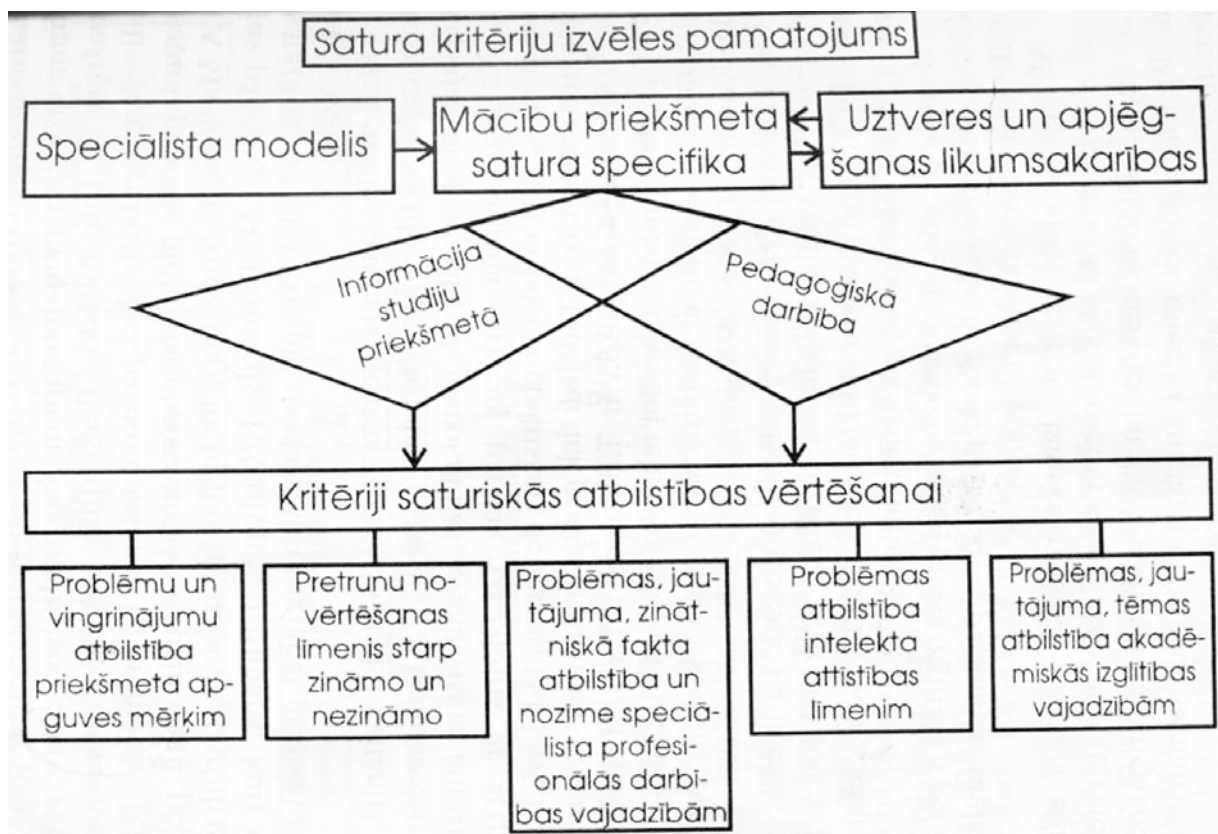
Pie mācīšanās (studēšanas) procesa efektivitātes noteicošajiem *ārējiem* faktoriem var attiecināt mācību saturu, tās zināšanas un prasmes, kuras no vienas puses tiek sniegtas apmācāmajiem un no otras puses – kādām tām vajadzētu būt apmācības procesa rezultātā.

Pievēršot pienācīgu uzmanību mācību procesam kopumā (mācīšanās procesa efektivitāti noteicošie ārējie un iekšējie faktori, studiju satura realizācija pedagoģiskā procesā 1.7. attēls, studiju satura elementu vērtēšana 1.8. attēls (Garleja, 1996) akcentējot uzmanību

uz objektu, parādību un procesu izpēti (projektēšana, modelēšana, konstruēšana, u.c.), iegūtās zināšanas ir nevis vienkārši objekts, kalpo kā līdzeklis cilvēka attīstības un izziņas darbības organizēšanai, un pasniedzēja loma nav tikai gatavas informācijas sniegšana, bet arī mācīšanas “režisora”, konsultanta un palīga pienākumu veikšana. Šādā zināšanu struktūrā vieglāk saskatīt to veidošanās vēsturi gan hronoloģiskā, gan arī pretrunu veidošanās ceļā.



1.7. att. Studiju satura realizācija pedagoģiskajā procesā (Garleja, 1996)



1.8. att. Studiju satura elementu vērtēšanas shēma (Garleja, 1996)

Augstskolā īpaši svarīgi ir mācību darbības adekvāta veidošana studentiem (īpaši jaunākajosursos) – iemācīt studentus mācīties jeb studēt, jo ievērojami vieglāk ir sniegt gatavas zināšanas, bet grūtāk – iemācīt viņus patstāvīgi no dotā plašā satura materiāla klāsta izvēlēties sev vajadzīgo materiālu.

D. Čerņilevskis iesaka izmantot sekojošus praksē pārbaudītus izziņas darbības komponentus, kuri nodrošina efektīvu mācību darbību augstskolā (Чернилевский, 2002):

1. Studentu darbība vērsta uz dotās studiju disciplīnas pamatu studēšanu un apgūšanu: lekciju klausīšanās; lasīšana; konspektēšana; apjēgšana; atreferēšana, u.c. informācijas iegūšana noteikto mācību mērķu realizācijai;

2. Studentu darbība vērsta uz uzdevumu, kuri atklāj dotās studiju disciplīnas galveno teorētisko nostādņu praktiskās pielietojšanas aparāta sastāvu un saturu, risināšanu. Te ietilpst informācijas lasīšana, apjēgšana, darbību izpilde pēc dotā parauga, atrisinājumu strukturēšana, dažādu paņēmieni analīze racionālai tipveida metožu un algoritmu pielietojšanai, vispārinātu norādījumu sastādīšana, treniņa uzdevumu risināšana u.c.
3. Ar dažādu kontroles un paškontroles formu palīdzību pārbaudīt iegūto zināšanu *iedarbīgumu* [действительность] un *ticamību* [достоверность]. Nosauktā izziņas darbības komponente kalpo kā domāšanas līdzeklis dotās studiju disciplīnas ietvaros.

Realizējot iepriekš aplūkotās izziņas darbības komponentes dotās studiju disciplīnas ietvaros zināšanu apguves līmenis ir efektīvs pie sekojošu nosacījumu izpildīšanas:

- Uz dažādu uzskates līdzekļu un motivāciju paaugstinošu metožu bāzes studenti iegūst pilnīgu un adekvātu informāciju par dotās studiju disciplīnas saturu, nozīmi, par zināšanu sistēma un prasmju apgūšanas metodēm, kā arī pārliecinās par to, ka piedāvātai zināšanu un prasmju apguves sistēmai ir svarīga nozīme viņu profesionālajā kvalifikācijā;
- Katrs students tiek nodrošināts ar individuāliem mācību – metodiskiem līdzekļiem un materiāliem, ar kuru palīdzību pasniedzējs netieši vada zināšanu apguves procesu iesaistot studentus adekvātā patstāvīgi veicamā un kontrolējamā izziņas darbībā ar sistematizētas un mērķtiecīgi sastādītas mācību informācijas palīdzību, garantējot ieplānotā rezultāta sasniegšanu;
- Kārtējie panākumi vai neveiksmes zināšanu apgūvē saskaņā ar dotajā studiju disciplīnā un paša studenta izvirzītajiem mērķiem, tiek fiksēti pēc studenta sasniegtajiem rezultātiem kontroles – ieskautes nodarbībās. Tie arī kalpo par kritērijiem un nosaka tālākos pasākumus mācību procesā.

A.Kroplijs (Cropley, 2001) uzskata, ka tradicionālā izglītība neveicina jaunradei tik ļoti nepieciešamo prasmju, attieksmju un motīvu veidošanu sniedzot zināšanas gatavā veidā un norāda sekojošas nepilnības augstākajā izglītībā:

- a) vienpusība [one-sidedness];
- b) nepiemērota zināšanu struktūras koncepcijas izvēle;
- c) nepietiekami akcentētas radošās domāšanas prasmes.

Sniedzam komentāru A.Kroplija uzskatiem saistībā ar mācību procesu augstskolā:

1. *Vienpusība*. Saskaņā ar Hovarda Gārdnera teoriju (Gardner, 1999) par katram cilvēkam piemītošiem septiņiem intelekta veidiem (1) *lingvistiskais* [linguistic], 2) *loģiski - matemātiskais* [logical - mathematical], 3) *telpiskais* [spatial], 4) *muzikālais* [musical], 5) *ķermeņa-kustību* [bodily-kinaesthetic], 6) *saziņas* [intuitive], 7) *intropersoniskais* [personal]),

A. Kroplijs (Cropley, 2001) kā vienpusību uzskata tradicionālajā izglītībā pieņemto tikai pirmo trīs intelekta veidu atzīšanu (verbālās, numerālās un telpiskās uztveres spējas) kā vienīgi pareizo paņēmienu intelekta pārbaudei. Arī autora pētījumos parādīts, ka apzinot un ievērojot H. Gārdnera intelekta veidus, līdztekus tradicionālajām matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļām (teorētiskā materiāla apguve, uzdevumu risināšana, matemātiskā modelēšana u.c.) iespējams attīstīt arī matemātikas studiju procesam raksturīgās sociālās un komunikatīvās prasmes (darbs komandā, lasot, rakstot, klausoties un runājot matemātikas valodā, u.c.) (Garleja & Kangro, 2002), (Garleja & Kangro, 2003). Mācību procesā nereti tiek akcentēti vieni mācīšanas/ mācīšanās veidi ([*other-directed learning*], [*face-to-face learning*]) un pilnīgi aizmirsti citi ([*self-directed learning*], [*independent learning*]) (Cropley, 2001).

2. *Nepiemērota zināšanu struktūras izvēle.* Visredzamākais mācīšanās rezultāts ir iegūtās zināšanas. A. Kroplijs par nepilnību cēloni izglītībā uzskata jēdziena “zināšanas” dažādu izpratni un sniedz dažas, pēc viņa domām veiksmīgi izvēlētas zināšanu koncepcijas:

- zināšanas ir nevis diskrētas informācijas daļu apvienojums, bet gan: a) vispārinātas shēmas, instrukcijas, projekti, kuru izveide balstīta uz jaunu apgūtu informāciju, b) efektīva taktika jaunās informācijas pielietošanā (Anderson, 1993);
- zināšanas ir ne tikai problemātiski atkarīga informācija [*domain-specific information*], bet arī zināšanas par atsevišķu aplūkojamo nozaru savstarpējo saistību [*generic knowledge*] (Candy, Crebert and O`Leary, 1994);
- zināšanas ir ne tikai fakti, kurus var veiksmīgi pielietot pazīstamās situācijās, bet gan zināšanas, kuras nodrošina efektīvu rīcību jaunās un nepazīstamās situācijās [*flexible knowledge*] (Botkin, Elmandrja and Malitza, 1979).

3. *Nepietiekami akcentētas radošās domāšanas prasmes.* L.Resnick (Resnick, 1987) radošās domāšanas prasmes saista ar augstas pakāpes domāšanu [*higher-order thinking*]:

- 1) ir nealgoritmiska; 2) ir kompleksa; 3) paredz variatīvus [*multiple*] atrisinājumus;
- 4) tai nepieciešama niansēta [*nuanced*] spriešana (iespējami izvēlas punkti, kuros audzēknim jāizdara nākošais solis, balstoties uz pieredzi vai intuīciju); 5) tā pieļauj nenoteiktību;
- 6) tai nepieciešama pašregulācija [*self-regulation*]; 7) tai nepieciešama piepūle.

A.Kroplijs (Cropley, 2001) radošās domāšanas prasmju veicināšanai augstskolu studentiem iesaka:

- attīstīt zinātkāri, kuru raksturo pastiprināta tieksme pēc zināšanām, pēc visa neparastā, saglabājot kritisku garu un pašvērtēšanas spējas [*self-monitoring*];
- attīstīt kopainas izjūtu [*helicopter vision*] katrā atsevišķā nozarē saistot to ar kopsakarību meklēšanu dažādās jomās;

- apgūt informācijas rakstpratību [*information literacy*], ietverot tajā prasmes novietot, atjaunot (atrast) no dažādiem avotiem (vārdi, kartes, diagrammas, formulas, utt.), izvērtēt, vadīt [*managing*] un pielietot informāciju;
- mācīšanās praksē akcentēt “dziļo” mācīšanos [*“deep” learning*], kura balstās uz specifiskām zināšanām, kuras jālieto ne tikai pierastās, bet arī jaunās, nestandarta situācijās;
- attīstīt “personisko neatlaidību” [*personal urgency*] balstītu uz labām zināšanām.

Radošo domāšanas prasmju attīstībā būtiski veikt iegūtās pieredzes (izmēģinājuma, pētījuma utt. (autora piebilde)) atkārtotu interpretāciju (apzināšanu, kritisku analīzi, saistībā ar veicamās darbības mērķiem un uzdevumiem), īpaši svarīgi pieaugušo izglītībā (Mezirow, 1990). Iegūtās pieredzes rezultātā cilvēkiem attīstās psihes kvalitātes (uztvere, atceršanās, domāšana un spēja risināt komplicētas problēmas), kas ļauj dalīt kategorijās (analizēt) un izskaidrot turpmākos notikumus, saistot tos ar pagātnes pieredzi [*transformative learning*].

Arī autora veiktajos pētījumos redzama priekšzināšanu visai ievērojamā loma matemātikas studijās augstskolā, tiesa gan vairāk pirmā kursa studentu vidū un tieši studiju sākuma posmā ((Kangro, 2001-a) – priekšzināšanu saistība ar zināšanu pašvērtējumu, (Kangro, 2001-b) – priekšzināšanu saistība ar matemātikas kursa problēmjautājumiem).

Radošo domāšanas prasmju izpausmes dažādos veidos (problēmu risināšanā, izmēģinājumos, pētījumos, utt.) attīstot psihes kvalitātes (uztveri, domāšanu) ir svarīgi apzināt veicamo darbību prasmes līmeni jeb lietpratību – tas ir *kompetenci*.

Dž. Rāvens (Равен, 1999) *pagātnes pieredzi* saistītu ar *pozitīvu motivāciju* uzlūko kā nepieciešamu un obligātu sastāvdaļu veicamās darbības *kompetences* līmeņa noskaidrošanā:

- kompetences var tikt izrādītas vai apslēptas atkarībā no apstākļiem, kādos cilvēki atrodas;
- cilvēkiem tikai tad izveidojas augsta līmeņa kompetences, ja viņu līdzšinējā pieredze (apstākļi, kādos cilvēki atradušies agrāk) atbilst viņu prioritātēm (cilvēki var lieliski iemācīties darīt to, ko dotajā momentā viņi nevar vai negrib, ja vien radītie apstākļi atbilst viņu prioritātēm);
- cilvēki var izrādīt augsta līmeņa kompetences saskaroties ar viņiem nozīmīgu problēmu un pieņemot, ka viņi to atrisinās.

Dž. Rāvens runā par problēmām, kuras rodas augstskolu studentiem profesionālo un mācību darbā nepieciešamo kompetenču veidošanā (Равен, 2002):

- studenti ir visvairāk norūpējušies par to, lai iegūtu pēc iespējas augstāku atzīmi un līdz ar to arī atzinīgu novērtējumu, bet atbildīgie par izglītību nepievērš uzmanību šim svarīgajam socioloģiskajam faktoram;

- pasniedzēji neprot skaidri raksturot savus mērķus, jūtas un gaidas [*beliefs*] attiecībā uz kopīgi veicamajiem pasākumiem;
- nepietiekami risināta aktuālo izglītības jautājumu (piemēram, mācību iestāžu loma sabiedrībā, konkrēto studiju programmu, studiju kursu nepieciešamība, studentu dzīves apstākļu, utt.) apspriešana.

Profesionālo un mācību darbā nepieciešamo kompetenču veidošanai Dž. Rāvens, iesaka (Равен, 2002):

- Jaunu, nepazīstamu, daudzveidīgu un grūtu uzdevumu risināšana, metot izaicinājumu esošajiem stereotipiem un aizspriedumiem;
- Problēmu tematikai jābūt saistītai ar studentiem svarīgām, personīgi nozīmīgām un interesantām darbības sfērām;

(Novērots, ka studenti, risinot kādu problēmu netradicionālos apstākļos, piemēram, vides inženieri veicot novērojumus dabā, datorzinību studenti – datoru zālē, par kādu sev personīgi nozīmīgu vai interesi izraisošu tematiku (piemēram, vides inženieriem – apkārtējās vides problēmas, datorzinību studentiem – datora uzbūve, programmēšana, ekonomikas specialitātes studentiem – tirdzniecība, pakalpojumu sfēra) spēj veltīt risināšanai daudz vairāk laika nekā strādājot auditorijā).

- Dot studentiem plašas iespējas darboties viņiem jaunās un sākumā nepierastās darbības sfērās veicot, piemēram, grupas līdera, novatora, resursu pētnieka, izvērtētāja, u.c. pienākumus;
- Pasniedzēju un studentu sadarbība jaunu studentiem nozīmīgu uzdevumu formulēšana, sniedzot atbalstu to risināšanā un ar savu rīcību stiprināt ticību mērķa sasniegšanā;
- Jebkura efektīva izglītības programma paredz ievērojamu laiku studentu patstāvīgiem problēmu risinājumiem, pētījumiem, to analīzei un iegūtās informācijas apkopošanai.

Izglītošana kā speciāli organizēts process pieredzes nodošanai no vienas paaudzes citai, faktiski ir informācijas pārraides process balstīts uz smadzeņu spēju uztvert, pārstrādāt un saglabāt iegūto informāciju ar mērķi to vēlāk izmantot savā darbībā. Nosaukto procesu pieņemts uzlūkot par izglītības procesa *psiho fizioloģisko pamatu*.

Tā īpašo nozīmi aplūkosim *mācību, audzināšanas un attīstības* kopsakarībās, kuras ir atspoguļotas arī matemātiskās domāšanas attīstības modelī (sk. 187. lpp.).

Mācību procesu nosaka *objektīvās* un *subjektīvās* un likumsakarības, no kurām objektīvās piemīt mācību procesam neatkarīgi no mācību procesa subjektu darbības veidiem. Piemēram,

mācīšanās vienmēr audzina un izglīto cilvēku, lai gan šī audzinošā un izglītojošā darbība nav iespējama bez paša subjekta aktivitātes.

Subjektīvās likumsakarības izpaužas subjektu mācību darbībā un ir lielā mērā atkarīgas no paša subjekta, no viņa vecuma un psiho fizioloģiskajām īpatnībām, no darbības mērķiem un uzdevumiem, no izglītības satura organizācijas, no apmācības metožu, līdzekļu un formu izvēles. Subjektīvās likumsakarības ietver sevī informācijas apguves noturību, tās atkarību no sistemātiskas atkārtošanas un vingrinājumiem, virzību no atsevišķā uz vispārīgo, no zināmā uz nezināmo domāšanas operāciju izvēlē, utt.

Ievērojot mācību procesa vistiešāko saistību ar cilvēka audzināšanu, ar viņa garīgo un radošo attīstību, to var uzskatīt kā attīstošo un audzinošo mācību procesu. Taču šai likumsakarībai ir problemātisks raksturs.

Nav vienota viedokļa par mācību un audzināšanas prioritāti, jo vieni zinātnieki atzīmē audzināšanas primāro lomu, turpretī citi atzīst apmācības noteicošo lomu personības attīstībā. Piemēram, Ž. Piažē noliedz tiešu mācību un attīstības sakarību, norādot, ka mācības vispirms ir atkarīgas no personības attīstības līmeņa. Savukārt L. Vigodskis uzskata, ka mācības ir attīstības avots un tām ir noteicošā loma personības attīstībā. M. Daņilovs uzsver mācību procesa loģikas (pedagoģiskā procesa pamatkontūras, mācību priekšmeta satura secīgums) nozīmi uztveres spēju, emocionālās un personības attieksmes veidošanai.

Autors uzskata, ka mācību process zināšanu ieguvē un konkrētu darbības veidu un paņēmienu apgūvē risinās vienlaicīgi ar personības intelektuālo, tikumisko, estētisko, darba, fizisko un garīgo attīstību:

- Ja sadarbībai pedagogs-audzēknis ir audzinošs raksturs, tad mācību darbība kļūst skolēnam personīgi nozīmīga un veidojas izziņas attieksme, kas savukārt pozitīvi ietekmē zināšanu iegūvi un arī citus attieksmju veidus: tikumisko, tiesisko, estētisko u.c. (Žogla, 1999)
- Mācību procesā dažādas mācību darba formas nodrošina izziņas darbību, kas ļauj noskaidrot lietu, parādību un procesu būtību par dabas, sabiedrības un cilvēku dzīves mijsakarbām (Špona, 2001). Minētie nosacījumi ir pamats personības vispusīgai attīstībai.

Autora veiktie pētījumi par minētajām nostādnēm ir šādi:

1. Pētījumi par studentu attieksmi pret mācību procesu un zināšanu pašvērtējums (Kangro, 2001-b).

Iegūti rezultāti:

- pozitīva specialitātes izvēles motivācija spēj kompensēt nepietiekošas spējas vai nepietiekošu iepriekšējās sagatavotības līmeni matemātikas studijās.

2. Pētījumi par apgūstamo priekšmetu nozīmību vidējā mācību iestādē un augstskolā; par zināšanu vērtējuma un pašvērtējuma saistību (Kangro, 2001-a).

Iegūti rezultāti:

- vidējās izglītības mācību iestādē algebrā, ģeometrijā un informātikā pastāv statistiski nozīmīga saistība starp zināšanu vērtējuma un pašvērtējumu, turklāt pašvērtējums ir pazemināts.
- augstskolā matemātikā arī pastāv statistiski nozīmīga saistība starp zināšanu vērtējuma un pašvērtējumu, pie kam pašvērtējums jau lielākā mērā atbilst zināšanu vērtējumam.

3. Pētījumi par studentu personības kvalitātēm, spējām un profesionālo virzību (Garleja, Kangro, 2002).

Iegūti rezultāti:

- kognitīvas darbības produktivitāte ir atkarīga no studiju satura nozīmīguma vērtējuma.
- studiju satura nozīmīgumu studenti vērtē atbilstoši sava intelekta kapacitātei, profesionālajai virzībai un individuālajām interesēm.

Mācīšanās un attīstības savstarpējās samērojamības problēmas risinājumā ir vērojams zināmas grūtības, jo mūsdienu zinātne attīstās krietni vien ātrāk, nekā tās rezultāti tiek ieviesti praksē, sociālajos audzināšanas institūtos un izglītībā. Jaunās zinātnes un jaunais tradicionālajās zinātnēs ļoti strauji ienāk mācību iestādēs.

Ne mazāk svarīga aplūkojamajā situācijā ir otrā problēma – optimālais apmācības sākuma gadu skaits, kurš nepieciešams personības pilnvērtīgai attīstībai. Bez šaubām arī šodien eksistē noteikti ierobežojumi šajā jomā, taču tas nebūt nenozīmē, ka noteiktajos rāmjos ir jāiekļauj (absolūti) visi cilvēki. Var būt arī izņēmumi no esošajiem noteikumiem, jo gadu skaits nevar būt par šķērslī apmācības sākumam apdāvinātam bērnam jaunākam par 6 gadiem, tāpat kā izglītības ieguvei un pašizglītībai cilvēkam, kurš aizgājis vecuma pensijā. Teikto apstiprina pieaugušo nepārtrauktās izglītības aktualitāte mūsdienās (sk. T. Koķes habilitācijas darbu "Pieaugušo mācīšanās sociāli pedagoģiskie pamati" (Koķe, 1999)).

Zinātņu nozares (studiju priekšmeta) speciālie, loģiskie un pedagoģiskie invarianti

Nereti augstākajā izglītībā galvenā uzmanība tiek pievērsta tieši priekšmeta zināšanām, tajā pat laikā kļūdu cēloņi mācību un profesionālu uzdevumu risināšanā slēpjas tieši nepietiekamā loģiskā sagatavotībā un neprasmē plānot un kontrolēt savu darbību. Šajā gadījumā profesionālās darbības aspekti netiek raksturoti kā mācību darbības uzdevums un tāpēc zināšanas un prasmes veidojas vairāk stihiski.

Piemēram, risinot uzdevumu par ķīmiskās vielas tipa noteikšanu, matemātisku uzdevumu par diferenciālvienādojuma atrisināšanu vai juridisku uzdevumu – izdarītā nozieguma kvalificēšanu utt., ir jāizmanto ne tikai konkrētas zinātņu nozares specifiskie

likumi, bet arī vieni un tie paši loģiskie jēdziena atpazīšanas likumi (jānosaka pētāmā objekta atbilstība jēdzienam). Tāpat ir daudz kopēja gan darbības plānošanā, realizācijā un kontrolē.

Zināšanu un prasmju kontrole augstskolā galvenokārt ir orientēta uz *beigu rezultātu*, precīzāk, uz rezultāta atbilstību kādam uzdotam etalonam neņemot vērā pārvarētās *izziņas grūtības*, veiktās *domāšanas procedūras* rezultāta sasniegšanā, kā arī, cik *subjektīvi* grūta bija virzība uz mērķi pašam studentam.

Patiešām, daudzās nozarēs zināšanas un prasmes, kas nepieciešamas sekmīgai uzdevumu/problēmu risināšanai, ietver trīs raksturīgas un relatīvi neatkarīgas komponentes: *priekšmetisko* (studiju priekšmeta), *loģisko* un *pedagoģisko*.

Piemēram, risinot uzdevumus par vielas ķīmiskā sastāva noteikšanu, nepieciešams:

- a) zināt identificējamās vielas pazīmes – *priekšmeta* zināšanas;
- b) prast risināt uzdevums par tāda objekta atpazīšanu, kuram piemīt konkrēta doto pazīmju loģiskā struktūra (zināšanu loģiskais komponents);
- c) prast plānot un realizēt darbību, sekot tās izpildei, vajadzības gadījumā koriģēt darbību un fiksēt plānotā rezultāta izpildi – *pedagoģiskais* zināšanu komponents, kurš ietver: prasmes meklēt vajadzīgo informāciju, atcerēties to, vajadzīgajā momentā aktualizēt to, salīdzināt ienākošo informāciju ar to, kura glabājas atmiņā, utt.

Līdzīgā veidā, risinot uzdevumus/problēmas par vairākkārtīgo integrāļu aprēķināšanu un lietojumiem uzdevumā par integrācijas kārtības maiņu nepieciešams (2. pielikums):

- a) *priekšmetiskā komponente*: atpazīt atkārtotā integrāļa formulu; identificēt integrācijas robežas (līniju vienādojumus), kuras nosaka integrācijas apgabalu; konstruēt līniju vienādojumus un integrācijas apgabalu.
- b) *loģiskā komponente*: lietot priekšmeta (matemātikas) zināšanas izmantojot integrācijas kārtības maiņas loģisko struktūru: atkarībā no dotā uzdevuma satura projicēt integrācijas apgabalu uz $0x$ vai $0y$ asi, salikt integrācijas robežas atkārtotajā integrālī;
- c) *pedagoģiskā komponente*: atrast vajadzīgo informāciju: divkāršā integrāļa reducēšana uz atkārtoto; integrācijas kārtības maiņa; līniju vienādojumu konstruēšanu plaknē; plaknes apgabalu attēlošanu grafiski (veidojot skices vai izmantojot datoru-matemātiskās sistēmas); lietot atrasto informāciju atbilstoši punktos a) un b) norādītajām darbībām sekojot to izpildei;

Jāpiebilst, ka pedagoģiskās komponentes realizācijā svarīgs ir *motivācijas* faktors, kuru iespējams paaugstināt, ja studenti risināmo problēmu saskata kā kāda cita uzdevuma sastāvdaļu (sk. 2. pielikums, 1. posms – "Motivācijas posms").

Otro un trešo aplūkoto zināšanu un prasmju komponenti (loģisko un psiholoģisko) nereti apzīmē ar dotajam studiju priekšmetam *nespecifiskajām zināšanām* un to attīstīšanai

bieži vien netiek pievērsta vajadzīgā uzmanība risinot uzdevumus/problēmas dotajā studiju priekšmetā.

Pētījumos konstatēts, ka, vairāku profesiju pārstāvji (piemēram, juristi, matemātiķi u.c.) savai profesijai specifisku problēmu risināšanā daudz mazākā mērā pieļauj kļūdas priekšmeta nezināšanas dēļ, bet krietni vairāk – tieši loģiskās kļūdas, saistītas ar nepareizu secinājumu izdarīšanu neievērojot loģikas likumus, neprecīzi izprotot ‘‘nepieciešamā’’ un ‘‘pietiekamā’’ kategorijas u.c. (Drefus & Eisenberg, 1986), (Калопина, 2003), (Mayer, 1991), (Успенский В. А., 2009).

Papildinām aplūkotās trīs studiju saturu raksturojošās komponentes – priekšmetisko (studiju priekšmeta), loģisko un psiholoģisko ar šādām svarīgām likumsakarībām (Смирнов, 2003), (Коржуев, Попков, 2009), (Mayer, 1991), (Глобализация, ..., 2004), (Калопина, 2003), (Рузавин, 1999), (Щедровицкий, 1995):

Izglītības satura veidošanā jāievēro šādas likumsakarības:

- 1) Audzēkņu *vecumposma īpatnības*, kuras raksturojas ar:
intelekta attīstību, atmiņu, uzmanību, iztēli, informācijas uztveršanu, domāšanas aktivitātes stratēģiju izveidi;
- 2) Izglītības satura *virzība*, kura ir vērsta ne tikai uz intelektuālās sfēras, bet arī uz emocionālās un gribas sfēras attīstīšanu, jo *intelekti*, *emocijas* un *griba* ir trīs relatīvi patstāvīgas un ‘‘līdztiesīgs’’ apkārtējās pasaules psihiskās atspoguļošanas formas.
- 3) *Izglītības satura strukturēšana*, kura nodrošina:
 - a) zināšanas iegūtas gan vispārēju priekšstatu veidā, gan arī konkrētas, lietojamas zināšanas, kā arī pieejas un darbības metodes šo zināšanu ieguvei;
 - b) Zināšanu ieguvē apvienot *abstrakto* un *konkrēto* (tēlaino) domāšanu;
 - c) izglītošanās procesā attīstīt *refleksijas* un *metakognīcijas* spējas kā radošas personības veidošanas pamatnosacījumu
 - d) pārzināt pētījumu zinātniskās *metodes* un *procedūras* to veikšanai;
 - e) prasmes savienot *darbībā* un *pieejās* veicamo zinātnisko metožu analīzei jau iedibinātās tradīcijas un jauninājumus.
- 4) Izglītības saturā jāatspoguļo šādas *prasmes*:
 - a) *analīzes* un *sintēzes*, *produktīvā* un *reproduktīvā* vienība uzdevumu/problēmu risināšanā
 - b) rezultātu formalizācijas un interpretācijas vienība, ‘‘slēpto’’ sakarību un attiecību meklēšana un atklāšana;
 - c) saprātīgās robežās apvienot (ievērojot darbību mērķtiecību):
 - *kritiku* un *toleranci* (šī vārda plašā nozīmē);
 - *personīgi nozīmīgo* un *sociāli nepieciešamo*;

- *sabiedriski lietderīgo un individuāli visvairāk pieņemamo (vēlamo)*;

5) Tāda izglītības satura izveide, kura lielā mērā nodrošinātu zināšanu un priekšstatu *integritāti* (nedalāmību) par pētāmajiem objektiem, parādībām un procesiem, apvienojot apguves *dziļumu* un *daudzveidību*:

a) Izglītības saturā iekļaut speciālas *metodoloģiskas zināšanas*, kuras nodrošina iespēju kompleksi apgūt studiju priekšmetu (Mayer, 1991), (Глобализация, ..., 2004), (Калошина, 2003), (Рузавин, 1999), (Щедровицкий, 1995).

Metodoloģisko zināšanu sistēmu veido šādas sastāvdaļas:

a) *zinātnisko terminu* izpratne;

b) *zināšanu struktūras* izpratne (zināšanas par teoriju, likumu, jēdzienu, zinātnisko faktu un eksperimentu lietošanu);

c) zināšanas par *zinātniskās izziņas* metodēm (mācību saturā jāietver *empīriskās izziņas metodes* – novērošana, eksperiments un *teorētiskās izziņas metodes* – idealizācija, modelēšana, analogijas, domu eksperiments).

Metodoloģisko zināšanu ieguvē izmanto (Рузавин, 1999), (Щедровицкий, 1995):

1) *satura vispārināšanu* [*содержательное обобщение*] – atklāj pētāmā objekta ģenētiski pamatotās, teorētiski būtiskās īpašības un attiecības, to izcelsmes (ģenēzes) un pārveidošanas (transformēšanas) nosacījumus;

2) *satura abstrahēšanu* (satura komponente) [*содержательное абстрагирование*] – sākotnējās, būtiskās pazīmes nodalīšana (fiksēšana) dotajā materiālā un tā pārveide *zīmju – simbolu* formā;

3) *teorētisko jēdzienu sistēmu* – noderīga ne tikai objekta raksturošanai, bet arī kā bāze objekta pārveidei, jaunu zināšanu iegūšanai.

Saturiskās vispārināšanas darbība raksturo virzību no abstraktā uz konkrēto, no vispārīgā uz atsevišķo – te pakāpeniski tiek iegūtas objektu raksturojošas, arī mazāk būtiskas, “konkrētas” abstrakcijas, kas ir ļoti svarīgi mācību satura modernizēšanā

Teorētisko jēdzienu sistēmā notiek operēšana ar doto materiālu, kas ir pārveidots zīmju-simbolu formā. Tās raksturošanai tiek izmantotas izziņas funkcijas ar *stāvokļa* formu un *pārveidojuma* (pārkārtojuma, transformācijas) formu. Stāvokļiem atbilst *figuratīvie* aspekti (uztveres veidi, priekšstatu attēli), bet pārveidojumiem atbilst *darbības* jeb *operacionālie* aspekti, ar kuru palīdzību, reproducējot šos pārveidojumus, notiek to izpratne. Operacionālās izpausmes komponenti sniedz zināšanas par vienas parādības (objekta) pārveidošanu citā, turpretī figuratīvās struktūras ļauj uzzināt par šīm parādībām (objektiem), par to dažādiem stāvokļiem pārveides procesā, kas ir svarīgi jaunu jēdzienu un zināšanu ieguvē (plašāk par zīmju-simbolu sistēmu, sk. 177. lpp.).

Jāsecina, ka zināšanu psiholoģiski-pedagoģiskā analīze saistībā ar studiju kursu izveidi un to apguves metodiku paredz apzināt, izveidot un lietot sekojošus zinātņu nozares invariantus (Смирнов, 2003), (Kangro, 2006-a):

1) **Studiju priekšmeta (speciālie)** invarianti – konkrētas zinātņu nozares likumsakarības, fakti, metodes;

2) **Loģiskie** invarianti – loģiskās operācijas un loģiskās domāšanas paņēmieni, kuri parasti nav stīgi piesaistīti konkrētai darbības sfērai (atsevišķai zinātņu nozarei) un var būt vieni un tie paši, piemēram, ķīmiska, matemātiska vai filoloģiska rakstura problēmas risināšanā;

3) **Pedagoģiskie** invarianti – piemēram, prasmes plānot savu darbību, kontrolēt tās izpildes gaitu, nepieciešamības gadījumā veikt korekcijas un novērtēt gala rezultātu atbilstoši uzdevuma mērķim.

Matemātikai parasti ir divi galvenie mācīšanās uzdevumi: matemātika kā līdzeklis citu zinātņu studijās un loģiskās domāšanas veidošanā; otrais – matemātika kā studēšanas objekts pašas matemātikas apgūvē.

Taču tagadējā paaudze matemātikā vairāk saskata līdzekli, kurš sniegtu atbalstu citu studiju disciplīnu apgūvē.

Un tomēr nevar absolūti noliegt otro matemātikas mācīšanās uzdevumu par labu pirmajam neizdarot analīzi, kas tiek iegūts un kas zaudēts.

Vai var apgalvot, ka akcentējot tikai matemātikas pirmo uzdevumu – līdzekli bez tās fundamentālo pamatu apguves, vienmēr būs sasniegts vēlamais rezultāts un vai studenti vienmēr būs ieguvēji šajā procesā?

Bet, varbūt iespējams vēl kāds risinājums, kur akcentējot matemātikas pirmā uzdevuma prioritāti, tomēr izdodas saglabāt arī tās otrā uzdevuma stingrību un saturīgumu, nezaudējot matemātikas pievilcību un lietderību studentu attīstībā.

Mēs uzskatām, ka uzdevumu var paveikt atrodot matemātikas pirmā un īpaši otrā uzdevuma saistību ar modernajām informācijas tehnoloģijām (piemēram, matemātisko sistēmu Maple, Matlab u.c.), protams, ievērojot pedagoģiskā procesa likumsakarības. Tas ir iespējams, aplūkojot mijiedarbību:

- *cilvēks un matemātikas divi galvenie uzdevumi* (arī personības kvalitāšu, spēju, profesionālās virzības un kompetences kontekstā), (Kangro, 1996-b), (Kangro, 1996-a), (Равен, 1999), (Carlson, 1998), (Равен, 2002), (Carreira, 2001), (Garleja, Kerpe, Kangro, 2003), (Garleja, Kangro, 2002), (Garleja, Kangro, 2003), (Noss & Healy, 1997);
- *cilvēks un modernās informācijas tehnoloģijas* (Tall, 1991), (Bannon & Bodker, 1991) (Dubinsky & Tall, 1991), (Рабардель, 1999), (Kalis, Kangro 2003-c);

- *modernās informācijas tehnoloģijas un matemātika* (Kalis & Kangro 2003-b), (Towned, 2001), (Kangro, 2000), (Kent, & Noss, 2000), (Аладьев & Богдявияюсь, 2001), (Noss, 2001)).

Kas saista mijiedarbības elementus? Aplūkotās problēmas matemātikas apguvē un aplūkojamo procesu mijiedarbības paši elementi sniedz atbildi – *domāšana* un dotajā kontekstā – tieši *matemātiskā domāšana*.

Iepriekš teiktais tieši attiecas uz matemātikas studijām, ko var pamatot šādi:

- Izglītības koncepciju maiņa sabiedrības strauju pārmaiņu periodā rada pretrunu starp speciālista modeli, studiju saturu, studēšanas procesu;
- Matemātiskās izglītības tendences gadsimtu mijā nepārtraukti mainās;
- Matemātiskās domāšanas, tās prasmju apguves procesa, tam nepieciešamo matemātisko un kognitīvo līdzekļu izpētes nepieciešamība;
- Matemātiskās domāšanas lomas īpašā nozīme jaunā speciālista (inženiera un ekonomista) matemātisko zināšanu un profesionālo kompetenču veidošanā.

Autors savā ilggadīgā pedagoģiskā darbībā ir konstatējis vairākas aktuālas problēmas matemātikas studijās. Svarīgi ir noskaidrot:

- Kā izglītības koncepciju maiņa un jaunās matemātiskās izglītības tendences ietekmē matemātikas studiju procesu un kas sagaidāms turpmāk?
- Kāda ir matemātiskās domāšanas attīstības nozīme studentu profesionālās kompetences veidošanā?
- Kādas ir pedagoģiskās saskarsmes nepieciešamās un raksturīgās iezīmes studentu matemātiskās domāšanas attīstīšanai moderno informācijas tehnoloģiju pielietošanas kontekstā.

Aplūkosim zinātņu nozares invariantu lietošanu matemātikas studijās.

Studiju priekšmeta (speciālie) invarianti

Eksakto zinātņu – matemātikas, fizikas, ķīmijas un citos dabas zinātņuursos mūsdienīgs materiāls prasa kvalitatīvi jauna līmeņa zināšanu un priekšstatus salīdzinājumā ar reāli esošajiem, un ne vienmēr ir iespējams to pasniegt kā pilntiesīgu izpētes objektu klasiskā materiāla veidā – daudzos gadījumos to var izmantot kā informāciju, atsauci, galveno rezultātu apkopojumu.

Līdz ar to studiju satura izveidi un apguvi nepieciešams saistīt ar attiecīgā studiju priekšmeta bāzi, lai veidotu zināšanas par izziņas vispārīgajām metodēm to konkrētā izpausmē matemātikas studijās. Procesuālā izpausmē tas nozīmē, ka studentu izziņas darbība ir jāorganizē atbilstoši zinātniskās izziņas ciklam: empīrisku faktu interpretācija; hipotēžu

izvirzīšana saistībā ar tiem; teorētiskā un eksperimentālā hipotēžu pārbaude; hipotēžu iekļaušana (korigēšana) zināšanu sistēmā vai to noraidīšana (Рузавин, 1999).

Pētīšanas procesā tika uzturēti regulāri kontakti ar attiecīgo fakultāšu gan vispārīgo, gan arī speciālo priekšmetu pasniedzējiem. Informāciju sniedza docētāji, kuri lasa lekciju kursus Rēzeknes Augstskolas

Inženieru fakultātē:

vides aizsardzība; dabas resursi; inženierģeoloģija; ekotehnoloģija; grunts mehānika; cieta ķermeņa fizika; enerģētika un energoresursi; elektrotehnika; vispārīgā ķīmija,

Ekonomikas fakultātē:

riska analīze; komerclēmmumu analīze; tirgzinība; tirgus analīze un prognozēšana; noguldījumi un kreditēšana; vadības grāmatvedība; cenu politika uzņēmumā; bilances analīze.

Analīzē iekļautie jautājumi:

- matemātikas kursa temati un nodaļas, kuras tiek izmantotas;
- grūtības studentu matemātikas zināšanās sava kursa pasniegšanas procesā;
- vissvarīgākās matemātikas kursa tēmas;
- temati un nodaļas, kas nepieciešamas attiecīgā profila speciālista izglītošanai, ievērojot speciālās vajadzības, salīdzinot citās Latvijas vai ārzemju augstskolās gūto pieredzi (tika piedāvātas Latvijas Universitātes, Rīgas Tehniskās universitātes, Jelgavas Lauksaimniecības universitātes atbilstošo specialitāšu studiju programmas);
- nepieciešamie lietišķās matemātikas speciālie kursi.

Rēzeknes Augstskolā studiju disciplīnās ir iekļautas un uzskatītas par svarīgām mācību procesā šādas matemātikas kursa nodaļas:

Inženieru fakultātē un Ekonomikas fakultātē:

lineārās algebras elementi; diferenciālrēķini; integrālrēķini; funkcijas un grafiki to vizualizācija ar datortehnikas palīdzību; daudzfaktoru funkcijas; optimizācijas metodes; varbūtību teorijas un matemātiskās statistikas elementi,

Inženieru fakultātē:

analītiskās ģeometrijas elementi; kompleksie skaitļi; lineārā programmēšana; sistēmanalīze; tenzori; daļējie atvasinājumi; parastie un daļējie diferenciālvienādojumi to analītiskā un skaitliskā atrisināšana ar datortehnikas palīdzību;

Ekonomikas fakultātē:

kopu teorijas elementi; matemātiskās loģikas elementi; finansu matemātikas elementi ar datortehnikas lietojumu.

Kā nepieciešama lietišķās matemātikas speciālajosursos inženieriem tika minēta šāda tematika: matemātiskā fizika, termodinamika, fizikālo, ķīmisko, bioloģisko un

ekoloģisko procesu matemātiskā modelēšana, bet ekonomistu kursiem – diskrētā matemātika un finanšu matemātika.

Studiju procesa izpētē grūtības inženieru specialitātes studentiem rada atsevišķu augstākās matemātikas (piemēram, vairākkārtīgo integrāļu, rindu, diferenciālvienādojumu, matemātiskās fizikas vienādojumu) pielietošana inženiertehnisku uzdevumu sastādīšanā un risināšanā, īpaši datortehnikas lietojumos. Atklājās, ka ekonomikas specialitāšu studentiem grūtības rada vienādojumu un nevienādību sastādīšana un risināšana, lineārās algebras lietojumi ekonomikā, iegūto rezultātu reprezentācija – tabulu un grafiku veidošana ar datortehniku, daudzfaktoru ražošanas funkciju ekstrēmu uzdevumu risināšana, korelācijas un regresijas analīzes pielietošana ekonomiski – matemātisko modeļu sastādīšanā un novērtēšanā. Tā kā matemātikas apguves grūtības sastopamas jau vidusskolā, regulāri tika organizētas aptaujas 1. kursa studentiem par šādu tematiku (Kangro, 1999), (Kangro, 2001-a), (Kangro, 2001-b), (Kangro, 2006-a) (sk. "Pedagoģiskie invarianti"):

- matemātikas nozīmīgums citu priekšmetu vidū;
- grūtāk apgūstamie un problemātiski nozīmīgie matemātikas temati;
- matemātikas zināšanu sasniegumu studentu vērtējums un pašvērtējums u.c.;
- matemātikas praktiskie lietojumi profesijā.

Analizējot aptaujas par matemātikas apguvi vidusskolā un matemātikas testu (Kangro, 2005) rezultātus, jāsecina, ka grūtāk apgūstamajās algebras kursa nodaļās dominē sakarības starp lielumiem un funkciju grafiki, teksta uzdevumi, funkcijas robeža, atvasinājumi, kombinatorika; ģeometrijas kursā – taisne un plakne, trijstūri, vektori, stereometrijas elementi. Lielākā daļa no nosauktajiem vidusskolas matemātikas kursa tematiem ir augstskolas matemātikas kursa svarīgas sastāvdaļas. Noskaidrots, ja sarežģītākie temati, piemēram, vektori, atvasinājumi un integrāļi ir apskatīti jau skolas kursā, augstskolā tie sagādā jau krietni mazāk grūtību. Tāpēc aktuāla ir vidējās mācību iestādes programmu atbilstība studenta izvēlētajai specialitātes studiju programmai. No skolā apgūstamajiem priekšmetiem eksakto zinātņu ciklā nozīmīguma ziņā algebra un ģeometrija ir pirmajā vietā, informātika – otrajā (Kangro, 2001-b). Tas jāievēro, sastādot iestājek sāmenu uzdevumus un organizējot matemātikas studijas.

Jāsecina, ka grūtības pasniegšanas procesā saistītas gan ar matemātikas, gan ar attiecīgā kursa specifiku, kas varētu būt atsevišķs pētījuma objekts, taču tām ir arī kopējas iezīmes:

1. Studentu visai atšķirīgais sagatavotības līmenis (sevišķi 1. kursa studentu vidū) matemātikā, informātikā (Kangro, 1999) biznesa pamatos, fizikā, ķīmijā, bioloģijā u.c.;
2. Topošā speciālista spēja saistīt iegūtās zināšanas vienā studiju disciplīnā ar citām;

3. Grūtības matemātikas zināšanu praktiskajā izmantošanā.

Studiju satura izveidē tika izmantotas metodoloģiskās zināšanas. Aplūkosim plašāku skaidrojumu par metodoloģiskajām zināšanām.

Saskaņā ar cilvēka psihi un darbības vienotības principu (psihe kā cilvēka ārējās priekšmetiskās darbības produkts un reizē arī kā interiorizēta un pārveidota priekšmetiskā darbība) (Выгодский, 1960) kvalitatīvas psihiskās darbības produktu (matemātiskā domāšana, radošas spējas, u.c.) izveidē nepieciešama (Калошина, 2003), (Tall, 1991):

a) cilvēka ārēja priekšmetiska darbība, kas saskaņā ar izvirzīto mērķi vērsta uz apkārtējās pasaules priekšmetiem;

b) paša cilvēka darbība kvalitatīvu psihisku produktu izveidē;

c) ārējās realitātes pārveidošana iekšējā (interiorizācija).

Objekta izpētē (strukturālajā analīzē) ne tikai jāizdala tā reāli eksistējoši elementi, bet arī jānoskaidro sakarības un attiecības starp tiem (Выгодский, 1960). Tā veikšanai nepieciešams īpašs instrumentārijs – metodoloģiskas zināšanas (Рузавин, 1999), (Щедровицкий, 1995) ar starpdisciplināru raksturu. Tieši metodoloģisko zināšanu savstarpējās sakarības rada iespēju kompleksi apgūt studiju priekšmetu, ļauj sakārtot mācību procesā apgūstamo zinātņu pamatu sistēmu adekvāti zinātniskās teorijas sistēmai.

Īss pārskats par metodoloģisko zināšanu svarīgākajām sastāvdaļām:

1. *Darbības struktūra.* Te raksturīga mijiedarbības pielīdzināšana starp darbības komponentēm. Norādītā mijiedarbība nosaka jaunā risināšanas paņēmiena izveidē izmantot pazīstamās parādības (procesus) uzdevuma nostādnēs un prasībās.

2. *Matemātiskie modeļi.* Šo zināšanu tipu raksturo matemātiska sakarība starp matemātiskā modeļa elementiem. Tā nosaka jauno risināšanas paņēmieni izveidi matemātiskā veidā pēc zināmām parādībām (procesiem) uzdevuma nosacījumos un prasībās. Piemēram, mērķis un darbības priekšmets – zināmie elementi – ar matemātisku sakarību nosaka nezināmos elementus – darbības līdzekļus un operācijas.

3. *Loģiskās attiecības.* Šim zināšanu tipam piemīt loģiska mijsakarība starp jēdzieniem “nepieciešamais”, “pietiekamais”, “nepieciešamais – pietiekamais” u.c. nosacījumi. Tā jaunais risināšanas paņmiens tiek loģiski izsecināts no zināmām parādībām (procesiem) uzdevuma nosacījumos un prasībās.

4. *Programmēšanas valodu struktūra.* Dotā tipa elementi – dati, to bāzes, operatori un izteikumi (aritmētiskie, simboliskie, salīdzināšanas u.c.). Tiek izmantoti dažādi mijsakarības likumi katra elementa iekšienē, kā arī starp atšķirīgiem elementiem. Mijsakarības nosaka jaunu uzdevuma risināšanas paņēmieni izveidi no zināmām parādībām (procesiem) uzdevuma nosacījumos un prasībās. Uzdevuma/problēmas risināšanā ar programmēšanas

valodas palīdzību svarīga loma ir darbības struktūrai, matemātiskajam modelim un loģiskajām attieksmēm.

Metodoloģisko zināšanu sastāvdaļas ir izmantotas uzdevuma/problēmas risinājuma posmu izveidē (sastāvošu no uzdevuma/problēmas nostādnes, risināšanas algoritma, rezultāta iegūšanas) un uzdevuma/problēmas risināšanu ar matemātiskās modelēšanas palīdzību (4. pielikums).

Programmēšanas valodu struktūra sastāv no matemātiskas simboliskās valodas un tai atbilstošās datoru-matemātiskās sistēmas (DMS) valodas (plašāk par valodām, sk. 17. lpp.).

Balstoties uz matemātikas studiju procesa pētījumiem un izmantojot metodoloģisko zināšanu tipus (darbības struktūra; matemātiskie modeļi; loģiskās attieksmes; programmēšanas valodu struktūra (Garleja, Kangro, 2005-a), (Калошина, 2003) tika izveidoti studiju kursi:

- Inženieru fakultātē:

“Matemātiskā analīze, analītiskā ģeometrija un diferenciālvienādojumi, 1.,2.” (otrā līmeņa profesionālās augstākās izglītības bakalaura studiju programma „Programmēšanas inženieris”);

“Augstākā matemātika inženierzinātnēs” (otrā līmeņa profesionālās augstākās izglītības bakalaura studiju programma ”Vides inženieris”, ”Mehatronikas inženieris”)

- Ekonomikas fakultātē:

”Matemātika” (otrā līmeņa profesionālās augstākās izglītības studiju programma ”Ekonomika”, “Ekonomikas un sociālo zinātņu bakalaurs vadībzinātnē”).

Ievērojot kopīgās un atšķirīgās iezīmes (Noss, 1999) starp matemātiskajām sistēmām (Maple, Mathematica u.c.) un matemātiku, starp matemātisko sistēmu pielietošanas iespējām [*utility*] un to apmācības iespējām [*learn-ability*], starp matemātiskās sistēmas valodu un matemātikas valodu, iespējams:

a) modernizēt matemātikas kursu, ar kognitīvās vizualizācijas palīdzību veidojot spilgtas tā ilustrācijas, attīstīt jaunu kognitīvu rakstītprasmi (Kalis, Kangro, 2003), (Kangro, 2000), (Дружинин, 1999);

b) saistīt matemātikas kursu ar vairākām zinātnes un prakses nozarēm, kuras agrāk tika aplūkotas atsevišķi to sarežģītības dēļ (Kalis, Kangro, 2004-a), (Kalis, Kangro, 2004-b), (Kalis, Kangro, 2005), (Noss, 1999);

c) realizēt didaktisko vienību integrāciju (sk. 31., 127. lpp.), piemēram, apvienojot induktīvās un deduktīvās mācību materiāla izklāsta metodes (Garleja, Kangro, 2005-a);

e) pilnveidot matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas – zināšanu mobilitāti, izziņas metožu variativitāti un domāšanas kritiskumu (Garleja, Kangro, 2005-a), (Garleja, Kangro, 2006-b)

Loģiskie invarianti

Ciešu saikni starp zināšanām un dzīves prasmēm nodrošina problēmu risināšana, kur izmantotas dažādu mācību programmu teorētiskās zināšanas, kas iegūstamas, izmantojot teorētisko domāšanu, t. i. iegūstot jaunas zināšanas virzībā no abstraktā uz konkrēto (Давыдов, 2000).

Te iespējams arī prognozēt lietošanas robežas iegūtajiem vispārinājumiem konkrētās situācijās. Tomēr reālais psiholoģiskais uzdevuma atrisināšanas ceļš parasti pilnībā nesakrīt ar tā loģisko satura vispārināšanas metodi (Mayer, 1991), (Skemp, 1987).

Tāpēc teorētisku uzdevumu risināšanā jāizmanto arī empīriskā pieredze, ko iegūst ar empīriskās domāšanas (konkrēti jutekliskās esamības izzināšana) palīdzību. Taču ne vienmēr tas ir iespējams, īpaši grūti novērojamiem objektiem un parādībām, kuri sastopami mūsdienu zinātnē un tehnikā.

Turklāt jāņem vērā, ka domāšanas formas ir lielā mērā atkarīgas no subjekta individuālajām īpatnībām, domāšanas kognitīvā stila un darbības apstākļiem. Grūtības vispārināšanā pēc D.Tall rodas pastāvot konfliktam starp īpašībām, kuras students zina, un jaunā abstraktā jēdziena īpašībām, kuras dedukcijas ceļā ir jāiegūst no definīcijas ar refleksīvās abstrakcijas [*reflective abstraction*] palīdzību (Dubinsky, Tall, 1991).

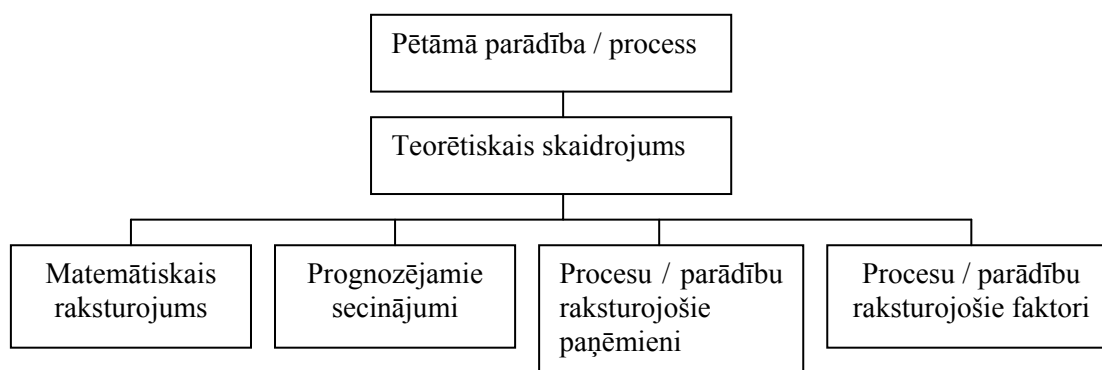
Šajā procesā jāievēro, ka līdztekus mācību materiāla izpratnes un apgūšanas likumsakarībām objektīvi pastāv arī tā neizpratnes un kļūdainas apgūšanas likumsakarības. Tāpēc mācību procesa saturiskajā, gan arī formu un metožu līmenī līdztekus sekmīgi izveidotiem zināšanu elementiem ir jānorāda arī nepareizie priekšstati un jēdzieni, kuri var rasties attiecīgajā tematā, un ar tiem saistītie kļūdainie secinājumi, kā arī paņēmieni kļūdu novēršanai.

Analizējot matemātikas studiju procesu un matemātikas apguves grūtības vidusskolā un augstskolā, zināšanu vadības nozīmi (Kangro, 1999), (Kangro, 2000), (Garleja, Kangro, 2005-a), datoru-matemātisko sistēmu izmantošanu studiju procesā (Noss, 1999), (Kent, Noss, 2000), (Kalis, Kangro, 2003), tika izveidotas mācību informācijas satura korektuma un satura piesātinātības kategoriju raksturojums (1.1. tabula) (Garleja, Kangro, 2006-a):

1.1. tabula. **Mācību informācijas satura korektuma un satura piesātinātības kategoriju raksturojums**

N.p.k.	Satura piesātinātība	Satura korektums
1.	Nepieciešamība atspoguļot studentiem saprotamā līmenī vispārējo likumsakarību dažādo nosacījumu, faktoru un īpatnību vienkāršošanas paņēmienus un iemeslus	Nepieļaut vienkāršojumus mācību informācijā, kuru “aizmirstana” turpmākajā materiāla apgūvē var radīt studentiem nepareizus priekšstatus un jēdzienus
2.	Jāakcentē līdzību un atšķirību kategorijas (ievērojot noteiktas pakāpes iekšējās līdzības un atšķirības), kuras studenti neatklāj patstāvīgi, īpaši - nepamatoti identificēto parādību iekšējās, būtiskās atšķirības vai arī nepamatoti pretstatīto parādību iekšējās līdzības reālo pakāpi.	Izslēgt no mācību informācijas fragmentus, kuri provocē studentu uz nepamatotu identificēšanu un pretstatīšanu.
3.	Jāsniedz daudzveidīgi informācijas prezentācijas veidi (zīmju, formulu, grafisko attēlu, diagrammu, matemātisko modeļu, utt., kas veidoti lietojot datortehniku, formā) ar iespēju adekvāti atspoguļot būtiskās sakarības un attiecības starp pētāmajiem objektiem un parādībām, īpaši tādiem, kuru izpētē nevar lietot tiešo juteklisko uztveri. Akcentēt apstākļus, kuros ir vai nav iespējams pētāmā objekta vai parādības apraksts ar modeļa palīdzību.	Informācijas prezentācijas veidu (īpaši datortehnikas) lietošanā mērķtiecīgi līdzsvarot to lietderības [<i>utility</i>] un apmācības [<i>learnability</i>] iespējas, ievērojot prioritāti atkarībā no veicamā uzdevuma. Šajā kontekstā īpaši nozīmīga ir matemātikas (kā zinātnes un studiju disciplīnas) valodas un matemātisko sistēmu (Excel, Maple, u.c.) vai citu prezentācijas veidu valodas lietošanas savstarpējā saistība un īpatnības.

Savukārt izveidotā darbības struktūra informācijas avotu diagnosticēšanai attiecībā uz satura piesātinātību un korektumu ir dota 1.4. attēlā (Garleja, Kangro, 2005-b), (Коржув, 1999).



1.9. att. Darbības struktūra informācijas avotu diagnosticēšanai attiecībā uz saturisko piesātinātību un korektumu

1.9. attēla skaidrojums:

1. Matemātiskais raksturojums: a) kādos gadījumos rodas grūtības satura interpretācijā matemātisku sakarību formālā pierakstā; b) kādos gadījumos formāla matemātiska interpretācija izraisa pētāmo parādību (procesu) vai matemātisko zināšanu fragmentu (daļu) būtiskāko sakarību un attiecību nepareizu izpratni un skaidrojumu.

2. Prognozējamie secinājumi: a) kādos gadījumos ar parādību (procesu) izpēti saistītie fakti tiek kļūdaini raksturoti kā secinājumi; b) kādos gadījumos daudzu iespējamo secinājumu vietā tiek minēts viens vienīgs secinājums; c) kādas ir tradicionālās grūtības secinājumu izveidē aplūkojamajā procesā.

3. Procesu/parādību raksturojošie paņēmieni jeb komponentes parādības izskaidrošanai un izvirzītās problēmas risināšanai: mērķis, priekšmets, līdzekļi, operācijas, produkts) (Garleja, Kangro, 2005-a): a) kādos gadījumos divām dažādām parādībām tiek izveidoti (piekārtoti) vienādi procesu/parādību raksturojošie paņēmieni, bet divām vienādām parādībām – pilnīgi atšķirīgi procesu/parādību raksturojošie paņēmieni; b) kādas ir tradicionālās grūtības procesu / parādību raksturojošie paņēmieni;

4. Procesu un parādību raksturojošie faktori: a) kādi faktori, kuri ietekmē procesa norisi, tradicionāli tiek aizmirsti (netiek uzskatīti par nozīmīgiem); b) kādi faktori, kuri neietekmē procesa norisi, tradicionāli tiek uzskatīti par nozīmīgiem; c) kādu faktoru ietekme tiek nepareizi novērtēta; d) kādos gadījumos procesa norisei nepieciešamie nosacījumi kļūdaini tiek atzīti par pietiekamiem.

Mācību informācijas satura korektuma un satura piesātinātības kategorijas (1.1. tabula) un darbības struktūra informācijas avotu diagnosticēšanai attiecībā uz satura piesātinātību un korektumu (1.9. att.) tika izmantotas mācību līdzekļu (Kalis, 2001), (Kalis, Kangro, 2004-a),

(Lasmanis, Kangro, 2004), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008), (Kalis, Kangro, 2009) izveidē un studiju kursu “Matemātiskā analīze, analītiskā ģeometrija un diferenciālvienādojumi, 1.,2.”, “Augstākā matemātika inženierzinātnēs”, ”Matemātika”,

Matemātikas studiju procesā tik diagnosticētas raksturīgākas nepilnības studijuursos ”Augstākā matemātika inženierzinātnēs”, “Matemātiskā analīze, analītiskā ģeometrija un diferenciālvienādojumi”, “Matemātika ekonomistiem” izveidē Rēzeknes Augstskolā.

Mācību līdzeklis (Lasmanis, Kangro, 2004) tiek izmantots arī studiju kursa “Pedagoģisko pētījumu metodoloģija” apgūvē (kursu vada asoc. prof. A. Lasmanis, LU PPMF Pedagoģijas nodaļa) un mācību līdzekļi (Kalis, Kangro, 2004), (Kalis, Kangro, 2009) – studiju kursa ”Skaitliskās metodes III” apgūvē (kursu vada prof. H. Kalis, LU, Fizikas – matemātikas fakultāte)

Matemātikas studiju procesa optimizācijā tika paveikts:

1. Tika diagnosticētas matemātikas priekšmeta apgūvē biežāk sastopamās grūtības.

1. Lineāras vienādojumu sistēmas.

1.1. Kļūdas lineāru vienādojumu sistēmu risināšanā ar nezināmo pakāpeniskās izslēgšanas metodi (Gausa metode):

a) konsekventā algoritma izpildē soļu režīmā;

b) nepilnīgā vai neprecīzā vispārīgā atrisinājuma iegūšanā bezgalīgi daudzu atrisinājumu gadījumā.

1.2. Kļūdas skaitliskos aprēķinos lineāru vienādojumu sistēmu risināšanā ar determinantu metodi (Krāmiera formulas) un ar nezināmo pakāpeniskās izslēgšanas metodi

2. Analītiskā ģeometrija un vektoru algebra.

2.1. Vektoru algebras elementi.

2.1.1. Neprecizitātes vektoru elementu pamatjēdzienos: vektoru vienādība, pretējie vektori, darbības ar vektoriem.

2.1.2. Neprecizitātes skalārā, jauktā un vektoriālā reizinājuma definīcijās un īpašību lietošanā, kas noved pie kļūdām uzdevumu risināšanā.

2.2. Analītiskās ģeometrijas elementi.

2.2.1. Kļūdas līniju vienādojumu sastādīšanā saistītas ar jēdziena “punktu ģeometriskā vieta” nepietiekamu izpratni.

2.2.2. Kļūdas pārejā no polārām koordinātēm uz Dekarta koordinātēm (retāk – no Dekarta koordinātēm uz polārām koordinātēm), līnijas formas noteikšanā.

2.2.3. Kļūdas otrās kārtas līniju vienādojumu reducēšanā kanoniskajā veidā.

3. Viena argumenta funkcija

3.1. Neprecizitātes funkcijas jēdziena klasiskajā definīcijā (funkcija kā piekārtošanas likums) un definīcijā kopu teorijas nozīmē dotajā definīcijā (kā plašāka jēdziena – atbilstība speciāls gadījums) – intuitīva definīciju izpratne prevalē to precīzai formulēšanai.

3.2. Neprecizitātes jēdzienu “funkcijas nepārtrauktība” un “funkcijas robeža” apguvē. Grūtības saistītas ar funkcijas robežas izpratni, ja mainīgie lielumi (arguments vai funkcija tiecas uz bezgalību).

3.3. Kļūdas operāciju izpildē:

a) analītiskā un (arī) grafiskā veidā dotu funkciju skaitlisko izteiksmju vērtību aprēķināšanā;

b) operācijās ar funkciju grafikiem:

1) funkcijas grafiku transformācijas (grūtības analītiskās izteiksmes izpratnē); 2) saliktas funkcijas atrašana (grūtības ģeometriskā priekšstata izveidē); 3) inversās funkcijas atrašana.

4. Vairāku argumentu funkcijas.

4.1. Neprecizitātes funkcijas jēdziena definīcijā – grūtības intuitīvā definīcijas izpratnē, un tās formulēšanā.

4.2. Kļūdas operāciju izpildē:

a) analītiskā un grafiskā veidā dotu funkciju skaitlisko izteiksmju vērtību aprēķināšanā

(šķēluma līnijas, līmeņa līnijas, produkcijas līknes, izokvantas u.c.);

b) virsmu (kā divu argumentu funkcijas ģeometriskās interpretācijas) telpiskā priekšstata izveidē un konstruēšanā.

5. Funkcijas atvasinājums (viena un vairāku argumentu funkcijām).

5.1. Neprecizitātes funkcijas atvasinājuma jēdziena definīcijā. Definīcija netiek saistīta ar uzskatāmiem analītiska un ģeometriskā rakstura piemēriem/uzdevumiem. Nepietiekama jēdzienu “funkcijas nepārtrauktība” un “funkcijas robeža” apguve.

5.2. Kļūdas operāciju izpildē:

a) atvasināšanas pamatlikumu un pamatformulu lietošanā atvasinājuma atrašanā;

b) ar atvasinājuma jēdzienu saistītu uzdevumu/problēmu risināšanā:

1) viena argumenta funkcijām – punkta momentānais kustības ātrums, materiālu lineārais blīvums, pieprasījuma elastība, pieprasījuma robežizmaksas u.c.;

2) divu argumentu funkcijām – divu argumentu funkciju ekstrēmi un nosacītie ekstrēmi, maksimālās peļņas aprēķināšana, siltuma vadīšanas procesi, difūzijas procesi, u.c.

6. Integrāļi (nenoteiktais, noteiktais, vairākkārtīgie integrāļi).

6.1. Neprecizitātes jēdziena definīcijā. Definīcija netiek saistīta ar uzskatāmiem matemātiska, ģeometriskā, fizikāla, rakstura piemēriem/uzdevumiem.

6.2. Kļūdas operāciju izpildē:

a) integrēšanas pamatlikumu un pamatformulu lietošanā integrāļa atrašanā;

b) ar integrāļa jēdzienu saistītu uzdevumu/problēmu risināšanā (līnijas masa, spēka lauka veiktais darbs, figūras laukums, produkcijas apjoms, ķermeņa tilpums, vektoru lauka plūsma, diverģence u.c.).

Balstoties uz nosaukto raksturīgāko un citu kļūdu analīzi tik izveidoti matemātisko jēdzienu apguves komponenti statiskā un dinamiskā izpausmē (3. pielikums), kuru lietošana ir ieviesta matemātikas studiju kursu apgūvē.

2. Tika atklātas matemātikas kursa satura pilnveidošanas iespējas.

2.1. Tika ievērota matemātikas tematu apguves secības atbilstību citiem ar matemātikas tematiku saistītajiem studiju kursiem (jēdziena apguvei matemātikas kursā jānotiek pirms tā lietošanas citos studijuursos).

Tika saskaņota visa matemātikas kursu tematika laika ziņā ar citiem studiju kursiem, piemēram, temats "Noteiktais integrālis" studiju kursā "Matemātiskā analīze, analītiskā ģeometrija un diferenciālvienādojumi, 1.,2." un ar to saistītie jēdzieni fizikas, mehānikas kursā, temats "Vairākkārtīgie integrāļi", "lauka teorijas elementi" studiju kursā "Augstākā matemātika inženierzinātnēs" un ar tiem saistītie jēdzieni fizikas, mehānikas kursā, temats "Lineārās programmēšanas elementi", "pieprasījuma – piedāvājuma funkciju matemātiskā modelēšana", "funkcijas elastība" studiju kursā "Matemātika ekonomistiem" un ar tiem saistītie jēdzieni mikroekonomikas kursā u.c.

2.2. Tika realizēta didaktisko vienību integrāciju, kas ļāva vienlaicīgi (viena temata, viena kursa ietvaros) aplūkot tādus jēdzienus, kuri tradicionālajos matemātikasursos parasti tika aplūkoti atsevišķi (dažādu tematu, dažādu kursu ietvaros).

Tas ļāva akcentēt kopsakarības un iegūt izpratni par doto jēdzienu veselumā.

Piemēram, tradicionālajos matemātikasursos atsevišķi tika aplūkoti vektora jēdziens un matricas jēdziens u.c., pie kam jēdzieni "bāze" un "vektoru sistēmas rangs" tradicionāli tika aplūkoti lineārās algebras kursā nesaistot to ar matricas jēdzienu. Taču izmantojot didaktisko vienību integrāciju, var aplūkot vienlaicīgi šādus jēdzienus:

"Vektoru sistēmas lineārā atkarība", "vektoru sistēmas bāze un rangs", "matricu reizināšana", "vektora sadalīšana komponentēs (pēc bāzes vektoriem)".

To var veikt uzrakstot vektora ģeometriskai pieraksta formai atbilstošo algebrisko pieraksta formu matricas veidā, veicot darbības ar matricām un iegūstot algebrisko formu – matricu, kuru viegli un uzskatāmi var interpretēt sākotnējā ģeometriskajā pieraksta formā.

Balstoties uz didaktisko vienību integrāciju, tika realizēta pāreja no taisnes uz plakni, no divu dimensiju vektoru telpas uz trīsdimensiju vektoru izmantojot elementus – matricas, determinantus. Pāreja tika realizēta piemēram, šādos tematos:

a) smaguma centra koordinātu aprēķināšana (trijstūrim; tetraedram);

- b) vienādojuma atrašana ar matricas palīdzību: a) taisnei plaknē; b) plaknei telpā;
- c) analogiju ilustrācija (atrašana) starp algebriskām līnijām un virsmām plaknē, telpā;
- d) nogriežņa garuma, trijstūra laukuma, tetraedra tilpuma aprēķināšana.

Sarežģītāks gadījums – dinamiska modeļa izveide un interpretācija izmantojot divu argumentu funkcijas (virsmas) ģenētisko definīciju (virsmas veidošanās procesu) realizējot pāreju: viendimensiju – divdimensiju – trīsdimensiju telpa, ir aplūkota 1. pielikumā un 135.-142. lpp. – dinamiskā modeļa izveide.

2.3. Tika paplašināts specialitātei nepieciešamo praktisko pielietojumu klāsts.

Piemēram, specialitātēm "Vides inženieris", "Mehatronikas inženieris", "Programmēšanas inženieris" matemātikas studiju kursā tika iekļauta tematika: "Otrās kārtas parciālie diferenciālvienādojumi", "Dispersiju analīze" (Kalis, Kangro, 2004-a), "Faktoru analīze" (Lasmanis, Kangro, 2005), "Lineārās programmēšanas elementi", "Pieprasījuma – piedāvājuma funkciju matemātiskā modelēšana", "Daudzfaktoru funkciju matemātiskā modelēšana", "Matricu lietojumi ekonomikā" u.c. (Kangro, 2005), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008).

2.4. Studiju kursu teorētiskās, praktiskās un zinātniskās darbības realizācijai tika izveidoti un ieviesti studiju procesā uz datoru-matemātisko sistēmu bāzes balstīti mācību līdzekļi:

(Lasmanis, Kangro, 2004), (Kalis, Kangro, 2004-a), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008), (Kalis, Kangro, 2010).

Pedagoģiskie invarianti

Matemātikas zināšanas nav tikai fundamentāls pamats personības zinātniskā attīstībā, bet tās saistās arī ar specifiskas emocionālās pieredzes jomu, kurai raksturīgi prāta skaidrības, negaidītas fantastiskas atskārsmes un pilnīga izpratne (Evans, 2000).

Jebkura darbība, arī profesionālā, vispirms ir ideāla (apziņā), pēc tam tā ir reāla (darbībā). Apziņā tā tiek prognozēta kā iespējama, tālāk projicējas kā modelis; - tādad darbība ietver mērķa, satura un metožu realizāciju. Profesionālās darbības struktūra ietver komponentes: 1) pašnoteikšanās darbībā (lēmuma pieņemšana konkrētā situācijā); 2) darbības likumu un normu ievērošana; 3) darbības metožu ievērošana.

Pedagoģiskie invarianti ir jāpēta konkrētu psiholoģijas apakšnozaru kontekstā: darba psiholoģija, personības psiholoģija, organizāciju psiholoģija. Tie matemātikas studijās ir izklāstīti pētījumos (Kangro, 1996), (Кангро, 1998), (Kangro, 1999), (Kangro, 2001-a), (Garleja, Kangro, 2003):

1. Studentu viedokļi par matemātikas kursa lekcijām un praktiskajiem darbiem:

- a) nodarbību saistība ar matemātikas teoriju un praktiskā darba saturu,
- b) nodarbību gaita un temps, zināšanu vērtēšanas objektivitāte,

c) mācību satura sadalījums;

2.Mācību procesa organizatoriskās daļas vērtējums:

a) nodarbību apmeklējums,

b) gatavošanās nodarbībām,

c) adaptācija studijās,

d) partnera izvēle un sadarbība studiju problēmu risināšanā;

3.Specialitātes izvēles motivācija;

4.Matemātikas mācību priekšmeta nozīmīgums izvēlētajā specialitātē;

5.Matemātikas zināšanu pašvērtējums profesionālās izglītības kontekstā;

6.Pasniedzēja tēls studentu skatījumā;

7.Neverbālā intelekta spēju noskaidrošanas tests – Dž. Rāvena “Progresīvās matricas”; 8.Intelekta integrālā raksturojuma tests (ļauj noskaidrot verbālā, telpiskā, matemātiskā intelekta līmeņus) – R. Amthauera intelekta struktūras tests;

9.Mācīšanās stilu noskaidrošanas tests;

10.Panākumu vai neveiksmju motivācijas tests;

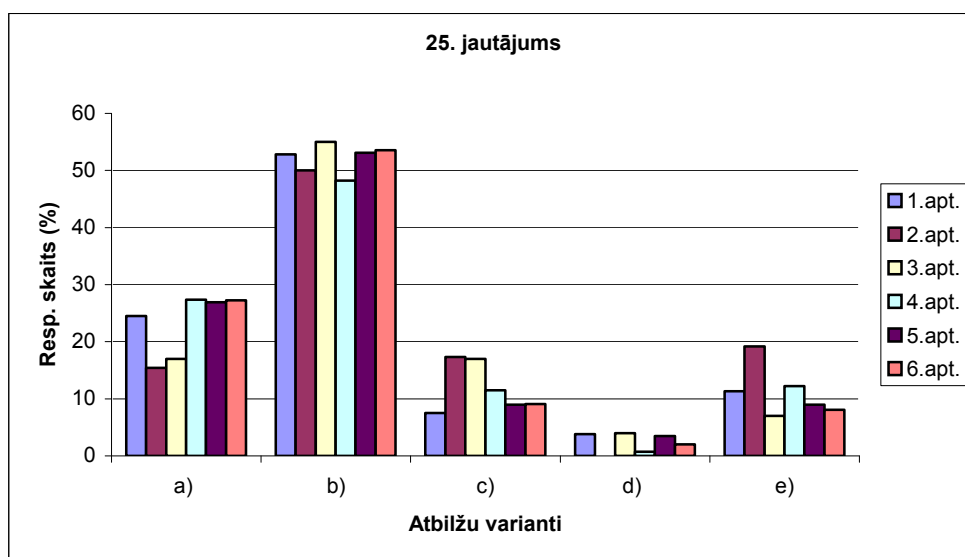
11.Profesionālās darbības motivācijas tests;

12.Pašnovērtēšanas tests (mana loma grupas darbā).

Kā liecina veiktie pētījumi specialitātes izvēles motivācijai ir būtiska nozīme profesijas izvēlē un studiju procesā. Dominējošie faktori specialitātes izvēlē – interese par specialitāti, vecāku vai citu cilvēku ieteikums, īpaša interese vai spējas atsevišķos mācību priekšmetos, kas ir izvēlētajā specialitātes mācību programmā. Svarīga loma arī ievirzei, kas dota jau vidējā mācību iestādē (sekmes mācībās, profesionālā orientācija, fakultatīvās nodarbības, mācību priekšmetu olimpiādes, u.c.), arī ģimenes profesiju pārmantojamībai.

Lielākā daļa studentu, kas jau ir iepazinušies ar matemātikas studijām, ir snieguši apstiprinošas atbildes uz aptaujas (6. pielikums) jautājumu (1.10. attēls) (aptaujas veiktas Rēzeknes Augstskolas Inženieru un Ekonomikas fakultātes 1. kursa studentiem, kopējais respondentu skaits – 986 studenti, 1.apr. 1997./98.māc.g., 2.apr. 1998./99.māc.g., 3.apr. 1999./00.māc.g., 4.apr. 2000./01.māc.g., 5.apr. 2001./02.māc.g., 6.apr. 2002./03.māc.g.):

25.Vai Jūs savā profesionālajā darbībā pēc augstskolas beigšanas saskatāt matemātikas lietojumus: a) noteikti, jā; b) drīzāk, jā; c) drīzāk, nē; d) noteikti, nē; e) nevaru pateikt.



1.10. att. Matemātikas saikne ar specialitāti nākotnē.

Saistību ar matemātikas teoriju un praktiskā darba saturu un savas profesionālās darbības vērtējumu matemātikas studiju procesā raksturo attiecīgi aptauju pirmais un otrais jautājums (Kangro, 2001-a):

Vai Jūs apmierina mācību process Jūsu zināšanu un matemātisko spēju veidošanā; 2. Kāda ir Jūsu attieksme pret mācībām matemātikas apgūvē Jūsu profesionālās izglītības kontekstā: a) noteikti, apmierina; b) drīzāk, apmierina; c) drīzāk, neapmierina; d) noteikti, neapmierina; e) nevaru pateikt.

Atbilžu raksturošanai tika aprēķināts Jula “apmierinātības” koeficients K sastādīts pēc Gutmana skalas (Ядов, 2001)

$$(K = \frac{a \times 1 + b \times 0,5 + c \times (-0,5) + d \times (-1) + e \times 0}{N}, -1 \leq K \leq 1, \text{ kur}$$

a, b, c, d, e - respondentu skaits, kuri izvēlējušies attiecīgi atbildes variantu a), b), c), d), e); N - kopējais respondentu skaits aptaujā) (James, H., ... etc., 1997), (Kangro, 1999).

Aptaujās laika posmā no 1997. līdz 2003. gadam pirmajam jautājumam koeficients K atrodas intervālā (0,40 – 0,74), otrajam tas ir nedaudz zemāks (0,35 – 0,60). To varētu izskaidrot ar jauniešu vecuma posma vērtējuma un pašvērtējuma pazemināšanu. Studentu pašvērtējumā var izpausties neapmierinātība ar sevi un augsts paškritikas līmenis (Karpova, 1994).

Attiecībā uz nodarbību struktūru studenti vairāk vēlētos veikt praktiskos darbus: viņi kā optimālo lekciju un praktisko darbu biežumu norādīja 2 reizes nedēļā pretēji esošajam lekciju un praktisko darbu sadalījumam – reizi nedēļā. Jāsecina, ka jāintensificē studiju

process, kontaktnodarbībās akcentējot svarīgākos tematus, palielinot patstāvīgā darba uzdevumu apjomu un lietojot metodes to operatīvai kontrolei.

Studenti kā pasniedzējam svarīgākās rakstura īpašības no 17 piedāvātajām (Karpova, 1994):

1) augsts profesionālisms, 2) zināšanu un kultūras līmeņa pastāvīga paaugstināšana, 3) neiecietība pret saviem un citu trūkumiem, 4) atbildības un pienākuma jūtas, 5) loģiski un pārdomāti lēmumi, 6) pacietība un spēja piedot, 7) paškontrolē (pašdisciplīna), 8) dzīvesprieks un humora izjūta, 9) darba mīlestība, 10) godīgums, 11) audzināšana kā labas manieres un pieklājība, 12) kārtība darbā un apģērbā, 13) stipra griba un spēja neatkāpties grūtību priekšā, 14) vārdu un darbu vienotība, 15) spēja saprast citus cilvēkus, 16) intelektuālais redzesloks (uzskatu plašums un elastība), 17) spēja aizstāvēt savu viedokli, atkārtoti trīs aptaujās (kopējais respondentu skaits ir 456) ir izvēlējušies septiņas (izvēlētās īpašības ir sakārtotas pēc svarīguma pakāpes):

- *augsts profesionālisms;*
- *atbildības un pienākuma jūtas;*
- *loģiski un pārdomāti lēmumi;*
- *dzīvesprieks un humora izjūta;*
- *darba mīlestība;*
- *godīgums;*
- *spēja saprast citus cilvēkus.*

Pasniedzēja rakstura īpašību atbilstība studentu priekšstatiem veicina studentu empātijas rašanos pret pasniedzēju un motivē uz labāku mācību priekšmeta apguvi (Karpova, 1994), (Kangro, 1999).

Pedagoģisko invariantu lietošanas kontekstā veiktie intelektuālo priekšrocību, personības kvalitāšu un profesionālās virzības apzināšanas testi tiks aplūkoti trešajā nodaļā.

Teorijas apskats, referatīvā analīze un veiktie eksperimenti ļauj izdarīt vispārinājumus nodaļas beigās par domāšanu kā darbību izziņas mērķu radīšanai un risināšanai, par domāšanas veidu realizāciju izziņas darbībā un matemātisko izglītību inovatīvu pārmaiņu periodā.

Secinājumi

1. Autora pētījumos apstiprinājās pieņēmums, ka matemātikas studiju procesa realizāciju (studiju procesa izpēti, studiju kursu izveidi) sekmē speciālo, loģisko un psiholoģisko invariantu lietošana studiju procesā.
2. Studiju saturā ir mērķtiecīgi iekļaut metodoloģiskās zināšanas, tas nodrošina matemātikas kursu saistību ar speciālajiem kursiem, kuros izmanto matemātikas zināšanas.
3. G. Ščedrovicka pieeja domāšanai (zināšanas un darbība zināšanu ieguvē) autora pētījumos tika izmantota domāšanas procesu izpētē matemātikas studiju procesā:
 - studentu sasniegumu analīzē zināšanu aspektā;
 - studentu kognitīvās aktivitātes noskaidrošanā: domāšanas darbību un operāciju rezultativitātes noskaidrošanā; savas domāšanas izziņāšanā un vadīšanā (metakognīcija, refleksija).
4. Komplicētu matemātisku jēdzienu/objektu, dinamisku procesu/parādību izpratnei tika izmantota L. Vekkeru un G. Ščedrovicka izstrādātā metodika:
 - a) adekvāti jāsaskaņo ar zīmēm-simboliem (formulas, shēmas, algoritmi u.c.) veicamās darbības/operācijas ar tām strukturāli-priekšmetiskajām laika-telpas komponentēm, kuras atspoguļo (vizualizē) pētāmo procesu/objektu (Беккер, 2000),
 - b) jānodrošina saikne starp zīmju formu (zīmēm-simboliem) un saturu (zīmes nozīme, apzīmējamais objekts) reproducējot tieši atbilstošo pētāmo procesu/objektu un tā mentālo attēlu (Щедровицкий, 1995).
5. Mācību procesā izmantojot uzskates līdzekļus uzdevumu/problēmu risināšanā tika ievērota izziņas funkciju (perceptīvi orientējošā, ģenētiskā, atbalsta funkcija) atšķirīgā nozīme, to lietošanas nepieciešamība un realizācijas iespējas.

Tika nodrošināta nosaukto izziņas funkciju realizācijas secīga izpilde paredzot loģisko hipotēžu modelēšanu – loģisko operāciju veidošanu balstoties uz praktiskām priekšmetiskām darbībām izmantojot: telpiskus modeļus, zīmju-simbolu modeļus, shēmas, u.c. Darbību izpildē ir mērķtiecīgi izmantot datoru-matemātiskās sistēmas (Maple, Matlab u.c.) ar to skaitlisko aprēķinu un vizualizācijas iespējām (Kalis, Kangro, 2003-a), (Kalis, Kangro, 2004-a).

2. Matemātiskā domāšana

2.1. Matemātiskās domāšanas teorētiskie un praktiskie aspekti: metodes, pieejas, pielietošana profesionālā darbībā

Pētāmo priekšmetu vai parādību attiecību formalizāciju ar matemātiskiem paņēmieniem daudzi autori saista ar **matemātiskās domāšanas** jēdzienu: G. Harels (*G.Harel*) un J. Kaputs (*J. Kaput*) (Dubinsky, Tall, 1991), H. Veils, G. Ščedrovickis.

Matemātiskā domāšana tiek aplūkota divos aspektos (Щедровицкий, 1995, 466; Kangro, 2006-b).

1. Matemātika kā fiksētas zināšanas:

saistība ar zinātnēm par apkārtējo pasauli – ar fiziku, ķīmiju, bioloģiju, ekonomiku utt. (Вейль, 1989);

- noteiktu objektu attēlu kopa – mentālie attēli, objektu attēli (Harel, Kaput, 1991).

2. Matemātika kā kognitīvās darbības process:

- darbības ar objektu attēliem (Harel, Kaput, 1991);
- zināšanu veidošanās (spriešana, problēmu risināšana, lēmumu pieņemšana, mentālo modeļu izveide);
- iegūto zināšanu, uzskatu, pārlicības, spriedumu novērtēšana un zināšanu lietošana praksē (Colman, 2003).

H. Hemlijs kā galvenos matemātiskās domāšanas elementus atzīmē trīs *operāciju veidus*:

- 1) klases – dotā materiāla klasificēšana vienāda rakstura grupās;
- 2) kārta – dominējošās kārtas noteikšana katrā grupā raksturo tās saturu;
- 3) atbilstība – atbilstības noskaidrošana starp dažādu grupu elementu attieksmēm.

F. Mitčels apgalvo, ka matemātisko domāšanu raksturo *spēju kvalitātes*:

- 1) prasme klasificēt;
- 2) izprast simbolu nozīmi izpildīt operācijas ar tiem;
- 3) dedukcija;
- 4) prasme manipulēt ar abstraktām idejām un jēdzieniem.

A. Kovaļova un V. Mjasišceva (Ковалёв, Мясищев, 1960) kā būtiskas uzskata sekojošas matemātiskās domāšanas *īpatības*:

- 1) interese darboties ar skaitļiem, risināt matemātiskus uzdevumus un problēmas;
- 2) skaitlisku un aritmētisku likumību apguve;

- 3) izteiktas abstraktās domāšanas, analītiski – sintētiskas un kombinatīvas spējas operējot ar skaitļiem un zīmju simboliku;
- 4) patstāvība, oriģinalitāte un radošums matemātisku problēmu risināšanā;
- 5) gribas aktivitāte un darba spējas matemātikas jomā;
- 6) noslieču un interešu pāraugšana “aizrautībā” ar matemātiku, kad nodarbošanās ar to kļūst par aicinājumu;
- 7) kvantitatīvi un kvalitatīva darbība, kuras rezultātā arvien vairāk apsteidzot savus vienaudžus matemātikas jomā.

Matemātiķis A. Hinčins (Хинчин, 1961) norādīja matemātiskās domāšanas *īpašības*:

- 1) loģiskas spriedumu shēmas dominānce;
- 2) lakonisms (tieksšanās atrast visracionālāko risinājumu);
- 3) precīza sprieduma meklēšanai nepieciešamos posmus noteikšana.
- 4) precizitāte (katram matemātikas simbolam ir sava noteikta nozīme).

Ļoti saturīgu matemātiskās domāšanas *raksturojumu* devis akadēmiķis A. Markuševičs (Маркушевич, 1962):

- 1) prasme izdalīt galveno (abstrakcija);
- 2) prasme konstruēt tādu pētāmās parādības shēmu, kura satur tikai jautājuma matemātiskai interpretācijai nepieciešamos elementus: piederības, kārtas, daudzuma un mēra, telpiskā stāvokļa attiecības (prasme shematizēt), kā rezultātā ir iespējams izvirzīt pētījuma hipotēzi;
- 3) prasme veikt loģiskus secinājumus no dotajiem nosacījumiem (deduktīvā domāšana);
- 4) prasme analizēt doto jautājumu, prast atšķirt speciālos gadījumus, kuri izsmeltoši raksturo doto problēmu un kuri ir tikai atsevišķi piemēri un nevar raksturot doto problēmu pilnībā;
- 5) prasme pielietot teorētisku spriedumu rezultātā iegūtos secinājumus praktiskiem jautājumiem un salīdzināt iegūtos rezultātus ar iepriekš teorētiski prognozētajiem, novērtēt mainīgo nosacījumu ietekmi uz rezultāta ticamību un drošumu;
- 6) vispārināt iegūtos secinājumus un izvirzīt jaunas problēmas vispārināta veidā.

S. Švareburgs (Шварцбург, 1964) matemātiskajā domāšanā izdala sekojošas *kvalitātes*:

- 1) telpiski priekšstati; 2) abstrakcija; 3) pāreja uz matemātisku shēmu; 4) dedukcija; 5) analīze; 6) izdarīto secinājumu pielietošana; 7) domāšanas kritiskums; 8) matemātiskās valodas prasmes;
- 9) pacietība matemātiska rakstura problēmu risināšanā.

Pēc E. Pehkonen pētījumiem matemātikas nozīmīgumu, pārliecību [*belief, conviction, creed*], (Stingra, noteikta ticība un pieņēmums par (kā) patiesumu, nozīmīgumu, vērtību.

Stingrs, noturīgs *uzskats*, noteiktas *domas* (par ko), (Beļickis, 2000)) var iedalīt četrās grupās, kuras daļēji pārklājas (Hannula, 1998):

- 1) uzskati par matemātikas dabu (būtību);
- 2) uzskati par sevi matemātikas apguves un darbības kontekstā;
- 3) uzskati par matemātikas mācīšanu;
- 4) uzskati par matemātikas mācīšanos.

Lai noskaidrotu matemātikas speciālistu uzskatus par matemātiku, Kanādas matemātikas profesors R. Mura klasificē 103 matemātiķu un 51 matemātikas izglītības darbinieka iegūtās atbildes uz jautājumu “Kā Jūs definētu matemātiku/matemātisko domāšanu?” (Hannula, 1998):

1. Formālu aksiomātisku sistēmu radīšana un pētīšana, abstraktu struktūru un objektu īpašību un attiecību izpēte.
2. Loģiski, stingri, precīzi spriedumi, īpaši deduktīvie spriedumi.
3. Valoda, apzīmējumu un simbolu kopa.
4. No realitātes abstrahētu modeļu konstrukcija un analīze, to pielietojumi. Kaut kas vidējs starp parādību izpratni un to prognozēšanu.
5. Sarežģītības reducēšana uz vienkāršību.
6. Problēmu risināšana.
7. Tēlu un priekšstatu izpēte.
8. Induktīvā domāšana, pētījumi, novērojumi, vispārinājumi.
9. Māksla, radoša darbība, iztēles produkts, harmonija un skaistums.
10. Visu zinātņu māte, karaliene, pamats.
11. Patiesība.
12. Kulturāli determinēts saturs (etnomatemātika).
13. Atsauce uz noteiktiem matemātikas tematiem (skaitlis, lielums, forma, telpa, algebra, u.c.).
14. Cita veida formulējumi (grūtības un neiespējamība apgūt matemātiku, matemātikas definīciju nelietderība to riņķveida konstrukcijas dēļ).

Mazāk detalizētu pieeju uzskatiem par matemātiku sniedz J. Dionne, G. Torner, S. Grigutsh trīs galvenajos matemātikas aspektos – tradicionālajā, formālajā un konstruktīvajā (Torner & Grigutch, 1994):

- 1) “instrumentu kastes” aspekts (“Tool-box” – aspect) – matemātika ir likumu un procedūru kolekcija (kopums), kuri jālieto konkrētā situācijā;
- 2) sistēmas aspekts (system – aspect) – matemātika ir formāla sistēma, kurā jādarbomas stingri loģiski un precīzi;

3) procesuālais aspekts (process –aspect) – matemātika ir dinamisks process, kurā katrs rada un īsteno savu matemātiku atbilstoši savām vajadzībām un spējām.

Matemātikas speciālistu un matemātikas izglītības darbinieku gūtās atziņas par matemātiku un matemātisko domāšanu autors izmanto matemātiskās domāšanas attīstības modeļa izveidē (sk. 186. lpp.).

Personības intelektuālo līmeni galvenokārt raksturo divi noteicošie parametri: apgūtās informācijas *apjoms* un *spējas* izmantot informāciju noteiktu mērķu sasniegšanai, kur pirmais parametrs nosaka cilvēka *erudīciju*, bet otrais – viņa *intelektuālo attīstību*.

Cilvēka erudīcija, kā studiju procesā iegūto konkrēto zināšanu klāsts, raksturo cilvēka intelektuālo ”potenciālo enerģiju”, un savukārt domāšana ļauj transformēt intelektuālo potenciālu nepieciešamajai mentālajai (prāta) darbībai.

Skolā un augstskolā iegūto zināšanu apjoms arvien vairāk kļūst ierobežots gan absolūti, gan relatīvi, jo mūsdienu zinātnes līmenis un sabiedrības attīstība rada situāciju, kurā strauji samazinās tā zināšanu daļa, kuru cilvēks ir spējīgs apgūt attiecībā pret to informācijas klāstu, kurš ir nepieciešams pilnvērtīgai darbībai nepārtraukti mainīgā sabiedrībā.

Tāpēc arvien aktuālāks kļūst uzdevums par *intelektuālo attīstību*, kuras pamatā ir cilvēka spēja jaunu zināšanu ieguvē, arī patstāvīgi meklējot un apgūstot jaunu informāciju.

Augsts intelektuālās attīstības līmenis un īpaši tā komponenti kā intelektuālā uztvere (spēja uztvert jaunu informāciju), domāšanas mobilitāte un elastība (Холодная, 2002), ir ļoti būtiski nosacījumi mūsdienu sabiedrībā cilvēka sekmīgai adaptācijai pastāvīgi mainīgos dzīves apstākļos.

Tāpēc matemātikas studiju procesā mazāk jābalstās uz šaurā nozīmē matemātiski vērstu izglītību, bet vairāk gan uz izglītību, kas veidota tieši ar matemātikas palīdzību un matemātikas kā zinātnes pamatu apgūvē pienācīga uzmanība jāveltī studentu intelektuālajam potenciālam matemātikas studiju procesā veidojot un attīstot matemātiskās domāšanas kvalitātes. Tā realizācijai autors izmanto dažādas pieejas un piemērus no matemātikas kursa mācīšanas pieredzes: fenomenoloģiskā pieeju, sociāli – kulturālo pieeju, procesuāli – darbības pieeju, izglītības pieeju, ontoloģisko pieeju un regulatīvo pieeju.

Ar pieeju saprotam problēmas pamatnostādni, ko izmanto pētīšanas metožu izvēles un informācijas mijsakarību noskaidrošanā.

Fenomenoloģiskā pieeja

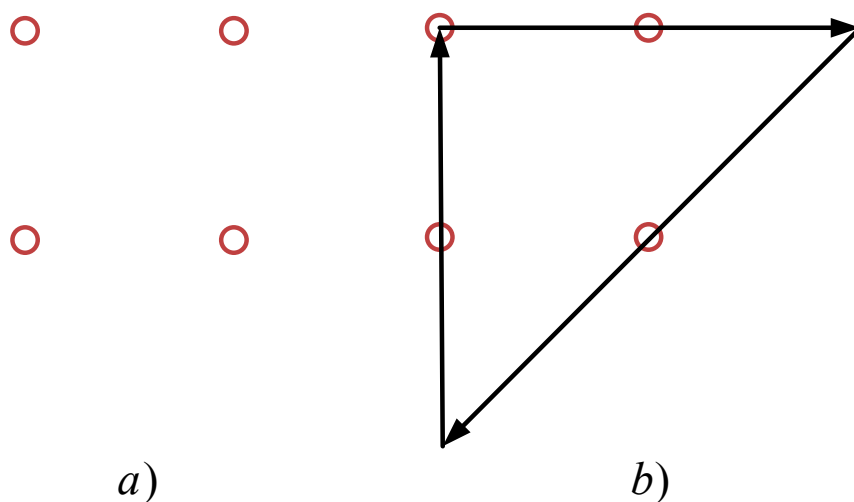
Fenomenoloģiskās pieejas pārstāvji intelektu uzskata kā apziņas satura īpašu formu. Viens no pirmajiem mēģinājumiem nosauktās pieejas intelekta modeļa izveidē bija geštalt-psiholoģijas pārstāvji V. Kellers, M. Vertgeimers, kuri akcentēja apziņas redzes (fenomenālā)

lauka pārstrukturēšanu, lai izzinātu un atrisinātu problēmu situācijā izveidojušos konfliktu (Келер, 1980), (Вертгеймер, 1987).

Ar pārstrukturēšanu saprot pāreju uz vienkāršu, skaidru, sastāvdaļās sadalītu un apjēgtu problēmu situācijas mentālu attēlu, kurā ir atainota strukturālā pretruna.

Ilustrācijai aplūkosim populāro “četrus punktus” uzdevumu (Пономарев, 1999) (2.1.att.):

Doti četri punkti. Tie jāsavieno ar trīs taisnām līnijām neatraujot rakstāmo no papīra (ar vienu vilcienu) un jāatgriežas sākotnējā punktā.



2.1.att. Uzdevums “četri punkti” a) un tā risināšanas princips b)

Kvadrāta robežās uzdevuma risinājums nav iespējams, tāpēc attēla pārstrukturēšanai “jāaiziet” no attēla “kvadrāts” un jāredz līniju turpinājums aiz punktu robežām.

Apziņas fenomenālā lauka pārstrukturēšanā ievērojama nozīme ir *vizuālajai domāšanai* ar redzes tēliem (Зинченко, 1988, 2002), (Arnheim, 1965), (Грегори, 1972) [*зрительные образы*], kuru nozīmību V. Davidovs raksturoja tā, ka jutekliskais un racionālais – tās nav divas izziņas pakāpes, bet gan divi momenti, kuri caurstrāvo izziņu visos tās veidos un formās (Давыдов, 1996).

Redzes tēli savā būtībā ir subjektīvi fenomeni, kuri rodas priekšmetiski-praktiskās, sensori-aperceptīvās darbības un domāšanas procesa rezultātā gan sensoriskās stimulācijas gadījumā, gan arī bez tās. Tie veselumā atspoguļo apkārtējo realitāti, kurā vienlaicīgi ir pārstāvētas galvenās aperceptīvās kategorijas (telpa, kustība, laiks, forma, krāsa, faktūra, u.c.).

Tie ietver informāciju par priekšmetu un parādību laika-telpas, dinamiskajiem, krāsas un figuratīvajiem raksturotājiem.

Uzskatāmie redzes tēli viegli transformējas par aperceptīviem vai priekšmetiskiem jēdzieniem, kuri ir gan ģenētiski, gan funkcionāli daudz slāņaini un tas ļauj cilvēkam pārvietoties simbolisko jēdzienu un nozīmju pasaulē, reflektēt, apzināti operēt ar zīmēm, simboliem un vārdiem.

Fenomenoloģiskās pieejas pārstāvji intelektu uzskata kā apziņas satura īpašu formu. R. Glasers cilvēku atšķirīgo intelektuālo spēju līmeni saskata dažādi organizētā zināšanu sistēmā sastāvošā no zināšanām *kas* jādara, lai efektīvi izpildītu uzdevumu (*deklaratīvās* zināšanas) un *kā* regulēt dažādus izziņas procesus mācību mērķu sasniegšanai (*procedurālās* zināšanas) (plašāk par deklaratīvām un procedurālām zināšanām sk. 243. lpp.).

Tieši individuālās zināšanu bāzes īpatnības nosaka gan atsevišķu izziņas procesu efektivitāti (piemēram, iegaumēšana, uzdevumu risināšana, u.c.), gan arī intelektuālo sasniegumu līmeni profesionālajā darbībā (Glaser, 1980, 1984). Ar zināšanu bāzi saprotam semantiskos tīklus un semantisko datu struktūru, ar kuras palīdzību subjekts veido savu priekšstatu par apkārtējo realitāti, kā arī likumi (procedūras), ar kuru palīdzību subjekts izmanto viņa rīcībā esošo informāciju. Par vērā ņemamu zināšanu bāzes līmeni liecina zināšanu ērta pieejamība un lietojamība, pie kam jāsaprot zināšanas tieši kādā konkrētā sfērā (zinātnes nozarē).

Semantiskās struktūras – individuāla vērtību (apzīmējumu) sistēma (vārdi, tēli jeb atveidi, žesti, priekšmeti, utt.), kuras atsevišķi elementi ir noturīgi un likumsakarīgi saistīti. Ar verbālo semantiku saprotam savstarpēji saistītu vārdu sistēmu, bet ar neverbālo semantiku – savstarpēji saistītu jutekliski – priekšmetisko iespaidu [впечатлений] sistēmu (Холодная, 1988), (Шемакин, 2003), (Салмина, 1988), (Marshall, 1995)

Subjekta zināšanu bāzes īpatnības nosaka viņa kompetenci – psiholoģisko kvalitāti kā būtiskāko kritēriju individuālā intelekta attīstīšanai. Augsts kompetences līmenis savukārt nosaka pienācīgu problēmas izpratnes līmeni kādā konkrētā darbības sfērā (piemēram, matemātika, šaha spēle, utt.).

Individuālās zināšanu bāzes nozīmību saistībā ar intelektuālo sasniegumu līmeni mēs izmantojam matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas (*zināšanu mobilitāte*) ar tās posmiem (*bāzes zināšanas, informētība, atcerēšanās, atpazīšana, reproducēšana,*) izveidē (189. lpp.).

Fenomenoloģiskajā pieejā intelekta dabas izpētē uzmanība jāvelta ne tik daudz apziņas satura transformācijas efektu analīzei, cik gan tiem *kognitīvajiem mehānismiem*, kuri šos

efektus nodrošina. Pārfrāzējot iepriekš teikto – gudrs ir nevis tas, kurš daudz zina, bet gan tas, kuram ir labāk izveidoti zināšanu iegūšanas, organizācijas un pielietošanas mehānismi.

Sociāli – kulturālā pieeja

Sociāli – kulturālās pieejas pārstāvji intelektu uzskata kā socializācijas procesa un kultūras ietekmes rezultātu. Valoda, industrializācija, izglītība, ģimene, parašas, tradīcijas, utt. nosaka indivīda psihiskās attīstības (arī intelektuālās) tempus un līmeni (Койл, 1997).

Ir apzinātas kultūras ietekmes dažādas tendences.

- Kā būtisku tendenci uztveres, atmiņas, secināšanas spēju, iztēles, u.c. izmaiņā raksturo abstrakta, kategoriāla attieksme pret apkārtējo realitāti: loģisko spriedumu izdarīšana izziņas darbībā kļūst iespējama ārpus tiešās praktiskās pieredzes. Te galvenā loma kategoriālās vispārināšanas spēju izveidē ir apmācībai skolā.
- Intelektuālo iespēju novērtēšanas kritēriji, kuri ir formulēti vienas kultūras ietvaros nevar tikt mehāniski pārnesti uz citu kultūru (Лурья, 1974).
- Kulturāli nosacītu intelekta īpašību eksistence tomēr neizslēdz dažas cilvēka apziņas veidošanas universālas likumsakarības, kuru pamats ir cilvēku vispārējās potenciālās iespējas un viņu dzīves veida kopīgas iezīmes (Леви – Стросс К., 1994)
- Kultūrvidē gan pozitīva, gan arī negatīva ietekmē cilvēka intelektuālo attīstību. Piemēram, rūpnieciski attīstītā sabiedrībā pilsētas dzīves apstākļos cilvēks labāk attīsta spējas loģiski spriest, kategoriāli vispārināt, klasificēt liela apjoma informāciju, u.c., taču vienlaikus zaudē uztveres asumu dzīves priekšmetiski – praktisko aspektu uztverē (Маккоби & Модиано, 1971). Arī Latvijas skolās ir vērojama atšķirība skolēnu sasniegumos (lasīšanas, matemātikas un dabaszinātņu saturiskajās jomās) starp lauku un pilsētu skolām. Sasniegumu sadalījums pēc urbanizācijas faktora ļauj secināt, ka Latvijas lauku skolēnu sasniegumi vienmēr ir zemāki nekā pilsētu skolēnu sasniegumi, labākie sasniegumi ir Rīgā, tad lielās Latvijas pilsētās un visbeidzot laukos (Kangro, A., Geske 2001).

Kultūrvidē ietekmējot intelektu rodas jautājumi saistīti ar individuālā intelekta izveides un funkcionēšanas mehānismiem. Piemēram, kāpēc identiskā kultūrvidē cilvēki ar aptuveni līdzīgu socializācijas līmeni tomēr dažādi domā, domā par ļoti atšķirīgām lietām, un ar ļoti atšķirīgu rezultativitāti.

L. Vigodska augstāko psihisko funkciju teorijas kultūrvēsturiskajā redzējumā intelekta (psihes) problēma tiek apskatīta kā bērna garīgā attīstība.

Bērna intelekta attīstība notiek lietojot sociālās vides līdzekļus (materiālie līdzekļi intelektuālā kontakta organizācijai ar apkārtējo pasauli – skaitāmie kauliņi, grāmatas, u.c.), apgūstot zīmes (dzimtās valodas vārdu apguve, arī cita veida burtu un vizuālā simbolika), iesaistoties sociālā mijiedarbībā ar citiem cilvēkiem (saņemot palīdzību un atbalstu no pieaugušajiem) (Выготский, 1983).

L. Vigodskis uzskata, ka pastāv principiāla atšķirība starp intelektu, kas veidojies kā bioloģiskās evolūcijas produkts un vēsturiski izveidojušos cilvēka intelekta formu, kuras pamatā ir vārda funkcionālā lietošana. Tāpēc bērna intelektuālās attīstības mehānisms ir saistīts ar vārdisku nozīmju sistēmas veidošanos viņa apziņā. Šīs sistēmas pārveide (pārstrukturēšana) raksturo bērna intelektuālo iespēju izaugsmes virzību.

Jēdzienu veidošanās sastāv no trīs pakāpēm (stadijām) atkarībā no aplūkojamā vārda nozīmes vispārinājuma rakstura (Выгодский, 1982).

1. Domāšana **sinkretiskos tēlos** (ar sinkretisku tēlu palīdzību [*мышление в синкретических образах*]). Sākotnēji bērns cenšas saistīt vārda nozīmi ar jebkuriem priekšmetiem visdažādākajās kombinācijās, kuri tiek apvienoti balstoties uz subjektīviem priekšstatiem.

2. Domāšana **kompleksos** [*мышление в комплексах*]. Bērns ar vārda palīdzību apvieno priekšmetus jau balstoties uz objektīvām, reāli eksistējošām, visbiežāk uzskatāmi – tēlainām un savā pieredzē iegūtajām sakarībām starp tiem. Ar vārda palīdzību priekšmeti tiek vispārināti to praktiskās darbības aspektā. Nobeiguma fāzē bērns balstās pseidojēdzieniem – saskarsmē ar pieaugušajiem iegūto vārdu nozīmēm. Taču viņš nevar veikt patstāvīgas domāšanas operācijas ar pseidojēdzieniem (definēt tos, izdalīt jēdziena atsevišķās un kopīgās pazīmes, utt.) .

3. Domāšana **jēdzienos** [*мышление в понятиях*]. Šajā stadijā bērns jau var izdalīt, abstrahēt atsevišķas priekšmetu pazīmes un kombinēt tās lietojot vārda nozīmi dažādās situācijās. Katrs atsevišķs jēdziens ir saistīts ar pārējiem, tāpēc viena un tā paša priekšmeta analīzi var izdarīt dažādos veidos ar priekšmetam atbilstošo spriedumu palīdzību. Te bērns sāk uztvert apkārtējo pasauli ne tikai ar redzes analizatoru, bet arī ar savas runas palīdzību.

Jēdzienu veidošanas funkciju un elementāro izziņas funkciju sintēzes rezultātā notiek pēdējo radikāla pārkārtošanās: uztvere faktiski kļūst par uzskatāmās domāšanas sastāvdaļu, iegaumēšana iegūst saprātīga loģiska procesa formu utt.

Pusaudžu vecumā intelektualizējas (kļūst apzinātas un patvaļīgas) visas izziņas funkcijas, tajā pat laikā intelekts paliek neapzināts un neīšs (reflektorisks). Ar intelektu L.

Vigodskis saprot tieši jēdzienisko domāšanu – apzinātu, kategoriāli-loģisku intelektuālās darbības formu. Par intelekta attīstības kritēriju viņš uzskata vispārīguma mēru (aplūkojamā jēdziena raksturojums ievērojot tā satura vispārinājuma pakāpi un jēdziena iekļaušanu citu sistēmā). Turpmākā zinātnisko jēdzienu apguve veicina pusaudža apzinātu attieksmi pret savu intelektuālo dzīvi un ļauj apgūt un attīstīt savus intelektuālos spēkus (resursus).

L. Vigodskis (Выгодский, 1982) ar psihisko funkciju **intelektualizāciju** [интеллектуализация] apzīmēja procesu, kurā domāšana ietekmē darbību (pretēji tradicionāli aplūkotajai darbības ietekmei uz domāšanu, uztveri, kā arī domās izveidotā tēla ietekmei uz domāšanu).

B. Meščerjakovs (*Б. Мецераков*) aplūko divus intelektualizācijas aspektus:

- 1) intelektualizējas psihiskā funkcija;
- 2) intelektualizējas indivīda rīcībā esošie līdzekļi dotajā attīstības stadijā.

Intelektualizējas praktiski visas psihiskās funkcijas, arī domāšana (Зинченко, 2002).

Aplūkosim dažus psihisko funkciju intelektualizācijas piemērus.

Uztveres intelektualizācija ir sakārtota un saprātīga uztvere, kura saistībā ar verbālo domāšanu veido uzskatāmo domāšanu. Tā attīstoties un pilnveidojoties abstraktās domāšanas ietekmē sasniedz savu augstāko attīstības formu – vizuālo domāšanu. Vizuālā domāšanu ir cilvēka darbība, kuras produkts ir jaunu tēlu radīšana, jaunu vizuālu formu (ar noteiktu jēgu un saturu piepildītas un savu nozīmi atklājošas) veidošana. Tā kā intelektualizējas ne tikai uztveres procesi vai perceptīvās darbības, bet arī to rezultāti, tad var runāt par dzīvu tēlu – jēdzienu [образ-понятие].

Atmiņas intelektualizācija izpaužas tā, ka pārejas procesā no uzskatāmās domāšanas uz abstrakto domāšanu (jēdzienos) atmiņā notiek būtiskas izmaiņas – veidojas loģiskā atmiņa. Šos procesus ir pētījuši zinātnieki P. Zinčenko (*П. Зинченко*) un A. Smirnovs (*А. Смирнов*).

Darbības intelektualizācijai kā izpētes objektam savus pētījumus veltīja L. Vigodskas skolnieks A. Zaporožecs (*А. Запорожец*). Viņš parādīja, ka intelektualizācijas procesā patvaļīgi veiktās darbības kļūst izmēģinošas, orientējošas, pētnieciskas, savukārt manipulējošas kustības kļūst konstatējošas, modelējošas. Arī šajā gadījumā var runāt par dzīvu darbību – jēdzienu [действие – понятие].

Emociju intelektualizācija saistīta ar tādu uzvedības formu kā, piemēram, klātesamība [со-присутствие], līdzjūtīga sadarbība [сочувственное, со-действие], līdzcietība [со-чувствие], līdz dzīvošana [со-переживание], attīstību, kura notiek kādas intelektuālas darbības rezultātā, piemēram, teātra izrādes vai mākslas darba skatīšanās (Запорожец, 2000), matemātisku problēmu risināšana (Evans, 2000), (Woodward, 1991), Drodge, (Edward & Reid, 2000).

Matemātikas zināšanas ir ne tikai fundamentāls pamats personības kognitīvā attīstībā, to dažādās izpausmes skar arī specifiskas estētiskās pieredzes jomu, kurai raksturīgi prāta skaidrības, negaidītas fantastiskas atskārsmes un pilnīgas izpratnes brīži un emocijas (Kangro, 2006-a).

Uzvedības normu attīstības rezultātā klātesamība pārtop par simpātisku līdzdarbošanos [*participation mystique*] (projektīvās identifikācijas forma, kuru 1912. gadā definējis K. Jungs, tā apzīmē projektīvo identifikāciju (bērna vai pieaugušā iekušanās citu cilvēku darbībā vai garstāvoklī, kad viņš mēģina uzvesties, just un domāt kā cits cilvēks, ir viens no galvenajiem identitātes nodrošināšanas un attīstības mehānismiem (Aivars, 1999)), kuras rezultātā persona ietekmējas no kādas citas personas (Colman, 2003), domā reizē ar to [*со-мыслие*] un izjūt estētisku attieksmi pret notiekošo.

Svarīgi, ka intelektualizācijas procesos domāšanas operācijas veidojas un kļūst par darbības, tēla, zīmes, vārda, jūtu iekšējām formām. Tajā pat laikā, tas, ko mēs uzskatām par domāšanas priekšnosacījumiem – tās pašas darbības, tēli, zīmes, vārdi un jūtas kļūst par domāšanas iekšējām formām.

Domāšanas intelektualizācija ļauj saredzēt, ka domāšanas izpētē un attīstīšanā nevar aprobežoties tikai ar domāšanu pašu par sevi (per se). Domāšanai visās tās stadijās jāattīstās nevis tieši, taisnvirziena veidā, bet kādā citā netiešā, elastīgā veidā caur darbību, tēlu, vārdu, jūtām. Tas bagātina gan pirmo vispārinājumu, gan arī vēlāko sadzīvisko un zinātnisko jēdzienu saturu, padarot tos dzīvus (Зинченко, 2002).

Intelektualizācija ir "dzīvo zināšanu" radītāja un tāpēc reizē arī matemātiskās domāšanas attīstīšanas veicinātāja (par "dzīvajām zināšanām" sk. 52. – 53. lpp.).

Procesuāli – darbības pieeja

Procesuāli – darbības pieejas pārstāvji intelektu uzlūko kā cilvēka darbības īpašu formu.

S. Rubinšteins kā jebkuras intelektuālās darbības galveno komponentu saskata cilvēkam piemītošās pētāmā procesa vai parādības analīzes, sintēzes un vispārināšanas spējas. Īpaša loma te ir attieksmju vispārināšanai priekšmetiskā materiālā (matemātiskā, lingvistiskā, vizuālā). Tātad, individuālo intelektu sastāda svarīgāko domāšanas operāciju – *analīzes, sintēzes un vispārināšanas* veidošana, apkopošana un nostiprināšana.

Cita no domāšanas operācijām atvasināta intelekta spēju komponente ir vairāk vai mazāk saskņota un izkopta operāciju kopa (intelektuālas darbības, ar kuru palīdzību iespējams veikt vajadzīgo darbību).

Minētās pieejas pārstāvji personības intelektuālās audzināšanas būtību saskata to iekšējo procesu kultūras attīstīšanā, kuri ir pamatā cilvēka spējai pastāvīgai jaunu domu radīšanai, kas viņuprāt ir visbūtiskākais intelekta attīstības līmeņa kritērijs.

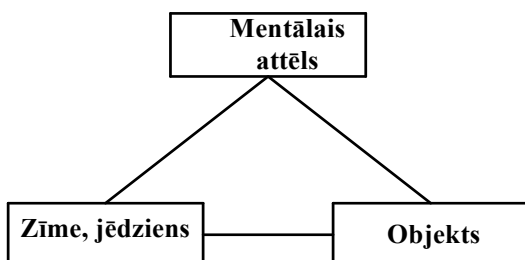
O. Tihomirovs, veicot sistemātiskus pētījumus intelektuālās aktivitātes mehānismu jomā kā svarīgākos personību raksturojošo faktoros, atzīmē (Тихомиров, 1969):

- a) **operacionālā jēga** (raksturs, nozīme) [*операциональны смысл*],
- b) **emocijas**;
- c) **motīvi**;
- d) **mērķis**.

Operacionālā jēga kā personības intelektuālās aktivitātes raksturotāja

O. Tihomirovs analizējot, piemēram, šaha uzdevumu risināšanas īpatnības, atklāja, ka pētnieks vienu un to pašu problēmu situācijas elementu dažādos risināšanas procesa etapos var uztvert dažādi. Šādu specifisku subjektam piemītošu atspoguļošanas formu viņš nosauca par objekta **operacionālo raksturu** (Тихомиров, 1969).

Plašākā nozīmē (ne tikai problēmu situācijās) šo jēdzienu aplūko G. Ščedrovickis un S. Carreira. Viņi traktē jaunu jēdzienu vai zināšanu apguves procesa operacionālo raksturu (Щедровицкий, 1995, 622) starp jēdziena zīmju formu [concept definition], tās objektīvo saturu [concept image] un formas nozīmi, (Carreira, 2001) [*concept notion*] (2.2.att.).



2.2. att. Semiotiskais trijstūris

Dažādu fizisko, matemātisko un citu realitātes objektu izpētē, kā arī jaunu jēdzienu vai zināšanu apgūvē tiek izmantotas izziņas funkcijas, kuras raksturojas ar *stāvokļa* formu un *pārveidojuma* (pārkārtojuma, transformācijas) formu. Stāvokļiem atbilst **figuratīvie** aspekti (uztveres veidi, priekšstatu attēli), bet pārveidojumiem atbilst **darbības** jeb **operacionālie** [*операциональные*] aspekti, ar kuru palīdzību, reproducējot šos pārveidojumus, notiek to izpratne.

Ievērojot izziņas funkciju formas (*stāvokļa* un *pārveidojuma* forma), ir iespējams raksturot un attīstīt indivīda intelektuālo aktivitāti.

Šī procesa realizācija tika veikta saskaņā ar matemātikas studiju organizācijas *speciālā (matemātikas studiju priekšmeta)* un *loģiskā* invarianta izveidi un lietošanu.

Tā rezultātā tika izstrādāti **matemātisko jēdzienu apguves komponenti** *statiskā jeb figuratīvā* izpausmē (definīcijas, formulējumi) un *operacionālā* izpausmē (dinamiski procesi, darbības) (3. pielikums).

Operacionālās izpausmes komponenti sniedz zināšanas par vienas parādības (objekta) pārveidošanu citā, turpretī figuratīvās struktūras ļauj uzzināt par šīm parādībām (objektiem), par to dažādiem stāvokļiem pārveides procesā. Katram komponentam ir dots veicamo uzdevumu apraksts (formulēts vispārīgā veidā) eksperimentālai pārbaudei. Uzdevumu formulējums vispārīgā veidā ļauj izmantot šos jēdzienu apguves komponentus ne tikai matemātikas, bet arī tai radniecīgu studiju disciplīnu apgūvē, piemēram, fizikā, ķīmijā, teorētiskajā mehānikā, u.c.

Operacionālās izpausmes komponentu realizācijai izmantojam trīs veidu loģiskās darbības (Щедровицкий, 1995, 618), (Пузавин, 1999).

1) *darbības ar objektiem* (vai zīmju formām – objektu aizvietotājiem), kurās tiek atklāts jēdziena objektīvais saturs – salīdzināšana, sastatīšana [*сопоставление*];

2) *darbības*, kas tiek veiktas, lai izveidotu *sakarības* starp jēdziena zīmes formu un tā objektīvo saturu – ierindošana, attiecināšana [*отнесение*];

3) *formālas darbības*, kas tiek veiktas iepriekš aplūkoto darbību (1) un 2) punkts) realizācijas kontekstā. Formālas darbības tiek realizētas ar īpašu *valodu* palīdzību:

1) ar *matemātikas* valodu veicot nepieciešamās darbības (operācijas), piemēram:

a) *algebrā* (saskaitīšana, dalīšana u.c.);

b) *matemātiskajā analizē* (atvasināšana, integrēšana u.c.);

c) *operatoru rēķinos* (attēla un pirmtēla atrašana u.c.);

2) ar datoru-matemātisko sistēmu (DMS) Maple, Matlab u.c. simbolisko valodu iepriekš nosaukto un arī citu darbību (operāciju) izpildē.

Darbības ar objektiem (*pirmā* aplūkojamā loģiskā darbība) parasti nosaka saistībā ar veicamā uzdevuma mērķi, tās realizē saskaņā ar veicamā uzdevuma saturu, nepieciešamo risināšanas algoritmu, utt.

Piemēram, zīmju forma (vienādojums) $x + y = 3$ jāaplūko risināmā uzdevuma/problēmas kontekstā – vai tā apzīmē vienkārši divu skaitļu vai mainīgo lielumu summu, vai taisni koordinātu plaknē xy , vai virsmu telpā xyz ?

Tālāk atkarībā no atbildes, izraugās risināšanai nepieciešamo instrumentāriju – tikai algebriskas darbības vai darbības un operācijas ar atbilstošajiem koordinātu plaknes xy vai arī telpas xyz elementiem.

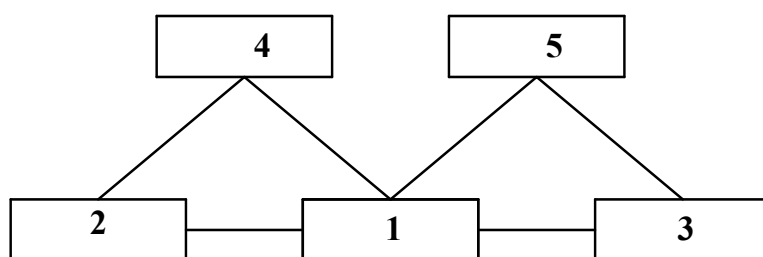
Ar salīdzināšanas palīdzību jāatšķir vai ar objektiem vai zīmju formām veiktās darbības atklāj jaunu jēdziena objektīvo saturu vai arī ir veiktas tikai formālas darbības ar zīmju formām, kuras nedod jaunu saturu. Nereti jāaplūko zīmju formu sīkaks iedalījums:

- 1) zīmes, kuras tikai funkcionāli apzīmē objektu (tā nozīmi) [объекты заместители];
- 2) zināšanu formu veidojošās zīmes, t.i. zīmes, ar kurām tiek fiksēti loģisko darbību lietošanas rezultāti.

Ierindošana, attiecināšana (*otrā* aplūkojamā loģiskā darbība) tiek matemātiski determinēta balstoties uz doto zīmju formu un apzīmējamo objektu/objektiem (zīmju formas objektīvais saturs).

Komplicētāka zīmju formas objektīvā satura gadījumā (zīmju formai atbilst vairāki apzīmējamie objekti) ir jāveic semiotiskā trijstūra modifikācija – jāaplūko semiotiskā trapece (Carreira, 2001), (2.3. att.).

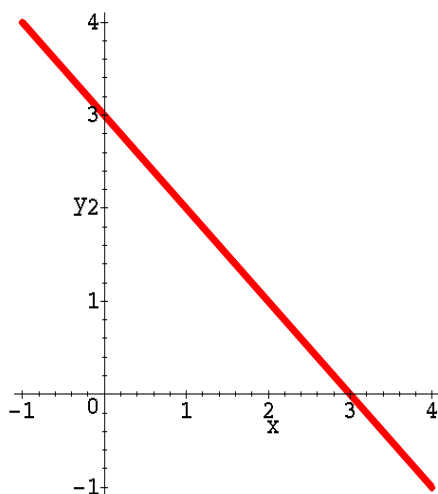
2.3. attēlā parādīts, ka *līnijai – zīmju formai* ar vienādojumu $x + y = 3$ atbilst *divi* apzīmējamie objekti: pirmais – *plakne* un otrais – *taisne*, un savukārt katram no tiem ir savs mentālais attēls: pirmajam – *plakne trīs dimensiju telpā xyz* (2.5. att), bet otrajam – *taisne kā punktu ģeometriskā vieta plaknē xy* (2.4. att).



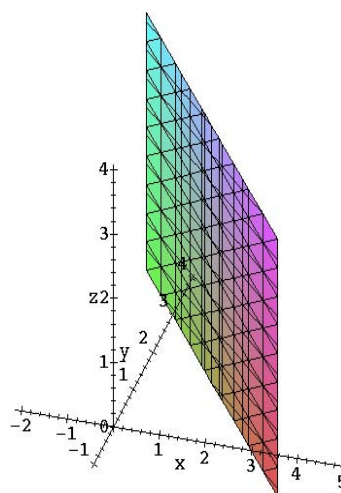
2.3. att. Semiotiskā trapece

2.3. attēla apzīmējumi:

1 – zīme, jēdziens (zīmju forma) [*sign, concept*] $x + y = 3$; 2 – pirmais objekts [object, meaning] *plakne*; 3 – otrais objekts [object, meaning] *taisne*; 4 – pirmā objekta interpretācija (mentālais attēls) [concept image] *plakne trīs dimensiju telpā xyz* (2.5.att); 5 – otrā objekta interpretācija (mentālais attēls) [concept image] *taisne kā punktu ģeometriskā vieta plaknē xy* (2.4.att).



2.4. att. Taisne plaknē



2.5. att. Plakne trīs dimensiju telpā

Ar semiotiskās trapeces palīdzību (*salīdzinot* un *attiecinot* plaknes un taisnes vienādojumus vispārīgā veidā) divu dimensiju un trīs dimensiju telpas elementi tiek aplūkoti kopīgi, tā apvienojot *induktīvo* un *deduktīvo* mācību materiāla izklāsta metodi. Objektu (taisnes un plaknes) vizualizācijai tiek izmantota datoru matemātiskā sistēma (DMS) Maple ar telpisko un laika pazīmju manipulācijas iespējām (2.4. att.), (2.5. att.).

Salīdzināšanas un attiecināšanas darbību kontekstā tika izmantota *trešā* aplūkojamā loģiskā darbība – *matemātiskās* simbolikas (*matemātikas* valodas) lietošana – taisnes un plaknes definēšana ar vienādojumu $x + y = 3$ un DMS Maple *simboliskās* valodas lietošana – taisnes un plaknes definēšana ar attiecīgajiem Maple operatoriem un vienlaicīgi arī telpiskās vizualizācijas iegūšana (2.4. att.), (2.5. att.).

Pēdējās paaudzes (DMS) (Maple, Mathematica, Matlab, u.c.) īpaša uzmanība pievērsta to valodas *funkcionālās* un *simboliskās* nozīmes vienotībai – DMS operatoru pieraksta formas līdzība ar atbilstošo matemātisko izteiksmju konstrukciju formu (Noss, 1999). Tas ievērojami palielina DMS izmantošanu:

a) *Lietderības* (izmantošanas) [*utility*] iespējas: darbietilpīgu skaitlisku aprēķinu izpilde ietaupot mācību laiku, iespējas risināt ne tikai matemātikas uzdevumus, bet arī matemātiskās fizikas, fizikas, ķīmijas, finansu matemātikas u.c. uzdevumus.

b) *Mācīšanas/mācīšanās* [*learnability*] iespējas: studentu līdzdarbība problēmu risināšanā, didaktisko vienību paplašināšanu apvienojot, didaktiskā "inversija" – ļauj "noslēpt" jeb pavājināt vienu atsevišķu matemātisko procesu detaļas izceļot citus (Noss, 1999), (Kangro, 2000), (Kalis, Kangro, 2003-a), (Kalis, Kangro, 2004-b), (Kalis, Kangro, 2004-a), (Garleja, Kangro, 2006-a).

Loģisko darbību operacionālā rakstura dēļ to izveide ir radusi lietojumus mācību procesā, īpaši *intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijas* (IDPAT), (Гальперин, 1959), (Калюшина, 2003), (Салмина, 1988), (Щедровицкий, 1995; 626) vai arī tās svarīgāko posmu realizācijā (Dubinsky & Tall, 1991), (Окунь, 1990: 159), (Mayer, 1991: 165-219).

Piemēram, jēdziena veidošanā, balstoties uz IDPAT, izmanto darbību, ar kuras palīdzību tiek atpazīti dažādi objekti (tiek noskaidrota to piederība jēdzienam). Tādai darbībai ir jābalstās uz veidojamā jēdziena pazīmēm (Давыдов, 2001), (Обухова, 2001). Veicot loģiskās darbības – šo pazīmju *salīdzināšanu* un *attiecināšanu* ar speciāli izvēlētu uzdevumu klāstu noskaidro pētāmā objekta/objektu piederību apskatāmajam jēdzienam. Taču jēdziena pazīmes vien vēl pilnībā nenosaka jēdziena saturu. To raksturo arī objektu darbības funkcijas konkrētā priekšmetiskā situācijā (P. Galperins tās uzskata par jēdziena kodolu), jo jēdziena pazīmes pieder tieši darbības funkcijām.

Tāpēc, lai atspoguļotu būtiskās attiecības starp objektiem, kuri veido jēdzienu, ir jāizdala un jāattēlo shēmas veidā tieši šī objektu darbības funkcijas (Давыдов, 2001), (Обухова, 2001), (Щедровицкий, 1995, 614 – 633).

Jāpiebilst arī, ka IDPAT realizācijā garīgajā (mentālajā) formā tiek pārnesta ne tikai darbības shēma, bet arī jēdzienam atbilstošā objekta shēma, kura atspoguļo objektu darbības funkcijas.

Jaunu jēdzienu un zināšanu apgūvē būtiska nozīme ir arī iepriekš aplūkotajiem izziņas funkciju stāvokļu formu raksturotājiem – *figuratīvajiem* aspektiem, kuru izpēti un pilnveidi var veikt dažādi (Щедровицкий, 1995, 622–625):

1) padarīt komplicētāku izceltās (raksturīgās) pazīmes formu:

- a) paaugstināt (izmainīt) objektu salīdzināšanas sistēmas (pazīmes satura noteicējas) komplicētību;
- b) izprast (apjēgt) salīdzināšanas sistēmu struktūru un būtību;

2) padarīt komplicētāku definīcijas (zīmes formas) vispārīgo „rupjo” struktūru, palielinot tajā funkcionāli atšķirīgo elementu skaitu.

Visbiežāk salīdzināšanas sistēmas komplicētības paaugstināšana un izpratne jārealizē vienlaicīgi,

Piemēram, pāreja no definīcijas “skābe – viela, kura satur skābekli” uz definīciju “skābe – ūdeņradi saturoša viela, kura dod ūdens šķīdumā pozitīvi uzlādētu jonu” (Щедровицкий, 1995; 627) ir saistīta ar pašas salīdzināšanas sistēmas objektīvu izmaiņu. Bet pāreju no izteikuma “skābs – skābe” uz izteikumu “tas, kas rada skābuma sajūtu mutē – skābe” nosaka salīdzināšanas sistēmas apjēgšana. Šeit definīcija praktiski saglabā savu iepriekšējo “rupjo” (vispārīgo) shēmu ar nedaudz paplašinātu zīmju formas saturu.

Piemēram, atšķirība, kas rodas definējot noteikto integrāli definīcijās ar integrālo summu robežas palīdzību (Kronbergs, 1988, 401) vai ievērojot sakarību starp noteikto un nenoteikto integrāli (Kronbergs, 1988: 410), ir saistīta ar salīdzināšanas sistēmas izmaiņu.

Aplūkosim detalizētākā veidā **shēmas** kā efektīvu līdzekli iepriekšējās pieredzes organizācijā, analizēto loģisko darbību izpildē un jaunu zināšanu/jēdzienu apguvē.

S. Marshall shēmu definē kā operatīvās atmiņas izpausmes līdzekli, kurš ļauj indivīdam (Marshall, 1995):

- viegli identificēt līdzīga veida un norobežot atšķirīgu pieredzi;
- piekļūt vispārējai atmiņas struktūrai, kura satur līdzīga veida pieredzes būtiskākos elementus ietverot verbālos un neverbālos komponentus;
- izvirzīt mērķus, sastādīt plānus to realizācijai, novērtēt sasniegto rezultātu un izdarīt secinājumus .

Shēmas ir ilglaicīgās atmiņas struktūrvienības, kuras ļauj izdarīt secinājumus par priekšmetiem un notikumiem. Tas ir svarīgi mācību procesā, jo minētajās struktūrvienībās ir jāsakārto jaunais saturs vēl līdz tā apstrādei.

U. Naiser definē **kognitīvās shēmas** jēdzienu – tā ļauj asimilēt (uztvert) apkārtējās vides informāciju norobežojot zināmo informāciju no nezināmās (Найсер, 1981). Viņš kognitīvās shēmas uzskata kā vispārināti-vizuālus veidojumus radušos redzes, dzirdes un taustes – juteklisko iespaidu integrācijas rezultātā un pārstāv ļoti radikālu viedokli par to nozīmību uzskatot, ka tos informācijas veidus, priekš kuriem mums nav shēmu, mēs vienkārši neuztveram.

Amerikāņu zinātnieks M. Minskis uzskata, ka cilvēka intelekta individuālās atšķirības lielā mērā nosaka tieši kognitīvo shēmu paveidu – freimu kopuma bagātība (Минский, 1978). Viņš freimus uzlūko kā shematizētus priekšstatus par to vai citu stereotipu situāciju sastāvošus no vispārināta “karkasa”, kurš atveido šīs situācijas noturīgus (stabilus)

raksturotājus un no “slotiem” (mezgliem), kuri ir vairāk jūtīgi pret situācijas varbūtējām izmaiņām un tāpēc var tikt papildināti ar jauniem datiem (Минский, 1978).

Saturisku plašu freima definīciju sniedz A. Kolmans, viņa skaidrojumā freims ir (Colman, 2003):

- pieņēmums/pieņēmumi jēdziena interpretācijai un kā rekomendāciju struktūra izpratnes veidošanai par jēdzienu;
- zināšanu struktūra par apkārtējo realitāti (ļoti tuva shēmas jēdziena nozīmei);
- atsevišķs kadrs (tēls) kino, televīzijas vai video filmu kadru virknē, vispārīgi – kāda veseluma atsevišķa daļa.

Freimu raksturo kā koncentrētu un informatīvu realitātes atspoguļotāju: freims – kādas parādības, fakta vai objekta minimāls apraksts ar īpašību, ka zaudējot jebkuru šī apraksta sastāvdaļu, zūd dotās parādības, fakta vai objekta adekvātas identificēšana iespēja Ar freimu iespējama zināšanu atspoguļošana ievērojot īpašo viedokli un izvirzīto mērķi (Бершадский & Гюзеев, 2003).

Ar freimu palīdzību iespējams veikt īpašus informācijas grupēšanas paņēmienus sarežģītās hierarhiskās informācijas struktūrās, tas savukārt ļauj veikt informācijas apstrādi interaktīvā režīmā (Marshall, 1995), (Odumn, H. & Odumn E., 2000).

Piemēram, iespējama divu argumentu funkcijas $u = u(x, t)$ (parciālā diferenciālvienādojuma atrisinājuma) grafiskā vizualizācija attēlojot funkciju u atkarībā no katra mainīgā atsevišķi (vienā gadījumā t - konstante, citā – x ir konstante), gan arī vienlaicīgas x un t izmaiņas gadījumā. Ar animācijas palīdzību var uzskatāmā veidā attēlot temperatūras izmaiņu atkarībā no laika t un koordinātes x (Kalis &, Kangro, 2004-a, 2006), (Kangro, 2000), (1. pielikums).

Aplūkosim kognitīvo shēmu būtisku sastāvdaļu – jēdzienu “zīme” un “simbols” skaidrojumus.

Ar **zīmi** saprotam jutekliski uztverams objekts, kurš norāda, apzīmē vai reprezentē kādu citu priekšmetu, darbību, notikumu, u.t.t. (Шемакин, 2003).

Zīme ir:

- 1) žests, kurš norāda nekārtību nosakāmā vai identificējamā nozīmē;
- 2) jebkurš signāls, žests, atzīme (līmenis, standarts), emblēma vai pazīšanas zīme ar identificējamu jēgu (Colman, 2003).

Ar **simbolu** (simbolisko reprezentāciju) saprotam zināšanu reprezentācijas forma, kurā pieņemtos simbolus vai struktūras izmanto tikai lietu apzīmēšanai un tāpēc tie tiešā veidā neatgādina šīs lietas.

Dabiskā valoda ir vispazīstamākais simboliskās reprezentācijas piemērs (Colman, 2003).

Simbola jēdziens pēc būtības ir radniecīgs zīmes jēdzienam, tomēr jāskatās to atšķirība. Jēdziena "zīme" daudznozīmība ir jāuzskata par negatīvu: jo vien-nozīmīgāks tā skaidrojums, jo konstruktīvāks var būt tā lietojums, turpretī jēdziena "simbols" daudznozīmība liecina par tā saturīgumu.

Darbā ar kognitīvajām shēmām vispirms notiek **kodešana** – objekta (situācijas) pārveide zīmju – simbolu līdzekļu [*знаково – символические средства обучения*] (Салмина, 1988), (Бершадский & Гузеев, 2003), (Калошина, 2003), (Mayer, R. E. 1991) valodā (termins akcentē gan zīmes reprezentējošo būtību, gan arī tai piemītošo objektīvo saturu), kur jaunā informācija nonāk tās apstrādes sistēmā lai turpmāk to glabātu ilglaicīgajā atmiņā.

Kodešanas tipi ietver: a) atsevišķu sastāvdaļu *organizācija* (grupēšana) vienotā veselumā; b) *tēlainība* [*образность*], [*figurativeness, imagery*] – organizācijas vizuālā forma, kurā verbālais saturs pārveidojas viegli pārskatāmā attēlā; c) *precizēšana* [*уточнение*], [*specification*] – jaunā informācija tiek paplašināta un pievienota jau zināmajai. Aplūkosim detalizētāk katru no kodešanas sastāvdaļām.

Grupējot informācijas vienības (sastāvdaļas) jāievēro to līdzība vai saistība. Grupēšana var tikt uzspiesta (pieprasīta) "no ārienes" (ārējā motivācija) vai arī tikt piedāvāta ar mācību materiāla palīdzību (iekšējā motivācija) (Ellis, & Hunt, 1989). Matemātikas apgūvē ārējās motivācijas veicināšanā piemērota ir intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorija (IDPAT) (Беспалько, 2002), (Çingulis, 1998), (Frīdmanis, & Volkovs, 1988), (sk. 126. lpp.).

Tēlainības realizācijā vizuālā formā transformētais attēls ietver informāciju, kuru nepieciešams atcerēties, un kura ir ļoti noderīga verbālajam saturam atbilstošā mentālā attēla (Carreira, 2001), (Garleja & Vidnere, 2000), izveidei, kas savukārt veicina informācijas atcerēšanos.

Tiek uzskatīts, ka informācijas atcerēšanās un izpratnes spējas ir saistītas ar tās iekodešanu divos aspektos – *vizuālā* un *verbālā*, tajā pat laikā mazāk uzskatāmi jēdzieni iekodēti tikai verbāli (Phye, Andre, 1986, 1990), (Arnheim, 1965).

Precizējot informāciju, tiek nodibināta saikne starp iegūto jauno informāciju kopumā un konkrēto analizējamo jaunās informācijas vienību. Tas iespējams ar agrāk zināmo shēmu aktivizēšanu.

Piemēram, risinot augstākās matemātikas kursa uzdevumus (piemēram, temats: "Divkāršā integrāļa reducēšana uz atkārtoto" sk. 2. pielikumu) informācijas precizēšana iespējama papildinot doto integrācijas apgabalu tā, lai projicējot to uz vajadzīgo koordinātu asi, apgabals būtu jāsadala divās vai pat vairākās daļās un attiecīgi katrai daļai būtu jāaprēķina savs atkārtotais integrālis.

Kognitīvā pieredze (informētība, zināšanu mobilitāte) ir uzskatāma par vienu no studentu *matemātiskās domāšanas attīstības* sastāvdaļām (Garleja & Kangro, 2003, 2005) (Kangro, 2003), un tās veidošanā un attīstīšanā izmanto šādus informācijas kodēšanas veidus (Холодная, 2002), (Равен, 1999, 2002), (Garleja & Kangro, 2006):

a) *vārdiski* – *simboliskais*; b) *vizuālais*; c) *priekšmetiski* – *praktiskais*, d) *jutekliski* – *sensoriskais*.

Vārdiski – *simbolisko* informācijas kodēšanu sekmē mācību materiāls, kur:

- 1) patstāvīgi jāformulē pazīmes un jēdzieni; jāsalīdzina matemātisko objektu dažādas vārdiski – simboliskas formas;

- 2) jāpārveido informācija no sarunu valodas uz matemātisko valodu un otrādi;

- 3) jāveic informācijas meklēšana (rokas grāmatas, vārdnīcas u.c.).

Vizuālo informācijas kodēšanu sekmē mācību materiāls, kur:

- 1) jāizmanto normatīvie attēli (tabulas, funkciju grafiki, figūru laukumi, ķermeņu tilpumi, u.c.) (Kalis, & Kangro, 2004 –a);

- 2) matemātisko objektu būtiskāko pazīmju transformēšana dažādās tēlainās (uzskatāmās) formās un jēdziena objekta [*object, meaning*] vai mentālā attēla [*concept image*] (Carreira, 2001), (Visualization, ...1990), (Tall, 1991), (Зенкин, 1991), (Harel, & Kaput, 1991), (Могилев и др., 2000), (Reingold, 1996) pārveidošana (atsevišķu elementu izcelšana, sākotnējā tēla pārveide atbilstoši uzdevuma nosacījumiem);

- 3) jēdzienam atbilstošā objekta un tā mentālā attēla izveides vizualizācija (Visualization, ...1990), (Harel, & Kaput, 1991), (Reingold, 1996), (Могилев и др., 2000).

Priekšmetiski – *praktiskā* informācijas kodēšana sekmīgi realizējas praktiskajos un laboratorijas darbos veicot noteiktas priekšmetiskas darbības:

- 1) datu ievade no klaviatūras;

- 2) mērījumu veikšana;

- 3) informācijas ieguve no mēriekārtām u.c.

Jutekliski – *sensorisko* informācijas kodēšanu sekmē mācību materiāls, kurš ietver:

- 1) metaforas;

- 2) jautājumus, kuri stimulē audzēkņus uz studējamā materiāla *emocionālu* novērtējumu: kurš no uzdevumiem likās visinteresantākais? kāpēc? kurš risinājuma veids likās vispiemērotākais? u.c.;

- 3) neiespējamās situācijas, kurās dotas visdažādākās iztēles un fantāzijas iespējas.

Autora veiktajos pētījumos tika analizēta datoru-matemātisko sistēmu (DMS) (piemēram, Derive, Mathematica, Maple) nozīme matemātika studijās Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes studentiem (Garleja & Kangro, 2006).

Tika noskaidrots, ka vizuālajā informācijas kodēšanas veidā DMS lietošanas veidu "a)problēmas vai uzdevuma risinājumā, jēdziena apguvē, u.t.t. ir izmantota tikai DMS; b)ir izmantota DMS līdztekus tradicionālajām/parastajām mācību metodēm" īpatsvars pārsniedz lietošanas veida "c)nemaz nav izmantojuši DMS" īpatsvaru.

Sadalījuma tendence saglabājas arī vārdiski – simboliskā kodēšanas veida sastāvdaļām: 1) patstāvīgi jāformulē pazīmes un jēdzieni; jāsalīdzina matemātisko objektu dažādas vārdiski – simboliskas formas; 3) jāveic informācijas meklēšana (rokas grāmatas, vārdnīcas u.c.).

Jutekliski – sensoriskā kodēšanas veida sastāvdaļām: 1) metaforas; 2) jautājumi, kuri stimulē audzēkņus uz studējamā materiāla emocionālu novērtējumu (kurš no uzdevumiem likās visinteresantākais? kāpēc? kurš risinājuma veids likās vispiemērotākais? u.c.) dominējošais ir DMS lietošanas veids "b) ir izmantota DMS līdztekus tradicionālajām (parastajām) mācību metodēm", bet trešajai sastāvdaļai – "3) neiespējamās situācijas, kurās dotas iztēles un fantāzijas iespējas" – tāpat kā iepriekš dominējošie ir DMS lietošanas veidi a) un b).

Priekšmetiski – praktiskā informācijas kodēšanas veida sastāvdaļai "1) datu ievade no klaviatūras" praktiski ir izmantots tikai DMS lietošanas veids "a) ir izmantota tikai DMS", bet sastāvdaļai "2) mērījumu veikšana" dominējošie ir DMS lietošanas veidi "a) ir izmantota tikai DMS" un "c) nemaz nav izmantojuši DMS", sastāvdaļai "3) informācijas ieguve no mēriekārtām" dominējošais DMS lietošanas veids ir "c)nemaz nav izmantojuši DMS".

Iegūtais priekšmetiski – praktiskā informācijas kodēšanas veida sadalījums tomēr nebūtu jāizskaidro kā DMS lietošanas veidu a) un b) mazā nozīme. Drīzāk jau iegūto sadalījumu nosaka apskatāmā kodēšanas veida sastāvdaļu īpašais raksturs un tehniskās iespējas (piemēram, ja mēriekārtas nav saistītas ar DMS).

Jāsecina, ka pētījumā tika konstatēta DMS lietošanas nozīmīgums iepriekš nosauktajos informācijas kodēšanas veidos (Garleja, Kangro, 2006).

Kognitīvās shēmas to praktisko un teorētisko lietojumu aspektā ir izmantotas matemātikas studiju organizācijas *speciālā (matemātikas studiju priekšmeta) invariants* izveidē un lietošanā.

Tālāk pievērsīsimies emociju un motivācijas nozīmei matemātikas studiju procesā – kā personības intelektuālās aktivitātes raksturotājiem, gan arī kā matemātiskās domāšanas attīstības modeļa sastāvdaļām.

J. Evans pētot attiecības starp emocijām un domāšanu (īpaši *matemātisko domāšanu*) atzīmē, ka "bailes" no matemātikas ir visai grūti atdalīt no pārējām emocijām, kas rodas

matemātikas apguves procesā – pašpaļāvība [*confidence*], nedrošība, šaubas [*diffidence*], prieks [*pleasure*], biklums [*dislike*], dusmas [*anger*], garlaicība [*boredom*] (Evans, 2000).

T. Wedege ar emocijām saistītās problēmas matemātikas apgūvē iesaka risināt ar konteksta pieejas palīdzību (Wedege, 1999):

- 1) uzdevuma konteksts [task-context] (lingvistikās iezīmes (semantika, sintakse), uzdevuma formulējums vārdos, nepieciešamība uzdevumu atrisināt matemātiski);
- 2) situācijas konteksts [situation-context] (sociālie, vēsturiskie, psiholoģiskie, u.c. apstākļi).

J. Evans aplūkojamo problēmu kontekstā iesaka (Evans, 2000):

- 1) Parādīt studentiem apskatāmās problēmas detalizētas analīzes paņēmienus gan sākotnējo, gan arī mērķa uzdevumu risināšanā;
- 2) Risinājuma sākuma stāvokļu analīzē līdzsvarot vispārējās un atsevišķās (situatīvās) iezīmes tā, lai būtu saskatāmas to līdzības un atšķirības;
- 3) Ļaut studentiem mērķa uzdevumos novērtēt ar risinājumu saistīto iespējamo vispārinājumu diapazonu un tā ierobežojumus, kurus nosaka uzdevuma pielietojumi;
- 4) Izklāstīt savu emocionālo stāvokli saistībā ar matemātikas aktivitātēm: a) aprakstīt kritisku incidentu gadījumus (piederdes) matemātisku problēmu risināšanā (gan skolas vai augstskolas matemātikā, gan arī ikdienas dzīvē) un subjekta iespējamo rīcību b) nosaukt, kuri risinājuma posmi konkrētā uzdevumā sagādāja vislielākās grūtības un kuri nē.

Motivācija ātrāk iesaista studentu mācību procesā, veido noturīgu interesi par to. Pieaugot personīgi nozīmīgai motivācijai, pieaug arī problēmas risinājuma produktivitāte – intelektuālās darbības saturiskās un strukturālās īpatnības tiek pakārtotas darbības motīviem (Тихомиров, 2002).

Mācību motivāciju studijās raksturo: izglītības sistēma; izglītības procesa organizācija; studenta subjektīvās īpatnības – vecums, dzimums, intelektuālā attīstība, spējas, pretenziju līmenis, pašvērtējums, u.c.; pedagoga subjektīvās īpatnības, īpaši, viņa attieksmju sistēma pret studenta (Зимняя, 1999, 224).

E. Iļjins atzīmē mācību motivācijas atkarību no dažādiem motivācijas faktoriem: ‘‘profesionālie’’, ‘‘izziņas’’, ‘‘personīgais prestižs’’, un ‘‘pragmatiskie’’ (iegūt diplomu), pie kam pirmie divi ir dominējošie studentiem ar augstāku sekmību (Ильин, 2002, 264-269).

Studiju procesa izpētē un analīzē būtiski ievērot divus svarīgus pozitīvu mācību motivāciju ietekmējošus tipus – *uz panākumiem* vai *bailēm no neveiksmes* orientēta motivācija (Бордовская. Реан, 2000, 187-193), (Дружинин, 2000), (Ильин, 2002).

Kā svarīgākie faktori pozitīvas mācību motivācijas izveidē jāatzīmē (Ильин, 2002):

- tuvāko un tālāko studiju mērķu apzināšana;
- apgūstāmo zināšanu teorētiskās un praktiskās nozīmības apzināšana;

- mācību materiāla izklāsta emocionāla forma;
- "perspektīvāko virzienu (izmantošanas un apmācības iespēju aspektā)" demonstrēšana zinātnisko jēdzienu attīstībā;
- mācību darbības profesionālās virzības akcentēšana;
- problēmu/uzdevumu iekļaušana mācību darbības struktūrā;
- uz zinātkāri un izziņas interesi (attieksmi) balstīta psiholoģiska klimata nodrošināšana akadēmiskajā grupā;

Uz iegūtās mācību motivācijas bāzes studentiem (arī vecāko klašu skolēniem) izveidojas noteikta attieksme pret dažādiem mācību priekšmetiem, kuru nosaka (Ильин, 2002), (Коржуев & Попков, 2003):

studiju/mācību priekšmeta nozīmīgums profesionālajā izglītībā;

- interese par studiju/mācību priekšmetu kā kādas noteiktas zinātņu nozares sastāvdaļu;
- pasniegšanas kvalitāte (apmierinātība ar nodarbībām dotajā studiju/mācību priekšmetā);
- studiju/mācību priekšmeta apguves grūtības, kuras ir atkarīgas no paša studenta individuālajām spējām;
- studenta/skolēna un pasniedzēja savstarpējās attiecības.

Balstoties uz literatūras apskatu un savu pieredzi, motivācijas izpēte (kā matemātikas studiju organizācijas *pedagoģiskā invarianta* sastāvdaļa) ir veikta arī autora pētījumos par šādām tēmām (Kangro, 2006-a):

- 1) studentu viedokļi par matemātikas kursa lekcijām un praktiskajiem darbiem (Kangro, 1999);
- 2) pasniedzēja tēls studentu skatījumā;
- 3) specialitātes izvēles motivācija (Kangro, 1996-a), (Kangro, 1996-b), (Kangro, 2001);
- 4) matemātikas mācību priekšmeta nozīmīgums izvēlētajā specialitātē (Kangro, 2001);
- 5) matemātikas zināšanu pašvērtējums profesionālās izglītības kontekstā (Kangro, 2001);
- 6) adaptācijas grūtības augstskolā (Kangro, 1999);
- 7) uz panākumiem vai bailēm no neveiksmes orientēta motivācija (Garleja, Kangro, 2003);
- 8) profesionālās darbības motivācija (Garleja, Kangro, 2002).

Tā realizācijai tika izmantotas autora sastādītas anketas par mācību procesu vidējās izglītības mācību iestādē (5. pielikums) un studiju procesu augstskolā (6. pielikums), uz panākumiem vai bailēm no neveiksmes orientētas motivācijas noskaidrošanas tests (sastādīts pēc Н. Нехлаузина testa (Ильин, 2002), var noskaidrot respondenta dominējošo motivāciju uz panākumiem vai bailēm no neveiksmes), profesionālās darbības motivācijas testu (Ильин, 2002) (var noskaidrot respondentu piederību piecu visraksturīgāko profesiju grupai: 1) cilvēks

– daba; 2) cilvēks – tehnika; 3) cilvēks – cilvēks; 4) cilvēks – zīmju sistēma; 5) cilvēks – māksla).

Motivācijas paaugstināšana ir iespējama studiju saturā iekļaujot attiecīgajai specialitātei saturiskā ziņā tuvas (nozīmīgas) problēmas, ko autors var pamatot ar praktiskiem piemēriem:

1. Parciālie diferenciālvienādojumi ar izstrādāto metodiku (Kalis, & Kangro, 2004-a) (specialitāte – vides inženieris, inženieris – programmētājs):

a) temperatūras sadalījuma aprēķināšana horizontālā slānī atkarībā no laika sildīšanas procesā ievērojot konvekcijas nosacījumus, izstarošanas nosacījumus un temperatūras sadalījumu materiālā sākuma momentā (stikla šķiedras auduma karsēšana krāsni (Kalis, & Kangro, 2004, 246), (Kalis & Kangro, 2001-a, 2001-b, 2001-c);

b) temperatūras lauka izskaitļošana 3 slāņu vidē – mājas sienā (Kalis, & Kangro, 2004: 257), (Kalis, & Kangro, 2002, 2003-a);

c) Robeželementu metode un analītiskais atrisinājums nehomogēnu materiālu gadījumā – temperatūras aprēķināšana mājas sienā ar apsildāmu metāla starpliku (Kalis, & Kangro, 2004-a, 270), (Kalis & Kangro, 2003-b);

d) temperatūras lauka izskaitļošana elektrības vadā izmantojot cilindriskās koordinātes (Kangro, 2004);

e) temperatūras lauka izskaitļošana ar paaugstinātu precizitāti divu slāņu vidē izmantojot Dekarta, cilindriskās un sfēriskās koordinātes, (Kalis, & Kangro, 2005);

f) piemaisījumu pārnese procesu matemātiskā modelēšana atmosfērā (Семенченко, 2002), ūdenī un augsnē (Салова и др., 2004); g) ugunsdrošības problēmu matemātiskā modelēšana (Васильев, 2003), (Кривошенин, 2000);

2. Optimizācijas uzdevumu matemātiskā modelēšana (specialitāte – vides inženieris, ekonomika, sociālo zinātņu bakalaura vadībinātne):

a) lineārās programmēšanas elementi (optimālās medikamentu normas noteikšana; optimālās barības devas sastādīšana; optimālā ražošanas plāna sastādīšana; transporta izmaksu optimizācija, u.c.) (Frolova, 1999), (Kļaviņš, 2002), (Kangro, 2005, 2006);

b) lineārās algebras lietojumi ekonomikā (Frolova, 1999), (Grīnglāzs & Kopitovs, 2003) (Hazans & Bāliņa, 1996), (Mizrahi, & Sullivan, 1988), (Kangro, 2005, 2006);

c) ekonomisko sakarību (pieprasījuma, piedāvājuma, izmaksu, ieņēmumu peļņas funkcijas u.c.) matemātiskā modelēšana (Макконнелл & Брю 1992), (Grīnglāzs & Kopitovs, 2003), (Mizrahi & Sullivan, 1988), (Kangro, 2006);

d) mikroekonomikas modeļi (piemēram, model of sales with price inverse to supply (sales); model of lokans, interest and banking; model of production, consumption, and corculatin money, u.c.) (Odumn H. & Odumn E., 2000); g) makroekonomikas modeļi (piemēram, model of money-driven growth (Odumn H. & Odumn E., 2000)).

Mērķa veidošanās kā personības intelektuālās aktivitātes raksturotāja

Ar mērķi saprotam beigu stāvokli vai nosacījumu, uz kuru tiek virzīta motivēta, pakāpeniski izvērsta rīcība un kuras rezultātā šī secība beidzas (Hilgarg & Atkinson, 1971). Mērķis ir apzināts sagaidāmo rezultātu iedomāts tēls netieši saistīts ar rīcības motīvu (Тихомиров, 1984).

Mērķa veidošanās [*целеобразование*] (jaunu mērķu individuālā darbībā un līdzdarbībā (sadarbībā)) izpēte ļauj izskaidrot virkni īpatnību: motīva pārtapšana par motīvu-mērķi pēc motīva apzināšanas; darbības blakus rezultātu pārtapšana par mērķi; mērķa sadalīšana sastāvdaļās ievērojot šķēršļus (pagrūtinājumus) darbībā, vispārējo un konkrēto mērķu savstarpējā attiecība u.c. (Тихомиров, 1984).

Iedomātais rezultāts ne vienmēr realizējas, tāpēc veicamās rīcības klasificē kā sekmīgas un nesekmīgas. Dažādo rīcību rezultāts vienmēr satur kaut ko jaunu attiecībā pret izvīrīto mērķi, iegūst vismaz trīs jauna veida rezultātus: a) realizētais mērķis; b) mērķtiecīgas rīcības blakusprodukts; c) mērķtiecīgā rīcībā iekļautu nejaušu (netīšu) aktivitāšu rezultāti.

Veicamo rīcību rezultāts nav tikai apkārtējās realitātes priekšmetiska pārveidošana. Izmainās arī cilvēka funkcionālais stāvoklis, rodas emocionālas reakcijas, pilnveidojas prasmes – priekšmetiskās pārveidošanas iekšējie rezultāti. Tie arī var atbilst gan realizētajam mērķim, gan arī mērķtiecīgas rīcības blakusproduktam.

Rīcībā mērķa sasniegšanai nepieciešams izdalīt ne tikai dažādos rezultātus (tiešos un blakusproduktus), bet arī dažādos mērķus (mērķu hierarhiju). Veicamā darbība var tikt novērtēta gan attiecībā uz ideālo mērķi, uz kuru tiecas, gan arī pret konkrēto reālo mērķi, kuram tieši atbilst veicamā rīcība. Mainoties reālajiem mērķiem ideālie mērķi var palikt relatīvi pastāvīgi.

Gan iedomātais, gan iegūtais rezultāts vienmēr ir saistīts ar nozīmību subjektam.

Visbiežāk mērķi raksturo kā sagaidāmā rezultāta priekšstatu. Tomēr mērķis nav vienīgā sagaidāmo rezultātu psihiskās atspoguļošanas forma. Piemēram, atkārtojot kādu kustību, sagaidāmais rezultāts tiek sniegts aperceptīvā attēla līmenī. Bieži vien sagaidāmais rezultāts tiek sniegts vārdiskā apraksta formā (ar dažādas konkrētuma vai abstraktuma pakāpes jēdzieniem). Tātad aperceptīvo attēlu, priekšstatu un jēdzienu kā sagaidāmo rezultātu psihiskā atspoguļošana parasti raksturojas ar dažādu skaidrības (saprotamības) pakāpi.

Ievērojot mērķa vārdiskā apraksta dažādo nozīmi, nepieciešams atšķirt mērķa nozīmi un mērķa operacionālo nozīmi.

Mērķu un motīvu (vajadzību) atšķirību atklāšanai cilvēka darbības struktūrā izšķirošā loma ir mērķa veidošanās būtības izpratnei. Sagaidāmā rezultāta attēls pats par sevi vēl neveido pašu mērķi, bet gan kļūst par to nonākot saskarē ar motivācijas –vajadzību sfēru. Atkarībā no motīviem, ar kuriem ir saistīts mērķis, tas iegūst dažādu personīgo nozīmīgumu. Vajadzību klasifikāciju var izmantot to pamatā radušos mērķu klasifikācijai. Tāpēc vajadzību pamatā radušos mērķu raksturošanai (izpētei) savukārt var izmantot vajadzību klasifikāciju.

Mērķtiecīgas rīcības izpratni raksturo sekojoši parametri:

- a) sasniegtā priekšmetiskā rezultāta izpratne;
- b) sagaidāmā rezultāta izprasts raksturs;
- c) mērķu un objektīvās situācijas attiecības izpratne (iespējami un neiespējami mērķi);
- d) mērķu un vajadzību attiecības izpratne (pieņemami un nepieņemami mērķi);
- e) mērķa veidošanās procesa izpratne.

Apzināta mērķu un situācijas sasaiste (atbilstība, saistība) tiek realizēta ne tikai attiecībā uz esošo situāciju, bet arī uz iedomāto jeb paredzēto situāciju. Savstarpējā sadarbībā, arī konflikta situācijās par apjēgšanas objektu kļūst cita cilvēka mērķi.

Jaunu mērķu veidošanās priekšnosacījumi individuālā darbībā ir:

- jaunu vajadzību un motīvu rašanās (aktualizācija);
- jaunu zināšanu apguve par iespējamajiem mērķiem/rezultātiem;
- jaunu rīcības noteikumu (prasību) iegūšana;
- jaunu rīcības rezultātu iegūšana;
- jaunu neapzinātu rīcības sagaidāmo rezultātu iegūšana.

Mērķa veidošanās analīze ietver nosaukto priekšnosacījumu pētīšanu apstākļos, kuros realizējas pāreja no priekšnosacījumiem uz mērķiem.

Iegūtās prasības pārvēršanās (pārveide) mērķī

Prasību pārvēršanās individuālā mērķī ir viens no visbiežāk sastopamajiem mērķu veidošanās variantiem. Grupas mērķis atsevišķam indivīdam sākotnēji ir kā prasība, kura viņam ir jāpieņem. Tikumības un tiesību normas jāuzlūko kā avoti mērķiem, taču tos nevar identificēt ar mērķi (jo citādi nevar izskaidrot, piemēram, pretlikumīgu darbību). Indivīda grupas mērķu (prasību) apgūšana raksturoja ar selektivitāti, kuru nosaka personīgā pieredze.

Vienas prasības izvēle no esošajām

Nereti reālajā dzīvē cilvēkam izvīrīto pretrunīgo prasību pamatā rodas nesasakņoti un pat nesavienojami mērķi. Vienkāršākajos gadījumos tie var būt pretrunīgi norādījumi

elementāru priekšmetisku operāciju izpildē, bet sarežģītākos gadījumos – dažādu tikumisko principu sadursme. Selektivitāte gan vairāk ir izteikta mērķu –prasību apgūvē nekā intelektuālās darbības paņēmieni un jaunu jēdzienu apgūvē.

O. Tihomorovs atzīmē galvenās prasības, kuras izvirza subjekts savai mērķa izvēles pamatošanai (Тихомиров, 1977):

a) saikne ar aktuālo vajadzību; b) saikne ar potenciālo vajadzību aktualizējot divu pretēju vajadzību konflikta atrisināšanas iespējas (mērķa ierosinātais šajā gadījumā veidojas no abām vajadzībām).

Vajadzības var nebūt pretrunīgas, tās var atšķirties pēc grūtības rādītājiem.

Apzināta un neapzināt mērķa veidošanās

Patstāvīgā mērķa veidošanās gadījumā (bez prasību uzstādīšanas no ārienes) jāšķiro apzināta un neapzināta procesa attīstība. Kā neapzināta mērķa veidošanās piemēru var minēt gnostisku mērķu rašanās problēmu situācijā. Turpretī mērķu veidošana sadarbības partneriem kopīgās aktivitātēs – apzināta mērķa veidošanās piemērs. Neapzināta mērķa veidošana saistīta ar patstāvīgu pāreju no neapzinātiem uz apzinātiem procesiem, bet apzināta mērķa veidošana nozīmē vismaz divu līmeņu diferenciaciju apzinātu procesu funkcionēšanā. Viens līmenis ir saistīts ar procesu pakārtošanu kādam uzdevumam (mērķim), kad tiek raksturotas apzinātas kustības, apzināta uzmanība, apzināta atmiņa, u.c. Otrs līmenis ir saistīts ar pašu uzdevumu apzinātu atlasīšanu un veidošanu.

Neapzināta mērķa veidošanās parādās kā process un mērķis tad var būt arī patstāvīgu darbību veikšanas produkts kā tas ir apzināta mērķa veidošanās gadījumā. Mērķa veidošanās kļūst par patstāvīgu darbību, kad mērķa izveides uzdevums (nepieciešamība) sasaistās (saplūst) ar patstāvīgu motīvu (darbības teorijā patstāvīga motīva esamība kalpo par darbības konstatējošo pazīmi).

Var minēt dažus mērķa veidošanās piemērus: novilcināt galīgo lēmumu par mērķa pieņemšanu, nosacīta mērķa pieņemšana, lozēšanas izmantošana mērķa pieņemšanā, padoma prasīšana, u.c.

Ir pierādīta kvalitatīvi savdabīgas motivācijas pozitīvā ietekme uz produktīvu mērķu veidošanu un rezultātu iegūšanu. Problēmu risināšanas gaitā izmēģinājumu dalībnieki atkarībā no aktualizētajām motivācijas struktūrām izvirzīja sev papildus mērķus: “atrast pēc iespējas vairāk atrisinājumu” (ja tas bija iespējams), “atrast visus iespējamus atrisinājumus”, “atrast pēc iespējas interesantākos atrisinājumus”, u.c. Pozitīvu motivāciju intensificē arī piemērotu uzvedņu (uzvedinoši jautājumi un piemēri) lietošanu. Izmēģinājumu dalībnieki uzvednes novērtē mērķa aktualitātes kontekstā dotajā situācijā. Blakus mērķi savukārt pilda vērtēšanas

kritēriju lomu. Sarežģītu uzdevumu risināšanā pieaug determinējošā loma tādiem nosacījumiem, kuri ļauj atklāt patstāvīgu mērķa veidošanos ar *emocionālu* un *verbālu* novērtējumu palīdzību. Risināšana gaitā radušies blakus mērķi var būt relatīvi patstāvīgi veidojumi, kuri nebūt nav cieši un viennozīmīgi saistīti ar galveno mērķi. To rašanos nosaka objektīvās iespējas, kuras atklājas uzdevuma neformālajā struktūrā, kura atspoguļo tā formālo struktūru cauraustu ar motīviem un cilvēka mērķiem. Šajā gadījumā pētnieciskā darbība tiek veikta ne tikai orientējoties uz gala mērķi, pastiprinās tās regulācija no “apakšas”, no elementiem, no konkrētiem uzdevuma nosacījumiem, kuru struktūrā cilvēks (subjekts) atklāj iespējas savu patstāvīgo mērķu veidošanai. Blakus mērķu veidošanas nepieciešamību nosaka gala mērķa neatbilstība reāliem apstākļiem tā sasniegšanai dotajā momentā (jo uzdevuma risinājums pagaidām nav zināms) (Тихомиров, 1977, 2002), (Ильин, 2002), (Кангро, 1988, 1999), (Дёрнер, 1997).

Piemēram, aprēķinot divkāršo integrāli (2. pielikums) (risinot galveno mērķi) komplicēta integrācijas apgabala gadījumā (sektors, tā daļa, riņķa līniju ierobežojošs vai arī sarežģītākas struktūras apgabals) nepieciešams pāriet uz polārām (vai pat vispārinātām polārām koordinātēm) (Šteiners, 2000), (Kangro, 2006-a), (Bože, u.c., 2001), t. i. jārisina blakus mērķi – integrācijas apgabala attēlošana polārajās koordinātēs, pāreja uz divkāršo integrāli polārajās koordinātēs, integrāļa aprēķināšana.

Komplicētākā piemērā – atrisinājuma iegūšana siltuma pārneses procesam horizontālā slānī (jaukta veida robežproblēma paraboliskā tipa parciālajam diferenciālvienādojumam (Kalis & Kangro, 2004, 239)) ir jāuzlūko par mērķi. Taču tālākajā risinājumā rodas problēma (sākotnēji pat nepārvaramas grūtības) – diferenču vienādojumu sistēmas (6.9) (Kalis, & Kangro, 2004-a, 241)) labās puses integrāli satur meklējamās divu argumentu funkcijas $T = T(t, x)$ (funkcija ir robežproblēmas atrisinājums, t - laiks, x - koordināte, kura norāda slāņa biezumu) atvasinājumu pēc laika t un tāpēc precīzā atrisinājuma iegūšana ar šo metodi nav iespējama.

Tāpēc tiek risināts blakus mērķis aproksimējot (risinot tuvināti) labās puses integrāļus ar interpolācijas tipa kvadrāturu formulām. Mērķa un blakus mērķa risināšanas problēma kļūst komplicētāka risinot minēto robežproblēmu 3 punktu šablona diferenču vienādojumu sistēmai (6.13) (Kalis, & Kangro, 2004-a, 243).

Jāpiebilst, ka izstrādātā metodika paredz šķēršļu (pagrūtinājumu) izveides iespējas – paaugstināt gan galvenā, gan arī blakus mērķu komplicētības pakāpi radot nepieciešamību uzlabot iegūstamā tuvinātā atrisinājuma precizitāti (6.1. tabula, (Kalis, & Kangro, 2004-a, 245)).

Problēmas galvenais mērķis satur divus svarīgākos (centrālos) blakus mērķus:

- 1) integrāļu aproksimācija ar tam pakārtotiem blakus mērķiem: a) pāreja uz bezdimensionālajiem mainīgajiem; b) lineāras vienādojumu sistēmas atrisināšana lietojot nenoteikto koeficientu metodi;
- 2) diferenciālvienādojumu sistēmas analītiskā atrisinājuma iegūšana (formula - (6.11), (Kalis & Kangro, 2004-a, 241)) tuvinātā un precīzā atrisinājuma salīdzināšanai;
- 3) tuvinātā un precīzā atrisinājuma grafiskā vizualizācija ar datoru-matemātisko sistēmu Maple (6.2.att., 6.3.att.) (Kalis, & Kangro, 2004-a: 246)).

Izglītības pieeja

Izglītības pieejas pārstāvji intelektu uzlūko kā cilvēka mērķtiecīgas mācīšanas/mācīšanās īpašu formu un uzskata, ka intelekta būtība atklājas līdz ar tā iegūšanas procedūrām. Attiecīgi intelektu var pētīt noteiktu kognitīvu prasmju veidošanas procesā speciāli organizētos apstākļos mērķtiecīgi organizētā vadībā.

Sociāli-biheivistiskās teorijas pārstāvji intelektu uzlūko kā kognitīvu prasmju kopumu, kura apgūšana ir intelektuālās attīstības nepieciešams nosacījums. A. Staats intelektu traktē kā “bāzes uzvedības repertuāru”, kurš iegūts noteiktu apmācības procedūru rezultātā (Staats, 1970), (Staats, Burns, 1981).

Piemēram, *vispārīnāšanas* spējas apguvei nepieciešamas četras galvenās kognitīvās prasmes (Staats, Burns, 1981):

- 1) objektu un to īpašību nosaukšana (krāsa, izmēri, utt.);
- 2) transformēšana “vārds – attēls”;
- 3) darbs ar vārdu klasēm [родо-видовые связи];
- 4) vārdiskā asociēšana.

Pēc R. Feuersteina viedokļa intelekts ir cilvēka un apkārtējās pasaules mijiedarbības dinamisks process. Tāpēc par intelekta attīstības kritēriju kalpo *mobilitāte* (elastīgums, pielāgojamība, plastiskums), kuras avots ir pastarpināta apmācības pieredze [mediated learning experience] Viņš uzskata, ka intelekta attīstība laika gaitā ir pastarpinātas apmācības pieredzes funkcija, precīzāk, tās ietekme uz cilvēka (indivīda, subjekta) kognitīvajām iespējām. Pēc sava satura pastarpināta mācīšanas/ mācīšanās pieredze ir kāda paņēmieni kopa, kas ietver arī savas *individuālās kompetences* novērtēšanas prasmes, uzvedības kontroles, mērķa meklēšanas, taktiku individualizācijas un darbības stratēģiju, plānošanas prasmes u.c., ar kuru palīdzību subjekts var apzināti vadīt savu stāvokli un individuālo darbību (Feuerstein, 1990).

Mācīšanas un intelektuālās attīstības samērojamības problēma pedagoģiskajā psiholoģijā nav jauna, kaut arī termins “intelekts” praktiski netika lietots. Tagad tā ir ieguvusi jaunu akcentu īpaši kā mācīšanas problēma, jo visiem zināms, ka dažādi audzēkņi ļoti atšķirīgi uztver

mācību materiālu. Tātad, intelekts – tas ir ne tikai produkts, bet lielā mērā arī mācīšanas/mācīšanās priekšnosacījums.

Intelekta būtība tiek raksturota ar “produktīvo domāšanu” - spēju iegūt jaunas zināšanas (apzinātas informācijas izpratnē jāatbild uz jautājumiem: kas? kādēļ? kādā veidā?), zināšanu vispārinājuma līmeni un prasmi lietot tās nestandarta situācijās, to lietojamības diapazonu, apguves tempu, karjeras veidošanas iespējām balstoties uz iegūtajām zināšanām u.c.) (Калмыкова, 1981), (Громкова, 2005).

Novērtējot intelekta attīstību jāievēro gan “aktuālās attīstības līmenis” (apgūtie jēdzieni, intelektuālās darbības un vispārējās intelektuālās spējas), gan arī tā “tuvās attīstības zonas” īpatnības, kurā jāatšķir divi mācīšanas/mācīšanās

a) *aktīvās* apmācības zona (jaunu zināšanu apguves un reproducēšanas process ievērojot pedagoga dažādas palīdzības formas);

b) audzēkņa *radošās patstāvības* zona (individuālās darbības un pašmācības process) (Берулава, 1990), (Čehlova, 2002).

Intelekta izpētē un attīstīšanā nozīmīga vieta ir *intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijai* (IDPAT). Teorētiskā interiorizācijas (ārējās darbības transformācija intelektuālajā, iekšējā; sociālā satura neapzināta pieņemšana un neapzināta apgūšana (Aivars, 1999)) ideja satur priekšnosacījumus metodikas izveidei, kur organizētā apmācībā pasniedzēja vadībā realizējas audzēkņa priekšmetiski-praktiskā darbība vispirms tās ārējā formā un pēc tam ar pakāpenisku darbības posmu palīdzību tiek pārnesta iekšējā, garīgā (mentālā) formā.

Aplūkosim IDPAT koncepcijas galvenos atzinumus (Гальперин, 1966, 2002), (Беспалько, 2002), (Ģingulis, 1998), (Frīdmanis, & Volkovs, 1988):

1. Katra darbība veido sarežģītu sistēmu, sastāvošu no vairākām sastāvdaļām:

- *orientējošā (vadošā)* – nodrošina objektīvo nosacījumu kopas atspoguļošanu ar mērķi aktuālās darbības sekmīgai izpildei;
- *izpildošā (darba)* – nodrošina nepieciešamos pārveidojumus darbības objektā;
- *kontroles-korekcijas* – seko darbības izpildes gaitai salīdzinot iegūtos rezultātus ar dotajiem paraugiem un nepieciešamības gadījumā veic kā orientējošās, tā arī izpildošās daļas korekcijas.

Piemēram, darbības kontroles funkcijas lomu pilda uzmanība.

2. Katra darbība raksturojas ar noteiktu parametru kopumu, kuri ir relatīvi neatkarīgi un var būt sastopami dažādās kombinācijās:

1) darbības *izpildes* (procedurālās) formas:

- *materiāla* (darbība ar konkrētu objektu);
- *materializēta* (darbība ar materiālu objekta modeli, shēmu, rasējumu);

- *aperceptīva* (darbība uztveres sfērā);
- *ārējā runa* (objekta pārveidošanas operācijas tiek izrunātas balsī);
- *garīga* (iekšējā runa);

2) darbības *vispārinājuma* mērs – darbības izpildei būtisku priekšmeta īpašību izdalīšanas pakāpe. Ar *darbības orientējošo pamatu* (DOP) saprotam darbības izpildei nepieciešamo orientieru un norādījumu sistēmu, kura tad arī nosaka darbības vispārinājuma mēru ievērojot konkrēto materiālu, kurā realizējas darbības apgūšana;

3) *patstāvības* mērs – palīdzības apjoms, kuru sniedz audzēknim pasniedzējs darbības izpildē;

4) darbības *apgūšanas* mērs – darbības ātruma un automātisma izpildes pakāpe.

Darbības pilnvērtīgai izveidei nepieciešama sešu posmu izpilde.

Aplūkosim intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijas (IDPAT) realizāciju augstskolā matemātikas studijās.

Aplūkosim *intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijas (IDPAT) realizāciju augstskolā matemātikas studijās.*

1. Motivācijas posms. Posms ietver studentu iepazīstināšanu ar mācīšanās mērķi un nepieciešamās mācību motivācijas veidošanu. Vislabāk, ja motivācija ir balstīta uz izziņas interesi. Izziņas motivāciju visbiežāk iespējams attīstīt ar problēmu apmācības palīdzību (Ильин, 2002), (Мальтцман, 1965), (Mayer, 1991, 81 – 114, 455 – 490). Ja audzēknis ierodas nodarbībā ar jau izveidojušos motīvu, tad nekāda speciāla darbība nav nepieciešama; pretējā gadījumā ar *ārējās* vai *iekšējās* motivācijas palīdzību viņš jāiesaista kopīgā darbībā ar pasniedzēju.

Iekšējo motivāciju iespējams paaugstināt, ja studenti risināmo problēmu saskata kā kāda cita uzdevuma sastāvdaļu (Поля, 1976, 245-260, 292 -305), (2. pielikums, 1. posms), (Kalis & Kangro, 2005-a).

Kā ārējo motivāciju veicinošu faktoru var atzīmēt uzdevuma risināšanu ierobežotā laikā, stimulēšanu ar labu vērtējumu (Ильин, 2002). Motivācijas nozīme detalizētākā veidā aplūkota Procesuāli – darbības pieejā (117. – 120. lpp.).

Piemēram, uzdevums par integrācijas kārtības maiņu (2. pielikums) (kā iekšējo motivāciju veicinošs faktors) ir šāda plaša uzdevumu klāsta sastāvdaļa (ir sastāvdaļa šādas tematikas uzdevumiem/problēmām):

- divkāršā, trīskāršā *integrāļa lietojumi* (laukumu, tilpumu, inerces momentu, smaguma centra koordinātu aprēķināšana u.c.);
- *inženiertehnisku uzdevumu/problēmu risināšana:*

a) diferencu shēmas iegūšana reducējot nelineāru robežproblēmu uz parasto diferenciālvienādojumu sistēmu siltuma vadīšanas vienādojumam (Kangro, 2004), (Kalis & Kangro, 2004, 257), (Kalis & Kangro, 2005-a);

b) nestandarta kvadrāturu formulu izmantošana noteiktā integrāļa tuvinātai aprēķināšanai, (Kalis, 2000), (Kalis, & Kangro, 2002, 2003-a), (Vucenlīdzāns & Čača, 2002)).

2. *Orientējošais posms*. Darbības orientējošajā daļā noskaidro pētāmā objekta/parādības atbilstību attiecīgajam jēdzienam, kā arī iepriekšēju iepazīšanos ar apgūstamo darbību: tās apzināšana, izveide un shematiska attēlošana. Galvenais posma rezultāts – izpratne [*understanding, comprehension*].

Izpratni noteicošajos procesos jaunu jēdzienu apgūvē, to atšķirīgo iezīmju raksturošanai un kopsakarību izpētei, saiknes veidošanai starp ģenētiski radniecīgiem jēdzieniem tiek izmantota didaktisko vienību paplašināšana apvienojot (integrācija) [*укрупнение дидактических единиц*] (Эрдниев П. & Эрдниев Б., 1986), (Бершадский & Гузеев, 2003, 104-112). (Plašāk par didaktisko vienību integrācijas metodikas konceptuālajiem pieņēmumiem un satura īpatnībām sk. 31. lpp.).

Aplūkosim iepriekš minētos izpratni noteicošos procesus teorētiskā un praktiskā aspektā, kur mērķtiecīgi izmantot **konceptuālos modeļus** ar to būtiskām sastāvdaļām – **reprezentatīvām ilustrācijām** [*representation-illustrations*], kuras palīdz vizualizēt kādu atsevišķu notikumu vai procesu, personu, vietu, priekšmetu, apstākli u.c. (Mayer & Gallini, 1990).

Ar konceptuālā modeļa palīdzību izmantojot reprezentatīvi – ilustratīvo, transformatīvi – ilustratīvo, organizatoriski – ilustratīvo, interpretatīvi – ilustratīvo kognitīvo funkciju pasniedzējs var (Mayer, 1989), (Mayer & Gallini, 1990):

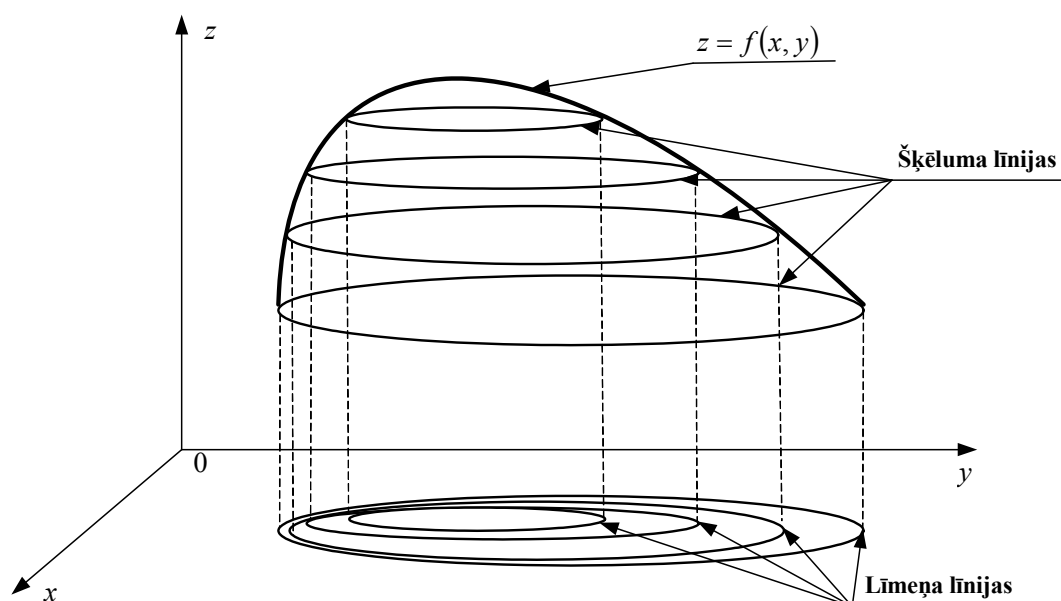
a) *ilustrēt* pētāmo procesu un tā shēmu; b) *izskaidrot* tās darbības principus.

Aplūkotajā kontekstā iekļaujas L. Vekkerā un G. Ščedrovickā izpratnes jēdziena traktējums. L. Vekkerā uzskata, ka problēmas izpratne tiek gūta noteiktā veidā adekvāti saskaņojot *operēšanu ar simboliem* (domāšanas simboliski – operacionālo komponenti), kas uzdoti, piemēram, formulu, shēmu, u.c. veidā, ar strukturāli – priekšmetiskām *laika – telpas* komponentēm, kuras atspoguļo pētāmo objektu (Веккер, 2000).

G. Ščedrovickis (Щедровицкий, 1995) izpratni raksturo kā saikni starp *zīmju formu* (domāšanas simboliski – operacionālo komponenti L. Vekkerā definīcijā) un *saturu* (zīmes nozīme, apzīmējama objekts) (strukturāli – priekšmetiskās laika – telpas komponentes L. Vekkerā definīcijā) (plašāk sk., ‘semiotiskais trijstūris’, 107. lpp.).

Viņš atzīmē, ka izpratnes procesā dotajai zīmju formai atbilstošās nozīmes un mentālā attēla izveidē ne vienmēr izdodas reproducēt tieši to apzīmējamo objektu un mentālo attēlu, kuru ir iedomājies zīmes radītājs jeb dotā teksta autors.

Piemēram, divu argumentu funkciju teorijas jēdzienam – **līmeņa līnijas** piemīt objektīvā satura nozīmes [concept meaning] dažādība: ģeogrāfijā un kartogrāfijā – **horizontāles**, ekonomikā – **izokvantas**, fizikā – **izotermas**, u.c. Acīmredzot katram no tiem arī atbilst vairāki mentālie attēli (priekšstati), jo tie veidojas katra cilvēka garīgās darbības rezultātā. 2.6. att. redzamas divu argumentu funkcijas $z = f(x, y)$ šķēluma līnijas ar xy plaknei paralēlām plaknēm. Līmeņa līnijas ir šo šķēluma līniju projekcijas plaknē xy .

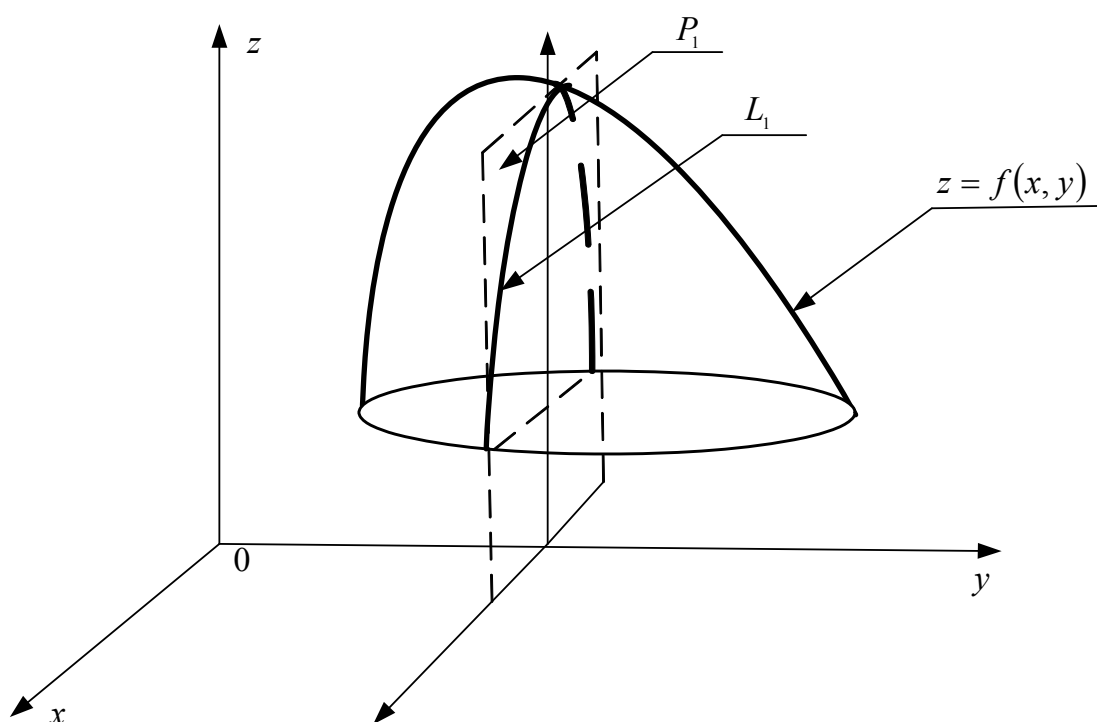


2.6. att. Divu argumentu funkcijas (virsmas) $z=f(x,y)$ līmeņa līnijas

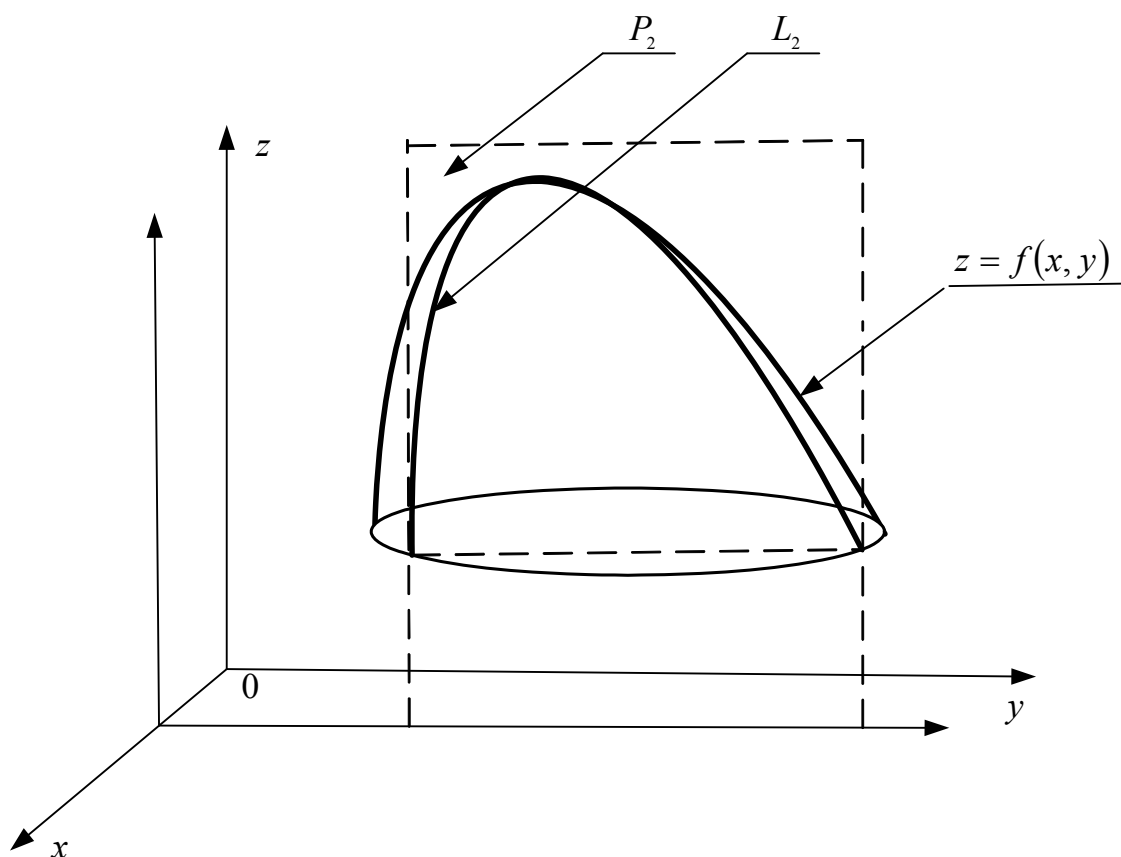
Piemēram, horizontāles asociējas ar līnijām, kuras norāda vajadzīgā punkta (atrašanās vieta pēc kartes) *augstumu virs jūras līmeņa* (Семенченко, 2002); ar kuru palīdzību iespējams izvēlēties optimālo maršrutu orientēšanās sporta distancē (Lewis, 1986), u.c. Ar izokvantu palīdzību var veidot dažādus *produkcijas izlaides variantus* atbilstoši vajadzīgajam (nemainīgam) produkcijas apjomam, kombinējot tās kopā ar izokostām, iespējams risināt *optimizācijas uzdevumus* (ražošanas izmaksu minimizācija pie dotā produkcijas apjoma u.c.) (Яаунземс, 1993), (Revina u.c., 1997).

Jau pieminētās divu argumentu funkcijas (ģeometriskā nozīmē – *virsmas telpā*) **šķēluma līnijas** ar plaknēm, kas ir paralēlas koordinātu plaknēm xz (2.7.att.), yz (2.8.att.) kalpo ne tikai tādu tradicionālo matemātisko jēdzienu kā virsmas un plaknes šķēluma līnija, pieskarplakne, pieskarplaknes normāle, funkcijas izmaiņas ātrums dotajā virzienā, gradients, parciālais atvasinājums, u.c. raksturošanai, bet arī dažādu studiju disciplīnu speciālo jēdzienu,

piemēram, **produkcijas līknes** ekonomikā (Макконелл & Брю, 1992), (Эванс & Берман, 1993), **temperatūras sadalījuma līknes** (Kalis & Kangro, 2003-b) fizikā, siltumtechnikā, u.c. objektīvā satura un priekšstata izveidē. To operatīvas un uzskatāmas realizācijas iespējas stipri vien pieaug līdz ar datortehnikas izmantošanu.



2.7. att. L_1 - kā šķēlējplaknes P_1 un virsmas $z = f(x, y)$ šķēluma līnija

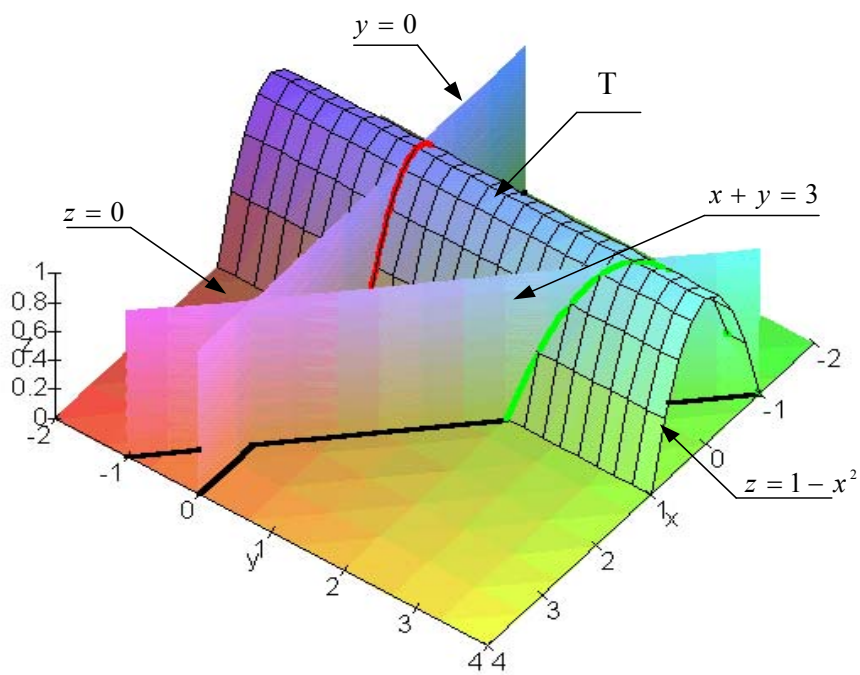


2.8. att. L_2 - kā šķēlējplaknes P_2 un virsmas $z = f(x, y)$ šķēluma līnija

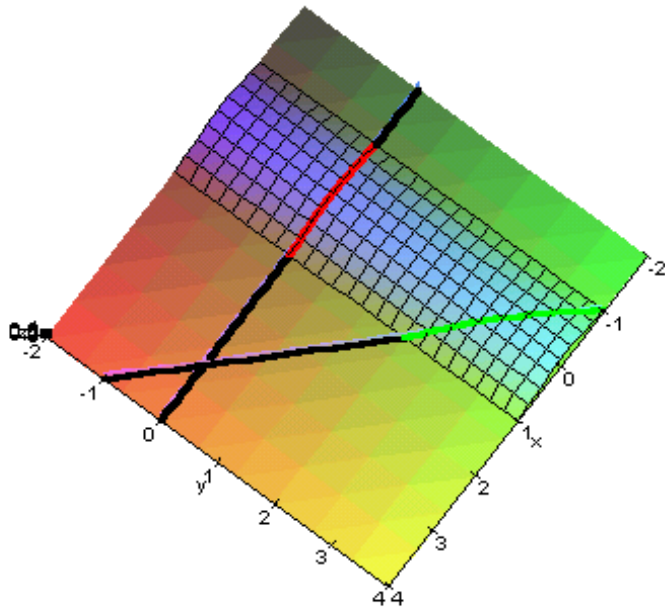
Dotā jēdziena objektīvā satura un priekšstatu daudzveidības dēļ nereti iespējamas pat konflikta situācijas to vidū (Dreyfus, 1991).

Vizualizācija palīdz reljefāk atklāt un akcentēt konflikta situācijas un pat vēl vairāk – provocēt tās, kas savukārt, veicina esošo zināšanu pārstrukturēšanu, radot bāzi jaunu zināšanu ieguvei.

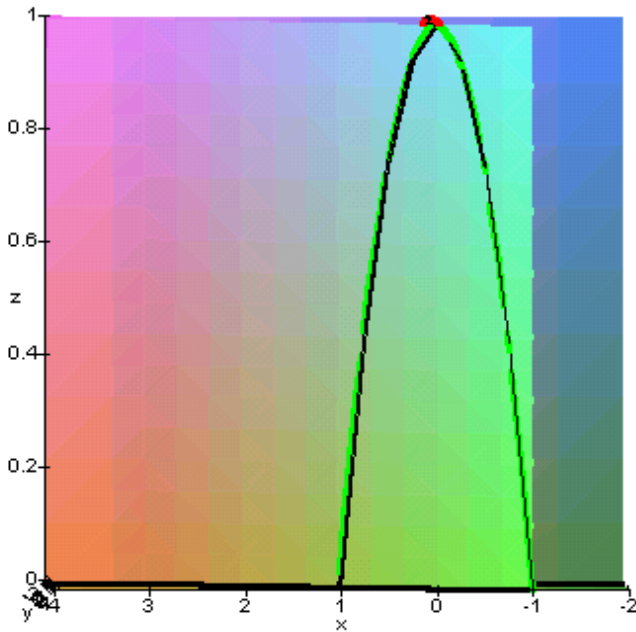
Datortehnikas lietojumi ir ļoti noderīgi, piemēram, līniju un to veidojošo plaknes apgabalu konstruēšanai, virsmu un to veidojošo telpisko ķermeņu konstruēšanai (Kangro, 2000), (Kalis, & Kangro, 2003-a), (Kalis, & Kangro, 2004-b) (Kalis, & Kangro, 2004-a), (Garleja, & Kangro, 2006-a). Datoru-matemātiskās sistēmas Maple tehniskās iespējas ļauj, pagriežot attēlu dažādās plaknēs, iegūt telpiskā ķermeņa (2.9.att.) projekciju uz jebkuras no trīs koordinātu plaknēm xy , xz un yz (2.10., 2.11. un 2.12. att.).



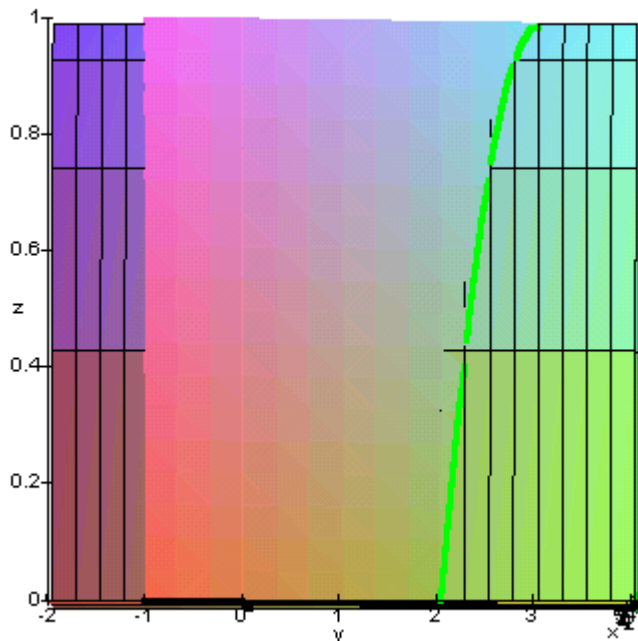
2.9. att. Telpiska figūra T trīs dimensiju telpā



2.10. att. Telpiskās figūras T projekcija plaknē xy



2.11. att. Telpiskās figūras T projekcija plaknē xz



2.12. att. Telpiskās figūras T projekcija plaknē yz

Atrastās projekcijas (plaknes apgabalī) ļauj noteikt integrācijas robežas vairākkārtīgā integrālī, kas nepieciešamas, piemēram, ķermeņa tilpuma, inerces momentu, u.c. aprēķināšanai, kā arī kalpo par labu uzskates materiālu citās studiju disciplīnās – tēlotājģeometrijā vai rasēšanā.

Veiktās operācijas (manipulācijas) ar telpiskajiem ķermeņiem izmantojot DMS Maple tika realizētas:

1) telpiskās uzskates (*plaknes* objektu un *telpisku* objektu grafiska vizualizācija) līmenī (2.9. att. – 2.12. att.);

2) simbolisko valodu (*matemātikas* valoda un *DMS Maple* valoda) realizācijas līmenī, piemēram, vienā gadījumā formula vai jēdziens trīs dimensiju telpā tiek iegūts kā divu dimensiju telpas *vispārinājums*, bet citā gadījumā – divu dimensiju telpas formula vai jēdziens tiek iegūts kā attiecīgo trīs dimensiju telpas elementu *atsevišķs gadījums* (detalizētāks skaidrojums, sk. 1. pielikumu, 11.-16. lpp.).

Tā rezultātā tika veikta didaktisko vienību *integrācija*:

- a) vienlaicīgi aplūkojot *divu* un *trīs* dimensiju telpas elementus;
- b) saistot *induktīvās* un *deduktīvās* mācību materiāla izklāsta formas.

Pieredze matemātikas apgūvē liecina par dziļākas izpratnes trūkumu dažādu fizikālu, ķīmisku, ekonomisku, u.c. jēdzienu un ar tiem saistīto procesu izmaiņu skaidrojumā:

1) dažādu fizikālu, ķīmisku, ekonomisku, u.c. jēdzieni un ar tiem saistītie procesi (viena un vairāku argumentu funkcijas, diferenciālrēķini, daļējie atvasinājumi, optimizācijas uzdevumi u.c.) (Carlson, 1998);

2) funkcionālu attiecību realizācija dinamisku procesu modeļu interpretācijā (Kaput, 1994);

3) diferenciālrēķinu un integrālrēķinu svarīgāko jēdzienu izpratne (Cottrill, Dubinsky, Nichols, Schwingendorf, Thomas & Vidakovic, 1996),

4) diferenciālvienādojumu teorētiskās izpratnes un praktisko lietojumu mijiedarbība (Rasmussen, 2000),

5) vairāku argumentu funkcijas un daļējie atvasinājumi kā grūtāk apgūstamās un ar citām studiju disciplīnām cieši saistītās tematikas pārstāvji (Kangro, 2006-b).

Minētās izpratnes grūtības ir lielā mērā saistītas tieši ar zīmju formai (jēdzienam) atbilstošo mentālo attēlu izveidi, jo gūtās informācijas *atcerēšanās*, *saglabāšanas* un *reproducēšanas* efektivitāte ir atkarīga:

- a) no atmiņā fiksētās *informācijas apstrādes veida* – atkārtošanas (biežuma, secības, variativitātes);
- b) *sakārtošanas* (atsevišķo sastāvdaļu kombinēšanas, būtisko un mazāk svarīgo saturisko vienību akcentēšana);
- c) laika-telpas strukturāli-priekšmetisko domāšanas komponentu (priekšstatu) *transformācijas* (laika komponentu transformēšana telpiskos un kvantitatīvos un otrādi) u.c.

Datortehnika sniedz praktiski neierobežotas iespējas nosaukto operāciju izpildē (Noss, 1999), (Рабардель, 1999) (Ломов, 1991), (Беккер, 2000).

Dotajā kontekstā aplūkosim diferenciālvienādojuma jēdzienu kā dinamisku procesu modeļu raksturīgu piemēru.

Diferenciālvienādojuma atrisinājums ir dinamisks process, kas notiek laikā un ir atkarīgs no diviem lielumiem: no laika t un no meklējamās funkcijas vērtībām $u = u(x, t)$.

Abu lielumu t un $u = u(x, t)$ izmaiņas rada grūtības šo procesa iztēlē un izpratnē, jo tie mainās *vienlaicīgi* un *neatkarīgi* viens no otra. Procesu raksturojumā un skaidrojumā izmantojam augstākās matemātikas temata “Parciālie atvasinājumi” teorētisko bāzi – katru reizi aplūkojot tikai viena mainīgā izmaiņas, bet otru atstājot nemainīgu (konstantu).

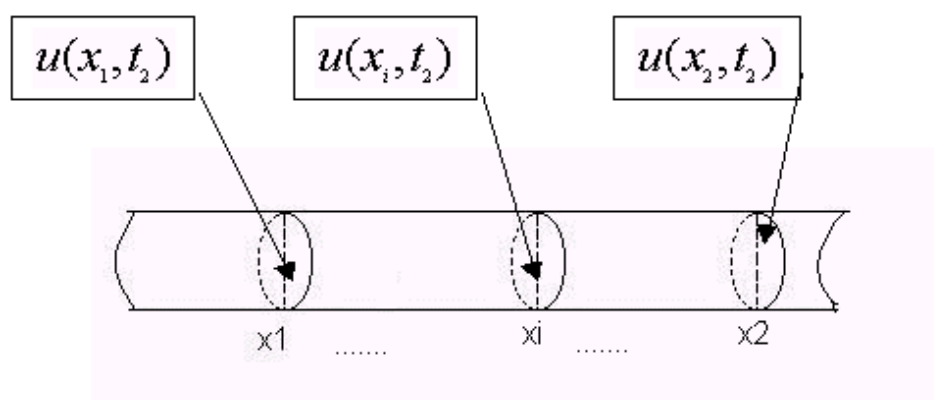
Vispirms izvēlas nemainīgu *pirmā* lieluma vērtību un atrod *otrā* lieluma atkarību (sadalījuma likumu) pie fiksētās *pirmā* lieluma vērtības.

Pēc tam vispārina šo iegūto atkarību jebkurai citai *pirmā* lieluma vērtībai no tās izmaiņas intervāla un dabū meklējamā lieluma atkarību no diviem mainīgajiem lielumiem – no *pirmā* un no *otrā*.

Apskatāmajā piemērā tiks analizēta temperatūras izmaiņa stienī, kur temperatūra (meklējamā funkcija $u = u(x, t)$) ir atkarīga no diviem mainīgajiem lielumiem – no laika t un no punkta novietojuma stienī $u = u(x)$.

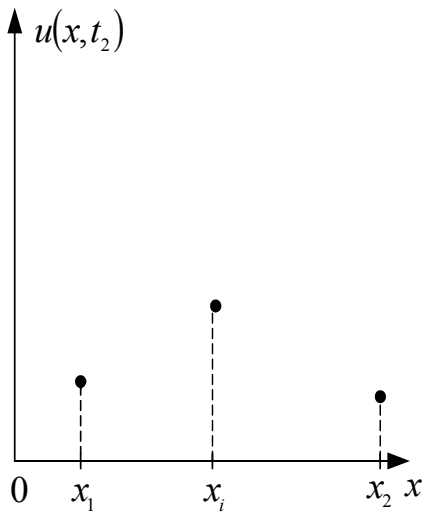
Sniedzam *konspektīvu* apskatāmā piemēra raksturojumu:

1. Procesu aplūkojam pa daļām – vispirms iegūstam temperatūru kādā fiksētā laika momentā $t = t_2$ dažādos stieņa punktos $x_1, \dots, x_i, \dots, x_2$. Te vispirms tiek iegūts simboliskais (shematiskais) attēls *viendimensiju* gadījumā (2.13. att.).

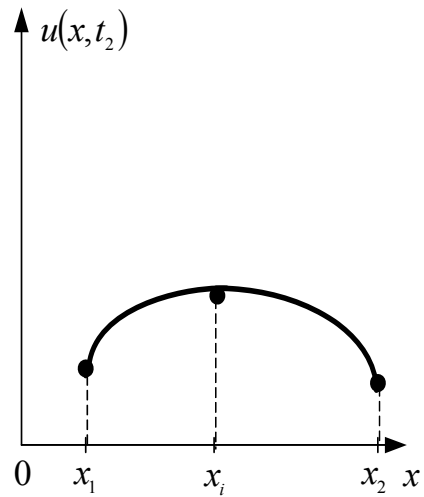


2.13. att. Visos stieņa punktos dažāda temperatūra laika momentā $t = t_2$ - mainīga temperatūra intervālā (x_1, x_2)

2. Tiek iegūtas *divdimensiju* ilustrācijas, parādot temperatūru atsevišķajos punktos $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_2)$ (2.14.att.) un *nepārtrauktu* temperatūras izmaiņu veselā intervālā (x_1, x_2) (2.15.att.).

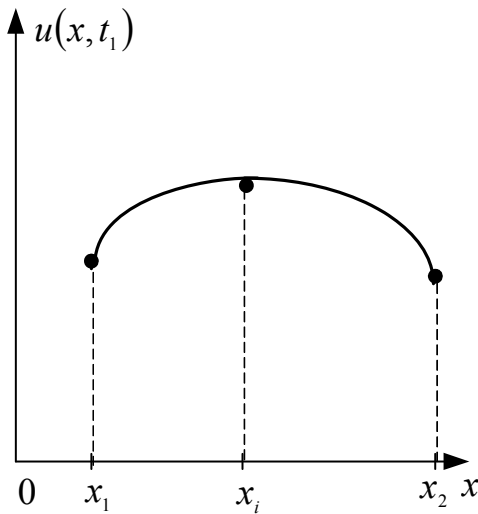


2.14.att. 2.13.attēlam atbilstošā divdimensiju ilustrācija parādot temperatūru trīs atsevišķos punktos

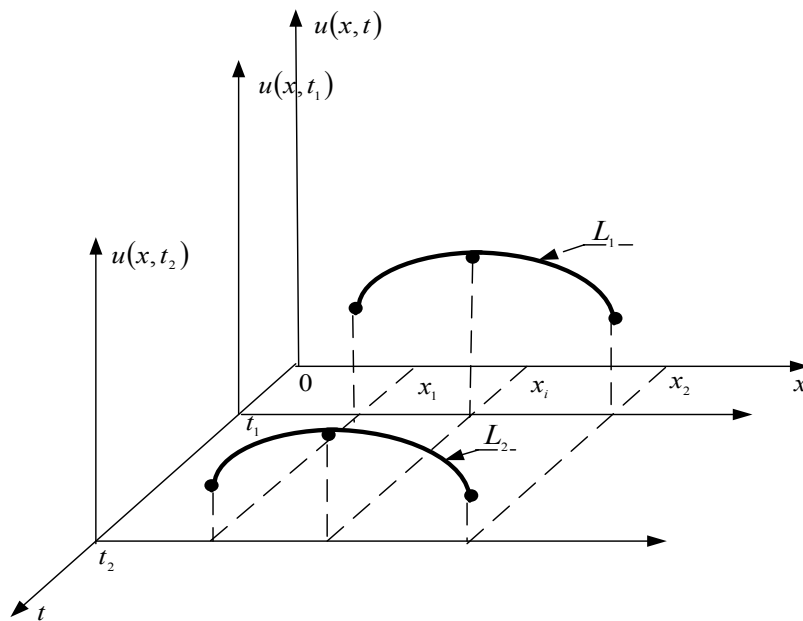


2.15.att. 2.14. attēlam atbilstošā divdimensiju ilustrācija, parādot temperatūras izmaiņu intervālā (x_1, x_2) laika momentā $t = t_2$

3. Līdzīgi iegūst nepārtrauktu temperatūras izmaiņu intervālā (x_1, x_2) kādā citā fiksētā laika momentā $t = t_1$ stieņa punktos $x_1, \dots, x_i, \dots, x_2$ (2.16.att.). Iegūto procesu ērti iztēloties *trīs dimensiju telpā* (2.17.att.).



2.16.att. Nepārtraukta temperatūras izmaiņa intervālā (x_1, x_2) . laika momentā $t = t_1$

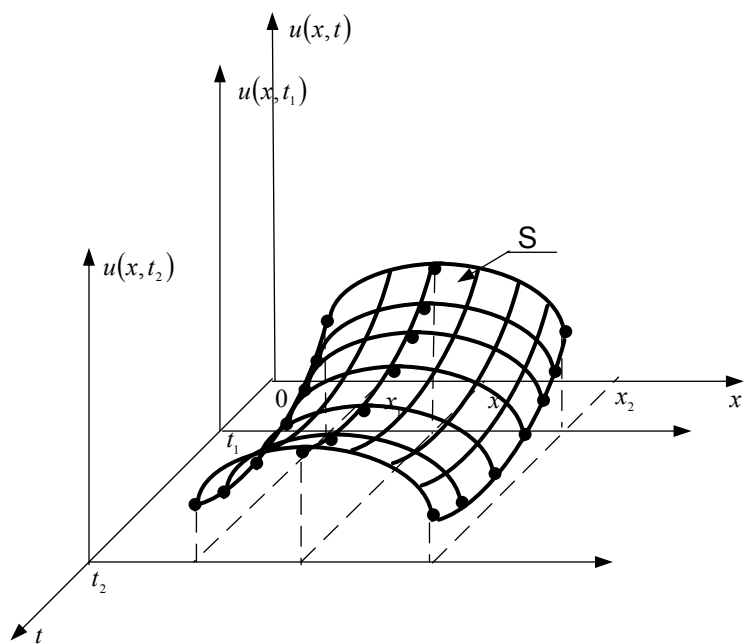


2.17.att. Temperatūras izmaiņa intervālā (x_1, x_2) laika momentos $t = t_1$ un $t = t_2$ trīs dimensiju telpā

4. Aplūkojot temperatūras izmaiņu kā nepārtrauktu procesu (jebkurā laika momentā t no apskatāmā intervāla (t_1, t_2)), iegūstam temperatūras sadalījumu kā virsmu S trīs dimensiju telpā, kur virsma S ir meklējamās funkcijas $u = u(x, t)$ vizuālā interpretācija (2.18.att.).

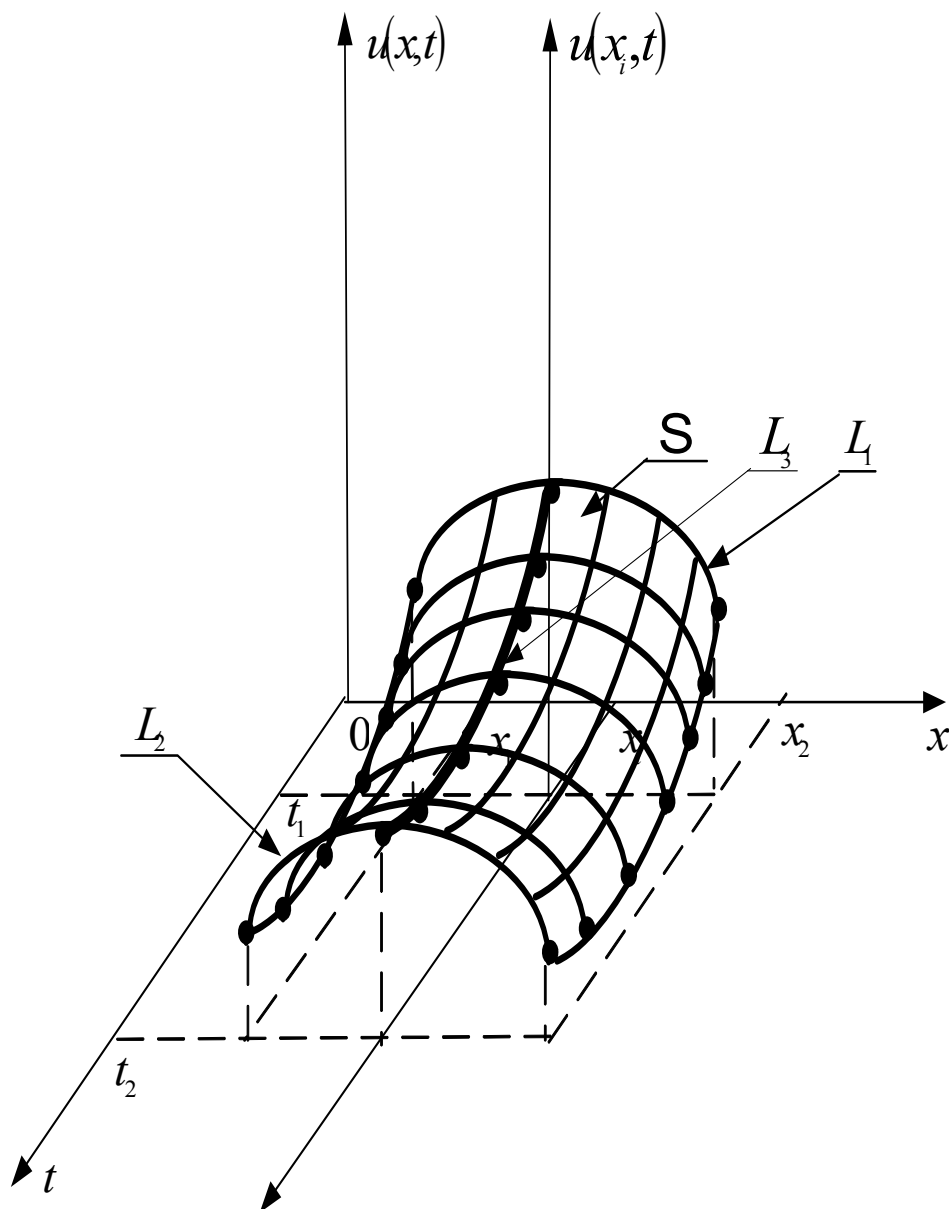
Virsmas S (2.18.att.) izveides procesu var iztēloties šādi:

jebkuram laika momentam t no apskatāmā intervāla (t_1, t_2) (2.17.att.) atbilst noteikta temperatūras izmaiņa – ģeometriski kā līkne novietota telpā starp līknēm L_1 un L_2 . Robežgadījumā – bezgala daudzām t vērtībām, kuras aizpilda visu intervālu (t_1, t_2) (2.17.att.), atbilst bezgala daudz līniju telpā, kuras tad arī veido virsmu S (2.18.att.).



2.18.att. Divu argumentu funkcijas $u(x, t)$ (virsmas S) attēls trīs dimensiju telpā

5. Izvēloties kādu fiksētu otra mainīgā lieluma x vērtību no dotā intervāla (x_1, x_2) (2.19.att.), tiek iegūta līnija L_3 , kas raksturo temperatūras izmaiņas intervālā (t_1, t_2) , precīzāk – L_3 ir virsmas S šķēluma līnija ar plaknei ut paralēlu plakni, kas novilta caur punktu x .



2.19.att. Virsmas S šķēluma līnijas iegūtas šķeļot to paralēli plaknēm ux (līnija L_1) un ut (līnija L_3)

Līdzīgā veidā izvēloties jebkuru vajadzīgo x vērtību no intervāla (x_1, x_2) (2.19.att.), iegūtā šķēluma līnija raksturo temperatūras izmaiņas intervālā (t_1, t_2) izraudzītajā punktā x .

Dinamiska procesa modeļa izveidošana un interpretācija

Diferenciālvienādojuma atrisinājuma vizuālais attēls un tā iegūšanas process tika veidots izmantojot L. Vekkeru un G. Ščedrovicka nostādnes par dinamisku procesu izpratni (25. lpp.).

1. Atbilstoši autoru nostādnēm, diferenciālvienādojuma atrisinājumu (funkcija $u = u(x, t)$) var uzlūkot par *simbolu*, kas iegūts *analītiski* (ar formulu palīdzību) vai *skaitliski* (shēmu, tabulu, algoritmu un palīdzību).

2. Strukturāli – priekšmetiskās *laika – telpas* komponentes (*temperatūras sadalījums*) tika veidotas balstoties uz parciālo atvasinājumu jēdziena *teorētisko bāzi* – aplūkot tikai viena mainīgā lieluma izmaiņas, bet otru atstājot nemainīgu.

3. Temperatūras sadalījuma izveidē tika realizētas šādas pakāpeniskas pārejas:

a) ar *induktīvo* izklāsta veidu: viendimensijas-divdimensiju-trīsdimensiju telpa (apakšpunkti 3.1. – 3.2.);

b) ar *deduktīvo* izklāsta veidu: trīsdimensiju-divdimensiju-viendimensijas telpa (apakšpunkts 3.4.).

Abi izklāsta veidi apskatāmajam procesam nodrošina trīsfāzu veseluma pieeju (“atsevišķais – vispārīgais – atsevišķais”, “konkrētais – abstraktais – konkrētais”):

3.1. Vispirms tiek izveidots temperatūras sadalījums uz stieņa (2.13.att.) (*viendimensijas* gadījums),

3.2. Tālāk process tiek pārņemts uz plakni (*divdimensiju* gadījums) (2.14.att. – 2.16.att.),

3.3. Process tiek pārņemts uz telpu (*trīsdimensiju* gadījums) (2.17.att.), kur procesu *vispārinot*, tika iegūts Diferenciālvienādojuma atrisinājums – virsma telpā (2.18.att.), (2.19.att.), kura uzskatāmi raksturo temperatūras izmaiņas tendences atkarībā no mainīgajiem lielumiem: laika – t un punkta stāvokļa – x .

3.4. Procesu izklāsts tiek veikts deduktīvajā formā (veicot pāreju no ‘‘vispārīgā’’ uz ‘‘atsevišķo’’): iegūtais modelis – funkcija $u = u(x, t)$ (virsma telpā) (2.18.att.) tika sadalīta sastāvdaļās konstruējot *šķēluma līnijas* – virsmas elementus ar zemāku dimensiju skaitu (divdimensiju telpa). Tālāk, ar šķēluma līniju palīdzību tika realizēta pāreja uz vēl zemāku dimensiju skaitu – uz viendimensijas telpu.

Piemēram, līnijai L_2 (2.2.3.15.att.) atbilstošā divdimensiju procesa ilustrācija sniegta tiek 2.15. attēlā un savukārt attiecinot to uz viendimensijas gadījumu (kur stieņa novietojums sakrīt ar koordinātu asi ox) iegūstam atbilstošo interpretāciju – 2.13. attēlu.

Detalizētāks dinamiskā procesa (Diferenciālvienādojuma iegūšanas un tā atrisinājuma) apraksts izmantojot telpisko uzskati (vizualizāciju) un simbolisko valodu (*matemātikas* valoda un *DMS Maple* valoda) ir dots 1. pielikumā.

3. *Materiālais vai materializētais posms*. Posma svarīgākais mērķis – informācijas pārveidošana no *ārējās* jeb materiālās formas (priekšmeti, lietas, grāmatas, attēli u.c.) *iekšējā*, garīgajā (*mentālajā*) formā.

Piemēram, uzdevumos/problēmās par vairākkārtīgo integrāļu aprēķināšanu un lietošanu konstruējot integrācijas apgabalu, tiek akcentēta funkcijas grafiku konstrukcija, kuru iespējams veikt gan *tabulāri* (izraudzītajām x vērtībām aprēķinot atbilstošās y vērtības un konstruējot *grafiku*), sarežģītākos gadījumos – izmantojot *atvasinājuma* jēdzienu, gan arī izmantojot datoru - matemātiskās sistēmas (piemēram, MAPLE).

Uzdevumā par integrācijas apgabala maiņu (2. pielikums.) integrācijas apgabala izveidē ir nepieciešama funkcijas *grafiku* konstruēšana, kuru iespējams veikt *tabulāri* (izraudzītajām x vērtībām aprēķinot atbilstošās y vērtības un konstruējot *grafiku*), gan arī izmantojot datoru-matemātiskās sistēmas (piemēram, MAPLE).

Veicot darbību materiālajā formā daudzos gadījumos cilvēkam iespējams *manipulēt* ar pētāmo objektu (ne tikai ar rokām, bet arī aplūkojot, vērojot) un tā iegūt nepieciešamo informāciju. Ja manipulēšana ar objektu nav iespējama, tad mācību darbība jāpārnes *materializētā* formā – jāizmanto reālu objektu un parādību dažādi aizstājēji (aizvietošana, shematizēšana, modelēšana, u.c.). Aplūkojamās koncepcijas priekšrocību nosaka materializēšanas iekļaušana mācību darbības struktūrā: modeli demonstrē nevis pedagogs, bet audzēknis veic ar to mērķtiecīgu mācību darbību (objektu attēlu iespējams ne tikai demonstrēt, bet arī izpildīt darbības ar to). Mūsdienās to iespējams ērti un uzskatāmi veikt ar datortehnikas palīdzību (Kangro, 2000), (Kalis, Kangro, 2004-a).

4. *Ārējās runas posms*. Posma svarīgākais mērķis – materiālajā vai materializētajā formā dotās darbības pārveidošana *iekšējā*, *mentālajā* formā, kur visi darbības elementi tiek reprezentēti *mutiskā* vai *rakstu* formā.

Ievērojot šī posma specifiku mērķtiecīgs ir grupu vai pāru darbs. Te iespējama arī dominējošā mācīšanās stila (aktīvais, refleksīvais, teorētiskais un pragmatiskais) apzināšana (pēc P. Honey, A. Mumford metodikas, (Honey, & Mumford, 1986, 1995)) un lietošana (Garleja, Kerpe, & Kangro, 2003), (Garleja, & Kangro, 2004).

5. *Iekšējās runas posms*. Posma raksturīgākās norises – *mutiskajā* vai *rakstu* formā reprezentētie elementi tiek izrunāti sev (iekšējā, mentālajā formā), pie kam katras veicamās

operācijas vai darbības pareizību un atbildi pats audzēknis var *salīdzināt* ar etalonu (mācību grāmatu, izdales materiāliem, u.c.).

Svarīgākais posma mērķis – salīdzinājumā ar iepriekšējo posmu panākt ātrāku un precīzāku veicamo darbību izpildi.

Veicamās operāciju/darbību vai to elementu salīdzināšanai studenti izmanto:

- mācību un metodisko literatūru un cita veida literatūru (skatīt studiju kursu programmas un kalendāros plānus studijuursos: ‘‘Augstākā matemātika inženierzinātnēs’’, ‘‘Matemātiskās metodes vides zinātnē un datorī’’, ‘‘Varbūtību teorija un matemātiskā statistika’’);
- mācību līdzekļus: (Kalis, Kangro, 2004-a), (Kalis, Kangro, 2009), (Lasmanis, Kangro, 2004)
- izdales materiālus.

6. *Garīgās (iekšējās) runas jeb intelektuālās darbības posms.* Svarīgākais posma mērķis – panākt veicamo mentālo darbību/operāciju absolūtu patstāvīgumu, kur pasniedzējs kontrolē tikai gala rezultātu, ar konkrētā materiāla un veicamo darbību/operāciju loģiskās struktūras variēšanu iegūt nepieciešamo vispārinājuma pakāpi

Tā kā paveiktā kontroli realizē galvenokārt pēc beigu rezultāta, tad šajā posmā mērķa sasniegšanai jāparedz vingrinājumi, kuriem:

1) ir *daudzveidīgi risinājuma varianti* ar visām iespējamām atbildēm; 2) palīdz *iekļaut jauno jēdzienu* jau apgūto jēdzienu sistēmā.

Piemēram, uzdevumos/problēmās par vairākkārtīgo integrāļu aprēķināšanu un lietošanu veicot pāreju uz atkārtotajiem integrāļiem ir plašas iespējas nepieciešamo darbību/operāciju loģiskās struktūras variēšanai simbolisko valodu (*matemātikas* valoda un *DMS Maple* valoda) realizācijas līmenī.

Piemēram, uzdevumā par integrācijas apgabala maiņu (2. pielikums) aprēķinot divkārtšo integrāli, iespējama integrācijas apgabala projicēšana gan uz Ox , gan Oy ass ar atbilstošo atkārtoto integrāļu izveidi un aprēķināšanu, aprēķinot trīskāršo integrāli – integrācijas apgabala (telpiska ķermeņa) projicēšana gan uz xy , gan xz , gan yz plakni ar atkārtoto integrāļu izveidi un aprēķināšanu; divkārtšā integrāļa aprēķināšana ar atkārtoto integrāli ietver sevī divu noteikto integrāļu aprēķināšanu, savukārt trīskārtšā – trīs noteikto integrāļu aprēķināšanu.

Jaunu zināšanu dominējošās teorētiskās vai praktiskās ieguves kontekstā ir mērķtiecīgi apzināt datortehnikas lietojumu iespējas IDPAT realizācijā.

Matemātiskās sistēmas Maple simboliskā pieraksta forma pilnībā saglabā līdzību ar parasto matemātisko simbolisko pieraksta formu.

Piemēram, aizklātā veidā definētām līnijām tiek lietots operators

implicitplot({-x² + y = 0, x² + y² - 2 = 0, -x + 1 = 0, y = 0}, x=0..1.5, y=0..1.5)

a) integrācijas kārtības maiņas posmu uzskatāmu vizualizāciju (2. Pielikums, lpp. pie 3. mācību tipa);

b) skaitliskā rezultāta aprēķināšanu uzdevumos saistītos ar vairākkārtīgiem integrāļiem un to lietojumiem.

Operators ‘‘**implicitplot**’’ plāknē definē aizklātā veidā definētu funkciju $y = x^2$, $x^2 + y^2 = 2$, $x = 1$, $y = 0$ grafiku konstruēšanu, x maiņas apgabals ir intervāls $[0, 1,5]$ (atbilstošais operators – **x=0..1.5**), y maiņas apgabals – intervāls $[0, 1,5]$ (atbilstošais operators – **y=0..1.5**).

Redzams, ka funkciju grafiku definēšana ar Maple operatoru gan simboliskajā, gan procesuālajā formā ir praktiski analoga šo grafiku definēšanai parastajā matemātikas valodas (gan pieraksta formas, gan tai atbilstošo veicamo operāciju) izpratnē.

Jāsecina, ka nepastāv būtiska atšķirība starp datoru-matemātiskās sistēmas operatora *definīcijas* formu un tam atbilstošā matemātiskā jēdziena *simbolisko pieraksta* formu.

Matemātisko sistēmu operatoru simboliskās pieraksta formas līdzība ar parasto matemātisko izteiksmju konstrukciju formu, simboliskās un funkcionālas nozīmes apvienošana bija sastopama un pakāpeniski pilnveidota jau agrāk sastopamajās programmēšanas valodās, piemēram, ISETL, BASIC, LOGO u.c. (Dubinsky, & Tall, 1991-b), taču matemātisko sistēmu, piemēram, Maple, Mathematica, Mathcad pēdējās versijās tam ir veltīta īpaša uzmanība (Kent & Noss, 2000), (Noss, 1999).

Datortehnikas pielietošana matemātikas kursā bija iespējama arī agrāk, taču tam bija nepieciešamas speciālas zināšanas programmēšanā, bez tam uzskatāma divu un trīs dimensiju attēlu grafiskā vizualizācija daudzos gadījumos bija grūti sasniedzama vai praktiski neiespējama (Kangro, 2000).

Minētās datortehnikas iespējas kā īpaši pievilcīgas un noderīgas uzlūko *aktīvā* un *pragmatiskā* mācīšanās stila pārstāvji, jo uzreiz tiek uzskatāmi parādīts jēdzienam (zīmju formai) [*concept definition*] (dotajā uzdevumā – *taisnes vienādojums*) atbilstošais objekts [*concept image*] (dotajā uzdevumā – *taisne plaknē, taisņu ierobežojošā plaknes figūra*, kuras attēlu uzreiz var iegūt), kā arī jēdzienus saturošā *algoritma ilustrācija* un *skaitliskā realizācija*.

Aplūkotajā uzdevumā (un arī citos uzdevumos lietojot datoru-matemātiskās sistēmas, piemēram, Maple, Matlab, Mathematica u.c. (Kalis, Kangro, 2003-a)) nav nepieciešama speciāla programmēšanas valoda. Pietiek apgūt standarta operatorus, piemēram, datu ievades un izvades, grafisko objektu – taisņu, telpisku apgabalu konstruēšana, sarežģītākos

uzdevumos – darbības ar failiem un datu apgabaliem, ciklu veidošana, diferenciālvienādojumu risināšana u.c.

Minētās iespējas rada pastiprinātu interesi *teorētiskā* un *refleksīvā* mācīšanās stila pārstāvjiem. Viņus saista uzdevuma *plāna sastādīšana*, nepieciešamo *operatoru lietošana*, pārbaudot to darbības pareizību un salīdzinot iegūtos rezultātus ar teorētiski prognozētajiem datiem u. c.

Pieaugušo un studentu apmācībā daudzos gadījumos dažus etapus var izlaist (piemēram, materializētās darbības un ārējās mutiskās runas etapus), taču principiālu jaunu darbību apguvē etapu izlaišana tomēr nav vēlama.

Salīdzinot mācību darbības struktūras tradicionālajā apmācībā un iepriekš aplūkotajā interiorizācijas teorijā, redzams, ka tradicionālajā apmācībā audzēkņiem uzreiz nepieciešama mācību materiāla apguve prātā (intelektuālās darbības etapā), izlaižot visus iepriekšējos etapus. Tas pēc interiorizācijas teorijas pētnieku domām ir viens no galvenajiem audzēkņu sliktas sekmības cēloņiem (Беспалько, 2002), (Талызина, 1999).

Uz intelektuālo darbību posmsecīgas attīstības teoriju balstītās apmācības likumsakarību lietošanas efektivitāte augstskolas apmācībā ir apstiprināta vairākos pētniecības darbos un apmācības praksē. Tāpēc aplūkosim metodes lietošanas īpatnības darbā ar studentiem un personām ar augstāko izglītību (Талызина, 1984), (Ильясов, 1992), (Салмина, 1991), (Калошина, 2003), (Вербицкий, 1991), (Беспалько, 2002).

1. Daži no intelektuālu darbību un jēdzienu veidošanas posmiem (materializētās darbības, ārējās mutiskās runas) var tikt izlaisti vai arī to darbība būtiski reducēta.

Posmu izlaišana ir iespējama, ja ir izveidoti jau gatavi lieli bloki sastāvoši no atsevišķiem darbību elementiem vai pat no veselām darbībām, kuras ir etapos apstrādātas stihiskā vai mērķtiecīgā veidā un var nodrošināt ātru pārvietojumu no viena līmeņa otrā jaunas darbības gadījumā. Taču principiāli jaunu darbību vai prasmju veidošanas gadījumos etapu izlaišana negatīvi ietekmē tādus parametrus kā vispārināšanas pakāpe, apgūšanas pakāpe un īpaši darbības stabilitāte.

2. Pirmajā posmā, darbības motivācijas veidošanā, īpašu nozīmi iegūst studentu profesionālo interešu aktualizācija, formulējumā uzdevuma ietveršana nākošās profesionālās darbības kontekstā.

Ievērojama loma ir lietišķo spēļu izmantošanai, aktīvai sociāli-psiholoģiskai mācīšanas/mācīšanās procesa organizācijai, mācību tehnisko līdzekļu izmantošanai (piemēram, datortehniku).

3. *Nosauktās teorijas īstenošanā būtiska ir gan apgūstamā materiāla, gan visa studiju procesa kopumā saturīguma analīze ar mērķi izdalīt tādas konkrētas zinātņu nozares invariantus, kuri ievērojami atvieglotu apgūstamās informācijas uztveri.*

Tomēr ir iespējama arī uz pašu darba procesu orientēta kontrole, kuru iespējams veikt līdztekus uzdevuma/problēmas formulējumam un studentam sagatavotu standartizētu risinājuma posmu fiksācijai, paredzot ne tikai zināšanu atcerēšanos un reprodukciju, bet arī patstāvīgu risinājuma meklēšanu ietverot dažādas procedūras un pieejas (arī nestandarta).

Viens no veidiem tā realizācijā ir aplūkotā intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorija (IDPAT). Nosauktā teorija (IDPAT) ir uz pašu darba procesu orientēta, tās izpildē līdztekus uzdevuma/problēmas formulējumam un studentam sagatavotu standartizētu risinājuma posmu fiksācijai, tiek paredzēta ne tikai zināšanu atcerēšanās un reprodukcija, bet arī patstāvīgu risinājuma meklēšanu ietverot dažādas procedūras un pieejas (arī nestandarta).

Regulatīvā pieeja

Regulatīvās pieejas pārstāvis L. Terstouns [*L. Thurstone*] intelektu uzlūko par psihiskās aktivitātes *regulācijas* mehānismu: intelekts ir kā spējas kavēt impulsīvos (neintelektuālos) stimulus vai arī apturēt to realizāciju līdz tam brīdim, kamēr esošā situācija nebūs apjēgta indivīdam vispieņemamākā uzvedības veida kontekstā (Thurstone, 1924), (Солсо, 1996). L. Terstouns turpmākajos intelektuālās aktivitātes pētījumos saskatīja ne tikai intelekta *kognitīvās*, bet arī *afektīvās* sfēras izpēti.

R. Sternbergs [*R. Sternberg*] uzsakta, ka intelekta izpētes problēma jāpēta plašākā nozīmē – meklējot atbildes uz jautājumiem, kā subjekts spēj pārvaldīt sevi (*mentālās pašregulācijas spējas*), kāds ir intelekta sakars ar: cilvēka *iekšējo pasauli*; cilvēka *ārējo pasauli*; cilvēka *iepriekšējo pieredzi* (Sternberg, 1985, 1986, 1988).

Šie jautājumi veido “triarhiskās intelekta teorijas” pamatu, kuras ietvaros intelektu traktē kā mentālās pašregulācijas formu ietverošu trīs savstarpēji saistītas teorijas:

a) *komponentu* [*componential subtheory*] teorija; b) *konteksta* [*contextual subtheory*] teorija; c) *pieredzes* [*experiential subtheory*] teorija.

Komponentu teorija pēta mentālās pašregulācijas spējas kā noteiktu sistēmu sastāvošu no elementāriem informācijas procesiem (komponentiem), kuri veic pašreizējās informācijas pārstrādi to saņemot, pārveidojot, glabājot un lietojot:

1) *meta-komponenti* [*metacomponents*]; 2) *izpildes komponenti* [*performance components*]; 3) *zināšanu apguves un lietošanas komponenti* [*knowledge – acquisition components*].

Meta-komponentus raksturo intelektuālās darbības regulācijas procesi, kuri paredz problēmas eksistences konstatēšanu, problēmas definēšanu, ar problēmu saistītās informācijas

prezentēšanu un uzdevuma/problēmas risinājuma prezentācijas formas izvēli, problēmas risinājuma monitoringu (kontroli).

Izpildes komponentus raksturo informācijas pārveides un atbildes reakcijas veidošanas procesi: problēmas elementu atšifrēšana; sasaite; papildināšana; salīdzināšana; izlase; grupēšana; kodēšana; sakarību iegūšana secinājumu ceļā un iegūto sakarību pielietošana.

Zināšanu apguves un lietošanas komponentus raksturo zināšanu ieguves procesi, sākot no atdarināšanas (imitēšanas) un beidzot pat ar "insaitu", zināšanu pielietošanu vajadzīgajā kontekstā u.t.t. To iespējams realizēt ar selektīvu būtisku problēmas elementu šifrēšanu, selektīvu šo elementu kombinēšanu jēgpilnas (izprastas) problēmas reprezentācijas ieguvei un selektīvu šo elementu salīdzināšanu (pretstatīšanu) nosakot vai iepriekšējās pieredzes zināšanas ir aktuālas pašreizējai problēmai.

Mentālās pašregulācijas spēju komponentus plašāk aplūkosim intelekta ontoloģiskajā pieejā kā mentālo struktūru raksturotājus.

Konteksta teorijā uzskata, ka intelekts ietver adaptāciju pret reālo situāciju. Piemēram, matemātikas apguves nepieciešamību arī nosaka adaptācijas vajadzība gan ikdienas dzīvei, piemēram, norēķinu veikšana veikalā, īres nomaksa, hipotēkas garantiju izdarīšana, dzīvojamās platības remontam nepieciešamo aprēķinu veikšana, u.c. (te matemātika ir *līdzeklis*) vai arī matemātikas studijas (te matemātika ir *izpētes objekts*).

Pieredzes teorija raksturo intelekta iespējas pēc skalas "novitāte – stereotips". Tiek izdalīti divi subjekta spēju veidi: adekvāti rīkoties jaunā, nepazīstamā situācijā un spēja rīkoties ātri, bez piepūles ar automatizētu kognitīvu prasmju palīdzību jau apgūtās, standarta situācijās.

R. Sternbergs atzīmē šo spēju veidu nozīmību matemātiskās domāšanas attīstīšanā (Sternberg, & BeniZeev, 1996).

Abu nosaukto spēju veidu – rīkoties standarta situācijā un jaunā, nepazīstamā situācijā apvienojums, kur viens spēju veids otru papildina, ir realizējams intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijā (IDPAT), kuras teorētiskās nostādnes un praktiskie lietojumi ir aplūkoti intelekta traktējuma izglītības pieejā.

R. Sternberga pētījumos konstatēts, trīs domāšanas veidi (pēc formas) – analītiskā, kreatīvā un praktiskā domāšana ir kardināli nozīmīgi un plaši pārstāvēti tieši matemātiskajai domāšanai. Tie būdami atšķirīgi, viens otru papildina un vairākumā gadījumu vienlaicīgi nebūt nepiemīt vienam un tam pašam cilvēkam. Piemēram, ierindas matemātiķiem nebūt nav jābūt reizē izciliem "tīrās" matemātikas pārstāvjiem (matemātiķiem – teorētiķiem), tāpat cilvēkiem, kuri vislabāk veic tradicionālu problēmu analīzi, nav jābūt kreatīvās domāšanas ekspertiem.

R. Sternbergs atzīmē, ka domāšanas veidu (pēc formas – *analītiskā, kreatīvā* un *praktiskā* domāšana) dažādība un to saistība ar ‘‘triarhiskās intelekta teorijas’’ bāzi (analītiskā domāšana – komponentu teorija; kreatīvā domāšana – pieredzes teorija; praktiskā domāšana – konteksta teorija) nosaka to nozīmi matemātiskās domāšanas veidošanā un attīstīšanā (Sternberg, & BeniZeev, 1996).

R. Sternberga triarhiskās intelekta teorijas nostādnes kalpo par bāzi viņa izveidotajai matemātiskās domāšanas prototipu kopai, kura raksturo dažādas pieejas matemātiskās domāšanas izpratnei, kuras tiek izmantotas arī matemātiskās domāšanas attīstības modeļa izveidē (sk. 187. lpp.):

- 1) psihometriskā pieeja [*Psychometric Approach*];
- 2) skaitļošanas (algoritmiskā) pieeja [*Computational Approach*];
- 3) antropoloģiskā pieeja [*Anthropological approach*];
- 4) pedagoģiskā pieeja [*Pedagogical Approach*];
- 5) matemātiskā pieeja [*Mathematical Approach*].

Psihometriskā pieeja ietver fluīdo inteliģenci ar domāšanas operāciju izpildes ātrumu un kvalitāti, kristalizēto inteliģenci (zināšanas, matemātiskās valodas prasmes), vispārējās atmiņas spējas [*general memory ability*], vispārējo vizuālo percepciju (vizualizācija, telpiskās attiecības, mehāniskās zināšanas, informācijas pārstrādes ātrums) (Холодная, 2002).

Skaitļošanas pieejā praktiskās problēmas formulējumam jāveido atbilstošā matemātiskā reprezentācija, tālāk jākonstruē matemātiskā reprezentācija visai problēmai kopumā un jāsastāda risinājuma plāns matemātikas valodā. Modeļu konstruēšanas procesā nenovērtējamas ir analogijām un iepriekšējā mentālajā pieredze. Šeit īpaša uzmanība jāpievērš ‘‘korektajām’’ kļūdām (Sternberg, Robert J., Ben-Zeev, 1996), kuras rodas, ja pareizu loģisku spriedumu gaitā izmanto nekorektas premisas, un tā iegūst aplamu slēdzienu.

Antropoloģiskajā pieejā indivīda matemātiskā darbība ir caurausta ar kulturāliem artefaktiem, ar sociālo mijiedarbību, ar individuālās aktivitātes struktūrām (piemēram, līdzdalība praktiskā darbībā), ar indivīda zināšanu prioritātēm (Saxe, 1991).

Vispārējās datorizācijas ietekmē ir pieaugusi domāšanas un arī matemātiskās domāšanas loma – datora veiktie aprēķini ir pareizi, taču ievadītā informācija var būt nekorekta, izdarītie pieņēmumi var būt kļūdaini, matemātiskais modelis var neatbilst realitātei. Nereti ir vērojama arī nesaskaņa starp spējām, kas nepieciešamas ‘‘tīrās’’ matemātikas (matemātikas kā zinātnes) un ikdienas matemātikas apgūvē, kuru R. Sternbergs raksturojis kā *akadēmiskās* un *praktiskās* inteliģences disonansi.

Pedagoģiskajā pieejā viens no veidiem mentālo procesu (arī matemātiskās domāšanas) izpētē ir mācīt matemātiku un pēc tam ar atgriezeniskās saites palīdzību konstatēt, ko ir

vieglāk un ko grūtāk iemācīt. Tā noteikšanā svarīga loma ir *attieksmēm* [*attitudes*], attiecībām [*relationships*], *motivācijai*, *emocijām* un *sociālajiem ierobežojumiem* (Evans, 2000).

Minētajai pieejai atbilst arī H. Gārdnera daudzveidīgo inteliģences spēju teorija (Gardner, 1983). Matemātiskā domāšana ir lielā mērā atkarīga no konteksta [*context dependent*] (Bransford, 1996)./ Studentu sasniegumi ir labāki, ja matemātikas apguve ietver arī *personiski nozīmīgas* problēmas (vienas matemātiskās problēmas saikne ar citu vai risināmās problēmas saistība ar citām studiju disciplīnām), ja matemātikas valodā saskatāmas savas valodas iezīmes, ja matemātisko jēdzienu apguve notiek komunikācijas procesā, nevis vērsta tikai uz pašu jēdzienu.

Matemātisko pieeju raksturo *analogiju*, *vizuālās domāšanas*, *matemātisko struktūru* izmantošana, parādīta arī *afektīvo* un *gribas* komponentu nozīme. R. Moore uzsver *pašapziņas* nozīmi matemātikas apgūvē, akcentējot kooperatīvu darbību pretstatā sacensībai (Dreyfus, Eisenberg, 1996), (Sternberg, Robert J., Ben-Zeev, 1996).

Matemātikas zinātnē un tās lietojumos svarīga ir radošas pieejas attīstīšana matemātiskajā domāšanā (Cropley, 2001), (Ricart, 1996), (Павен, 2002) (plašāk sk., 72. lpp.).

Taču to nevar veikt, ja par prioritāti uzlūko tikai matemātikas pielietojumus. Arī matemātika ir jāuzlūko kā *izpētes objekts* un kā *līdzeklis* citu zinātņu studijās saistībā ar “tīrās” un pielietojamās matemātikas izpratni (Кудрявцев, 1980).

Ontoloģiskā pieeja.

Ontoloģiskās pieejas pārstāvji uzskata, ka konkrētās situācijās fiksētās intelekta īpašības ir jāizskaidro balstoties uz šo īpašību veidojošās psihiskās realitātes (mehānismu) īpatnībām.

Intelekta īpašību izskaidrošana ir jāveic balstoties uz šo īpašību psihisko *nesēju* (*veidotāju*) [носитель] uzbūves un funkcionēšanas īpatnībām (Беккер, 2000, 15 – 51).

Intelekts pēc savas nozīmes ir vispārēja izziņas spēja ar izpausmes veidiem: 1) kā cilvēks *uztver*, *izprot* un *izskaidro* notiekošo (apkārtējo realitāti); 2) kādus *lēmumus* cilvēks pieņem katrā konkrētā situācijā un cik *efektīvi* viņš darbojas tajā.

Pēc sava ontoloģiskā stāvokļa intelekts ir īpaša individuālās mentālās pieredzes *organizācija* esošo *mentālo struktūru* formā, šo mentālo pieredzi veido mentālās telpas *atspoguļojums* un mentālās telpas ietvaros esošās realitātes mentālās *reprezentācijas*.

Intelektuālās darbības īpašības (gan izmērāmās ar psiho-diagnostisko metodiku palīdzību, gan arī reālos apstākļos atklājušās) ir izveidotas ievērojot subjekta mentālās pieredzes sastāva un struktūras īpatnības.

Aplūkosim detalizētākā veidā jēdzienus *mentālās struktūras*, *mentālā telpa*, *mentālā reprezentācija*.

Ar **mentālām struktūrām** saprotam psihisku veidojumu sistēmu, kuri izziņas kontakta apstākļos ar apkārtējo realitāti (realitātes izziņas procesā) nodrošina pētāmo procesu atspoguļojošās informācijas *saņemšanu* un *pārveidošanu*, kā arī *koordinē* informācijas pārstrādes procesus un intelektuālās atspoguļošanas selektivitāti (Mehler, Bever, 1968), (Холодная, 1997, 2002).

Mentālās struktūras veido individuālās mentālās pieredzes pamatu (bāzi). Vārds ‘’ struktūra’’ latīņu valodā nozīmē ‘’būt uzbūvētam, uzkonstruētam’’ un ar šī vārda lietošanu tiek uzsvērts, ka tās subjekta pieredzē tiek papildinātas un modificētas subjektam mijiedarbojoties ar priekšmetisko pasauli un citiem cilvēkiem.

Ar **mentālo telpu** saprotam mentālās pieredzes dinamisku formu, kura aktualizējas un paplašinās ar esošajām mentālajām struktūrām subjekta aktuālās intelektuālās mijiedarbības procesā ar apkārtējo realitāti (Холодная, 1997, 2002), (Петренко, 1988).

Aplūkosim svarīgākās mentālo telpu funkcijas:

- 1) *teksta izpratne* (teksta saturs subjektīvās telpas izveide prātā un operatoru kompleksa, ar kura palīdzību iespējamas domāšanas operācijas (Петренко, 1988);
- 2) *uzdevumu risināšanas process* (risinājuma meklēšana norisinās īpašā mentālā telpā, kura attēlo risināmās problēmas struktūru) (Петренко, 1988), (Mayer, 1991);
- 3) *zināšanu attēlošana* (prezentācija) un *organizācija* (šīs telpas iekšienē eksistē mentālie objekti, kurus saista ‘’konektori’’ – intuitīvi acīmredzamas attiecības starp telpas elementiem, piemēram, ‘’es uzskatu, ka ... ’’, ‘’pieņemsim, ka ... ’’, ‘’1989. gadā ... ’’, u.t.t.) (Fauconnier, 1985);
- 4) *informācijas pārstrādes* (simboliskā līmenī) *efektu izskaidrošana* (Бершадский & Гюзеев, 2003, 104-112), (Беккер, 2000). Reālas telpas atsevišķi elementi-priekšstati var tikt uzreiz izvērsti jeb paplašināti pilnvērtīgā mentālā telpiskā kontekstā, piemēram, no mājas attēla, kurā cilvēks reāli atrodas, viņš viegli vien var pāriet uz visa rajona vai pat pilsētas mentālo attēlu (Величковский и др., 1986), pāreja no divu dimensiju telpas reālā attēla (līnija plaknē) uz trīs dimensiju telpas mentālo attēlu (virsmas vai speciālā gadījumā plakne), kuru iespējams arī vizualizēt ar datoru-matemātiskās sistēmas Maple palīdzību (Kangro, 2000), (plašāk par dinamiska procesa modeli sk. 134. – 140. lpp. un 1. pielikumā);
- 5) *konteksta radīšana* (subjekta intelektuālo iespēju analīzē jāpēta viņa spēja interpretēt objekta vai parādības kontekstu reālā situācijā (Oatley, 1978), kontekstu var uzlūkot kā cilvēka mentālo struktūru izveidotās mentālās telpas funkcionēšanas rezultātu, dažādiem cilvēkiem vienai un to pašu situācijai (jēdzienam, parādībai) ir dažādi konteksti (Беккер, 2000), piemēram, jēdziena veidošanā zīmju formai un objektam atbilst dažādi mentālie

attēli (Carreira, 2001), kurus iespējams arī vizualizēt ar datoru-matemātiskās sistēmas Maple palīdzību (Kangro, 2000), (Kalis, Kangro, 2003-a).

Mentālās telpas kā psihiskas parādības komplicētais raksturs nosaka tā izpētes nepieciešamību pedagogijas un psiholoģijas jomā un ir teorētiskā saikne pārejai no jēdziena ‘‘mentālā struktūra’’ uz jēdzienu ‘‘mentālā reprezentācija’’.

Ar **mentālu reprezentāciju** saprotam aktuālu kāda konkrēta notikuma vai parādības garīgu tēlu (atveidu), t.i. notiekošā notikuma vai parādības subjektīvu atveida formu. Mentālās reprezentācijas ir mentālās pieredzes operatīva forma, tās mainās līdz ar situācijas maiņu un subjekta intelektuālās darbības rezultātā, detalizēti un speciālā veidā raksturo dotās situācijas mentālo (garīgo) atveidu. (Холодная, 1997).

Varētu likties, kas gan ir neparasts, ja cilvēkam saskaroties ar kādu problēmu vēl pirms tās risināšanas izveidojas savs subjektīvs priekšstats par radušos situāciju? Tomēr situācijas analīze sevi attaisno, jo reprezentācijas esamība pat par sevi jau liecina par īpaša veida psihisko realitāti, kura, lai arī tika ierosināta no ‘‘ārienes’’, tomēr tālāk rodas un attīstās subjekta ‘‘iekšienē’’ un situācijas reprezentācijas īpatnības (t.i., kādā veidā apkārtējā realitāte tiek attēlota indivīda apziņā) nosaka turpmākās intelektuālās darbības raksturu un efektivitāti.

Tāpēc reprezentācijas problēmas izpēte reizē ir arī intelekta mehānismu izpēte (gan lietderības, gan arī individuālās savdabības aspektā).

Sākotnēji tradicionālajā kognitīvajā psiholoģijā ar reprezentācijas jēdzienu saprata noteiktā veidā sakārtotu zināšanu *uzglabāšanas formu* (piemēram, prototipi, aperceptīvie etaloni, freimi u.c.), taču vēlāk jēdziena nozīmi paplašināja saprotot to kā *instrumentu* (līdzekli) *zināšanu lietošanai* noteiktam atsevišķam realitātes aspektam.

Dziļu reprezentācijas spēju mehānismu analīzi ir veicis Ž. Piažē. Viņš uzskata, ka intelekts ar tā loģiskajām operācijām ir pati pilnīgākā adaptācijas forma, kura ļauj reproducēt realitāti visā tās pilnīgumā. Kvalitatīvs ‘‘lēciens’’ bērna intelektuālajā attīstībā ir saistīts tieši ar simbolisko funkciju attīstību (spējas darboties režīmā ‘‘kā būtu, ja ...’’), kuras rezultāts ir pāreja uz izziņas atspoguļošanas spēju jau mentālu reprezentāciju līmenī (atspoguļošanas spējas notiek balstoties uz *operacionālu struktūru*, kuras raksturo spēju prātā manipulēt ar atsevišķiem iespaidu, zināšanu, esošo kognitīvo shēmu elementiem). Savukārt, jo pilnīgākas ir bērna intelekta reprezentācijas iespējas, jo objektīvāki ir bērna priekšstati par apkārtējo pasauli (Пиаже, 2001, 106-157, 224-261).

Dž. Brunera intelekta teorijā par subjektīviem reprezentācijas veidošanas līdzekļiem tika izmantoti informācijas kodēšanas veidi. Viņš uzskatīja, ka intelekta izaugsmi nosaka: 1) trīs realitātes reprezentācijas veidi (*darbība, tēls, vārds*); 2) dažādu realitātes subjektīvās

atspoguļošanas formu *integrāciju* (salīdzinot, meklējot kopsakarībās aktuālo pieredzi ar pagātnes un arī nākotnes pieredzi).

Kognitīvā kompetence šajās divās sfērās ir viens no svarīgākajiem intelektuālās izaugsmes kritērijiem (Bruner, 1964)

K. Oatley reālu intelektuālu darbību raksturo šādi: 1) *elastīgums* (mobilitāte) (daudzveidība, kura variē gan viena cilvēka, gan starp cilvēkiem, uzdevumu un problēmu risināšanā); 2) tendence radīt "*mentālo kontekstu*", kurā tiek ietilpināta uztveramā ārējā realitāte (tas nosaka vienas un tās pašas situācijas dažādas individualizētas uztveres formas). Šis cilvēkam specifiskās izziņas iezīmes var tikt izskaidrotas ar realitātes reprezentācijas fenomenu, kurš tad arī nosaka gan izziņas darbības stratēģiju daudzveidību, gan arī notikumu apjēgšanas daudzveidīgo kontekstu esamību (Oatley, 1978, 138 – 151).

A. Paivio piedāvā savu variantu mentālās reprezentācijas subjektīvo līdzekļu būtības izskaidrošanā – eksistē divas ārējās iedarbības reprezentācijas sistēmas: 1) *verbālā* (ar vārdiskiem apzīmējumiem); 2) *tēlainā* (ar uzskatāmo jeb tēlaino priekšstatu). Neskatoties uz šo divu sistēmu autonomo un neatkarīgo raksturu tās tomēr var rezultatīvi mijiedarboties viena ar otru (Paivio, 1986).

F. Kliks un R. Mayer akcentē *reprezentācijas* nozīmi uzdevumu/problēmu risināšanā. Autori uzskata, ka galvenais neveiksmju cēlonis ir tieši esošās problēmu situācijas kļūdaina vai pārlieku "smagnēja" (aizņem daudz vietas) *reprezentācija* (Кликс, 1983), (Mayer, 1991).

Raksturīgi, ka mūsdienu kognitīvajā psiholoģijā ar reprezentācijas jēdzienu saprot ne tik daudz noteiktā veidā sakārtotu zināšanu uzglabāšanas formu (piemēram, prototipi, aperceptīvie etaloni, freimi, u.c.), bet vairāk gan kā *instrumentu* (līdzekli) zināšanu lietošanai noteiktam atsevišķam realitātes aspektam. Šajā izpratnē mentālā reprezentācija ir konstrukcija būdama atkarīga no tās izveides nosacījumiem un radīta konkrētos apstākļos un ar specifisku mērķi (Пишар, 1998).

No literatūras apskata par mentālajām struktūrām, mentālo reprezentāciju un arī autora veiktajos pētījumos (Kangro, 1999) jāsecina, ka daudzos gadījumos zemi sasniegumi mācībās ir saistīti ne tik daudz ar iegūto zināšanu apjomu, cik gan tieši ar to *pārnesi*, kuru nodrošina *reprezentācijas mehānismi*.

Detalizētāka jautājuma izpēte par to, kāpēc dažādi cilvēki mentāli dažādā veidā redz notiekošo, liek secināt, ka *zināšanu* faktoram un *reprezentācijas* spēju faktoram ir dažāda nozīme intelektuālās atspoguļošanas (intelektuālās reflektēšanas, izaugsmes) organizācijā (Холодная, 2002).

Tātad jautājums ir ne tikai par *zināšanām*, bet gan par *reprezentācijas mehānismu* funkcionēšanu, jo zināšanas, lai arī cik pilnīgas un labi organizētas tās būtu, var tikt pielietotas

konkrētā situācijā tikai tādā mērā, cik labi organizēts ir šīs situācijas aktuālais garīgais (mentālais) attēls.

Intelekta būtības raksturošanā tradicionāli tiek akcentēti tā *rezultatīvie* un *operacionāli-dinamiskie* raksturotāji, kur, izmantojot daudzveidīgo intelekta testu rezultātus, samērā viegli iespējams apzināt indivīdus ar zemiem sasniegumiem (tiek fiksēts tikai beigu rezultāts: netiek galā, nesaprot, nevar paveikt laikā u.c.) studijās, profesionālajā darbībā, ikdienas dzīvē, u.t.t.

Taču ar šādu pieeju intelekta būtības izpratne tiek nonivelēta uz intelektuālās nekompetences apzināšanu (Холодная, 1997, 2002), (Равен, 1999, 2002), (Бершадский, 2004).

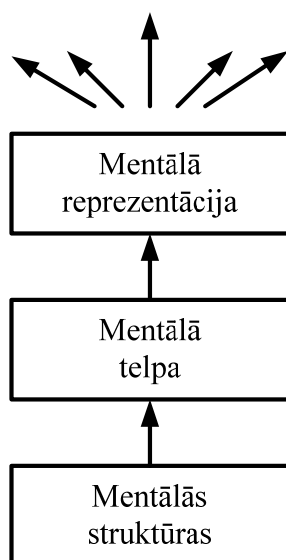
Līdztekus intelekta rezultatīvo un operacionāli-dinamisko raksturotāju apzināšanai iespējama arī padziļināta pieeja – izpētīt intelekta uzbūves un funkcionēšanas īpatnības trīs īpašās intelekta fenomenoloģijas sfērās: 1) reālos cilvēka mācību vai profesionālās darbības apstākļos (“kompetences” fenomens); 2) reālos neikdienišķos intelektuālu sasniegumu darbības apstākļos (“talanta” fenomens); 3) pusmūža un vecāka gada gājuma apstākļos (“gudrības” fenomens) (Холодная, 1997, 2002), (Равен, 1999, 2002). Augstskolas studiju procesā īpaši aktuālas ir pirmā un otrā fenomenoloģijas sfēra.

Piedāvātajā pieejā personības intelektuālās attīstības kritēriji ir saistīti ar to, kā cilvēks uztver, saprot un izskaidro notiekošo (t. i., viņa mentālās spriešanas spējas) un kādus lēmumus un cik efektīvi viņš tos pieņem dažādās situācijās (t. i., viņa kompetence).

Šī pieeja tiek izmantota matemātiskās domāšanas attīstības izpētē un vērtēšanā (Garleja, Kangro, 2005), (Garleja, Kangro, 2006-c) (matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas, sk. 188. lpp.).

Pieejas realizācijā ir mērķtiecīgi izmantot iepriekš aplūkotos cilvēka psihe veidojumus – mentālās struktūras, mentālo telpu un mentālo reprezentāciju ar tiem atbilstošajiem psihe stāvokļiem, kuri veido cilvēka izziņas attieksmi pret realitāti un līdz ar to nosaka (raksturo) cilvēka intelektuālās darbības konkrētās īpašības. Trīs nosaukto cilvēka psihe veidojumu sistēmu definē kā **mentālo pieredzi** (Холодная, 1997, 2002), (2.20. att.).

Intelektuālās darbības īpašības



2.20.att. Kategorijas “mentālā pieredze” pamatjēdzienu mijiedarbība (Холодная, 2002)

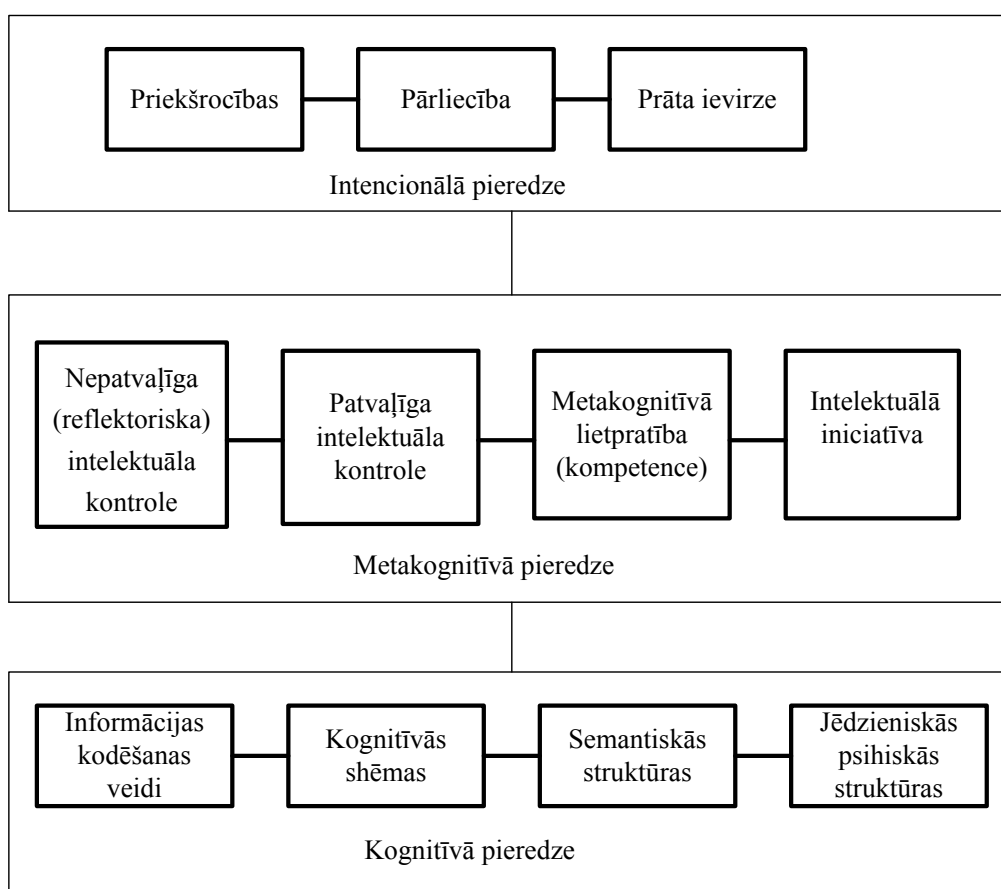
Mentālās pieredzes jēdziena izveide un lietošana ir likumsakarīga, tā ir saistīta ar cilvēka kā darbības subjekta atzišanu mūsdienu pedagoģijas un psiholoģijas paradigmās, piemēram, būt subjektam – tāpat būt arī savas aktivitātes iniciatoram (Брушлинский 1996, 5 – 29). Te par svarīgāko kļūst indivīda psihisko resursu apzināšanas un pārvaldīšanas problēma. Cilvēka kā darbības subjekta primārās lomas atzišana nosaka to kopējo likumsakarību meklēšanu, kurām pakļaujas indivīda darbības “iekšējo apstākļu” veidošanās, uzbūve un funkcionēšana (Рубинштейн, 1997).

Tāpat uzmanības centrā ir arī cilvēka psihisko resursu *unikalitātes* problēma, jo jēdziens “subjekts” akcentē cilvēka aktivitātes individuālo sākotni, saistītu ar viņa darbības “iekšējo apstākļu” (mentālās pieredzes – autora piezīme) individuāli-savdabīgajiem raksturotājiem. Cilvēka psihisko resursu izpētē īpaša nozīmē ir mentālajām struktūrām kā mentālās pieredzes raksturotājiem. M. Holodnaja un Dž. Rāvens mentālās pieredzes analizē klasificē trīs līmeņus (slāņus) (Холодная, 1997, 2002), (Равен, 1999), (2.21.att.):

1. Kognitīvā pieredze – mentālās struktūras, kuras nodrošina esošās un pienākošās informācijas glabāšanu, sakārtošanu un pārveidošanu tādā veido veicinot subjekta psihē noturīgus, likumsakarīgus apkārtējās realitātes aspektus Mentālo struktūru galvenā nozīme – pienākošās informācijas operatīva pārstrāde par aktuālo iedarbību dažādos izziņas atspoguļošanas līmeņos.

2. Metakognitīvā pieredze – mentālās struktūras, kuras nodrošina brīvo (patvaļīgo) un reflektorisko (nepatvaļīgo) personīgā intelekta darbības regulāciju. To galvenā nozīme – individuālo intelektuālo resursu un informācijas pārstrādes procesu kontrole.

3. Intencionālā pieredze – mentālās struktūras, kuras veido individuālo intelektuālo noslieču (tieksmju) bāzi. To galvenā nozīme – subjektīvo kritēriju izvēle un veidošana attiecībā uz pētāmo priekšmetisko sfēru, uz problēmas risinājuma meklēšanu, uz informācijas avotiem un to pārstrādes veidiem.



2.21.att. Mentālā pieredze kā mentālo struktūru sastāvdaļa (Холодная, 2002)

Aplūkosim detalizētākā veidā katru mentālās pieredzes sastāvdaļu.

Kognitīvā pieredze

Informācijas kodēšanas veidi

Informācijas kodēšanas veidi – tie ir subjektīvi līdzekļi, ar kuriem indivīds iztēlojas (attēlo) savā pieredzē apkārtējo realitāti un kurus viņš izmanto šīs pieredzes organizēšanai nākotnē (turpmākās darbības organizēšanai).

Plašus psiholoģiskos pētījumus informācijas kodēšanā tika veicis Dž. Bruners. Viņš pamatoja trīs galvenos apkārtējās realitātes subjektīvos uztveres veidus raksturīgus gan bērniem, gan arī pieaugušajiem: 1) *darbību* veidi; 2) uzskatāmo (vizuālo) *tēlu* veidi; 3) valodu (mutiskās vai rakstiskās) *zīmju* veidi (Bruner, 1971, 1977).

Kā vienu no svarīgākajām cilvēka īpatnībām tiek uzskatīta prasme *operēt ar simboliem* (Салмина, 1988: 60), (Bruner, 1971).

Gan kognitīvās pieredzes, gan arī pārējo mentālās pieredzes sastāvdaļu izpētē ievērojama nozīme ir zīmju-simbolu līdzekļiem, tāpēc detalizētākā veidā aplūkosim kritērijus darbībai ar zīmju-simbolu līdzekļiem.

Nav vienotas terminoloģijas, kura raksturotu darbības veidus ar zīmju-simbolu līdzekļiem: vispārīgajā un vecumu psiholoģijā lieto terminu “aizstāšana, aizvietošana” (V. Davidovs, D. Elkoņins) (Давыдов, 2000), inženieru psiholoģijā – “kodēšana” (Ломов, 1991), pedagoģiskajā psiholoģijā – “modelēšana” (Давыдов, 2004), (Зимняя, 1999). Pedagoģijā un psiholoģijā modelēšanu saprot kā mācību darbības sastāvdaļu (Давыдов, 2004).

Galvenie darbības raksturotāji zīmju-simbolu līdzekļiem ir **priekšmetiskums** jeb **priekš-metīgums** [*предметность*] un **apjēgtība** [*осознанность*] (Давыдов, 2004).

Priekšmetiskums raksturojas ar to, ka darbība pakļaujas vai pielīdzinās īpašībām, parādībām un attiecībām neatkarīgi no pašas priekšmetiskās pasaules. Tāpēc priekšmetiskums ļauj atspoguļot (atklāt) subjektu ietverošo priekšmetu objektīvās īpašības.

Darbības **apjēgtība** ir apzināti formulēts pētāmā procesa mērķis, tā sasniegšanas līdzekļi un darbības rezultāts.

Arī L. Vekkers norāda, ka domāšanas darbību nodrošina trīs informācijas pārstrādes “valodas”: 1) **zīmju-vārdiskais**; 2) **tēlaini-telpiskais**; 3) **taustes-kustību** (Веккер, 2000).

Tradicionālajā mācību procesā nereti zīmju-vārdiskā “valoda” dominē pār pārējām diviem ne mazāk svarīgiem intelektuālās saskarsmes veidiem – darbība un tēls, īpaši vizuāli-telpiskais, (Davis, & Hersh, 1986), (Drefus, & Eisenberg, 1986).

Jaunākās paaudzes datoru-matemātiskās sistēmas (Maple, Mathematica, Matlab, Derive u.c.) ļauj, izmantojot to tehniskās iespējas, pilnībā izmantot arī pārējos divus

saskarsmes veidus (Kangro, 2000), (Garleja, & Kangro, 2006-b)), (sk. 115 -116., 130-133. lpp.).

Kognitīvās shēmas

Kognitīvā shēma – vispārināta un stereotipa iepriekšējās pieredzes uzglabāšanas forma attiecībā uz stingri noteiktu priekšmetisku sfēru (pazīstams objekts, pazīstama situācija, ierasta notikumu secība u.t.t.) (Холодная, 1997).

Ar kognitīvo shēmu palīdzību tiek uztverta, savākta un pārveidota informācija ar mērķi *reproducēt* esošās realitātes noturīgus, normālus, tipiskus raksturotājus (prototipi, kognitīvās kartes, freimi, scenāriji u.t.t.).

Kognitīvo shēmu nozīmi mācību procesā uzsver P. Galperins. Mācīšanās procesā iegūto informāciju var iedalīt divās daļās. Vienu sastāda jaunās vispārīgās shēmas, kuras nosaka jauno redzes viedokli un jauno domāšanu par lietām un parādībām, bet otru – pētāmās sfēras konkrētie fakti un likumi, konkrēts attiecīgās zinātņu nozares materiāls.

Tikai tad, ja mācību procesā radītajos apstākļos izveidotās jaunās vispārīgās shēmas apvieno kopā atsevišķas darbības (konkrētos faktus un likumus), tā veidojot jaunas domāšanas struktūras, var runāt, ka šādā mācīšanās veidā zināšanu ieguve notiek vienlaicīgi ar audzēkņu intelektuālo attīstību (Гальперин, 1969, 1976).

Mijiedarbības procesā ar apkārtējo pasauli cilvēkam izveidojas īpašs tās atspoguļošanas mehānisms – individuāla vērtību sistēma. Zināšanas šajā vērtību sistēmā var būt apzinātas, apjēgtas (eksplicitīvas zināšanas) un arī apslēptas, neapzinātas (impilicītīvas zināšanas).

Semantiskā struktūras

Semantiskā struktūras ir individuāla vērtību sistēma, kura raksturo individuālā intelekta saturisku uzbūvi. Zināšanas, kuras atrodas konkrēta cilvēka mentālajā pieredzē specifiski organizētā veidā, balsoties uz semantiskajām struktūrām, aktīvi ietekmē cilvēka *individuālo uzvedību* (Холодная, 1997).

Psiholoģiskajos pētījumos pierādīts, ka individuālā vērtību sistēma *verbālo* un *neverbālo* semantisko struktūru līmenī eksperimentāli atklājas kā noturīgas vārdiskas asociācijas, piemēram, respondentu vairākums vārdam “krēsls” norādīja atbilstošo vārdu “galds”, līdzīgi, “balts” – “sniegs”, “spuldze” – “gaisma”, u.t.t. (Лурия & Виноградова, 1971), (Горелов & Седов, 1998).

Pastāv noteiktas strukturālas likumsakarības individuālās vērtību sistēmas organizācijā gan verbālās, gan neverbālās semantikas līmenī. Jāatzīmē arī semantisko struktūru organizācijas *duālais raksturs*: to saturs, no vienas puses ir invariants attiecībā uz dažādu cilvēku intelektuālu uzvedību dažādās situācijās, bet no otras puses – maksimāli individualizēts un

variātvīvs, atbilstoši katra indivīda subjektīvajiem iespāidēm, asociācijām un skaidrojumiem (Glaser, 1984), (Артемяева, 1999).

Duālais raksturs sākotnēji rada zināmu nenoteiktību semantisko struktūru izmantošanā intelekta izpētē, taču tajā pat laikā ļauj paplašināt pētījumu loku, neierobežo to ‘stingros rāmjos’, ļaujot izmēģināt dažādas pieejas.

Semantisko struktūru satura invariantais raksturs balstoties uz iegūtajiem testu un aptauju rezultātiem ļauj prognozēt cilvēka intelektuālu uzvedību un šo informāciju lietot mācību procesā (Kangro, 2006-b). Piemēram, R. Amthauera intelekta struktūras testa (sniedz intelekta integrētu raksturojumu nosakot tā *verbālā*, *telpiskā* un *matemātiskā* intelekta līmeni (Nikiforovs, 2002) pirmā testa (induktīvās domāšanas un valodas izpratnes izpēte), otrā testa (abstrahēšanās spēju un operēšanas spēju ar jēdzieniem izpēte), trešā testa (sakarību izpēte starp jēdzieniem) izpilde ietver semantisko struktūru izmantošanu.

Savukārt izmantojot semantisko struktūru satura individualizētā un variatīvā rakstura īpatnības iespējama studentu individuālās kognitīvās aktivitātes diferenciācija, piemēram, *mācīšanās stilu* apzināšana un lietošana mācību procesā (Garleja, & Kangro, 2003, 2004), (Kangro, 2006-b).

Jēdzieniskās psihiskās struktūras

Jēdzieniskās psihiskās struktūras ir integratīvas kognitīvas struktūras, kuru uzbūves īpatnības raksturojas ar dažādiem informācijas kodēšanas veidiem, ar dažādas vispārīguma pakāpes vizuālajām shēmām, ar semantisko pazīmju organizācijas hierarhisko raksturu (Холодная, 1997).

Tieši jēdzienu veidošana tiek uzskatīta kā viens no svarīgākajiem augstākās intelektuālās darbības priekšnosacījumiem: 1) jēdziena augstās izšķiršanas (diferenciācijas) iespējas; 2) jēdziena priekšmetiskais raksturs; 3) jēdzieniskās vispārināšanas specifika.

Aplūkosim iepriekš minētos jēdzienu veidošanas nosacījumus.

Jēdziena augstās izšķiršanas (diferenciācijas) iespējas

Jēdziena augstās izšķiršanas (diferenciācijas) iespējas nosaka:

1) Jēdzienu veidošanai ir izšķirošā nozīme intelektuālās attīstības procesā (Выгодский, 1984).

2) Jēdzieniskās domāšanas veidošanās procesā ne tikai pārkārtojas sakarības starp atsevišķām izziņas funkcijām, bet arī notiek katras atsevišķas izziņas funkcijas *rakstura izmaiņa*. Piemēram, pieauguša cilvēka uztvere pārveidojas par sava veida uzskatāmo domāšanu, jo redzes tēlā tiek sintezēti gan tiešo juteklisko priekšstatu īpatnības, gan arī uztveramā objekta izpratnes īpatnības (Ломов, 1991).

3) Subjekts iegūst informāciju par apkārtējo pasauli priekšmetiski-praktiskās, tēlaini (vizuāli)-telpiskās un mutiskās valodas (runas) darbību integrācijas rezultātā. Tā praktiskā realizācija ir guvusi pielietojumu intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijā (Гальперин, 1966, 2002).

4) Jēdzieniskās psihiskās struktūras ir integratīvi kognitīvi veidojumi, kuru sastāvā var izdalīt šādus kognitīvus komponentus: 1) mutiskās valodas (runas); 2) vizuāli-telpiskais; 3) jutekliski-sensoriskais; 4) operacionāli-loģiskais; 5) mnemoniskais (Холодная, 1983).

Jēdziena priekšmetiskais raksturs

Jēdziena priekšmetisko raksturu nosaka:

1) Jebkura intelektuālās atspoguļošanas forma, arī jēdzieniskā domāšana, ir orientēta uz realitātes atspoguļošanu. Tāpēc pašā jēdzieniskās struktūras (kā psihiskā veidojuma) sastāvā ir jābūt elementiem, kuri nodrošina realitātes *priekšmetiski-strukturālo* raksturotāju pārstāvēšanu (novietošanu) jēdzieniskās domas telpā.

Šie elementi ir kognitīvās shēmas, kuras realizē arī jēdzieniskās atspoguļošanas atsevišķu posmu vizualizāciju (Холодная, 1997);

2) Intelektuālās aktivitātes augstāko formu būtības izpratne nevar tikt realizēta neņemot vērā tās organizācijas *telpiskos aspektus* (Рейтман, 1968), (Arnheim, 1965). ‘...cilvēka domāšana lielā mērā izmanto vizuālu iespaidu veidā iegūtos viņa pieredzes elementus, kā arī procesus operējot ar tiem’ (Рейтман, 1968: 208.)

3) *Telpiskā faktora* fundamentālā loma dažādu nozaru inženieru un konstruktoru domāšanas attīstīšanā ir vispāratzīts un ļoti vispārināts daudzu tehniskā intelekta pētnieku viedoklis (Ломов, 1991), (Рабардель, 1999), (Веккер, 2000)

L. Vekkers uzsakta, ka domāšana ir nepārtraukts process, kurā notiek informācijas pārveidošana no psiholoģiskās valodas *priekšmetiski-telpiskām struktūrām*, tas ir, no tēlu valodas uz psiho-lingvistisku valodu jeb *operatoru-simbolisko valodu*.

Problēmas *izpratne* domāšanas procesā tiek gūta noteiktā veidā adekvāti *saskaņojot* operēšanu ar simboliem (domāšanas simboliski-operacionālo komponenti), kas uzdoti, piemēram, formulu veidā, ar strukturāli-priekšmetiskām laika-telpas komponentēm, kuras atspoguļo pētāmo objektu (Веккер, 2000).

Izpratnes procesā radušās grūtības, kā arī moderno datoru-matemātisko sistēmu plašās iespējas to novēršanai, ir analizētas promocijas darba ‘Izglītības pieejā’.

Jēdzieniskā vispārināšana

Jēdzieniskā vispārināšana rada īpašu realitātes izpratnes veidu, kurš balstās uz esošo semantisko struktūru radikālu *pārkārtošanu*:

- 1) Zināšanas par objektu jēdzieniskā līmenī – tās ir attiecīgā objekta dažādas kvalitātes pazīmes (detaļas, sastāvdaļas, aktuālās un potenciālās īpašības, izcelsmes likumsakarības, sakarības ar citiem objektiem, u.c.). Šo pazīmju izdalīšana, uzskaitīšana un citu pazīmju izskaidrošana (balstoties uz esošajām) ļauj cilvēkam iegūt viengabalainas un tajā pat laikā diferencētas zināšanas par pētāmo objektu.
- 2) Notiek visu objekta esošo pazīmju sakārtošana pēc to vispārinājuma pakāpes, situatīvo pazīmju atdalīšana no invariantajām, pazīmju novērtēšana pēc iedalījuma: liela vai maza ir to iestāšanās varbūtība.
- 3) Jēdzieniskajā objekta attēlā realizējas apkārtējai realitātei objektīvi nozīmīgu aspektu atveidošana.

Metakognitīvās pieredzes organizācijas īpatnības

Līdztekus tradicionāli pētāmajiem informācijas pārstrādes procesiem (atmiņa, uztvere, uzvedība, u.c.) eksistē arī intelektuālo darbību regulējoši jeb metakognitīvie procesi (mērķa izvēle, plānošana, prognozēšana, lēmuma pieņemšana, u.c.), kuri pēdējos gadu desmitos arvien vairāk saista psihologu un pedagogu uzmanību (Flavell, 1979), (Brown, 1978), (Borkowski, et al., 1983), (Forrest-Pressley, 1985).

Te iespējama intelektuālās darbības organizācija un regulācija balstoties uz analītisku procesu sintēzi un koordināciju (Шадриков, 1989; 1994), intelektuāla refleksija (spējas domāt par savas domāšanas pamatojumu jeb bāzi) (Давыдов, 2004), (Семенов, 1990).

Tātad, intelekta darbībā regulējošo efektu psiholoģiskais pamats ir metakognitīvā pieredze, kuras galvenais uzdevums ir noteikt kur, kad un kādā veidā tiks izmantoti cilvēka individuālie intelektuālie resursi.

Metakognitīvajā pieredzē var izdalīt četru veidu mentālās struktūras (2.21. att., 154. lpp.) (Холодная, 2002): *nepatvaļīga (reflektoriska) intelektuāla pārraudzība (kontrolē), patvaļīga intelektuāla pārraudzība (kontrolē), metakognitīvā lietpratība (kompetence) un intelektuālā iniciatīva.*

Nepatvaļīga (reflektoriska) intelektuāla pārraudzība (kontrolē)

Vieni no pirmajiem jautājumu loku par intelektuālās darbības nepatvaļīgu pārraudzību skāra kognitīvā neofreidisma virziena pārstāvji R. Gardners, P. Holcmans, G. Kleins u.c. Viņu uzmanības lokā bija tādi strukturāli veidojumi cilvēka izziņas sfērā ("kognitīvā pārraudzība"), kuri būdami pietiekami noturīgi gan situatīvā, gan uzvedības kontekstā, spēj organizēt un koordinēt bāzes izziņas procesus, kā arī spēj ierobežot afektīvo un motivācijas faktoru ietekmi uz izziņas tēla veidošanu (izziņas procesā).

Kognitīvo pārraudzību komplekss veido personībai raksturīgo kognitīvo stilu – individuāli savdabīgu informācijas pārstrādes veidu par savu apkārtējo vidi (uztvere, kategorizācija, novērtēšana interpretācija) (Холодная, 2002).

Individuālās atšķirības kognitīvajos stilos nosaka dažādas adaptīvas pieejas realitātei, kuras var būt vienlīdz efektīvas neatkarīgi no izziņas darbības rezultātu ‘‘pareizības’’ pakāpes (Gardner, et al., 1959).

Ja kognitīvie stili raksturo noteiktus novērojamus izziņas procesu aspektus, tad kognitīvā struktūra atspoguļo to psiholoģisko pamatu, kurš determinē šos procesus (Rapaport, 1957).

.Tātad kognitīvos stilus var uzskatīt kā augsti organizētus intelektuālās darbības mehānismus, kuru ietekme novērojama plašā situāciju spektrā, arī mācību situācijās. Tāpēc pastāv arī dažādas atbildes darbības (reakcijas) atbilstoši konkrētajai mācību situācijai un indivīda kognitīvajam stilam.

Šīs darbības sauc par mācīšanās stiliem (Холодная, 2002):

- individuāli-savdabīgi mācību darbības veidi, kuri rodas studenta (skolēna) izziņas stila (informācijas kodēšanas un pārstrādes stils, problēmas nostādne un risināšana, izziņas attieksme pret apkārtējo realitāti) ietekmē;
- ir atkarīgi no izglītības tehnoloģijas (mācību motivācija, apmācības metodes, mācību-metodiskā literatūra, pedagoga pozīcija).

Jāievēro, ka konkrētam studentam (skolēnam) reālā mācību darbībā piemīt sev raksturīgs personāls mācīšanās stils, kura savdabība atkarīga no studenta (skolēna) individuālās mentālās pieredzes (Холодная, 2002).

Tāpēc uz mentālo pieredzi balstītu intelektuālo spēju attīstīšanā nozīmīga ir mācīšanās stilu apzināšana un lietošana mācību procesā (Dunn & Griggs, 2000), (Terregrossa & Englander, 2000),

Balstoties uz P. Honey, A. Mumford metodiku (Honey, & Mumford, 1986, 1995) mācīšanās stilu apzināšanas metodiku arī autora pētījumos ir analizēta mācīšanās stilu lietošanas lietderība matemātika studijās.

Patvaļīga intelektuāla pārraudzība (kontrolē) (2.21.att., 154. lpp.)

Līdztekus nepatvaļīgai intelektuālai kontrolei ne mazāk svarīgi ir arī tādi metakognitīvās pieredzes komponenti (patvaļīga intelektuāla kontrole), kuri apzināti regulē indivīda intelektuālo uzvedību.

Aplūkosim galvenos patvaļīgas intelektuālas kontroles pamatā esošos psiholoģiskos indikatorus.

1. Prasme plānot – izvirzīt galvenos mērķus un blakus mērķus savai intelektuālai darbībai, apsvērt to realizācijas līdzekļu iespējas, izveidot pakāpenisku darbību plānu, u.t.t. Te galvenā

loma ir mērķa veidošanas procesiem (Тихомиров, 1977, 2002), (Ильин, 2002) (sk. "Procesuāli-darbības pieeja", 106. lpp.).

2. Spējas paredzēt pieņemto lēmumu sekas, kā arī prognozēt problēmas risinājuma iespējamās izmaiņas (Холодная, 2002), (Baron, 1994), (Mayer, 1991).

3. Spējas novērtēt – subjektīvi noteikt savas intelektuālās darbības atsevišķu posmu kvalitāti (īpašības), darbības rezultātu kopumā, kā arī savas zināšanas tajā vai citā darbības sfērā (arī visai ekstremālā, kuru raksturo samērā trūcīgs un principā maz pieejams zināšanu klāsts) (Varela, Thompson, Rosch, 1991)

4. Spējas pārtraukt vai apturēt savu intelektuālo darbību jebkurā tās izpildes posmā (Sternberg, 1988).

5. Spējas izvēlēties pašmācības stratēģiju to modificējot un uzlabojot atbilstoši jaunām prasībām un savām intelektuālajām iespējām (Sternberg, 1988), (Ландау, 2002, 121), (Гончарук, 2002)

Patvaļīga intelektuāla kontrole ir lielā mērā (vispirmām kārtām) saistīta ar jēdzienisko struktūru izveidošanas pakāpi un organiski iekļaujas jēdzienveidošanas procesā (Выгодский, 1982).

Metakognitīvā lietpratība (kompetence) (2.21. att., 154. lpp.)

Metakognitīvā lietpratība ir īpaša mentālās pieredzes forma, kura raksturo līmeni un tipu priekšstatiem par saviem individuālajiem intelektuālajiem resursiem.

Metakognitīvā lietpratība ietver (Холодная, 2002), (Flavell, 1979):

1. Savu individuālo intelektuālo īpašību (atmiņas, domāšanas procesu īpatnības, problēmas nostādnes un risināšanas paņēmieni, utt.), kā arī savas intelektuālās darbības pamatnostādņu zināšanas (priekšstati par savu atcerēšanās procesu likumsakarībām, efektīvām domāšanas likumībām, atšķirības starp loģiski nepieciešamiem un empīriski pareiziem spriedumiem, utt.).

2. Prasme novērtēt savas individuālās intelektuālo īpašības ne tikai līmenī "slikts – labs", "nepietiekams – pietiekams", bet arī pašpietiekamības līmenī. Intelektuālais spējīgums (kompetence) vai nespējīgums (nekompetence) var būtiski ietekmēt personības intelektuālās attīstības raksturu un gaitu.

3. Gatavība lietot sava individuālā intelekta stimulēšanas un regulēšanas paņēmienus. Attiecīgi viens no intelektuālā brieduma kritērijiem ir cilvēka spēja operatīvi un efektīvi mobilizēt savus intelektuālos spēkus radušās problēmas risināšanai. Jāpiebilst, ka intelektuālās mobilizācijas paņēmieni katram cilvēkam ir ļoti individualizēti.

Intelektuālā iniciatīva. (2.21. att., 154. lpp.)

Intelektuālā iniciatīva pieļauj īpašu izziņas attieksmi pret apkārtējo pasauli, pie kuras individuālais spriedums par vienu un to pašu notikumu raksturojas ar šī notikuma subjektīvo izprašanas paņēmieni *variativitāti* un daudzveidību, kā arī adekvātu uztveri attiecībā uz neparastiem, pat potenciāli psiho-traumatiskā aspektā raksturojamiem notikumiem (Холодная, 2002-1), (Varela, Thompson, Rosch, 1991).

Intelektuālās iniciatīvas izveidi raksturo šādi *specifiski individuāli* prāta (mentālie) stāvokļi:

1. Vienas un tās pašas parādības skaidrojuma viedokļu *daudzveidības* iespējamības apjaušana (Штернберг, 2000, 94-150), (Меерович & Шрагина, 200, 228-243), (Бюзен Т. & Бюзен Б., 2003, 121-130), (Бухвалов, 2003, 52-65), (Латыпов, 2005, 134-146), (Поёа, 1976, 102, 111, 138).
2. Gatavība izmantot pētāmās parādības *dažādus* attēlošanas un analīzes paņēmienus, tajā skaitā, spēja patvaļīgi pāriet no viena paņēmiena uz citu (piemēram, no loģiski-analītiskā uz tēlaino (vizuālo), no intuitīvi-asociatīvā uz algoritmisko, no darbības-praktiskā uz spēles (imitācijas), utt. (Штернберг, 2000, 47-88, 384-395), (Меерович & Шрагина, 2003, 37-45), (Бюзен Т. & Бюзен Б., 2003, 121-168), (Бухвалов, 2003, 15-51), (Латыпов, 2005, 153-207).
3. Citu cilvēku viedokļu ievērošanas apzināšana, kā arī spēja *sintezēt* dažādas izziņas pozīcijas dialoga apstākļos ar citiem cilvēkiem (Varela, Thompson, Rosch, 1991, 85-136), (Штернберг, 2000, 465-514), (Бюзен Т. & Бюзен Б., 2003, 159-184).
4. Īpaša *attieksme* pret pretrunām un paradoksiem saistībā ar neparastām ziņām (informāciju) gatavībā pieņemt to bez jebkādiem subjektīviem sagrozījumiem aizsardzības nolūkos (Меерович, & Шрагина, 2003, 148-163), (Латыпов, 2005, 98-122).
5. Individuālo spriedumu *relatīvais* raksturs, kurš izpaužas iespējās no vienas puses piekrist pēc sava satura acīmredzami dažādiem informācijas avotiem, bet no otras puses šaubīties (kritiski pieiet) it kā pilnīgi neapstrīdama informācijas avota datiem (Штернберг, 2000, 515-530), (Бухвалов, 2003, 66-71), (Латыпов, 2005, 98-122).
6. Līdztekus stingri reglamentētai un uz loģiku balstītai apkārtējās realitātes uztverē pilnīgi *nenoliegt* principu "iespējams viss – pat arī tas, kas nav iespējams". Parasti, jo augstāks cilvēka intelektuālais potenciāls, jo grūtāk ir viņu ar kaut ko pārsteigt: pat paši neticamākie notikumi izrādās viņam subjektīvi sagaidāmi. (Штернберг, 2000, 351-383), (Меерович, & Шрагина, 2003, 306-310), (Латыпов, 2005, 190-207).

Intencionālā pieredze. (2.21. att., 154. lpp.)

Intencionālā pieredze kā individuālās mentālās pieredzes attīstības rezultāts raksturojas ar individuālās intelektuālās aktivitātes virzību un selektivitāti. Intencionālo pieredzi raksturo trīs mentālās struktūras: *intelektuālās priekšrocības, pārliecība un prāta ievirze* (Холодная, 2002).

Intelektuālās prioritātes sākuma stadijas psiholoģiskie indikatori ir izziņas noslieces (intereses), vēlāk intelektuālās prioritātes ietekmē cilvēks izvēlas noteiktu priekšmetisku sfēru (zinātņu nozari), tās studēšanas veidus, informācijas avotus un pārstrādes veidus. Jo augstāks ir cilvēka intelektuālais potenciāls, jo plašāks ir viņa intelektuālās prioritātes izvēles loks – sarežģītu objektu un situāciju izpēte, kuru risinājumā izvēloties neordinārus un grūtus uzdevumus, saturošus pretrunīgus un paradoksālus notikumus, u.t.t.

Intelektuālās prioritātes iezīmē (identificē) cilvēka intelektuālajām iespējām visvairāk atbilstošo realitātes sfēru (darbības jomu), kurā viņa intelektuālie resursi var tikt realizēti ar maksimālo efektivitāti (Холодная, 2002-1), (Павен, 1999, 2002).

Tātad ar *intencionālo pieredzi* saprotam mentālās struktūras, kuras veido individuālo intelektuālo noslieču (tieksmju) bāzi. To galvenā nozīme – subjektīvo kritēriju izvēle un veidošana attiecībā uz pētāmo priekšmetisko sfēru, uz problēmas risinājuma meklēšanu, uz informācijas avotiem un to pārstrādes veidiem.

No intelektuālajām intencēm var izdalīt sava veida *intelektuālo pārliecību [belief]* radušos pārdzīvojumu iespaidā “fatālā” nepieciešamībā izrādīt savu attieksmi (uzskatus, viedokli) pret notiekošo.

Raksturīgākie intelektuālās pārliecības izpausmes veidi ir: ticība noteiktu principu esamībai par pētāmo objektu vai parādību būtību; nešaubīga sākotnēja pārliecība par realitātes izpētes izvēlētā ceļa (veida) pareizību.

Pie intelektuālajām intencēm pieder savā veidā specifiska **intelektuālā pārliecība [belief]** radusies pārdzīvojumu iespaidā “fatālā” nepieciešamībā izrādīt savu attieksmi (uzskatus, viedokli) pret notiekošo. Raksturīgākie intelektuālās pārliecības izpausmes veidi ir:

- ticība noteiktu principu esamībai par pētāmo objektu vai parādību būtību;
 - nešaubīga sākotnēja pārliecība par realitātes izpētes izvēlētā ceļa (veida) pareizību.
- (Холодная, 2002-1), (Hannula, 1998), (Павен, 1999, 2002),

Intelektuālo pārliecību var aplūkot matemātikas studiju kontekstā. Pēc somu izglītības pētnieka E. Pehkonen pētījumiem matemātikas *nozīmīgumu, pārliecību [belief, conviction, creed]* (Stingra, noteikta ticība un pieņēmums par (kaut kā) patiesumu, nozīmīgumu, vērtību.

Intelektuālās pārliecības piemērs matemātikas studiju kontekstā ir somu izglītības pētnieka E. Pehkonen pētījumiem matemātikas *nozīmīgumu, pārliecību* [*belief, conviction, creed*]. Šie intelektuālo pārliecību raksturojošie faktori ir saturiskā ziņā ļoti aptveroši, tāpēc izmantojami matemātikas studiju procesa organizācijā, piemēram, matemātikas studiju procesu raksturojošo invariantu (studiju priekšmeta, loģiskie un pedagoģiskie) izveidē (Kangro, 2006-b) (plašāk par studiju procesa invariantiem sk. 80. lpp.).

Akcentējot emocionālo faktoru nozīmību intelektuālo resursu efektivitātes skaidrojumā jāatzīmē arī tāda intelektuālo intencu sastāvdaļa kā **prāta ievirze** [умонастроения], kuras aktualizācijai vislabvēlīgākās iespējas ir radošā darbība, īpaši saistībā ar jaunu mērķu un ideju radīšanu (Холодная, 2002-1), (Равен, 1999; 2002).

Tā ir nesaraucami saistīta ar iepriekš analizēto intelektuālo pārliecību, jo derīga, dzīvotspējīga ideja vienmēr rodas līdz ar pārliecību par mērķa sasniegšanu – ar pārliecību, ka dotā problēmu situācija noteikti novedīs pie atrisinājuma (Поля, 1976, 82-83, 249-250, 258). D. Poija šo procesu raksturo ar *mobilizāciju* un *organizāciju*.

Pozitīvu emociju attīstīšanā un līdz ar to intencionālās pieredzes bagātināšanā un pilnveidošanā ar T. Wedege rekomendēto pieeju (ar *emocijām* saistītās problēmas matemātikas apgūvē nepieciešams risināt ar *konteksta pieejas* palīdzību (Wedege, 1999)) un ar J. Evansa ieteikumu (pētot attiecības starp emocijām un domāšanu izmantojot T. Wedege konteksta pieeju un savus ieteikumus) var iepazīties procesuāli-darbības pieejā (117. – 119. lpp.).

2.2. Matemātiskā domāšana kognitīvā darbībā

Informācijas tehnoloģiju laikmetā par aktuālu pētījuma priekšmetu kļūst fundamentālo, dabaszinātņu, sociālo zinātņu un to pielietojumu mijsakarbības, kuru savstarpējā iedarbība un tās rezultāti vistiešākā veidā ietekmē izglītības kvalitāti.

Šajā procesā indivīda radošas darbības un harmoniskas attīstības iespēju veidošana, to saskaņošana ar jaunajām tehnoloģijām mūsdienu informācijas telpā nav iedomājama bez cilvēka psihisko procesu – kognitīvo, emocionālo un regulatīvo [*регуляционно – волевых*] izpētes.

Inženierzinātņu vēsture rāda, ka progress tajās un jaunu tehnisku zināšanu ieguve bija iespējama tikai līdz ar jaunu **artefaktu** (tehniska struktūra, funkcionējoša ierīce, instruments, simboliski objekti (Рабардель, 1999), empīriskā pētījuma blakusprodukts (Colman, 2003)) izstrādi un realizāciju.

Jautājumi par cilvēka un artefaktu mijiedarbību to pielietošanas kontekstā vēl joprojām nav līdz galam izstrādāti un apzināti. Īpaši tehnocentriskā viedokļa pārstāvju vidū tiek noliegta jaunu zināšanu ieguves iespējas artefaktu izmantošanas procesā.

Piemēram, J. Perrins apgalvo, ka jaunu artefaktu attīstības un ģenēzes likumi seko no artefaktu veidošanā iesaistīto domāšanas un organizācijas procedūru raksturotājiem (Рабардель, 1999). Svarīgi, ka formulējumā ietverta darbības kategorija, taču šoreiz gan tikai attiecībā uz artefakta izstrādātāju, jo pēc J. Perrina viedokļa artefakta lietošanas procesā netiek radītas jaunas zināšanas.

Izteiktā viedokļa analīze ir aktuāla, aplūkojot matemātikas studijas (inženierzinātņu, ekonomikas u.c. specialitātēs) datortehnikas pielietošanas kontekstā – vai datortehnika matemātikas studijās ir tikai līdzeklis darba noformēšanai, dažādu aprēķinu veikšanai: rutīnu un garlaicīgu operāciju atvieglotai izpildei; vienkārši veicamo uzdevumu ātrākai izpildei; tikai “lūkājōšu” krāsaini noformētu animācijas kadru virknējums bez jebkādas informācijas par apgūstamajiem matemātiskajiem jēdzieniem; tikai instruments jeb “melnā kaste” (Noss, 1999), vai arī interaktīvs sadarbības partneris (Woods, Roth, Bennet, 1990) uz kognitīvās vizualizācijas principa balstītu piemēru izveidē un jaunu zināšanu ieguvē (Kangro, 2000), problēmu uzdevumu risināšanā, savas matemātikas radīšanā atbilstoši savām spējām, paredzot to pilnveidi un rosinot uz diskusiju un sadarbību (Townwed, 2001), mēdijs starp matemātiskā jēdziena simbolisko reprezentāciju – *zīmi* [*sign, metaphor*], šī jēdziena objektīvo saturu jeb *nozīmi* [*meaning*] un tās adekvātu *mentālu atspoguļojumu* [*image*] (Vinner, 1991), tilts starp redzamību un izpratni, starp inženierzinātnēm un matemātiku (Kent & Noss, 2000), (Carreira,

2001), (Doerr & Tripp, 1999), (Kalis & Kangro, 2003-c) un, iespējams, pat izaicinājums jaunam atklājumam.

Autors pievienojas L. Bannon un S. Bodker viedoklim (Bannon & Bodker, 1991), kuri uzskata, ka paši artefakti to lietošanas procesā nepārtraukti attīstās, atspoguļojot to lietotāju vēsturisko un praktisko pieredzi. Pēc minēto autoru domām, piemēram, informātikas un datortehnikas pielietošana jāuzskata kā līdzekļu kopums, kuru izstrāde un lietošana rada jaunus apstākļus gan individuālai, gan kolektīvai darbībai. Artefaktu lietošana izmaina ne tikai psihisko funkciju *operacionālo*, bet arī *motivācijas* un *funkcionālo* sfēru.

Vispārējās intelekta spējas ir indivīda psihiskās atspoguļošanas formas, kas izpaužas *izziņas* procesos: **Uztverē, atmiņā** [*memory*] (Psihisko procesu noiršu kopums, ka nodrošina informācijas radīto, pieredzē gūto domu, tēlu, kustību, modeļu utt. iegaumēšanu, atjaunošanu apziņā un aizmirstānu (Beļickis, 2000)), **iztēlē** [*imagination, fantasy*] (Psihiska norise – (kaut kā) jauna radīšana apziņā tēla, priekšstata un idejas atveidā, parasti jaunrades procesā; tēlainis priekšstats (Beļickis, 2000), domāšanā.

Aplūkosim cilvēka intelektuālās attīstības kognitīvo procesu galvenos raksturotājus, kā arī moderno tehnoloģiju iespējas to izpētē un attīstīšanā.

Kognitīvo procesu raksturošanā kā galvenos B. Lomovs (Ломов, 1991) izdala trīs psihiskās atspoguļošanas līmeņus: **sensori (uztveres)-perceptīvo** [*сенсорно – перцептивный*], **reprezentatīvo** [*представленческий*], **verbāli-loģisko** [*вербально – логический*].

Sensori-perceptīvais psihiskās atspoguļošanas līmenis

Sensori-perceptīvais psihiskās atspoguļošanas līmenis ir cilvēka *garīgās* un *psihiskās* attīstības *sākotnējais* līmenis. Šī līmeņa kognitīvie procesi ir dzīvības uzturēšanas pamtfenomens, kas iekļaujas cilvēka izziņas struktūras veselumā. Būdam kā sākotnējais līmenis tas nezaudē savu nozīmi visā dzīves laikā pamats (Ананьев, 1980).

Jau 70 gados B.Ананьевs rakstīja par speciālo tehnisko līdzekļu iespējām *attīstīt* cilvēka *sensori-perceptīvās spējas* (Ананьев, 2001): funkcionālās (piemēram, jūtīguma diapazons, sensoro signālu grupēšana) un operacionālās (piemēram, acu mērs).

Mūsdienās ar moderno informācijas tehnoloģiju palīdzību iespējams pilnīgāk un efektīvāk realizēt, piemēram, **uzskatāmības** [*visuality*] (objekta īpašība, kas, uztverot šo objektu ar redzi, izpaužas kā tā ārējā izskata, apveida skaidrība un vienkāršība; iekšējās uzbūves viegla uztveramība, saprotamība (Beļickis, 2000)) **principu**.

Moderno informācijas tehnoloģiju lietošanas nepieciešamība uzskatāmības principa realizācijā saistīta ar mūsdienu zinātnē un tehnikā sastopamo pētāmo objektu principiālo un nenovēršamo sarežģītību (Зенкин, 1991):

- 1) pētījumu molekulārajos līmeņos, kas rada objekta apraksta strukturālu komplicētību un noved pie šādas informācijas apjoma kvalitatīva pieauguma;
- 2) diagnostisko metožu kompleksa izmantošana objekta izmaiņu pētīšanā saistīta ar eksperimentālās informācijas apjoma kvalitatīvu pieaugumu;
- 3) matemātisko modeļu nelinearitāte reālu objektu fundamentālās aprakstīšanas līmenī saistīta ar pašu aprēķinu algoritmu sarežģītības un skaitļojamās informācijas apjoma pieaugumu;
- 4) matemātisko modeļu daudzdimensionālā daba (struktūra), kas rada daudzināto "dimensiju lāstu" un noved pie nepieredzēta informācijas apjoma pieauguma, īpaši risinot eksperimentālus uzdevumus un sarežģītu nelineāru sistēmu darbības optimālās vadības uzdevumus;
- 5) praktiski pilnīgi zudušais vizuālais kontakts ar pētāmo objektu, kas pretēji mūsu gribai noved pie svarīgākā zinātniskās jaunrades evolūcijas procesa mehānisma – tēlainās, intuitīvās domāšanas būtiskas degradācijas.

Pēc UNESCO starptautiskās komisijas publicētajiem datiem audzēknis parasti atceras 15% no dzirdētās informācijas, 25% - no redzētās informācijas, 56% - no vienlaicīgi dzirdētās un redzētās informācijas. Pēdējā gadījumā būtiski pieaug apgūstamās informācijas ātrums. Aptuveni 80 – 90% cilvēku pieraduši saņemt informāciju ar redzes analizatora acis – smadzenes palīdzību, pie kam redzes analizatora caurlaidības spēja 100 reizes pārsniedz dzirdes kanālu ausis – smadzenes.

Vizuālās informācijas kvalitatīva uztvere un ātrums ir atkarīgi no vizuālā materiāla demonstrēšanas ilguma nevis no intervāla garuma starp demonstrēšanas posmiem, verbālās informācijas gadījumā – otrādi. Vizuālo informāciju ir vieglāk un precīzāk reproducēt nekā verbālo (Madigan & Rouse, 1974).

Ja vienlaicīgi lieto verbālo un vizuālo informāciju, tad cilvēks vairāk reaģē uz vizuālo nekā verbālo informāciju, pie kam vairāk uzticas vizuālajai informācijai (Геропи, 1972).

Reprezentatīvais psihiskās atspoguļošanas līmenis

Reprezentatīvais psihiskās atspoguļošanas līmenis ir saistīts ar cilvēka spējām – tēlaino atmiņu un iztēli.

Psiholoģijā atmiņu pieskaita pie to psihisko procesu kategorijas, kas piedalās jebkuru citu psihisko aktu nodrošināšanā, uzturot to veselumu. Laba atmiņa ir mācīšanās un personības harmoniskas attīstības priekšnoteikums (Beļickis, 2000).

Atkarībā no iegaumējamās *informācijas rakstura* izšķir emocionālo, kustību, vārdiski loģisko un tēlaino atmiņu (Aivars, 1999).

Tēlainās atmiņas funkcionālie raksturotāji priekšstati-tēli [*образ – представление*] izceļas ar to spilgtumu, saglabāšanās ilgumu, reproducēšanas iespējamību, ar atmiņā saglabātās informācijas apjomu.

Gūtās informācijas atcerēšanās, saglabāšanas un reproducēšanas efektivitāte ir atkarīga no atmiņā fiksētās informācijas apstrādes veida: *atkārtošanas* (biežuma, secības, variativitātes), *sakārtošanas* (atsevišķo sastāvdaļu kombinēšanas, būtisko un mazāk svarīgo saturisko vienību akcentēšana), laika-telpas strukturāli-priekšmetisko *domāšanas komponentu* (priekšstatu) *transformācijas* (laika komponentu transformēšana telpiskos un kvantitatīvos un otrādi) u.c. Datortehnika sniedz praktiski neierobežotas iespējas nosaukto operāciju izpildē (Ломов, 1991), (Беккер, 2000).

Iztēles procesā B. Lomovs (Ломов, 1959) kā svarīgāko iztēles procesa funkciju atzīmē *mentālu tēlu*, kuri glabājas atmiņā un veidojas uztveres procesā, *kombinēšanu*, *akcentuāciju* [*акцентуирование*], *asociēšanu* [*ассоциирование*], objekta *mēroga izmaiņšanu* (pēc telpiskās vai laika dimensijas), domās realizētu *objektu pagriešanu*, laika komponentu *transformēšanu* telpiskos un kvantitatīvos rādītājos un – pretēji.

Tāpat cilvēkam, kurš radījis savu mentālu tēlu, iespējams pārnest to uz datora ekrānu (veicot eksteriorizāciju) un strādāt ar to jau kā ar *reālu objektu*, veicot iepriekš minētās *iztēles* un līdz ar to arī *domāšanas* operācijas (Doerr & Tripp, 1999), (Kalis & Kangro, 2003-c)

Nosauktās iztēles procesa funkcijas ir veidojušās vēsturiskās attīstības procesā un viens no svarīgiem pedagoģijas uzdevumiem ir apmācīt cilvēku tās lietot.

Datortehnika ļauj operatīvi un precīzi realizēt uzdevuma/problēmas risinājuma posmus (4. pielikums) akcentējot katrā posmā *informatīvo* (informācijas aktualizācija, pielietošana, kļūdu diagnosticēšana risinājuma gaitā), *problēmu* (lietojuma aspekti: vēsturiskais, problēmu, teorētiskais, paaugstinātas grūtības pakāpes), *kontroles* (testi vai pārbaudes programmas “ieejas” un “izejas” datu pārbaudei) funkciju izpildi, ievērojot satura loģisko struktūru (Garleja & Kangro, 2003), (Harding, Lay & Quinney, 1996).

Verbāli-loģiskais psihiskās atspoguļošanas līmenis

Augstākais psihiskās atspoguļošanas līmenis ir *verbāli-loģiskā* un *tēlainā* domāšana, kurās tiek veikta *abstrahēšana*, *konkretizēšana*, *vispārināšana* un *operēšana* ar zīmju sistēmām. Šajos domāšanas procesos ir iespējams darboties ar *ideāliem objektiem*, kurus raksturo sabiedriski vēsturiskā prakse vai arī reālu objektu modeļi.

Prasme vispārināt ir lielā mērā atkarīgi no dotās informācijas apstrādes veida – vienkārši pēc gadījuma rakstura izvēlētu atsevišķu daļu veidā vai arī sistemātiski organizētā veidā – no līdzīgu līdz pretēju objektu apskatei.

Vispārināšanā svarīga ir pētāmo objektu “spektra” jeb vērtību kopas noskaidrošana, tās galējo (robežvērtību) un “kritisko” vērtību atrašana šajā “spektrā” (Ломов, 1991). Nosauktā operācija skar tikai vispārināšanas empīrisko līmeni, taču procesu izpētei nepieciešama *empīriskā* un *teorētiskā* līmeņa apvienošana. Teiktais attiecas arī uz mācību procesa induktīvo un deduktīvo izklāsta formu. Te ir dažādi viedokļi.

V. Davidovs (Давыдов, 2000) uzskata, ka īstu *teorētisku zināšanu* iegūšana iespējama ar *deduktīvo* izklāsta formu, kurā atklājas reālais mācību priekšmeta attīstības ceļš, un tam jābūt par pamatu mācību priekšmetu izveidē.

L. Kudrjavcevs (Кудрявцев, 1980), runājot par matemātikas pasniegšanu augstskolā, atzīmē, ka mācību materiāla izklāsta sākumā priekšroka jādod induktīvajai metodei pakāpeniski sagatavojot pāreju uz deduktīvo metodi. Taču teiktais nav jāsaprot burtiski un visās situācijās. Metodes izvēle ir atkarīga no daudziem faktoriem:

- a) studentu kognitīvās darbības stils (jēdzienu uztvere īsi formulētā, pat “saspiestā” vai garāka izklāsta veidā, to formulējums induktīvā vai deduktīvā izklāsta veidā, konstruktīva vai aksiomātiska pieeja, vairāk loģiski pamatota vai arī uz intuīciju balstīta, analītiska vai ģeometriskā izklāsta forma, utt.);
- b) studentu dažāda kognitīvo spēju līmenis (informācijas uztvere, apguve, reproducēšana);
- c) studentu dažāda priekšzināšanu līmenis un studiju motivācija;
- d) mācību priekšmeta konkrētais saturs aplūkots saistībā ar mācību mērķi un iepriekš apskatītajos a) b) un c) punktos sniegto informāciju.

Piemēram, studentam, kurš sastopas ar parciālajiem atvasinājumiem tikai hidrodinamikas kursā, dažādu Laplasa vienādojuma robežproblēmu un harmonisko funkciju vispārīgo īpašību apguve, būs solis no konkrētā uz abstrakto. Turpretī cilvēkam, kurš apgūst diferenciālo vienādojumu vispārīgo teoriju, vai, vēl vairāk, pseidodiferenciālo operatoru teoriju, Laplasa vienādojuma apguve būs konkrēts piemērs. Jebkurā jauno jēdzienu un teoriju izklāsta līmenī ir nepieciešams pienācīgi daudz laika veltīt ilustrācijām konkrētu piemēru un dažādu speciālo gadījumu un īpašu situāciju skaidrojumam.

Detalizētākā veidā aplūkosim *vizuālo domāšanu* kā psihisko funkciju intelektualizācijas (sk. 105. – 106. lpp.) svarīgu sastāvdaļu un matemātiskās domāšanas izpratnei un izpētei būtisku raksturotāju.

Iepriekš tika aplūkots (sensori-perceptīvais un verbāli-loģiskais psihiskās atspoguļošanas līmenis), ka eksistē augsta līmeņa matemātisko abstrakciju pasaule, kura principā nav saredzama un sajūtama, kuru ir grūti izpētīt, izprast un izskaidrot citiem.

Tāpēc vizuālā domāšana (vizualizācija) ļauj atklāt un saskatīt neredzamo – tā intensificē zinātniskā atklājuma procesu un provocē uz negaidītu un brīžiem pat fantastisku atklāsmi. Ar vizuālā domāšana palīdzību ir izdarīti nozīmīgi atklājumi matemātikā.

E.Lorenzs (Lorenz, 1963) 60 gados izmantoja datortehniku diferenciālvienādojumu sistēmu atrisinājumu izpētē laika prognožu izdarīšanai. Grafiski attēlojot *fāzu plaknes* stāvokli, viņš novēroja, ka ļoti mazas sākuma nosacījumu izmaiņas rada pavisam kvalitatīvi atšķirīgus fāzu portretus, tātad pētāmajās diferenciālvienādojumu sistēmās sākuma nosacījumus vairs nevarēja izmantot iespējamā rezultāta paredzēšanai un tas bija “dīvaino atraktoru” teorijas sākums.

Sākot no 1770. Gada Eilers, Lagranžs, Gauss, Hilberts, Hardijs, Vinogradovs un citi slaveni matemātiķi tika pētījuši Klasisko Varinga problēmu [*Classical Waring's Problem (CWP)*]. 140 gadu laikā neviens nevarēja šo problēmu atrisināt. Tikai 1909. gadā D. Hilberts formulēja (CWP) problēmas atrisinājumu (gadījumam $m = 0$). Tikai pateicoties multimēdiju sistēmai CCG-System “Pythagoras” izdevās pilnībā pierādīt D. Hilberta risinājumu un pat formulēt tā *vispārinājumu* – Generalized Waring's Problem (GWP) (gadījumam $m = 1, 2, 3$), kura realizācijā vizuālajai domāšanai līdztekus skaitliskajiem aprēķiniem bija gandrīz vai noteicošā loma (Зенкин, 1991), (Alexander Zenkin & Anton Zenkin, 1997), (Zenkin, 2002).

Lietojot datortehniku kopā ar spektrālās analīzes metodēm ķīmijā izdevās atklāt lielu mākslas darbu viltošanas afēru – 17. gadsimta dāņu mākslinieka J. Vermejera (*Jan Vermeer*) slaveno gleznu “Washing of Feet”, “Woman Reading Music”, “Woman Playing Mandolin” viltojumus, kurus bija veicis arī dāņu mākslinieks Van Meegren (Braun, 1978). Viņš, izveidojot krāsu no attiecīgi apstrādāta nevērtīgu 17. gadsimta gleznu pigmenta, radīja viltojumus, kurus bija grūti atšķirt no oriģināliem.

Matemātikas pasniegšanā īpaša loma ir uzskatāmības principa realizācijai, jo matemātikas apgūvē bieži vien nepieciešama augstāka abstrakcijas pakāpe salīdzinājumā ar citām studiju disciplīnām (Столяр, 1986).

Arī *refleksīvās abstrakcijas* process matemātiskajā domāšanā (sk. 216. – 222. lpp.) bieži vien sagādā grūtības, īpaši, ja trūkst atbilstošas fizikālas, matemātiskas u.c. vizuālas interpretācijas (Dubinsky, 1991), (Skemp, 1987), (Visualisation..., 1991), (Kangro, 2000), (Kangro, 2003).

Vizualizācijas problēmu pētījumiem un izstrādei matemātikas mācīšanā īpaša uzmanība tiek veltīta ASV. P. Van Hiele (Van Hiele P., 1986) pirmo reizi piedāvāja ģeometrijas mācīšanas modeli, kas balstījās uz audzēkņu *vizuālo domāšanu*.

R. Skempa (Skemp, 1987) piedāvātā shēmu teorija matemātikas mācīšanā tika vēlreiz aktualizēta 1990. gadā starptautiskajā rakstu krājumā (*Visualisation...*, 1991) un 1999. gadā, kad ASV Nacionālā matemātikas padome (NCTM) savu kārtējo gadagrāmatu veltīja aplūkotojamam jautājumam.

Vizualizācijas problēma tiek uzlūkota kā svarīgākā sastāvdaļa zināšanu pasniegšanas veidam, kuru amerikāņu pedagogijā un matemātikas pasniegšanas metodikā apskata kā *trīs līmeņu mijiedarbību*:

- konkrēti-praktiskais;
- vizuāli-telpiskais;
- abstrakti-simboliskais.

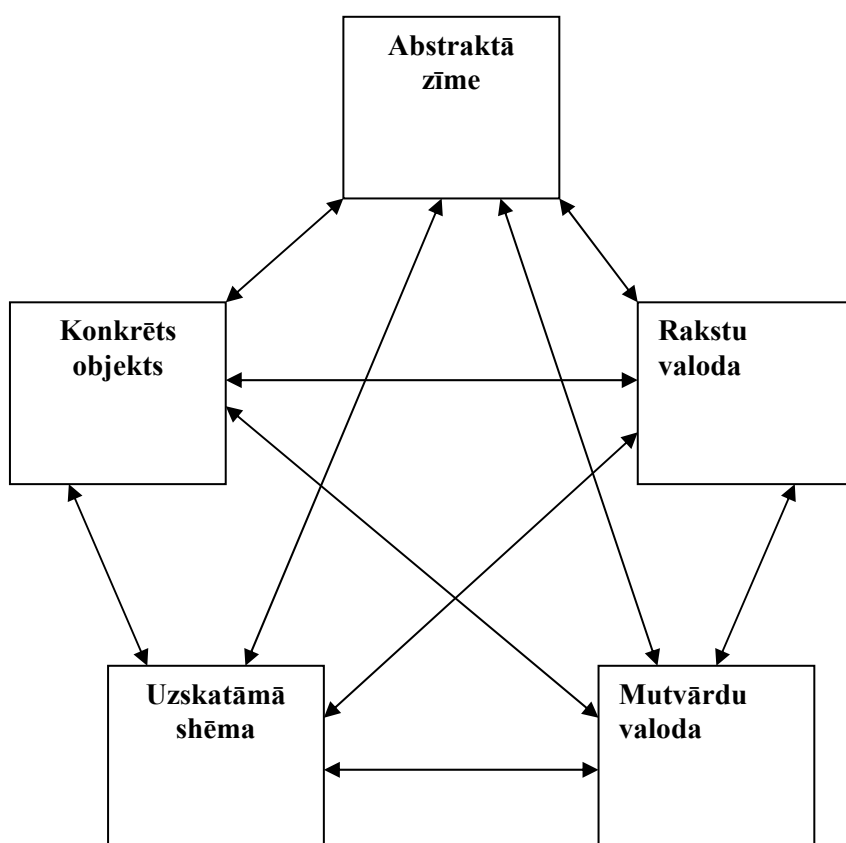
Pirmais līmenis (konkrēti – praktiskais) paredz audzēkņu zināšanu un prasmju veidošanu ar *materializētu darbību* palīdzību (darbības ar reāliem objektiem un procesiem un to modeļiem).

Otrais līmenis (vizuāli-telpiskais) paredz zināšanu *vizuālās prezentācijas* modeļu lietošanu ar dažādu uzskates līdzekļu palīdzību (zīmējumi, rasējumi, grafiki, tabulas, u.c.).

Trešais līmenis (abstrakti-simboliskais) paredz mācību informācijas pasniegšanu *abstrakti-simboliskā* (zinātniskās valodas) veidā (skaitļi, zīmes, simboli, formulas, vienādojumi, u.c.).

Piemēram, 2.22. attēlā redzama zināšanu pasniegšana modeļa shēma:

- abstrakcija (abstraktā zīme);
- konkretizācija (konkrēts objekts);
- simbolizācija (rakstu valoda);
- vizualizācija (uzskatāmā shēma);
- verbalizācija (mutvārdu valoda).



2.22.att. Zināšanu pasniegšanas modelis vizuālās domāšanas interpretācijā (Visualisation..., 1999), (Mathematical, ..., 2003)

Vizuālā pasniegšana veida mijiedarbībā ar pārējiem var noteikt sekojošus līmeņus (Visualisation..., 1999), (Mathematical, ..., 2003):

1. *Dinamiski – vizuālā forma*: reāls process; virtuālā realitāte; videoattēls.
2. *Statiski-vizuālā forma*: reāls objekts; fotogrāfija; ilustrācija/zīmējums/attēls.
3. *Abstrakti-vizuālā forma*: attēls/grāfiks/rasējums; konceptuālā karte (par "plāns-karte" sk. 179. lpp.), shēma, abstrakta zīme/apzīmējums.
4. *Simboliski-verbālā forma*: apzīmējumi/apraksts; nosaukums/apzīmējums; klase/veids.

Grafisko līdzekļu izmantošana risinot diferenciālvienādojumus un to sistēmas ļauj (piemēram, Voltēra-Lotkas divu diferenciālvienādojumu sistēmu u.c.) līdztekus skaitliskajam atrisinājumam parādīt vektoru lauka fāzu portretu (integrāllīnijas, vektoru lauka virziena līnijas, izoklīnas), tā izmaiņas laikā ar attēlu animāciju (Dubinsky, Tall, 1991-b), (Kangro, 2000), realizēt *didaktiskās inženierijas* [*didactic engineering*] koncepcijas – pasniegt zināšanas koncentrētā, lietotājam ērtā formā (loģisko, produkciono, freimu, semantisko tīklu modeļu veidā) (Artigue, 1991).

Apgūstot tematu "Vektoru lauka atvasinājums dotajā virzienā, gradients", trīsdimensiju grafiskā vizualizācija (virsmas šķēlums ar plakni) uzskatāmi parāda virzienu, kurā vektoru lauka izmaiņas ātrums ir vislielākais. Virsmu šķēlumu ar plakni un to savstarpējo šķēlumu grafiskā ilustrācija ļauj labāk apgūt, piemēram, tematus: "Vairākkārtīgie integrāļi" (integrācijas apgabala šķēluma līniju noteikšana), "Daudzfaktoru ražošanas funkcijas" (līmeņa, šķēluma līnijas) (Kangro, 2000) (ilustrācijas sk., 128. – 131. lpp.).

Vizualizācijas nepietiekamā novērtēšana nav jauna problēma. Iespējams, ka tā saistīta ar matemātikas analītiskās būtības pārlieku akcentēšanu. Piemēram, attiecībā uz funkcijas jēdzienu debates par vizuālās reprezentācijas – vizuālais jēdziena attēls [*visual concept image*] vai analītiskās reprezentācijas – analītiskais raksturojums [*analytical characterization*] prioritāti matemātiķu vidū turpinājās gadu desmitiem ilgi (Kleiner, 1988). Vēlāk diskusijas pieklusa vairāk par labu analītiskajam raksturojumam.

Šāds viedoklis dominēja 20. gadsimta matemātikā un tika iedzīvināts arī matemātikas mācīšanā (ne tikai attiecībā uz funkcijas jēdzienu vien) – matemātikas būtība ir analītiska un tā ir vispieņemamākā (Davis & Hersh, 1986). Pat ja matemātiski talantīgiem studentiem piemita spēja vizuāli domāt, viņi necentās to pilnībā izmantot (Clements, 1984).

Nereti vizuālās formas ignorēšana noved pie visai kurioziem rezultātiem. Matemātikas profesoriem tika dots uzdevums – atrast noteiktā integrāļa

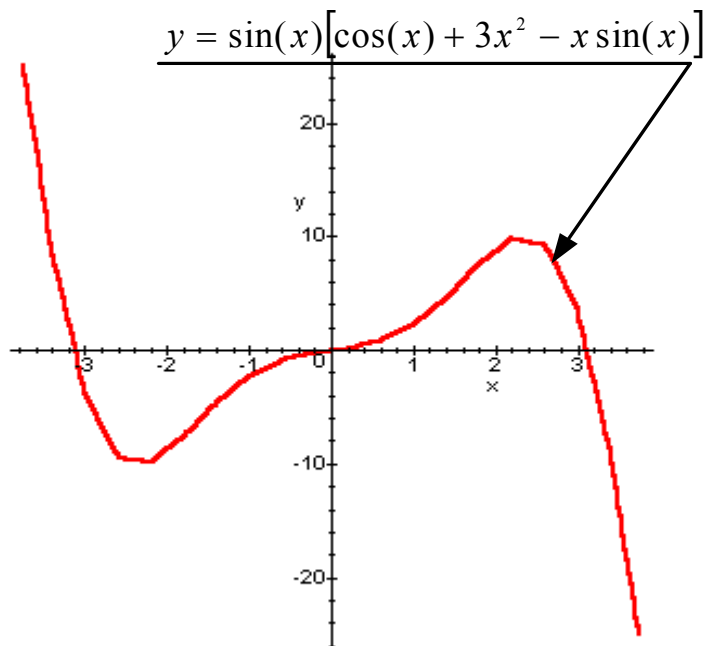
$$\int_{-3}^3 \sin(x) [\cos(x) + 3x^2 - x \sin(x)] dx \text{ vērtību (Drefus \& Eisenberg, 1986):}$$

Gandrīz visi no profesoriem izskaitļoja integrāļa vērtību ar parciālās integrēšanas metodi (analītiskā veidā) un tikai pavisam nedaudzi uzreiz pateica integrāļa vērtību – 0, jo zemintegrāļa funkcija ir nepāra un integrācijas robežas ir simetriskas attiecībā pret koordinātu sākuma punktu, t.i., pielietoja vizuālo atrisinājuma veidu (nevis zīmējot grafiku, bet gan ievērojot, iepriekš minētos nosacījumus). Vēl labāk tas ir redzams (2.23.att.), veicot grafisko eksperimentu ar matemātiskās sistēmas MAPLE palīdzību grafika konstruēšanai uzdodot operatorus formā (Kalis, 2001):

with(plots):

implicitplot(sin(x)*(cos(x)+3*x^2-x*sin(x))-y=0,x=-5..5,

y=-25..25,style=PATCH,axes=NORMAL);



2.23. att. Zemintegrāļa funkcijas grafiks

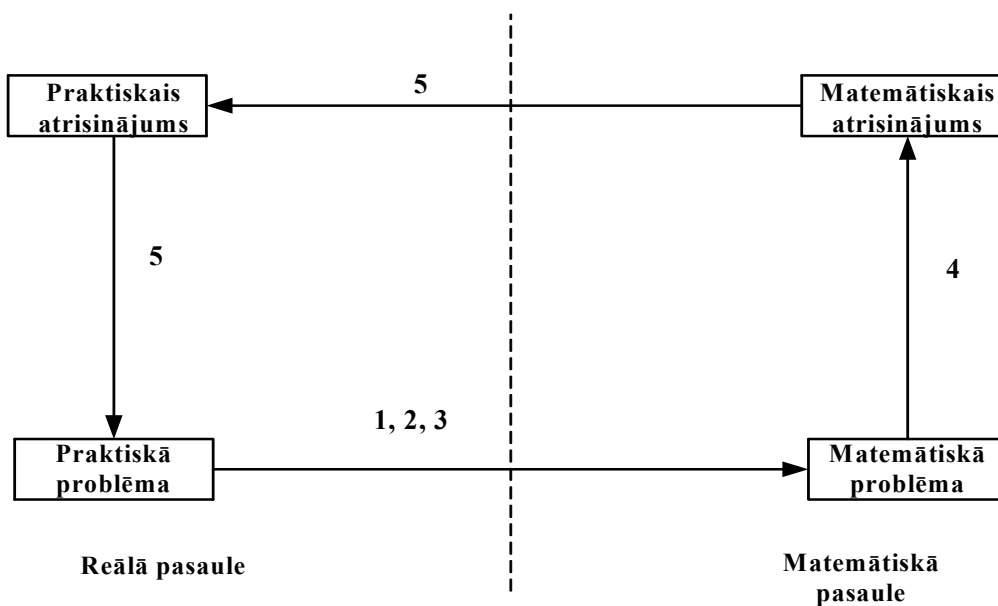
Redzams, ka laukuma daļa zem funkcijas grafika gan pozitīvajā, gan negatīvajā x ass daļā ir vienāda, taču ar pretējām zīmēm (laukuma, kurš atrodas zem x ass, vērtība jāuzskata par negatīvu) un tāpēc noteiktā integrāļa vērtība, kas ir šo laukumu summa, ir vienāda ar nulli. Jāpiebilst, ka moderno matemātisko sistēmu Maple, Matlab, Mathematica, u.c. simboliskā valoda ir visai “draudzīga” lietotājam. Apskatāmajā piemērā operators **implicitplot** definē aizklātā veidā uzdotas funkcijas (visi mainīgie lielumi pārnesti uz vienādības kreiso pusi, labajā pusē ir nulle) $y = \sin(x) \left[\cos(x) + 3x^2 - x \sin(x) \right]$ grafika konstruēšanu, x maiņas apgabals ir intervāls $[-5,5]$ (atbilstošais operators – **x= -5..5**), y maiņas apgabals – intervāls $[-25,25]$ (atbilstošais operators – **x= -25..25**). Redzams, ka nepastāv būtiska atšķirība starp operatora definīcijas un tam atbilstošā matemātiskā jēdziena simbolisko pieraksta formu.

Uzskatāmības principa realizācija ievērojami atvieglo arī **matemātiskās modelēšanas** procesu norisi. Ar modelēšanu saprotam matemātiskas reprezentācijas iegūšanu no nematemātiskiem objektiem, sistēmām vai procesiem, iekļaujot tos matemātiskās struktūrās vai teorijās, tādā veidā atklājot to pašas būtiskākās iezīmes (Dreyfus, 1991). T. Dreyfus un citi autori (Carreira, 2001), (Doerr & Tripp, 1999) uzskata, lai arī cik precīzi un nevainojami būtu

izveidots matemātiskais modelis, kurš precīzi atspoguļo pētāmo procesu vai parādību, nekad nevar būt stingra pārliecība par tā būtības, objektīvajam saturam adekvātas mentālās reprezentācijas (tēla, priekšstata) veidošanos studenta.

Matemātiskās modelēšanas uzdevuma/problēmas reprezentācijā un risināšanā izmantojam “matematizācijas” ciklu, kurš parādīts 2.24. attēlā (The PISA Assessment Framework, 2003), kur “matematizācijas” cikla sastāvdaļās *veicamās darbības* ir šādas:

- 1) praktiskās problēmas formulēšana;
- 2) problēmas nostādnes sasaiste ar matemātiskām koncepcijām un problēmai adekvāta matemātiskā aparāta piemeklēšana;
- 3) ar pieņēmumu, vispārinājumu un formalizācijas palīdzību pakāpeniska “attālināšanās” no praktiskās problēmas (realitātes) akcentējot situācijas matemātiskās iezīmes un gala rezultātā praktiskās problēmas pārveidošana matemātiskajā problēmā;
- 4) matemātiskās problēmas risināšana;
- 5) matemātiskā atrisinājuma interpretācija praktiskās problēmas terminos, atrisinājuma analīze no tā pielietojanas viedokļa.



2.24.att. Matemātiskās modelēšanas uzdevuma/problēmas reprezentācija un risināšana (The PISA Assessment Framework, 2003)

Savukārt katras sastāvdaļas darbību realizācijai tiek izmantota uzdevuma/problēmas risinājuma posmu tabula ar detalizētu katra posma skaidrojumu (4. pielikums).

Ja modelēšanas procesā izpētes objekts ir, piemēram, fizikāla, ķīmiska, ekonomiska parādība ar tām atbilstošu matemātisko modeli, tad mentālās reprezentācijas procesā

matemātiskajam modelim tiek radīts vairāk vai mazāk adekvāts mentālais tēls (vai pat vairāki un to dažādas kombinācijas) un vizualizācijai šajā procesā ir ļoti svarīga vieta.

Piemēram, A. Einšteins rakstīja Dž. Adamāram, ka vārdi un valoda rakstveidā vai mutvārdos ir ļoti nenozīmīgi viņa domāšanā. Daudz svarīgāk ir domu radītas psiholoģiskas konstrukcijas – vairāk vai mazāk skaidri *attēli* vai *zīmes*, kuri brīvā veidā var tikt reproducēti un kombinēti (Hadamard, 1945).

Redzams, ka aplūkoto matemātiskās domāšanas procesu, īpatnību un elementu uzskaitījuma ievērojama vieta ir zīmju-simboliskās sistēmas – valodas, vārdu, simbolu un to savstarpējo attiecību elementiem.

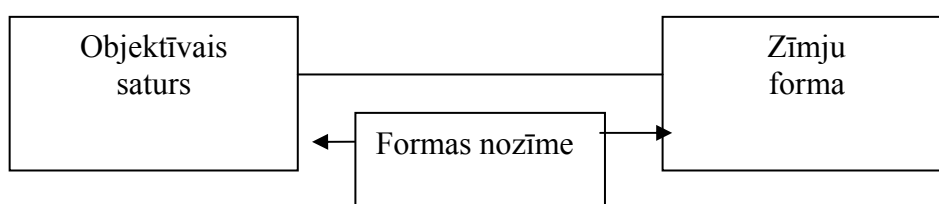
Zīmju-simbolu sistēma matemātikas apgūvē

Aplūkosim zīmju-simboliskās sistēmas elementu lietojumus kognitīvā darbībā zināšanu attēlošanu, iegūšanu, izpratni un lietošanu.

Pagājušā gadsimta 70 un 80. gados matemātikas metodikā ievērojami pieauga interese par zināšanu attēlošanu jauno informācijas tehnoloģiju pielietošanas kontekstā matemātikas apmācībā. Šī problēma nodarbināja zinātnieku un izglītības darbinieku prātus arī agrāk. Piemēram, L. Vigodskis pētīja zīmes un simbolus kā nepieciešamus elementus ārējo zināšanu pārveidošanas procesā par iekšējām: zīme kā "starpnieks" ārējo zināšanu transformācijas procesā *iekšējās* jeb *intelektuālajās*.

G. Šcedrovickis (Щедровицкий, 1995) domāšanu uzlūko divos aspektos:

- 1) kā *fiksētas zināšanas*;
- 2) kā noteiktu *objektu attēlu* vai kā *procesu/darbību*, kurā zināšanas veidojas (2.25. att.).



2.25. att. Domāšana kā zināšanas un to ieguve (Щедровицкий, 1995)

Šeit otrais elements (zīmju forma (*знаковая форма*)) pēc noteiktiem likumiem aizstāj vai atspoguļo pirmo – (objektīvais saturs (*объективное содержание*)). Ar objektīvo saturu saprotam tās apkārtējās realitātes (īstenības) darbības sfēras, kuras tiek aizstātas vai atspoguļotas zīmju formā. Ar formu saprotam parādības un procesus, kuros tiek aizstāts vai atspoguļots objektīvais saturs. Terminu "zīmju forma" lieto tāpēc, ka atspoguļošanas procesi

un parādības sākotnēji ir reāli objekti (piemēram, skaņas, rakstu valoda, praktiskās darbības priekšmeti u.c.). Saikni starp objektīvo saturu un zīmju formu sauc par formas nozīmi jeb jēgu (*значение формы*).

V. Rozins (Розин, 1966) balstoties uz zināšanu attīstības mehānismiem un likumsakarībām, pētīja zināšanu un zīmju sistēmu analīzes metodes matemātikā un atklāja sekojošus principus:

- 1) zināšanu satura operacionālā rekonstrukcija;
- 2) zināšanu un domāšanas operāciju attīstība pa līmeņiem;
- 3) zināšanu aizvietošana un strukturālā veidošanās;
- 4) zināšanu priekšmeta un objekta nodalīšana.

Viņa pētījumus par zināšanu un zīmju sistēmu analīzes metodēm matemātikā var pārnest arī uz citām zinātnēm.

Shlomo Vinner (Vinner, 1991) ir izveidojis izziņas darbības teorijas progresīvajā [*advanced*] matemātiskajā domāšanā. Viņš apskatīja atšķirības starp matemātiskajā teorijā dotā jēdziena *abstrakto definīciju* un šī jēdziena *attēlu* indivīda prātā (*priekšstatu*) un uzskata, ka jēdziena definīcijas zināšana vēl negarantē jēdziena izpratni. Par jēdziena attēlu (*concept image*) viņš uzskata kādas *neverbālas* asociācijas saistītas ar jēdziena vārdisko formu. Jēdziena attēls var būt tā *vizuāla reprezentācija*, dažādu iespaidu vai iepriekšējās pieredzes klāsts. Protams, vizuālais attēls, priekšstats, iegūtie iespaidi un agrākā pieredze saistībā ar jēdziena nosaukumu tiek pārveidota jēdziena vārdiskajā formā, taču tas notiek vēlākajā stadijā. Viņš apskata dotā jēdziena abstraktās definīcijas un šī jēdziena attēla savstarpēji iespējamus stāvokļus un sniedz rekomendācijas to izvēlei atkarībā no apmācības mērķa un studentu matemātiskajām spējām.

Problēmās saistītās ar zinātnisko teoriju analīzes un veidošanas metodēm, ievērojamu ieguldījumu devis (Рузавин, 1999). Zinātniskajā pētījuma viņš klasificē divas galvenās izziņas stadijas: *empīrisko* un *teorētisko*, kur pēdējā nosauktajā plaši lieto jēdzienus, spriedumus, hipotēzes un likumus. Viņa darbos ir aplūkota *matemātiskā modelēšana* kā visefektīvākais līdzeklis saistības nodrošināšanai starp zinātniskā pētījuma sistēmisko pieeju un tā izziņas teorētisko stadiju – matemātiku. Pētījumā nepieciešams izveidot dažādus pētāmo procesu modeļus, sākot no *materiālajiem* un beidzot ar *konceptuālajiem* un *matemātiskajiem*. Tādi modeļi balstās uz īpašību un attiecību analogiju starp oriģinālu un modeli (Kalis, Kangro, 2007).

Konceptuālajos modeļos tiek attēlotas loģiskās saites starp modelētās sistēmas elementiem, bet matemātiskajos modeļos tiek pētītas vienādojumu sistēmas, kuras šīs saites attēlo. Izmainot šo vienādojumu parametrus, var iegūt dažādus modeļu variantus, aprēķināt to

skaitliskās vērtības ar datortehniku, un salīdzināt iegūtos rezultātus ar reālo eksperimentu. Tādus skaitliskus eksperimentus pēdējos gados arvien biežāk izmanto dažādu zinātnisku, ekonomisku, ekoloģisku un citu problēmu risināšanā un, protams, jārealizē arī augstskolā (Kalis, Kangro, 2009), (Teirumnieks, Teirumnieka, Kangro, Kalis, 2009).

Bieži vien nosaukto modeļu veidošanā izmanto iedomātus (mentālus) uzskatāmus modeļus, kuros veiksmīgi izveidotais attēls palīdz atklāt jutekliski neuztveramu parādību īpašību un mehānismu īpatnības (Kalis, Kangro, 2004).

G. Ščedrovickis pagājušā gadsimta 70. un 80. gados viņš izstrādāja veselu teoriju par zīmju un komunikāciju problēmām, radīja teorētiski metodoloģiskas shēmas lai raksturotu tādas tradicionālas tēmas kā vērtība un nozīme, domāšana un izpratne, jēdziens, zināšanas, modelis, utt. Izziņas problēmas risināšanu viņš uzlūko kā domāšanas procesu. Tāpēc uzdevumu risināšanas procesu izpēte daudzos aspektos faktiski sakrīt ar domāšanas procesu izpēti. G. Ščedrovickis uzskata, ka domāšanas operāciju būtība ir pētāmo objektu aizvietošana ar citiem objektiem (etaloniem (эталонами), ‘‘vidutājiem’’ (посредниками)) vai zīmēm (Щедровицкий, 1995).

Aplūkosim G. Ščedrovicka raksturo hipotētiski izveidotā pētāmā objekta attēla funkcijas un būtību. Šāda struktūra ievērojami atvieglo operēšanu ar zināšanu sistēmu, precīzāk, nodrošina tās formalizāciju (Щедровицкий, 1995):

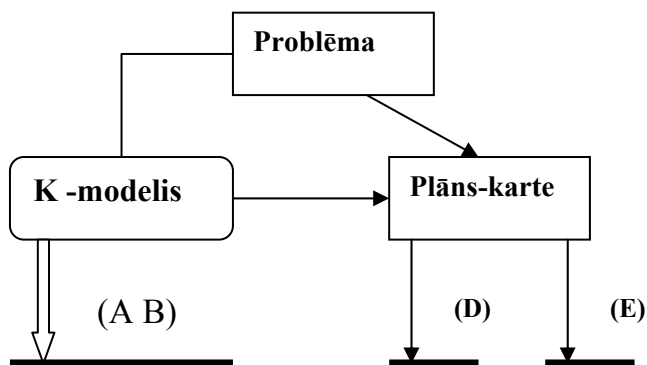
- 1) objekta attēlā tiek apkopots un apvienots ar esošo zināšanu palīdzību iegūtais objektīvais saturs par pētāmo objektu;
- 2) objekta attēla struktūra tiek izveidota kā ‘‘bāze’’ un ‘‘sākotne’’ visiem tiem iespējamajiem objekta izpausmes veidiem, kuri atklājas tiešā izziņas darbībā ar šo objektu;
- 3) izmantojot īpašu kognitīvu darbību ar pašu attēlu un zināšanu priekšmetu balstītu uz attēlu, tiek izsecinātas un iegūtas jaunas saliktas zināšanas par šo objektu.

Ar G. Ščedrovicka pieeju iegūto objekta attēla raksturojumu var uzskatīt kā līdzekli, kurš ļauj plānot objekta izpētes *ceļus* un *shēmas*.

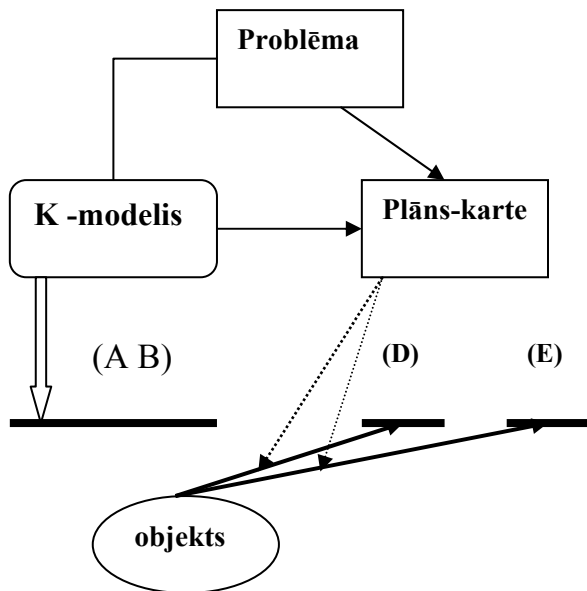
Tas ir attēlots kā jaunu speciālu zināšanu iegūšanas veids par objektu pēc iepriekš sastādīta plāna (zīmes (D) un (E)) (2.26.att. un 2.27.att.). *Līnija (A B)* apzīmē atjaunoto un apvienoto zināšanu sistēmu, bet *dubultā bulta* – šīs sistēmas iegūšanas procedūras balstoties uz objekta speciālu attēlu, *K – modelis* – pētāmā objekta attēls, *plāns-karte [plan-card]* – veicamās darbības līdz speciālā zinātniskā eksperimenta sākumam, tās satur visus tā galvenos mezglus un nodaļas, nosaka līdzekļus un darba metodes katrā no tiem.

Zināšanu ieguvē ir iespējami divi varianti. Pirmajā variantā tiek iegūtas zināšanas (D) un (E), balstoties uz plānu-karti un darbojoties tikai ar modeli (2.26.att.). Tikai pēc tam mēs interpretējam iegūtās zināšanas attiecībā pret objektu un tā empīrisko materiālu. Otrajā

gadījumā plāns-karte nosaka nevis zināšanas, kuras tika iegūtas no modeļa, bet gan tikai no objekta empīriskās analīzes procedūras (2.27.att.).



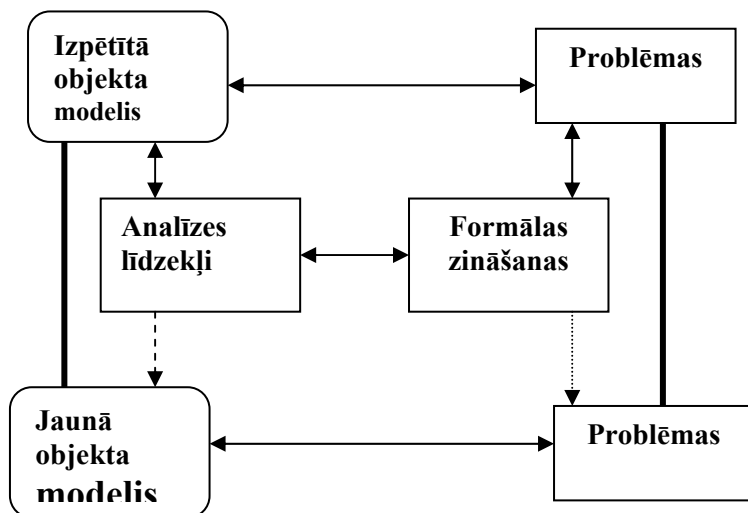
2.26.att. Jaunu speciālu zināšanu iegūšana ar plān-kartes un modeļa palīdzību (Щедровицкий, 1995)



2.27.att. Jaunu speciālu zināšanu iegūšana tikai objekta empīriskās analīzes rezultātā (Щедровицкий, 1995)

Objekta izpēte realizējas salīdzinot pētāmā objekta esošo modeli ar jau agrāk izpētīto objektu modeļiem, bet jaunās problēmas tiek salīdzinātas ar jau agrāk izpētīto objektu problēmām.

Ja salīdzināšanas rezultāti norāda uz jau izpētīto un pētāmo problēmu un objektu līdzību, tad mēs varam pārnest uz jaunu objektu tās sadalīšanas un analīzes shēmas, kuras tika izveidotas vai pielietotas darbā ar jau izpētīto objektu (2.28. att.).



2.28. att. Jauna objekta modeļa izpēte (Щедровицкий, 1995)

Objekta izpētes teorija sastāv no virknes neatkarīgu vai atkarīgu sistēmu, bet visos gadījumos jau sākotnēji tās būs savstarpēji atkarīgas un saistītas pamatojoties uz savu attiecību ar objekta strukturālo modeli un pētījumu plānu-karti.

G. Šchedrovicka pieeja jaunu speciālu zināšanu ieguves un objektu izpētes teorijā ir izmantota dažādu inženiertehnisku matemātiskās modelēšanas uzdevumu/problēmu (gan zinātniska, gan akadēmiska rakstura) risināšanā ar datortehnikas palīdzību (Kalis, Kangro 2003-a,b,c, 2009) u.c., (Teirumnieks, Teirumnieka, Kangro, Kalis, 2009).

Jaunu speciālu zināšanu iegūšana ar plāna-kartes un modeļa palīdzību ietver sevī problēmas izpēti, sākotnējā modeļa sastādīšanu, matemātiskā aparāta piemeklēšanu modelim, nepieciešamo datorprogrammu piemeklēšanu un sastādīšanu, uzdevuma/problēmas risinājuma iegūšanu (skaitlisko eksperimentu realizāciju).

Zināšanu iegūšana objekta empīriskās analīzes rezultātā ir saistīta ar uzdevuma/problēmas risinājuma atbilstošo rezultātu (skaitlisko eksperimentu) iegūvi tiešā veidā no objekta. Piemēram, izstrādājot risināšanas algoritmu ar tuvinātajām metodēm, algoritma precizitātes pārbaudei ir nepieciešams piemeklēt vai arī sastādīt testa uzdevumus, ar kuru palīdzību var iegūt atrisinājumu (bieži vien precīzo atrisinājumu) citādā veidā. Tāpat jāizmanto iespējas uzdevumam/problēmas risinājuma pārbaudei tiešo mērījumu ceļā, taču tas ne vienmēr ir iespējams.

Tāpēc jaunu zināšanu iegūšana ar plāna-kartes un modeļa palīdzību ir nepieciešama un īpaši noderīga gadījumos, kad rezultātu iegūšana tiešo mērījumu ceļā ir saistīta ar grūtībām (tehniskām, finansiālām, u.c.) vai vispār nav iespējama, piemēram, temperatūras sadalījuma iegūšana stikla šķiedras audumam (Kalis, Kangro, 2001, 2003), mitruma izplatīšanās porainās vidēs (Kalis, Kangro, 2007), metāla koncentrācijas aprēķināšana kūdrā (Teirumnieks, Teirumnieka, Kangro, Kalis 2009), (Kalis, Kangro, 2007).

Kā veicinošu faktoru var izmantot kognitīvo aktivitāti, precīzāk, personas intelektuālās priekšrocības – mācīšanās stilu, ievērojot tā dominējošo *teorētisko* ievirzi (refleksīvais un teorētiskais mācīšanās stils) vai *praktisko* ievirzi (aktīvais un pragmatiskais mācīšanās stils) un zināšanu ieguves procesā akcentējot vienu vai otru zināšanu ieguves veidu (Garleja, Kangro, 2004) (plašāk par mācīšanās stiliem sk. 286-295. lpp.).

Lielu ieguldījumu zīmju-simbolu sistēmas teorijā ir devuši arī L. Vigodskis, S.Rubinšteins, N. Menčinska, J. Piaže, G. Ščedrovickis, B. Lomovs, N. Salmina u.c.

M. Towned (Towned, 2001) dalās pieredzē par matemātikas mācīšanu inženieriem ar modulārās pieejas palīdzību lietojot datoru. Viņš uzskata, ka matemātikas apgūvē jāietver sekojošu iemaņu attīstība: a) pārlicināts un kompetents matemātikā; b) spējīgs lietot iegūtās zināšanas inženiertehnisku problēmu risināšanā; c) spējīgs lietot matemātiskās tehnoloģijas.

M. Towned apgalvo, ka mācību mērķi tiek labāk sasniegti, ja katra mācību programmas tēma tiek vairāk piemērota inženierzinātņu vajadzībām un studentiem matemātikas mācīšanās un apgūvē vairāk tiek akcentēti matemātikas lietojumi un ar tiem matemātikai specifiskas operācijas un darbības, kuru realizācijai jāizmanto datortehnika.

P. Kent un R. Noss (Kent, Noss, 2000) runā par inženiermatemātiku kā par viennozīmīgu līdzekli inženiertehnisku problēmu risināšanai un apgalvo, ka modernā matemātiskā programmatūra tam ir visvairāk piemērota. Inženiermatemātikas apgūvē tiek aplūkotas trīs dažādas datoru-matemātiskās sistēmas – Mathcad, Mathematica un Maple analizējot kopējās un atšķirīgās šo sistēmu skaitliskās, simboliskās un grafiskās iespējas:

Pozitīvās iezīmes:

- a) var parādīt matemātikas svarīgumu kopējā studiju procesā;
- b) sekmēt zināšanu pārmantojamību;
- c) var attīstīt problēmu mācīšanas formu, darbu grupās, matemātiskās domāšanas prasmes;
- d) veidot starpdisciplināru darba formu,

Negatīvās iezīmes:

- a) uz studentu – balstītu darba formu realizācijai nepieciešams ievērojami lielāks darba apjoms;
- b) reljefāk izpaužas individuālās pieejas nepieciešamība;

c) jūtams aizvainojums no studentiem, kuriem labāk patīk procedurālā pieeja;

d) "vājākiem" studentiem nepieciešams vairāk laika savas konceptuālās izpratnes attīstīšanai.

Turpinot tematiku par kompetentu un praktiski darboties spējīgu iemaņu attīstību matemātikas apgūvē P. Kent definē matemātiskās domāšanas darbības (*novērtēšana, problēmu risināšana, sadarbība, kritiskā domāšana, vadīšana*) ar to sastāvdaļu aprakstu un katrai no tām tiek noteikti trīs līmeņi (Kent, 2000). Viņa izstrādātās domāšanas darbības tika izmantotas matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu (sk. 188. lpp.) izveidē (Garleja, Kangro, 2005).

Jauno informācijas tehnoloģiju ienākšana izglītībā nebūt nav atrisinājusi visas problēmas, un, iespējams, pat radījusi jaunas.

R. Noss (Noss, 1999) analizē un risina problēmas, kas rodas datoru-matemātiskās sistēmu (DMS) lietošanā matemātikas apgūvē:

1) attiecības (kopējās un atšķirīgās iezīmes) starp *datoru-matemātisko sistēmu* un pašas *matemātikas izpratni*;

2) attiecības (kopējās un atšķirīgās iezīmes) starp matemātikas *izmantošanas* jeb lietojamības [*utility*] iespējām un *mācīšanas/ mācīšanās* [*learn-ability*] iespējām;

3) attiecības (kopējās un atšķirīgās iezīmes) starp izteiksmi *datoru-matemātiskās sistēmas valodā* un izteiksmi *matemātiskās valodā* (par DMS un matemātiskās valodu sk. 17. lpp., DMS valodas piemērs 173 – 174. lpp.).

Viņš apgalvo, ka šajā kontekstā ļoti rūpīgi jādomā par attiecībām starp matemātikas *lietošanu* un tās *izpratni*.

Turpinot R. Noss diskusiju par DMS lietošanu matemātikas apgūvē, promocijas darba autors aplūko atziņas par DMS lietderību balstoties uz veiktajiem eksperimentiem.

1. Ievērojot (kopējās un atšķirīgās iezīmes) starp *datoru-matemātisko sistēmu* lietošanu un pašas *matemātikas izpratni*, var secināt:

Risināmo teorētisko un praktisko problēmu izpildes ērtums, vienkāršība un iegūto rezultātu izteiksmīgā vizualizācija:

- Uzdevumu risināšana ar DMS būtiski atvieglo rutīnu, nogurdinošu operāciju veikšanu un ekonomē mācību laiku vajadzības gadījumā ļaujot atlikušo uzdevuma daļu veikt studentiem patstāvīgi (Kalis, Kangro, 2003-b);
- DMS lietošana veicina skaidrāku risināmās problēmas izpratni, jo problēmas izpratne [*comprehension*] tiek gūta noteiktā veidā adekvāti saskaņojot operēšanu ar simboliem (domāšanas simboliski – operacionālo komponenti), kas uzdoti, piemēram, formulu, simbolu u.c. veidā, ar strukturāli – priekšmetiskām laika – telpas komponentēm, kuras

atspoguļo pētāmo objektu (Веккер, 2000), (Kalis & Kangro, 2004) (sk. 96., 127., 200. lpp.);

Matemātiskās sistēmas ļauj realizēt didaktisko vienību *integrāciju* (paplašināšu apvienojot) (31., 127. lpp.) (Бершадский & Гюзеев, 2003), piemēram:

- Divu un trīs dimensiju telpas elementi tiek aplūkoti kopīgi;
- Apvieno induktīvās un deduktīvās mācību materiāla izklāsta metodes (piemēram, vienā gadījumā formula vai jēdziens trīs dimensiju telpā tiek iegūti kā divu dimensiju telpas vispārinājums, bet citā gadījumā – divu dimensiju telpas formula vai jēdziens kā attiecīgo trīs dimensiju telpas elementu atsevišķs gadījums);
- Lieto konstruktīvās pieejas elementus, kuri psiholoģiski nodrošina trīsfāzu veseluma pieeju zināšanām (“atsevišķais – vispārīgais – atsevišķais”, “konkrētais – abstraktais – konkrētais”) (Kalis & Kangro, 2003-b, 2004) u.c.

2. Ievērojot attiecības (kopējās un atšķirīgās iezīmes) starp matemātikas *izmantošanas* [*utility*] iespējām un *mācīšanās/mcīšanas* [*learn-ability*] iespējām, var secināt:

Studentu vērtējumā datortechnikas lietošana matemātikas apgūvē tiek atzīta kā lietderīga un nepieciešama, jo ar datortechniku labāk iespējams realizēt piecus “matematizācijas” (praktiskas problēmas risināšana ar matemātiskās modelēšanas palīdzību) (The PISA, 2003) etapus:

- Praktiskas problēmas formulēšana;
- Problēmas nostādnes sasaiste ar matemātiskām koncepcijām un problēmai adekvāta matemātiskā aparāta piemeklēšana;
- Ar pieņēmumu, vispārinājumu un formalizācijas palīdzību pakāpeniska “attālināšanās” no praktiskās problēmas (realitātes) akcentējot situācijas matemātiskās iezīmes un gala rezultātā praktiskās problēmas pārveidošana matemātiskajā problēmā;
- Matemātiskās problēmas risināšana;
- Matemātiskā atrisinājuma interpretācija praktiskās problēmas terminos, atrisinājuma analīze no tā pielietošanas viedokļa.

Kompleksas problēmas risināšanā iespējams konkretizēt uzdevumu sastāvdaļu veikšanu grupās, ievērojot studentu (grupu locekļu) dominējošo mācīšanās stilu (Honey, Mumford, 1995) (Garleja, Kerpe, Kangro, 2003), (Garleja, Kangro, 2004).

Ar datortechniku iespējams (Kalis, Kangro, 2010):

- Realizēt starppriekšmetu saikni aplūkojot matemātikas kursā jautājumus no dažādām zinātnes un prakses nozarēm, kurus to komplicētības dēļ parasti neaplūko;
- Akcentēt pasniedzēja kā konsultanta lomu studentu izziņas darbībā;
- Attīstīt studentu domāšanu teorētiskā un praktiskā aspektā (kritiskā analīze, sistēmiskā domāšana, eksperimentēšana, problēmu risināšana; attīstīt studentiem ne tikai matemātiskās domāšanas kompetenci, bet arī sociālās un komunikatīvās prasmes un jaunu kognitīvu rakstpratību [cognitively flexible literacy] (Kalis, Kangro, 2003-a, 2003-b).

3. Ievērojot attiecības (kopējās un atšķirīgās iezīmes) starp izteiksmi *datoru-matemātiskās sistēmas valodā* un izteiksmi *matemātiskas valodā*, var secināt:

Moderno matemātisko sistēmu, piemēram, Maple, Matlab, Mathematica, u.c. simboliskā valoda ir ļoti “draudzīga” lietotājam, jo nepastāv būtiska atšķirība starp matemātiskā jēdziena matemātisko pieraksta formu un tam atbilstošo matemātiskās sistēmas operatora definīciju (pieraksta formu) (Kalis, & Kangro, 2004), (Аладьев, & Богдявияюсь, 2001).

Matemātiskos jēdzienus (termini, zīmes, simboli) un postulātus (aksiomas, likumi) ērti apgūt ar kognitīvās vizualizācijas (Dubinsky, Tall, 1991), (Kangro, 2000), (Kent Noss, 2000), (Kalis, Kangro, 2003) un didaktisko vienību paplašināšanas apvienojot palīdzību. Ar datortehniku iespējams iegūt gan visa pētāmā objekta, gan atsevišķu tā sastāvdaļu uzskatāmu reprezentāciju (veidot saikni “zīme, jēdziens” [*concept definition*] ->objekts [*concept meaning*] ->mentālais attēls [*concept image*]).

Promocijas darba autors veiktajos pētījumos par matemātisko domāšanu tika iegūtas šādas atziņas un rezultāti.

1. Matemātikas zinātnieku un izglītības darbinieku viedokļi un pētījumu rezultāti (secinājumi, atziņas) par matemātiku un matemātisko domāšanu, piemēram, traktējot matemātiku trīs galvenajos matemātikas aspektos – tradicionālajā (likumu un procedūru kolekcija kopums) (“Tool-box” – aspect), formālajā (formāla sistēma ar stingri loģiskām un precīzām darbībām) (system – aspect) un konstruktīvajā (dinamisks process, kurā katrs rada un īsteno matemātiku atbilstoši savām vajadzībām un spējām) (process –aspect) (plašāk sk. 97. – 99. lpp.).

2. Tika ievēroti un analizēti matemātikas divi galvenie uzdevumi matemātikas studiju procesā (matemātika kā līdzeklis citu zinātņu studijās un matemātika – studēšanas objekts pašas matemātikas apgūvē) mijiedarbībā (Kangro, 2006-a) (sk. 80. – 81. lpp.):

- cilvēks un matemātikas divi galvenie uzdevumi (arī personības kvalitāšu, spēju, profesionālās virzības un profesionālās kompetences kontekstā);
- cilvēks un modernās informācijas tehnoloģijas;
- modernās informācijas tehnoloģijas un matemātika.

3. Tika analizēti matemātiskās domāšanas teorētiskie un praktiskie aspekti (matemātiskā domāšana – kā zinības matemātikā un – kā līdzeklis kognitīvā darbībā):

■ matemātiskā domāšana – zinības matemātikā, to apguvē izmantojot metodoloģiskās zināšanas (Kangro, 2006-b), (plašāk sk. 79. lpp.):

a) *satura vispārīnāšana* – atklāj pētāmā objekta ģenētiski pamatotās, teorētiski būtiskās īpašības un attiecības, to izcelsmes (ģenēzes) un pārveidošanas (transformēšanas) nosacījumus;

b) *satura abstrahēšana* (satura komponente) – sākotnējās, būtiskās pazīmes nodalīšana (fiksēšana) dotajā materiālā un tā pārveide *zīmju – simbolu* formā;

c) *teorētisko jēdzienu sistēma* – tiek izmantota objekta raksturošanai un arī kā bāze objekta pārveidei, jaunu zināšanu iegūšanai, ar tās palīdzību notiek operēšana ar doto materiālu, kas ir pārveidots zīmju-simbolu formā,

■ matemātiskā domāšana – līdzeklis kognitīvā darbībā (Kangro, 2009):

a) darbības ar objektu attēliem – izziņas funkciju stāvokļu formu un pārveidojumu formu ievērošana un izmantošana, piemēram, matemātisko jēdzienu apguves komponenti *statiskā jeb figuratīvā* izpausmē (definīcijas, formulējumi) un *operacionālā* izpausmē (dinamiski procesi, darbības (sk. 111. – 112., 126. – 134. lpp., dinamiska procesa modelis, sk. 140. lpp., 1. pielikums);

b) zināšanu veidošanās:

- spriešana, problēmu risināšana, lēmumu pieņemšana (sk. 162. lpp., 4. pielikumu);
- mentālo modeļu izveide (sk. 135. – 142. lpp., 1. pielikumu);

c) iegūto zināšanu, uzskatu, pārliecības, spriedumu novērtēšana (sk. 3. pielikumu: 9., 10., 11. matemātisko jēdzienu apguves komponente, 4. pielikumu: uzdevuma/problēmas risinājuma posms: ”3. Gala rezultāts: uzdevuma/problēmas atrisinājuma iegūšana un rezultātu izvērtēšana”) un zināšanu pielietošana praksē (sk. 256. – 257. lpp.)

4. Tika analizētas didaktiskās pieejas (fenomenoloģiskā pieeja, sociāli – kulturālā pieeja, procesuāli – darbības pieeja, izglītības pieeja, ontoloģiskā pieeja un regulatīvā pieeja) (arī autora pieredzi), to izmantošanas iespējas matemātikas studijās, matemātikas kursu izveidē un apguvē:

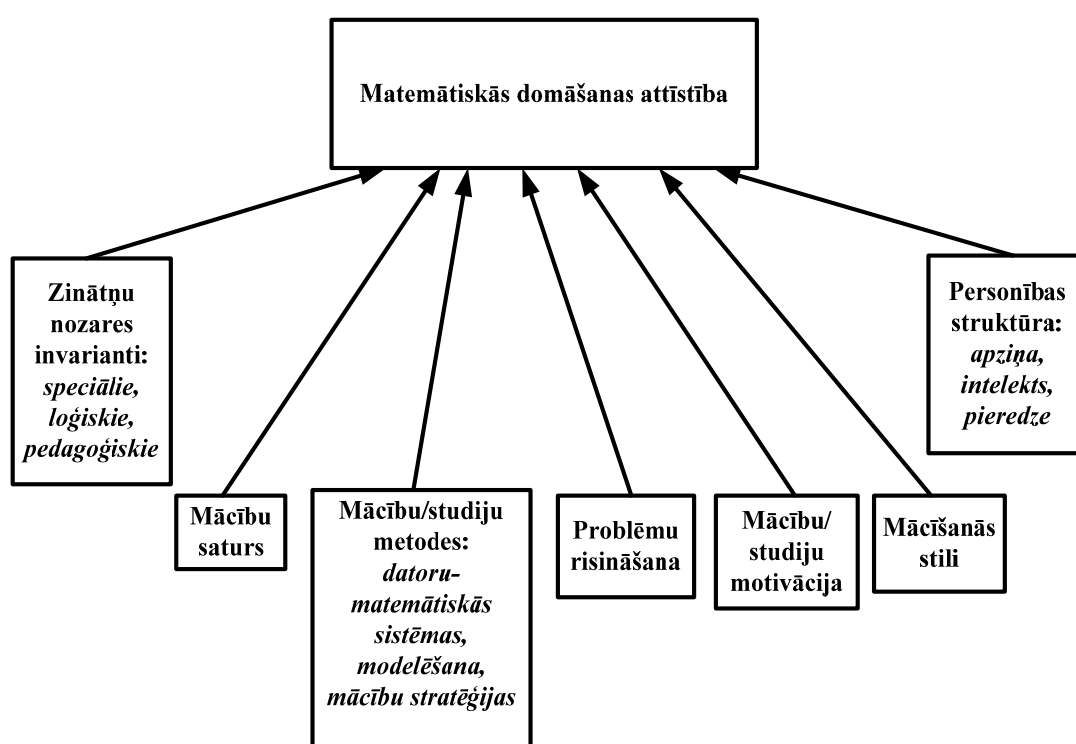
a) zinātņu nozares invariantu (studiju priekšmeta jeb speciālo, loģisko un pedagoģisko) apzināšana un lietošana (Kangro, 2006-a), (sk. 80. lpp.);

b) datoru-matemātisko sistēmu un uz to bāzes veidoto mācību līdzekļu izmantošana, (Garleja, Kangro, 2006-b), (sk. 130. – 134., 142 – 143., 194. – 195., 208 – 216. lpp.);

c) mācību/studiju motivācijas apzināšana un tās paaugstināšanas iespējas (sk. 117. – 119., 258., 289. – 290. lpp.);

d) studentu vecumposmu īpatnību un kognitīvās darbības priekšrocību (piemēram, mācīšanās stilu), profesionālās virzības ievērošana (Garleja, Kangro, 2002), (Garleja, Kangro, 2003), (Garleja, Kangro, 2004-a), (Garleja, Kangro, 2007-a) (sk. 92. – 95., 263. – 296. lpp.).

Balstoties uz gūtajām atziņām un rezultātiem tika izveidots matemātiskās domāšanas attīstības modelis (2.29. att.)



2.29. att. Matemātiskās domāšanas attīstības modelis

Džons Rāvens (J. Raven), M. Holodnaja (M. Холодная) ar **kompetenci** (Равен, 1999, 2000) (Холодная, 2002) vārda plašā nozīmē saprot personības vispārējo intelektuālo attīstību, precīzāk cilvēka mentālās (prāta) spējas pieredzes bāzes komponentu izveidošanai (sk. 154. – 155. lpp):

kognitīvās pieredzes līmenī – informācijas efektīvas apstrādes mehānismi (t.s. jēdzienu struktūras) jeb informētība.

- **metakognitīvās pieredzes** līmenī – brīvā un piespiedu personīgā intelekta darbības regulācija, tā raksturojas kā intelekta darbības vadīšanas prasme, kritiskās domāšanas spēja, prasme izvēlēties optimālu problēmas risināšanas variantu, kā arī to pamatot.
- **intencionālās pieredzes** līmenī – intelektuālās darbības individuālās selektivitātes mehānismi; prasme līdzsvarot sava prāta darbību ar apkārtējās īstenības objektīvām prasībām, sistemātiski atjaunot savu informācijas potenciālu.

Dž. Rāvena un M. Holodnajas teorija tiek izmantota matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu izveidē: kognitīvā pieredze, informētība – kā **zināšanu mobilitāte**; intencionālā pieredze – kā **izziņas metožu variativitāte un validitāte**; metakognitīvā pieredze – kā **domāšanas kritiskums** (2.1. tab.) (Garleja, Kangro, 2003), (Kangro, 2003)

2.1. tabula. Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas un kritēriji

Sastāvdaļas	Pazīmes (posmi, pamatojums, izpausmes formas)
1. Zināšanu mobilitāte	Posmi: <ul style="list-style-type: none"> • bāzes zināšanas, informētība • atcerēšanās • atpazīšana • reproducēšana • saprašana
2. Izziņas metožu izvēles variativitāte un validitāte (elastīgums)	Pamatojums: <ul style="list-style-type: none"> • pielietošana • sintēze • analīze • integrācija (pārnese)
3. Domāšanas kritiskums	Izpausmes formas: <ul style="list-style-type: none"> • vērtēšana • diagnoze • prognoze • emocionāla attieksme: (pašnovērošana, pašvērtēšana, reakcija uz savu uzvedību)
Sastāvdaļas	Apakškritēriji
1. Zināšanu mobilitāte	M1 – nepietiekama M2 – viduvēja M3 – pietiekama
2. Izziņas metožu izvēles variativitāte un validitāte (elastīgums)	I1 – nav elastīga I2 – daļēji elastīga I3 – ir elastīga
3. Domāšanas kritiskums	K1 – nav kritiska K2 – daļēji kritiska K3 – ir kritiska
Matemātiskās domāšanas attīstības līmeņi	
(M1,I1,K1); (M2,I1,K1); (M1,I2,K1); (M1,I1,K2)	1. Zems līmenis
(M2,I2,K1); (M2,I1,K2); (M1,I2,K2)	2. Minimāls līmenis
(M2,I2,K2); (M3,I2,K2); (M2,I3,K2); (M2,I2,K3)	3. Vidējs līmenis
(M3,I3,K2); (M3,I2,K3); (M2,I3,K3); (M3,I3,K3)	4. Augsts līmenis

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu pazīmes – atcerēšanās, atpazīšana, reproducēšana (2.1. tab.) ir atmiņu raksturojošie psihiskie procesi.

Atmiņa (*memory*) ir psihes funkcija, kas izpaužas spējā ilgāku laiku uzglabāt informāciju par ārējo pasauli un nodrošināt adekvātu organisma reakciju (Garleja, Vidnere, 2000).

Atcerēšanās (*remembering, recalling*) ir domāšanas darbība, kas vērsta uz informācijas paturēšanu atmiņā un izguvi (Beļickis, 2000). Izšķir netīšo (implicito) un tīšo (eksplicito) atcerēšanos.

Netīšā atcerēšanās ir atmiņas veids, kas nav balstīts uz iepriekš nodomātu iegaumēšanu un parādās darbībā un rīcībā. Cilvēka pieredze sastāv pārsvarā no netīšā ceļā iegaumētās informācijas (Aivars, 1999). Netīšā atcerēšanās tiek uzskatīta kā cilvēka un objektu mijiedarbības rezultāts izziņas un praktisko uzdevumu/problēmu risināšanā, kā objekti, kuri saistās ar darbības pamatu, tās gala rezultāta saturu un ir ļoti nozīmīgi un maksimāli stimulē subjekta intelektuālo, emocionālo un praktisko aktivitāti.

Autoru P.Zinčenko (*П.Зинченко*), A.Smirnova (*А.Смирнов*) mācību darbības pētījumos tika noskaidroti galvenie nosacījumi, kuri determinē netīšās atcerēšanās augstu efektivitāti (Зинченко, Т. 2002; Зинченко, П. 1969; Смирнов, 1966, 1972):

- 1) subjekta darbība ar noteiktiem objektiem;
- 2) mijiedarbības objekta funkcionālais nozīmīgums veicamās darbības struktūrā – objekti, kuri saistās ar darbības pamatu, tās gala rezultāta saturu, un ir ļoti nozīmīgi un maksimāli stimulē subjekta intelektuālo, emocionālo un praktisko aktivitāti;
- 3) subjekta augsta intelektuālā aktivitāte, kura nodrošina apgūstamā materiāla jēgpilnu pārstrādi.

Minētie nosacījumi patreiz tiek attiecināti tikai uz netīšo atcerēšanos, taču tiek izmantoti:

- arī citu matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu pazīmju realizācijai, piemēram, emocionāla attieksme, vērtēšana (2.1. tab.);
- uzdevuma/problēmas risinājuma posmu "Problēmas nostādne", "Gala rezultāts" realizācijā (sk. 1. pielikumu).

Tīšā atcerēšanās ir atmiņas veids, kas ir balstīts uz patvaļīgu (tīšu; tādu, kas prasa no cilvēka apzinātu piepūli) iegaumēšanu vai pieredzes atkārtošānu.

Tas ir apzināts process, kas saistīts ar subjekta mērķa nospraušanu – ar mērķi atcerēties, iemācīties un saglabāt atmiņā noteiktu apgūstamā materiāla apjomu, lai vēlāk to varētu reproducēt vārdiskā formā vai (arī) (kādu) praktisku prasmju un iemaņu formā profesionālā un mācību darbībā (Aivars, 1999).

Tīšajā atcerēšanās veidā salīdzinājumā ar netīšo vairāk raksturīga ir orientācija uz sagaidāmo rezultātu – uz tā sasniegšanu vēlamojā līmenī (kvalitātē) un izpildes laikā, piemēram, dzejoļa iemācīšanās, instrukcijas vai pavēles atcerēšanās, nepieciešamo zināšanu atcerēšanās studiju kursa apgūvē u.c.

Emocijas un jūtas ietekmē tīšo un netīšo atcerēšanos. Interese par mācību priekšmetu un tā emocionāla uztvere ir atcerēšanās procesa svarīgs stimulators (Смирнов, 1972; Веккер, 1981).

Tīšā atcerēšanās ir nozīmīga mācīšanās procesā, jo mācību materiālu var apgūt salīdzinoši nelabvēlīgos apstākļos: nepietiekoša interese, nogurums, dažādi traucējumi, laika deficīts u.c., jo atcerēšanās ietver gribas piepūli, runas stimulāciju (atbalstu), pastāvīgu paškontroli, kas nodrošina apzinātu un adekvātu mnemonisko uzdevumu izvēli (Бордов, 2006).

Vairāki autori atzīmē, ka tīšās atcerēšanās efektivitāti mācību procesā nodrošina tā adekvāta un mērķtiecīga organizācija – mācību materiāla sadalījums ievērojot studentu vecuma posma īpatnības, iepriekšējo sagatavotību, tematikas loģisko secību, u.c. (Леонтьев, Розанова, 1951), (Зинченко, 2002), (Semb, Ellis, 1994).

Uzdevumu/problēmu risināšanā ar nepieciešamām mnemoniskām darbībām (tīšā atcerēšanās), tika klasificēti divi galvenie paņēmieni to veikšanai (Гальперин, 1959), (Талызина, 1999):

ārējie (praktiskie):

- dažādu zīmju, simbolu, grafisko attēlu izveide un lietošana;
- objektu priekšmetiska grupēšana;
- ārējās runas izmantošana darbību un operāciju izpildē,

iekšējie (intelektuālie):

- uzņemtās informācijas jēgas pārstrāde saistībā ar iekšējo runu;
- domāšanas operācijas – atkārtošana prātā, analīze, sintēze, klasifikācija, u.c.

Nosauktie paņēmieni tiek izmantoti kā IDPAT posmu (par IDPAT posmiem sk. 126. -146. lpp.) realizācijas sastāvdaļas uzdevumu/problēmu risināšanā. 1. un 2. IDPAT posma realizācija atbilst ārējiem paņēmieniem, 3., 4. posms – informācijas pārveidošanai no ārējās jeb materiālās formas (priekšmeti, lietas, grāmatas, attēli u.c.) iekšējā, garīgajā un 5., 6. posms – mentālo darbību izpilde iekšējā (mentālā) formā.

Pieaugot informācijas apjomam, mnemonisko darbību veikšanai nepieciešama apgūstamā materiāla analīze un jēdzieniska grupēšana, galveno balstpunktu (saturiskā u.c. nozīmē) izdalīšana un vārdiska apzīmēšana, racionāli organizēta atkārtošana.

Pētījumā informācijas apguvei matemātikas studijās tika izmantotas promocijas darba autora sastādītās atkārtošanas un precizēšanas stratēģijas (sk. 244. – 249. lpp.).

Saturiski dažādu realitātes tēlu (objektu) atcerēšanās pamatā ir saišu (asociāciju) veidošanās, kuras atspoguļo objektīvi esošās attiecības starp priekšmetiem un parādībām, kur atkarībā no attiecību atspoguļošanas pamatīguma un komplicētības izšķir *apjēgto* (loģisko) un

formālo (mehānisko) atcerēšanos. Formālā atcerēšanās izpaužas galvenokārt objektu ārējo iezīmju atspoguļošanā uz sensorā fona (forma, krāsa, laika-telpiskās pazīmes u.c.) neiedziļinoties jēgā un nozīmē. Turpretī loģiskā atcerēšanās balstīta uz saišu veidošanos, kuras atspoguļo būtiskās un likumsakarīgās attiecība starp objektiem.

Subjekta loģiskās atcerēšanās veidošanās līmeni lielā mērā nosaka mācību saturs un mācīšanās procesā izmantotais algoritms (Зинченко, 2002).

Kā svarīgs faktors atcerēšanās un atpazīšanas veidošanā mācību procesā ir informācijas nozīmīgums saistībā ar *motivāciju* un subjekta *nostādnēm* (nostādne – skatījuma veids, uzskatu kopums, gatavība uztveramai, intelektuālai vai praktiskai darbībai, pamatojoties uz pieredzi vai pārliecību (Beļickis, 2000; Смирнов, 1972; Флорес, 1966).

Autora veiktajā pētījumā matemātiskās domāšanas attīstības modeļa (sk. 186. lpp.) būtiska sastāvdaļa ir mācību/studiju motivācija, kuras saistība ar subjekta nostādnēm tiek pētīta promocijas darbā (specialitātes izvēles motivācija, uz panākumiem vai uz izvairīšanos no neveiksmes vērsta motivācija, mācību satura izvēle saistībā ar studiju motivāciju, studiju motivācija saistībā ar sasniegumiem studijās).

Informācijas saglabāšanās noturību ietekmē arī turpmākā procesa – reproducēšanas (atcerēšanās procesā apgūto zināšanu aktualizācija) rezultāti, kuri liecina arī par atmiņā saglabātās informācijas (zināšanu) nozīmību un praktisko lietderību.

Reproducēšana ir atmiņā saglabāto faktu atveidošana apziņā; konkrēta atmiņā esošā satura (priekšstatu, tēlu, uztvertu objektu, zīmju un formu) aktualizēšana. Tā ir viens no zināšanu apguves elementiem un tiek lietota kā metodisks paņēmieni, lai noteiktu iegaumēšanas un atcerēšanās kvalitāti (Beļickis, 2000).

Reproducēšanas process noris verbālā formā (rakstiska vai mutiska izklāsta forma) vai motorisku aktu formā (dažādu operāciju izpildes prasmes, piemēram, sporta veidam, tehniskai disciplīnai raksturīgas prasmes, datoru lietošanas prasmes u.c.).

Līdzīgi kā mnemoniskie procesi, arī reproducēšana var noritēt dažādās formās, piemēram, ievērojot tās nozīmi, izšķir netīšo un tīšo reproducēšanu.

Netīšā reproducēšana ir neatkarīgi no subjekta vēlmes noritošs process bez iepriekšēja nodoma un bieži vien notiek kāda ārēja stimula iedarbības rezultātā, piemēram, muzikālas melodijas uztvere var izsaukt atmiņā tās izpildītāju u.c.

Tīšā reproducēšana ir ar iepriekšēju nodomu noritošs process ar mērķi atjaunot iepriekšējās pieredzes elementus – spriedumus, tēlus, kustību prasmes u.c., kurus subjekts uzskata par nepieciešamiem iekļaut aktuālu uzdevumu/problēmu (darbību) risināšanā. Tai raksturīga mērķtiecīga informācijas atlase, kur subjekts no liela zināšanu apjoma izvēlas sev nepieciešamo daļu darbības mērķa sasniegšanai.

Reproducēšanas veidi ir atšķirīgi arī pēc to komplicētības pakāpes.

Ģenētiski agrāk izveidojusies un vienkāršāka pēc formas ir **atpazīšana**, kura notiek pie atkārtotas objekta uztveres tieši aktivizējot jau agrāk izveidotās mnemoniskās pēdas (saites, attiecības, saiknes).

Subjekts salīdzina pašreiz atspoguļojamās objekta īpašības ar kādu paraugu-etalonu, kurš glabājas ilgstošajā atmiņā, un pietiekamā daudzumā būtisku pazīmju sakrišanas gadījumā esošais objekts tiek raksturots kā etalonam atbilstošs.

Īsumā – atpazīšanas procesā notiek objekta aperseptīvā apraksta salīdzinājums ar atmiņā jau agrāk noformēto objektu klašu vai kategoriju komplektu (Aivars, 1999).

Atpazīšanas efektivitāte ir atkarīga no cilvēka atmiņas spējām (vingrināšanās), pieredzes, no meklēšanas orientieriem ilglaicīgajā atmiņā un no paraugiem-etaloniem, kuri ir nepieciešami to attiecināšanai pret agrāk apgūtajām zināšanām (Бочарова, 1998, Беккер, 2000).

Atšķirībā no atpazīšanas, kuru stimulē tieša objektu iedarbība, ievērojami sarežģītāka ir atcerēšanās – kā aktīvs un pastarpināts informācijas atveidošanas process, kurš noris bez objekta klātbūtnes. Atcerēšanās vērsta uz klāt neesošu objektu attēlu rekonstrukciju un tai ir vairāk izvērsts, ar domāšanas operāciju un runas palīdzību pastarpināts raksturs.

Tāpēc studentu patstāvīgas zināšanu rekonstrukcijas spējas zināšanu pārbaudē mācību procesā ir jāuzskata par augstāka līmeņa zināšanu apguves rādītāju nekā atpazīšana.

Ar psihiskajiem procesiem – atcerēšanās, atpazīšanas un reproducēšanas palīdzību tiek iegūtas zināšanas, kuru raksturojums ir dots B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijā"

B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" pirmais līmenis "Zināšanas" ir specifisku vai vispārēju faktu, metožu un procesu, sistēmu, struktūru vai situāciju izsaukšanu atmiņā (Bloom, 1984):

Zināšanas

1. *Specifiskas zināšanas.* Specifisku un izolētu informācijas daļu atsaukšana atmiņā akcentējot simbolus ar konkrētām attieksmēm. Tā ir ļoti zema līmeņa abstrakcija, to var uzskatīt par elementiem, no kuriem var veidot sarežģītākas un abstraktākas zināšanu formas.

2. *Terminoloģijas zināšanas.* Specifisku simbolu (verbālu un neverbālu) zināšana, ietver vispārīgi pieņemtos simbolus vai dažādu simbolu kopu, kas attiecas uz vienu lietu/objektu, kas var būt visbūtiskākā (svarīgākā) kādam simbolam, piemēram:

- definēt tehnisku terminu, aprakstot to ar apzīmētājiem, īpašībām vai attiecībām;
- liela skaita vārdu zināšanas ar to parasti pieņemtajām nozīmēm.

3. *Specifisku faktu zināšanas.* Datumu, notikumu, personu, vietu u.t.t. zināšana, ar kuras palīdzību var tikt atspoguļota ļoti precīza un specifiska informācija kā īpašs datums, parādības apjoms vai cita veida raksturojums, piemēram:

- atcerēties faktus par kādu noteiktu kultūru;
- zināšanas par laboratorijā pētāmajiem organismiem;
- zināšanas par elementu un to sastāvdaļu (savienojumu) kopīgām fizikālām un ķīmiskām īpašībām;
- zināšanas par matemātikas kursa tematiem, to saturu

4. *Zināšanas par paņēmieniem un līdzekļiem specifiskai darbībai.* Zināšanas par paņēmieniem un līdzekļiem specifiskai darbībai (organizēšana, pētīšana, vērtēšana). Zināšanas ietver meklēšanas metodes, hronoloģiskas secības un vērtēšanas standartus, kas raksturīgi kādai jomai, kā arī organizēšanas paraugus, ar kuriem kāda joma sevi izsaka vai iekšēji organizē. Šīs ir vidēja līmeņa zināšanas – abstrakcija starp specifiskām zināšanām no vienas puses un vispārējām no otras.

Piemēram, lineāru vienādojumu sistēmu atrisināšanas metodē (Krāmera kārtula, nezināmo pakāpeniskās izslēgšanas metode) zināt atrisināšanas algoritma secību un metodes iegūtā atrisinājuma novērtēšanai.

5. *Raksturīgās/konvencionālās zināšanas.* Zināšanas par raksturīgiem paņēmieniem ideju un parādību iztirzāšanai (aplūkošanai) un izklāstīšanai (prezentēšanai). Darbībai un komunikācijai (saskarsmei) kādā jomā (piemēram, mācot un mācoties matemātiku), ir svarīgi izmantot (pazīt un zināt) pielietojumus, stilus (piemēram, mācīšanās stili), praktiskās darbības un to formas, kas vislabāk kalpo mērķiem, kas vislabāk atbilst pētāmajam procesam/parādībai, piemēram:

a) galveno darba veidu metožu un formu pazīšana, piemēram, dzeja, luga, matemātikas studiju kursa tematika, zinātniskie raksti u.c.;

b) pareizu formu izmantošana attiecīgā darba veida izpildē (runā, rakstos, matemātikas simbolikas lietošanā).

c) zināšanas par standarta paņēmieniem informācijas reprezentācijai un tās simbolikai kartēs, diagrammās, datoru – matemātiskajās sistēmās (Maple, Matlab, Mathematica).

Piemēram, metodē "matricu reizināšana" jāzina likuma pareiza izmantošana, tālāk ir iespējamas dažādas realizācijas formas reizinājuma matricas ieguvē, piemēram, aizpildot to pa rindām vai pa kolonām, reizināšanas sākumā uzrakstīt reizinājuma matricu vispārīgā veidā vai nē, reizināšanu veikt tradicionālā rakstveidā vai ar DMS.

6. *Virzienu un sakarību zināšana.* Ar šo zināšanu palīdzību modelētās tendences norāda kopsakarības starp virkni specifisku (kādai sabiedriskās dzīves, ekonomikas, izglītības un zinātnes sfērai, piemēram, matemātikai) raksturīgu notikumu, kuri ir atdalīti laikā, piemēram:

a) sociālās palīdzības programmu mērķu un virzību raksturojošas zināšanas;

b) zināšanas par iedzimtību un apkārtējās vides ietekmi kā savstarpēji saistītiem faktoriem, kuri ietekmē indivīda attīstību.

c) zināšanas par fizikālo, ķīmisko u.c. parādību/procesu telpas – laika attiecību dinamiku kā to darbības principu un norises raksturotājas (piemēram, dinamiska procesa, kurš raksturo siltuma izmaiņu stienī, modelis ar temperatūras izmaiņas atkarību no laika un no punkta stāvokļa stienī, sk. 1. pielikumu).

7. *Klasifikāciju, kategoriju un kritēriju zināšanas.* Zināšanas par klasēm, kopām, dalījumiem, izkārtojumiem, kas tiek uzskatīti par kādas jomas, nolūka, diskusijas vai problēmas pamatu. Jāzina kritēriji, ar kuru palīdzību fakti, principi, viedokļi un rīcība tiek pārbaudīti vai vērtēti, piemēram:

- a) pazīt jomu, kurā ir dažāda veida problēmas vai materiāli;
- b) zināt literatūras veidu spektru;
- c) darbam vai nolūkam atbilstošu spriedumu, kritēriju zināšana.

Piemēram, galvenie kritēriji augstākās matemātikas kursa "Matemātiskā analīze, analītiskā ģeometrija un diferenciālvienādojumi, 1.,2." nodaļas "Analītiskā ģeometrija" temata "Otrās kārtas līnijas" apguvei ir: līnijas kanoniskais veids, tā raksturotāji un līnijas forma atbilstoši kanoniskajam veidam, vispārējie principi otrās kārtas līnijas vienādojuma sastādīšanai (līniju vienādojuma iegūšana izmantojot dotos nosacījumus, līniju vienādojuma formas noskaidrošana un reducēšana kanoniskā veidā ar koordinātu sistēmas rotāciju vai paralēlo pānesi), līnijas grafika konstruēšana tradicionālā veidā (rakstveidā) un ar DMS palīdzību.

8. *Metodoloģijas zināšanas, teoriju un struktūru zināšanas.* Pētīšanas metožu, tehniku procedūru zināšana, kas raksturīga kādai jomai. Pamatā ir zināšanas par metodēm, bet ne spēja metodes pielietot.

Principu un vispārinājumu kopuma zināšanas, to savstarpējās attiecības, kas sniedz pilnu un sistemātisku apskatu par kādu sarežģītu parādību, problēmu vai jomu. Tie ir visabstraktākie formulējumi un tos var lietot, lai parādītu dažādu specifisko organizāciju savstarpējās attiecības (piemēram, attiecības starp matemātikas studiju kursa nodaļu tematiem, vai arī starp dažādu matemātikas studiju kursu nodaļām vai tematiem):

- zināšanas par metodēm (arī zinātniskām) kādā jomā, piemēram, parciālo diferenciālvienādojumu atrisināšanas metodes (skaitliskās, analītiskās (Kalis, Kangro,

2004-a)) un šo metožu lietojumi teorētisku un praktisku inženiertehnisku problēmu risināšanā (Kalis, Kangro, 2001-a, 2002-a, 2007, 2010).

Zināšanu ieguvē svarīga nozīme ir informētībai – (matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Zināšanu mobilitāte" posms, 2.1. tab.) mācību līdzekļu, Interneta resursu (piemēram, liis, EBSCO u.c.) izmantošanai. Īpaši jāatzīmē datoru-matemātisko sistēmu (DMS) (Maple, Matlab, u.c.) plašās izmantošanas iespējas ar izvēlni "Help" (stacionāri un sasaistē ar Interneta resursiem) ne tikai zināšanu un informācijas ieguvē, bet arī ar daudzveidīgu piemēru ieguvē un izmantošanā par visām matemātikas kursa tēmām un to lietojumiem dažādu dabas zinātņu, tehnisku, sociālu problēmu risināšanā.

Autori M. Meijers (*M. Meyer*) un S. Barnes (*S. Barnes*) iesaka šādus kritērijus Interneta resursu kvalitātes novērtēšanai, kuri tiek lietoti matemātikas studiju procesā bāzes zināšanu ieguvē (Meyer, Baber, Pfaffenberg, 1999), (Barnes, 2003):

1. Autors (*author, authority*). Kas ir raksta autors? Vai viņš ir kādas kompānijas, uzņēmuma, firmas, u.c. vai arī mācību iestādes darbinieks? Vai ir norādījumi par autora kompetenci aplūkojamajos jautājumos?
2. Informācijas avots (*source, coverage*). Vai autors norāda iegūtās informācijas avotus? Vai informācijas avots pieder pie zināmiem, vispāratzītiem izdevumiem un pazīstamiem autoriem aplūkojamā jomā?
3. Serveris (*server*). Kas pārstāv serveri un ir attiecīgās Interneta vietnes (saīta) finansētājs?
4. Objektivitāte (*objectivity*). Vai piedāvātais materiāls ir objektīvs un precīzi formulēts vai arī ir pārlietu subjektīvs un nav pietiekami izstrādāts?
5. Stils (*style*). Vai raksta izklāsta valoda ir izturēta un saprotama vai arī atrodami neargumentēti, neloģiski izteikumi.
5. Mērķis (*purpose*). Kāds ir sniegtās informācijas mērķis? Vai autors vēlas kaut ko reklamēt, pārdot vai pārliecināt lasītāju par kādu ideju? Kam būtu izdevīga sniegtās informācija?
6. Precizitāte, konkrētība (*accuracy*). Cik loģiski ir izklāstīta informācija? Vai nav pārlietu daudz neargumentētu vispārinājumu? Vai ir neprecizitātes, gramatiskās kļūdas izklāstā, kas liecinātu par autora zināšanu nepilnībām?
7. Aktualitāte (*currency, urgency*). Vai sniegtā informācija ir mūsdienīga un nav pārlietu novecojusi? Kad pēdējo reizi tika atjaunota Interneta lappuse?

Zināšanu ieguvē svarīga ir to izpratne. B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" otrais līmenis "Saprašana" ir izpratnes zemākai līmenis – indivīds zina, par ko iet runa un var izmantot materiālu vai ideju bez attiecināšanas uz citu materiālu un redzot tā pilnu izmantošanu (Bloom, 1984):

Saprašana

1. *Tulkojums*. Saprāšana – rūpīgums un precizitāte, ar kuru informācija tiek no vienas valodas vai formas izteikta citā valodā vai formā. Ir jātulko (jātranslē, jāpārveido) materiāls no viena abstrakcijas līmeņa citā, piemēram do to tehnisko problēmu vai abstraktu frāzi (formulu) jāpārveido konkrētākā vai mazāk abstraktā formulējumā (piemēram, vārdiskā formā). Par tulkojumu var spriest pēc ticamības un precizitātes, t.i., no līmeņa, kādā oriģinālais materiāls tiek saglabāts, lai gan komunikācijas forma tiek mainīta:

- a) spēja saprast faktus, noteikumus un principus;
- b) spēja pārveidot vārdisku materiālu, shēmas, grafikus, diagrammas;
- c) spēja pārveidot vārdisku materiālu matemātiskās izteiksmēs.

2. *Interpretācija*. Informācijas skaidrojums vai apkopojums. Tulkojums ir objektīva informācijas nodošana, interpretācija ietver pārkārtošanu, jaunu skatījumu uz materiālu:

- a) spēja uztvert domu kopumā jebkurā vēlamajā vispārinājuma līmenī;
- b) spēja interpretēt vārdisku materiālu, shēmas, grafikus, diagrammas.

3. *Ekstrapolācija*. Tendencu vai virzienu paplašināšana ārpus dotajiem datiem, lai noteiktu iespaidu, sekas, secinājumus, efektus, utt., kas ir saistīti ar nosacījumiem/apstākļiem, aprakstītiem pamatinformācijā.

- a) prasme paredzēt tendences attīstību, izteikt pieņēmumus par pieņēmums par notikumu turpmāko attīstību balstoties uz esošajiem datiem, informāciju;
- b) spēja izdarīt slēdzienu tūlīt pēc skaidrojuma.

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Zināšanu mobilitāte" posmu "bāzes zināšanas, informētība; atcerēšanās, atpazīšana, reproducēšana" (2.1. tab.) realizācijas līdzekļi:

1. Stratēģijas attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un apgūvē:
a) galvenās atkārtošanas stratēģijas; b) kompleksās atkārtošanas stratēģijas; c) galvenās precizēšanas (konkretizēšanas) stratēģijas (sk. 245., 247. – 249. lpp.).
2. Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēma (sk. 3. pielikumu):
veicamās darbības/uzdevumi matemātisko jēdzienu apguves komponentu realizācijai: 1.1., 1.4., 1.5.
3. Uzdevuma/problēmas risinājuma posmu shēma (sk. 4. pielikumu):
Problēmas (uzdevuma) nostādne: 1.1. Bāzes zināšanas atbilstoši pētāmajai problēmai (uzdevumam)
4. B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" pirmā līmeņa "Zināšanas" atslēgvārdi (Whitton, 2000):

savākt (Collect), uzkrāt (Gather), definēt (Define), identificēt, noteikt piederību (Identify), izraisīt, radīt (Generate), reģistrēt (List), novietot, noteikt atrašanās vietu (Locate), nosaukt (Name), vērot (Observe), atcerēties (Recall), atpazīt (Recognize), atveidot, reproducēt (Reproduce), atlasīt, izvēlēties (Select), atcerēties (Memorise), izcelt, pasvītrot (Underline), izteikt vārdos (Verbalise), stāstīt (Tell), rakstīt (Write).

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Zināšanu mobilitāte" posma "saprāšana" realizācijas līdzekļi:

1. Stratēģijas attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un apgūvē:

a) kompleksās precizēšanas (konkretizēšanas) stratēģijas; b) galvenās vadības (organizatoriskās) stratēģijas (sk. 245. - 249. lpp.).

2. Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēma (sk. 3. pielikumu):

veicamās darbības/uzdevumi matemātisko jēdzienu apguves komponentu realizācijai: 1.2., 1.3., 2.1., 4.3., 7.2, 7.3.

3. Uzdevuma/problēmas risinājuma posmu shēma (sk. 4. pielikumu):

Problēmas (uzdevuma) nostādne: 1.2. Problēmas (uzdevuma) būtība, cēlonis un simptomi.

1.3. Ar pieņēmumu, vispārinājumu un formalizācijas palīdzību realizēta pāreja no praktiskās problēmas (realitātes) uz matemātisko problēmu 1.4. Uzdevuma, problēmas "matematizācija" – to sasaiste ar matemātiskām koncepcijām un adekvāta matemātiskā aparāta piemeklēšana

4. B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" otrā līmeņa "Saprāšana" atslēgvārdi (Whitton, 2000):

sastādīt katalogu (Catalogue), sastādīt, vākt (Compile), secināt, noslēgt, atšķirt (Conclude), saskatīt (Distinguish), aprakstīt, attēlot (Describe), aprēķināt, kalkulēt, novērtēt (Estimate), izskaidrot (Explain), apkopot, vispārināt (Generalise), sniegt piemērus (Give examples), secināt (Infer), pārfrāzēt, atšifrēt (Paraphrase), ranžēt, ierindot (Rank), pārgrupēt (Regroup), apgalvot no jauna (Restate), pārveidot, rediģēt (Rewrite), rezumēt apkopot (Summarise).

B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" trešais līmenis "Pielietošana", paredz veidot zināšanu pielietošanas prasmes praktiskās (šādās) situācijās (Bloom, 1984):

a) jēdzienu pielietošana; b) metožu, algoritmu pielietošana; c) teoriju pielietošana.

Tiek paredzēts, ka studenti var apgūto teorētisko materiālu pielietot praksē, realizēt zināšanu pārnēsi ne tikai vienas disciplīnas ietvaros, bet arī uz tai radniecīgām, saistītām studiju disciplīnām, prot veikt tādas domāšanas operācijas kā analīze, salīdzināšana, sintēze, vispārināšana, prot izvēlēties dotajos apstākļos visracionālāko problēmas vai uzdevuma risināšanas metodi un veidu.

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Izziņas metožu izvēles variativitāte un validitāte (elastīgums)" pamatojuma "pielietošana" (2.1. tab.) realizācijas līdzekļi:

1. Stratēģijas attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un apguvē:

a) kompleksās vadības (organizatoriskās) stratēģijas.

2. Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēma (sk. 3. pielikumu):

veicamās darbības/uzdevumi matemātisko jēdzienu apguves komponentu realizācijai: 1.9., 2.2., 2.4., 3.1., 3.2., 4.1., 7.1., 7.4.

3. Uzdevuma/problēmas risinājuma posmu shēma (sk. 4. pielikumu):

Problēmas (uzdevuma) risināšanas algoritma sastādīšana: 2.1. Problēmas (uzdevuma) nosacījumu sadalīšana atsevišķās sastāvdaļās. 2.2. Atsevišķu sastāvdaļu izdalīšana pārējās uz laiku izslēdzot. 2.3. Palīguzdevuma (ar vienkāršāku struktūru) sastādīšana no izdalītajām atsevišķajām sastāvdaļām 2.4. Palīguzdevuma atrisināšana, pāreja pie sākotnējā uzdevuma un algoritma galīgā izstrāde.

Gala rezultāts: problēmas (uzdevuma) atrisinājuma iegūšana: 3.1. Algoritma praktiskā realizācija (ar DMS izmantošanu).

4. B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" trešā līmeņa "Pielietošana" atslēgvārdi (Whitton, 2000):

dot padomu, ieteikt, konsultēt (Advise), paredzēt, nojaust (Anticipate), sakārtot, sistematizēt (Arrange), veikt pasākumus (Campaign), izmainīt, aizvietot, aizstāt (Change), savākt, sakopot (Collect), salīdzināt piemērus (Compare examples), saistīt, sajūgt (Conjugate), pretstatīt, salīdzināt (Contrast), pārveidot, sniegt pretējo (Convert), lasīt neskaidru rakstu (Decipher), atšifrēt (Decode), uzskatāmi parādīt, demonstrēt (Demonstrate), darīt zināmu, atklāt (Discover), prasmīgi apieties, ietekmēt (Manipulate), kontrole, robeža (Measure), pārveidot, apzīmēt, pabeigt formulējumu (Modify), darboties, operēt ar (Operate), organizēt (Organise), pārliecināt (Persuade), paredzēt (Predict), pārkārto (Rearrange), attiecināt (Relate), pielietot, izmantot (Use).

Ar iepriekš aplūkoto jēdzienu "pielietojums" saistās jēdziens "transfērs" jeb "pārnesē". Ar transfēru (mācību teorijas jēdzienu) saprot rīcības, uzvedības pārmaiņas, kuras determinētas ar iepriekš apgūto, līdzīgo – kā apgūtais izglītības saturs ietekmē jaunā izglītības satura apguvi (Broks, Geske, Grīnfelds, Kangro, Valbis, 1998).

Dotajā kontekstā ar **pārnesi** saprotam iegūto matemātiskās domāšanas attīstības prasmi pielietošanu ne tikai konkrētu matemātikas uzdevumu/problēmu risināšanā, bet arī to saistību ar citu studiju kursu tematiku, piemēram, ar matemātikas pielietošanu inženiertehnisku problēmu risināšanā.

Promocijas darbā un citos autora pētījumos ir aplūkota diferenciālvienādojumu teorijas pielietošana inženiertehnisku problēmu risināšanā:

temperatūras pārneses problēmas daudzslāņu vidēs:

- temperatūras lauka aprēķināšana: mājas sienā siltuma apmaiņas procesā (Kalis, Kangro, 2002-a), (Kalis, Kangro, 2003-c);
- stikla šķiedras auduma karsēšanas procesā (Kalis, Kangro, 2000-b), (Kalis, Kangro, 2001-a); koksnes žāvēšanas procesā (Kalis, Kangro, 2002-b), (Kalis, Kangro, 2002-a), (Kalis, Kangro, 2003-c);

vielas pārneses problēmas daudzslāņu vidēs:

- difūzijas problēmas daudzslāņu vidēs (Kalis, Kangro, 2009-a);
- metālu elementu koncentrācijas aprēķināšana kūdras slāņos (Teirumnieks, Teirumnieka, Kangro, Kalis, 2009).

Izveidoto matemātisko modeļu teorētiskās bāzes sasaistē ar matemātikas studiju kursus aplūkoto tematiku un tās apguvi (integrāļi, parciālie diferenciālvienādojumi) (Kalis, Kangro, 2004), (Kalis, Kangro, 2010), protams, svarīga ir visu matemātisko jēdzienu komponentu realizācija, taču ievērojot gan diferenciālvienādojumu atrisinājumu iegūšanu, gan arī to interpretāciju (iegūto rezultātu vizualizācija izpratnei par procesu un rezultātu novērtēšanai) ar datoru-matemātiskām sistēmām (DMS) īpaši jāatzīmē "Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēmas" (sk. 3. pielikumu) ceturto, piekto un septīto komponenti:

- *4. komponente.* Jēdzienam raksturīgo robežobjektu (piemērs, uzdevums, kura risinājums "nepakļaujas" zināmajām teorijām, uzdevums/problēma, kurā mainot sākuma nosacījumu vērtības, kvalitatīvi mainās arī atrisinājums un līdz ar to process, kuru tas nosaka) un speciālu apzīmējumu (raksturotāju) izpratne un noteikšana;
- *5. komponente.* Grafisko reprezentāciju vai modeļu lietošana jēdzienu izpratnei;
- *7. komponente.* Matemātiskās simbolikas lietošana jēdzienu izpratnei.

Matemātiskās domāšanas attīstībai diferenciālvienādojumu teorijas apgūvē ir izveidots dinamiska procesa modelis, kurš balstās uz matemātiskas reprezentācijas iegūšanu no objektiem, sistēmām vai procesiem (piemēram, siltuma vadīšanas vienādojums, tā atrisinājums), iekļaujot tos matemātikas priekšmeta struktūrās (siltuma vadīšanas vienādojuma atrisinājumu raksturo divu argumentu funkcija – virsma telpā) vai teorijās (plašāk par dinamiska procesa modeli 1. pielikumu).

Modeļa izveidē tiek akcentēti arī iepriekš minētie matemātisko jēdzienu apguves komponenti – modelis veicina komplicētu dinamisku procesu labāku izpratni, jo reizē ar

skaitlisko aprēķinu realizāciju (sk. 4. komponenti 3. pielikumā), sniedz arī tā vizuālo interpretāciju (sk. 5., 7. komponenti 3. pielikumā) paredzot to izpildi gan soļu, gan nepārtrauktā procesā ar DMS tā ļaujot modelēt procesu.

B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" ceturtais līmenis "Analīze" paredz informācijas sadalīšanu sastāvdaļās vai daļās tā, lai būtu saprotama ideju relatīva hierahija vai arī sakarības starp idejām. Analīzes mērķis ir norādīt, kā informācija ir organizēta, izprast, uz ko balstās informācija, noteikt tās veidu un sakārtojumu.

Analīze

1. *Elementu analīze.* Jāidentificē informāciju veidojošie elementi, to raksturo:

- a) spēja pazīt neizteiktus pieņēmumus;
- b) prasme atšķirt faktus no hipotēzēm.

2. *Attiecību analīze.* Saikņu un mijiedarbību noteikšana starp informācijas elementiem un daļām, to raksturo:

- a) spēja pārbaudīt hipotēzes atbilstību dotajai informācijai un pieņēmumiem;
- b) prasme saprast sakarību starp vairākām idejām dotajā apgalvojumā, paragrāfā;
- c) spēja atklāt loģiskas kļūdas dotajā argumentācijā.

3. *Organizācijas (organizacionālo) principu analīze.* Izpratne par organizāciju, sistemātisko izkārtojumu un struktūru, kas satur (sasaista) informāciju veselumā. Tā ietver gan skaidri izteiktu, gan slēptu struktūru, iekļaujot sevī pamatu, nepieciešamo izkārtojumu, kas padara informāciju par vienību:

- a) prasme pazīt organizācijas (sistēmas) funkcionēšanas vispārējās tehnikas (to principus), izmantot tos darbībā;
- b) spēja pazīt organizācijas (sistēmas) formu un veidu kā to izpratnes līdzekli.

Raksturīgākās analīzē pieļautās kļūdas:

Rupjās kļūdas (Crude errors). Nepareizi novērtēta analizējamo elementu būtība (sastāvs) vai arī attiecība starp elementiem. Samainīti (nepareizi attiecināti) galvenie un tiem pakārtotie elementi. Nepareizi identificēti galvenie objekti un to sastāvdaļas.

Nepabeigta analīze (Incomplete analysis). Analīzes procesa virzība ir pareiza, taču tiek "izlaisti" jeb netiek ietverti daži analizējamie elementi, attiecības vai principi.

Vairākkārtēja analīze (Over-analysis). Tiek pārsniegts analizējamo elementu sastāva vai arī attiecību nepieciešamais apjoms, process tiek pārlieku "saskaldīts" daļās, tā bieži vien tiek pazaudēta svarīga informācija.

Pārējās ierobežota apjoma kļūdas (Other limited errors) Ja analīze nepieciešama vairākos testa (uzdevuma/problēmas) jautājumos vai to daļās, tad dažādām atbildēm ir iespējama

vairāk vai mazāk adekvāti veikta analīze. Tātad šeit nav jautājums par pareizi vai nepareizi izdarītu analīzi, bet gan par analīzes kvalitāti.

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Izziņas metožu izvēles variativitāte un validitāte (elastīgums)" pamatojuma "analīze" (2.1. tab.) realizācijas līdzekļi:

1. Stratēģijas attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un apguvē:

a) kompleksās vadības (organizatoriskās) stratēģijas; b) izpratnes pārbaudes stratēģijas (analīze) (sk. 245. - 250. lpp.)

2. Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēma (sk. 3. pielikumu):

veicamās darbības/uzdevumi matemātisko jēdzienu apguves komponentu realizācijai: 1.10., 1.11., 3.3, 3.4., 3.5., 4.2., 4.4., 4.5., 5.1. – 5.3., 6.1., 6.2., 7.5., 7.6., 8.1. – 8.7., 11.1. – 11.3.

3. Uzdevuma/problēmas risinājuma posmu shēma (sk. 4. pielikumu):

Problēmas (uzdevuma) risināšanas algoritma sastādīšana: 2.5. Risināšanas algoritma formulēšana vispārīgā veidā. 2.6. Visgrūtāko algoritma sastādīšanas posmu un šo grūtību cēloņu formulēšana.

Gala rezultāts: problēmas (uzdevuma) atrisinājuma iegūšana: 3.2. Atrisinājuma analīze: 3.2.1.

Atrisinājuma atbilstība izvirzītajam mērķim: 3.2.2. Atrisinājuma nozīmība: a) teorētiskā aspektā (esošo teorētisko zināšanu ilustrācija un nostiprināšana, jaunu teorētisko zināšanu ieguve); b) praktiskā aspektā (teorētisko zināšanu pārbaude praksē); 3.2.3. Atrisinājuma pielietojamības robežas: a) saistībā ar teorētiskajām atrisinājuma iegūšanas iespējām (piemēram, diferenciālvienādojuma atrisinājuma korektība, parametriskā stabilitāte u.c.); b) saistībā ar praktiskajām atrisinājuma iegūšanas iespējām (analītiskā un skaitliskā atrisinājuma iegūšana, DMS nozīme un iespējas);

4. B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" ceturtā līmeņa "Analīze" atslēgvārdi (Whitton, 2000):

iedalīt, izolēt, sadalīt daļās (Breakdown), dalīt kategorijās (Categorise), klasificēt (Classify), secināt, izsekot izcelsmi (Deduce), dalīt pēc kādas pazīmes, diferencēt (Differentiate), izšķirt, atšķirt (Discriminate), atšķirt, saskatīt (Distinguish), iztulkot, atklāt būtību (Interpret), atšifrēt, atrisināt, pieskaņot (Key), uzskicēt pārskatu, uzmetumu (Outline), komentēt, izteikt savas domas (Point out), attiecināt, saistīt (Relate), sastādīt, paredzēt, ieplānot saskaņā ar grafiku (Schedule), atjaunot, restaurēt (Reconstruct), risināt (Solve), sīki aprakstīt, detalizēt (Specify), pārdomāt (Speculate), iedalīt, sadalīt apakšgrupās vai sīkākās daļās (Subdivide).

B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" piektais līmenis "Sintēze" paredz elementu un daļu sasaiti kopā ar mērķi izveidot veselumu. Tā ir operēšana ar gabaliem, daļām, elementiem u.t.t., sakārtojot un kombinējot tos, lai veidotos jauns modelis vai struktūra.

Sintēze

1. Jaunas informācijas veidošana. Informācijas veidošana, kurā rakstītājs vai runātājs mēģina atklāt idejas, jūtas, savu pieredzi citiem:

a) prasme rakstīt, izmantojot to labā līmenī organizējot idejas un ziņojumus, formulējumus un apgalvojumus;

b) spēja efektīvi izteikt savu pieredzi.

2. *Plāna vai operāciju kopas veidošana.* Darba plāna vai darbības pieteikuma plāna veidošana. Plānam ir jāatbilst uzdevuma prasībām, piemēram:

a) spēja plānot instrukciju konkrētai mācību situācijai;

b) spēja izstrādāt hipotēzes pārbaudes ceļus;

c) spēja izstrādāt jaunas zināšanas matemātikā balstoties uz atsevišķām zināmām darbībām un operācijām, kā arī uz mācību un tehniskā literatūrā esošām zināšanām, pielietot šīs radītās zināšanas praksē.

3. Abstraktu attiecību kopas veidošana. Attiecību kopas veidošana ar mērķis – klasificēt vai izskaidrot datus vai parādības. Ar dedukcijas palīdzību iegūt izrietošos priekšlikumus (ieteikumus) un attiecības no pamat-pieņēmumu kopas vai simboliskiem skaidrojumiem, to raksturo:

a) spēja formulēt atbilstošu hipotēzi, kas balstās uz iesaistīto faktoru analīzi un modificēt hipotēzi, parādoties jauniem faktoriem un apsvērumiem;

b) spēja veikt matemātiskus atklājumus (sintezēt jaunas zināšanas izmantojot esošo un iegūto informāciju balstoties uz induktīvo un deduktīvo secināšanas veidu un pētīšanas metodi) un vispārinājumus.

Piemēram, promocijas darba autora izveidotais dinamiska procesa modelis ir iegūts balstoties uz induktīvo un deduktīvo pētīšanas un izklāsta metodi izmantojot didaktisko vienību integrāciju (par didaktisko vienību integrāciju sk. 31., 127. lpp., par dinamiska procesa modeli – 134. – 140. lpp. un 1. pielikumu).

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Izziņas metožu izvēles variativitāte un validitāte (elastīgums)" pamatojuma "*sintēze*" (2.1. tab.) realizācijas līdzekļi:

1. Stratēģijas attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un apgūvē:

a) kompleksās vadības (organizatoriskās) stratēģijas; b) izpratnes pārbaudes stratēģijas (sintēze) (sk. 245. – 249. lpp.).

2. Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēma (sk. 3. pielikumu):

veicamās darbības/uzdevumi matemātisko jēdzienu apguves komponentu realizācijai: 1.8., 2.3., 2.5, 3.4., 3.5., 6.1., 6.2., 8.3. 11.2., 11.3.

3. Uzdevuma/problēmas risinājuma posmu shēma (sk. 4. pielikumu):

Problēmas (uzdevuma) risināšanas algoritma sastādīšana: 2.5. Risināšanas algoritma formulēšana vispārīgā veidā. 2.6. Visgrūtāko algoritma sastādīšanas posmu un šo grūtību cēloņu formulēšana.

Gala rezultāts: problēmas (uzdevuma) atrisinājuma iegūšana: 3.2.3. Atrisinājuma lietojamības robežas: a) saistībā ar teorētiskajām atrisinājuma iegūšanas iespējām (piemēram, diferenciālvienādojuma atrisinājuma korektība, parametriskā stabilitāte, u.c.); b) saistībā ar praktiskajām atrisinājuma iegūšanas iespējām (analītiskā un skaitliskā atrisinājuma iegūšana, DMS nozīme un iespējas);

4. B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" piektā līmeņa " Sintēze" atslēgvārdi (Whitton, 2000):

saskaņot, apstiprināt (Agree), salikt (no daļām) (Assemble), konstruēt, veidot, uzcelt, radīt (Build), izvēlēties, izraudzīt, dot priekšroku (Choose), apvienot, kombinēt (Combine), secināt, noslēgt (Conclude), izveidot, veidot tēlu (pa daļām) (Create), recenzēt, kritizēt (Criticise), spriest, disputēt, pārdomāt (Debate), nolemt, izlemt (Decide), izdomāt, izgudrot (Devise), izvirzīt hipotēzi (Hypothesise), pārveidot, modificēt (Modify), pārformēt, sastādīt plānu, projektēt (Plan), paredzēt (Predict), restaurēt, atjaunot (Reconstruct), attiecināt, saistīt (Relate), pārkārtot, reorganizēt (Reorganize), labot, pārstrādāt, vēlreiz pārskatīt (Revise), aizstāt, aizvietot (Substitute), tulkot, izskaidrot, īstenot, translēt, pārveidot (Translate), mainīt, variēt (Vary).

Matemātiskās domāšanas attīstības trešās sastāvdaļas "Domāšanas kritiskums" izpausmes formas "vērtēšana, diagnoze, prognoze" vispilnīgāk tiek raksturotas ar B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" sestā līmeņa "Novērtēšana" palīdzību.

Minētais līmenis paredz veikt spriedumus par dotā materiāla un metožu atbilstību noteiktam mērķim –var būt kvantitatīvi un kvalitatīvi spriedumi par pakāpi kādā materiāli un metodes apmierina zināmos kritērijus. Ir veicama novērtējuma standarta pielietošana, kur kritērijus var noteikt pats students vai arī tie var tikt iedoti.

Novērtēšana

1. *Spriedums balstīts uz iekšējiem pierādījumiem.* Informācijas precizitātes izvērtējums ar tādiem pierādījumiem kā loģiskā precizitāte, saskanība un citi iekšējie kritēriji:

a) spēja novērtēt faktu precizitātes iespēju, apgalvojuma pareizību, dokumentāciju, pierādījumus u.c.;

b) spēja noteikt loģiskās kļūdas sniegtajā argumentācijā

c) spēja pielietot doto kritēriju (balstītu uz iekšējiem standartiem) spriedumu izdarīšanai par veikto darbību.

2. *Eksterno (ārējo) kritēriju izmantošana.* Materiāla izvērtējums, kas balstīts uz atlasē veidā iegūtiem vai atmiņā esošiem kritērijiem (tehniski un cita veida paņēmieni procesu, darbību veikšanai, kārtulas, normas, standarti):

- a) galveno teoriju, vispārinājumu un faktu salīdzinājums;
- b) spēja salīdzināt kādu darbu ar augstākajiem standartiem kādā jomā vai citiem augsti atzītiem darbiem (paraugiem);
- c) prasmes atpazīt un novērtēt veicamā procesa/darbības alternatīvos izvēles variantus.

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Domāšanas kritiskums" izpausmes formu "vērtēšana, diagnoze, prognoze" (2.1. tab.) realizācijas līdzekļi:

1. Stratēģijas attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un apgūvē:

izpratnes pārbaudes stratēģijas (vērtēšana, diagnoze, prognoze).

2. Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēma (sk. 3. pielikumu):

veicamās darbības/uzdevumi matemātisko jēdzienu apguves komponentu realizācijai: 10.1. – 10.6.

3. Uzdevuma/problēmas risinājuma posmu shēma (sk. 4. pielikumu):

Gala rezultāts: problēmas (uzdevuma) atrisinājuma iegūšana (risināšanas algoritma realizācija) un rezultātu izvērtēšana: 3.2.1. Atrisinājuma atbilstība izvirzītajam mērķim: 3.2.2.

Atrisinājuma nozīmība: a) teorētiskā aspektā (esošo teorētisko zināšanu ilustrācija un nostiprināšana, jaunu teorētisko zināšanu ieguve); b) praktiskā aspektā (teorētisko zināšanu pārbaude praksē);

4. B.Blūma "Izglītības mērķu taksonomijas" sestā līmeņa "Novērtēšana" atslēgvārdi (Whitton, 2000):

informēt (Apprise), novērtēt (Assess), secināt (Conclude), kritizēt (Crititcise), izlemt (Decide), aizstāvēt (Defend), nepiekrīt (Disagree), diskutēt, iztirzāt (Discuss), novērtēt (Evaluate), izpildīt (Execute), secināt (Infer), interpretēt, izskaidrot, atklāt būtību (Interpret), iztēloties (Imagine), spriest, lemt (Judge), pamatot ar faktiem (Justify), producēt (Produce), pamatojums, iemesls (Reason), risināt (Solve), atbalstīt (Support), pārbaudīt, pierādīt (Verify).

Viena no matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Domāšanas kritiskums" izpausmes formām ir "emocionāla attieksme", jo emociju un mācību/studiju motivācijas kā personības intelektuālās aktivitātes raksturotāju nozīme un saistība ir parādīta vairāku autoru darbos (Тихомиров, 2002), (Ильин, 2002), (Бордовская. Реан, 2000), (Дружинин, 2000), īpaši matemātikas studijās – (Evans, 2000), (Wedege, 1999) (plašāk sk. 116. – 117. lpp.).

Emociju un mācību/studiju motivācijas izpēte kā matemātikas studiju organizācijas pedagoģiskā invariants sastāvdaļa ir veikta promocijas darba autora pētījumos un

mācību/studiju motivācija ir viena no matemātiskās domāšanas attīstības modeļa sastāvdaļām (186. att.).

Emocionālās attieksmes raksturošanai un izpētei autors izmanto A. Banduras atziņas par pašregulācijas (pašnovērošana, pašvērtējums, reakcija uz savu uzvedību) nozīmi savu pozitīvo un negatīvo emociju izpratnē (plašāk par pašregulāciju sk. 249. lpp., aptauju anketas sk. 250 – 256. lpp.).

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Domāšanas kritiskums" izpausmes formas "emocionāla attieksme" (2.1. tab.) realizācijas līdzekļi:

1. Stratēģijas attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un apgūvē:

Emocionālās stratēģijas: Emocionāli mierīgs un darbībai motivēts stāvoklis ar vēlmi uzņemt informāciju (sk. 248. – 250. lpp.).

2. Matemātisko jēdzienu apguves komponentu shēma (sk. 3. pielikumu):

Veicamās darbības/uzdevumi matemātisko jēdzienu apguves komponentu realizācijai. Studentu attieksmes un rīcības analīze (emocionālā un kognitīvā aspektā) saņemot pasniedzēja norādījumus (aizrādījumus) un priekšlikumus (ieteikumus): 9.1. – 9.5.

3. Uzdevuma/problēmas risinājuma posmu shēma (sk. 4. pielikumu):

Gala rezultāts: problēmas (uzdevuma) atrisinājuma iegūšana: 3.3. Veiktās darbības un tās rezultātu nozīmīgums un emocionālā piesātinātība.

4. Promocijas darba autora izveidotās anketas pašregulācijas (pašnovērošana, pašvērtējums, reakcija uz savu uzvedību) izpētei (250. – 256. lpp.):

a) pašnovērošana; b) pašvērtējums ; c) reakcija uz savu uzvedību.

Autors ir veicis pētījumus par matemātiskās domāšanas attīstību.

1. Pētījumā (Garleja Kangro, 2006-b), tika analizēta datoru-matemātisko sistēmu (DMS) (Maple, Mathematica) nozīme studentu kognitīvās pieredzes (informētība-zināšanu mobilitāte) veidošanā (pētījuma plašāku izklāstu sk., 208. – 216. lpp.).

2. Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu "zināšanu mobilitāte", "izziņas metožu variativitāte un validitāte" "domāšanas kritiskums" (sk. 2.1. tab. 188. lpp.) apguves izpēte tika veikta pētījumā (Garleja, Kangro, 2007-a), kur tika noskaidrotas izmantoto mācību līdzekļu ((Kalis, Kangro,2004-a), (Kangro, 2005) u.c.) un DMS lietošanas iespējas un mācīšanas iespējas.

Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu apguves izpētē tika izmantota arī uzdevuma/problēmas risinājuma shēma (sk. 4. pielikumu) ar posmiem (*Problēmas (uzdevuma) nostādne; Problēmas (uzdevuma) risināšanas algoritma sastādīšana (matemātiskā algoritma izstrāde); Gala rezultāts: problēmas (uzdevuma) atrisinājuma iegūšana (risināšanas algoritma realizācija) un rezultātu izvērtēšana*).

Izrādījās, ka risinājuma posmos veicamās operācijas un matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu mērķa kategorijas viena otru papildina un precizē tā atvieglojot uzdevuma/problēmas risinājumu un novērtējumu.

Piemēram, posmā "Problēmas (uzdevuma) nostādne" (sk. 4. pielikumu) veicamās operācijas ir saistītas ar matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Zināšanu mobilitāte" daļu "bāzes zināšanas, informētība, saprašana" u.c. izpildi (2.1. tab.), posma "Problēmas (uzdevuma) risināšanas algoritma sastādīšana (matemātiskā algoritma izstrāde)" realizācijai ir nepieciešamas matemātiskās domāšanas attīstības otrās sastāvdaļas pētīšanas metodes "pielietošana, sintēze, analīze, integrācija (pārnese)" (2.1. tab.) un trešā posma "Gala rezultāts: problēmas atrisinājuma iegūšana un rezultātu izvērtēšana" realizācija ir saistīta ar matemātiskās domāšanas attīstības trešās sastāvdaļas "Domāšanas kritiskums" pētīšanas metodēm – "vērtēšana, diagnoze, prognoze".

Visu trīs uzdevuma/problēmas risinājuma posmu (4. pielikums) izpilde atbilst matemātiskās domāšanas attīstības visu sastāvdaļu (2.1. tab. 188. lpp.) realizācijai – augstam matemātiskās domāšanas attīstības līmenim, posmu mazāka apjoma izpildi varēja novērtēt izmantojot 2.1. tabulu (sk. "Matemātiskās domāšanas attīstības līmeņi" 2.1. tabulā.).

Empīriskais pētījums par datoru-matemātisko sistēmu nozīmi matemātiskās domāšanas attīstībā

Pētījumā tika analizēta datoru-matemātisko sistēmu (DMS) (Maple, Mathematica) nozīme studentu matemātiskās domāšanas attīstībā (Garleja Kangro, 2003), (Garleja Kangro, 2005), (Kangro, 2003).

Empīriskā pētījuma mērķis:

1. Noskaidrot DMS lietošanas īpatsvaru kognitīvās pieredzes veidošanā;
2. Noskaidrot sasniegumu līmeņa un DMS lietošanas saistību.

Kognitīvās pieredzes veidošanā izmanto šādus līdzekļus: 1. Informācijas kodēšanas veidi (Холодная, 2002); (Павен, 1999, 2002): a) vārdiski – simboliskais¹; b) vizuālais²; c) priekšmetiski – praktiskais³, d) jutekliski – sensoriskais⁴, 2. Kognitīvās shēmas⁵ (Marshall, 1995), 3. Semantiskās struktūras⁶ (Marshall, 1995).

¹ *Vārdiski – simbolisko* informācijas kodēšanu sekmē mācību materiāls, kur: 1) patstāvīgi jāformulē pazīmes un jēdzieni; jāsalīdzina matemātisko objektu dažādas vārdiski – simboliskas formas; 2) jāpārveido informācija no dzimtās valodas uz matemātisko valodu un otrādi; 3) jāveic informācijas meklēšana (rokas grāmatas, vārdnīcas, u.c.).

² *Vizuālo* informācijas kodēšanu sekmē mācību materiāls, kur: 1) jāizmanto normatīvie attēli (tabulas, funkciju grafiki, figūru laukumi, ķermeņu tilpumi, u.c.); 2) matemātisko objektu būtiskāko pazīmju transformēšana dažādās tēlainās (uzskatāmās) formās un jēdziena objekta [object, meaning] vai mentālā attēla [concept image] (Carreira, 2001), (Visualization, in teaching and Learning mathematics, 1990), (Марпов, 2001), pārveidošana (atsevišķu elementu izcelšana, sākotnējā tēla pārveide atbilstoši uzdevuma nosacījumiem); 3) jēdzienam atbilstošā objekta un tā mentālā attēla izveides vizualizācija.

³ *Priekšmetiski – praktiskā informācijas kodēšana sekmīgi realizējas praktiskajos un laboratorijas darbos veicot noteiktas priekšmetiskas darbības: 1) datu ievade no klaviatūras; 2) mērījumu veikšana; 3) informācijas ieguve no mēriekārtām, u.c.*

⁴ *Jutekliski – sensorisko* informācijas kodēšanu sekmē mācību materiāls, kurš ietver: 1) metaforas; 2) jautājumi, kuri stimulē audzēkņus uz studējamā materiāla emocionālu novērtējumu (Kurš no uzdevumiem likās visinteresantākais? Kāpēc? Kurš risinājuma veids likās vispiemērotākais?, u.c.); 3) neiespējamās situācijas, kurās dotas iztēles un fantāzijas iespējas.

⁵ *Darbs ar kognitīvajām shēmām* (forma, kādā tiek organizēta iepriekšējā pieredze, kura var izmainīties pielāgojoties pie jaunajiem apstākļiem) paredz iepriekšējās pieredzes piesaistīšanu un reorganizāciju jaunu matemātisko jēdzienu un operāciju apgūvē. To sekmē: 1) Piemēri, kuros spilgtā un koncentrētā formā tiek atveidotas tipiskās un tajā pat laikā būtiskās matemātisko jēdzienu īpašības (shematiskais attēls, zīmju konstrukcija); 2) atpazīšanas procedūras un algoritmi; 3) kognitīvo shēmu dinamiska rakstura veidošana.

⁶ *Semantisko struktūru* (individuāla jēdzienu sistēma (vārdi, tēli, žesti, priekšmeti u.c.), kuras atsevišķi elementi ir noturīgi un likumsakarīgi savstarpēji saistīti) izveidi sekmē mācību materiāls, kurā: 1) Tiek atklātas viena un tā paša termina dažādas nozīmes; 2) Tiek parādīta jēdziena un ar to saistītās terminoloģijas pārstāvju attīstības vēsture; 3) ļauj izveidot dažādas sakarības starp matemātiskajiem jēdzieniem; 4) Nosaka pētāmā matemātiskā objekta izveides un lietošanas sfēru.

matemātisko jēdzienu un operāciju apgūvē. To sekmē: 1) Piemēri, kuros spilgtā un koncentrētā formā tiek atveidotas tipiskās un tajā pat laikā būtiskās matemātisko jēdzienu īpašības (shematiskais attēls, zīmju konstrukcija); 2) atpazīšanas procedūras un algoritmi; 3) kognitīvo shēmu dinamiska rakstura veidošana.

⁶ *Semantisko struktūru* (individuāla jēdzienu sistēma (vārdi, tēli, žesti, priekšmeti u.c.), kuras atsevišķi elementi ir noturīgi un likumsakarīgi savstarpēji saistīti) izveidi sekmē mācību materiāls, kurā: 1) Tiek atklātas viena un tā paša termina dažādas nozīmes; 2) Tiek parādīta jēdziena un ar to saistītās terminoloģijas pārstāvju attīstības vēsture; 3) ļauj izveidot dažādas sakarības starp matemātiskajiem jēdzieniem; 4) Nosaka pētāmā matemātiskā objekta izveides un lietošanas sfēru.

DMS lietošanu raksturo studentu absolūtais vai relatīvais biežums procentos, kuri:

- a) problēmas vai uzdevuma risinājumā, jēdziena apgūvē u.t.t. ir izmantojuši tikai DMS;
- b) ir izmantojuši DMS līdztekus tradicionālajām (parastajām) mācību metodēm;
- c) nemaz nav izmantojuši DMS.

Studentu absolūtais vai relatīvais biežums procentos augsta (8 un vairāk balles), vidēja (5 līdz 7 balles) vai zema (4 balles) vērtējuma 10 ballu sistēmā gadījumā raksturo studentu sasniegumu līmeni.

Pētījuma gaitā tika izmantotas DMS: Maple 5, datu apstrādei – datorprogrammas Microsoft Excel 2000 (pētījuma 1. uzdevums), SPSS for Windows, Release 9.0. (pētījuma 1. un 2. uzdevums).

Sasniegumu līmeņa un DMS lietošanas saistības raksturošanai tika izmantota:

1. Hī kvadrāta statistika [Chi-Square- based Measures] nomināliem datiem nosakot Pīrsona koeficientu [phi coefficient], kontingences koeficientu [coefficient of contingency], Cramers's V koeficientu un salīdzinot vai novērotais nozīmības līmenis – Approx. Sig. nepārsniedz 0,05 (tad saistība ir statistiski nozīmīga) (Norušis, 1993);
2. Statistiski nozīmīgas saistības gadījumā ar Fišera daudzfunkcionālā ϕ^* kritērija palīdzību (Сидоренко, 2002) tika noskaidrots, vai sasniegumu līmeņi starp iepriekš minētajām DMS lietošanas grupām atšķiras būtiski.

Empīriskajā pētījumā analizēta laika posmā no 2003./04. līdz 2005./06. mācību gadam iegūtā informācija par DMS Maple, Mathematica lietošanu Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes inženiera programmētāja augstākās profesionālās un vides inženiera augstākās profesionālās izglītības bakalaura studiju programmu 2. kursa studentiem (skaits – 324) studiju kursus: ‘‘Augstākā matemātika inženierzinātnēs’’, ‘‘Matemātiskās metodes vides zinātnē un datori’’, ‘‘Varbūtību teorija un matemātiskā statistika’’.

Informācija tika iegūta veicot studiju procesa analīzi studiju minētajos studijuursos. 2.3. tabulā pārskata veidā sniegti DMS lietojumu temati attiecīgā studiju kursa ietvaros un svarīgākā literatūra. Detalizētāka ar studentu praktisko un patstāvīgo darbu uzdevumiem atbilstoši literatūras sarakstam var iepazīties attiecīgo studiju kursu programmās.

Empīrisko pētījumu rezultātu apraksts un DMS lietošanas īpatsvara noskaidrošana

Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un informācijas kodēšanas veidiem (vārdiski – simboliskā (2.30. att.), vizuālā (2.31. att.), priekšmetiski – praktiskā (2.32. att.), jutekliski – sensoriskā (2.33. att.)), pēc kognitīvo shēmu lietojumu veidiem (2.34. att.) parāda, ka vizuālajā informācijas kodēšanas veidā (2.31. att.) un kognitīvajās shēmās (2.34. att.) DMS lietošanas veidu: a) problēmas vai uzdevuma risinājumā, jēdziena apgūvē u.t.t. ir izmantota

tikai DMS; b) ir izmantota DMS līdztekus tradicionālajām (parastajām) mācību metodēm īpatsvars pārsniedz veida c) nemaz nav izmantojuši DMS īpatsvaru.

Sadalījuma tendence saglabājas arī vārdiski – simboliskā kodēšanas veida 1) un 3) sastāvdaļai (2.30. att.). Jutekliski – sensoriskā kodēšanas veida 1) un 2) sastāvdaļai dominējošais ir b) DMS lietošanas veids, bet 3) – tāpat kā iepriekš a) un b) (2.33. att.).

Ievērojot priekšmetiski – praktiskā informācijas kodēšanas veida sastāvdaļu īpašo raksturu a) datu ievade no klaviatūras; b) mērījumu veikšana; c) informācijas ieguve no mēriekārtām, un priekšmetiskās darbības specifiku (piemēram, ja mēriekārtas nav saistītas ar DMS), jāsecina, ka arī sadalījums (2.32. att.) nebūt neliecina par veidu a) un b) mazo nozīmi.

Sakarā ar DMS lietošanas veidu ievērojamo īpatsvaru vizuālajā informācijas kodēšanā un kognitīvajās shēmās, kā arī raksta teorētiskajā daļā minēto vizuālās informācijas kodēšanas īpašo nozīmi, turpmākajā pētījumā tika analizēta saistība starp DMS lietošanas veidiem un sasniegumiem studijās.

DMS lietošanas veidu un sasniegumu saistības noskaidrošana

Vizuālās informācijas kodēšanas visām sastāvdaļām (2.35. – 2.37. att.) un kognitīvo shēmu 1. darba formai – shematiskais attēls, zīmju konstrukcija utt. (2.38. att.) raksturīgi, ka augstam sasniegumu līmenim ir lielāks un savukārt vidējam – zemāks studentu īpatsvars DMS lietošanas veidam b) salīdzinājumā ar veidu a), zemam – a) un b) īpatsvars ir vienāds (2.36. att.) vai arī viens no otra būtiski neatšķiras.

Augstam sasniegumu līmenim DMS lietošanas veida c) īpatsvars visos sadalījumos ir mazāks par a) un b) īpatsvaru, bet vidējam sasniegumu līmenim – mazāks par a) un b) īpatsvaru (2.35., 2.37., 2.38. att.) vai arī nepārsniedz mazāko no a) un b) īpatsvara (2.36., 2.39., 2.40. att.).

Zemam sasniegumu līmenim DMS lietošanas veida c) īpatsvars visos sadalījumos pārsniedz veidu a) un b) īpatsvaru (2.35. – 2.39. att.).

Precīzāka informācija par sadalījumu sastāvdaļu nozīmību tika iegūta ar Hī kvadrāta statistikas palīdzību (2.3. tabula). Statistiski nozīmīga saistība (ar nozīmības līmeni 0,05) tika konstatēta vizuālajā informācijas kodēšanā (1., 3. sastāvdaļa), darbā ar kognitīvajām shēmām (1., 3. darba forma). Jāpiebilst, ka kontingences koeficienta vērtība 0,286 raksturo vidēji ciešu saistību (Krastiņš, 1998).

Mainīgo (DMS lietošanas veida un sasniegumu) statistiski nozīmīgas atkarības gadījumos ar Fišera daudzfunkcionālā φ^* kritērija (Сидоренко, 2002) palīdzību tika noskaidrota sasniegumu nozīmība DMS lietošanas veidu pāriem: a) un b), a) un c), b) un c) (t.i., vai atšķirība sasniegumos starp atsevišķiem pāriem ir nozīmīga vai nav) (2.4. tabula).

Redzams, ka atšķirība sasniegumos starp DMS lietošanas veidiem a) un c), b) un c) ir statistiski nozīmīga un iepriekš veikto sadalījumu analīze liecina par DMS lietošanas veidu a) un b) nozīmību.

Atšķirība sasniegumos starp DMS lietošanas veidiem a) un b) nav statistiski nozīmīga, izņemot darbu ar kognitīvajām shēmām (3. darba forma). 2.5. tabulā sniegta detalizētāka analīze sasniegumu līmeņu 1)augsts; 2)vidējs; 3)zems pāriem, kur pārim 2) un 3) ir konstatēta statistiski nozīmīga atšķirība (2.6. tabula un aprēķina piemērs).

Secinājumi par empīrisko pētījumu rezultātu

1. Izmantotā metodika ļauj iegūt DMS lietošanas veidu īpatsvaru matemātiskās domāšanas kompetences veidošanas līdzekļos – informācijas kodēšanas veidos (vārdiski – simboliskais, vizuālais, priekšmetiski – praktiskais, jutekliski – sensoriskais), kognitīvajās shēmās, kā arī noskaidrot DMS lietošanas veidu un sasniegumu saistību.

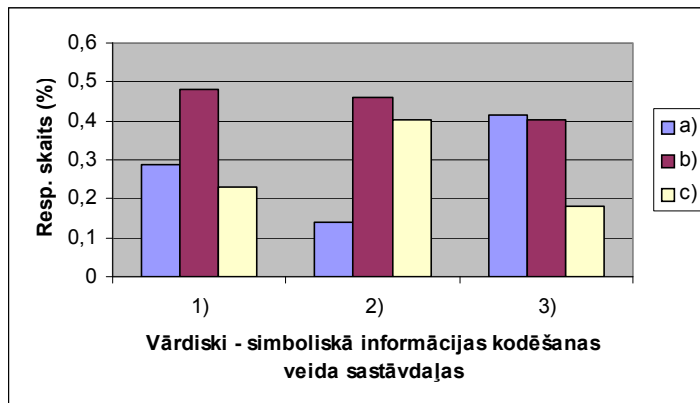
2. DMS lietošanas nozīmību inženieru specialitātēs raksturo:

a) studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veidiem: veidu *a)* ir izmantota tikai DMS un *b)* ir izmantota DMS līdztekus tradicionālajām mācību metodēm dominējošais īpatsvars salīdzinājumā ar veidu *c)* *nemaz nav izmantota DMS;*

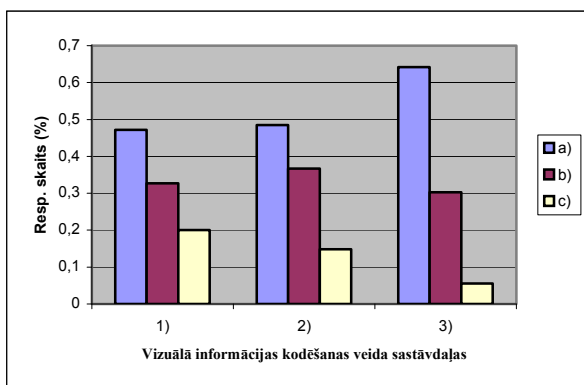
b) statistiski nozīmīga saistība starp DMS lietošanu un sasniegumiem studijās, kas pierāda DMS lietošanas veidu *a)* un *b)* nozīmību, tika konstatēta vizuālā informācijas kodēšana veida sastāvdaļām: 1) *normatīvie attēli (tabulas, funkciju grafiki, figūru laukumi, ķermeņu tilpumi, u.c.);* 3) *jēdzienam atbilstošā objekta un tā mentālā attēla izveides vizualizācija, kognitīvo shēmu darba formām: 1) tipisko un būtisko matemātisko jēdzienu īpašību atveide (shematiskais attēls, zīmju konstrukcija, utt.); 3) kognitīvo shēmu dinamiska rakstura veidošana.*

3. Nosauktie matemātiskās domāšanas attīstības veidošanas līdzekļi jāuzskata kā perspektīvākie DMS lietojumos, tajā pat laikā neizslēdzot no DMS lietojumu loka arī vizuālā informācijas kodēšanas veida sastāvdaļu: 2) *matemātisko objektu transformēšana uzskatāmās formās un jēdziena objekta vai mentālā attēla pārveidošana* un kognitīvo shēmu darba formu: 2) *atpazīšanas procedūru un algoritmu lietošana.*

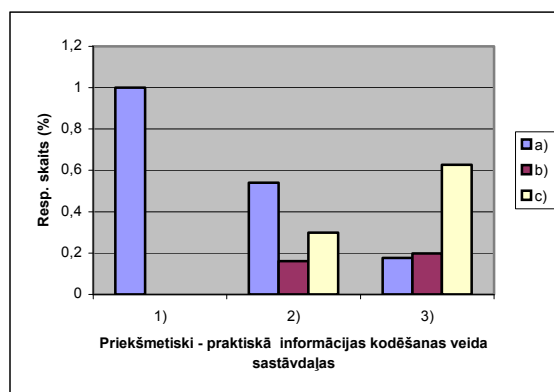
Empīriskā pētījuma grafiki un tabulas



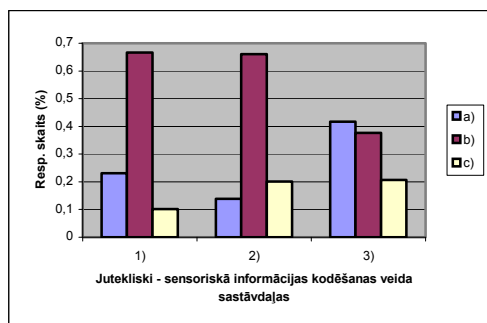
2.30. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un vārdiski – simboliskā informācijas kodēšanas veida sastāvdaļām.



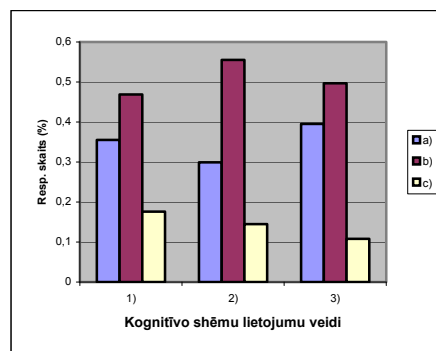
2.31. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un vizuālā informācijas kodēšanas veida sastāvdaļām.



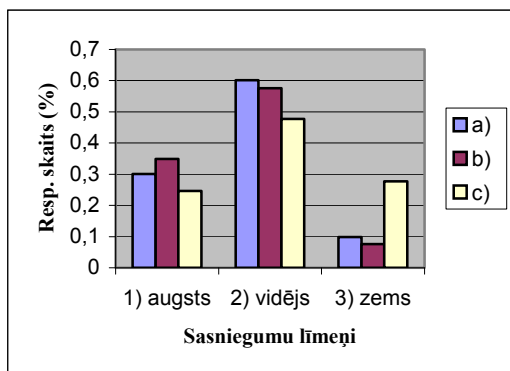
2.32. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un priekšmetiski - praktiskā informācijas kodēšanas veida sastāvdaļām.



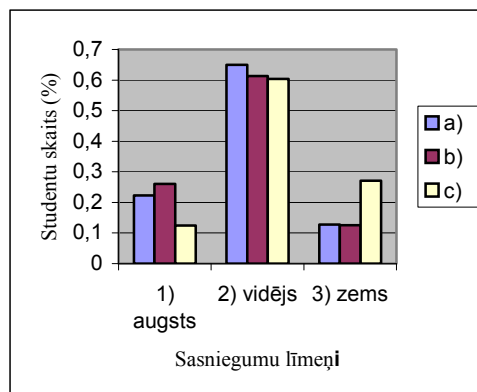
2.33. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un jutekliski – sensoriskā informācijas kodēšanas veida sastāvdaļām.



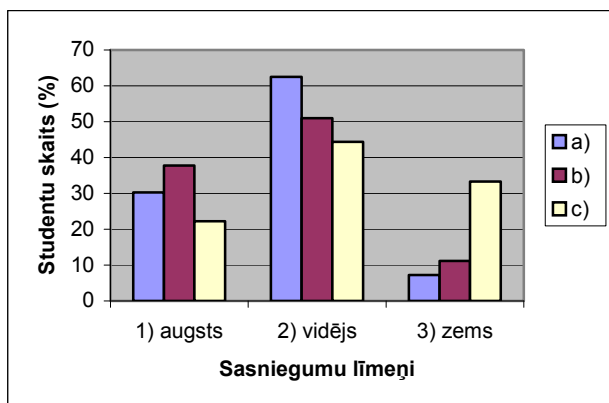
2.34. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un kognitīvo shēmu lietojumu veidiem.



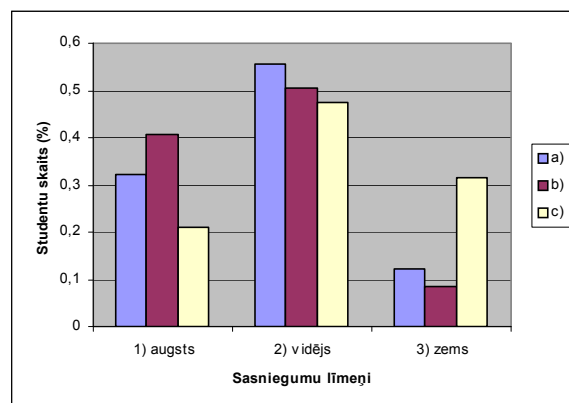
2.35. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un sasniegumiem vizuālās informācijas kodēšanā (1.sastāvdaļa - normatīvie attēli)



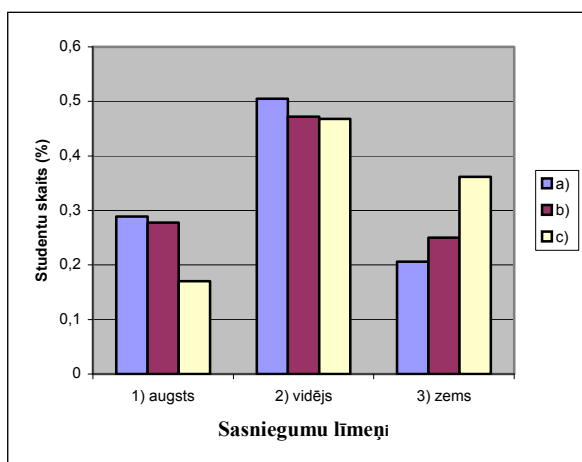
2.36. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un sasniegumiem vizuālās informācijas kodēšanā (2.sastāvdaļa - matemātisko objektu transformēšana uzskatāmās formās un jēdziena objekta vai mentālā attēla pārveidošana).



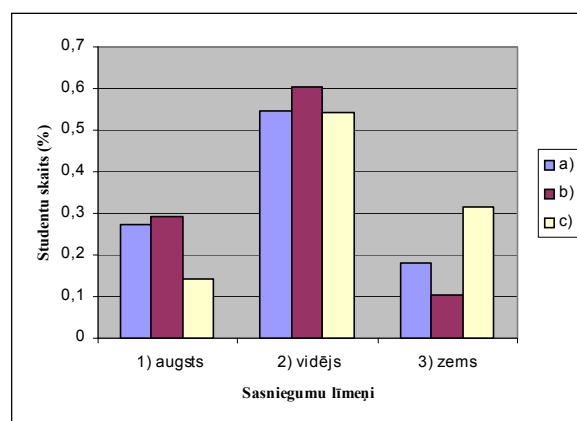
2.37. att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un sasniegumiem vizuālās informācijas kodēšanā (3.sastāvdaļa – jēdzienam atbilstošā objekta un tā mentālā attēla izveides vizualizācija).



2.38.att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un sasniegumiem darbā ar kognitīvajām shēmām (1. darba forma – tipisko un būtisko matemātisko jēdzienu īpašību atveide (shematiskais attēls, zīmju konstrukcija, utt.).



2.39.att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un sasniegumiem darbā ar kognitīvajām shēmām (2. darba forma – atpazīšanas procedūru un algoritmu lietošana).



2.40.att. Studentu sadalījums pēc DMS lietošanas veida un sasniegumiem darbā ar kognitīvajām shēmām (3. darba forma – kognitīvo shēmu dinamiska rakstura veidošana).

2.2. tabula. DMS lietojumu temati

Studiju kurss	Temati	Literatūra
1. Augstākā matemātika inženierzinātnēs	1. Divkāršais integrālis un tā lietojumi: laukuma, tilpuma, smaguma centra koordinātu, inerces momentu aprēķināšana ar divkāršā integrāļa palīdzību. 2. Trīskāršais integrālis un tā lietojumi: tilpuma, masas, smaguma centra koordinātu, inerces momentu aprēķināšana. 3. Līnijintegrāļi un virsmas integrāļi, to lietojumi: šķidrums plūsma caur virsmu, pilnie diferenciāļi termodinamikā, kompleksais potenciāls elektrostatiskā, u.c. 4. Vektoranalīze: skalāri un vektoriāli lauki, vektoru lauka plūsma, diverģence, cirkulācija. Lauka teorijas elementu lietojumi hidrodinamikas vienādojumos. 5. Skaitļu, funkciju un Furjē rindas, to lietojumi: funkcijas vērtības un diferenciālvienādojumu tuvināta aprēķināšana, parciālo diferenciālvienādojumu atrisināšana ar mainīgo atdalīšanas metodi, u.c. 6. Otrās kārtas parciālie diferenciālvienādojumi: siltuma vadīšanas, difūzijas un Puasona vienādojums, dažu praktisku problēmu risinājumi saistībā ar nepārtraukto un diskrēto problēmu siltuma vadīšanas vienādojumam daudzslāņu vidē: stikla šķiedras auduma karsēšana krāsnī, temperatūras lauka aprēķināšana 3 slāņu vidē – mājas sienā, u.c.	[9]; [18]; [22]; [42]; [19]; [45]; [50]; [51]
2. Matemātiskās metodes vides zinātnē un datorī	1. Modelēšana, tās veidi. Matemātiskā datormodelēšana. 2. Siltuma pārneses procesu matemātiskā modelēšana. 3. Ugunsdrošības problēmu matemātiskā modelēšana: a) toksiskuma pakāpes novērtēšana ugunsgrēka dūmos; b) siltumaizsardzības materiālu īpašību novērtēšana ugunsgrēkā; c) ugunsgrēka bīstamo faktoru dinamikas novērtēšana telpu iekšienē. 4. Ekoloģiskā riska matemātiskā modelēšana: a) saindēšanās risks ķīmisko objektu avārijas gadījumā; b) toksisko efektu risks; c) iedzīvotāju veselības traucējumu un apkārtējās vides piesārņojuma risks. 5. Optimizācijas uzdevumu matemātiskā modelēšana: a) optimālās medikamentu normas noteikšana; b) optimālās barības devas sastādīšana; c) optimālā ražošanas plāna sastādīšana; d) transporta izmaksu optimizācija.	[9]; [16]; [17]; [20]; [21]; [43]; [27]; [37]; [31]; [32]; [52];
3. Varbūtību teorija un matemātiskā statistika	1. Varbūtība. 2. Kombinatorikas elementi. 3. Neatkarīgi izmēģinājumi, Bernulli formula, Muavra – Laplasa lokālā un integrālā teorēma. 4. Diskrēti un nepārtraukti gadījuma lielumi, to skaitliskie raksturotāji, varbūtību sadalījuma un varbūtību blīvuma funkcijas. 5. Binomiālais un Puasona varbūtību sadalījuma likums. Vienmērīgais un eksponenciālais varbūtību sadalījuma likums. 6. Normālais varbūtību sadalījuma likums, tā lietojumi: tiešie uzdevumi – dotā intervāla varbūtība, netiešie uzdevumi – dotās varbūtības intervāls. 7. Puasona varbūtību sadalījuma likums nepārtrauktiem gadījuma lielumiem. Vienkārša gadījuma notikumu plūsma. 8. Mazāko kvadrātu metode. Lineārā un nelineārā regresija, prognozēšanas uzdevums, daudzfaktoru regresija. 9. Vienfaktora un divfaktoru dispersijas analīze.	[9]; [21]; [17]; [27]; [52];

[9] (Kalis, Kangro, 2004-a), [16] (Kļaviņš, 2001), [17] (Krašņiņš, 1998), [18] (Kronbergs, 1988), [19] (Kutzler, Kokol-Voljc, 2000), [20] (Lasmanis, 2002), [21] (Lasmanis, Kangro, 2004), [22] (Lewis, 1986), [27] (Neter, Wasserman, Kutner, 1985), [31] (Noviks, 2002), [32] (Raščevska, Kristapsons, 2000), [37] (Алымов, Тарасова, 2004), [42] (Карслоу, Егер, 1964), [43] (Кривошенин, 2000), [45] (Матросов, 2001), [50] (Самойленко, 1989), [51] (Семенов, 2002), [52] (Сидоренко, 2002)

2.3. tabula. Nozīmīguma raksturojums starp DMS lietošanu un sasniegumiem studijās

Kognitīvās pieredzes attīstīšanas līdzekļi	Mērījumu koeficienti saistības raksturošanai [Chi-Square-based Measures]			
	Phi	Cramer's V	Coefficient of contingency	Approx. Sig
1. Vizuālā informācijas kodēšana (1.sastāvdaļa – normatīvie attēli).	0,232	0,164	0,226	<u>0,002</u>
2. Vizuālā informācijas kodēšana, (2.sastāvdaļa – matemātisko objektu transformēšana uzskatāmās formās un jēdziena objekta vai mentālā attēla pārveidošana).	0,171	0,121	0,169	0,050
3. Vizuālā informācijas kodēšana, (3. sastāvdaļa – jēdzienam atbilstošā objekta un tā mentālā attēla izveides vizualizācija).	0,219	0,155	0,214	<u>0,040</u>
4. Darbs ar kognitīvajām shēmām (1. darba forma – tipisko un būtisko matemātisko jēdzienu īpašību atveide (shematiskais attēls, zīmju konstrukcija, utt.)).	0,259	0,183	0,251	<u>0,000</u>
5. Darbs ar kognitīvajām shēmām (2. darba forma – atpazīšanas procedūru un algoritmu lietošana).	0,126	0,089	0,125	0,276
6. Darbs ar kognitīvajām shēmām (3. darba forma – kognitīvo shēmu dinamiska rakstura veidošana).	0,188	0,133	0,185	<u>0,022</u>

2.4. tabula. DMS lietošanas veidu un sasniegumu saistības raksturojums ar Fišera daudzfunkcionālo φ^* kritēriju

Kognitīvās pieredzes attīstīšanas līdzekļi	Empīriskā φ^* vērtība DMS lietošanas veidu			Kritiskā φ^* vērtība (Ja $\varphi^* > \varphi_{kr}^*$, tad H_0 tiek noraidīta ar $\alpha = 0,05$)
	a) un b)	a) un c)	b) un c)	
1. Vizuālā informācijas kodēšana (1.sastāvdaļa)	0,62	3,19	3,49	1,64
2. Vizuālā informācijas kodēšana (3.sastāvdaļa)	0,84	2,80	2,29	1,64
3. Darbs ar kognitīvajām shēmām (1. darba forma)	0,96	2,96	3,85	1,64
4. Darbs ar kognitīvajām shēmām (3. darba forma)	1,80	1,75	2,82	1,64

2.5. tabula. **Empīriskā φ^* vērtība pie dažādiem sasniegumu līmeņu pāriem**

	Empīriskā φ^* vērtība sasniegumu līmeņu 1)augsts; 2)vidējs; 3)zems pāriem			Kritiskā φ^* vērtība
	1) un 2)	1) un 3)	2) un 3)	
Darbs ar kognitīvajām shēmām, 3. darba forma, DMS lietošanas pāris a)un b)	0,11	1,54	1,77	1,64

2.6. tabula. **Empīriskās φ^* vērtības aprēķināšana sasniegumu līmeņu 2)vidējs un 3)zems pārim (2.5. tabula)**

DMS lietošanas veidi	2)vidējs	3)zems	Summa
a) tikai DMS	70 (75,3%)	23 (24,7%)	93
b) DMS un tradicionālās metodes	97 (85,1%)	17 (14,9%)	114
Summa	167	40	207

2.6. tabulas aprēķina piemērs.

$\varphi_1(85,1\%) = 2,349$, $\varphi_2(75,3\%) = 2,101$ - vērtības atbilstošas lielākajam un mazākajam vidēja sasniegumu līmeņa īpatsvaram, $n_1 = 93$, $n_2 = 114$ - novērojumu skaits katram DMS lietošanas veidam. Empīrisko φ^* vērtību aprēķina:

$$\varphi^* = (\varphi_1 - \varphi_2) \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = (2,349 - 2,101) \sqrt{\frac{2,349 \cdot 2,101}{2,349 + 2,101}} = 1,7749 \approx 1,77$$

Nevienādība $1,77 > 1,64$ ($1,64$ – kritiskā vērtība) norāda, ka vidējam sasniegumu līmenim DMS lietošanas veida b) īpatsvars būtiski pārsniedz a) veidu.

Līdzīgā veidā varētu iegūt, ka zemam sasniegumu līmenim DMS lietošanas veida a) īpatsvars būtiski pārsniedz b) veidu. Aprēķini norāda DMS lietošanas veida b) priekšrocības salīdzinājumā ar veidu a).

2.3. Refleksīvā abstrakcija matemātiskajā domāšanā un profesionālās kompetences veidošanā

Refleksīvā abstrakcija

Darba tirgū mūsdienās ir pieprasīts tāds izglītības produkts, kas veidojas uz jauna mācību satura bāzes un nosacījumiem. Mācību saturs nav tikai pārmantotas zināšanas, prasmes, iemaņas, bet arī radoša attieksme pasaules redzējumā, domās, darbībā, mērķtiecībā. Fundamentāla bāze šādai izziņas darbībai ir domāšana kā mentāla darbība, ar kuras palīdzību tiek modelēti pasaulē notiekošie procesi un atklātas sakarības starp objektīvajām norisēm.

Īpaši nozīmīga ir matemātiskā domāšana, kas ļauj vispārināt atsevišķos gadījumus izmantojot refleksīvo abstrakciju jaunu zināšanu ieguvē (Dubinsky, 1991), (Colman, 2003).

Līdz ar mazkvalificēta un rutinēta darba nomaiņu ar jaunajām informācijas tehnoloģijām cilvēka resursi arvien vairāk tiek mobilizēti radošai darbībai, kas saistīta ar lēmumu pieņemšanu, kura savukārt prasa atbilstošu intelektuālu un profesionālu sagatavotību. Te minami divi galvenie profesionālās attīstības aspekti:

- 1) radošās domāšanas un metakognitīvo iemaņu attīstīšana;
- 2) profesionālās informācijas resursu uztveres un inovatīvas mācīšanās tehnoloģijas nodrošināšana.

Pārejot uz tirgus ekonomiku, kas balstīta uz zināšanām, aktuāla kļūst zināšanu vadība. Te svarīgākie uzdevumi ir saistīti ar zināšanu veidošanu, lietošanu un paplašināšanu.

Refleksīvajā abstrakcijā subjekts, balstoties uz jau zināmo informāciju par apkārtējo realitāti (esošo informāciju, konkrēto objektu stāvokli), ar domāšanas operāciju palīdzību iegūst jaunu (par jaunām objekta īpašībām atbilstoši tā jaunajam stāvoklim). Ar refleksīvo abstrakciju saprotam mentālu objektu (attēlu) konstrukciju un mentālas darbības (operācijas) ar tiem (Dubinsky, 1991).

Aplūkosim svarīgākos jēdzienus, kas saistīti ar refleksīvo abstrakciju.

Refleksīva abstrakcija ir operatīva mentālās pieredzes forma, kas mainās līdz ar situācijas maiņu (Colman, 2003). Ar operāciju, pēc Žana Piažē teorijas, saprotama svarīgākā domāšanas procesa vienība (Обыхова, 1966), turpretī mentālas operācijas ir mentālas procedūras, kuras var tikt izpildītas arī pretējā virzienā (apgriezti) (*reverse, обратимый*) (Colman, 2003), piemēram, saskaitīšana, loģiskā reizināšana u.c. Apgriežamība kā svarīgs vispārējās intelektuālās attīstības etaps ietilpst arī refleksīvās abstrakcijas shēmā (Dubinsky, 1991), kuru izmanto, piemēram, augstākās matemātikas jēdzienu apguvē.

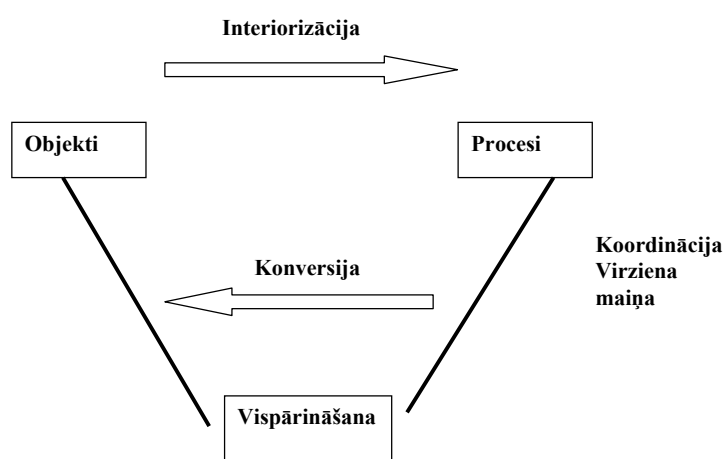
Refleksīvā abstrakcija veicina tādu domāšanas veidu, kurā forma tiek atdalīta no satura un tālāk procesi prātā tiek konvertēti uz satura objektiem (raksturotājiem) (Piaget, 1972).

Tātad informāciju par objektu var iegūt arī no objekta izpētes procesā veicamajām darbībām (arī mentālām) objekta izpētes procesā.

Mūsdienu matemātikā ar refleksīvās abstrakcijas palīdzību no jau zināmajām operācijām vai no iepriekšējām struktūrām tiek veidotas jaunas, tā bagātinot fundamentālus jēdzienus, piemēram, no aritmētiskām operācijām tiek izveidota algebra kā operāciju grupa u.c.

Terminam „refleksija” (*reflection*) ir divas nozīmes. Pirmā – ”fiziskā refleksija” jeb atspoguļošana. Te lieto arī jēdzienu „transpozīcija”, t.i., darbības apzināšana (apjēgšana), pāreja no zemāka intelektuālās konstrukcijas līmeņa uz augstāku, no darbības līmeņa uz reprezentācijas jeb priekšstata līmeni. Termina „refleksija” otrā nozīme ir prāta darbība – refleksīvā abstrakcija, kad notiek ne tikai pāreja uz augstāku līmeni, bet arī zemākā līmeņa darbību jeb operāciju rekonstrukcija. Augstākajā līmenī refleksīvā abstrakcija nosaka satura bagātināšanu ar jauniem elementiem, un pārejai uz šo līmeni vajadzīga ne tikai transpozīcija, bet arī paplašināšana. (Пиаже, 1970), (Щедровицкий, 1995).

1. *Refleksīvās abstrakcijas darbības.* Aplūkosim refleksīvās abstrakcijas shēmu ar pieciem loģiskās domāšanas veidiem (Давыдов, 1972) – **interiorizāciju** (*interiorization*), **koordināciju** (*coordination*), **konversiju** (*encapsulation*), **vispārināšanu** (*generalization*) un **virziena maiņu** (*reversal*)–, kura tiek izmantota matemātikas studiju procesa izpētē un matemātikas apgūvē (arī izmantojot datortehniku) (Dubinsky, 1991) (2.41. att.).



2.41. att. Refleksīvās abstrakcijas shēma (Dubinsky, 1991)

Ar **objektiem** saprotams plašs matemātisko objektu spektrs (skaitļi, mainīgie, funkcijas, topoloģiskās telpas, grupas, vektoru telpas u. c.), ar kuriem tiek veiktas dažādas operācijas (darbības). Vispirms veicamajai darbībai ir jāklūst interiorizētai, tas nozīmē materializētu darbību secības interpretēšanu, īstenošanu un pārveidošanu interiorizētu

(iekšēju) darbību sistēmā. **Interiorizācija** ir process, kas ļauj apzināt veicamo darbību, domāt par to un kombinēt (apvienot) ar citām. Piemēram, pareiza funkcijas atvasināšana, izmantojot atvasināšanas pamatlikumus un pamatformulas, ir veiksmīgs interiorizācijas rezultāts.

Cits konstruktīvs process ir jaunu procesu izveide no dotajiem. To var veikt, piemēram, ar **virziena maiņu**. Tas nozīmē, ka pētījuma subjekts veic jaunu domāšanas procesu, kas norit pretēji sākotnējam procesam. Piemēram, veiksmīgi interiorizētā procesā (funkcijas atvasināšana), atrodot atvasinātās funkcijas oriģinālu– nenoteikto integrāli –, saskaņā ar matemātisko darbību integrēšanu, kas ir pretēja atvasināšanai, tiek veikta virziena maiņa.

Koordinācija (saskaņošana, kompozīcija) ir process, kas tiek veikts, lai, komponējot esošos objektus vai darbības, iegūtu jaunus. Koordinācija parasti ir sarežģītāka nekā vienkārša apvienošana, jo ir jāizprot katra kompozīcijas objekta jēga. Šī iemesla dēļ matemātikas kursā nereti ir grūtības izprast, piemēram, saliktas funkcijas jēdzienu.

Jaunu procesu konstruēšana bieži vien nav iespējama bez procesa pārveidošanas (konvertēšanas) par objektu (objektiem), t.i., **konversijas**. Lai pārveidošana būtu iespējama, process tiek uzskatīts par objektu, un tas savukārt ļauj risināt šo procesu, piemēram, matemātiski izmantojot esošos algoritmus vai sastādot jaunus. Piemēram, nereti sastopama kļūda, nosakot kopas $\{4, \{-3, 2, -2/7\}, \{\{20, 5\}\}\}$ apjomu (*cardinality*), ir tā, ka skaitlis 6 tiek norādīts biežāk nekā skaitlis 3. Te grūtības saistītas ar nepietiekami veikto konversiju, jo kopas $\{-3, 2, -2/7\}, \{20, 5\}$ nav uzskatītas par objektiem.

Lietojot doto shēmu plašākam darbību klāstam, tiek veikta **vispārināšana**. Piemēram, pozitīvu veselu skaitļu reizināšana var tikt vispārināta par polinomu reizināšanu vai pāreja no divdimensiju telpas attēla – taisnes – uz tai atbilstošo trīsdimensiju telpas attēlu – plakni.

Matemātiskajā domāšanā ir svarīgi izdarīt secinājumus par pētāmo objektu ne tikai no vispārīgā gadījuma uz atsevišķo, bet arī pretēji – no katra īpaša, atsevišķa gadījuma uz vispārīgo gadījumu.

Daudzi autori savos darbos atzīmē vispārināšanas lielo lomu matemātiskās domāšanas veicināšanā (Dubinsky & Tall, 1991), (Щедровицкий, 1995), (Dubinsky 1991), (Давыдов, 1996), (Давыдов, 2000) (Крутецкий, 1986) u.c.

Grūtības vispārināšanā pēc D. Tall (Tall, 1991) rodas pastāvot konfliktam starp īpašībām, kuras students zina, un jaunā abstraktā jēdziena īpašībām, kuras dedukcijas ceļā ir jāiegūst no definīcijas.

Izšķir **ekspansīvo** ģeneralizāciju jeb vispārināšanu [expansive generalization], kura paplašina studentam jau izveidojušās kognitīvās struktūras, neprasot to pārstrukturēšanu, un **rekonstruktīvā** vispārināšana [reconstructive generalization], kurā nepieciešama esošo

kognitīvo struktūru pārkārtošana (Tall, 1991). Piemēram, matemātikas kursā vairākus studentu pāreja no vektoru telpām R^1, R^2 uz vektoru telpu R^n , ir ekspansīvā vispārināšana, turpretī pāreja uz abstrakto vektoru telpu (Jaunzems, 1993) ir jāuzlūko par rekonstruktīvo vispārināšanu.

Gan fiksētu zināšanu pārvaldīšana, gan jaunu zināšanu ieguve balstās uz mentālu objektu konstruēšanu un darbībām ar tiem (Давыдов, 2000).

Grūtības mentālajā reprezentācijā ir atšķirība starp jēdzienu, objektu un mentālo attēlu (Carreira, 2001), (Miller, Paredes, 1996), (Зенкин, 1991) jo jēdzienam apzīmējamo objektu un mentālo attēlu cilvēks var reproducēt dažādā veidā (Kangro, 2006-a) (plašāku skaidrojumu sk. 107. lpp.).

Tas ir īpaši vērojams sarežģītos fizikālos, ķīmiskos, u.c. procesos vai arī pietiekami komplicētos procesos kognitīvā aspektā (piemēram, augstākās matemātikas jēdzieni, operācijas ar tiem) ar samērā augstu abstrakcijas pakāpi, piemēram, vairāku argumentu funkcijas un parciālie atvasinājumi kā grūtāk apgūstamās un ar citām studiju disciplīnām cieši saistītās tematikas pārstāvji (Kangro, 2006-b).

Problēmas risinājumā var izmantot modernās informāciju tehnoloģijas veicot mentālo procesu izpēti jaunu zināšanu ieguves procesā matemātikas studijās (Garleja, Kangro, 2006 - b), (Kalis, Kangro, 2003-a).

2. *Zīmju un simbolu līdzekļu nozīme operacionālo un figuratīvo aspektu lietošanā.* Jaunu zināšanu ieguves un attīstīšanas pamats ir subjekta priekšmetiskā darbība ar realitātes objektiem (Давыдов, 1972), kuriem piemīt divu veidu formas: stāvokļu forma un pārveidojumu (pārkārtojumu, transformāciju) forma (Пиаже, 1965).

Operacionālās struktūras sniedz zināšanas par vienas parādības pārveidošanu citā, no vienas realitātes konfigurācijas uz citu, turpretī figuratīvās struktūras ļauj uzzināt par šīm parādībām, par to dažādiem stāvokļiem pārveides procesā (2.33. att.)

Operacionālo un figuratīvo aspektu (struktūru) attēlošanai lieto zīmju-simbolu līdzekļus. Jēdziena izveides jeb jaunu zināšanu ieguves pamatā ir *darbības*: objekta pārveidošana (operacionālie aspekti) un šīs pārveidošanas reproducēšana (figuratīvie aspekti). Šīs darbības ir operacionālo un figuratīvo aspektu pilnveidošana (uzlabošana), kuras realizācijai var izmantot iepriekš aplūkotos refleksīvās abstrakcijas veidus.

Termins "zīmju-simbolu" līdzeklis akcentē gan zīmes *reprezentējošo* būtību, gan arī tai piemītošo *objektīvo* saturu.

Operacionālo un figuratīvo aspektu attēlošanai izmanto zīmju-simbolu līdzekļus, tāpēc atzīmēsīm to svarīgumu saistībā ar datoru-matemātiskajām sistēmu izmantošanu:

1. Ar zīmju-simbolu līdzekļu valodas palīdzību jaunā informācija par operacionālajām un figuratīvajām struktūrām nonāk tās apstrādes sistēmā lai turpmāk glabātos ilglaicīgajā atmiņā (Салмина, 1988), (Селевко, 2005), (Калошина, 2003), (Mayer, 1991).

2. Datortehnikas lietojumi pastiprina un intensificē zīmju-simbolu līdzekļu lietošanas iespējas, novērš ar uztveri saistītās grūtības (Ломов, 1991), (Dubinsky, Tall, 1991), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008), (Undergraduate Programs and Courses in the Mathematical Sciences, 2003), (Голоскоков, 2004).

Savukārt operacionālo un figuratīvo aspektu pilnveidošana (vienlaicīgi jaunu zināšanu ieguve) ir iespējama:

1. Akcentējot svarīgākos pierādījuma/algorithmā posmus paplašinot to saturisko jēgu (Пойа, 1976), (Mayer, 1991).

2. Veicot didaktisko vienību integrāciju (katrs centrālais didaktiskās vienības elements ietver vienlaicīgi sākotnējo uzdevumu, tā apgriezto uzdevumu un vispārinājumu) (Эрдниев, П., Эрдниев Б., 1986), (Эрдниев, П., 1992), (Бершадский & Гюзеев, 2003).

3. Ievērojot iepriekšējās tematikas grūtības pakāpi un studentu apguves iespējas (Kangro, 1999), (Kangro, 2006-a).

4. Izmantojot informāciju tehnoloģiju tehniskās un didaktiskās iespējas (Kangro, 2000), (Garleja, Kangro, 2006) (piemēram, algoritmu izpilde u.c.):

a) sniedzot jēdziena dažādus ģeometriskās, mehāniskās, ekonomiskās u.c. veida interpretācijas piemērus, to ilustrācijai izmantojot informācijas tehnoloģijas (piemēram, datortehnikas iespējas) (Noss, Healy, 1997), (Kangro, 2000), (Kalis, Kangro, 2003-a), (Kalis, Kangro, 2004-a).

b) ievērojot jaunākās paaudzes datoru matemātisko sistēmu izmantošanas jeb lietderības iespējas [*utility*] (piemēram, darbietilpīgu skaitlisku aprēķinu izpilde ietaupot mācību laiku, u.c.) un mācīšanas iespējas [*learn-ability*] (piemēram, studentu līdzdarbība problēmu risināšanā, pie kam ievērojot arī kognitīvās aktivitātes raksturotājus – mācīšanās stilus u.c.) (plašāk par mācīšanās stiliem sk. 286. – 295. lpp.).

Operacionālo un figuratīvo aspektu lietošana jāsaista arī ar diviem atšķirīgiem zināšanu veidiem (par operacionālajiem un figuratīvajiem aspektiem plašā sk. 111. – 112. lpp.).

Divām analizētajām realitātes objektu formām – figuratīvajai un operacionālajai atbilst un tiek lietoti šo formu saturam atbilstoši zināšanu veidi, attiecīgi – deklarātīvās zināšanas (dotajā kontekstā – objektu konfigurāciju stāvokļu raksturotājas) un procedurālās zināšanas (dotajā kontekstā – objektu konfigurāciju pārveides raksturotājas).

Deklaratīvo un procedurālo zināšanu sasaitē ir mērķtiecīgi izmantot arī konceptuālās zināšanas jeb modeļus, ar kuru palīdzību var ilustrēt pētāmo procesu un tā shēmu, izskaidrot tās darbības principus (Mayer, 1989), (Mayer, Gallini, 1990).

Ilustrācijai aplūkojam refleksīvās abstrakcijas lietošanu piemēru matemātikas apgūvē.

Atvasinājuma jēdziena būtība ir grūti izprotama izmatojot tikai deklaratīvās zināšanas (formāli uzrakstot atvasinājuma definīciju kā robežu no funkcijas pieauguma pret argumenta pieaugumu jeb kā robežu no ķermeņa kustības vidējā ātruma), jo kustības vidējam un momentānajam ātrumam ir ne tikai atšķirīgs saturs, bet arī atšķirīga uzbūve, tie tiek mērīti dažādi un izsakās dažādos veidos (Щедровицкий, 1995).

Kustības vidējais ātrums aprēķināms kā ķermeņa noietā ceļa un laika attiecība pie kam neatkarīgi no izvēlētā atskaites sākuma punkta. Bez tam aprēķiniem nav nepieciešams pat kustības likums, pietiek tikai ar empīriskiem datiem – ķermeņa noietajam ceļam un tam atbilstošam laika lielumam. Turpretī kustības momentāno ātrumu nevar aprēķināt bez kustības likuma (piemēram, analītiskajā vai grafiskajā formā) un ar vienkāršu dalīšanas operāciju – ir nepieciešama jauna operācija (atvasināšana), kur tiek aprēķināta robeža no funkcijas pieauguma pret argumenta pieaugumu.

Tātad, lietojot refleksīvās abstrakcijas terminoloģiju, realizētā robežpāreja (konversijas procesā) ir pāreja uz augstāku darbības līmeni attiecībā uz iepriekšējo procesu – vienkāršu dalīšanu kustības vidējā ātruma atrašanās (izdalot funkcijas pieaugumu ar argumenta pieaugumu). Te kustības momentānā ātruma atrašanās jau tiek ievērota un realizēta abu mainīgo lielumu (funkcijas pieauguma un argumenta pieauguma) atkarība no argumenta pieauguma, tas ir, tiek iegūts funkcijas atvasinājums.

Ar konceptuālā modeļa palīdzību, izmantojot DMS Maple, ir sniegta atvasinājuma jēdziena vizuāla interpretācija: atvasinājums dotajā punktā kā virziena koeficients funkcijas grafika pieskarei (kas savukārt ir robežstāvoklis sekantēm – līnijām, kuras raksturo atvasinājuma iegūšanas procesa elementus – argumenta pieaugumu un funkcijas pieaugumu) (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008, 186).

Jāsecina, ka deklaratīvās un procedurālās zināšanas var sekmīgi izmantot refleksīvās abstrakcijas veidu realizācijā, jo:

- 1) deklaratīvās zināšanas (kā objektu raksturotājas) ir refleksīvās abstrakcijas izejas punkts;
- 2) procedurālās zināšanas ir refleksīvās abstrakcijas procesa veicamo darbību īstenotājas;
- 3) procedurālās zināšanas balstītas uz konceptuālajiem modeļiem ļauj atklāt attiecīgā refleksīvās abstrakcijas veida (piemēram, konversijas, virziena maiņas u.c.) matemātiskā algoritma būtību.

Daudzos gadījumos zemi sasniegumi studijās (mācībās) ir saistīti ne tik daudz ar iegūto zināšanu apjomu, cik gan tieši ar to pārnesi, kuru nodrošina reprezentācijas mehānismi (Karut, 1991), (Бершадский, Гузеев, 2003).

Tāpēc jautājums ir ne tikai par zināšanām, bet arī par reprezentācijas mehānismu funkcionēšanu, jo zināšanas, lai arī cik pilnīgas un labi organizētas tās būtu, var tikt pielietotas konkrētā situācijā tikai tādā mērā, cik labi ir organizēts šīs situācijas aktuālais mentālais attēls.

Jauna jēdziena (zināšanu) apguvi var pilnveidot pievēršot uzmanību ne tikai beigu rezultātam, bet arī to apgūšanas procesam, balstoties uz operacionālajiem un figuratīvajiem aspektiem problēmas izpratnē.

Refleksīvās abstrakcijas darbības tiek izmantotas matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu realizācijā, piemēram, konversija (procesa pārveidošana) saistās ar sastāvdaļu "Zināšanu pielietošana", vispārināšana – ar "Saprašana" un "Zināšanu pielietošana" (sk. 2.1. tab.).

Ar virziena maiņu realizējas vairākas viena otrai pretējas matemātiskas operācijas, arī vairāki didaktisko vienību integrācijas metodikas konceptuālie pieņēmumi balstās uz virziena maiņu, piemēram, tiešās un apgrieztās teorēmas pierādījumus izpilda kopā ar vienu un to pašu grafisko shēmu, vienlaicīgi aplūko divu un trīs dimensiju telpas elementus, saista induktīvās un deduktīvās mācību materiāla izklāsta metodes.

Promocijas darba autora dinamiska procesa modeļa izveidē ir izmantoti divu un trīs dimensiju telpas elementi, to ieguvē ir izmantota induktīvā un deduktīvā pētīšanas metode (sk. 140. lpp.).

Refleksīvā abstrakcija ir ļoti konkrēts uz matemātisko domāšanu balstīts jaunu zināšanu ieguves process, kur zināšanu ieguvēji ir studenti gan matemātikas, gan arī citu zinātņu studijās. Tāpēc nevar atstāt bez ievēribas jautājumu par matemātikas diviem galvenajiem uzdevumiem – matemātika kā līdzeklis citu zinātņu studijās un matemātika – studēšanas objekts pašas matemātikas apgūvē.

Pirmais uzdevums saistās ar profesijas apguvi – profesionālo sagatavotību, kur matemātikai (īpaši tehnisko zinātņu studentiem ir) neskatoties uz laikmeta, kurā dzīvojam, visādā ziņā pragmatiskajām nostādnēm, ir pieaugoša nozīme, bet abi uzdevumi vienlīdz cieši saistīti kopā ar augstāko profesionālo izglītību.

Tāpēc aplūkosim augstāko profesionālo izglītību mācību un profesijas ieguves kontekstā.

Augstākā profesionālā izglītība intelektuālo un praktisko prasmju apguvei

Pasaules izglītības sistēmas 21. gadsimtā pārdzīvo dziļu krīzi, kura lielākā vai mazākā mērā skar visas pasaules izglītību, ekonomiku utt. (Формирование..., 2003):

- Vērojama plaisa starp to cilvēku skaitu, kuri grib apgūt kvalitatīvu izglītību un starp tiem, kuriem ir tāda iespēja;
- Profesionālā izglītība savā attīstībā saturiskā ziņā nespēj sekot līdzi moderno tehnoloģiju straujajai izaugsmei;
- Finansējuma deficīta apstākļos vairs nav iespējama izglītības sistēmas adekvāta atbilstība jaunajām prasībām;
- Sabiedrībai kopumā un tā locekļiem piemītošā inerce dažādu tradīciju un stimulēšanas formu veidā ir šķērslis izglītības un tās nozaru racionālai izmantošanai atbilstoši nacionālajām interesēm katras valsts ietvaros.

Tieši izglītības sistēma sniedz jaunajai paaudzei zināšanas par sabiedrības funkcionēšanas likumiem, tās vadības principiem, inovāciju nepieciešamību un to ieviešanas veidiem, par katra cilvēka pilsonisko un profesionālo lomu sabiedrībā, taču zināšanas arī par to, ka iepriekš minētie jēdzieni un darbības dotajā momentā ir visai tālu no pilnības un gaida turpmāko risinājumu.

Līdz ar pāreju uz jaunu saimnieciskās dzīves organizāciju visai pamatoti tiek izvirzīta prasība arī par izglītības sfēras inovatīvu organizāciju jeb pārkārtošanu. Radikāls pagrieziens uz inovatīvu ekonomikas modeli, kur galveno vietu sāka ieņemt uzņēmējs, radot jaunu darbību vērstu uz jauna tipa produkta ražošanu – radītie priekšmeti pārveidojas par turpmākās darbības organizācijas elementiem.

Pārveides process ir atkarīgs no patreizējo zināšanu apjoma, kurš, norādot procesa atsevišķo elementu jēgu un nozīmi, faktiski ir pamatojums turpmākai darbībai (Щедровицкий, 1994).

Tāpēc zināšanu radīšana inovatīvas ekonomikas apstākļos kļūst par ražošanas tehnoloģiju pamatu. Saistot iepriekš teikto tēzi ar “cilvēciskā kapitāla” jēdzienu, var secināt (Марача, 2002):

- zināšanu radīšanā iesaistās arvien vairāk cilvēku, tāpēc viņu sadarbība darba procesā un mijiedarbība ar darba rezultātu – zināšanām, izvirza jaunas prasības gan cilvēku kvalifikācijai, gan zināšanu raksturam;
- materiālās sfēras produktu radīšanā arī nepieciešama jaunas kompetences, saistītas ar savas darbības intelektuālo nodrošinājumu ar tam nepieciešamo zināšanu un citu intelektuālo līdzekļu atlasīšanu un lietošanu;

- iegūto kompetenču klāstu nepieciešams atjaunot vairākas reizes dzīves laikā, jo sabiedrības dinamiskā attīstība ir sasniegusi tādu līmeni, ka attiecīgās kultūras un profesionālās darbības dzīves cikls vairs nepārsniedz paaudzes dzīves ciklu.

Augstskolā organizētajam studiju procesam jānodrošina pāreja no izziņas darbības veida uz profesionālās darbības veidu ar tam atbilstošu vajadzību un motīvu, mērķu, rīcības veidu, līdzekļu un rezultātu maiņu. Saprotams, ka šāda pāreja nevar noritēt bez pretrunām. A. Verbickis (Вербицкий, 1991) klasificē sekojošas pretrunas starp mācību un profesionālo darbību:

1. Pretrunas starp mācību - izziņas darbības abstrakto priekšmetu (teksti, zīmju sistēmas, darbības programmas, utt.) un nākamās profesionālās darbības priekšmetu, kur zināšanas netiek dotas "tīrā" veidā, bet gan ražošanas procesu un situāciju vispārējā kontekstā.

2. Pretruna starp zināšanu sistēmisko pielietojumu profesionālās darbības regulācijā un to apgūšanas iespēju "sadrumsstalotību" dažādās studiju disciplīnās. Reāla iespēja sistematizēt iegūtās zināšanas nereti rodas tikai pēc augstskolas beigšanas, kas nebūt neveicina interesi gan par iegūstamajām zināšanām, gan arī par nākamo profesiju.

3. Pretrunas starp individuālo zināšanu un pieredzes ieguves veidu, mācību darba individuālo raksturu un profesionālās darbības kolektīvo raksturu, ar tā darba produktu apmaiņu, ar starppersonu saskarsmes iespējām, ar katra kolektīva locekļa personīgo ieguldījumu.

4. Pretruna starp speciālistam nepieciešamajām personības radošas darbības un sociālās aktivitātes līmenī esošām kvalitātēm un tradicionālajā apmācībā dominējošiem uzmanības, uztvers, atmiņas, kustību procesiem, jo pēdējos nav pienācīga vieta atvēlēta domāšanas procesiem.

5. Pretruna starp galvenokārt pagātnē vērsto mācību saturu, sociālo pieredzi un mācību subjekta nākotnes profesionālo orientāciju.

Pašreiz uzdevumu maiņu augstākajā izglītībā nosaka pāreja no gnostiskās pieejas (zināšanu paradigma) uz darbības paradigmu, kuras galvenais mērķis ir spēju veidošana aktīvai un radošai profesionālajai darbībai.

Aplūkosim mācību un audzināšanas darbību ar iespējamajiem problēmu risinājumiem saistībā ar paradigmu maiņu divos aspektos – *zināšanu sistēmas* veidošana un *profesionālās darbības* pamatu apguve.

1. Iepriekšējās paradigmas apstākļos galvenais mācību mērķis bija cilvēces iepriekšējās pieredzes (zināšanu) apguve. Zināšanas parasti ir akumulētas attiecīgajā zinātņu nozaru sistēmā, tāpēc jautājumi par pašas darbības apguvi (mācēt mācīties), par paņēmieniem un līdzekļiem tās realizācijai, palika ārpus mācību – audzināšanas procesa redzesloka. Tomēr

personības attīstībai svarīgas sastāvdaļas mācību procesā ir ne tikai zināšanas, bet arī paša darbības procesa (zināšanu iegūšana), tā paņēmienu un līdzekļu apguve.

Darbības procesā iegūstot zināšanas, domāšanas paņēmienu apguve ir vērsta uz studentu prāta (mentālās) darbības attīstību, turpretī priekšmetiskās darbības apguve ir tieši saistīta ar praktisku prasmju veidošanu – svarīgs mācību darbības aspekts, kuram netiek pievērsta vajadzīgā uzmanība.

2. Cilvēces iepriekšējā pieredze (zināšanas) tiek nodotas nākamajām paaudzēm ar svarīgāko zinātņu nozaru starpniecību (attiecīgi pa studiju disciplīnu kursiem) apgūstot zinātņu jēdzienus, likumus, pamatprincipus.

Reizē ar teorētiskajām zināšanām katrs cilvēks iegūst arī tā saucamās "tēlainās zināšanas" sajūtu, uztveres, priekšstatu veidā (iegūti ar sensori – aperceptīvā un reprezentatīvā atspoguļošanas līmeņa palīdzību) un didaktikā ievērojot uzskatāmības principu, šīm zināšanu veidam vienmēr tika atvēlēta pienācīga uzmanība, ko gan nevarētu apgalvot par teorētisko un "tēlaino zināšanu" produktīvu mijiedarbību apmācības procesā.

3. Cilvēka darbība realizējas divu veidu zināšanu ietekmē: zināšanas par apkārtējo realitāti (zināšanas par objektu) un zināšanas par darbību tajā (par darbības mērķi, pašu procesu, par darbības veidiem, līdzekļiem un nosacījumiem).

Pie pirmā veida zināšanām pieder, piemēram, procesu (ierīču) fizikālo un ķīmisko, u.c. likumu zināšanas, mašīnu un aparātu darbības principi, materiālu īpašības, u.c. Savukārt tehnoloģiju zināšanas, dažādu darbību un operāciju izpildes likumi, darba drošības noteikumi, u.c. ir attiecināmas uz otrā veida zināšanām, kurām bieži vien netika pievērsta vajadzīgā uzmanība. Tās parasti tika veidotas dažādu mācību – praktisko uzdevumu (ražošanas prakses), instruktāžu, dažādu darba operāciju izpildes laikā un galvenokārt tikai konkrētu priekšstatu un nevis veselas teorijas līmenī.

Tātad zināšanas par veicamajām darbībām (otrā veida zināšanas) netika loģiski saistītas savā starpā un netika nodrošināta to saikne arī ar pirmā veida zināšanām (zināšanas par objektu) nepieciešamā vispārinājuma līmenī. Šādā zināšanu sistēmā iegūtajām prasmēm nevarēja būt pietiekami plašs lietojumu loks dažādās sfērās un darbības apstākļos.

Tāpēc jāattīsta zināšanas augstāka vispārinājuma līmenī apgūstot attiecīgo tehnoloģiju vispārējos principus, veicamo darbību saturu, to izpildes kārtības vispārējos algoritmus, utt.

Mācību satura pilnveide atbilstoši mūsdienu zinātnes standartiem liek pilnveidot mācību vielas teorētisko pamatojumu, kas savukārt prasa apgūt zināšanas augstākā vispārinājuma līmenī, aktīvi izmantojot deduktīvās metodes mācību vielas apgūvē. Tad mācību darbības galvenais rezultāts ir teorētiskās domāšanas izveide un attīstīšana (Čehlova, 2002).

Problēmu risinājumā ir svarīgi mācību darbības saturā iekļaut metodoloģisko zināšanas sistēmu (Давыдов, 1996), (Давыдов, 2000):

a) satura vispārināšana (teorētiski būtiskās objekta īpašības); b) satura abstrahēšana (būtiskās pazīmes nodalīšana dotajā materiālā un tā pārveide zīmju – simbolu formā); c) teorētisko jēdzienu sistēma (bāze objekta pārveidei, jaunu zināšanu iegūšanai).

Saturiskās vispārināšanas darbība raksturo virzību no abstraktā uz konkrēto, no vispārīgā uz atsevišķo – te pakāpeniski tiek iegūtas objektu raksturojošas, arī mazāk būtiskas, “konkrētas” teorētisko jēdzienu sistēmu veidojošas abstrakcijas, kas ir ļoti svarīgi mācību satura modernizēšanā.

Promocijas darba autors ir izmantojis V. Davidova atziņas matemātiskās domāšanas attīstības izpētē un veicināšanā matemātiskās domāšanas attīstības modeļa izveidē, mācību līdzekļu izstrādē.

4. Nereti gan metodoloģijas, gan arī mācību literatūrā ir vērojama dažādu zināšanu eksistences formu – kolektīvā subjekta (sabiedriskas zināšanas jeb zināšanu sistēma) un atsevišķa cilvēka (indivīda) zināšanu nepārdomāta sapludināšana.

Ja sabiedriskās zināšanas var eksistēt neatkarīgi no cilvēka – dažādos informācijas nesējos, grāmatās, utt., tad indivīda zināšanas ir nesaraujami saistītas ar viņa pārdzīvojumiem, ar vērtību orientāciju. Abu šo zināšanu eksistences formu izpausmes ir savstarpēji cieši saistītas un ir noteiktas ar katra cilvēka praktisko attieksmi pret apkārtējo realitāti.

Tomēr mācību materiāla atlases un sistematizācijas procesā šis nosacījums tiek ievērots tikai daļēji. Mācību līdzekļu izveidē attiecīgajos studiju priekšmetos autori parasti cenšas tajos maksimāli atspoguļot sabiedriskās zināšanas pēc iespējas mūsdienīgākā un labāk sistematizētā veidā, pie kam vairāk ievērojot zināšanu sistēmas struktūru, un mazāk – to strukturēšanu saistībā ar studentu apguves iespējām un viņu turpmākās darbības nepieciešamību.

Mācību un audzināšanas procesa orientācijā no zināšanu pieejas uz darbības pieeju, aktuāls kļūst divu veidu problēmu loks.

Pirmkārt:

1. Izveidot zināšanu sistēmu pilnvērtīgas profesionālās darbības pamatu apguvei.
2. Pilnveidot racionālo (teorētisko) un ”tēlaino zināšanu” (sajūtu, uztveres, priekšstatu veidā iegūto) zināšanu mijiedarbību.
3. Pilnveidot zināšanu sistēmu par darbību, tās mērķiem, paņēmieniem, līdzekļiem un nosacījumiem tās izveidē; izpētīt iespējas vispārinājuma līmeņa paaugstināšanai šajā zināšanu sistēmā.

Otrkārt:

Lietot teorētiskās zināšanas tieši mācību procesā, radot tādas mācību-praktiskās darbības apstākļus, kuros ir nepieciešams aktīvi lietot savas teorētiskās zināšanas tieši praktisku uzdevumu (problēmu) risināšanai.

Analizējot augstskolu didaktikas problēmas un nosakot arī turpmākos uzdevumus augstskolas darbībā, jāatzīmē tās līdzības un atšķirības no vidējās izglītības didaktikas.

Ievērojot zinātniskās izziņas pārmantojamību, "jaunajai" augstskolu didaktikai ir noteiktā veidā jāpārmanto vidējās izglītības didaktika, jo daudzos gadījumos abas didaktikas seko viena otrai un pirmā ir otrās pamats. To pēctecība ir pamatota arī saturiskā aspektā, jo abu didaktiku subjektu darbība ir iepriekšējo paaudžu pieredzes apgūšana (didaktikā īpaši svarīgi – radoša pieredze, vērsta uz personības attīstību).

Tomēr starp nosauktajām zināšanu sfērām pastāv arī būtiskas atšķirības:

1. Vispārējās vidējās un augstākās profesionālās izglītības mērķu atšķirība, kura nosaka būtisku akcentu nobīdi vispārējo didaktisko principu sistēmā.

Piemēram, profesionālās virzības princips, kurš paredz jau augstskolas zemākajā pakāpē iekļaut mācību materiālā (studiju saturā) gan profesionāli nozīmīgas fundamentālas zināšanas, gan arī tādas darbības veidus, kuru analogus nāksies īstenot augstskolu beidzējiem tikai nākotnē.

2. Īpašu nozīmi iegūst izglītības diferenciacijas princips, paredzot gan līmeņu, gan profilu diferenciacijas padziļināšanos, kur augstskolas izglītībā skaidrāk (noteiktāk) nekā vidējā mācību iestādē izpaužas studentu profesionālie mērķi un intereses.

3. Būtiska atšķirība augstskolas un vidējās mācību iestādes didaktikā izpaužas arī pedagoģiskā procesa subjektos: no vienas puses vairāk mācību procesam motivēts students, bet no otras – daudz vairāk kvalificēts zinātniskajā nozarē atbilstoši studiju priekšmetam pasniedzējs.

Viens no līdzekļiem izziņas darbības veida un profesionālās darbības veida sasaistei ievērojot zinātniskās izziņas pārmantojamību, ir starpzinātņu integrācija.

Matemātiskā domāšana starpzinātņu integrācijā

Tautsaimniecības attīstība ir dinamisks process un viena no svarīgākajām problēmām ir speciālista gatavošana daudzpusīgai profesionālai darbībai.

Speciālista gatavību neparedzētām un dažādām problēmu situācijām nosaka viņa vispārējās personības kvalitātes – prasme patstāvīgi radoši domāt, būt atbildīgam, pienācīgā līmenī veikt savus profesionālos pienākumus. Tā realizācijai studiju procesā jādod iespēja topošā speciālista spēju attīstības līmeņa paaugstināšanai, teorētisko zināšanu pielietošanas diapazona paplašināšanai, prasmju un teorētisko zināšanu integrācijai u.c.

Lai izprastu personības veidošanās procesu, ir nepieciešams zināt, kā personība funkcionē darbībā, uzvedībā, domāšanā, kā veidojas profesionālās darbības meistarība. Meistarības pakāpi raksturo zināšanu dziļums un plašums, prasmes, iemaņas, paradumi. Šīs kvalitātes personība veido audzināšanas/pašaudzināšanas, izglītošanas/izglītošanās procesā, praktiskās vingrināšanās procesā (darbībā).

Apgūto zināšanu lietderības pārbaude ir darbība, tāpēc nepareizi ir atdalīt profesionālo sagatavošanu no akadēmiskās.

Augstākās profesionālās izglītības izziņas objekti ir ne tikai zinātniskie fakti, zinātņu disciplīnas saturs, bet arī sistēmiski starpzinātņu integrācijas rezultāti. Tādā veidā tiek nodrošināta iegūto zināšanu praktiskā pielietošana un realizācija profesionālā darbībā.

Starpzinātņu integrācijas realizācijai aplūkosim starppriekšmetu saišu realizācijas principu, politehnisma un profesionālās virzības principu.

Ievērojot *starppriekšmetu saišu* realizācijas principu studiju disciplīnu saturā ar mūsdienu zinātņu palīdzību tiek atspoguļotas dabā eksistējošās dialektiskās mijsakarības, kurās starppriekšmetu saites realizējas kā starpzinātņu ekvivalents. To metodoloģiskais pamats ir zināšanu integrācijas un diferenciacijas process, bet psiholoģiskā pamata būtība – veidot starpsistēmu asociācijas studenta apziņā, ar kuru palīdzību iespējams atspoguļot reālās pasaules daudzveidīgos priekšmetus un parādības to vienībā un pretstatos (Рузавин, 1999), (Щедровицкий, 1995), (Смирнов, 2003).

Zinātnes integrācijai katrā studiju disciplīnā ir jāatspoguļojas *satura struktūras* trīs galvenajos komponentos:

- a) *zināšanu* sistēmā, kura kvalitatīvi pārveidojas starppriekšmetu saišu ietekmē;
- b) *prasmju* sistēmā ar specifiku starppriekšmetu saišu realizācijā mācību-izziņas darbībā;
- c) *attieksmju* sistēmā, kuru veido mācību izziņa zināšanu sintēzes procesā no dažādām studiju disciplīnām (Пурышева, 1993), (Попков, Коржув, 2000).

Tātad starppriekšmetu saišu realizācija paredz radniecīgu studiju disciplīnu teoriju, likumu un jēdzienu saskaņotu apguvi, vispār-zinātnisko metodoloģisko principu un zinātniskās izziņas metožu apguvi un mācību materiālu dažādībai atbilstošu daudzveidīgu domāšanas paņēmieni izveidi.

Ar to savukārt saistās *politehnisma un profesionālās virzības princips* ar dažādiem traktējumiem. Daži pētnieki nosaukto terminu saprot kā starppriekšmetu saišu varietāti starp vispār-izglītošajām, vispār-tehniskajām, fundamentālajām studiju disciplīnām un praktisko ražošanas apmācību. Viņi uzskata, ka minētā principa būtība ir vispār-izglītojošo un vispār-

tehnisko zināšanu pielietošana tajā vai citā profesionālās sagatavotības jomā (Пинский, 1991) (Пинский & Глазунов, 2000)

Plašākā skatījumā ar minēto principu saprot personības konkrētu specialitāti un profesionālu darbību, vispārējās izglītības profesionālo ievirzi un profesionālās apmācības profesionālo ievirzi (Смирнов, 2003), (Громкова, 2005).

Attiecinot minēto principu uz dabas zinātņu studiju kursu saturu, tam vistiešāk atbilst pirmās divas sastāvdaļas (konkrēta specialitāte un profesionāla darbība, vispārējās izglītības profesionālā ievirze), kuras ir jāaplūko vienībā un kopsakarībā. Apmācības saturā jāiekļauj profesionāli nozīmīgs materiāls, kuru iegūst analizējot vispār-izglītojošo, vispār-tehnisko un speciālo studiju disciplīnu saturu pie nosacījuma, ka ir jāsaglabā mācību materiāla loģiskais veselums.

Aplūkosim starppriekšmetu saišu principu, politehnisma un profesionālās virzības principu lietojumu matemātikas studiju kontekstā.

Matemātikas nozīmi raksturo divi galvenie uzdevumi – matemātika kā *līdzeklis citu zinātņu studijās* un matemātika – *studēšanas objekts* pašas matemātikas apguvē (Noss, Healy, 1997), (Kangro, 2006), tātad no vienas puses to var uzlūkot par vispār-izglītojošo vai pat vispār-tehnisko, bet no otras puses – par fundamentālo studiju disciplīnu.

Sniedzot zināšanas par izziņas metodēm un to lietošanu augstskolas mācību procesā jaunu patiesību meklējumos (pat ja arī zinātnē tās sen jau atklātas) matemātika ir viens no svarīgākajiem līdzekļiem zinātniskā pasaules uzskata (vispārināta zināšanu sistēma, uzskati un pārliecība par dabu, sabiedrību un to izziņas procesiem) veidošanā.

Matemātikai zināšanu un vispārinātu uzskatu izveidē par apkārtējo pasauli ir nenovērtējama nozīme inženierzinātņu jomā: zinātnisko jēdzienu un ideju interpretācija pasaules uzskata aspektā; parādību un procesu filozofisks skaidrojums; zinātniskās izziņas metožu sniegšana (apmācības saturā jāietver empīriskās izziņas metodes – novērošana, eksperiments un teorētiskās izziņas metodes – idealizācija, modelēšana, analogijas, domu eksperiments).

Jautājums par matemātikas nozīmību tās lietošanas un izpētes (studēšanas) aspektā ir pastāvējis arī agrāk. Situācijas raksturošanai sniedzam matemātiķa L. Kudrjavceva izteikumus (Кудрявцев, 1980).

“Ir skaidri jāapzinās, ko nozīmē vienlaicīga *tīrās* un *pielietojamās* matemātikas apguve, ko nozīmē matemātikas kursa lietojamības virzība, kāds ir tās mērķis” (Кудрявцев, 1980, 132).

“Matemātika ir vienota, tāpēc tīro matemātiku un skaitliskās metodes ir jāamāca kā vienots veselums, jo uzdevumu risināšanas kvalitatīvās teorētiskās un skaitliskās metodes ir

ļoti cieši savijušās kopā, pie kam skaitliskās metodes balstās uz tādas teorētiskās bāzes, kura izsakās abstraktu matemātisku jēdzienu valodā. Tāpēc ir lietderīgi mācīt skaitliskās metodes tieši balstoties uz teorētisko kursu” (Кудрявцев, 1980, 83).

“Matemātika ir abstrakta zinātne, taču tās pielietojumi bieži vien ir ļoti konkrēti. Tomēr jāatceras, ka nedrīkst mācīt matemātikas pielietojumus neiemācot pašu matemātiku.” (Кудрявцев, 1980, 60).

“Ļoti svarīgi ir filozofiski – pedagoģiskie matemātikas kursa pamati. No kursa teorētisko pamatu apguves sākuma ļoti būtiski ir psiholoģiski un ideoloģiski gatavot studentu skaitlisku risinājumu veikšanai, tālāk matemātisko modeļu apguvei un praktiskas iemaņu attīstīšanai darbam ar skaitļošanas tehniku: mūsdienīgam studentam datortehnikas lietošanai ir jābūt tikpat parastai kā skolniekam logaritmu tabulas lietošana ” (Кудрявцев, 1980, 86).

“Raksturīga iezīme matemātikas apgūvē ir tāda, ka vieni studenti jaunos jēdzienu labāk uztver īsā, koncentrētā veidā, turpretī citi – to izklāstu vispusīgā, apjomīgā veidā. Tāpat vieniem raksturīgā pieeja jēdzienu izpratnē ir no vispārīgā uz atsevišķo (*deduktīvā* pieeja), bet citiem pretēji – no atsevišķā uz vispārīgo (*induktīvā* pieeja). Tāpat visai atšķirīgs ir informācijas uztveres ātrums.

Induktīvo pieeju ar pakāpenisku jēdzienu vispārināšanu ir mērķtiecīgi izmantot tieši līdztekus aktīvām materiāla apguves formām. Deduktīvā pieeja ir nozīmīga teorētiskās domāšanas attīstīšanā un raksturojas ar ievērojamu mācību materiāla un laika ekonomiju. Taču tās realizācijai nepieciešama pienācīga sagatavošana: konkrētu ilustrāciju, piemēru un vairāku atsevišķu situāciju analīze” (Кудрявцев, 1980, 130).

“Izmaiņas, kuras notiks visdrīzākā nākotnē matemātiskās izglītības organizācijā, norāda uz pielietojumu virziena pastiprināšanas nepieciešamību matemātikasursos un tajā pat laikā arī fundamentālās matemātiskās sagatavotības lomas pieaugumu. Laba sagatavotība nozīmē to, ka no jauna iegūtās zināšanas ir noturīgas, ka ir izveidota laba matemātiskās domāšanas kultūra, ka vispārējā izglītība fundamentālo zinātņu jomā ir pietiekami augstā līmenī.

Tehniskās augstskolas studentam savas specialitātes ietvaros balsoties uz matemātikas studijās iegūto pieredzi jāprot:

- izveidot matemātiskos modeļus;
- izveidot matemātisku uzdevumu atbilstoši formulētajai problēmai;
- izvēlēties matemātiskajam uzdevumam piemērotu metodi un risināšanas algoritmu;
- pielietot skaitliskās metodes un skaitļošanas tehniku matemātiskā uzdevuma risināšanai;

- pētniecībā pielietot kvalitatīvās matemātiskās metodes;
- veikt atrisināto matemātisko uzdevumu analīzi un izstrādāt praktiskas rekomendācijas” (Кудрявцев, 1980, 65-66).

Ja pie citātiem nebūtu norādīts gada skaitlis – 1980., tad, iespējams, varētu domāt, ka viss teiktais attiecas tieši uz pašreizējo momentu. Tagad L. Kudrjavceva pieminētā nākotne ir klāt, viņa paredzējumi ir piepildījušies un mēs tos īstenojam praksē.

Induktīvās un deduktīvās pieejas izmantošana ir ļoti pamatota, to ir iespējams realizēt ar didaktisko vienību integrāciju. Šajā procesā ievērojama nozīme ir datortehnikai, kuras pielietošanas iespējas L. Kudrjavceva pieminētajos 80. gados tikai sāka veidoties.

Starppriekšmetu saišu principa realizācijā ir svarīgi apgūstamajos zinātniskajos jēdzienos un idejās saskatīt savu viedokli par pasaules uzskatu.

Parādību un procesu filozofiskā skaidrojumā nepieciešams konkrēta mācību materiāla (matemātikas) izklāstā lietot tādas polāras filozofiskas kategorijas kā, piemēram, galīgais un bezgalīgais, pārtrauktais un nepārtrauktais, nepieciešamība un nejaušība, kvantitāte un kvalitāte u.c., kā arī izmantot dialektikas likumus: 1) pretstatu vienības un cīņas likums; 2) kvantitatīvu izmaiņu pāreja kvalitatīvās izmaiņās; 3) nolieguma –nolieguma likums.

Piemēram, detalizētākā veidā aplūkosim kategoriju *galīgais* un *bezgalīgais* savstarpējo attiecību ilustrāciju.

Parasti bezgalību saprotam kā telpisku un laika neierobežotību, kādu materiālu objektu īpašību kvantitatīvu neierobežotību pretstatā galīgajam, kuram ir robeža. Galīga objekta robeža parādās kā tā raksturotāju (garums, izplatība, platums, augstums, temperatūra, u.c.) un eksistences laika kvantitatīva ierobežotība. Tāda galīgā un bezgalīgā kategoriju izpratne šo jēdzienu saturu raksturo kvantitatīvā aspektā, pārvēršot to par matemātisku abstrakciju.

Galīgā un bezgalīgā kā matemātisku jēdzienu lietošanas lietderība ir neapšaubāma. Tos traktē kā abstraktu matemātisku objektu īpašības un izsaka attiecības ar citiem matemātiskiem objektiem ar matemātisku definīciju palīdzību. Atbilstošus piemērus var ilustrēt matemātikas kursā (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008, 212-215, 229-245).

Kategorija “galīgs lielums” attiecas uz jebkuru konkrētu objektu, ierobežotu laikā un telpā, kuram ir kvantitatīvi raksturotāji, kuri mainās noteiktās robežās. Gadījumā, ja šie raksturotāji “iziet” ārpus parastajām izmaiņu robežām, tad iespējama objekta (visas sistēmas) kvalitatīva izmaiņa (“lēciens”) pārejot uz jaunu objektu (sistēmu) un līdz ar to iepriekšējā objekta (sistēmas) izjaukšanu.

Augstskolas studiju kursus (īpaši eksaktajās zinātnēs) ir nepieciešama jēdzienu absolūtā-relatīvā patiesība izpratne.

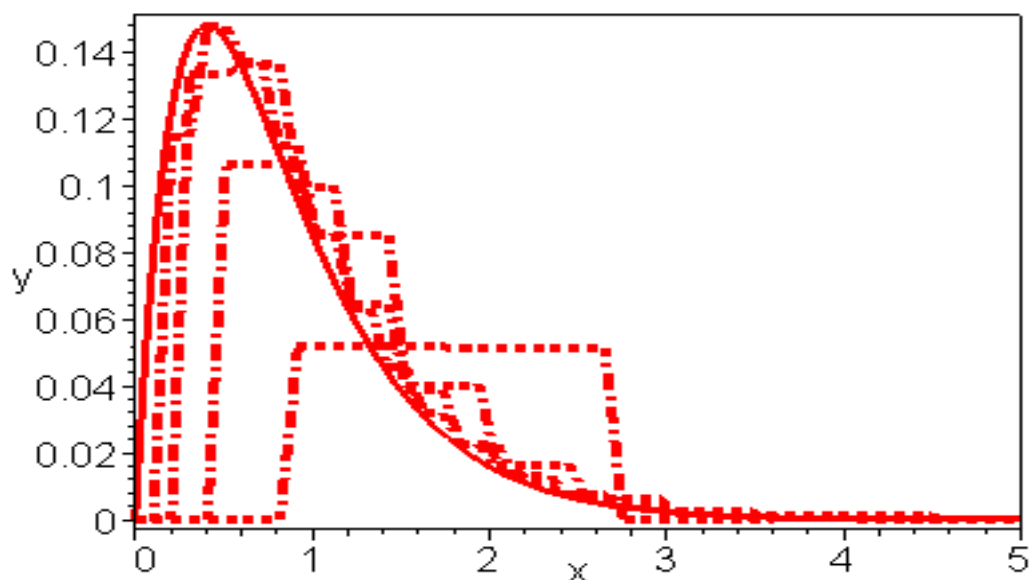
Absolūtā patiesība parasti tiek uztverta kā pilnīgas, nemainīgas zināšanas, kuras vairs nevar tālāk attīstīties un tikt precizētas. Turpretī relatīvā patiesība – nepilnīgas, neprecīzas zināšanas, kuras pastāvīgi attīstās, mainās un var tikt precizētas. Tātad absolūtā un relatīvā patiesība – kā pretmeti atrodas dialektiskā vienībā (ir saistīti, mijiedarbojas un pāriet viens ar otru).

Taču tikai absolūtās un relatīvās patiesības vienība adekvāti var raksturot neierobežotu izziņas procesu (jo citādi mēs nonākam pie dogmatisma vai relativisma). Tātad zinātniskās patiesības (arī daudzas no augstskolā mācītajām) nedod izsmeļošas, nobeigtas zināšanas, tās pastāvīgi kļūst precīzākas, padziļinās un papildinās ar jaunām – katrā relatīvā patiesībā atbilstoši esošajam izziņas līmenim ir absolūtās patiesības daļiņas, un tajā pat laikā absolūtā patiesība veidojas no daudzām relatīvajām patiesībām (Рузавин, 1999), (Щедровицкий, 1995).

Augstskolas mācību procesā absolūtās un relatīvās patiesības būtības neizpratne var novest pie izziņas darbības noniecināšanas, jo kāpēc gan vajag pielikt pūles pasaules izziņai, ja katra jauna teorija norāda uz iepriekšējās nepilnībām un dažreiz pat uz kļūdām? Jautājums saistās ne tikai ar konkrētas nozares sasniegumu vai neveiksmju skaidrojumu, bet arī ar cieņas izrādīšanu cilvēcisķajam saprātam, tā sasniegumiem pasaules izziņā un tātad ar pozitīvas mācību motivācijas veidošanu.

Minētās problēmas mērķtiecīgi aplūkot reizē ar patiesības konkrētuma skaidrojumu, jo jaunu zināšanu rašanās (piemēram, teorija, kura atspoguļo kādu objektu vai parādību jaunu izziņas līmeni) liecina ne tikai par jaunas relatīvās patiesības (jau dziļāka rakstura) rašanos tuvinoties absolūtajai patiesībai, bet arī par to, ka ir jau konkretizētas agrāk iegūto zināšanu un teorijas lietojamības robežas.

Augstskolas dabas zinātņuursos ir ne mazums iespēju minēto problēmu ilustrācijai, piemēram, jau iepriekš aplūkotās kategorijas – galīgais un bezgalīgais. Uzskatāms piemērs ir arī diferenciālvienādojuma tuvinātais atrisinājums (relatīvā patiesība), kur pakāpeniski uzlabojot tā precizitāti (tiek atrasta jauna relatīva patiesība), iespējams teorētiskā ziņā bezgalīgi tuvināties precīzajam atrisinājumam (absolūtajai patiesībai) (2.42. att., x – neatkarīgais mainīgais, $y(x)$ – diferenciālvienādojuma atrisinājums, precīzais – ar nepārtraukto līniju, tuvinātie – ar pārtraukto līniju).



2.42. att. Parastā diferenciālvienādojuma precīzā un tuvināto atrisinājumu ilustrācija

Līdzīga satura ilustrācija iespējama piemērā par atvasinājuma jēdziena ilustrāciju ar pieskari kā sekantes robežstāvokli (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008, 186).

Te sekantes stāvoklis (relatīvā patiesība), kur samazinot soli, iegūst jaunu sekantes stāvokli, jau tuvāku pieskares stāvoklim (tiek atrasta jauna relatīva patiesība), līdzīgi kā iepriekšējā piemērā, iespējams teorētiskā ziņā bezgalīgi tuvināties precīzajam atrisinājumam (absolūtajai patiesībai) – pieskares stāvoklim.

Datoru - matemātiskās sistēmas Maple tehniskās iespējas ļauj uzskatāmi vizualizēt notiekošos procesus ar animācijas palīdzību.

Kontekstā iekļaujas arī dialektisko pretrunu jautājums par augstskolas studiju kursos mācīto objektu dažādu kvalificējošo pazīmju un īpašību savstarpējām attiecībām.

Te ir svarīgi ilustrēt šo saišu un attiecību neviennozīmīgumu. Piemēram, gadījuma lielumu iedalījums divās grupās – diskrētajos un nepārtrauktajos neparedz viennozīmīgu atbilstību raugoties no galīgā un bezgalīgā viedokļa. Nepārtraukts gadījuma lielums pieņem tikai bezgalīga skaita vērtības, bet diskrēts – (pretēji bieži izplatītajam kļūdainajam viedoklim) – var pieņemt gan galīga skaita, gan arī bezgalīga skaita skaitliskas vērtības (Kalis, Kangro, 2004-a).

Tikko aplūkojām zinātniskā pasaules uzskata (pasaules uzskats orientēts uz konkrētām zinātnēm, īpaši uz to saturu kā bāzi saviem vispārinājumiem un interpretācijām) izpratnes problēmas, tāpēc formulēsim tā būtiskākās veidošanas sastāvdaļas (Смирнов, 2003), (Коржув, 1999):

1) Loģisks, neapstrīdams un emocionāls materiāla izklāsts;

- 2) Intereses radīšana par zinātniskās izziņas procesa metodoloģiju;
- 3) Kļūdainu uzskatu atklāšana zinātnes vēsturē;
- 4) Metodoloģiska rakstura problēmu situāciju radīšana;
- 5) Situāciju radīšana studentiem ar mērķi sava viedokļa aizstāvēšanai.

Jaunas zināšanas ar to produktīvajām un prognozējošajām īpašībām raksturojas arī ar pārmantojamību – noteikta veida zināšanu (un arī kļūdu) uzkrāšanu, līdztekus mācību materiāla izpratnes un apgūšanas likumsakarībām objektīvi pastāv arī neizpratnes un kļūdainas apgūšanas likumsakarības. Tāpēc mācību procesa saturiskajā, gan arī formu un metožu līmenī līdztekus sekmīgi izveidotiem zināšanu elementiem ir jānorāda arī nepareizie priekšstati un jēdzieni, kuri var rasties attiecīgajā tematā, un ar tiem saistītie kļūdainie secinājumi, kā arī paņēmieni kļūdu novēršanai.

Izziņas grūtības mācību procesā rodas visdažādāko iemeslu dēļ: izpratnes grūtības; apguves grūtības; dažādu mācību materiāla fragmentu reproducēšanas un produktīvas pielietošanas grūtības (Kangro, 1999), (Kangro, 2001).

Var minēt raksturīgākos faktoros-šķēršļus (kļūdas, maldīgus uzskatus) zināšanu apguves sistēmā:

- 1) Domāšanas noslēgšanās šķērslis (studenti neapzināti veic virkni domāšanas operāciju, neizprotot savas darbības korektumu) (Смирнов, 2003);
- 2) Valodas apzināšanās šķērslis (studenti bieži vien jauc terminu sadzīves un zinātnisko nozīmi gadījumos, kad termins tiek apzīmēts ar vārdu, kurš patiesībā sagroza pastāvošās būtiskās saites un attiecības) (Смирнов, 2003);
- 3) Vēsturiskas nozīmes šķēršļi (Пилипенко, 1997);
- 4) Principiāla neiespējamība iemācīt radošu pieeju matemātikā cilvēkiem, kuri to nevēlas (Яглом, 1988);

Grūtības izziņas procesā, to prognozēšana un novēršana ir vidējai un augstākajai izglītībai aktuāls un nebūt ne pilnībā izpētīts jautājums.

Jaunu zināšanu ieguvē ir svarīgi līdztekus teorētiskajām zināšanām (kuras ne vienmēr ir pieejamas) nodrošināt audzēkņiem iespēju pašiem atrast problēmas risinājumu (uzdevuma rezultātu).

Matemātiskā domāšana profesionālās kompetences veidošanā

Iepriekš pieminētā paradigmu maiņa divos aspektos kā zināšanu sistēmas veidošana un profesionālās darbības pamatu apguve liecina par to, ka profesijas apgūvē augstākā profesionālā izglītībā vienlīdz svarīga ir gan intelektuālā gan praktiskā sagatavotība.

Tāpēc mācību sasniegumu vērtēšanā pašreiz vērojama intelektuālo un praktisko prasmju līmeņa noteikšanas akcentuācija, akcentēšana, kas saistīta ar kompetences jēdziena apzināšanu un izpēti šajā jomā.

Kompetenci var uzskatīt kā subjekta spēju rīkoties adekvāti dotajai situācijai sasniedzot noteiktus savas darbības rezultātus (novērtējamus) (Растяников, 1994).

Ar kompetenci saprotam nepieciešamās zināšanas, profesionālo pieredzi, izpratni kādā noteiktā jomā, jautājumā un prasmi zināšanas un pieredzi izmantot konkrētā darbībā (Beļickis, 2000).

Dž. Rāvens ar kompetenci saprot zināšanu, prasmju un spēju kopumu, kurš izpaužas subjektam personīgi nozīmīgā darbībā. Viņš uzskata, ka kompetences izpausmē vissvarīgākā ir veicamo darbību nozīmīgums un lietderība subjekta skatījumā. Kompetences novērtēšanai viņaprāt mērķtiecīgāk ir darbībās sākumā noskaidrot tās lietderību subjekta skatījumā un tikai pēc tam organizēt pašas darbības novērtēšanu (Равен, 1999).

M. Holodnaja raksturo kompetenci ar atzīmē (Холодная, 2002):

M. Holodnaja kompetences raksturojumā ietver šādu zināšanu un prasmju raksturojumu (Холодная, 2002):

- 1) zināšanu plašums daudzveidība (saturiskā un lietojumu aspektā);
- 2) artikulētas zināšanas (zināšanu elementi ir skaidri izcelti un atrodas zināmā sakārtojumā cits pret citu);
- 3) zināšanu elastīgums (gan atsevišķu elementu saturs, gan arī saistība starp tiem var ātri mainīties dažādu objektīvu faktoru ietekmē);
- 4) zināšanu ātra aktualizācijas iespēja vajadzīgajā situācijā (operativitāte un pieejamība);
- 5) spēja pārnest zināšanas jaunās situācijās (pārnese, "transfērs");
- 6) spēja izdalīt galvenos (raksturīgos elementus) – faktus, pieņēmumus, definīcijas u.c., kuriem ir izšķiroša nozīme satura izpratnē;
- 7) spēja pārvaldīt ne tikai deklaratīvās zināšanas, bet arī procedurālās zināšanas;
- 8) spēja izmatot zināšanas par savām zināšanām (metakognīciju).

Zinātniskajā literatūrā kompetences jēdzienā līdztekus esošajām zināšanām tiek ietvertas arī zināšanas par konkrētas darbības iespējamajām sekām, prasmju līmeni un zināšanu praktiskās lietošanas pieredzi. Šāds kompetences skaidrojums vislielākā mērā atbilst deklaratīvo un procedurālo zināšanu jēdzieniem (Anderson, 1976, 1978), (Skemp, 1987). Tie radās reizē ar mēģinājumiem pielietot datormodelēšanu uzdevumu risināšanā (Howard T. Odum, Elisabeth C. Odum, 2000). Te deklaratīvās zināšanas tika aplūkotas kā zināšanas shēmu veidā ar mērķi raksturot kādus apkārtējās pasaules objektus. Līdztekus deklaratīvajām zināšanām eksistē arī procedurālās zināšanas (procedūras), visbiežāk veidotas formā "ja ...,

tad...” Formulas daļa “ja” norāda uz situācijām, kurās tiek lietoti deklarātīvo zināšanu daļas likumi, bet daļa “tad” – norāda likumu, kurš nepieciešams konkrētās situācijas izpildei.

Apgūto deklarātīvo zināšanu kopums nav pietiekamais nosacījums dotā uzdevuma izpildei. Tāpēc turpmākais risinājums ir saistīts ar situācijas analīzi un tālākā darbības plāna izstrādi – mācīšanās darot, kur studenti iegūst zināšanas ar pieredzes palīdzību (Dewey, 1916), (Anderson, 1976, 1978), (E. von Glasersfeld, 1991).

Cilvēkam, risinot nezināmu problēmu, vienmēr sākumā ir dotajai problēmai nespecifiskas, vispārējas procedurālas zināšanas (“vājās metodes” (Anderson, 1976, 1978)) tajā nozīmē, ka tās nav saistītas ar konkrētā uzdevuma risināšanu. Te iespējami divi risināšanas veidi – “uz priekšu” (*forward search*) (virzība no dotajiem uzdevuma nosacījumiem uz vēlamu rezultātu) un “atpakaļ” (*backward search*) (virzība no vēlamā rezultāta uz sākotnēji dotajiem uzdevuma nosacījumiem).

Turpmākā procedurālo zināšanu komplicētības palielināšanās saistīta ar subjekta pakāpenisku pilnveidi problēmas risināšanā.

Gan uzdevuma nosacījumi, gan arī mērķis var būt dažādi formulēti. W. Reitmans (Reitman, 1965) formulē četrus iespējamus uzdevumu variantus:

- Precīzi formulēti uzdevuma nosacījumi un mērķis;
- Precīzi formulēti uzdevuma nosacījumi, bet mērķis – neprecīzi formulēts;
- Neprecīzi formulēti uzdevuma nosacījumi, bet mērķis – precīzi formulēts;
- Neprecīzi formulēti uzdevuma nosacījumi un mērķis.

Otrā, trešā un ceturtā veida uzdevumos nepieciešama uzdevuma elementu precizēšana.

Grūtības uzdevuma nosacījumu un mērķa formulēšanā bieži saistās ar nepietiekamu iztēli. Nereti viena un tā paša uzdevuma formulējums rada dažādiem cilvēkiem pat ļoti atšķirīgus priekšstatus. Adekvāta priekšstata radīšanu J. Greeno un H. Simon uzskata par vienu no svarīgākajām uzdevuma risināšanas fāzēm (Greeno, Simon, 1988), kuras izveidē nenovērtējama loma ir datortehnikai (Kalis, Kangro, 2003-a), (Garleja, Kangro, 2006-b).

Grūtības nosaka arī specifisko zināšanu trūkums aplūkojamajā nozarē (šaurākā nozīmē – dotās problēmas risinājumam) (Gagne & Briggs, 1984), (Geidžs & Berliners, 1999). Situācijas uzlabošana iespējama ar piemērotas mācību un metodiskās literatūras izveidi (Kalis & Kangro, 2004-a), (Kalis & Kangro, 2010).

Autori П.Вейлль, М.Мексон, М.Алберт, Ф.Хедоури kompetences jēdzienā izdala vairākus līmeņus (Вейлль, 1993), (Мексон, Алберт, Хедоури, 1994):

- kompetence – spēja integrēt zināšanas un prasmes un to lietošanu ātras apstākļu maiņas situācijā un apstākļos (arī attiecībā pret apkārtējo vidi);
- konceptuālā kompetence;

- kompetence uztveres un emocionālā sfērā;
- kompetence atsevišķos darbības veidos.

A. Rauhvargera ziņojumā ‘‘Veidojot kvalifikāciju ietvarstruktūru Latvijas augstākajai izglītībai’’ jēdziena kompetences (zināšanu, prasmju un attieksmju kopums, kas kvalificē noteikta veida vai līmeņa uzdevumu veikšanu) skaidrojums ir šāds:

(www.isec.gov.lv), (http://www.aic.lv/rp/Latv/sem_QF/LV_FRame24012005.pdf):

- Intelektuālās kompetences (raksturo analītisko un abstrakto domāšanu, uz jaunu zināšanu ieguvi orientētu pieeju, komunikācijas spējas un spēju strukturēt savu mācīšanos);
- Profesionālās un akadēmiskās kompetences (vispārīgi raksturo kvalifikācijas īpašnieka kā savas disciplīnas speciālista kompetences, saistītās disciplīnas vai starpdisciplinārās kompetences);
- Praktiskās kompetences (raksturo prasmes un iemaņas, profesionālo ētiku un atbildību).

Plašs pētījums par kompetences nozīmību dzīvē ir atspoguļots OECD dalības valstu pētījumos projekta DeSeCo (Defining and Selecting Key Competencies) ietvaros: tika apzinātas pēc to nozīmīguma galvenās kompetences izpētīt mūsdienu dzīves sfēras (galvenokārt izglītību un ekonomiku) (Rychen, Salganik, 2003):

Augsts nozīmīgums:

- Sociālās kompetences/ kooperācija [*social competencies/ cooperation*]
- Rakstpratība, lasītpratība / uz izpratni balstītas spējas pielietot zināšanas [*literacies / intelligent and applicable knowledge*]
- Mācīšanās, izglītošanās kompetences / mūža izglītība [*learning competencies / lifelong learning*]
- Komunikācijas, saskarsmes kompetences / [*communication competencies*]

Vidējs nozīmīgums:

- Pašorganizācija [*self-competence / self-management*]
- Politiskā kompetence / demokrātija [*political competence / democracy*]
- Ekoloģiskā kompetence / saistība ar dabu [*ecological competence / relation to nature*]
- Vērtīborientācija [*values orientation*]

Zems nozīmīgums:

- Veselība / sports / fiziskā kompetence [*health / sports / physical competence*]
- Kultūras kompetences (estētiskās, starpkultūru, sociālās vides kompetences)

Sociālās kompetences un kooperācija sastāv no starp-personiskām prasmēm un iemaņām – kooperācija vienam ar otru, aizstāvēšana un ietekmēšana, konfliktu atrisināšana un darījumu slēgšana. Šaurākā nozīmē šī kompetences joma ir sadarbība vadot un atbalstot vienam otru, vienlaicīgi saņemot pamudinājumu un atbalstu no pārējiem; saprotot citu (dažādu) kultūru cilvēkus. Šī kompetences joma ir īpaši jūtīga pret atšķirībām kultūru ziņā (dažādu kultūru cilvēkos).

Rakstpratība, lasītpratība, uz izpratni balstītas zināšanu pielietošanas spējas būtībā apzīmē valodas procesā iesaistītās klasiskās lasīt un rakstīt prasmes (piemēram, prasmes lasīt, rakstīt, runāt un saprast pienākošo informāciju) un galvenās (bāzes) skaitliskās (kvantitatīvas) domāšanas spējas. Padziļinātā nozīmē aplūkotās spējas saistītas ar matemātikas apguvi, augsti komplicētas informācijas apstrādi (kodēšanu u.c.), problēmu risināšanu, kritisko domāšanu, refleksiju un metakognīciju.

Ar profesionālo kompetenci saprotam intelektuālas prasmes un zināšanas, kas nodrošina profesionālās darbības īstenošanu (Garleja, 2006).

K. Markova izdala šādus profesionālās kompetence veidus (Маркова, 1996):

- speciālā kompetence – spēja pietiekami augstā līmenī pārvaldīt savu profesionālo darbību un prognozēt tās turpmāko attīstību;
- sociālā kompetence – spēja pārvaldīt profesionālo darbību grupas ietvaros, sadarbībā, spēja uzņemties sociālo atbildību par savas profesionālo darbības rezultātiem;
- personiskā kompetence – spēja pārvaldīt personības pašrealizācijas un pašattīstības līdzekļus, spēja pretoties profesionālai personības deformācijai;
- individuālā kompetence – spēja pārvaldīt pašrealizācijas un individualitātes attīstības līdzekļus profesijas ietvaros, gatavība profesionālai izaugsmei, spēja individuālai pašsaglabāšanās tendencei, prasme racionāli organizēt savu darbu bez pārslodzēm.

Izvērstāku profesionālās kompetences raksturojumu sniedz R. Garleja (Garleja, 2003): Profesionālā kompetence ir spēja realizēt aktivitātes profesijas funkciju ietvaros, izmantojot vērtību filtru zināšanu selektīvā izvēlē, spēja integrēt zināšanas un vērtības mērķu sasniegšanai profesionālā darbībā. Skaidrojumā tiek izmantotas trīs stadijas:

1. Pieredze, eksperiments: a) uzvedība, uz vērtībām orientēta profesionālā darbība; b) sadarbība, interakcija, mijattiecības; c) uzvedības novērtējums.
2. Reflektīvā novērošana: a) analītiskās atspoguļošanas prasmes; b) zināšanu adaptēšana, iemaņu integrēšana profesijā, uzskatu veidošana; c) jaunu zināšanu un vērtīborientācijas ieguve, risinājuma novērtējums.
3. Uzskatu apkopošana, sistematizēšana, kvalificēšana: a) modelēšanas prasmes; b) spēja integrēt un atspoguļot pieredzi; c) praktiskās darbības modeļu un novitāšu ieguvē.

Profesionālā kompetence tiek aplūkota kā daudz aspektu veidojums ar kognitīvu, ekspresīvu un interaktīvu raksturu, jaunā speciālista personība struktūras raksturotājs iekļaujot zināšanas un prasmes.

Profesionālā kompetence nodrošina saikni starp personības īpašībām un saskarsmes vajadzību, sevis apliecināšanu un pašvērtēšanu. Tā ietver raksturotājus:

a) personības atbilstība risināmajiem uzdevumiem; b) veikto uzdevumu apjoms, kvalitāte un rezultativitāte; c) zināšanas par konkrētu darbības līdzekļu lietošanas efektivitāti un darbības sekām (Завалишина, 2005), (Кашапов, 2003-b).

Precizējot profesionālās kompetences skaidrojumu un balstoties uz nosaukto raksturotāju izpēti augstākajā profesionālajā izglītībā, M. Kašapovs (*M. Kашапов*) izdala šādas profesionālās kompetences funkcijas (Кашапов, 2006):

- kognitīvā funkcija;
- regulatīvā funkcija;
- pašnovērtēšanas funkcija;

Apkopojot autoru atziņas par kompetences jēdzienu un kompetences īstenošanu profesionālā darbībā, un ievērojot promocijas darba autora uzdevumu pētīt profesionālās kompetences veidošanos matemātika studijās (kā līdzekli izmantojot matemātisko domāšanu), ir mērķtiecīgi balstīties uz praksē izmantotajām iepriekš minētajām profesionālās kompetences funkcijām.

Savukārt profesionālās kompetences funkciju realizācijā tiek izmantotas profesionālās domāšanas darbības (Кашапов, 2003-a), (Голвина, Савченко, Сочивко, 1999):

- satura analīze (vispusīga, detalizēta dotā uzdevuma/problēmas, situācijas analīze);
- plānošana (savu veicamo darbību izpildes gaitas paredzēšana dažādās situācijās, iespējamā darbības rezultāta prognozēšana)
- refleksija (savas darbības noskaidrošana atbilstoši risināmā uzdevuma/problēmas reglamentējošiem faktoriem, sevis izzināšana darbības procesā).

Kompetences funkciju realizācijai profesionālās domāšanas darbību klāsts promocijas darba autora pētījumā ir papildināts ar **metakognīciju** – mācīšanās procesa vadību un regulāciju (William G. Huitt, 1997) (plašāk sk. 241. – 256. lpp.) un ar A. Banduras pētījumos izmantotajām **pašregulācijas** metodēm savu pozitīvo un negatīvo emociju izpratnei (Bandura, 1986) (plašāk sk. 249. – 250. lpp.).

Kognitīvās funkcijas realizācijai tiek izmantota satura analīze, plānošana un metakognīcija, regulatīvās funkcijas realizācijai – refleksija un metakognīcija, bet pašnovērtēšanas funkcijas realizācijā – A. Banduras izmantotie pašregulācijas paņēmieni.

Par profesionālās kompetences veidošanas līdzekli matemātikas studijās var uzskatīt autora izveidoto un studiju procesā ieviesto matemātiskās domāšanas attīstības modeli (sk. 186. lpp.).

Kā profesionālās kompetences veidošanas līdzeklis matemātikas studijās tiek izmantots promocijas darba autora izveidotais un studiju procesā ieviestais matemātiskās domāšanas attīstības modelis (sk. 186. lpp.), kur ar matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu realizāciju tiek veiktas aplūkotās profesionālās domāšanas darbības matemātikas kontekstā (sk. 2.1. tab. 188. lpp.):

satura analīzes izpildē tiek izmantota matemātiskās domāšanas attīstības pirmā sastāvdaļa "Zināšanu mobilitāte", plānošanas – otrā sastāvdaļa "Izziņas metožu variativitāte un validitāte", bet refleksijas – abas iepriekšējās sastāvdaļas un arī trešā – "Domāšanas kritiskums".

Profesionālās kompetences veidošanas iespējas matemātikas studijās augstskolā

Aplūkosim promocijas darba autora veiktos pētījumus un citu autoru atziņas par profesionālās kompetences veidošanas iespējām.

1. *Matemātiskās domāšanas sastāvdaļu ("Zināšanu mobilitāte", "Izziņas metožu variativitāte", "Domāšanas kritiskums") izpētes un attīstīšanas iespējas matemātikas apgūvē* (Garleja, Kangro, 2005).

Pētījumā tika aplūkotas:

1. Sastāvdaļas "Zināšanu mobilitāte" pilnveidošanas iespējas:

1.1. Informācijas kodēšanas veidu realizācijā akcentēt (izmantojot DMS): a) verbāli-simboliskais informācijas kodēšanas veids; b) vizuālo informācijas kodēšanas veidu,

1.2. Paplašināt darbības veidus ar kognitīvajām shēmām.

2. Sastāvdaļas "Domāšanas kritiskums" pilnveidošanas iespējas:

2.1. Veidot priekšstatu par teorētisko zināšanu sistēmu;

2.2. Apzināt sava intelekta kvalitātes: izprast veicamās darbības mērķus, darboties nepietiekamas informācijas apstākļos, salīdzināt dažādus uzdevuma risināšanas variantus, veikt kļūdu analīzi.

3. Sastāvdaļas "Izziņas metožu variativitāte" pilnveidošana:

Lietot mācību materiālu, kura izmantošana aktivizē intelektuālo darbību, ievērojot kognitīvās priekšrocības (piemēram, mācīšanas stilus), pārliecību, profesionālo virzību (materiāls saistībā ar izvēlēto profesiju; materiāls, kurš ir integrēts ar citām specialitātei "radniecīgām" jeb saistītām studiju disciplīnām u.c.). Veikt uzdevuma/problēmas realizējamo darbību diferenciaciju atbilstoši dominējošajam mācīšanās stilam, piemēram, "praktiskās ievirzes" pārstāvjiem (dominējošas ir aktīvais un pragmatiskais mācīšanās stils) akcentēt uzdevumu

risinājumu praktiskās realizācijas posmus, veikt organizatoriskas funkcijas u.c., ”teorētiskās ievirzes” pārstāvjiem (dominējošas ir teorētiskais un reflektīvais mācīšanās stils) akcentēt teorētisko nostādņu izveidi, risinājuma procesa teorētisko pārraudzīšanu u.c.

2. *Augsti komplikētas informācijas apstrāde* (kodēšana u.c.), (Garleja, Kangro, 2006-b) (sk. pētījumu 208. lpp. – 216. lpp.).

3. *Problēmu risināšana:*

a) loģisko darbību un kognitīvo shēmu lietošana jaunu zināšanu ieguvē un problēmu risināšanā (Garleja, Kangro, 2005-a, 2006-a) (sk. 219. – 220. lpp.);

b) intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijas (IDPAT) lietojumi (126. – 146. lpp.).

4. *Kritiskā domāšana:*

a) racionāls uz jautājuma būtības izpratni orientēts domāšanas veids, kad skolēni / studenti tiek iedrošināti domāt un izteikties kritiski, tā palīdz izkopt lēmumu pieņemšanas un problēmu risināšanas prasmi (Beļickis, 2000, 88-89);

b) mērķtiecīga, reflektīva spriedumu veidošanas metode autonomu lēmumu pieņemšanai, kas tiek īstenoti atbildīgā un jēgpilnā darbība (Rubene, 2004, 78);

c) izpratne kā intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijas otrā posma (darbības orientējošais posms) apzināšana, izveide un realizācija (127. lpp., 2. pielikums, 2. posms);

5. *Refleksija.*

Ar refleksiju saprotam prāta darbība, kurā cilvēks interpretē savu rīcību un tās likumsakarības, pārdomā savu pieredzi un izdara nepieciešamos secinājumus un labojumus. Izšķir trīs refleksijas līmeņus. Pirmajā līmenī notiek darbības analīze atbilstīgi tiem principiem un kritērijiem, kas apgūti teorētiskajās zināšanās. Otrajā līmenī kritiski novērtē (apšaubā) pašu šo teorētisko principu atbilstību un piemērotību konkrētām pedagoģiskām situācijām, bet trešajā notiek vispārīgāku vērtību apzināšana, piemēram, kas ir cilvēks, sabiedrība utt., arvien paplašinot refleksijas robežas (Beļickis, 2000).

Risinot uzdevumu/problēmu, atbilstoši pirmajam refleksijas līmenim ir jārealizē pirmie divi posmi: uzdevuma / problēmas nostādne, sastādīšana; analīze par risinājuma posmu kopumā atbilstību izvirzītajam pētījuma mērķim, bet otrajā refleksijas līmenī – risinājuma algoritma realizācija, rezultātu analīze un izvērtēšana (Garleja, Kangro, 2007), (sk. 4. pielikumu).

6. *Metakognīcija.*

Ar metakognīciju saprotam mācīšanās procesa vadību un regulāciju:

- zināšanas par savu kognitīvo sistēmu;
- par savu personīgo domāšanu;

- mācīšanās procesa izziņai ļoti būtiskas prasmes, kuras ietver pārdomas un uzskatus, kuri ļauj: a) apjēgt un noskaidrot, ko mēs zinām vai nezinām; b) realizēt mācīšanās procesa vadību un regulāciju (William G. Huitt, 1997).

Mācīšanās procesa realizācijai ir nepieciešamas:

- a) deklarātīvās zināšanas par mūsu izziņas procesu eksistenci;
- b) prasme regulēt to lietošanu jeb procedurālās zināšanas.

Aplūkosim nosauktos zināšanu veidus.

Matemātikas mācīšanās var izdalīt divas galvenās sastāvdaļas, veidotas ievērojot deklarātīvo un procedurālo zināšanu atšķirības (Anderson, 1976, 1978), (E. von Glasersfeld, 1991), (Skemp, 1987).

Vispirms subjekts apgūst deklarātīvās zināšanas, piemēram, izmantojot mācību literatūru. Taču pirmās daļas izpilde vēl negarantē iegūto zināšanu lietošanas iespējas.

Tāpēc turpmākais risinājums otrajā daļā (procedurālo zināšanu realizācija) ir saistīts ar situācijas analīzi un tālākā darbības plāna izstrādi – ”mācīšanās darot” ar iepriekšējās pieredzes izmantošanu, kur mācību informācija tiek pasniegta skaitļu, abstraktā un simboliskā veidā.

Procedurālo zināšanu realizācijas pamats ir esošās deklarātīvās zināšanas. Nereti rodas grūtības atjaunot nepieciešamās zināšanas uzdevumu/problēmu risināšanai, jo ievērojama iemācīto zināšanu daļa glabājas atmiņā tieši kā deklarātīvās un nevis kā procedurālās zināšanas. Tālāk jāpārveido procedūrās uzdevuma/problēmas risināšanai nepieciešamā deklarātīvo zināšanu daļa (Sherwood, Kinzer, Hasselbring, Bransford, 1987).

Līdztekus aplūkotajām deklarātīvajām un procedurālajām zināšanām R. Skemp savos pētījumos izmanto arī **konceptuālās zināšanas** kā ļoti svarīgu mācību un izziņas darbības sastāvdaļu, jo tās ļauj izprast ne tikai ”ko darīt un kā darīt”, bet arī attīsta spējas ”darīt to” praktiski un pietiekami augstā izpildes līmenī (Skemp, 1987).

Salīdzinājumā ar deklarātīvajām zināšanām konceptuālās zināšanas **konceptuālo modeļu** formā sniedzot vizuālo interpretāciju palīdz pilnīgāk ilustrēt pētāmo procesu, izskaidrot tā darbības principus (Mayer, 1989), (Mayer & Dallini, 1990).

Piemēram, ar konceptuālā modeļa palīdzību ir veikta, piemēram, siltuma vadīšanas vienādojuma atrisinājuma (atkarībā no diviem argumentiem: x - telpas koordināte, t - laiks) $u = u(x, t)$ izpēte un ilustrācija izmantojot vizuālo interpretāciju ar datoru matemātiskās sistēmas Maple palīdzību (Kalis, Kangro, 2003-b) (sk. 1. pielikumu).

Jāpiebilst, ka ar procedurālo zināšanu palīdzību iegūtais atrisinājums $u = u(x, t)$ analītiskā formā (divu argumentu funkcijas vienādojums) (sk. 1. pielikumu) ir noderīgs temperatūras aprēķināšanai atkarībā no koordinātes x un laika t , taču nav telpiski uzskatāms

un bez papildus skaitliskiem aprēķiniem neļauj spriest par temperatūras izmaiņas tendencēm definīcijas apgabalā (sk. siltuma vadīšanas vienādojuma atrisinājuma ģeometrisko interpretāciju 1. pielikumā).

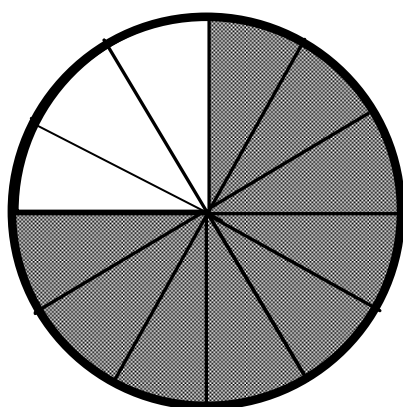
Procedurālo un konceptuālo zināšanu ilustrācija vienkāršā piemērā par daļskaitļu vienādību dota 2.43. attēlā un 2.44. attēlā.

Daļskaitļu vienādības procedurālajā izpratnē ir jāzina skaitļošanas procedūra kā no viena daļskaitļa iegūt otru (daļas skaitītāja un saucēja reizināšana/dalīšana ar vienu un to pašu skaitli 3) (2.43. att.).

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \text{ vai } \frac{9}{12} = \frac{9 : 3}{12 : 3} = \frac{3}{4}$$

2.43. att. Daļskaitļu $3/4$ un $9/12$ vienādība procedurālajā izpratnē

Turpretī konceptuālajā izpratnē daļskaitļu vienādības vizualizācija dota 2.44. attēlā.



2.44. att. Daļskaitļu $3/4$ un $9/12$ vienādības vizuālā forma konceptuālajā izpratnē

Deklaratīvo, procedurālo un konceptuālo zināšanu apvienojumam ir jāaptver ne tikai atsevišķi piemēri un uzdevumi, bet arī tipveida algoritmi veselām tēmām un pat atsevišķām kursa nodaļām. Tas ir iespējams izmantojot datoru-matemātiskās sistēmas (piemēram, Maple, Matlab) un uz tiem balstītus mācību līdzekļus (Kalis, Kangro, 2004-a).

Sevi izzināšanai mācīšanās procesā Dž. Flavels definēja divas metakognīcijas komponentes (Flavell, 1979):

- 1) metaizpratne;

2) metaatmiņa.

Metaizpratne attiecināma uz zināšanām par izpratni un mūsu izpratnes regulēšanu, metaatmiņa attiecas uz zināšanām par atmiņu un tās regulēšanu. Pārdomas par to, kā mēs nonākam pie kādas procedūras, piemēram, darbā ar datoru, ilustrē metaizpratni, bet kādas metodes apzināšana, piemēram, lai atcerētos garu faktu uzskaitījumu, ir metaatmiņas piemērs.

Dž. Flavels uzskata, ka metaizpratne ir četru avotu produkts (Flavell, 1979):

- a) zināšanas par mūsu pašu vai citu cilvēku panākumiem izziņas (izglītojošos) uzdevumos;
- b) pieredze (iepriekšējā pieredze), kura ir iegūta metakognīcijā;
- c) mērķu un uzdevumu/problēmu analīze;
- d) darbību vai stratēģiju analīze veicot uzdevumus/problēmas (darbību vai stratēģiju analīze uzdevumu/problēmu izpildē).

Aplūkosim mācību stratēģijas apvienotas astoņās kategorijās, kur katra kategorija ietver sevī vajadzīgās procedūras iedarbībai uz kodēšanas procesa atsevišķiem aspektiem, kur kodēšana ietver:

- precizēšanu (noskaidrošanu), kur materiāla saturam tiek pievienotas detaļas;
- organizāciju (strukturēšanu), kur materiāls tiek pārveidots veselumā (integrēts veselumā);
- tēlainību, kur verbālais saturs tiek pārveidots vizuālā formā (vizuāli reprezentēts).

Aplūkosim pasniedzēju un izglītības pētnieku izmantotās kategorijas dažādu stratēģiju lietošanai attiecīgās studiju disciplīnas (mācību priekšmeta) izveidē un promocijas darba autora atziņas par stratēģiju izmantošanu matemātika apguvē.

1. Galvenās atkārtošanas stratēģijas – nepieciešams diferencēti atlasīt informācijas vienības, jo nav iespējams atkārtot visus uzņemtos stimulu veidus, īpaši ja informācija tiek uzņemta paātrinātā tempā, piemēram, lekcijā (Dansereau, 1978), (Pressley, 1990).

Grūtības informācijas apguvē raksturīgas īpaši pirmo kursu studentiem, ko apstiprina veiktās aptaujas par studiju procesu (Kangro, 2006 -b). Ievērojama daļa respondentu sniedzot atbildes uz 7. un 8. jautājumu (sk. 6. pielikumu) “7. jautājums. Kādas matemātikas pasniegšanas metodes Jūs vislabāk izvēlētos lekcijās: a) visu pierakstīt; b) sekot līdzi, izmantojot jau pavairotus konspektus un pierakstīt ļoti maz; c) citi Jūsu ieteiktie varianti ... (lūdzu, nosauciet); d) nevaru pateikt”,

“8. jautājums. Kādas matemātikas pasniegšanas metodes Jūs vislabāk izvēlētos praktiskajos darbos: a) norakstīt no tāfeles; b) risināt patstāvīgi; c) strādāt pēc iepriekš sagatavota un pavairota izdales materiāla; d) citi Jūsu ieteiktie varianti ... (lūdzu, nosauciet); e) nevaru pateikt”, ir izvēlējušies 7. jautājuma b) variantu un 8. jautājuma b) un c) variantus.

Situāciju var uzlabot ar mācību un metodisko līdzekļu izstrādi, kurus studenti izmanto lekcijā un praktiskajos darbos apgūstot attiecīgo tematiku.

2. Kompleksās atkārtotības stratēģijas - atpazīt (noteikt, definēt) un reprezentēt rakstiski dzirdētās, izlasītās vai redzētās informācijas galvenās idejas.

Stratēģiju īstenošana ir sekmīgāka ja ir zināms attiecīgās sniegtās informācijas mērķis (temata, nodaļas apmācības mērķis), kurš var būt dots izmantojamajā mācību līdzeklī (lekciju konspektā) vai arī tieši izklāstīts lekcijā (Snowman, 1986).

3. Galvenās precizēšanas (konkretizēšanas) stratēģijas - priekšmetiem un asociācijām, kurus nepieciešams atcerēties, atbilstošo mentālu attēlu izveide. Tā realizācija iespējama:

1. Pievienojot materiālam elementus izveidojot to vairāk nobeigtu un labāk organizētu. Tas kļūst vairāk noderīgs apvienošanai ar materiālam raksturīgajām shēmām (Dansereau, 1978), (plašāk par shēmu sk., 112. lpp.)

2. Piešķirot materiālam vizuālo tēlainību (Pressley, & Associates, 1990), (plašāk par vizualizālā domāšanu, vizualizāciju, sk. 169. lpp.).

3. Izmantojot atslēgvārdus un jautājumus kontrolei (Pressley, Associates, 1990), (Wood, Pressley, Winne, 1990).

4. Kompleksās precizēšanas (konkretizēšanas) stratēģijas:

1) vispārināšana un pārfrāzēšana (Kintsch & Van Dijk, 1978); shēmu-klasifikāciju sastādīšana (Гузеев, 2001); atbalsta konspektu (konceptu) sastādīšana (Эрдниев, 1992);

2) konspektēšana (Snowman, 1986);

3) spriedumu veikšana ar analogiju palīdzību (Zook, & DiVesta, 1991), (Sternberg, 1977).

5. Galvenās vadības (organizatoriskās) stratēģijas – pārgrupēt informācijas vienības vai notikumus jaunas informācijas virknes izveidei.

Nosauktās stratēģijas ietver apskatāmo jautājumu (tematikas, problēmu) loka reorganizāciju ar mērķi to pielietot jaunos un nereti paplašinātos (pagrūtinātos) apstākļos. Te iespējams veikt grupēšanu apvienojot grupās līdzīgās struktūras un pēc tam veicot šo grupu apzināšanu un uzskaitījumu (Kirsch, & Mosenthal, 1990). Vajadzības gadījumā jānovērtē veiktā grupēšanas veida lietderība.

6. Kompleksās vadības (organizatoriskās) stratēģijas – materiāla (esošās informācijas) reorganizācija sistēmas vai hierarhijas izveide, tās veicamās darbības:

1. Sastāda *terminu sarakstu* (shematisks līdzeklis mācību materiālā aplūkojamo principu kopuma reprezentācijai) (Novak, & Gowin, 1984)

2. Sastāda mācību materiāla *retorisko struktūru* (Bartlett, 1978):

a) apraksts (reproducēt notikumu, parādību);

b) kovariance (norādīt savstarpējo sakarību starp diviem notikumiem, parādībām, jēdzieniem);

- c) uzdevuma risināšana (formulēt uzdevumu un sniegt tā risinājumu);
- d) pozitīvs vērtējums pretstatā citam viedoklim (alternatīvu pozīciju saistība).

3. Sastāda funkcionālās strukturāli-loģiskās shēmas (Эрдниев, 1992). Mācību materiāla grafs, kurš ir papildināts ar skaidrojošiem elementiem: formulām, grafikiem, zīmējumiem. Uzskates līdzeklis ļauj orientēties mācību materiālā un kalpo vingrinājumu apguvei par apgūstamā materiāla sistematizāciju.

4. Izmanto sistematizējošo shēmu – konspektu (Эрдниев, 1992).

7. Izpratnes pārbaudes stratēģijas – kritiskās domāšanas procesu (vērtēšana, diagnoze, prognoze, kritika, pašnovērtēšana) realizācija.

Nosauktās stratēģijas realizācijā izmanto:

1) *Strukturālās analogijas* uzdevumu risināšanu, kur sekmīgi jārealizē trīs posmi (Mayer, 1992), (Щедровицкий, 1995):

a) atpazīšana (jāatpazīst, ka pētāmais likums, notikums vai operācija ir analogisks jaunajam uzdevumam);

b) abstrakcija (balstoties uz veicamo uzdevumu tiek noteikts nepieciešamais īpašību kopums un tiek pārnesti uz vispārinātu (vispārināšanas) shēmu);

c) plāna sastādīšana (izveidotā vispārināšanas shēma tieši tiek izmantota jauna uzdevuma risināšanai) (par ”plāns-karte” sk. 179. lpp.);

2) *Uzdevumu-triādi*, kur visus trīs elementus (dotais uzdevums; dotā uzdevuma apgrieztais (pretējais) uzdevums; vispārinājums) apgūst vienā nodarbībā, pie kam darbā ar vingrinājumu (uzdevumu) jāveic četri secīgi un savstarpēji saistīti posmi (Эрдниев, 1986, 1992):

1. vingrinājuma (uzdevuma) sastādīšana; 2. vingrinājuma (uzdevuma) izpilde; 3. vingrinājuma (uzdevuma) atrisinājuma kontrole; 4. pāreja pie radniecīga, bet grūtāka (komplicētāka) vingrinājuma (uzdevuma).

Pētījumā apstiprinājās didaktisko vienību integrācijas (Эрдниев, 1986, 1992) nostādnes par vingrinājumu (uzdevumu/problēmu) formu, kurai jābūt daudzkomponentu un sastāvošai no šādām loģiski dažādām, bet psiholoģiski saistītām (veidojošām vienu veselumu) daļām:

1) dotā uzdevuma/problēmas risināšana;

2) apgrieztā uzdevuma sastādīšana un risināšana;

3) analogiska uzdevuma sastādīšana pēc dotās formulas (identitātes) vai vienādības un risināšana;

4) uzdevuma, kurš satur atsevišķus ar sākotnējo uzdevumu kopīgus elementus, sastādīšana;

5) uzdevuma, kurš ir vispārināts pēc sākotnējā uzdevuma parametriem, sastādīšana vai risināšana.

Uzdevumu/problēmu risināšanā tika izmantota risināšanas posmu shēma (sk. 4. pielikumu) un matemātisko jēdzienu apguves komponentu (statiskā un dinamiskā izpausmē) shēma (sk. 3. pielikumu) (Garleja, Kangro, 2007-a,b).

8. Emocionālās stratēģijas – emocionāli mierīgs stāvoklis ar vēlmi uzņemt informāciju.

Emocionāli noturīgu un darbībai motivētu stāvokli var panākt izmantojot iekšējo un ārējo motivāciju (plašāk par motivāciju, sk. 117.- 119., 258., 289.-290. lpp.).

2.7. tabulā ir dots uzdevuma/problēmas risināšanas piemēra skaidrojums atbilstoši aplūkotajām mācību stratēģijām, ir dotas norādes uz risinājuma skaidrojumu pētījuma aprakstā un atbilstošajā pielikumā.

2.7. tabula. **Mācību stratēģiju shēma**

Kategorijas	Piemēri
1. Galvenās atkārtošanas stratēģijas: sakārtota saraksta (virknes) elementu atkārtošana.	Atkārtot algoritma posmus divkāršā integrāļa reducēšanai uz atkāroto integrāli (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008)
2. Kompleksās atkārtošanas stratēģijas: atpazīt (noteikt, definēt) un reprezentēt rakstiski dzirdētās, izlasītās vai redzētās informācijas galvenās idejas.	Pasvītrot vai izdarīt piezīmes (papildināt) algoritma punktiem par divkāršā integrāļa reducēšanu uz atkāroto integrāli. (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008)
3. Galvenās precizēšanas (konkretizēšanas) stratēģijas: priekšmetiem un asociācijām, kurus nepieciešams atcerēties, atbilstošu mentālu attēlu izveide.	Vizuāli atcerēties zīmējumu ar integrācijas apgabalu divkāršajā integrālī noprojicētu uz vienu no koordinātu asīm (piemēram, uz x asi) un ar redzamām integrācijas robežām: apakšējās integrācijas robežas ir slēgta intervāla (integrācijas apgabala projekcija uz x asi) galapunkti, bet augšējās integrācijas robežas nosaka taisnes (vilkta paralēli y asij) krustpunkti ar integrācijas apgabala robežu (2. pielikums, 20., 21. lpp.).
4. Kompleksās precizēšanas (konkretizēšanas) stratēģijas: interpretēt ar saviem vārdiem vai vispārināt jauno ideju (atziņu) saistību ar jau eksistējošajām (apgūtajām) zināšanām.	Vizuāli izveidot zīmējumu ilustrējot divkāršā integrāļa reducēšanu uz atkāroto integrāli sarežģītākam gadījumam, kad integrācijas apgabals projicējot to uz vienu no koordinātu asīm ir jāsadala divās daļās. Pēc tam uzrakstīt formulu atkārtotā integrāļa aprēķināšanai analītiskā veidā (2. pielikums, 18., 19., 20. lpp.).
5. Galvenās vadības (organizatoriskās) stratēģijas: pārgrupēt informācijas vienības vai notikumus jaunas informācijas virknes izveidei./	Vizuāli izveidot zīmējumu ilustrējot divkāršā integrāļa reducēšanu uz atkāroto integrāli sarežģītākam gadījumam, kad integrācijas apgabals projicējot to uz vienu no koordinātu asīm ir jāsadala vairāk nekā divās daļās. Pēc tam uzrakstīt formulu atkārtotā integrāļa aprēķināšanai analītiskā veidā.

	<p>Vizuāli izveidot zīmējumu ilustrējot trīskāršā integrāļa reducēšanu uz atkāroto integrāli integrācijas apgabalu (telpisku ķermeni) projicējot uz vienu no koordinātu plaknēm. Pēc tam uzrakstīt formulu atkārtotā integrāļa aprēķināšanai analītiskā veidā (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008).</p>
<p>6. Kompleksās vadības (organizatoriskās) stratēģijas: materiāla (esošās informācijas) reorganizācija sistēmas vai hierarhijas izveidei.</p>	<p>Vizuāli izveidot zīmējumu ilustrējot divkāršā integrāļa reducēšanu uz atkāroto integrāli mainot integrācijas kārtību (atšķirībā no iepriekš aplūkotā gadījuma) integrācijas apgabalu projicējot uz y asi. Pēc tam uzrakstīt formulu atkārtotā integrāļa aprēķināšanai analītiskā veidā (2. pielikums, 21. lpp.).</p> <p>Vizuāli izveidot zīmējumu ilustrējot trīskāršā integrāļa reducēšanu uz atkāroto integrāli mainot integrācijas kārtību integrācijas apgabalu (telpisku ķermeni) projicējot uz kādu citu no koordinātu plaknēm. Pēc tam uzrakstīt formulu atkārtotā integrāļa aprēķināšanai analītiskā veidā (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008).</p>
<p>7. Izpratnes pārbaudes stratēģijas: kritiskās domāšanas procesu (vērtēšana, diagnoze, prognoze, kritika, pašnovērtēšana) realizācija.</p>	<p>1) Strukturālo analogiju izmantošanai uzdevumu risināšanā ir sekmīgi jārealizē trīs posmi (Mayer, 1992), (Щедровицкий, 1995): a) atpazīšana (jāatpazīst, ka pētāmais likums, notikums vai operācija ir analogisks jaunajam uzdevumam); b) abstrakcija (balstoties uz veicamo uzdevumu tiek noteikta kopība, īpašību kopums) un tiek pārnesta uz vispārināšanas shēmu); c) plāna sastādīšana (izveidotā vispārināšanas shēma tieši tiek izmantota jauna uzdevuma risināšanai).</p> <p>2) Pētniecisko prasmju attīstīšana studentu zinātniskajā darbībā (Garleja, Kangro, 2006-a)</p> <p>3) Risinājuma starpposmu kontroles iespējamība (piemēram, pasniedzēja veiktā kontrole problēmas (uzdevuma) risināšanā izmantojot intelektuālo darbību posmsecīgās attīstības teorijas (IDAPT) posmus) (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008)</p>
<p>8. Emocionālās stratēģijas: Emocionāli mierīgs un darbībai motivēts stāvoklis ar vēlmi uzņemt informāciju. 1</p>	<p>Emocionāli noturīgu un darbībai motivētu stāvokli var panākt izmantojot iekšējo motivāciju (piemēram, ja studenti risināmo problēmu saskata kā kāda cita uzdevuma sastāvdaļu) un ārējo motivāciju (piemēram, atzīmēt uzdevuma risināšanu ierobežotā</p>

	laikā, stimulēšanu ar labu vērtējumu) (2. pielikums, 17. lpp.), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008)
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Apkopotās mācību stratēģijas tika izmantotas promocijas darba autora pētījumos kā matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu bāzes zināšanas, informētība, pielietošana, analīze, sintēze u.c. realizācijas līdzekļi (plašāk sk. 196. – 205. lpp.).

Pareizs un mērķtiecīgs uzdevuma/problēmas risinājums ir lielā mērā atkarīgs arī no pieminētajām emocionālajām stratēģijām, tāpēc aplūkosim tās detalizētākā veidā.

7. Pašregulācija.

Emocionālās stratēģijas lieto, lai panāktu un saglabātu motivāciju, pārvaldītu satraukuma stāvokli, efektīvi izlietotu savu laiku un turpinātu koncentrēties dotā uzdevuma izpildei. Cēloņi neveiksmēm mācībās bieži vien nav nepareizas mācību stratēģijas izvēle, bet gan mācībām pārāk maz atvēlētais laiks (Hayes, 1981).

Svarīgi ir arī savu pozitīvo un negatīvo emociju izpratne, kur ievērojama nozīme ir **pašregulācijai** (Bandura, 1986), (Bandura, 1989):

- a) pašnovērošana – sistemātiska uzvedības reģistrēšana;
- b) pašvērtējums – noteiktu standartu piemērošana savai uzvedībai;
- c) reakcija uz savu uzvedību un izpildītajām darbībām – pašregulācijas stratēģijas izmantošana mācību mērķu sasniegšanā un to rezultātu izvērtējums.

Pašnovērošanas realizācija gala rezultātā var novest pie pašvērtējuma – standartu noteikšanai savai uzvedībai. Standarti tiek iegūti salīdzinot informāciju par veicamo uzdevumu izpildi līdzīgos uzvedības modeļos, kā arī pateicoties personīgai veiksmju un neveiksmju pieredzei.

Te vērtīga ir salīdzinoša informācija nosakot indivīda rādītājus attiecībā pret citiem, kā arī nosakot savu vietu testā atbilstoši standartam.

Dažādas pašvērtējuma reakcijas ir cilvēka uzvedības plaša spektra regulētājas (apmierinātība ar sevi, lepnums par saviem panākumiem, neapmierinātība ar sevi, u.c.) (Bandura, 1982) un tātad arī reakciju uz savu uzvedību var uzlūkot kā pašvērtējuma rezultātu.

Vērtīga ir atgriezeniskā saite, kur sniedzot pareizu atbildi un risinājumus tiek fiksētas arī kļūdas un norādīti to iespējamie uzlabošanas veidi.

Pašregulācijas metožu (pašnovērošana, pašvērtējums un reakcija uz savu uzvedību) lietošanai tika izmantotas promocijas darba autora izveidotās aptauju anketas (sk. 250. – 256. lpp.). Tās tika izmantotas zinātņu nozares invariantu (kā pieejas studiju procesam) lietošanas sastāvā (Kangro, 2006–b) (plašāk par zinātņu nozares invariantiem sk. no 80. lpp.) un arī kā

matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Domāšanas kritiskums" izpausmes formas "Emocionāla attieksme" (sk. 2.1. tab. 188. lpp.) realizācijas līdzekļi profesionālās kompetences veidošanai (sk. 205. lpp.).

Aptauju anketas pašregulācijas metožu (pašnovērošana, pašvērtējums, reakcija uz savu uzvedību) lietošanai.

Pašnovērošana

1. Aptauja par mācību procesu vidējās izglītības mācību iestādē (skolā) (5. pielikums).

3. Jūsu vidējās vispārējās izglītības specializācija (kādā novirzienā mācījāties?):

1) humanitārā; 2) eksaktā; 3) sociālā; 4) tāda iedalījuma nebija; 5) nevaru pateikt.

4. Jūsu atzīme atestātā vidējo mācību iestādi beidzot:

1) algebrā; 2) ģeometrijā; 3) informātikā; 4) loģikā; 5) sociālās zinātnes priekšmetos (lūdzu, nosauciet tos).

6. Matemātika man: 1) interesē; 2) neinteresē; 3) nevaru pateikt.

Tas izpaužas šādā veidā (lūdzu paskaidrot 6. jautājuma atbildes varianta izvēli).

7. Ja salīdzina algebru un ģeometriju, tad man šie mācību priekšmeti: 1) patīk vienādā interesē; 2) neinteresē vienādā mērā; 3) vairāk interesē algebra; 4) vairāk interesē ģeometrija.

10. No ģeometrijas kursa vislabāk esmu apguvis/ apguvusi tēmas: 1) trijstūri; 2) četrstūri; 3) riņķa līnija; 4) taisņu un plakņu paralelitāte un perpendikularitāte telpā; 5) vektori; 6) prizmas; 7) piramīdas; 8) cilindri un konusi; 9) citi temati (lūdzu, nosauciet tos).

11. No ģeometrijas kursa nosacīti esmu apguvis/ apguvusi tēmas: 1) trijstūri; 2) četrstūri; 3) riņķa līnija; 4) taisņu un plakņu paralelitāte un perpendikularitāte telpā; 5) vektori; 6) prizmas; 7) piramīdas; 8) cilindri un konusi; 9) citi temati (lūdzu, nosauciet tos).

12. No algebras kursa vislabāk esmu apguvis/ apguvusi tēmas: 1) aritmētiskie un algebriskie pārveidojumi; 2) funkcijas un to īpašības; 3) trigonometrija; 4) eksponentfunkcija, eksponentvienādojumi, eksponentnevienādības; 5) logaritmi, logaritmiskie vienādojumi, logaritmiskās nevienādības; 6) vienādojumu un nevienādību sistēmas; 7) kombinatorika; 8) kompleksie skaitļi; 9) citi temati (lūdzu, nosauciet tos).

13. No algebras kursa nosacīti esmu apguvis/ apguvusi tēmas: 1) aritmētiskie un algebriskie pārveidojumi; 2) funkcijas un to īpašības; 3) trigonometrija; 4) eksponentfunkcija, eksponentvienādojumi, eksponentnevienādības; 5) logaritmi, logaritmiskie vienādojumi, logaritmiskās nevienādības; 6) vienādojumu un nevienādību sistēmas; 7) kombinatorika; 8) kompleksie skaitļi; 9) citi temati (lūdzu, nosauciet tos).

14.Ar matemātikas apguvi man saistās: 1) tādas **pozitīvas** emocijas kā... (lūdzu, raksturojiet); 2) tādas **negatīvas** emocijas kā ... (lūdzu, raksturojiet); 3)nevaru pateikt.

18..Cik daudz laika Jūs izlietojāt, gatavojoties matemātikas nodarbībām skolā: 1) 2 stundas nedēļā; 2) 5 stundas nedēļā; 3) citi varianti, tas ir...;4) nevaru pateikt.

19.Vislielākais laika daudzums, ko esat veltījis (veltījusi) kāda matemātikas uzdevuma risināšanai bija ... (lūdzu, nosauciet).

20.Lūdzu, izvēlieties atbilstošo variantu (variantus): 1) Manas zināšanas matemātikā man ir sagādājušas neērtības; 2) Manas zināšanas matemātikā man nav sagādājušas neērtības;

21.Kuri no nosauktajiem mācību priekšmetiem Jums visvairāk interesēja (lūdzu, norādiet pēc svarīguma pakāpes 5 mācību priekšmetu kārtas numurus, piemēram, 2) ,6) ,1), 27), 10)):

1) algebra, 2) ģeometrija, 3) latviešu valoda, 4) literatūra, 5) ģeogrāfija, 6) ķīmija, 7) fizika, 8) vēsture, 9) bioloģija, 10) fizikultūra, 11) angļu. valoda, 12) vācu valoda, 15) krieva valoda, 14) biznesa pamati, 15) filozofija, 16) ētika, 17) loģika, 18) kultūras vēsture, 19) politika un tiesības, 20) psiholoģija, 21) informātika, 22) tehniskā grafika, 23) vizuālā māksla 24) mājturība (amatu mācība), 25) reliģijas vēsture, 26) muzikālā audzināšana, 27) astronomija, 28) mākslinieciskā pašdarbība; 29) citi mācību priekšmeti (lūdzu, nosauciet tos).

22.Saskaroties ar kādu. problēmu, Jūs visvairāk interesē: 1)problēmas nostādne, 2) pats risināšanas process, 3) gala rezultāts, 4) citi varianti, tas ir ...,5) nevaru pateikt.

23.Kam pēc Jūsu domām bija izšķiroša loma cilvēces progresā veicināšanā pēdējā gadsimtā: 1) dabas zinātnēm (piemēram, matemātika, fizika, ķīmija, bioloģija u.c.); 2) humanitārām, sociālajām zinātnēm (piemēram, vēsture, literatūra, valodas u.c.); 3) nevaru pateikt.

24.Kam Jūs izziņas procesā dotu priekšroku, matemātiskai domāšanai vai loģiskai domāšanai: 1) matemātiskai domāšanai, 2) loģiskai domāšanai, 3) gan vienam, gan otram, 4) nevaru pateikt.

25.Kas Jums skolā likās svarīgākais skolnieku un skolotāju attiecībās, kas veicinātu viņu savstarpējo sapratni un uzticēšanos (lūdzu, izsakiet savus priekšlikumus).

2. Aptauja par studiju procesu augstskolā (6. pielikums)

1.Vai Jūs apmierina Jums piedāvātā matemātikas kursa studiju formas: 1) lekcijas; 2) praktiskie darbi;

a) pilnībā apmierina; b) vispārējos vilcienos apmierina; c) ne sevišķi apmierina; d) neapmierina; e) nevaru pateikt.

2.Vai Jūs apmierina zināšanu un prasmju vērtēšanas sistēma: 1) praktiskajos darbos; 2) mājas darbos;

a) pilnībā apmierina; b) vispārējos vilcienos apmierina; c) ne sevišķi apmierina; d) neapmierina; e) nevaru pateikt.

3. Vai matemātikas pasniedzēja vērtējums atbilst Jūsu pašvērtējumam:

a) stipri par augstu; b) par augstu; c) pareizi (adekvāti); d) par zemu; e) stipri par zemu; f) nevaru pateikt.

4. Jūsu atzīme matemātikā: a) iepriekšējos semestros augstskolā; b) atestātā vidējo mācību iestādi beidzot (1)algebrā; 2)ģeometrijā; 3)informātikā).

Vai nodarbību struktūras attiecības Jūs apmierina (ko Jūs vairāk vēlētos matemātikas nodarbībās)?

5. Vai nodarbību struktūras attiecības Jūs apmierina (ko Jūs vairāk vēlētos matemātikas nodarbībās): a) vairāk lekcijas; b) vairāk praktiskos darbus; c) piekrītu pašreizējam mācību vielas sadalījumam; d) vairāk mājas darbu; e) citi Jūsu ieteiktie varianti ... (lūdzu, nosauciet); f) nevaru pateikt.

6. Vai Jūs apmierina matemātikas nodarbību temps: 1) lekcijās; 2) praktiskajos darbos;

a) pilnībā apmierina; b) nedaudz par ātru; c) stipri par ātru; d) nedaudz par lēnu; e) stipri par lēnu; f) nevaru pateikt.

7. Kādas matemātikas pasniegšanas metodes Jūs vislabāk izvēlētos lekcijās:

a) visu pierakstīt; b) sekot līdzi, izmatojot jau pavairotus konspektus un pierakstīt ļoti maz; c) citi Jūsu ieteiktie varianti ... (lūdzu, nosauciet); d) nevaru pateikt.

8. Kādas matemātikas pasniegšanas metodes Jūs vislabāk izvēlētos praktiskajos darbos:

a) norakstīt no tāfeles; b) risināt patstāvīgi; c) strādāt pēc iepriekš sagatavota un pavairota izdales materiāla; d) citi Jūsu ieteiktie varianti ... (lūdzu, nosauciet); e) nevaru pateikt.

12. Kādu daļu no matemātikas nodarbībām Jūs esat apmeklējis (apmeklējusi): a) mazāk par 10%; b) aptuveni 25%; c) aptuveni 50%; d) aptuveni 75%; e) gandrīz visas; f) pilnīgi visas; g) cits procentuālais sadalījums (lūdzu, nosauciet); h) nevaru pateikt.

13. Kas Jums traucē apmeklēt nodarbības: a) darbs; b) ģimenes apstākļi; c) veselība stāvoklis; d) sava neorganizētība; e) citi faktori (lūdzu, nosauciet); f) nekas netraucē; g) nevaru pateikt.

14. Cik daudz laika Jūs izlietojat, lai sagatavotos matemātikas nodarbībām: a) 1 stunda nedēļā; b) 2 stundas nedēļā; c) 4 stundas nedēļā; d) citi varianti (lūdzu, nosauciet); e) nevaru pateikt.

16. Kādas augstskolas matemātikas kursa nodaļas: 1) Jums sagādāja vislielākās grūtības; 2) Jums bija visvieglāk saprotamās:

a) procentu rēķini; b) matemātiskās loģikas elementi; c) determinanti; d) lineāras vienādojumu sistēmas; e) matricas; f) viena argumenta funkcijas; g) funkcijas atvasinājums; h) divu argumentu funkcijas (produkcijas līknes, parciālie atvasinājumi); i) divu argumentu funkciju ekstrēma uzdevumi; j) nenoteiktais integrālis; k) noteiktais integrālis; l) citi temati vai arī nosaukto tematu sīkāks iedalījums (lūdzu, nosauciet); m) vispār nebija grūtību; n) nevaru pateikt.

17. Kādi pēc Jūsu domām ir šo grūtību cēloņi:

a) priekšzināšanu trūkums matemātikā (no vidējās mācību iestādes); b) mācību materiāla sarežģītība; c) mācību materiāla pārāk liels apjoms; d) pārāk maz teorētiskajam materiālam atbilstošu piemēru; e) mācību un metodiskās literatūras trūkums; f) relatīvi nepietiekama kontrole par apgūstamo mācību materiālu; g) nepietiekama nodarbību apmeklēšana; h) nepietiekama (neregulāra) gatavošanās nodarbībām; i) citi cēloņi (lūdzu, nosauciet); j) nevaru pateikt.

18. Kādas pēc Jūsu domām ir galvenās adaptācijas (pielāgošanās) grūtības, kas ir saistītas ar studijām augstskolā:

a) pierošana pie jaunas apmācības organizācijas; b) liels patstāvīgā darba apjoms; c) patstāvīgas (ārpus ģimenes) dzīves apstākļu īpatnības; d) studentu dzīves normu apgūšana; e) citi cēloņi (lūdzu, nosauciet); f) nevaru pateikt.

19. Ar ko un cik lielā mērā Jūs cenšaties noskaidrot Jums nesaprotamos jautājumus matemātikā ar 1) matemātikas pasniedzēja palīdzību; 2) citu studentu palīdzību; 3) paziņu palīdzību; 4) privātskolotāju (repetitoru) palīdzību; 5) radnieku palīdzību; 6) citu cilvēku palīdzību:

a) nē; b) ļoti maz; c) daļēji; d) bieži; e) vienmēr; f) vispār nemeklēju citu palīdzību; g) nevaru pateikt.

20. Vai Jūs gatavojaties lekcijām, (praktiskajiem darbiem, ieskaitēm, eksāmeniem, utt.) izmantojot:

a) savus lekciju un praktisko darbu konspektus; b) citu studentu lekciju un praktisko darbu konspektus; c) ieteikto mācību literatūru; d) metodiskos līdzekļus; e) cita veida literatūru (lūdzu, nosauciet); f) Interneta tīklu; g) nevaru pateikt.

21. Kas Jums traucē izmantot nosauktos literatūras vai Interneta resursus (lūdzu, nosauciet cēloņus vai arī atbildiet: "nekas netraucē").

24. Kā Jūs domājat, vai Jūsu darbībai pēc augstskolas beigšanas būs kaut nedaudz arī "matemātiska rakstura" iezīmes (darbs specialitātē saistīts ar dažādiem aprēķiniem, ar datortehnikas lietojumiem, studijas maģistrantūrā vai studijas citas specialitātes ieguve, utt.): a) noteikti jā; b) iespējams; c) droši vien nē; d) noteikti nē e) nevaru pateikt.

27. Kuras no nosauktajām īpašībām Jums liekas visbūtiskākās tieši pasniedzējam (lūdzu, norādiet pēc svarīguma pakāpes 7 īpašību kārtas numurus, piemēram, 4), 9), 14), 8), 5), 7), 1)).

1) *augsts profesionālisms*; 2) *zināšanu un kultūras līmeņa pastāvīga paaugstināšana*; 3) *neiecietība pret saviem un citu trūkumiem*; 4) *atbildības un pienākuma jūtas*; 5) *loģiski un pārdomāti lēmumi*; 6) *pacietība un spēja piedot*; 7) *paškontrolle (pašdisciplīna)*; 8) *dzīvesprieks un humora izjūta*; 9) *darba mīlestība*; 10) *godīgums*; 11) *audzināšana kā labas manieres un pieklājība*; 12) *kārtība darbā un apģērbā*; 13) *stipra griba un spēja neatkāpties grūtību priekšā*; 14) *vārdu un darbu vienotība*; 15) *spēja saprast citus cilvēkus*; 16) *intelektuālais redzesloks (uzskatu plašums un elastība)*; 17) *spēja aizstāvēt savu viedokli*.

Pašvērtējums

1. *Aptauja par mācību procesu vidējās izglītības mācību iestādē (skolā) (5. pielikums)*

5. Jūsu matemātikas zināšanu apguves vērtējums vidējās izglītības līmenī (lūdzu, nosauciet vērtējumu 10 ballu sistēmā):

1) *algebrā*; 2) *ģeometrijā*; 3) *informātikā*; 4) *loģikā*; 5) *sociālās zinātnes priekšmetos* (lūdzu, nosauciet tos).

9. Jūsu matemātisko spēju vērtējums: 1) *spējas zem vidējā līmeņa*; 2) *vidēja līmeņa*; 3) *virš vidēja līmeņa*.

15. Vai Jūs apmierina Jūsu attieksme pret mācībām matemātikas apgūvē skolā Jūsu profesionālās izglītības kontekstā: 1) *pilnībā apmierina*; 2) *vispārējos vilcienos apmierina*; 3) *ne sevišķi apmierina*; 4) *neapmierina*; 5) *nevaru pateikt*.

16. Jūsu matemātikas zināšanu apguves pašvērtējums: 1) *pilnībā apmierina*; 2) *vispārējos vilcienos apmierina*; 3) *ne sevišķi apmierina*; 4) *neapmierina*; 5) *nevaru pateikt*.

21. Vai Jūsu izvēlētajā specialitātē ir saskatāma arī matemātikas zināšanu nepieciešamība: 1) *noteikti jā*; 2) *iespējams*; 3) *droši vien nē*; 4) *nē*; 5) *nevaru pateikt*.

2. *Aptauja par studiju procesu augstskolā (6. pielikums)*

9. Jūsu attieksme pret matemātikas apgūvi Jūsu profesionālās izglītības kontekstā: a) *pilnībā apmierina*; b) *vispārējos vilcienos apmierina*; c) *ne sevišķi apmierina*; d) *neapmierina*; e) *nevaru pateikt*.

10. Jūsu matemātikas zināšanu apguves pašvērtējums Jūsu profesionālās izglītības kontekstā: a) *pilnībā apmierina*; b) *vispārējos vilcienos apmierina*; c) *ne sevišķi apmierina*; d) *neapmierina*; e) *nevaru pateikt*.

15. Jūsu matemātikas zināšanu pašvērtējums (lūdzu, nosauciet novērtējumu 10 ballu sistēmā): 1) *par vidējās mācību iestādes kursu*; 2) *par augstskolas kursu*.

22. Kāpēc Jūs izvēlējāties savu izraudzīto specialitāti: 1) *mani tas nopietni interesē*; 2) *vecāku vai citu cilvēku ieteikums* 3) *īpaša interese vai spējas atsevišķos mācību priekšmetos, kas ir izvēlētajā specialitātes mācību programmā*, 4) *finansiāli ierobežojumi izvēlēties citu mācību vietu, vai specialitāti*, 5) *interese par matemātikas pielietojumu savā specialitātē*, 6) *citi cēloņi, -tas ir ... (lūdzu, nosauciet)*; 7) *nevaru pateikt*.

25. Kā Jūs domājat, vai Jūs kā jaunais speciālists būsit (esiet) vajadzīgs valstij un sabiedrībai: a) *noteikti jā*; b) *iespējams*; c) *droši vien nē*; d) *noteikti nē* e) *nevaru pateikt*.

Reakcija uz savu uzvedību

1. *Aptauja par mācību procesu vidējās izglītības mācību iestādē (skolā) (5. pielikums)*

2. Vai Jūsu izvēlētajā specialitātē ir saskatāma arī matemātikas zināšanu nepieciešamība: 1) *noteikti jā*; 2) *iespējams*; 3) *droši vien nē*; 4) *nē*; 5) *nevaru pateikt*.

8. Gadījumos, kad man radās grūtības matemātikas apgūvē, es vainoju: 1) *sevi*; 2) *skolotāju*; 3) *mācību grāmatas*; 4) *matemātiku (lūdzu, paskaidrojiet atbildes izvēli)*.

17. Vai Jūs apmierina mācību process skolā Jūsu zināšanu un matemātisko spēju veidošanā: 1) *pilnībā apmierina*, 2) *vispārējos vilcienos apmierina*, 3) *ne sevišķi apmierina*, 4) *neapmierina*, 5) *nevaru pateikt*.

2. *Aptauja par studiju procesu augstskolā (6. pielikums)*

11. Vai Jūs apmierina mācīšanas process Jūsu matemātiskās domāšanas veidošanā: a) *pilnībā apmierina*; b) *vispārējos vilcienos apmierina*; c) *ne sevišķi apmierina*; d) *neapmierina*; e) *nevaru pateikt*.

23. Kā Jūs domājat, vai Jūs kā personību "ņem nopietni" (t.i., ar Jums rēķinās): a) *matemātikas pasniedzējs*; b) *citi pasniedzēji*; c) *augstskola kopumā*; d) *sabiedrība kopumā*; e) *nevaru pateikt*.

24. Kā Jūs domājat, vai Jūsu darbībai pēc augstskolas beigšanas būs arī "matemātiska rakstura" iezīmes (darbs specialitātē saistīts ar dažādiem aprēķiniem, ar dator tehnikas lietojumiem, studijas maģistrantūrā vai studijas citas specialitātes ieguve, utt.): a) *noteikti jā*; b) *iespējams*; c) *droši vien nē*; d) *noteikti nē* e) *nevaru pateikt*.

25. Kā Jūs domājat, vai Jūs kā jaunais speciālists būsit (esiet) vajadzīgs valstij un sabiedrībai: a) *noteikti jā*; b) *iespējams*; c) *droši vien nē*; d) *noteikti nē* e) *nevaru pateikt*.

26. Kas pēc Jūsu domām būtu jāmaina vai jāveido no jauna *pasniedzēju individuālajā darba stilā* un arī *studentu uzvedības stilā*, lai tas būtu vairāk orientēts uz iespējami labāku studentu un pasniedzēju sadarbību (lūdzu, izsakiet savus priekšlikumus).

28. Ņemot vērā Jūsu sagatavotības līmeni, nosakiet, kāds būtu optimālais lekciju biežums nedēļā, lai Jūs vislabāk varētu apgūt matemātikas kursu atbilstoši programmas prasībām:

a) vienu reizi nedēļā; b) divas reizes nedēļā; c) citi varianti (lūdzu, nosauciet); d) nevaru pateikt. Neklātienēs studenti, lūdzu, norādiet Jums optimālo stundu skaitu pašreizējo stundu skaita vietā.

29. Ņemot vērā Jūsu sagatavotības līmeni, nosakiet, kāds būtu optimālais praktisko darbu biežums nedēļā, lai Jūs vislabāk varētu apgūt matemātikas kursu atbilstoši programmas prasībām:

a) vienu reizi nedēļā; b) divas reizes nedēļā; c) citi varianti (lūdzu, nosauciet); d) nevaru pateikt.

Teorijas apskats, referatīvā analīze un veiktie eksperimenti ļauj izdarīt vispārinājumus nodaļas beigās par matemātisko domāšanu, reflektīvo abstrakciju saistībā ar profesionālo darbību.

Secinājumi

■ Izmantojot matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Zināšanu mobilitāte", "Izziņas metožu variativitāte un validitāte", "Domāšanas kritiskums" (2.1. tab.), reflektīvās abstrakcijas darbības, var saistīt matemātiku kā izpētes objektu un tās lietojumus, ja studiju kursa ietvaros atspoguļo (studējot un veicot mācību un zinātnisko darbību) savu nākošo profesionālo darbību ar **matemātiskās modelēšanas** uzdevumu/problēmu palīdzību, to risināšanā lietojot datortehniku.

Tā realizācijai tiek izmantoti uzdevumi (sk. A), B), C)), konstatētas motivācijas paaugstināšanas iespējas (sk. 2. punkts), balstoties uz 2. punktā iegūtajām atziņām, 3. punktā ir sniegts izstrādātais dinamiskā procesa modelis (divu argumentu funkcija-diferenciālvienādojuma atrisinājums).

1. Uzdevumi

A) Uzdevumi/problēmas saistīti ar matemātisko modelēšanu (matemātikā, vides zinātnē), kuros ir nepieciešams:

1) Prast analizēt faktoru un nosacījumu ietekmes nozīmi un pakāpi uz pētāmo parādību, noteikt visvairāk nozīmīgos un vismazāk ietekmējošos faktorus (Kalis, Kangro, 2004 -a), (Kalis, Kangro, 2004 -b), (Kalis, Kangro, 2005-a; 2005-a, 2005-c); (Кудрявцев, 1980).

2) Prast atklāt tādu nosacījumu, kad faktors pie vieniem apstākļiem nozīmīgi ietekmē pētāmo parādību, bet pie citiem pilnīgi zaudē savu ietekmi, vai arī gluži pretēji – sākumā nenozīmīgs faktors iegūst savu nozīmību pateicoties dažādu nosacījumu izmaiņai (Kalis, Kangro, 2004-a), (Kalis, Kangro, 2004-b), (Kalis, Kangro, 2005-a; 2005-b, 2005-c); (Кудрявцев, 1980).

3) Prast interpretēt eksperimentālos datus iegūtus grafiku, diagrammu, tabulu, histogrammu u.c. zinātniskās izziņas metodēs lietoto uzskates līdzekļu formā (Kalis, Kangro, 2004-a), (Lasmanis, Kangro, 2004), (Kangro 2005), (Ivanovs, 2002), (Čugajevs, 2002), (Prančs, 2002), (Kuzņecovs, Agafonovs, Silagaile, 2003), (Pastuhovs, 2004), (Pavļukevičs, Jotsons, 2004), (Lucatnieks, 2003).

B) Uzdevumi/problēmas diferenciālvienādojumu teorijā (par tematiku: matemātika, vides zinātne, bioloģija, pedagoģija), kuri ir jārisina ar matemātiskās modelēšanas palīdzību:

1) *Siltuma pārnese problēmas* elektriskā vadā (Kangro, 2004); (Kalis, Kangro, 2004);

2) Dažādu vielu kvantitatīvu raksturotāju (koncentrācija, siltums, mitrums, u.c.) *pārnese problēmas daudzslāņu vidēs* (Kalis, Kangro, 2004-a), (Kalis, Kangro; 2005-2, 2005-3); (Kalis, Kangro, 2006-b), (Kalis, Kangro, 2010);

3) *Kvalitatīvās diferenciālvienādojumu teorijas* lietojumi: a) Matemātikas zinātnes attīstībā un pedagoģijā (Кудрявцев, 1980); b) *Siltuma pārnese procesu* izpētē (Kalis, Kangro, 2003), (Kalis, Kangro, 2005-a), (Vucenlazedāns, Čača, 2002); c) *Konfliktu teoriju* izpētē (Braun, 1978);

4) *Jaunu ķīmisku savienojumu* raksturotāju izpētē (Беличенко, Гордеев, Комиссаров, 1996), (Грушко, 1982), (Pavļukevičs, 2005);

5) *Bioloģiskās kinētikas* un imūno reakciju dinamikas izpētē (Lucatnieks, 2003).

C) Uzdevumi/problēmas saistīti ar matemātisko modelēšanu: lineārā algebra, lineārā programmēšana (matemātikā, ekonomikas zinātnē):

1) lineārās programmēšanas elementi (optimālās medikamentu normas noteikšana; optimālās barības devas sastādīšana; optimālā ražošanas plāna sastādīšana; transporta izmaksu optimizācija, u.c.) (Frolova, 1999), (Kļaviņš, 2002), (Kangro, 2005), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008);

2) lineārās algebras lietojumi ekonomikā (Frolova, 1999), (Grīnglāzs, & Kopitovs, 2003) (Hazans, & Bāliņa, 1996), (Mizrahi, & Sullivan, 1988), (Kangro, 2005); (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008);

3) ekonomisko sakarību (pieprasījuma, piedāvājuma, izmaksu, ieņēmumu peļņas funkcijas, u.c.) matemātiskā modelēšana (Макконнелл, Брю 1992), (Grīnglāzs, Kopitovs, 2003), (Mizrahi, Sullivan, 1988), (Kangro, 2005), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008).

(Aplūkotajos piemēros ir sniegtas arī Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes studentu zinātnisko konferenču referātu publikācijas).

2. Studiju motivācijas paaugstināšanas iespējas

Studiju procesā konstatēts, ka motivāciju studiju procesā paaugstina daudzveidīgāka uzdevuma/problēmas objektīvā struktūra, jo tad ir nepieciešama iepriekšējās pieredzes izmantošana, esošās situācijas elementu un īpatnību novērtēšana, vispārējo mērķu konkretizācija un blakus uzdevumu apzināšana.

Savukārt uzdevuma/problēmas objektīvās struktūras papildināšanai (paplašināšanai) ir nepieciešams risinājumā izdalīt (apzināt) un iekļaut uzdevuma/problēmas:

- Figuratīvos aspektus (stāvokļu forma);
- Operacionālos aspektus (darbības forma).

Operacionālās izpausmes komponentu (operacionālo aspektu) realizācijai jāizmanto trīs veidu loģiskās darbības:

- *darbības ar objektiem* (vai zīmju formām), kurās tiek atklāts jēdziena objektīvais saturs;
- *darbības*, kas tiek veiktas, lai izveidotu *sakarības* starp jēdziena zīmes formu un tā objektīvo saturu;
- *formālas darbības*, kas tiek realizētas ar īpašu valodu (ar *matemātikas* valodu un ar datoru-matemātisko sistēmu *simbolisko* valodu) palīdzību.

Figuratīvās izpausmes komponentu (figuratīvo aspektu) realizācijā jāveic:

- padarīt komplicētāku izceltās (raksturīgās) pazīmes formu (paaugstināt, izmainīt, modificēt) objektu salīdzināšanas sistēmas komplicētību;
- padarīt komplicētāku definīcijas (zīmes formas) vispārīgo struktūru, palielinot tajā funkcionāli atšķirīgo elementu skaitu.

3. Dinamiska procesa modelis

Šajā nodaļā tika izveidots diferenciālvienādojuma atrisinājuma – divu argumentu funkcijas iegūšanas procesa modelis. To var realizēt gan vizuāli, gan izmantojot datortehniku. Izveidotais modelis veicina komplicētu dinamisku procesu labāku izpratni, jo sniedz tā vizuālo interpretāciju un paredz to izpildīt gan soļu, gan nepārtrauktā procesā ar DMS, tātad ļauj modelēt procesu.

Procesu modelēšana ir iestrādāta mācību līdzekļos (Kalis, Kangro, 2004-a), (Kalis, Kangro, 2010), (Daugulis, Kangro, Martinovs, Morozova, 2008) un ir ieviesta Rēzeknes augstskolas Inženieru studiju programmās.

Diferenciālvienādojuma atrisinājuma iegūšanas modeļa realizācija.

1. Diferenciālvienādojuma atrisinājumu (funkcija $u = u(x, t)$) var uzlūkot par *simbolu*, kas iegūts *analītiski* (ar formulu palīdzību) vai *skaitliski* (ar shēmu, tabulu, algoritmu palīdzību).

2. Strukturāli-priekšmetiskās *laika – telpas* komponentes (*temperatūras sadalījums*) tiek veidots balstoties uz parciālo atvasinājumu jēdziena *teorētisko bāzi* – aplūkot tikai viena mainīgā lieluma izmaiņas, bet otru atstājot nemainīgu.

3. Temperatūras sadalījuma izveidē tiek realizētas šādas pakāpeniskas pārejas:

a) ar *induktīvo* izklāsta veidu: viendimensijas->divdimensiju->trīsdimensiju telpa;

b) ar *deduktīvo* izklāsta veidu: trīsdimensiju->divdimensiju->viendimensijas telpa.

Abi izklāsta veidi apskatāmajam procesam nodrošina trīsfāzu veseluma pieeju (“atsevišķais – vispārīgais – atsevišķais”, “konkrētais – abstraktais – konkrētais”):

3.1. Vispirms tiek izveidots temperatūras sadalījums uz, piemēram, stieņa (*viendimensijas* gadījums);

3.2. Tālāk process tiek pārnests uz plakni (*divdimensiju* gadījums);

3.3. Process tiek pārnests uz telpu (*trīsdimensiju* gadījums), kur procesu *vispārinot*, tika iegūts diferenciālvienādojuma atrisinājums – virsma telpā (2.18.att.), (2.19.att.), kura uzskatāmi raksturo temperatūras izmaiņas tendences atkarībā no mainīgajiem lielumiem: laika – t un punkta stāvokļa – x ;

3.4. Procesa izklāsts tiek veikts deduktīvajā formā (veicot pāreju no “vispārīgā” uz “atsevišķo”): iegūtais modelis – funkcija $u = u(x, t)$ (virsma telpā) (2.18.att.) tika sadalīta sastāvdaļās konstruējot *šķēluma līnijas* – virsmas elementus ar zemāku dimensiju skaitu (divdimensiju telpa). Tālāk, ar šķēluma līniju palīdzību tika realizēta pāreja uz vēl zemāku dimensiju skaitu – uz viendimensijas telpu.

Piemēram, līnijai L_2 (2.19.att.) atbilstošā divdimensiju procesa ilustrācija tiek sniegta 2.15. attēlā un savukārt attiecinot to uz viendimensijas gadījumu (kur stieņa novietojums sakrīt ar koordinātu asi ox) iegūstam atbilstošu interpretāciju – 2.13. attēlu.

Detalizētāks dinamiskā procesa (diferenciālvienādojuma iegūšanas un tā atrisinājuma) apraksts izmantojot telpisko uzskati (vizualizāciju) un simbolisko valodu (*matemātikas* valoda un *DMS Maple* valoda) ir dots 1. pielikumā.

■ Balsoties uz promocijas darba autora veiktajiem pētījumiem, kā arī izmantojot citu autoru atziņas, jāsecina, ka matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas “Zināšanu mobilitāte”, “Izziņas metožu variativitāte un validitāte”, “Domāšanas kritiskums” var izmantot profesionālās domāšanas darbību “satura analīze”, “plānošana”, “refleksija” (arī “metakognīcija”, “pašregulācija”) veikšanai.

Tā rezultātā īstenojas profesionālās kompetences veidošanas funkciju (kognitīvā, regulatīvā, pašnovērtēšanas funkcija) realizācija matemātikas studijās.

3. Studentu intelektuālo spēju (kognitīvās gatavības) novērtējums matemātiskās domāšanas un profesionālās kompetences interakcijā

Intelekta jēdziens ir saistīts ar vispārējo spēju struktūru un lielā mērā nosaka personības darbību un uzvedību.

Ar **spēju** saprotam īpašību, ko dod iespēju ko sekmīgi darīt, veikt, ko uztvert, reaģēt uz kaut ko u kas nodrošina šādai norisei nepieciešamos nosacījumus (Beļickis, 2000).

Savukārt **intelekt**s ir spēju struktūra, kas nodrošina prāta darbības spēju racionāli izziņāt priekšmetu un parādību īpašības, to savstarpējās attiecības, kā arī, izmantojot izziņas rezultātus, darboties jaunā situācijā, risināt jaunus uzdevumus (Beļickis, 2000).

Intelekta skaidrojumu izvērstākā formā sniedz V. Družinins (Дружинин, 1999):

- 1) vispārējās spējas izziņai un problēmu risināšanai, kuras nosaka jebkuras darbības sekmīgu izpildi un ir citu spēju (piemēram, iedzimto spēju) realizācijas pamats;
- 2) indivīda visu uztveres spēju sistēma (sajūtas, priekšstati, atmiņa, domāšana, iztēle);
- 3) spēja risināt prātā problēmas/uzdevumus bez kļūdām.

Intelektu – vispārējās prāta darbības spējas izmanto kā personības uzvedības vispārinošu rādītāju, kas raksturo adaptācijas spējas jauniem uzdevumiem reālajā dzīvē.

Cilvēka resursu potenciālu veido sabiedriskās attiecības, kas izpaužas personības kvalitātē, profesionālā kompetencē, sociālās uzvedības mijattiecībās.

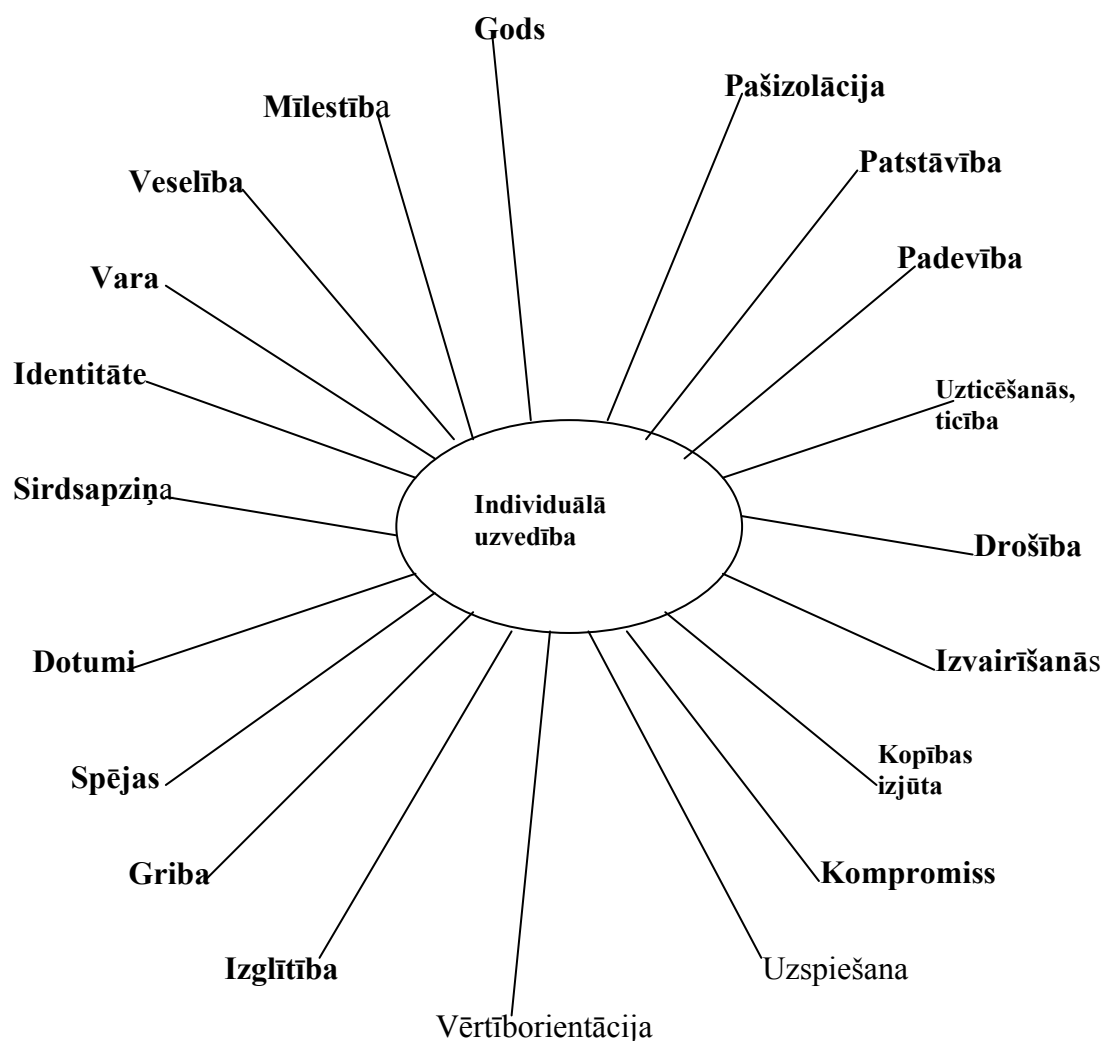
Kompetence ir inteligences un profesionalitātes raksturojums. Katrs cilvēks cenšas sevi apliecināt. Lai to panāktu ir sistemātiski jāattīsta kognitīvā, metakognitīvā un intencionālā pieredze (Павен, 1999).

Kognitīvās pieredzes līmenis ir informētība. Metakognitīvā pieredze raksturojas kā intelekta darbības vadīšanas prasme, kritiskās domāšanas spēja, prasme izvēlēties optimālu problēmas risināšanas variantu, kā arī to pamatot:

Intencionālā pieredze ir prasme vadīt intelektuālās darbības mehānismu, prasme līdzsvarot sava prāta darbību ar apkārtējās īstenības objektīvām prasībām, sistemātiski atjaunot savu informācijas potenciālu.

Cilvēka sociālās funkcijas sabiedriskās attiecībās un profesionālajā darbībā ir saistītas ar viņa pasaules redzējumu, esības apjēgumu, ar sevis un citu cilvēku izziņāšanu mijattiecībās, uzvedības motivācijā.

Profesionālajā darbībā var izdalīt sociālo, lietišķo un individuālo īpašību kopumu. Individuālo uzvedību galvenokārt ietekmē un tajā dominē subjektīvie faktori (3.1. att.):



3.1. att. Individuālās uzvedības subjektīvie faktori

Profesionāli lietišķo kompetenci determinē profesijas profesioграмма Tās ir profesionālās darbības konstruktīvās, tehniskās, organizatoriskās, kultūras un socializācijas līmenim izvirzītās prasības, to apraksts un vērtēšanas kritēriji spēju līmenim profesionālajā darbībā.

Spējas ir cilvēka psihs attīstības kvalitāte, tās raksturo cilvēka gatavību konkrētai darbībai. Spējas veidojas kognitīvā procesā pamatojoties uz zinātnes un tehnikas sasniegumiem un cilvēku individuāliem dotumiem, interesēm, vajadzībām, motīviem, ģenēzi, gribu, domāšanu, atmiņu, ģints pārmantotām īpatnībām.

Prasmes un iemaņas raksturo spējas profesionālā kompetencē, procesuāli, sadarbības un attiecību kontekstā.

J. Kļimovs pamatojoties uz pētījumiem darba psiholoģijā, izdala vairākas profesionālās darbības grupas (Климов, 1999):

- bionomiskā: cilvēks – daba;
- tehniskā: cilvēks – tehnika;
- socionomiskā: cilvēks – cilvēks;
- signomiskā: cilvēks – zīmju sistēma;
- ortonomiskā: cilvēks – māksliniecisks tēls.

Īpaša spēju kvalitāte ir radošums, kas raksturo personības garīgās attīstības līmeni: emocionālo, kognitīvo, gribas, motivācijas, uzvedības, pozīciju un citas kvalitātes.

Radošo spēju izpausme profesionālā darbībā var būt ļoti dažāda no zinātniskas attieksmes, pretrunu variatīviem risinājumiem līdz spējai iztēloties, paredzēt u.t.t.

Par radošu spēju kritērijiem uzskata nevis iegūtā rezultāta kvalitāti, bet gan oriģinalitāti, radošuma produktivitāti, unikālumu.

B. Ananjevs (Ананьев, 2001) atzīmē, ka pedagoģiski-psiholoģiskajā literatūrā ir nepietiekami novērtēta intelekta loma personības struktūrā.

Cilvēka sociālās funkcijas, sabiedriskā darbība un motivācija ir vienmēr saistīta ar viņa apkārtējās pasaules atspoguļošanu, īpaši ar citu cilvēku, sabiedrības un sevis paša izzināšanu.

Inženiera un ekonomista profesijā nepieciešamas ne tikai matemātiskās prasmes, bet arī profesionālajā darbībā vajadzīgās prasmes, kuru raksturojums autora pētījumā tika ņemts no profesiju klasifikatora (Profesiju klasifikators, 2007).

Piemēram, vides inženieri, programmēšanas inženieri, ekonomistu raksturojošās pazīmes ir darbs ar intelektuālu slodzi, skaitliskas, rakstiskas informācijas apstrāde, darbs kā komandas biedram, radošs darbs u.c.

Tāpēc ir svarīgi reizē ar matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļām ("Zināšanu mobilitāte", "Izziņas metožu variativitāte un validitāte", "Domāšanas kritiskums") (2.1. tab. 188. lpp.).

docētājam un studentiem noskaidrot viņiem piemītošās sociālās un komunikatīvās prasmes ar mērķi tās attīstīt studiju procesā (studējot gan matemātiku, gan arī citus studiju priekšmetus).

Tāpēc šajā nodaļā apskatām mācību procesa objektīvās sastāvdaļas – studentu matemātikas sasniegumu un subjektīvās sastāvdaļas – mācību motivācijas, intelekta spēju, profesionālās virzības un motivācijas mijiedarbību ar matemātisko un loģisko domāšanu.

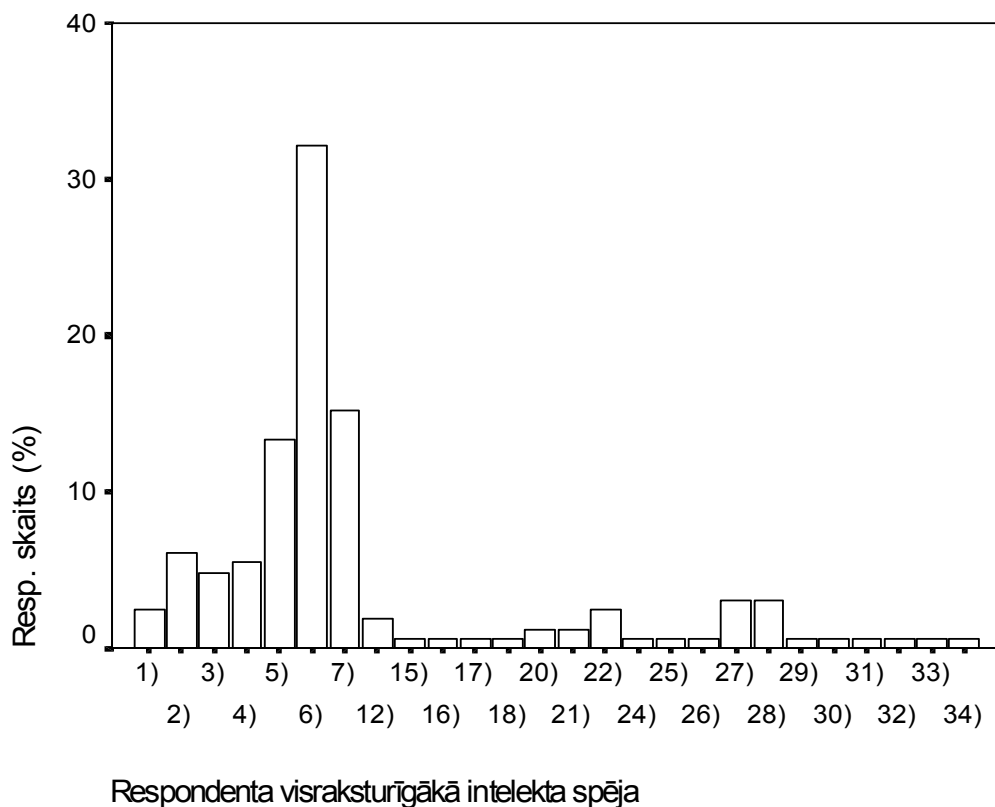
3.1. Hovarda Gārdnera tests studentu spēju novērtēšanai

Tradicionāli cilvēka intelekta spējas tiek raksturotas trīs atšķirīgos veidos – verbālās, numerālās un uztveres spējas tāpat kā trīs pamatpriekšmeti – lasīšana, rakstīšana un aritmētika, uzskatot, ka šī kombinācija ir vienīgais pareizais akadēmiskā intelekta pārbaudes paņēmiens.

Mūsdienu sabiedrība reti kad atzīst vairāk nekā trīs no septiņiem veidiem, nosakot, kurš indivīds ir intelektuāli attīstīts. Pievienojamies apgalvojumam, ka četri pārējie tipi arī raksturo intelektu, tikai izpaužas ar citādu mācīšanās stilu un prasmē (Godvins, 2000).

Lai izpētītu Gārdnera spēju īpatsvaru studentu vidū, spēju saistību ar tradicionāliem (IQ) testiem, piemērotību profesijai, tika veikta RA Inženieru un ekonomikas fakultātes studentu pārbaude ar H. Gārdnera testu (Garleja, Kangro, 2002).

Respondenti bija 190 Rēzknēs Augstskolas Inženieru un Ekonomikas fakultātes studenti specialitātēs: uzņēmējdarbības vadība (grupa EU), finansu un grāmatvedības vadība (grupa EG), uzņēmējdarbības tiesības (grupa EJ), tūrisma un viesnīcu uzņēmējdarbības vadība (grupa ET), sociālo zinātņu bakalaurs (grupa EB), vides inženieris (grupa VI).



3.2. att. Respondentu sadalījums pēc Hovarda Gārdnera intelekta spējām

3.2. attēlā ir redzams respondentu procentuālais sadalījums pēc Hovarda Gārdnera intelekta spējām, kur redzamas 7 visraksturīgākās intelekta spējas:

“1) lingvistiskās spējas; 2) matemātiskā un loģiskās spējas; 3) vizuālās un telpiskās spējas; 4) muzikālās spējas; 5) starppersonu saskarsmes spējas; 6) intrapersonālās spējas; 7) kinestētiskās spējas.

Apzīmējumi no 12) līdz 34) raksturo visraksturīgāko spēju dažādas kombinācijas:

- 12) spējas 1) un 6) (vienādā mērā piemīt gan lingvistiskās, gan intrapersonālās spējas);
- 15) spējas 2) un 4);
- 16) spējas 2) un 5);
- 17) spējas 2) un 6);
- 18) spējas 2) un 7);
- 20) spējas 3) un 5);
- 21) spējas 3) un 6);
- 22) spējas 3) un 7);
- 24) spējas 4) un 6);
- 25) spējas 4) un 7);
- 26) spējas 5) un 6);

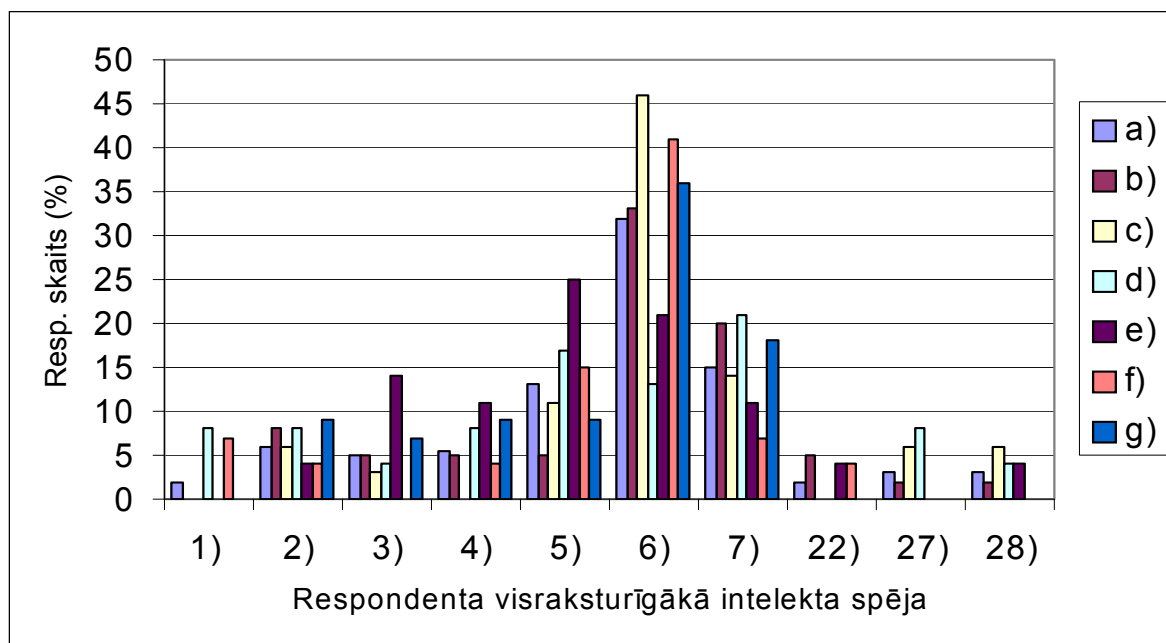
- 27) spējas 5) un 7);
- 28) spējas 6) un 7);
- 29) spējas 2) un 3) un 4) un 6);
- 30) spējas 3) un 6) un 7);
- 31) spējas 2) un 3) un 6);
- 32) spējas 1) un 2) un 6);
- 33) spējas 10 un 4) un 5) un 6);
- 34) spējas 2) un 3) un 5) un 6)''

Redzams, ka pirmais dominējošais spēju veids ir 6) intrapersonālās spējas, otrais – 7) kinestētiskās spējas un trešais – 5) starppersonu saskarsmes spējas, tiem seko 2) – loģiskais-matemātiskais. Jāpiebilst, ka atsevišķi inženieru specializācijas studentiem trīs pirmie dominējošie spēju veidi bija: *intrapersonālais, loģiskais-matemātiskais, kinestētiskais*.

Ievērojot ekonomikas studentu īpatsvaru (ekonomikas specialitātes – 160, bet inženieru – 30), esošais dominējošo spēju veids ir saprotams. Un tā ievērošana turpmāk ļāva izvēlēties piemērotākas darba formas, piemēram, ar matemātiku saistīto profesiju loka paplašināts skaidrojums, sadarbības procesu variēšana sniedzot intrapersonālā veida pārstāvjiem lielākas izpausmes iespējas uzvedībā un saskarsmē, kinestētiskā veida pārstāvjiem dodot lielākas iespējas patstāvīgam darbam, u.c.

3.3. attēls parāda intelekta spēju sadalījumu akadēmiskās grupās:

- a) attiecīgā spēju veida vidējais līmenis pa visām grupām;
- b) grupa EG;
- c) grupa ET;
- d) grupa EU;
- e) grupa EB;
- f) grupa EJ;
- g) grupa VI.



3.3. att. Respondentu sadalījums pēc Hovarda Gārdnera intelekta spējām un akadēmiskajām grupām

Lingvistiskās spējas ir pārstāvētas tikai grupās EU, EJ un pārsniedz vidējo līmeni. Matemātiskās un loģiskās spējas grupā ET atrodas vidējā līmenī, grupās EG, EU pārsniedz vidējo, bet grupās EB, EJ atrodas nedaudz zem vidējā līmeņa.

Jāpiebilst, ka eksperimentāli iegūtais matemātisko un loģisko spēju sadalījums lielā mērā atbilst novērotajiem studentu sasniegumiem matemātiskā kontaktstundās un patstāvīgajā darbā.

Vizuālās un telpiskās spējas grupā EJ nav pārstāvētas, grupā EG atrodas vidējā līmenī, grupās EB, VI pārsniedz, bet ET, EU atrodas zem vidējā līmeņa.

Muzikālās spējas grupā ET nav pārstāvētas, grupā EG praktiski atrodas vidējā līmenī, grupās EU, EB, VI atrodas virs, bet grupā EJ zem vidējā līmeņa.

Starppersonu saskarsmes spējas grupā EG atrodas stipri zem vidējā līmeņa, mazāk no tā atšķiras grupā VI, nedaudz zem vidējā līmeņa ir grupā ET un pārējās grupās – EU, EJ, EB pārsniedz vidējo līmeni, pie kam grupā EB visai ievērojami.

Visvairāk pārstāvētā intelekta spēja – intrapersonālā grupā EG atrodas praktiski vidējā līmenī, grupā EU stipri zem vidējā līmeņa, mazāk no tā atšķiras grupā EB un pārējās grupās – VI, EJ, ET pārsniedz vidējo līmeni, grupā ET – visai ievērojami.

Kinestētiskās spējas grupā ET atrodas vidējā līmenī, grupā EJ – stipri zem vidējā līmeņa, mazāk no tā atšķiras grupā EB, bet grupās EG, EU un VI pārsniedz vidējo līmeni.

Aplūkotais starppersonu saskarsmes, intrapersonālo un loģiski-matemātisko spēju sadalījums ir adekvāts novērotajām pedagoģiskās saskarsmes situācijām, arī ar studentu sasniegumiem matemātikas studiju procesā (Kangro, 2001 – a, 2001 – b, 2001 – c).

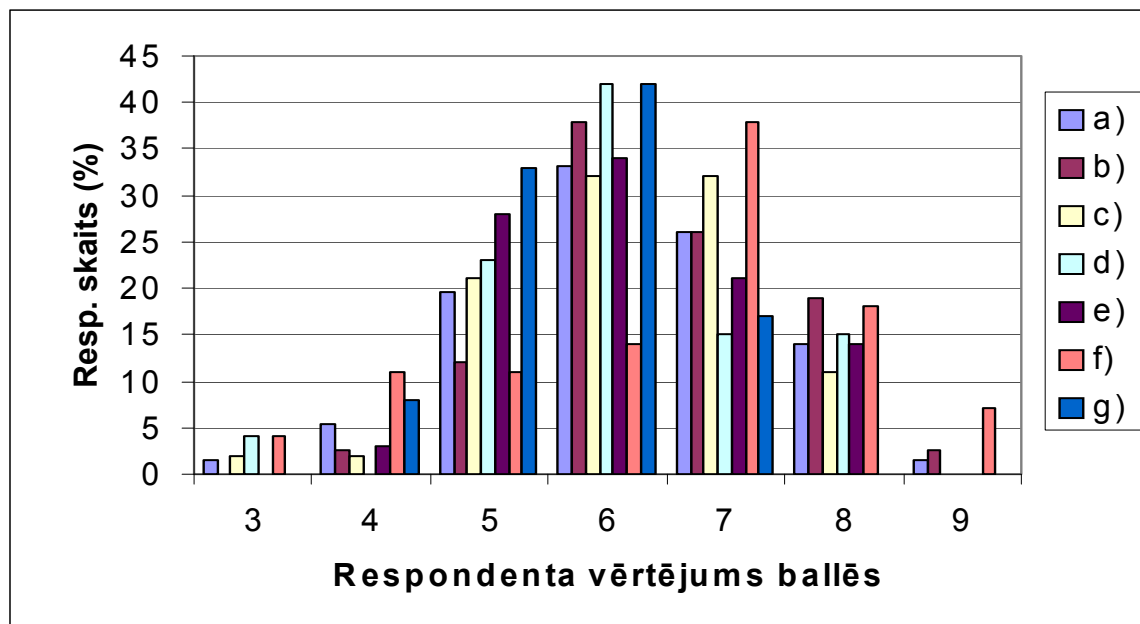
Arī turpmāko gadu pētījumos (pēc 2002. gada) *intrapersonālā, kinestētiskais, starppersonu saskarsmes, loģiskais-matemātiskā stila* dominējošā tendence saglabājās.

3.2. Dž. Rāvena progresīvo matricu tests

Dž. Rāvena progresīvo matricu tests raksturo intelekta produktīvās īpašības, kuras jāizmanto atklājot ģeometriskajās figūrās dažādas likumsakarības, kurām pakāpeniski pieaug grūtības pakāpe. Tas daudz labāk raksturo cilvēka produktīvās spējas nekā verbālie testi (Raven, 1985).

Vēlāk veiksmīgi testa lietojumi liela respondentu skaitam tika interpretēti kā testa izmantošanas iespējas diagnosticēt cilvēka spējas iemācīties balstoties uz savām vispārināšanas spējām bez ārējo norādījumu (pamācību) iespējām

Eksperimentā, kurā ar mērķi noskaidrot intelekta produktīvās īpašības ar Dž. Rāvena progresīvo matricu testa palīdzību piedalījās 190 Rēzeknes Augstskolas Inženieru un Ekonomikas fakultātes studenti specialitātēs: uzņēmējdarbības vadība (grupa EU), finansu un grāmatvedības vadība (grupa EG), uzņēmējdarbības tiesības (grupa EJ), tūrisma un viesnīcu uzņēmējdarbības vadība (grupa ET), sociālo zinātņu bakalaurs (grupa EB), vides inženieris (grupa VI) (Garleja, Kangro, 2002).



3.4. att. Respondentu sadalījums pēc Rāvena “Progresīvo matricu” testa rezultātiem un akadēmiskajām grupām

3.4. attēlā redzams respondentu sadalījums pēc Rāvena testa rezultātiem un akadēmiskajām grupām: uz horizontālās ass atlikts Rāvena testa vērtējums ballēs (atbilstoši iegūtajam punktu skaitam 9 ballu sistēmā), uz vertikālās – respondentu skaits procentos akadēmiskajās grupās.

- a) attiecīgā vērtējuma vidējais līmenis pa visām grupām;
- b) grupa EG;
- c) grupa ET;
- d) grupa EU;
- e) grupa EB;
- f) grupa EJ;
- g) grupa VI.

Redzams, ka gandrīz visās akadēmiskajās grupās dominē vērtējums 6 balles (kvalificēti speciālisti), grupā EJ – 7 balles (augsti kvalificēti speciālisti), no kura pa kreisi un pa labi esošais sadalījums samazinās: 5 balles (vidējās kvalifikācijas speciālisti), 8 balles (mazāk kvalificēti profesionāļi), 9 balles (administratori un augstas kvalifikācijas profesionāļi).

Redzams, ka respondentiem ar matemātiski loģiskām spējām Rāvena testa vērtējums ir ne mazāks kā 5 balles un kā vienīgajam spēju veidam 9 balles, lielākais īpatsvars ir 6, 7 ballēm.

Starppersonu saskarsmes spējām vislielākais īpatsvars atbilst 5 ballēm, nedaudz mazāk - 5 ballēm un vēl mazāk – 7, 8 ballēm.

Respondentu sadalījums pēc Dž. Rāvena testa rezultātiem ir tuvs normālajam sadalījuma – dominējošais vērtējums ir 6 balles, izņemot uzņēmējdarbības tiesību specialitātes pārstāvjus ar asimetriju pa labi (gadījums nav tipisks salīdzinājumā ar turpmāko gadu aptaujām un aplūkojamā aptaujā ir izskaidrojums ar intelektuālā ziņā augstāku studentu kontingentu), procentuāli mazāks sadalījums atbilstošs attiecīgi 5 un 7 ballēm.

Turpmākajos pētījumos (pēc 2002. gada) tika novērots, ka katra mācību gada sadalījums pa profesijas izvēles grupām ir atšķirīgs, tomēr tas ir tuvs normālajam sadalījumam, kur dominējošais vērtējums atbilst, piemēram, visbiežāk 6 vai 7 ballēm, un samazinās attiecīgi virzienā pa kreisi un pa labi no dominējošā vērtējuma.

Svarīgi bija noskaidrot jautājumu par Hovarda Gārdnera intelekta spēju saistību ar tradicionālajiem (IQ) testiem, piemēram, Rāvena “Progresīvo matricu testu.

3.5. attēlā redzams respondentu sadalījums pēc Rāvena testa rezultātiem un Gārdnera intelekta spējām. Uz horizontālās ass atlikts Reivena testa vērtējums ballēs, uz vertikālās – respondentu skaits procentos, kuriem piemīt attiecīgā intelekta spēja vai to kombinācija. 3.5. attēlā pa labi redzami Gārdnera intelekta spēju apzīmējumi:

“1) lingvistiskās spējas; 2) matemātiskā un loģiskās spējas; 3) vizuālās un telpiskās spējas; 4) muzikālās spējas; 5) starppersonu saskarsmes spējas; 6) intrapersonālās spējas; 7) kinestētiskās spējas.

Apzīmējumi no 12) līdz 28) raksturo visraksturīgāko spēju dažādas kombinācijas:

12) spējas 1) un 6) (vienādā mērā piemīt gan lingvistiskās, gan intrapersonālās spējas);

15) spējas 2) un 4);

16) spējas 2) un 5);

17) spējas 2) un 6);

18) spējas 2) un 7);

20) spējas 3) un 5);

21) spējas 3) un 6);

22) spējas 3) un 7);

24) spējas 4) un 6);

25) spējas 4) un 7);

26) spējas 5) un 6);

27) spējas 5) un 7);

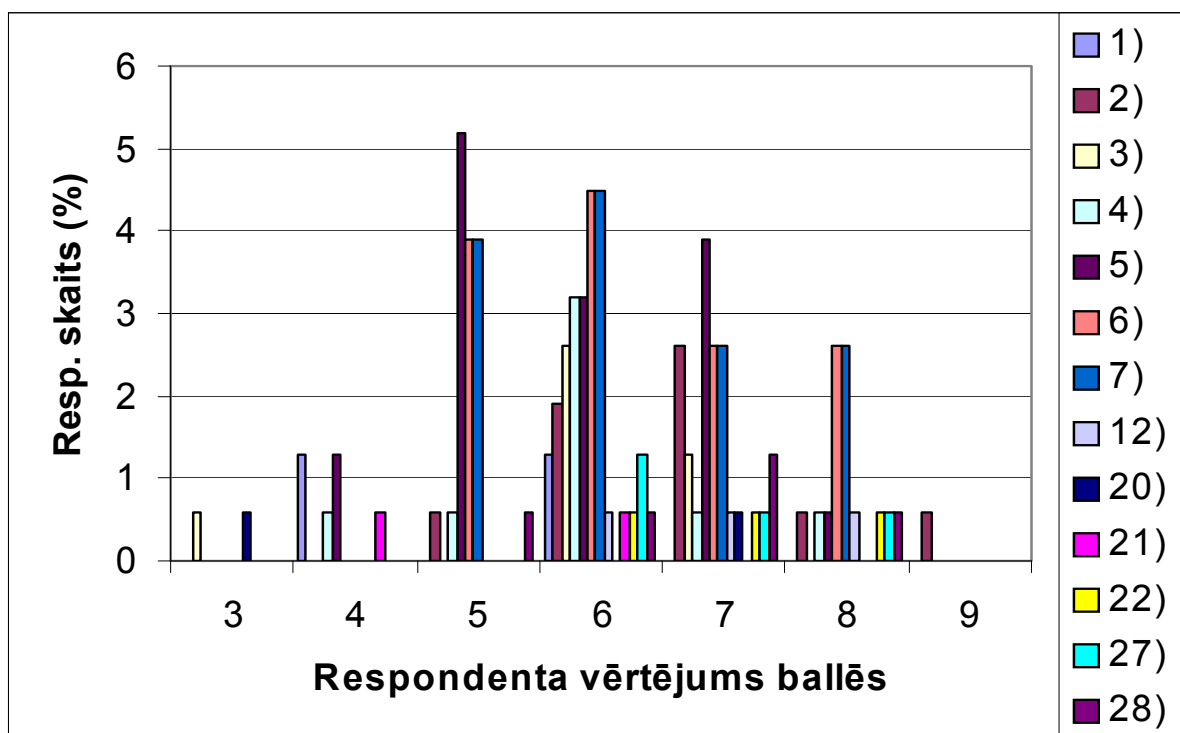
28) spējas 6) un 7);

Redzams, ka respondentiem ar matemātiski loģiskām spējām Rāvena testa vērtējums ir ne mazāks kā 5 balles un kā vienīgajam spēju veidam 9 balles, lielākais īpatsvars ir 6, 7 ballēm.

Starppersonu saskarsmes spējām vislielākais īpatsvars atbilst 5 ballēm, nedaudz mazāk - 5 ballēm un vēl mazāk – 7, 8 ballēm.

Sakarību ciešuma noteikšanai starp Rāvena testa rezultātiem un Gārdnera intelekta spēju sadalījumu tika atrasts kontingences koeficients, tā vērtība ir 0,688 (nozīmības līmenis – 0,05). Jāatzīmē, ka kontingences koeficienta vērtība 0,286 jau raksturo vidēji ciešas sakarības (Ciemiņa, Krastiņš, 1991).

Tāpēc sakarību ciešuma var uzskatīt par vidēji ciešu un statistiski nozīmīgu.



3.5. att. Respondentu sadalījums pēc Rāvena ‘‘Progresīvo matricu’’testa rezultātiem un H. Gārdnera intelekta spējām

Tika noskaidrota arī mijiedarbība starp Dž. Rāvena testa rezultātiem un:

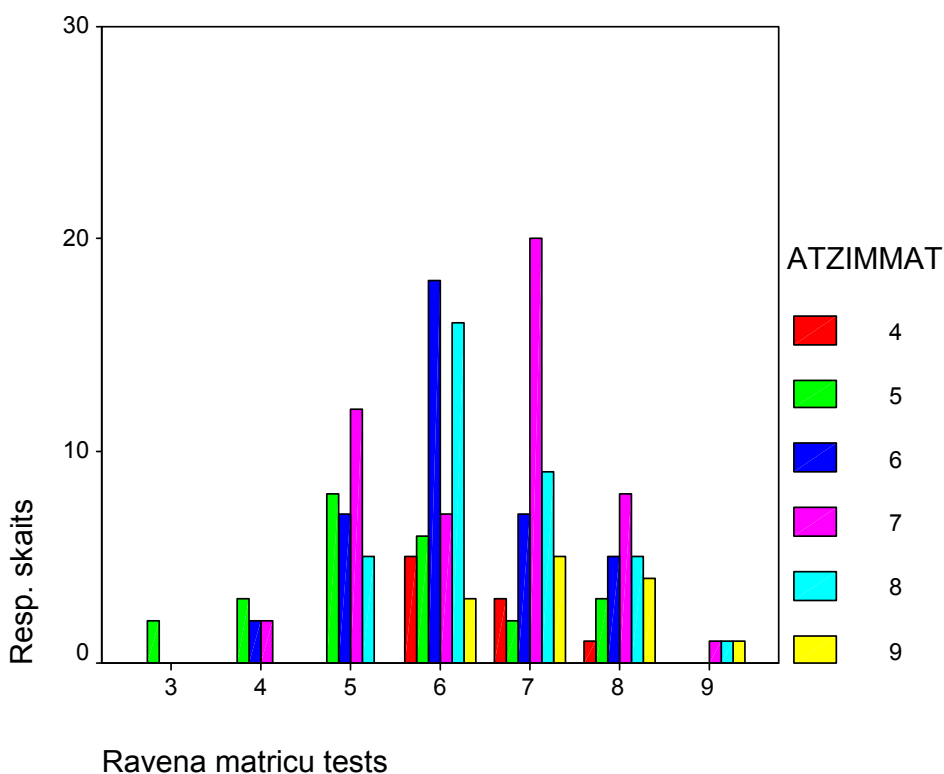
- a) sasniegumiem matemātikā atsevišķu kontroldarbu izpildē; b) atzīmi semestra beigās matemātikā (3.6. att.) – uz horizontālās ass atrodas Rāvena testa rezultāti, bet uz vertikālās – atzīme matemātikā. 3.1. tabulā redzama kontingences koeficienta vērtība – 0,487 (tabulas otrā kolona) ar nozīmības līmeni 0,05 (tabulas trešā kolona).

3.1. tabula. Saistība starp Rāvena testa rezultātiem un atzīmi matemātikā

Symmetric Measures		Value	Approx. Sig.
Nominal by	Phi	,558	,006
Nominal	Cramer's V	,250	,006
	Contingency Coefficient	,487	,006
N of Valid Cases		171	

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.



3.6. att. Saistība starp Rāvena testa rezultātiem un atzīmi matemātikā

Šodienas students ir vakardienas skolēns, tāpēc tika salīdzināta saistība starp Dž. Rāvena testa rezultātiem un sekmību matemātikā un tā bija: a) skolēniem Anglijā (0,70); b) skolēniem Vācijā (0,70); c) skolēniem Krievijā (0,72) (iekavās dotas korelācijas koeficienta vērtības) (Дружинин, 2000).

Minētās korelācijas koeficienta vērtības tieši nav salīdzināmas ar autora kontingences koeficienta vērtību 0,487. Salīdzinājumam jāievēro, ka, piemēram, korelācijas koeficienta vērtība 0,7 atbilst kontingences koeficienta vērtībai 0,49571, 0,6 atbilst vērtībai 0,32193, utt., (Ciemiņa, Krastiņš, 1991), kas norāda uz norāda uz eksperimentā iegūtā rezultāta samērojamību ar citur iegūtajiem pētījumiem.

Autors, protams, nepretendē uz vispārinājumiem par Dž. Rāvena testu kā vienīgo matemātisko spēju raksturotāju, jo, saistība starp sasniegumiem mācībās / studijās un testa rezultātiem (lai arī statistiski nozīmīga), saprotams, nedod pamatu viennozīmīgam apgalvojumam, ka intelekts (šajā gadījumā Dž. Rāvena testa rezultāti) nosaka sekmību matemātikā.

Saprotams, ka Rāvena testa rezultāti nevar aizstāt vērtējumu matemātikā, taču to var uzskatīt par raksturotāju intelekta spējām matemātikā.

Autora veiktajos matemātikas studiju procesa pētījumos studentu intelekta spēju noskaidrošanai, īpaši pirmā kursa studentiem semestra sākumā salīdzinošai vērtēšanai tika ņemta vērā atzīme matemātikā un Rāvena testa rezultāts. Arī vēlāko gadu pētījumi pierādīja, ka Rāvena testa izmantošana ir mērķtiecīga intelekta un matemātisko spēju raksturošanai.

Tas ļāva savlaicīgi pievērst vajadzīgo uzmanību studentiem ar zemu Rāvena testa vērtējumu, jo vairumā gadījumu viņiem arī matemātikas sasniegumi nebija augsti.

3.3. Profesionālās darbības motivācijas tests

Tā kā H. Gārdnera tests ļauj saskatīt intelekta spēju saistību ar izvēlēto specialitāti, un respondentu visplašāk pārstāvētais intelekta spēju veids iepriekšējos testos bija intrapersonālās spējas, kas raksturo personības izteiktu individualitāti, darbības skaidru motivāciju, u.c., tad visai pamatoti bija turpināt pētījumu profesijas izvēles aspektā un iekļaut “Profesionālās darbības motivācijas” testu, kura metodiku izstrādājis E. Kļimovs (Ильин, 2000).

Testā piedalījās 190 Rēzeknes Augstskolas Inženieru un Ekonomikas fakultātes studenti specialitātēs: uzņēmējdarbības vadība (grupa EU), finanšu un grāmatvedības vadība (grupa EG), uzņēmējdarbības tiesības (grupa EJ), tūrisma un viesnīcu uzņēmējdarbības vadība (grupa ET), sociālo zinātņu bakalaura (grupa EB), vides inženieris (grupa VI) (Garleja, Kangro, 2002).

Testa rezultātu apzināšana ļāva respondentiem spriest par savu spēju un virzības atbilstību 5 visraksturīgāko profesiju grupai:

- cilvēks – daba;
- cilvēks – tehnika;
- cilvēks – cilvēks;
- cilvēks – zīmju sistēma;
- cilvēks – māksla.

Grupā “cilvēks – daba” ietilpst visas profesijas, kuras saistītas ar dzīvo dabu: biologs, ģeologs, lopkopis, u.c.

Grupā “cilvēks – tehnika” – profesijas saistītas ar tehniku: inženieris, mehāniķis, šoferis, u.c.

Grupā “cilvēks – cilvēks” – darbs saistīts ar cilvēkiem: pārdevējs, skolotājs, ārsts, iestādes vadītājs, u.c.

Grupā “cilvēks – zīmju sistēma” – darbs saistīts ar cipariem, burtiem, rasējumiem: korektors, datoroperators, plānotājs, rasētājs, u.c.

Grupā “cilvēks – māksla” – radošās profesijas: mākslinieki, dzejnieki, arhitekti, rakstnieki, u.c.

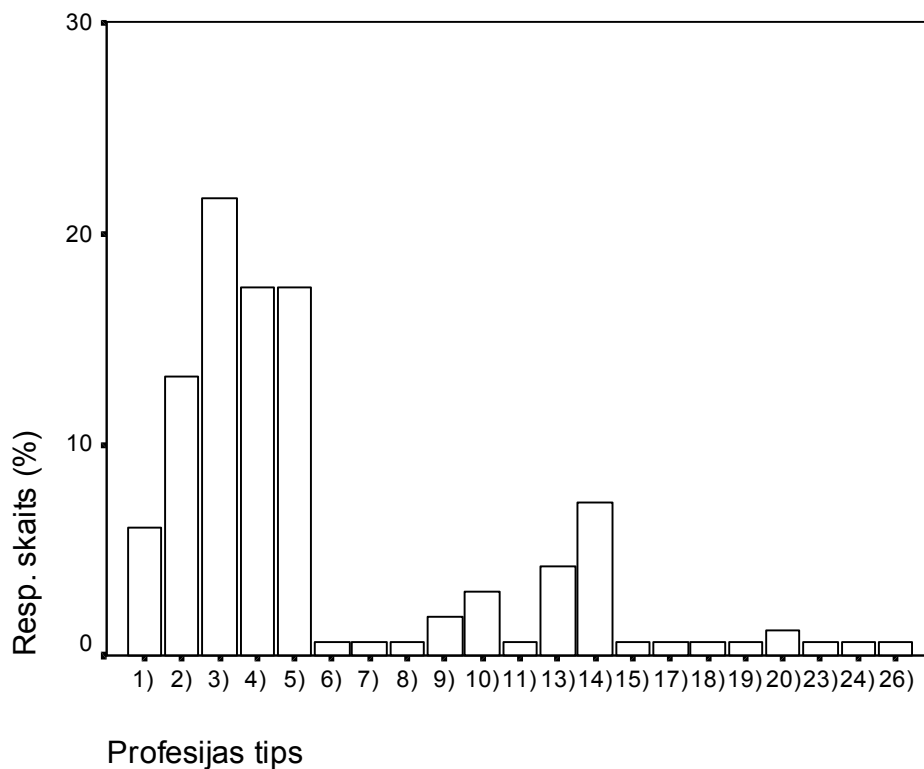
3.7. attēlā redzams 5 visraksturīgāko profesiju grupu sadalījums respondentu vidū.

1) cilvēks – daba; 2) cilvēks – tehnika; 3) cilvēks – cilvēks; 4) cilvēks – zīmju sistēma; 5) cilvēks – māksla;

6) grupa 1) un 2) (vienādā mērā izvēlēta gan grupa 1), gan grupa 2));

7) grupa 1) un 3);

- 8) grupa 1) un 4);
- 9) grupa 1) un 5);
- 10) grupa 2) un 3);
- 11) grupa 2) un 4);
- 12) grupa2) un 5);
- 13) grupa 3) un 4);
- 14) grupa 3) un 5);
- 15) grupa 4) un 5);
- 16) grupa 1) un 2) un 3);
- 17) grupa 1) un 2) un 4);
- 18) grupa 1) un 2) un 5);
- 19) grupa 1) un 4) un 5);
- 20) grupa 1) un 3) un 5);
- 21) grupa 2) un 3) un 4);
- 22) grupa 2) un 3) un 5);
- 23) grupa 1) un 3) un 4);
- 24) grupa3) un 4) un 5);
- 25) 2) un 4) un 5);
- 26) grupa 2) un 3) un 4) un 5).

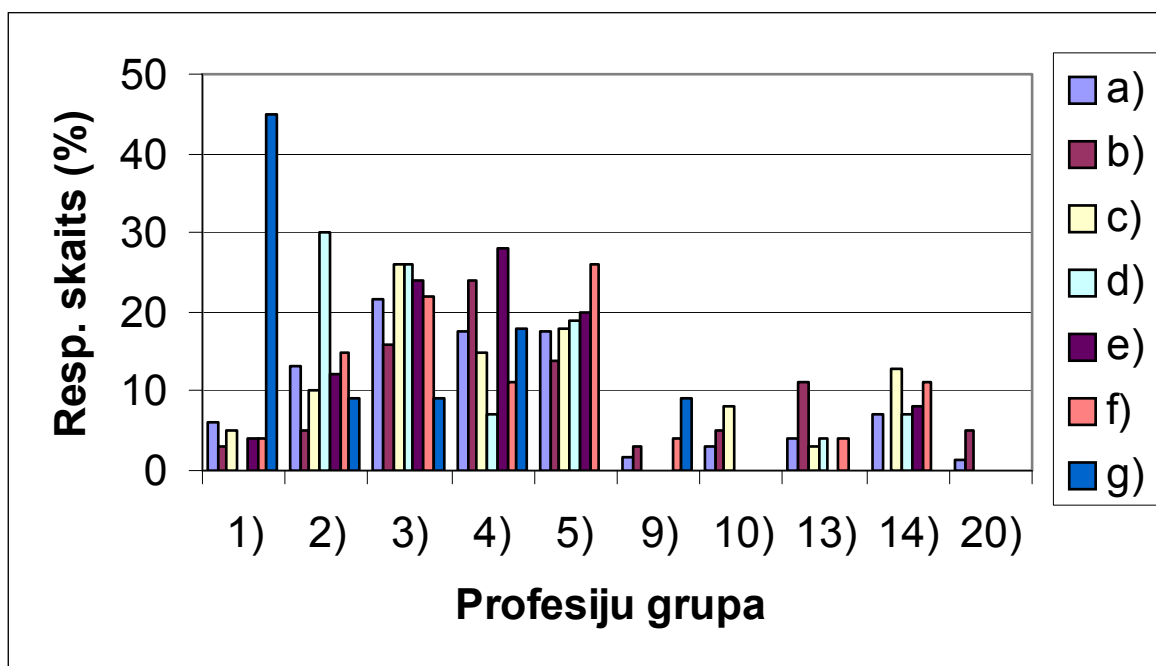


3.7. att. Respondentu sadalījums pēc izvēlētās profesiju grupas

3.8. attēlā redzams respondentu sadalījumu pēc izvēlētās profesiju grupas un akadēmiskās grupas. Uz horizontālās ass atlikta respondentu izvēlētā profesiju grupa vai to kombinācija (ir parādītas profesijas vai to grupas, kuru procentuālais sadalījums 3.6.att ir ne mazāks par 1,2%), uz vertikālās – respondentu skaits procentos akadēmiskajās grupās.

Akadēmisko grupu apzīmējumi 3.8. attēlā ir šādi:

- a) attiecīgās profesiju grupas izvēles vidējais līmenis pa visām grupām;
- b) grupa EG;
- c) grupa ET;
- d) grupa EU;
- e) grupa EB;
- f) grupa EJ;
- g) grupa VI.



3.8. att. Respondentu sadalījums pēc izvēlētās profesiju grupas un akadēmiskās grupas

3.8. attēlā redzams, ka profesiju grupas 1) cilvēks – daba izvēlē dominē grupa VI, profesiju grupai 2) cilvēks – tehnika priekšroku dod grupas EU studenti. Gandrīz līdzvērtīgu izvēli profesiju grupai 3) cilvēks – cilvēks ir izdarījušas grupas ET, EU, EB. Turpretī profesiju grupas 4) cilvēks – zīmju sistēma izvēle krietni atšķirīgāka – dominē grupas EG un EB, atstājot aiz sevis pārējās grupas.

Profesiju grupas 5) cilvēks – māksla izvēle ir visai viendabīga grupām EG, ET, EU, EB, kuras nedaudz apsteidz grupa EJ.

Jāsecina, ka respondentu sadalījums pēc izvēlētās profesiju grupas un akadēmiskās grupas parādīja viņu interešu loka, virzības un specialitātes izvēles atbilstību:

- vides inženieru specialitātes studentiem dominējošā profesiju grupa bija cilvēks-daba, akadēmiskās grupas ietvaros nozīmīga – cilvēks-zīmju sistēma;
- ekonomikas specialitātes studentiem (uzņēmējdarbības tiesības, tūrisma un viesnīcu uzņēmējdarbības vadība, sociālo zinātņu bakalaurs) – cilvēks-cilvēks, (sociālo zinātņu bakalaurs, finansu un grāmatvedības vadība) – cilvēks-zīmju sistēma, u.c.

Tika konstatēta saistība starp H. Gārdnera intelekta spēju veidiem un Dž. Rāvena testa rezultātiem (kontingences koeficients – 0,688).

Visplašāk pārstāvētajam Gārdnera spēju veidam – intrapersonālajam dominējošais vērtējums (procentuāli vislielākais studentu skaits) Rāvena testā ir 6 balles (kvalificēti speciālisti) un 5 balles (vidējās kvalifikācijas speciālisti), mazāk – 7 balles (augsti kvalificēti speciālisti) un 8

balles (mazāk kvalificēti profesionāļi), starppersonu saskarsmes veidam – 5, 6 un balles 5, 6 balles un mazāk – 7, 8 balles, loģiski-matemātiskajam – 6, 7 balles, mazāk 8 balles un kā vienīgajam no visiem Gārdnera spēju veidiem – 9 balles (administratori un augstas kvalifikācijas profesionāļi).

Tika konstatēta arī saistība starp Dž. Rāvena testa rezultātiem un profesijas izvēli (respondentu iedalījumu akadēmiskajās grupās) (kontingences koeficients – 0,619).

Visos minētajos gadījumos atrastais kontingences koeficients bija statistiski nozīmīgs (nozīmības līmenis 0,05), (Garleja, Kangro, 2002).

A. Belbina Pašnovērtēšanas tests ("Personu lomas komandas darbā" jeb Belbina tests)

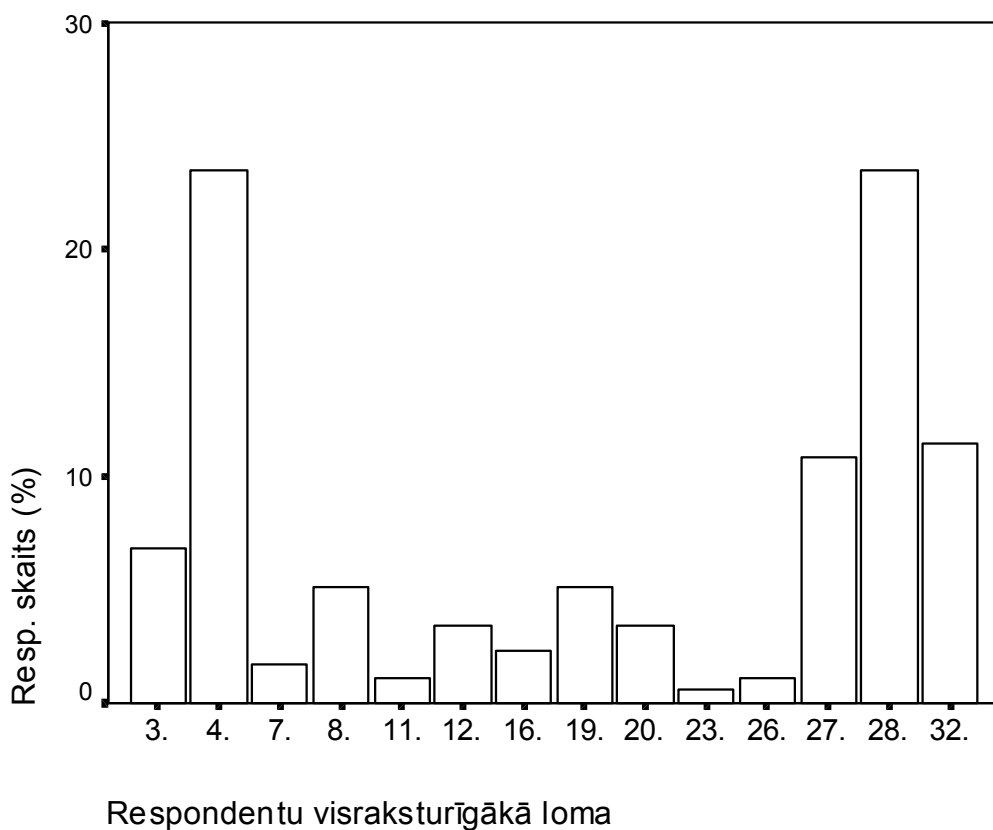
Aplūkotajā pētījumā noskaidrots, ka apskatāmā studentu kontingenta vidū no septiņām Hovarda Gārdnera intelekta spējām dominē starppersonu saskarsmes, intrapersonālās, kinestētiskās un matemātiski-loģiskās spējas – visas saistītas ar darbības procesu kaut arī atšķirīgā veidā.

Tāpēc interesi izraisīja noskaidrot respondentu iedalījumu un piemērotību cita rakstura darbībai – atbilstoši Belbina testa (Pašnovērtēšanas tests "Mana loma grupas darbā", (Garleja, Vidnere, 2001, 118-123)) lomām grupu darbā un šo lomu mijiedarbību ar apzinātajām Hovarda Gārdnera intelekta spējām (Garleja, Kangro, 2002, 2003). Testā piedalījās 190 Rēzeknes Augstskolas Inženieru un Ekonomikas fakultātes studenti specialitātēs: uzņēmējdarbības vadība (grupa EU), finanšu un grāmatvedības vadība (grupa EG), uzņēmējdarbības tiesības (grupa EJ), tūrisma un viesnīcu uzņēmējdarbības vadība (grupa ET), sociālo zinātņu bakalaurs (grupa EB), vides inženieris (grupa VI).

3.9. attēlā redzams respondentu sadalījums pašnovērtēšanas testa rezultātā:

(uz horizontālās ass atlikta respondenta visraksturīgākā loma, uz vertikālās – respondentu skaits procentos atbilstoši visraksturīgākajai lomai):

"3) praktiķis ar augstu vērtību; 4) praktiķis ar ļoti augstu vērtību; 7) priekšsēdētājs ar augstu vērtību; 8) priekšsēdētājs ar ļoti augstu vērtību; 11) uzņēmējs ar augstu vērtību; 12) uzņēmējs ar ļoti augstu vērtību; 16) novators ar ļoti augstu vērtību; 19) resursu pētnieks ar augstu vērtību; 20) resursu pētnieks ar ļoti augstu vērtību; 23) izvērtētājs ar augstu vērtību; 26) iedvesmotājs ar vidēju vērtību; 27) iedvesmotājs ar augstu vērtību; 28) iedvesmotājs ar ļoti augstu vērtību; 32) izpildītājs ar ļoti augstu vērtību.



3.9. att. Respondentu sadalījums pēc lomām grupu darbā.

Pievērsīsimies lomu raksturojumam.

Praktiķis – skatās, lai ik dienu darbs tiktu padarīts praktiski un sistemātiski, nodrošina plāna īstenošanu darba procesā.

Stiprās īpašības: pašdisciplinētība; reālisma; praktiskus; saprāts.

Pieļaujamie trūkumi: nepietiekams elastīgums; nav pietiekami atvērts jaunām idejām

Priekšsēdētājs – spēj apkopot dažādus uzskatus, vienlaikus atklājot (pazīstot) vājākos un spēcīgākos komandas locekļu argumentus.

Stiprās īpašības: tiek cienīts un spēj radīt entuziasmu; labas saskarsmes iemaņas.

Pieļaujamie trūkumi: nav radošs.

Uzņēmējs – veido komandas darba (pūliņu) formu un virzienu, spēj noteikt skaidrus mērķus un prioritātes.

Stiprās īpašības: ir dziļi iesaistīts procesā; spēj virzīt (izdarīt spiedienu).

Pieļaujamie trūkumi: reizēm trūkst tolerances attiecībās ar cilvēkiem un pret jaunām idejām.

Resursu pētnieks – meklē idejas, informāciju un jaunievedumus ārpus komandas, organizē un vada sarunas.

Stiprās īpašības: ekstraverta personība, meklējošs, pētniecisks gars, meklē netradicionālas paradigmas.

Pieļaujamie trūkumi: pārāk liels entuziasms; trūkst kontroles; dažkārt tālu no prakses.

Izvērtētājs – analizē problēmas, izvērtē idejas un ieteikumus. Lai vēlāk varētu sagatavot vērā ņemamus lēmumus.

Stiprās īpašības: kritisks; objektīvs; spēj saskatīt ieteikumu kompleksumu.

Pieļaujamie trūkumi: pārāk kritisks; prozaisks; pārāk nopietns.

Iedvesmotājs – rūpējas par komandas gara uzturēšanu; iedvesmo un uzmundrina; uzlabo saskarsmi.

Stiprās īpašības: izpalīdzīgs; elastīgs; populārs; prot klausīties.

Pieļaujamie trūkumi: nestabils; kompromisa atzinēj; necieš strīdus.

Izpildītājs – rūpējas par to, lai nekas nenotiktu nepareizi, vienmēr ievēro detaļas, meklē elementus, kam nepieciešama īpaša uzmanība.

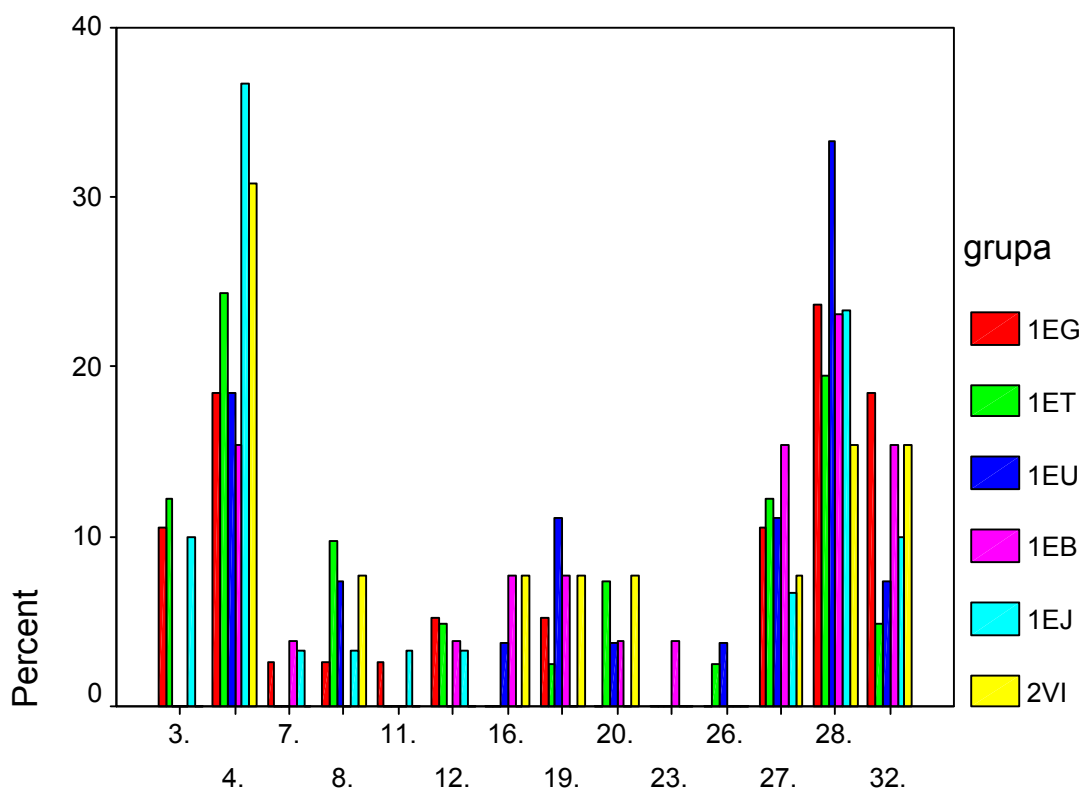
Stiprās īpašības: rūpes kombinējumā ar efektivitāti; organizēts; precīzs.

Pieļaujamie trūkumi: pārāk detalizēts.

Redzams, ka ievērojama daļa respondentu ir izvēlējušies atbildes variantus 3) praktiķis ar augstu vērtību, 4) praktiķis ar ļoti augstu vērtību – īpašības, saistītas ar organizētu, praktisku, sistemātisku plāna īstenošanu darba procesā, interesē arī darba rezultāts.

Arī būtiskas respondentu daļas 27) - iedvesmotājs ar augstu vērtību, 28) - iedvesmotājs ar ļoti augstu vērtību (elastīgums, labas saskarsmes spējas), atbildes varianta izvēle nav nejauša aplūkojot to kontekstā ar Hovarda Gārdnera intelekta spēju (starppersonu saskarsmes, intrapersonālās, kinestētiskās) dominanti respondentu vidū.

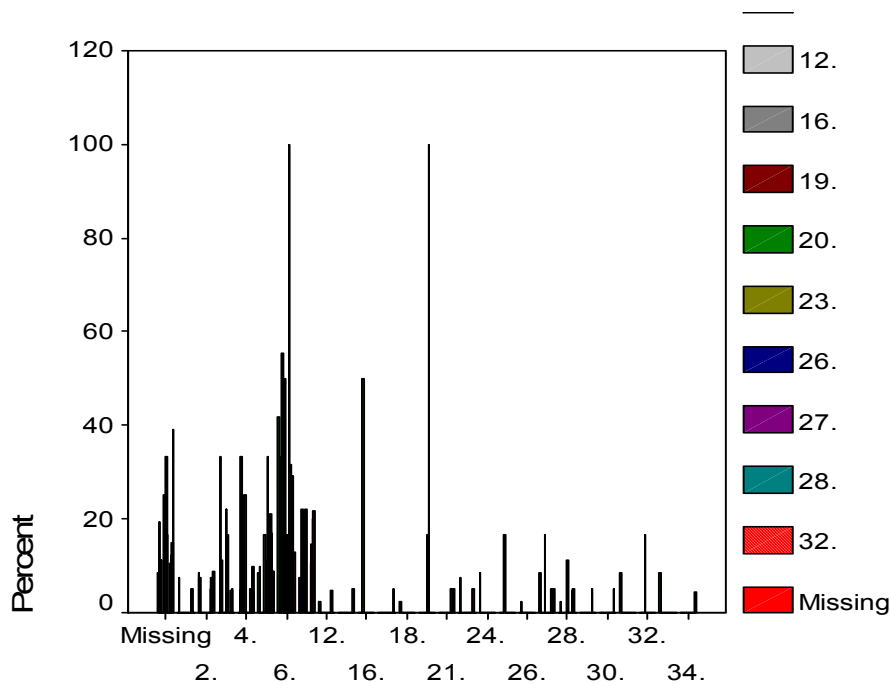
Kopējam respondentu sadalījumam pēc lomām grupu darbā (3.9. att.) saglabājot dominējošās lomas – 3), 4), 27), 28) un 32), atbilstošs sadalījums pēc akadēmiskajām grupām ir dots 3.10. attēlā.



The persons role (character) of Belbin test

3.10. att. Respondentu sadalījums pēc pašnovērtēšanas testa (mana loma grupas darbā) rezultātiem un akadēmiskajām grupām

Tika atrasta mījksakarība starp Hovarda Gārdnera intelekta spējām un sadalījumu pēc lomas grupu darbā (3.11. att.), uz horizontālās ass atlikta respondenta visraksturīgākā H. Gārdnera intelekta spēja, uz vertikālās – respondentu skaits procentos atbilstoši pašnovērtēšanas testa (mana loma grupas darbā) rezultātiem. Atrastais kontingences koeficients starp respondentu sadalījumu pēc lomas grupu darbā un Hovarda Gārdnera intelekta spējām ir 0,851, nozīmības līmenis, – 0,001 (3.2. tab.)



Gardner's intellect types

3.11. att. Respondentu sadalījums pēc H. Gārdnera intelekta spējām un pašnovērtēšanas testa (mana loma grupas darbā) rezultātiem

3.2. tabula. Saistība starp H. Gārdnera intelekta spējām un pašnovērtēšanas testa (mana loma grupas darbā) rezultātiem

		Symmetric Measures			
		Value	Asymp. Std. Error ^a	Approx. T ^b	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Phi	1,623			,001
	Cramer's V	,450			,001
	Contingency Coefficient	,851			,001
Interval by Interval	Pearson's R	-,004	,085	-,054	,957 ^c
Ordinal by Ordinal	Spearman Correlation	,045	,087	,547	,585 ^c
N of Valid Cases		150			

a. Not assuming the null hypothesis.

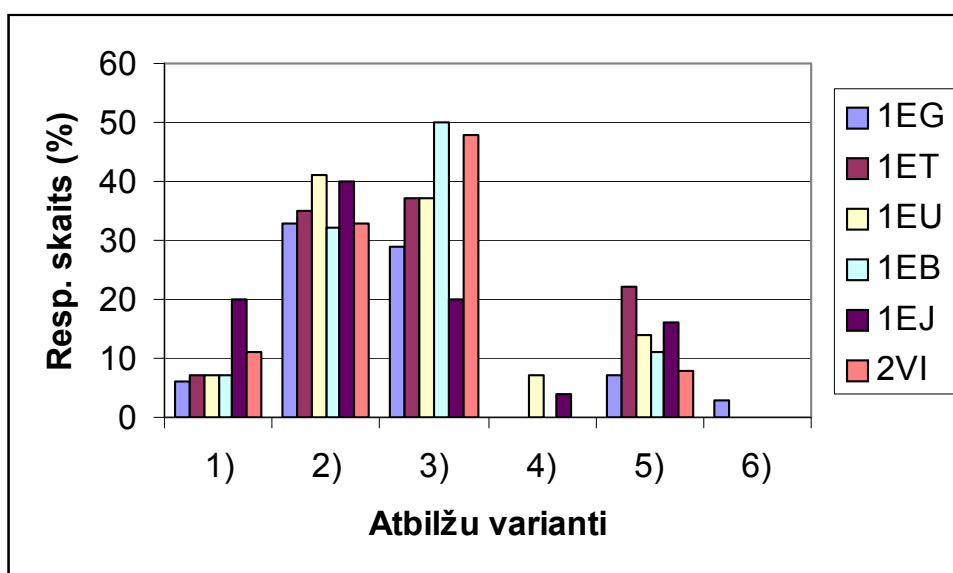
b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

c. Based on normal approximation.

Iegūtā saistība redzama 7. pielikumā, to nosaka respondentu skaits rindās, kurām atbilst: 5) starppersonu saskarsmes spējas; 6) intrapersonālās spējas; 7) kinestētiskās spējas (šajās rindās respondentu skaits ir attiecīgi 20, 49, 20) un kolonās 1. c) praktiķis ar augstu vērtību, 1. d) praktiķis ar ļoti augstu vērtību, 7. c) iedvesmotājs ar augstu vērtību, 7. d) iedvesmotājs ar ļoti augstu vērtību, 8. d) izpildītājs ar ļoti augstu vērtību (šajās kolonās respondentu skaits ir attiecīgi 11, 33, 17, 36, 17).

Tāpat dominējošo saistību nosaka respondenti, kuriem vienlaicīgi piemīt starppersonu saskarsmes spējas vai intrapersonālās vai kinestētiskās spējas un kāda no pašnovērtēšanas testa lomām grupas darbā: praktiķis ar augstu vērtību vai praktiķis ar ļoti augstu vērtību vai iedvesmotājs ar augstu vērtību vai iedvesmotājs ar ļoti augstu vērtību vai izpildītājs ar ļoti augstu vērtību.

Pētījumā tika noskaidrota arī respondentu izvēle jaunas, nepazīstamas uzdevuma/problēmas risināšanā (3.12. att.): “1) problēmas nostādne, formulējums; 2) risināšanas process; 3) gala rezultāts, pielietošana” un to kombinācijas: “4) posmi 1) un 2) (vienādā mērā izvēlēta gan problēmas nostādne, formulējums, gan risināšanas process); 5) posmi 2) un 3); 6) posmi 1) un 2) un 3)”.



3.12. att. Respondentu sadalījums pēc problēmas risināšanas posmiem un akadēmiskajām grupām.

Ievērojamas respondentu daļas 3) atbildes varianta (problēmas pielietošana) izvēle ir saprotama, taču topošajiem inženieriem un ekonomistiem arī problēmas formulējumam vajadzētu izrādīt lielāku interesi. 1) atbildes variantu vairāk izvēlējās studenti, kuriem bija pastiprināta interese par matemātiku kā izpētes objektu, nevis kā līdzekli mērķa sasniegšanai, mācīšanas stila lietošanas aspektā – vairāk teorētiskās ievirzes (refleksīvā un teorētiskā) mācīšanās stila pārstāvji.

Turpmākā studiju procesā tika akcentēta problēmas nostādne un formulējums izvēloties un paplašinot saturu atbilstoši specialitātes tematikai.

Pētījumā noskaidrots, ka H. Gārdnera intelekta spēju un pašnovērtēšanas testa (mana loma grupas darbā) apzināšana, to saistība ar savu profesiju ļauj izvēlēties piemērotākas darba

formas, piemēram, ar matemātikas pielietojumiem paplašināts teorētiskā un praktiskā materiāla klāsts, sadarbības procesu variēšana sniedzot starppersonu un intrapersonālā veida pārstāvjiem lielākas izpausmes iespējas uzvedībā un saskarsmē, kinestētiskā veida pārstāvjiem dodot lielākas iespējas patstāvīgam darbam, matemātiski-loģiskā – ar matemātiskai ievirzei atbilstošu uzdevumu / problēmu satura paplašināšanu, u.c.

Piemēram, uzdevumu/problēmu risināšanas posmu (problēmas nostādne, problēmas risināšana, rezultātu izvērtēšana (4. pielikums) realizācijā tika ievērots:

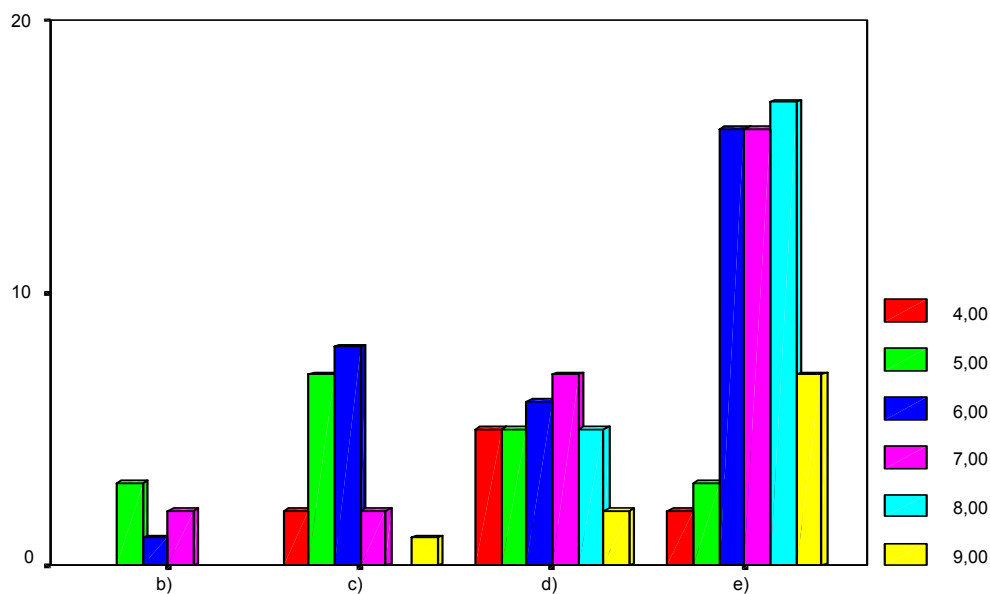
- paredzēta individuāla darbība (risināšanas plāna, algoritma sastādīšana, palīguzdevuma sastādīšana, u.c.);
- paredzēta darbība komandā, grupās, ar iespējām apgūt zināšanas darbībā (bāzes zināšanu apzināšana, to aktualizācija atbilstoši praktiskajai problēmai, pienākumu sadale, algoritma posmu realizācija, algoritma praktiskā realizācija (ar DMS izmantošanu), aprēķinu veikšana, to skaitlisko un grafisko reprezentāciju praktiskā veikšana u.c., (Garleja, Kangro, 2003).”

A. Reana un citu autoru (В. Якунин, Н. Мешков) pētījumos pierādīts, ka “stiprie” un “vājie” studenti pēc sasniegumiem studiju disciplīnā lielā mērā atšķiras ne tikai pēc intelekta, bet arī pēc mācību motivācijas kvalitātes (Реан, Коломинский, 1999).

Arī autora veiktajos pētījumos matemātikas studijās tika iekļauts tests, kurš ļauj noskaidrot dominējošo motivāciju – panākumu motivāciju vai izvairīšanās no neveiksmes motivāciju (Garleja, Kangro, 2003).

Uz panākumiem orientētās personas ir aktīvas, izrāda iniciatīvu. Neveiksmju gadījumā meklē veidus to pārvarēšanai. Darbības produktivitāte un aktivitāte mazāk atkarīga no ārējās kontroles, neatlaidīgi virzās uz mērķi. Uzdevuma pievilcība pieaug proporcionāli tā sarežģītības pakāpei. Uz neveiksmi orientētu personu (izvairīšanās no neveiksmes motivācija) mācību darbību raksturo galvenokārt ārējā motivācija: viņiem ir svarīgi izvairīties no nosodījuma par sliktiem sasniegumiem, nepazaudēt stipendiju, u.c. Viņi neizrāda iniciatīvu, izvairās no atbildīgiem uzdevumiem, nereti izvēlas sev nepiemēroti augstus mērķus, slikti novērtē savas iespējas, citos gadījumos izvēlas pārāk vieglus uzdevumus. Neveiksmes gadījumā uzdevuma pievilcība krietni samazinās (Реан, Коломинский, 1999).

3.13. attēlā redzams motivācijas un sekmības (atzīme matemātikā) sadalījums (uz vertikālās ass redzams respondentu skaits %, uz horizontālās – testa rezultātā noskaidrotā motivācija: a) *motivācija uz neveiksmi*, b) *nosliece uz neveiksmi*, c) *motivācija nav skaidri izteikta*, d) *nosliece uz panākumiem*, e) *motivācija uz panākumiem*).



3.13.att. Matemātikas sasniegumu atkarība no panākumu vai neveiksmes motivācijas

Kontingences koeficients starp “Motivācijas ” testu un matemātikas sasniegumu vērtējumu bija 0,407 (nozīmības līmenis – 0,05), kas norāda uz statistiski nozīmīgu un vērā ņemamu saistību (plašāk par kontingences koeficienta skaidrojumu sk., 272. lpp.).

Turpmāko pētījumu gaitā “Motivācijas ” testa izpilde tika veikta ne tikai semestra beigās, bet jau tā sākumā ar mērķi noskaidrot studentu dominējošo motivāciju. Tas ļāva studiju procesā savlaicīgi pievērst uzmanību “neveiksmes motivācijas” studentiem un sekmīgāk iesaistīt viņus studiju procesā atbilstoši realizētajām metodiskajām pieejām (piemēram, ievērojot kognitīvās priekšrocības – mācīšanās stilus, A. Belbina testa rezultātus – lomas grupu darbā u.c.).

3.4. Mācīšanās stilu apzināšana un lietošana

”Mācīšanās stilu” apzināšanas tika organizēts pēc P. Hanija un A. Mamforda metodikas, kura ļauj noskaidrot visraksturīgāko **mācīšanās stilu** (Honey, Mumford, 1995).

Autora veiktajos pētījumos un citos avotos ir noskaidrots, ka sasniegumi studijās iespējami dažādos veidos atkarībā no *kognitīvās aktivitātes* stila – akcentējot *teorētisko* (”Sintēze”, ”Analīze”, ”Integrācija (pārnesē)”, ”Vērtēšana”, ”Diagnoze”, ”Prognoze”) stilu vai *praktisko* – ”Bāzes zināšanas, informētība Sasniegumu īstenošanā, zināšanu praktiskā pielietošanā – ”Pielietošana”, ”Zināšanu pārnesē”, risinājuma praktiskās lietderības izvērtēšanā – ”Vērtēšana” (sk. matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļu pazīmes 2.1. tab. 188. lpp.) dominējošā *teorētiskā* un *refleksīvā* mācīšanās stila pārstāvjus raksturo *teorētiskais* kognitīvās aktivitātes stils, bet savukārt – *aktīvā* un *pragmatiskā* mācīšanās stila pārstāvjus – *praktiskais* kognitīvās aktivitātes stils (Garleja, Kangro, 2004-a), (Practical, ...2000).

Sniedzam īsu mācīšanās stilu raksturojumu.

Mācīšanās stili

Aktīvist (Activist)

Stiprās īpašības (plusi): 1) elastīgums; 2)priecīgs uzsākt aktivitāti; 3)priecīgs, ka var darboties jaunās situācijās; 4)ar optimismu pieņem visu jauno, tāpēc nepretosies izmaiņām.

Vājās īpašības (mīnusi): 1)piemīt tendence uzsākt momentāni darboties bez apdomāšanas; 2)bieži, nevajadzīgi riskē; 3)piemīt tendence pārāk daudz darīt pašam; 4)uzsāk darboties bez pietiekamas sagatavošanās; 5)nogurst īstenojot projektu.

Domātājs (Reflector)

Stiprās īpašības (plusi): 1)rūpīgs (uzmanīgs); 2)akurāts un metodisks; 3)domājošs; 4)prot uzklaustīt citus un uztvert informāciju; 5)nesteidzas ar secinājumiem.

Vājās īpašības (mīnusi): 1)tendence izvairīties (atturēties) no tiešas līdzdalības; 2)lēns lēmumu pieņemšanā; 3)tendence būt pārāk piesardzīgam un neriskēt; 4)neaizstāv savu viedokli, izvairās no tukšas plāpāšanas.

Teorētiķis (Theorist)

Stiprās īpašības (plusi): 1)loģisks, nelokāms domātājs; 2)racionāls un objektīvs; 3)labs pārbaudes jautājumu uzdošanā; 4)disciplinēta pieeja.

Vājās īpašības (mīnusi): 1) atturīgs no neloģiskās domāšanas; 2) necieš nenoteiktību, nekārtību un nepārliciecināšus uzskatus; 3) necieš neko subjektīvu un intuitīvu; 4)pārpilns ar “vajadzētu, varbūt vajadzētu un vajag”.

Pragmatīķis (Pragmatist)

Stiprās īpašības (plusi): 1)labi prot izmēģināt lietas praksē; 2)praktisks, nedzīvo mākoņos, reālists; 3)lietišķs – uzreiz tiek pie galvenā; 4)tehniski labi orientēts.

Vājās īpašības (mīnusi): 1) tendence noraidīt visu bez redzama paskaidrojuma; 2) ne sevišķi ieinteresēts teorijā vai pamatprincipos; 3) tendence ķerties pie pirmā izdevīgā problēmas atrisinājuma; 4) necieš tukšas plāpas (nenopietnas runas); 5) svārstīgs, orientēts uz uzdevumu, bet nevis uz cilvēkiem.

Mācīšanās stilu apzināšana ļauj studentiem labāk plānot savu darbību studiju procesā izmantojot ieteikums:

Aktīvais mācīšanās stils.

- Vai es iemācīšos kaut ko jaunu, t.i., ko es nezināju iepriekš,
- Vai būs daudz dažādu aktivitāšu (es parasti ilgstoši negribu sēdēt un klausīties),
- Vai man būs iespēja darboties un kļūdīties,
- Vai man būs iespēja saskarties ar grūtībām.

Refleksīvais mācīšanās stils

- *Vai man tiks dots pietiekoši laika apdomāt, apgūt un sagatavoties,*
- Vai man būs iespēja apgūt svarīgu informāciju,
- Vai man būs iespēja klausīties citu cilvēku dažādos uzskatos,

Teorētiskais mācīšanās stils

- Vai man būs daudz iespēju jautāt,
- Vai mērķi un programma norāda skaidru struktūru un atbilstību mērķim,
- Vai es saskaršos ar sarežģītām idejām un jēdzieniem,
- Vai jēdzieni tiks kārtīgi izpētīti, t.i., pamatoti un pierādīti,
- Vai man būs līdzās man līdzīgi cilvēki.

Pragmatiskais mācīšanās stils

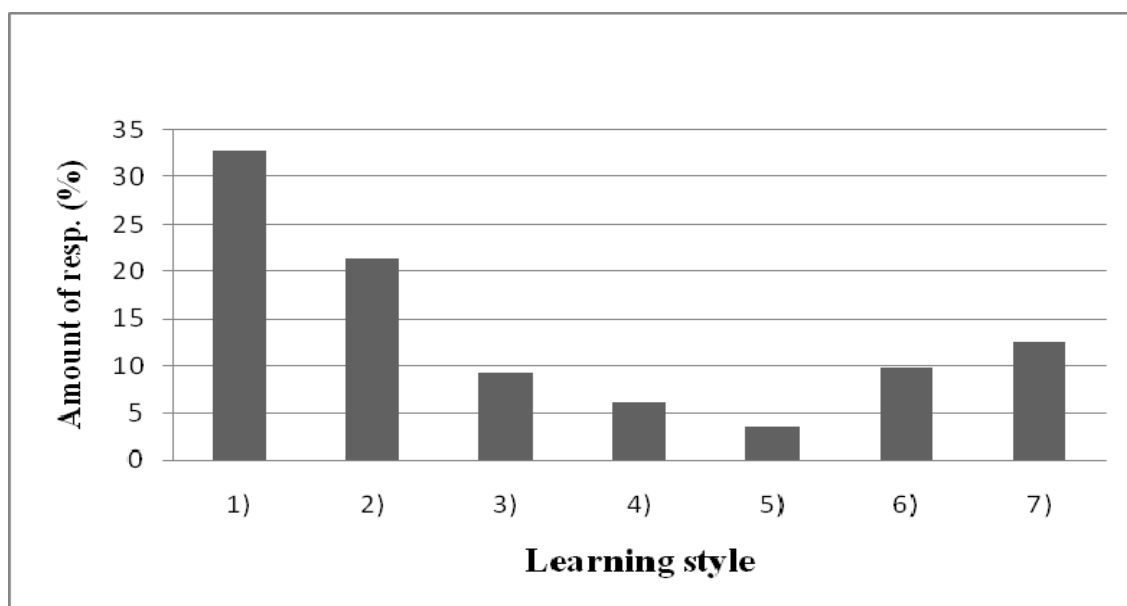
- Vai praksei un eksperimentiem būs plašas iespējas
- Vai būs daudz praktisku lietu un paņēmieni
- Vai tiks aplūkotas reālas problēmas, un vai tā rezultātā es varēšu atrisināt savas problēmas.

Aplūkosim veikto eksperimentu saistītu ar mācīšanās stilu apzināšanu un lietošanu (Garleja, Kangro, 2007-b).

Tika veikts pētījums par matemātiskās domāšanas kompetences attīstīšanu teorētisko un praktisko lietojumu aspektā (laika posms: 2003./04. līdz 2005./06.mācību gads, pētījumu bāze: Rēzeknes Augstskolas Inženieru (1., 2. kurss) un Ekonomikas (1. kurss) fakultāte,

specialitātes: augstākās profesionālās izglītības studiju programma (inženieris programmētājs, ekonomists), augstākās profesionālās izglītības bakalaura studiju programma (vides inženieris), studiju kursi: “Augstākā matemātika inženierzinātnēs”, “Matemātika ekonomistiem”, “Matemātiskās metodes vides zinātnē un datorī”, “Varbūtību teorija un matemātiskā statistika”, respondentu skaits – 592).

Dominējošo mācīšanās stilu sadalījums ir dots 3.14. attēlā.



3.14.att. Studentu sadalījums atbilstoši dominējošajam mācīšanās stilam

3.14. attēlā ir saskatāma praktiskās ievirzes mācīšanās stilu: 1) aktīvais, 4) pragmatiskais, 5) aktīvais – pragmatiskais) un teorētiskās ievirzes mācīšanās stilu 2) refleksīvais, 3) teorētiskais, 6) refleksīvais – teorētiskais) īpatsvara paritāte – attiecīgi 38% un 36%. Ievēriību izpelnās arī (aktīvā – refleksīvā 7)) (respondenti ar vienlaicīgi izteiktu praktisko un teorētisko ievirzi) mācīšanās stila pārstāvju visai ievērojamais īpatsvars – 11% . Pārējo mācīšanās stilu ar vienlaicīgi izteiktu praktisko un teorētisko ievirzi, piemēram, aktīvais – teorētiskais, refleksīvais – pragmatiskais u.c. kopējais īpatsvars ir salīdzinoši nenozīmīgs – mazāks nekā 5 %.

Pētījumā tika analizētas mācību līdzekļu un datoru-matemātisko sistēmu (DMS) ”mācīšanas/mācīšanās” iespējas (*learnability*) (LAB-Y) un ”izmantošanas” iespējas (*utility*) (UT-Y), kur otrajā gadījumā veicamās darbības un operācijas tiek īstenotas tikai matemātikas mērķu sasniegšanai akcentējot izglītības materiālu un DMS izmantošanas iespējas, bet

pirmajā gadījumā nosaukto līdzekļu izmantošanā tiek realizēta darbību un operāciju simboliskās un funkcionālās nozīmes vienotība tā ļaujot īstenot mācīšanas/mācīšanās iespējas (Noss, 1999). Jēdzienu (LAB-Y) un (UT-Y) skaidrojumā un izpratnē autors izmanto atziņas un savu pieredzi:

1) DMS (Maple, Matlab u.c.), mācību līdzekļu *valodas* un matemātikas *valodas* kopīgo un atšķirīgo iezīmju apzināšana un izmantošana (Kent, Noss, 2000) (plašāk par DMS un matemātikas valodu sk. 17., 142 – 143., 173 – 174. lpp.).

2) Akcenti matemātikas mācīšanā inženiertehnisku problēmu risināšanai (Kent, Noss, 2000; Noss, 1999; Kalis, Kangro, 2003-a, b).

3) Matemātiskās programmatūras (DMS) iespējas un nozīme inženiermatemātikas apgūvē (Kent, Noss, 2000; Kangro, 2000; Garleja, Kangro, 2006-b).

4) Modelēšanas nozīme divu galveno zinātniskā pētījuma izziņas stadiju – empīriskās un teorētiskās apvienošanā (konceptuālo modeļu lietošana) (Рузавин, 1999; Щедровицкий, 1995) (plašāk par konceptuāliem modeļiem sk. no 126. lpp., 242. – 243. lpp.).

5) Matemātisko modeļu un programmēšanas valodu struktūrelementu praktiskie lietojumi – matemātiskie modeļi un DMS simboliskā valoda kā saikne starp uzdevuma/problēmas risinājuma posmiem, starp uzdevuma/problēmas simbolisko pieraksta formu (zīmju forma), formas nozīmi (jēgu) un tai atbilstošo subjekta – uzdevuma risinātāja mentālo attēlu (Garleja, Kangro, 2005-b).

Studentu iedalījums pēc DMS un mācību līdzekļu izmantošanas iespēju un mācīšanas/mācīšanās iespēju izvēles tika veikts, balstoties uz studiju procesa analīzi iepriekš nosauktajos studijuursos norādītajā laika periodā (pārskata veidā studiju kursu tematiku un svarīgāko literatūru – sk. (Garleja, Kangro, 2006-b)), piemēram, atkarībā no uzdevuma/problēmas risinājumā izmantotajiem posmiem (4. pielikums) (*1. Problēmas nostādne. 2. Problēmas risināšanas algoritma sastādīšana. 3. Problēmas atrisinājuma iegūšana un rezultātu izvērtēšana.*), kur visu trīs posmu izpilde atbilst iedalījumam "mācīšanas/mācīšanās" iespēju izvēle, bet divu vai tikai viena posma izpilde – "izmantošanas" iespēju izvēle.

Studiju kursu izveidē un apgūvē tika lietoti kursam atbilstošie attiecīgās zinātņu nozares invarianti (par speciāliem, loģiskiem, pedagoģiskiem invariantiem sk., no 80. lpp.), (Kangro, 2006-a).

Jāpiebilst, ka indivīda darbības efektivitātes un kompetences novērtēšanā īpaša nozīme ir darbības motivācijai (Bandura, 1997), (Sternberg, Kolligan, 1990).

Studiju procesā tika apzinātas un ievērotas attiecīgā (katra) mācīšanās stila stiprās un vājās īpašības (Honey, Mumford, 1995) to iespējas un nozīme risināmās problēmas/uzdevuma

teorētiskajā un praktiskajā aspektā – problēmas/uzdevuma nostādņē, risināšanas plāna izveidē un tā realizācijā (uzdevumi, vingrinājumi (Kalis, Kangro, 2004-a, 2010), (Kangro, 2005)) DMS un mācību līdzekļu pielietošana, IDPAT posmu realizācija (sk., 126.-146. lpp.).

Tā, kompensējot vājo īpašību radītos trūkumus (neprecizitātes, kļūdas u.c.) un savukārt izmantojot stipro īpašību priekšrocības, radās iespējas optimizēt problēmas/uzdevuma risināšanas ceļu (informējot studentus ar risināšanas posmu izpildes gaitu un rezultātiem).

Izmantojot iepriekšējo pieredzi par datoru-matemātiskās sistēmas (DMS) izmantošanu mācību procesā (Garleja, Kangro, 2006-b), tika izmantotas DMS (Maple, Matlab, Derive u.c.).

Raksturīgi, ka DMS (īpaši Maple) simboliskā pieraksta forma saglabā parasto matemātisko pieraksta formu, ļauj veikt risināmā algoritma posmu uzskatāmu vizualizāciju operējot ar skaitliskiem un simboliskiem lielumiem. Tāpēc to lietojumos aplūkotajos studijuursos nav nepieciešama speciāla programmēšanas valoda. Pietiek apgūt standarta operatorus, piemēram, datu ievades un izvades, grafisko objektu – taišņu, telpisku apgabalu konstruēšana, sarežģītākos uzdevumos – darbības ar failiem un datu apgabaliem, ciklu veidošana, diferenciālvienādojumu risināšana u.c.

Minētās iespējas rada pastiprinātu interesi teorētiskā un refleksīvā mācīšanās stila pārstāvjiem. Viņus īpaši saista matemātikas un DMS programmatūras bāzes zināšanu saistība (savstarpējā atkarība) un to atbilstība risināmajai problēmai (uzdevumam), to izmantošana algoritma realizācijā atrisinājuma ieguvē un rezultātu skaidrojumā u.c. Te nosaukto mācīšanās stilu pārstāvjiem ir svarīga šādu iespēju realizācija:

a) vai būs pietiekama laika rezerve informācijas ieguvē, procesa plānošanā, izpildē un kļūdu novēršanā;

b) iespēja izmantot pasniedzēja palīdzību un uzklaut kolēģu viedokļus;

c) vai risināmais uzdevums pietiekami atspoguļos interesējošos jautājumus.

Turpretī aktīvā un pragmatiskā mācīšanās stila pārstāvjiem pastiprinātu interesi izraisa problēmas (uzdevuma) noderīgums:

a) vai uzdevums ir praktisks;

b) vai uzdevums (arī teorētisks) ir kāda cita uzdevuma sastāvdaļa (arī no DMS izmantošanas viedokļa);

c) praktiskas risināšanas posmi – nepieciešamās informācijas (datu) ieguve un ievadīšana DMS, risināšanas algoritma sastāvdaļu praktiska realizācija izmantojot DMS (diagrammu, zīmējumu izveide, aprēķinu veikšana u.c.);

d) paveiktā darba nozīmība – vai bija pietiekamas iespējas darbībai (praksei un eksperimentam) un kļūdu novēršanai, vai DMS varēja pietiekami izmantot praktiskā aspektā,

vai veicamais uzdevums bija tīri praktiska problēma vai vismaz matemātikas kursa uzdevums ar praktisku ievirzi (lietojumu).

Piemēram, uzdevumā par integrācijas apgabala maiņu (2. pielikums) atbilstošo mācīšanās stila pārstāvjiem saistošas liekas šādas darbības IDPAT posmu izpildē (sk., 126.-146. lpp., 2. pielikumu):

a) *teorētiskā un refleksīvā* mācīšanās stila pārstāvjiem lielāku interesi izraisa:

- 2.1. *Atkārtotā integrāļa formas atrašana;*
- 2.3. *Robežu noteikšana atkārtotajā integrālī;*
- *algoritma izstrāde integrācijas kārtības maiņai atkārtotajā integrālī un tā sastāvdaļu saskaņošana,*

b) *aktīvā un pragmatiskā* mācīšanās stila pārstāvjiem lielāku interesi izraisa:

- 2.2. *Integrācijas apgabala konstruēšana* – praktiska rakstura algoritma sastāvdaļas, piemēram, shematisku zīmējumu izveide (2. pielikums),
- iegūtās atkārtotā integrāļa formulas lietojumi: divkārsā integrāļa aprēķināšana saistībā ar figūras laukumu, inerces momentu, ķermeņa tilpumu, u.c.

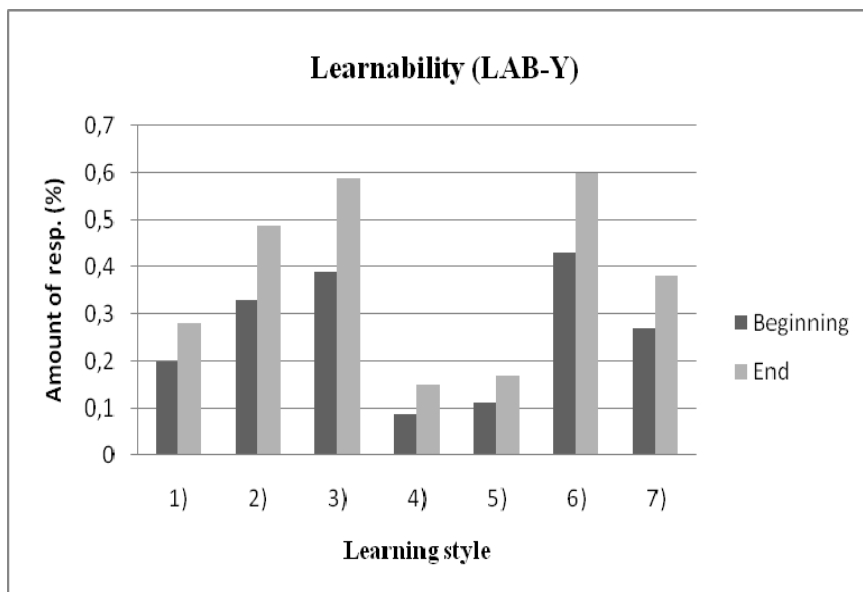
”Praktiskās ievirzes” pārstāvjiem (dominējošais ir aktīvais un pragmatiskais mācīšanās stils) tika akcentēti uzdevumu risinājumu praktiskās realizācijas posmi, organizatorisko funkciju izpilde u.c., matemātiskās domāšanas attīstības realizācijas līdzekļu izvēlē dominēja sastāvdaļas ”Zināšanu mobilitāte”, ”Izziņas metožu variativitāte un validitāte” (”Pielietošana”, ”Zināšanu pārnese”), ”Domāšanas kritiskums” (”Emocionāla attieksme”, risinājuma praktiskās lietderības izvērtēšana – ”Vērtēšana”).

”Teorētiskās ievirzes” pārstāvjiem (dominējošais ir teorētiskais un refleksīvais mācīšanās stils) tika akcentēta teorētisko nostādņu izveide, risinājuma procesa teorētiska pārraudzīšanu u.c., matemātiskās domāšanas attīstības realizācijas līdzekļu izvēlē dominēja sastāvdaļas ”Zināšanu mobilitāte” (”Saprašana”), ”Izziņas metožu variativitāte un validitāte” (”Sintēze”, ”Analīze”, ”Pārnese”), ”Domāšanas kritiskums” (”Vērtēšana”, ”Diagnoze”, ”Prognoze” – risinājuma lietderības izvērtēšana arī teorētiskā aspektā, ”Emocionāla attieksme”).

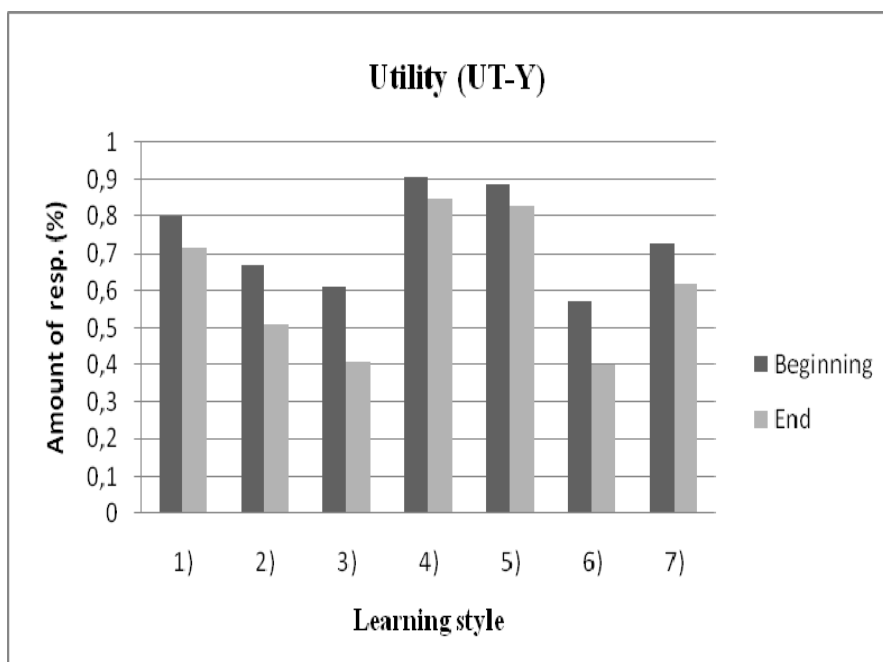
(Plašāk par matemātiskās domāšanas attīstības realizācijas līdzekļiem, izmantojot to raksturojumu un detalizētu aprakstu sk. 196. – 206. lpp.).

Pētījumā tika apzināts studentu sadalījums pēc mācību līdzekļu un DMS izmantošanas iespēju (UT-Y) un mācīšanās iespēju (LAB-Y) izvēles attiecīgi semestra sākumā (aptuveni līdz semestra vidum) un semestra beigās – 3.15. un 3.16. attēlā redzams studentu sadalījums pēc mācību līdzekļu un DMS mācīšanās/mācīšanas iespēju (LAB-Y) un izmantošanas iespēju (UT-Y) izvēles atbilstoši savam raksturīgākajam mācīšanās stilam, 3.15., 3.16. attēlā uz

horizontālās ass atlikts raksturīgākais mācīšanās stils, uz vertikālās – respondentu daudzums procentos semestra sākumā (Beginning) un beigās (End).



3.15.att. Studentu sadalījums pēc mācību līdzekļu, DMS mācīšanas/ mācīšanās iespēju (LAB-Y) izvēles semestra sākumā un semestra beigās



3.16.att. Studentu sadalījums pēc mācību līdzekļu, DMS izmantošanas iespēju (UT-Y) izvēles semestra sākumā un semestra beigās

Attēlos redzams, ka dažādu mācīšanās stilu pārstāvjiem ir dažāds mācīšanās un izmantošanas iespēju izvēles īpatsvars. Semestra beigās ir saskatāms mācīšanās iespēju izvēles īpatsvara pieaugums visiem mācīšanās stilu pārstāvjiem.

Tas liecina par mācību līdzekļu, DMS pilnīgāku izmantošanu ar tendenci maksimāli izpildīt visus trīs uzdevuma/problēmas risinājuma posmus (4. pielikums).

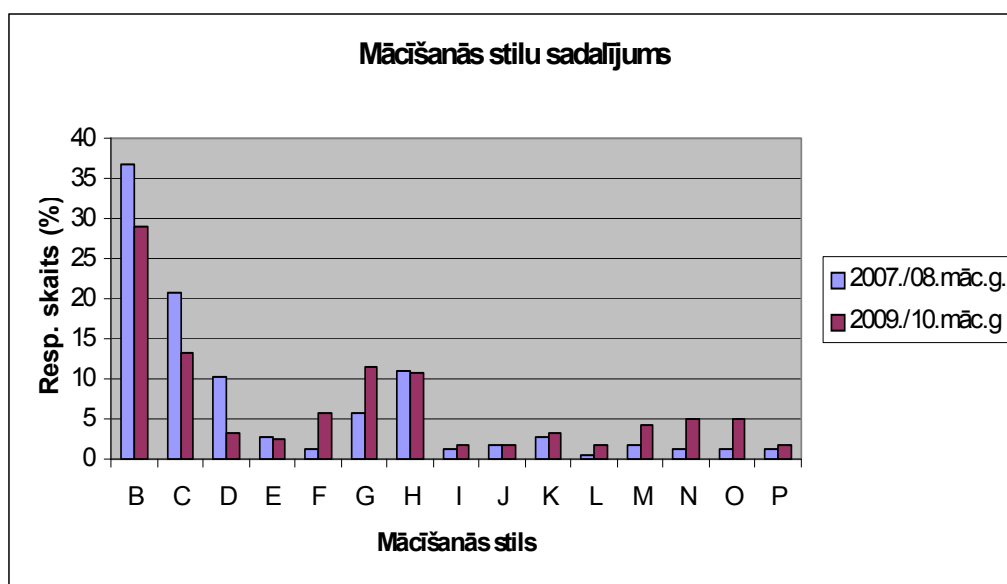
Ar Fišera daudzfunkcionālā φ^* kritērija palīdzību (Сидоренко, 2002), (Garleja, Kangro, 2006-b) tika konstatēta mācīšanās iespēju un lietošana iespēju sadalījumu statistiski nozīmīga atšķirība starp laika posmiem ‘sākums’ un ‘beigas’ (pielietojot φ^* kritēriju katram mācīšanās stilam atsevišķi). Piemēram, 3.3 tabulā ir redzamas empīriskās φ^* kritērija vērtības 3.15. attēlā atbilstošajam sadalījumam. Empīriskā vērtība φ_{emp} visos gadījumos pārsniedz kritisko vērtību 1,64 (ar nozīmības līmeni 0,05) (Сидоренко, 2002), tāpēc var uzskatīt, ka atšķirība starp mācīšanās iespēju izvēli semestra sākumā un beigās ir nozīmīga.

3.3. tabula. **Empīriskā φ^* vērtība dažādiem mācīšanās stiliem**

Mācīšanās stils	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)
φ_{emp}	1,83	3,17	3,92	1,81	1,69	3,32	2,28

Jāpiebilst, ka mācīšanās stilu izpēte un izmantošana turpinājās pētījuma gaitā.

Tika (tiek) apzināts dominējošo mācīšanās stilu īpatsvars studentu vidū un tā attīstības tendences. Piemēram, 3.17.attēlā ir redzams Rēzeknes Augstskolas Inženieru (2. kurss) un Ekonomikas (1. kurss) fakultātes studentu sadalījums pēc dominējošā mācīšanās stila 2007./08. mācību gadā (skaits – 174) un 2009./10. mācību gadā (skaits – 185).



3.17.att. Studentu sadalījums atbilstoši dominējošajam mācīšanās stilam

Uz horizontālās ass 3.17.attēlā ir šādi dominējošie mācīšanās stilu apzīmējumi:

B – aktīvais mācīšanās stils; C – refleksīvais mācīšanās stils; D – teorētiskais mācīšanās stils;
E – pragmatiskais mācīšanās stils.

F – aktīvais un pragmatiskais; G – refleksīvais un teorētiskais; H – aktīvais un refleksīvais; I –
aktīvais un teorētiskais; J – teorētiskais un pragmatiskais; P – refleksīvais un pragmatiskais.

M – aktīvais, refleksīvais, teorētiskais; N – refleksīvais, teorētiskais, pragmatiskais;

L – aktīvais, teorētiskais, pragmatiskais; K – aktīvais, refleksīvais, pragmatiskais.,

O – aktīvais, refleksīvais, teorētiskais, pragmatiskais.

Jāpiebilst, ka pēdējā gadījumā (O – stils) 1,65% sastāda dominējošais aktīvais stils ar augsti izteiktu trīs pārējo stilu līmeni, bet 3,31% sastāda visi četri vidēja līmeņa dominējošie stili.

Redzams, ka dominējošo mācīšanās stilu sadalījuma tendences visumā saglabājas dažādiem studentu kontingentiem, kas liecina par izmantojamā testa validitāti un tā piemērojamību intelektuālo priekšrocību izpētei.

Taču ir novērojama arī viena dominējošā stila (B, C, D) samazināšanās un dažu kombinēto stilu (F, G) palielināšanās vai palikšana iepriekšējā līmenī (H). Tāpat ir vērojams arī mazākā īpatsvara kombinēto stilu (I – P) pieaugums.

Nosauktās tendences liecina gan par studentu kontingenta intelektuālo priekšrocību komplicētības palielināšanos, gan arī par jaunu zināšanu ieguves veidu polarizāciju, kur F (aktīvais un pragmatiskais stils) raksturo dominējošo zināšanu ieguves *praktisko* virzību, turpretī G (refleksīvais un teorētiskais) raksturo dominējošo *teorētisko* zināšanu ieguves veidu.

Nosauktās tendences pietiekoši lielam respondentu skaitam ir novērotas arī literatūras avotā (Honey, Mumford, 1995).

Teorijas apskats un veiktie eksperimenti ļauj izdarīt vispārinājumus nodaļas beigās par studentu intelektuālo spēju (kognitīvās gatavības) un matemātiskās domāšanas interakciju.

Secinājumi

Studiju procesā tika izmantoti matemātiskās domāšanas kompetences attīstīšanas paņēmieni:

- problēmas praktiskās realizācija un veiktās darbības derīguma novērtējums;
- savu intelektuālo priekšrocību izmantošana.

Šajā procesā tika konstatēts:

- Matemātisko jēdzienu apgūvē jārealizē pakāpeniska pāreja: *zīme, jēdziens* [sign, concept] \Rightarrow *apzīmējamais objekts* [object, meaning] \Rightarrow *mentālais attēls* [concept image] (piemēram, intelektuālo darbību posmsecīgās attīstītības teorijas (IDPAT) lietojumos, u.c.).
- Uzdevumu/problēmu risināšanā (algoritma sastādīšana, risinājuma gaitas, iegūtā rezultāta pārbaudes un analīzes skaitliskā realizācija un uzskatāma vizualizācija) ir mērķtiecīgi izmantot datoru-matemātiskās sistēmas
- DMS un uz to bāzes veidotie mācību līdzekļi ļauj pilnīgāk realizēt visus IDPAT posmus, veltot vajadzīgo uzmanību arī pirms-intelektuālās darbības posmiem (motivācijas, darbības orientējošā pamata izveides, materializētais, darbības ārējās izpausmes, darbības iekšējās izpausmes posms). Jāpiebilst, ka katrā IDPAT posmā iespējams sniegt attiecīgajam mācīšanās stilam nepieciešamo problēmas (uzdevuma) teorētisko vai praktisko raksturojumu un risinājumu.
- Nosauktie matemātiskās domāšanas attīstības paņēmieni – problēmas praktiskās un teorētiskās nostādnes izvēles un realizācijas akcentēšana, veiktās darbības derīguma novērtējums (izmantojot matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas "Zināšanu mobilitāte", "Izziņas metožu variativitāte un validitāte", "Domāšanas kritiskums") un savu intelektuālo priekšrocību izmantošana, viens otru papildina un atvieglo to savstarpējo izpildi, jo dominējošā zināšanu ieguves veida (teorētiskā vai praktiskā) apzināšana un lietošana (mācīšanās stils) savukārt ļauj veiksmīgāk risināt problēmu un novērtēt veiktās darbības derīgumu, kas ir svarīgi ne tikai no matemātikas zinību apguves viedokļa, bet tikpat lielā mērā arī profesionālās kompetences veidošanai.
- Mācīšanās stilu apzināšana ļauj realizēt divas galvenās stratēģijas: darbs homogēnās grupās (izglītības līdzekļu un studentu kognitīvās darbības priekšrocību saskaņošana);

darbs heterogēnās grupās (studenti ar dažādām kognitīvās darbības priekšrocībām var izvēlēties viņu stila īpatnībām visvairāk atbilstošo apmācības veidu).

- Ievērojot pēdējo gadu mācīšanās stilu īpatsvara tendences studentu kontingenta vidū – intelektuālo priekšrocību komplicētības palielināšanos, gan arī par jaunu zināšanu ieguves veidu polarizāciju, piemēram, aktīvais un pragmatiskais stils ar raksturīgo dominējošo zināšanu ieguves praktisko virzību un refleksīvais un teorētiskais stils ar raksturīgo dominējošo teorētisko virzību, studiju procesā realizēt praktiskā un teorētiskā zināšanu ieguves veida akcentēšanu saistot teorētisko un praktisko zināšanu ieguvi ar jaunajām informāciju tehnoloģijām (piemēram, datoru matemātiskajām sistēmām (DMS) un uz to bāzes veidotajiem mācību līdzekļiem). To var veikt izmantojot izstrādāto metodiku – tuvinot DMS un mācību līdzekļu izmantošanas iespējas un mācīšanas/mācīšanās iespējas.

SECINĀJUMI

1. Matemātikas zinības augstākās izglītības studiju programmās ir obligāts komponents, tiek izmantots kā fiksētas zināšanas personības attīstībā un kā kognitīvās darbības līdzeklis pedagoģiskā procesā:

kā fiksētās zināšanas matemātikas priekšmetā tās skaidro izziņas darbībā lietotos jēdzienus un likumsakarības, pamato pieeju un metožu izvēli, argumentē atklāto problēmu risināšanas pamatojumu un ticamību;

kā kognitīvās darbības līdzeklis matemātikas zinības kalpo faktu un problēmu analīzē un novērtēšanā, spriedumu veidošanā, zināšanu, prasmju, vērtību integrācijā.

2. Matemātikas priekšmeta studijas attīsta domāšanu. Domāšanas procesi balstās uz trim mentālās domāšanas raksturojumiem:

- kognitīvā pieredze izziņas procesā;
- intencionālā pieredze, kas izpaužas mērķtiecīgā, apzinātā darbībā;
- metakognitīvā pieredze starpzinātņu integrācijā.

3. Matemātiskā domāšana izpaužas:

- zināšanu mobilitātē, vizuālā interpretācijā, matemātiskos modeļos, simboliskā valodā;
- izziņas metožu variativitātē un validitātē (vispārināšana, sintēze, analīze, u.c.);
- domāšanas kritiskumā, vērtēšanas, diagnozes un prognozēšanas prasmēs;
- jaunu matemātikas jēdzienu apguvē lietojot refleksīvās abstrakcijas paņēmienus ievērojot pakāpenisku pāreju: *zīme, jēdziens* \Rightarrow *apzīmējamais objekts* \Rightarrow *mentālais attēls*;
- modelēšanas procesā veidojot loģisko operāciju struktūru un pētāmā objekta mentālo attēlu (matemātiskais modelis \leftarrow \rightarrow vizuālā interpretācija \leftarrow \rightarrow simboliskā valoda).

4. Loģisko operāciju izveide un darbības ar tām tiek balstītas uz praktiskām priekšmetiskām darbībām, izmantojot telpiskus modeļus, zīmju-simbolu modeļus, shēmas, datoru-matemātiskās sistēmas (DMS).

5. Mentālās darbības ar matemātisko modeli raksturo refleksīvās abstrakcijas process, kurā subjekts, balstoties uz zināmo informāciju (piemēram, shēmu "matemātiskais modelis \leftarrow \rightarrow vizuālā interpretācija \leftarrow \rightarrow simboliskā valoda") ar matemātiskās domāšanas palīdzību realizē refleksīvās abstrakcijas darbības.

6. Datoru matemātiskās sistēmas un uz to bāzes veidotie mācību līdzekļi ļauj pilnīgāk realizēt visus refleksīvās abstrakcijas veidus (interiorizācija, koordinācija, konversija, virziena maiņa,

vispārīnāšana), izmantojot deklaratīvo zināšanu sasaisti ar procedurālajām zināšanām, problēmas nostādnes sasaisti ar matemātiskām koncepcijām un problēmai adekvāta matemātiskā aparāta piemeklēšanu; nodrošina risinājuma pārveidi praktiskās problēmas terminos.

7. Ievērojot attiecības (kopējās un atšķirīgās iezīmes) starp datoru-matemātiskās sistēmas (DMS) valodu (DMS simbolisko pieraksta formu) un matemātikas valodu (vispārpieņemto matemātisko izteiksmju, formulu u.c. pieraksta formu), ir iespējams:

- izmantot datoru-matemātisko sistēmu mācīšanas iespējas, jo moderno matemātisko sistēmu, piemēram, *Maple*, *Matlab*, *Mathematica* u.c. simboliskā valoda ir ļoti “draudzīga” lietotājam, jo nepastāv būtiska atšķirība starp matemātiskā jēdziena matemātisko pieraksta formu un tam atbilstošu matemātiskās sistēmas operatora definīciju (DMS valodas pieraksta formu).

8. Studentu intelekta spēju izpētē tika lietots Dž.Rāvena ”Progresīvo matricu” tests, kognitīvo priekšrocību izpētē – H.Gārdnera ”Daudzveidīgā intelekta” tests, profesionālās virzības apzināšanā – ”profesionālās darbības motivācijas” tests (E.Kļimovs), mācīšanās stilu apzināšanā – P.Hanija, A.Mamforda tests, personu lomas noskaidrošanai komandas darbā – A.Belbina ”pašnovērtēšanas” tests. Tas ļāva apzināt studentu potenciālās spējas, ievērot viņu individuālā studiju stila īpatnības un nodrošināja studiju procesa individualizāciju atbilstoši studiju virzienam.

9. Matemātiskās domāšanas attīstības sastāvdaļas ”Zināšanu mobilitāte”, ”Izziņas metožu variativitāte un validitāte”, ”Domāšanas kritiskums” tika izmantotas uzdevumu/problēmu praktiskās un teorētiskās nostādnes izvēlē un realizācijā. Tas deva iespēju sekmīgāk risināt uzdevumus/problēmas, un novērtēt veiktās darbības nozīmīgumu, ļāva šajā procesā izmantot studentu kognitīvās priekšrocības (mācīšanās stilus), profesionālo virzību (profesijas izvēles motivācija), pašnovērtēšanu un reakciju uz savu uzvedību (personu lomas komandas darbā, panākumu motivācija vai izvairīšanās no neveiksmes motivācija), kas ir svarīgi ne tikai no matemātikas zinību apguves viedokļa, bet tikpat lielā mērā arī profesionālās kompetences veidošanai.

REKOMENDĀCIJAS

1. Matemātikas studiju satura un formu veidošanā jāievēro apgūstamo priekšmetu nozīmīguma izpratne un priekšzināšanas, sniedzot nepieciešamo informāciju par satura problēmu jautājumiem matemātikas kursā, ievērojot matemātikas tēmu grūtības pakāpi un mācīšanās pēctecību.

2. Praktisko nodarbību organizācijā jāievēro studentu sagatavotības līmenis, viņu intelekta spējas un kognitīvās priekšrocības. Jāievēro kontaktstundu un patstāvīgā darba laika īpatsvars atbilstoši temata grūtības pakāpei un nozīmīgumam arī citās ar matemātiku saistītās studiju disciplīnās.

3. Pilnveidojot studiju saturu akadēmiskajam personālam sistemātiski jāseko studentu intelekta attīstības procesam un sasniegumiem, intelekta kapacitātei, profesionālajai virzībai un individuālajām interesēm.

4. Kognitīvās darbības motivācijas paaugstināšanas nolūkā:

- maksimāli jāizmanto studējošo iepriekšējā pieredze un intereses;
- jāaktivizē sadarbība "students – pedagogs – prakse";
- pedagoģiskais process jātuvina dominējošam mācīšanās stilam akadēmiskā grupā;
- maksimāli jāievēro profesionālā virzība profesiju grupā.

5. Speciālo, loģisko un pedagoģisko invariantu lietošana, kā arī studentu vecuma posmu īpatnību un kognitīvās darbības priekšrocību ievērošana ļauj pilnīgāk realizēt studentu potenciālās iespējas matemātiskās domāšanas attīstīšanā:

- parādīt studentiem, kā veidot apskatāmās problēmas detalizētu analīzi gan sākotnējo uzdevumu risināšanā, gan arī mērķa sasniegšanā;
- skaidri formulēt mērķi, saistot vajadzīgos risinājuma posmus dotajā kontekstā;
- apskatot risinājuma sākuma stāvokļus, aplūkot tos dažādos kontekstos;
- pievērst uzmanību atsevišķām sastāvdaļām, struktūrai, attiecībām;
- ļaut izmēģināt mērķa uzdevumus praktiski (modelēt, imitēt).

6. Kā viena no pieejām studiju procesa realizācijai minēto rekomendāciju īstenošanai ir *speciālo, loģisko un pedagoģisko* invariantu lietošana matemātikas studiju procesā. Minētās pieejas realizācijā studiju satura un formu pilnveidei ir nepieciešams:

- matemātikas studiju saturā iekļaut metodoloģiskās zināšanas;
- veikt informācijas avotu diagnosticēšanu attiecībā uz satura korektumu un piesātinātību;

- diagnosticēt matemātikas priekšmeta apgūvē biežāk sastopamās grūtības. Kļūdu analizē pievērst pastiprinātu uzmanību izpratnes grūtībām jaunu zināšanu / jēdzienu apgūvē šādiem faktoriem:
 - jēdziena veidošanas pazīme/pazīmes;
 - saikne starp jēdziena pazīmēm (nosacījumi, kārtulas u.c.) tā veidošanas/veidošanās procesā;
 - nepareizas metodes izvēle jēdziena veidošanai vai iegūtā rezultāta (jaunā jēdziena) pārbaudei.

7. Jāpaplašina specialitātei (īpaši attiecas uz inženierzinātnēm) nepieciešamo praktisko pielietojumu klāsts:

- veidot uzdevumus/problēmas, kas saistīti ar matemātisko modelēšanu un pielietojumiem citos studiju virziena priekšmetos;
 - veidot uzdevumus/problēmas diferenciālvienādojumu teorijā, kas saistīti ar matemātisko modelēšanu un pielietojumiem matemātikā, vides zinātnē, fizikā u.c.
8. Studiju kursu teorētiskās, praktiskās un zinātniskās darbības realizācijai jāveido uz datoru-matemātisko sistēmu bāzes (DMS) balstīti mācību līdzekļi, kuros jāapvieno materiāla teorētiskais izklāsts, uzdevuma/problēmas risinājums "tradicionālā" veidā un izmantojot DMS.

- Nepieciešams ievērot kopējās un atšķirīgās iezīmes starp:
 - DMS pielietošanu (izpratnes veicināšanai) un matemātikas izpratni;
 - DMS izmantošanas iespējām un mācīšanas iespējām matemātikas apgūvē;
 - DMS valodu simbolisko pieraksta formu un matemātikas valodu (vispārpieņemto matemātikas simboliku).
- Izziņas funkciju realizācijas sekmīgai izpildei jāizmanto telpiskie modeļi, zīmju-simbolu modeļi un shēmas, kur tehniskā un metodiskā nodrošinājuma neatsverams atbalsts ir DMS.

9. Mācību procesā, lietojot uzskates līdzekļus uzdevumu/problēmu risināšanā, jāievēro izziņas funkciju (*perceptīvi orientējošā* – informācijas uzkrāšanas, izprašanas un glabāšanas funkcija, realitātes atspulgs domāšanā); (*ģenētiskā* – loģisko operāciju veidošana ar priekšmetiem, operēšana ar uztverē iegūtajiem objektiem, loģiskās domāšanas attīstības pamats); (*atbalsta* – mentālas loģiskās domāšanas operācijas ar objekta vai tā modeļa sastāvdaļām) atšķirīgā nozīme, to lietošanas nepieciešamība un realizācijas iespējas.

10. Perceptīvi orientējošās funkcijas realizācijai svarīga ir zināšanu bāzes par uztveramo objektu un uztvertās realitātes sasaiste – saikne starp zīmi, jēdzienu (zīmju formu) un apzīmējamo objektu. To uztverei nepieciešama DMS tehnisko iespēju pilnīgāka izmantošana.

Promocijas darbā veiktā pētījuma rezultātā autora izvirzītā hipotēze ir apstiprinājusies, un pētījuma mērķis ir sasniegts.

Pētījuma rezultātu aprobācija

Par pētījuma procesu un rezultātiem ziņots 23 konferencēs (22 no tām – starptautiskās), publicēts 31 zinātnisks raksts (28 no tiem – vispāratzītos recenzējamos izdevumos).

IZMANTOTĀS LITERATŪRAS UN AVOTU SARAKSTS

- Arnheim R. (1965). *Visual Thinking* London: Faber and Faber.
- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Bandura, A., Cerrone, D. (1983). Self-evaluate and self-efficacy mechanisms governing the motivational effects of goal systems. *Journal of Personality and Social Psychology*, 45 1017-1028.
- Barnes S. B. (2003). Computer-mediated communication: human to human communication across the Internet. NY.: Allyn and Bacon.
- Baron, J. (1994). *Thinking and Deciding*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Becker J., Shimada S. (Eds.) (1997). The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Bloom, B. (1984). *Taxonomy of educational objectives. Handbook 1: Cognitive Domain*, New York: A Committee of College and University Examiners, Longman.
- Bože D. u.c. *Uzdevumu krājums augstākajā matemātikā*. Zvaigzne ABC, 2001.
- Braun, M. (1978). *Differential equations and their applications*. Springer-Verlag, New York, 518 p.
- Broks A., Geske A., Grīnfelds A., Kangro A., Valbis J. (1998). *Izglītības indikatoru sistēmas*. ‘Mācību grāmata’, Rīga.
- Bruner, J. S., Goodnow, J. J., Austin, G. A. (1956). *A study of thinking*. New York: Wiley.
- California State University, Sacramento, Academic Calendars 1994-1996, The California State University 400, Golden Shore, 1994.
- California State University, Sacramento, Academic Calendars 2004-2006, The California State University 400, Golden Shore, 2004.
- Carlson, M. (1998). Across-sectional investigation of the development of the function concept. In: E. Dubinsky, A.H. Schoenfeld, J.J. Kaput (Eds.), *Research in collegiate mathematics education, III, Issues in Mathematics education*, 7, pp. 115-162.
- Carreira, S. (2001). There's a Model, There's a Metaphor: Metaphorical Thinking in Students' Understanding of a Mathematical Model, *Mathematical Thinking & Learning*, Vol. 3 Issue 4, p261, 27p.

Chou, C. C. (2002). Formative Evaluation of Synchronous CMC Systems for a Learner-Centred Online Course. *Journal of Interactive Learning Research*, 12 (2/3), pp. 173-192.

Ciemiņa I., Krastiņš O. (1991). Kontingences koeficienti. Rīga: LU, 1991.

Clarke, D. (1992). *Assessment Alternatives in Mathematics*. Carlton, Australia: Curriculum Corporation.

Colman, A. (2003). *Oxford Dictionary of Psychology*. Oxford : Oxford University Press, 2003, p. 844.

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K. and Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process schema, *Journal of Mathematical Behaviour*, 15, pp. 167-192.

Čehlova Z. (2002). *Izziņas aktivitāte mācībās*. Rīga: RaKa, 2002.

Čubars D., Dzenīte G. (2004). Rēzeknes upes ekoloģiskā stāvokļa izpēte un prognozēšana. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 8. studentu zinātniskās konferences (2004. g. 21. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne.

Čugajevs, D., (2002). Moderno informācijas tehnoloģiju pielietojums studentu mācību motivācijas izpētē augstskolā. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 6. studentu zinātniskās konferences (2002. g. 10. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne 2002

Daugulis, P., Kangro, I., Martinovs, A., Morozova, I. (2008). *Augstākā matemātika, statistika un matemātiskā modelēšana inženierzinātņu studentiem. Mācību līdzeklis*. Rēzekne: Rēzeknes Augstskola.

Dewey, J. (1902). *The school and society*, Chicago, IL: University of Chicago Press.

Dienes Z. (1960). *Building up mathematics*. London: Hutchinson educational Ltd.

Dubinsky E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.) *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht : Kluwer academic publishers, pp. 95-123.

Dubinsky, E., & Tall, D. (1991). Advanced mathematical thinking and the computer, in D. Tall (ed.) *Advanced mathematical thinking* (Dordrecht: Kluwer academic publishers), 231-243.

Dunn, R. & Griggs, Shirley A. (2000). Practical approaches to using learning styles in higher education: the how-to steps. In: *Practical approaches to using learning styles in higher education*. (Dunn R., Griggs, Shirley A.) Westport: Greenwood Publishing Group, Inc., 2000. Pp. 19 – 32.

E. von Glaserfeld (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Mathematics Education Library, volume 7. Dordrecht : Kluwer Academic Press, The Netherlands, pp. 177-194, pp. 195-227.

Ellis, H. G., & Hunt, R. R. (1989). *Fundamentals of human learning and cognition (4th ed.)*. Dubuque, IA: William C. Brown.

Evans, J. (2000). *Adults' Mathematical Thinking and emotions*, London: Routledge Falmer.

Fauconnier G. (1985). *Mental spaces: Aspects of meaning construction in natural language*. Cambridge: Bradford Book.

Fawcett, H. (1938). *The nature of proof*, Washington, DC: NCTM.

Feuerstein R., (1990). The theory of structural cognitive modifiability. In: Presseisen B. Z. (Ed.). *Learning and thinking styles: Classroom interaction*. Washington, D. C.: Nat. Educat. Association., pp. 68-134.

Forrest-Pressley D. L. (1985). *Metacognition, cognition and human performance*. Orlando etc: Acad. Pres.

Freudenthal H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Garleja R., Kangro I. (2004-b). Choice of the most appropriate individual learning style. In.: Proc. of the Int. Conference: *Scientific Achievements for Wellbeing and Development of Society –Innovations in the Higher School Pedagogy*, Rēzekne, March 4-5, 2004., Rēzeknes Augstskola, p.21-27.

Garleja, R. & Kangro, I (2003). Profesionālās kompetences mijattiecības un sociālā uzvedība [Interrelations of the professional competence and social behaviour], in L. Frolova (ed.) *Vadības zinātnes. 660. Sējums* [Management. Volume 660] (Riga: University of Latvia, Zinātne), 26-44.

Garleja, R. & Kangro, I (2004-c). Complex management of mathematical knowledge and skills. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 5th international conference*, Liepāja, 7-8 May 2004, pp. 38-40, Liepāja: LPA, 2004, (in Latvian).

Garleja, R. & Kangro, I (2005-a). The creation of competency of mathematical thinking in the process of studies of mathematics In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 6th international conference*, Vilnius, 13-14 May 2005, pp. pp. 67-72, Vilnius: Vilniaus universitetas, 2005, (in Russian).

Garleja, R. & Kangro, I (2005-b). Complex management of mathematical knowledge and skills. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and*

Perspectives, 5th international conference, Liepāja, 7-8 May 2004, pp. 67-76, Liepāja: LPA, 2005, (in Latvian).

Garleja, R. & Kangro, I (2005-c). The creation of competency of mathematical thinking in the process of studies of mathematics In. Abstracts of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 6th international conference*, Vilnius, 13-14 May 2005, pp. 26-28, Vilnius: Vilniaus universitetas, 2005, (in Russian).

Garleja, R. & Kangro, I (2006-a). The Role of Research in the Process of Studying. In.: Proc. of the Int. Conference: *ATEE Spring University "TEACHER OF 21st CENTURY: Quality education for Quality Teaching"*, Riga, June 2-3, 2006, pp. 178-190, Rīga: "Izglītības soli".

Garleja, R. & Kangro, I (2006-b). Datormatemātisko sistēmu nozīme studentu matemātiskās domāšanas kompetences veidošanā Rēzeknes augstskolā. In.: Proc. of the Int. Conference: *ATEE Spring University "TEACHER OF 21st CENTURY: Quality education for Quality Teaching"*, Riga, June 2-3, 2006, pp. 661-676, Rīga: "Izglītības soli", 2006.

Garleja, R. & Kangro, I (2006-c). Development of the basic components of competence of mathematical thinking during studying mathematics. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 7th international conference*, Tartu, May 12-13, 2006, pp. 57-60, TARTU: EESTI MATEMAATIKA SELTS, 2006, (in Russian).

Garleja, R. & Kangro, I. (2002). The analytical evaluation of the personality's quality, ability and professional promotion, in E. Dubra (ed.) *Development problems of economics and management. Volume 647* (Riga: University of Latvia, Faculty of Economic and Management), 230-239.

Garleja, R. & Kangro, I. (2004-a). Determining an individual cognitive style in the study process, in V. Ivbulis (ed.) *Humanities and Social Sciences. Latvia, Education Management in Latvia*, University of Latvia, 2(42), pp. 82-94

Garleja, R. Kangro, I (2007-a). Competency of Mathematical Thinking and Its Version of Applications. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 8th international conference*, Riga, May 10-11, 2007, pp. 73-78, Rīga: University of Latvia / Mācību grāmata, 2007.

Garleja, R. Kangro, I (2007-b). Competency of Mathematical Thinking and Its Variational Applications. In.: Abstracts of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 8th international conference*, Riga, May 10-11, 2007, pp. 17-18, Rīga: Latvijas Universitāte, 2007.

Garleja, R. Kangro, I. (2006-d). Развитие основных компонентов компетентности математического мышления в процессе изучения математики. In.: Abstracts of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 7th international conference*, Tartu, May 12-13, 2006, pp. 19-20, TARTU: EESTI MATEMAATIKA SELTS, 2006, (in Russian).

Garleja, R., Kerpe, I. & Kangro, I. (2003). Problems of choosing the style of studies. In.: Programme and Abstract Book of the Int. conf.: *The State of Education: Quantity, Quality and Outcomes 9th –11th September*, Oxford, 2003, UKFIET, p. 25.

Garleja, R., Vidnere, M. (2000). *Psiholoģijas un sociālās uzvedības aspekti ekonomikā*. Rīga : RaKa, 264 lpp.

Guskey, T. (1994). *High Stakes Performance Assessment*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Hannula, M. (1998). Comparing Research Results on Professors' Conceptions of mathematics, in Hannula, M. (ed.) *Current State of Research of Mathematics Beliefs 7*. Proceedings of the MAVI – 7 Workshop October 2- 5 (Helsinki: Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki), 57-63

Harel, G., Kaput, J. (1991). The role of conceptual entities and their symbols in building advanced mathematical concepts. In D. Tall (Ed.) *Advanced mathematical thinking*, Dordrecht : Kluwer academic publishers, pp. 82-93.

Hart, D. (1994). *Authentic Assessment*. New York: Addison-Wesley.

Herman, L., Aschbacher, P., Winters, L. (1992). *A Practical Guide to Alternative Assessment*. Alexandria, VA: ASCD.

Honey, P. & Mumford, A. (1995). *Using your learning styles*. Maidenhead, Berkshire: Honey.

Ivanovs, V. (2002). Studentu intelekta spēju kvalitatīva un kvantitatīva izvērtēšanas ar moderno informācijas tehnoloģiju palīdzību. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 6. studentu zinātniskās konferences (2002. g. 10. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne 2002

Jarinovskis, B., Kangro, I (2009). Mathematical Modelling with use Information-Communication Technologies in Course Studying Ecological Toxicology, in.: Vincentas Lamanuskas (Ed.-in-Chief) *Problems of Education in the 21st Century, Vol. 16*, Lithuania Siauliai: SMC Scientia Educologica, 2009, pp. 59-65.

Kalis H., Kangro I. (1999). Siltuma pārnese problēmas ar konvekciju daudzslāņu vidē. *Rēzeknes Augstskolas zinātniski praktiskā konference: Novadam un Latvijai*, Rēzekne, 1998. G. 9.-10. oktobris, Rēzeknes Augstskola, 1999, 74-77. lpp.

Kalis H., Kangro I. (2000-a). Simple algorithms for the calculation of heat transport problem in plate. In.: Abstracts of the Int. Conf.: *Mathematical Modelling and Analysis, 5th international conference*, Rīga–Jūrmala, June 8 – 9, 2000, Institute of Mathematics of Latvian Academy of Sciences and University of Latvia, p. 21.

Kalis H., Kangro I. (2001-a). Simple algorithms for the calculation of heat transport problem in plate. In.: R. Čiegis (ed.) *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS*, Vol.6 Nr.1, Vilnius, Technika, 2001, pp 85-96.

Kalis H., Kangro I. (2001-b). Simple methods for solving some heat transfer problems with convection and radiation in multilayer media. 2. Pasaules latviešu zinātnieku kongress, Rīga, 2001. gada 14. –15. augusts, tēžu krājums, 335. lpp.

Kalis H., Kangro I. (2002-a). Design procedure of distribution of temperatures in the three-layer environment. In.: Proc. Of the Int. Conf.: *Traditions and Innovations in Sustainable Development of Society*, Rēzekne, February 28-March 2, 2002, Rēzeknes Augstskola, p. 176-186.

Kalis H., Kangro I. (2002-b). Simple methods of engineering calculation for solving heat transfer problems. In.: Abstracts of the Int. Conf.: *Mathematical Modelling and Analysis, 5th international conference*, Kaarku, Estonia, May 31- June 2, 2002, Estonian Mathematical Society, p. 26.

Kalis H., Kangro I. (2003-b). The use of computers in teaching and learning of progressive mathematics. In.: Abstracts of the Int. conf.: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 4th international conference*, Tallinn, 23-24 May, 2003, TPU Kirjastus, p.23.

Kalis H., Kangro I. (2004). Matemātiskās metodes inženierzinātnēs. Mācību līdzeklis. Rēzekne: RA, 2004.

Kalis H., Kangro I. (2004-c). Increasing of accuracy for engineering calculation of some heat transfer problems in two layer media . In.: Abstracts of the Int. conf.: *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS*, May 27-29, 2004 Jūrmala, Latvia, p.31.

Kalis H., Kangro I. (2005-b). Simple methods of engineering calculations for modelling multi-substances transfer problems in multi-layer media . In.: Abstracts of the Int. conf.: *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS and Second International Conference Computational Methods in Applied Mathematics* June 1-5, 2005 Trakai, Lithuania, p.50.

Kalis H., Kangro I. (2005-c). Simple methods of engineering calculations for solving transfer problems of multi-substances in horizontal layer. In.: Proc. Of the Int. Conference: *5th International and Practical Conference: Environment. Technology. Resources.*, Rēzekne, June 16-18, 2005, Rēzeknes Augstskola, pp. 40-47.

Kalis H., Kangro I. (2006). Numeric modelling of warmth and moisture transfer in horizontal layer. In.: Proc. Of the Int. Conference: *Opportunities and Problems of Economic Development*, Rēzekne, March 24, 2006, Rēzeknes Augstskola, pp. 424-432, (in Latvian)

Kalis H., Kangro I. (2007). Calculation of Heat and Moisture Distribution in the Porous Media Layer. In R. Čiegis (ed.) *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS, The Baltic Journal of Mathematical Applications, Numerical Analysis and Differential Equations, Vol.12 Nr.1*, Vilnius: Technika, 2007, pp. 91-100.

Kalis H., Kangro I. (2009-a). Effective methods for the solutions of diffusion problems in multilayered 3D domain. In.: Abstracts of the Int. conf.: *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS, 14th international conference*, Daugavpils, 27-30 May, 2009, Daugavpils: Daugavpils University Academic Press ‘‘Saule’’, 2009, p. 40.

Kalis H., Kangro, I. (2003-a). The use of computers in teaching and learning of progressive mathematics. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 4th international conference*, Tallinn, 23-24 May 2003, Tallinn: TPU Kirjastus, 2003, pp. 44-49.

Kalis, H. & Kangro I. (2004). The Mathematical Computer System as the Connection between Theory and its Practical Usage, In.: Ch. Bergsten (Ed.) MADIF 4, The Fourth Swedish Mathematics Education Research Seminar January 21-22, 2004, *Abstracts of MADIF 4*, Malmo Hogskola, pp. 22-24.

Kalis, H.& Kangro, I. (2003-c). Simple methods of engineering calculation for solving heat transfer problems, in A.Stikonas (ed.) *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS Vol.8 Nr.1*, Vilnius: Technika, 33-42.

Kalis, H.& Kangro, I. (2005-a). Increasing of accuracy for engineering calculation of heat transfer problems in two layer media, in R. Čiegis (ed.) *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS, the Baltic journal of mathematical applications, numerical analysis and differential equations, Vol.10 Nr.2*, Vilnius: Technika, pp. 173-190.

Kalis, H., Kangro I. (2003-d). Simple methods of engineering calculation for solving stationary 2- D heat transfer problems in multilayer media. In.: Proc. of the Int. Conference: *Environment. Technology. Resources.*, Rēzekne, June 26-28, 2003, Rēzeknes Augstskola, p. 359-366.

Kalis, H., Kangro I. (2004-d). Promotion of accuracy engineering – technical calculations of heat transfer in two layer environment. In.: Proc. of the Int. Conference: *Scientific Achievements for Wellbeing and Development of Society – Enabling Environment for Society Wellbeing*, Rēzekne, March 4-5, 2004., Rēzeknes Augstskola, p. 91-98.

Kalis, H., Kangro, I (2000-b). The methods of engineering calculation heat transfer process through one layer for numerical modelling. In.: Proc. of the int. conference: *Integration problems of the Baltic region countries on the way to the European union: the ecodynamics of Baltic sea region, new information technologies and their role in European integration processes*, Rēzekne, March 2-3, 2000., Rēzeknes Augstskola, p. 44-50.

Kalis, H., Kangro, I. (2010). *Datorprogrammas MATLAB lietošana matemātikas mācību procesā. Mācību līdzeklis*. Rēzekne : RA Izdevniecība.

Kalis, H., Kangro, I., (2007). Calculation of heat and moisture distribution in the porous media layer, in A. Buikis (ed.) *MATHEMATICAL MODELLING AND ANALYSIS, the Baltic journal of mathematical applications, numerical analysis and differential equations, Vol.12 Nr.1*, Vilnius: Technika, pp. 91-100.

Kalis, H., Kangro, I., Gedroics, (2009-b). A. Numerical Methods for Solving Some Nonlinear Heat Transfer Problems, in Drumi Bainov (Ed.-in-Chief) *International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 57, (4)*, 2009, pp. 467-484.

Kangro I. (2001-b). Pedagoģiskā saskarsme matemātikas studijās individuālās identitātes veidošanā. LU PPI zinātniskie raksti: Vispārīgā didaktika un audzināšana. (Red.: prof. Dr. hab. paed. A. Špona, prof. Dr. hab. paed. I. Žogla, prof. Dr. hab. paed. I. Maslo) Rīga: Izglītības solī, 2001, 174-181. lpp.

Kangro I. (2004). Engineering – technical calculations for heat transfer problem in an electric wire. In.: Abstracts of the 5th Latvian Mathematical Conference, Daugavpils, April 6 – 7, 2004, LMB, DU, LZA un LU Matemātikas institūts, p. 43.

Kangro, I. (1995). Par Dormana-Prinsa algoritma izmantošanu kādas Voltēra - Lotkas diferenciālvienādojumu sistēmas atrisināšanai, Rēzeknes Augstskolas zinātnisko rakstu krājums.

Kangro, I. (1996-a). Matemātikas mācīšanas humanizācijas nepieciešamība augstskolā (krievu val). Grām.: *Matemātikas mācīšana un skolotāju sagatavošana: Baltijas valstu zinātniski metodiskā semināra tēzes 1996.gada 31.maijs - 1.jūnijs*, Liepāja: Liepājas Pedagoģijas akadēmija, 45. lpp.

Kangro, I. (1996-b). Matemātikas pasniegšanas humanizācijas aspekti augstskolā Inženieru un ekonomistu specialitātēs. Grām.: (E.Ģinguļa red.) *Aktuāli matemātikas mācīšanas jautājumi Zinātniski metodisku rakstu krājums*, Liepāja: Liepājas Pedagoģijas akadēmija, Matemātikas katedra, 20.- 21.lpp.

Kangro, I. (1999). The role of mathematics learning in the study process at the higher school. In.: Proc. of the int. conference: *Teaching mathematics: retrospective and perspectives*, Riga, October 6 – 8, 1999., p. 36-45.

Kangro, I. (2000). The possibilities of usage mathematical system “Mathematica” and “Maple” in teaching mathematics cours at higher educational institution. In.: Proc. of the Int. Conference: *Integration problems of the Baltic region countries on the way to the European union: professional teacher training issues in the context of European integration*, Rēzekne, March 2-3, 2000., Rēzeknes Augstskola, p. 89-90.

Kangro, I. (2001-a). I, Mathematics and My Speciality, in J. Kastiņš (ed.) *Educational sciences and pedagogy in changing world. Volume 635* (Riga: University of Latvia, Faculty of Education and Psychology), 193-200.

Kangro, I. (2005). *Testi matemātikā*. Rēzekne: RA Izdevniecība.

Kangro, I. (2006-a). Matemātikas studiju organizācijas problēmas. No: Red. Prof. A. Kangro *Izglītības vadība*. Rīga: Latvijas Universitātes Akadēmiskais apgāds. 697. sēj.

Kangro, I. (2006-b). Studentu matemātiskās domāšanas izpētes teorētiskie un praktiskie aspekti. No: Red. Prof. I. Žogla *Pedagoģija un skolotāju izglītība*. Rīga: Latvijas Universitātes Akadēmiskais apgāds. 700. sēj. 2006, 115. – 127 lpp.

Kangro, I. (2010). Refleksīvā abstrakcija matemātiskajā domāšanā un jaunu zināšanu ieguvē. No: Red. prof. I. Žogla *Pedagoģija un skolotāju izglītība*. Rīga: Latvijas Universitātes Akadēmiskais apgāds. 747. sēj. 2010, 84. – 101 lpp.

Kangro, I., Polters K. (2004). Determining, studying and using of learning styles - as one of the aspects of the technique of the higher school, iesniegts publicēšanai 2004. g. EUDORA vasaras skolas rakstu krājumā, Padagogische Akademie des Bundes in Oberosterreich A-4020 Linz, Kaplanhofstrasse 40.

Kaput, J.J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. In: E. von Glaserfeld (Ed.) *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Mathematics Education Library, volume 7, (pp. 53-74). Kluwer Academic Press, Dordrecht, The Netherlands.

Kaput, J.J. (1994). Democratizing access to calculus: New routes to old roots. In: A.H. Schoenfeld (Ed.) *Mathematics and cognitive science* (pp. 77-156). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Kent, P., Noss, R. (2000). The visibility models: using technology as a bridge between mathematics and engineering, *Internationa Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, Jan/Feb2000, Vol. 31, issue 1.

Koķe, T (1999). ”Pieaugušo mācīšanās sociāli pedagoģiskie pamati”. Habilitācijas darbs pedagoģijā, Rīga: LU Izdevniecība, 1999.

Kronbergs E., Rivža P., Bože Dz. (1988). *Augstākā matemātika 1.daļa*. Rīga: Zvaigzne.

Kuzņecovs, K., Agafonovs J., Silagaile I. (2003). Mācīšanās stilu un daudzveidīgo intelekta spēju mijsakārības. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 7. studentu zinātniskās konferences (2003. g. 9. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne.

Lasmanis, A., Kangro I. (2004). Faktoru analīze. Mācību līdzeklis. Rīga: Izglītības soli.

Lucatnieks, D. (2003). Matemātiskās sistēmas MAPLE 5 pielietošana imženiertechnisku uzdevumu risināšanā. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 7. studentu zinātniskās konferences (2003. g. 9. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne.

Martinovs A., Kangro I. (2001). Korelācijas pētījumi starp gumijas mehāniskiem un elektriskiem raksturlielumiem. 2. Pasaules latviešu zinātnieku kongress, Rīga, 2001. gada 14. –15. augusts, tēžu krājums.

Marzano, R., Pickering, D., McTighe, J. (1993). *Assessing Students Outcomes*. Alexandria, VA: ASCD.

Mayer, R. E. (1989). Models for understanding. *Review of Educational Research*, 40(1), pp. 43-64.

Mayer, R. E. (1991). *Thinking, Problem Solving, Cognition*, New York: W. H. Freeman Company.

Mayer, R. E., Gallini, J. K. (1990). When Is an Illustration Worth Ten Thousand Words, *Journal of Educational Psychology*, 1990, V.82, N 4, pp. 715-726.

Mayer, R.E., Dyck, J.L., Cook, L.K. (1994). Techniques Thelp Readers Build Mental Models From Scientific Text: Definitions Pretraining and Signaling, *Journal of Educational Psychology*, 1994, Vol.76, No. 6, 1089-1105.

Mehler A., & Bever, T. G. (1968). The study of competence in cognitive psychology. *International J. of Psychology*. 1968. 3: 273 – 280.

Meyer M., Baber, R., Pfaffenberg, B. (1999). *Computers in Your Future*. 3-rd ed. NY.: Macmillan Computer Publishing.

Miller, K., Paredes, D., (1996). On the Shoulders of Giants: Cultural Tools and Mathematical Development. In: R. Sternberg, T. Ben-Zeev (Ed.) *The Nature of Mathematical Thinking*. New York : Lawrence Erlbaum Assoc., 1996, pp. 83-117.

Mizrahi, A., Sullivan, M. (1988). *Mathematics for business and social sciences: an applied approach*. New York: John Wiley & Sons.

Nakasone Y., Yoshimoto, S., Stolarski, T. A. (2006). *Engineering Analysis with ANSYS Software*, Oxford: ELSEVIER Butterworth-Heinemann.

National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and standards for school Mathematics*: Discussion Draft. NCTM web-site (www.nctm.org)

Noss, R. & Healy, L. (1997). The construction of mathematical meanings: Connection the visual with the symbolic, *Educational Studies in Mathematics*, Jul97, Vol. 33 Issue 2, p203, 31p.

Noss, R. (1994). Structure and Ideology in the Mathematics Curriculum. *For the Learning of Mathematics*, 14, 1 (February, 1994), 10p.

Noss, R. (1999). Learning by design: Undergraduate scientists learning mathematics, *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, May/Jun 99, Vol. 30, issue 3, pp. 373-389.

Oatley K. (1978). Perceptions and representations. Cambridge: Cambridge Univ. Press., 1978.

Odumn, H., Odumn, E. (2000). *Modeling for all Scales*. London : ACADEMIC PRESS.

Paivio A. (1986). Mental representations: A dual coding approach. *Oxford Psychol. Series*. 1986. 9. N.Y.: Oxford Univ. Press.

Pastuhovs, I. (2004). Moderno informācijas tehnoloģiju pielietojumi socioloģiskajā monitoringā. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 8. studentu zinātniskās konferences (2004. g. 21. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne 2004.

Pavļukevičs V. (2005). Dažu organisku savienojumu grupu toksiskuma noteikšanas algoritmu praktiskā realizācija. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 9. studentu zinātniskās konferences (2005. g. 20. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne

Pavļukevičs, A., Jotsons, R (2004). Attieksme pret naudu kā vērtību . Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 8. studentu zinātniskās konferences (2004. g. 21. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne 2004.

Phye, G. D. (1990). Inductive problem solving: Schema inducement and memory – based transfer. *Journal of Educational Psychology*, 8(4), 826-831.

Phye, G. D., & Andre, T. (Eds.). (1986). *Cognitive classroom learning: Understanding thinking and problem solving*. NY: Academic Press.

Piaget, J. (1972). *The principles of Genetic Epistemology*. London: Routledge & Kegan Paul (original published 1970).

Prančs, J., (2002). Statistiskās datu apstrādes metodes ekoloģiskos pētījumos. Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 6. studentu zinātniskās konferences (2002. g. 10. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne 2002, 69-75. lpp., 88 lpp. zinātniskais vadītājs I. Kangro.

- Profesiju klasifikators. Rīga: MULTINEO, 2007.
- Rapaport D. (1957). Cognitive structures. In: *Contemporary approaches to cognition*. (Bruner J.S. et. al.) N.Y.: Harvard Univ. Press, 1957. Pp. 157 – 200
- Sherwood, R., Kinzer, C., Hasselbring, T. & Bransford, J. (1987). Macro contexts for learning: Initial findings and issues. *Journal of Applied Cognition, 1, 1987*, pp. 93-108.
- Shulman L., & Keislar E. (1966). (Eds.) *Learning by discovery: A critical appraisal*. Chicago, IL: Rand McNally.
- Skemp, R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. New York: Hillsdale, Lawrence Erlbaum Assoc.
- Skinner, B. F. (1954). The science of learning and the art of teaching. *Harvard Educational Review, 24*, 86-97.
- Staats A. W. (1970). *Learning and cognitive development*. Chicago: Univ. of Chicago Press.
- Staats A. W., Burns G. L. (1981). Intelligence and child development: What intelligence is and how it is learned and functions.// Genetic Psychol. Monograph. V. 104., pp. 237-301.
- Stenmark J. (Ed.) (1991). *Mathematics assessment: myths, models, good questions and practical suggestions*. Reston, VA: NCTM.
- Sternberg R. J. (1985). Human intelligence: The model is the message. *Science*.
- Sternberg R. J. (1986). Inside intelligence. *Amer. Scientist*. 1986. 74 (2): 137 – 143.
- Sternberg R. J. (1988). *The triarchic mind: A new theory of human intelligence*. N.Y.: Viking Penguin, Inc.
- Sternberg, Robert J., Ben-Zeev, T. (1996). *The Nature of Mathematical Thinking*. New York: Lawrence Erlbaum Assoc., p. 335 p.
- Tall, D. (1991). The psychology of advanced mathematical thinking, in D. Tall (ed.) *Advanced mathematical thinking* (Dordrecht: Kluwer academic publishers), 231-243.
- Tall, D. (1991). The role of conceptual entities and their symbols in building advanced mathematical concepts, in D. Tall (ed.) *Advanced mathematical thinking* (Dordrecht: Kluwer academic publishers), 82-93.
- Taverner, S. (1997). Modular courses – a drip feed approach to teaching and learning?, *Teaching Mathematics and its Applications*, Vol. 16, No 4, 1997, 196-199.
- Teirumnieks, E., Teirumnieka Ē., Kangro I., Kalis H. (2009). The mathematical modeling of metals content in peat. In.: Proc. Of the Int. Conference: 7th *International Scientific and Practical Conference: Environment. Technology. Resources.*, Rēzekne, June 25-27, 2009, Rēzekne: R A Izdevniecība, pp.249-257.

Terregrossa, R. & Englander, V. (2000). Global teaching in an analytic environment: is there madness in the method? In: *Practical approaches to using learning styles in higher education*. (Dunn R., Griggs, Shirley A.) Westport: Greenwood Publishing Group, Inc., 2000. pp. 201 – 209.

Thurstone L. L. (1924). *The nature of intelligence*. N.Y.: Harcourt. Brace and Company, Inc.

Towned, M. (2001). Integrating case studies in Engineering Mathematics, *Teaching in Higher Education*, Apr2001, Vol.6 issue 2, 203 –216.

Undergraduate Programs and Courses in the Mathematical Sciences: A CUMP Curriculum Guide Draft 4.1, March 10, 2003. National Science Foundation and Calculus Consortium for Higher Education. Pieejams: HPollats@MtHolyoke.edu

Undergraduate Programs and Courses in the Mathematical Sciences: A CUMP Curriculum Guide Draft 4.1, March 10, 2003. National Science Foundation and Calculus Consortium for Higher Education. Pieejams: HPollats@MtHolyoke.edu

Van Hiele P. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. NY: Academic Press.

Varela, Francisco J., Thompson, E., Rosch, E. (1991). *The embodied mind: cognitive science and human experience*. Massachusetts: MIT Press.

Vucenlazedāns, K., Čača I. (2002). Nestandarta kvadratūru formulu pielietošanas iespējas siltuma pārneses procesu matemātiskai modelēšanai slāņainās vidēs Rēzeknes Augstskolas Inženieru fakultātes 6. studentu zinātniskās konferences (2002. g. 10. aprīlis) rakstu krājums, RA Izdevniecība, Rēzekne 2002, 51-59. lpp., 88 lpp. zinātniskais vadītājs I. Kangro.

Walter E., Williams (1987). *Fundamentals of business mathematics*. Wm. C. Brown. Publishers Dubuque, Iowa.

Whitton D., (2000). Revisions to Bloom`s Taxonomy. *Primary Educator*, Vol. 6 Issue 1, p16.

William G. Huitt, 1997, Metacognition,
<http://teach.valdosta.edu/whuitt/col/cogsys/metacogn.html>

<http://teach.valdosta.edu/whuitt/col/cogsys/metacogn.html>

www. mathsoft.com – (Anglijā izstrādātā sistēma MATHCAD),

www. mathworks.com – (ASV izstrādātā sistēma MATLAB un c.).

www.maa.org/t_and_l/exchange/ite3/reading_reiter.html-Theorems,

www.maa.org/t_and_l/exchange/ite3/reading_reiter.html-Theorems,

www.maplesoft.com – (Kanādā studentu izstrādātā sistēma MAPLE),

www.mathforum.org/library/ed_topics/writing_in_math,

www.mathforum.org/library/ed_topics/writing_in_math,

www.mupad. De – (Vācijā izstrādātā DMS MUPAD),

www.wolfram.com – (Amerikā izstrādātā sistēma MATHEMATICA).

Артемяева Е. Ю. (1999). *Основы психологии субъективной семантики*. М.: Наука, Смысл.

Атанов, Г. А., Пустынникова, И. Н. (2002). *Обучение и искусственный интеллект, или Основы современной дидактики высшей школы*. Донецк: Изд-во ДООУ.

Беличенко Ю. П., Гордеев Л. С., Комиссаров Ю. А. (1996). *Замкнутые системы водообеспечения химических производств*. М.: Химия.

Бершадский М.Е., Гузеев В.В. (2003). *Дидактические и психологические основания образовательной технологии*, М.: Педагогический поиск.

Бескин Н. (1947). *Методика геометрии*, М.: Учпедгиз.

Беспалько В. П. (2002). *Образование и обучение с участием компьютеров*, М.: Московский психолого - социальный институт

Бордов, В. А. (2006). *Психологический стресс: Развитие и преодоление*. М.: ПЕР СЭ.

Бордовская Н.В., Реан А.А. (2000). *Педагогика. Учебник для вузов*. СПб.: Питер.

Бочарова С. П. (1998). *Память в процессах обучения и профессиональной деятельности*. Тернополь, 1998.

Брадис В. (1954). *Методика преподавания математики в средней школе*, М.: Учпедгиз.

Брунер Дж. (1971-а). О познавательном развитии. Ч. 1, 2. В кн.: *Исследование развития познавательной деятельности*. М.: Педагогика.

Брунер Дж. (1971-б). *Психология познания*. М.: Прогресс.

Брушлинский А. В. (1996). *Субъект: мышление, учение, воображение*. М.: Институт практической психологии.

Бухвалов В. А. (2003). *Основы творчества в профессиональной карьере*. Рига: Эксперимент.

Бюзен Т., Бюзен Б. (2003). *Супермышление*. Мн.: ООО «Попурри».

Васильев П. П. (2003). *Безопасность жизнедеятельности*. М.: ЮНИТИ.

Вейлл П. (1993). *Искусство менеджмента*. М.: Экономика.

Веккер Л.М. (2000). *Психика и реальность: Единая теория психических процессов*, М.: Смысл, Per Se.

Веккер, Л. М. (1981). *Память как универсальный интегратор психики*. В кн. Психические процессы, т.3. Л.: ЛГУ, 1981. с. 206-260.

- Величковский Б. М., Блинникова И. В., Лапин Е. А. (1986). Представление реального и воображаемого пространства. *Вопросы психологии*. М.
- Выгодский Л. С. (1984). Психология подростка. В кн.: *Сборник сочинений. Т. 4*. М.: Педагогика, 1984.
- Выготский Л. (1982). *Мышление и речь*. // Сбор. соч. Т. 2. М.: Педагогика.
- Выготский Л. (1983). *История развития высших психических функций*. // Сбор. соч. Т. 3. М.: Педагогика.
- Гальперин П.Я. (1959). Развитие исследований по формированию умственных действий Психологическая наука в СССР, Т.1, М.: Педагогика.
- Гальперин П.Я. (1969). К исследованию интеллектуального развития ребенка. *Вопросы психологии*. М.: Изд-во Моск. Ун-та.
- Гальперин П.Я. (1976-а). *Введение в психологию*. М.: МГУ.
- Гальперин П.Я. (1976-б). К проблеме внимания. В кн.: *Хрестоматия по вниманию*. (Леонтьев А. Н. и др.) М.: Изд-во Моск. Ун-та.
- Гальперин П.Я. (2000). *Введение в психологию: Учебное пособие для вузов*. 3-е изд. М.: «Книжный дом «Университет»»
- Голвина, Г., Савченко, Т., Сочивко, Д. (1999). Модель динамики успешности деятельности // Методы исследования психологических структур и их динамики / Под ред. Т.Н. Савченко, Г.М. Голвиной. М.: Институт Психологии РАН. С. 3-12. – II
- Голоскоков Д. П. (2004). Урванения математической физики. *Решение задачв системе Maple. Учебник для вузов*. СПб.: Питер.
- Гончарук Н.П. (2002). *Формирование базовых интеллектуальных умений у студентов технических вузов*. Казань: Изд-во Казанск. ун-та.
- Горелов И.Н., Седов К.Ф. (1998). *Основы психоллингвистики*. Учебное пособие. М.: Издательство «Лабиринт».
- Грушко Я. М. (1982). Вредные органические соединения в промышленных сточных водах: Справочник. – 2-е изд., перераб. И доп. – Л.: Химия.
- Давыдов В.В. (2001). Жан Пиаже о роли действий в мышлении. В кн.: *Жан Пиаже: теория, эксперименты, дискуссии*. (Сост. и общ. ред. Л.Ф. Обуховой и Г.В. Бурменской) М.: Гардарики. Обуховой и Г.В. Бурменской) М.: Гардарики.
- Давыдов, В. (1996). *Теория развивающего обучения*. Москва: ИНТОР.
- Давыдов, В. (2000). *Виды обобщения в обучении*. М. : Педагогическое общество России, 2000.
- Давыдов, В. (2004). *Проблемы развивающего обучения*: М.:Издательский центр «Академия».

- Дёрнер Д. (1997). *Логика неудач*. М.: Смысл.
- Дружинин В. Н. (2000). *Психология общих способностей*. СПб.: Питер.
- Дьюи, Д. (1997). *Психология и педагогика мышления*. М.: Совершенство, 208 с.
- Завалишина, А. (2005). *Практическое мышление. Специфика и проблемы развития*. М.: Изд-во «Институт Психологии РАН».
- Занков, Л. В. (1990). *Избранные педагогические труды*. М.: Педагогика.
- Зимняя И.А. (1999). *Педагогическая психология. Учебник для вузов*. М.: Логос.
- Зинченко П. И. (1961). *Непроизвольное запоминание*. М.: Изд. АПН СССР.
- Зинченко Т. П. (2002). *Память в экспериментальной и когнитивной психологии*. СПб.: Питер.
- Ильин Е. П. (2002). *Мотивация и мотивы*. СПб.: Питер.
- Ильясов И. И. (1986). *Структура процесса учения*. – М.
- Ильясов И. И. (1992). *Система эвристических приемов решения задач*. М.
- Интернет-обучение: технологии педагогического дизайна (2004). / Под ред. М. В. Моисеевой М.: Камерон.
- Калмыкова З. И. (1981). *Продуктивное мышление как основа обучаемости*. М.: Педагогика
- Калошина И. (2003). *Психология творческой деятельности*, М.: ЮНИТИ-ДАНА.
- Кангро И. (1998). Индивидуализация обучения математики в вузе. In.: Proc. Of the Int. conf.: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspective*. Shauliy, May 21-22, 1998, Šiaulių Universitetas, p. 16-19.
- Кашапов, М. (2003-а). Психолого- педагогический тренинг творческого мышления // *Психология профессионального педагогического мышления* / Под ред. М.М. Кашапова. М.: Изд-во «Институт Психологии РАН», С. 331-397.
- Кашапов, М. (2003-б). Психология профессионального педагогического мышления (методология, теория, практика) // *Психология профессионального педагогического мышления* / Под ред. М.М. Кашапова. М.: Изд-во «Институт Психологии РАН», С. 73-143.
- Кашапов, М. (2006). *Психология творческого мышления профессионала*. М.: «ПЕР СЭ», 688.
- Кларин М.В. (1999). *Технология обучения: идеал и реальность*. Рига: Эксперимент.
- Кликс Ф. (1983). *Пробуждающееся мышление. У истоков человеческого интеллекта*. М.: Прогресс.

Коржуев А.В., Попков В.А. (2003). *Традиции и инновации в высшем профессиональном образовании*. М.: Изд-во МГУ.

Коул М. (1997). *Культурно – историческая психология*. М.: Когито-Центир.

Кривошенин Д. А. и др. (2000). *Экология и безопасность жизнедеятельности*. Под ред. Муравья Л. А. М.: ЮНИТИ.

Крутецкий, В. А (1968). *Психология математических способностей школьников*, М.: Просвещение.

Крылов, В. Ю., Дрынков, А. В., Савченко, Т. Н. (2010). *Математические модели принятия решений*, Математическая психология: Школа В. Ю. Крылова / Под ред. А. Л. Журавлева, Т. Н. Савченко, Г. М. Головиной. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2010, стр. 427-436.

Крылов, В. Ю., Курдюмов, С. П., Малинецкий, Г. Г. (2010). *Психология и синергетика*, Математическая психология: Школа В. Ю. Крылова / Под ред. А. Л. Журавлева, Т. Н. Савченко, Г. М. Головиной. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2010, стр. 323-341.

Кудрявцев Л. Д. (1980). *Современная математика и ее преподавание*. М.: Главная редакция физико-математической литературы.

Латыпов Н. (2005). *Минута на размышление. Основы интеллектуального тренинга*. СПб.: Питер, 2005.

Лебединцев (1925). *Проблемное обучение, Основные вопросы теории*, Киев: Гос. Изд-во Украины.

Леви – Стросс К. (1994). *Первобытное мышление*. М.: республика.

Леонтьев А. Н. (1975). *Деятельность. Сознание. Личность*. – М.

Леонтьев А. Н., Розанова Т. В. (1951). *Зависимость образования ассоциативных связей от содержания действия*. Совет. педагогика, 1951, № 10.

Ломов Б. Ф. (1991). *Вопросы общей, педагогической и инженерной психологии*, М.: Педагогика.

Лурия А. (1974). *Об историческом развитии познавательных процессов*. М.: Наука

Лурия А. Р., Виноградова О. С. (1971). *Объективное исследование динамики семантических систем. Семантическая структура слова*. 1971. М.: Наука.

Ляудис В. А. (1969). *Проблема готовности памяти к воспроизведению*. Вестник ХГУ №30. Проблемы психологии памяти и обучения, Вып. 2. Харьков, изд. ХГУ, 1969, с. 11-15.

Ляудис В. А. (1976). *Память в процессе развития*. М.: Изд. МГУ.

- Маккоби М., Модиано Н. (1971). О культуре общества и понимании эквивалентности // Исследование развития познавательной деятельности / Под ред. Дж. Брунера. М.: Педагогика.
- Макконнелл К. Р., Брю С. Л. (1992). *Экономикс: принципы, проблемы и политика*. В 2 т.: Пер. с англ. 11-го изд. Т. I., М.: Республика, 1992, 399 с. ISBN 5-250-01534-4 (т. 1)
- Маркова К. (1996). *Психология профессионализма*. М.: МГФ Знание.
- Матросов А. В. (2001). *Marple 6. Решение задач высшей математики и механики*. СПб.: БХВ-Петербург.
- Меерович М.И., Шрагина Л.И. (2003). *Технология творческого мышления: Практическое пособие*. Мн.: Харвест.
- Мексон М., Алберт М., Хедоури Ф, (1994). *Основы менеджмента*. М.: Экономика.
- Метельский, Н. В. (1977). Психолого - педагогические основы дидактики математики. Минск: Вышэйшая школа.
- Метельский, Н.(1982). *Дидактика математики*, Мн.: Изд. – БГУ.
- Минский М. С. (1978). *Структура для представления знания*. // Психология машинного зрения. Пер с англ. М.: Мир
- Нечаев, Н. Н. (2006). *Очеловечивание творчества: проблема и перспективы* // Вопросы психологии. 2006. № 3. с. 3-22.
- Обухова Л. (1966). Ученый, изменивший лицо современной психологии. *Жан Пиаже: теория, эксперименты, дискуссии*, Сб. статей / Сост. и общ. ред. Л.Ф. Обуховой и Г.В. Бурменской; предисл. Л.Ф. Обуховой. М. : Гардарики, 2001, стр. 32-40.
- Обухова Л. (1995). П.Я. Гальперин и Ж. Пиаже: два подхода к проблеме психического развития ребенка. *Жан Пиаже: теория, эксперименты, дискуссии*, Сб. статей / Сост. и общ. ред. Л.Ф. Обуховой и Г.В. Бурменской; предисл. Л.Ф. Обуховой. – М. : Гардарики, 2001, стр. 352-367.
- Оконь В. (1990). *Введение в общую дидактику*. М.: Высшая школа.
- Петренко В. Ф. (1988). *Психосемантика сознания*. М.: Изд-во Моск. Ун-та.
- Пиаже Ж. (1965). Роль действия в формировании мышления. *Жан Пиаже: теория, эксперименты, дискуссии*, Сб. статей / Сост. и общ. ред. Л.Ф. Обуховой и Г.В. Бурменской; предисл. Л.Ф. Обуховой. М.: Гардарики, 2001, стр. 199-224.
- Пиаже Ж. (1969). *Избранные психологические труды*. М.: Просвещение.

- Пиаже Ж. (1970). Теория Пиаже. *Жан Пиаже: теория, эксперименты, дискуссии*, Сб. статей / Сост. и общ. ред. Л.Ф. Обухова и Г.В. Бурменской; предисл. Л.Ф. Обухова. М.: Гардарики, 2001, стр. 106-157.
- Пойа Д. (1966). *Как решать задачу*. М.: Наука.
- Пойа Д. (1975). *Математика и правдоподобные рассуждения*. М.: Наука.
- Пойа Д. (1976). *Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание*. М.: Наука.
- Рабардель, П. (1999). *Люди и технологии (когнитивный подход к анализу современных инструментов)*. М.: Институт психологии РАН.
- Равен, Дж. (1999). *Педагогическое тестирование: Проблемы, заблуждения, перспективы* Москва: Когито – Центр.
- Равен, Дж. (2002). *Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация*, М.: Когито-Центр.
- Реан А., Коломинский Я. (1999). *Социальная педагогическая психология*. Санкт-Петербург: Питер.
- Рейтман У. (1968). *Познание и мышление*. М.: Мир.
- Ришар Ж. Ф. (1998). *Ментальная активность. Понимание, рассуждение, нахождение решений*. М.: Ин-т психологии РАН.
- Розина И.Н. (2005). *Педагогическая компьютерно – опосредованная коммуникация. Теория и практика*. М.: Логос.
- Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. (1975). *Математическое моделирование в биофизике*. М.: Главная редакция физико-математической литературы «Наука».
- Рубинштейн С. Л. (1997). *Избранные философско - психологические труды*. М.: Наука.
- Рузавин, Г. (1999). *Методология научного исследования*. Москва: ЮНИТИ.
- Салмина Н.Г. (1988). *Знак и символ в обучении*, М.: Изд-во Моск. ун-та.
- Салова Т. Ю., Громова Н. Ю., Шкрабак В. С., Курмашев Г. А. (2004). *Основы экологии. Аудит и экспертиза техники и технологии: Учебник для вузов*. СПб.: «Лань».
- Семенченко Б. А. (2002). *Физическая метеорология*. М.: аспект Пресс.
- Ситуационный анализ, или Анатомия кейс-метода (2002)./ Под ред. Ю. П. Сурмина, Киев: Центр инноваций и развития, 2002.
- Смирнов А. А. (1966-а). *Проблемы психологии памяти*. М.: Просвещение.
- Смирнов А. А. (1966-б). *Произвольное и произвольное запоминание*. В кн. (Ред. А. Маклакова) *Познавательные психические процессы*, с. 259-270, «Питер», 2001.

- Смирнов А. А. (1972). *Психология запоминания*. М.: Изд. АПН РСФСР.
- Смирнов С.Д. (2003). *Педагогика и психология высшего образования: от деятельности к личности*. М.: Академия.
- Столяр, А. А. (1986). *Педагогика математики*, Минск: Высшая школа.
- Талызина Н. Ф. (1984). *Управление процессом усвоения знаний*. М.: Наука.
- Талызина Н. Ф. (1999). *Педагогическая психология*. М.: Академия.
- Теплов, Б. М. (1945). *К вопросу о практическом мышлении* // Ученые записи МГУ. М., Вып. 90. с. 149-214.
- Флорес, Ц. (1966). *Память*. В кн. Экспериментальная психология (ред. П. Фресс, Ж. Пиаже). Вып. 4 М.: Прогресс, 1966. с. 209-331.
- Холодная М. А. (1983). Сенсорно-эмоциональный опыт как когнитивная составляющая в структуре индивидуального интеллекта. В кн.: *Психологические проблемы индивидуальности*. Вып. I. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. 59 – 61.
- Холодная, М.А. (1997). *Психология интеллекта: парадоксы исследования*. М. Томск: Изд-во «Барс» ; Изд-во Том. ун-та.
- Холодная, М.А. (2002). *Психология интеллекта: парадоксы исследования*. СПб.: Питер.
- Чошанов, М. (1996). *Гибкая технология проблемно - модульного обучения*. М.: Народное образование.
- Шадриков, В.Д. (1989) *Диагностика способностей и личностных черт в учебной деятельности*. Саратов: Изд-во Саратов. Ун-та.
- Шадриков, В.Д. (1994). *Деятельность и способности*. М.: Логос.
- Шемакин, Ю.И. (2003). *Семантика самоорганизующихся систем*, М.: Академический Проект.
- Шохор-Троцкий, С. (1913). *Геометрия на задачах*, М.: Изд-во Сытина.
- Штернберг, Р. Дж. (2000). *Отточите свой интеллект*. Мн.: ООО «Попурри».
- Щедровицкий, Г. (1995). *Избранные труды*. М.: Шк. Культ. Полит.
- Эрдниев, П. & Эрдниев Б. (1986). *Укрупнение дидактических единиц в обучении математике*. Москва: Просвещение.
- Эрдниев, П. (1992). *Укрупнение дидактических единиц как технология обучения*. (ч. 1 и 2) Москва: Просвещение.
- Ядов, В. (2001). *Стратегия социологического исследования*. М.: «Добросвет».
- Якиманская, И.С. (1996). *Личностно ориентированное обучение в современной школе*, М.: Сентябрь.

Яриновский Б., Кангро И. (1999). Математическое моделирование нормирования новых химических соединений в объектах окружающей среды. In.: Proc. of the int. conference: *Environment. Technology. Resources*, Rezekne, June 25-27, 1999.