

LATVIJAS UNIVERSITĀTE Datorikas fakultāte

MULTIDIMENSIONĀLU ATTĒLU SPEKTRĀLO JOSLU EKVIVALENTAS REDUKCIJAS PIEEJAS OBJEKTU KLASIFIKĀCIJAI

PROMOCIJAS DARBS

Juris Siņica - Siņavskis

Zinātnes nozare: Datorzinātne Zinātnes apakšnozare: Signālu diskrētā apstrāde

Promocijas darba vadītājs: Dr. Sc. Comp. Ints Mednieks

 $R\bar{i}GA,\ 2019$

Anotācija

Darbs veltīts multidimensionālu attēlu apstrādes problēmām, kas saistītas ar šo attēlu spektrālo joslu izvēli un pikseļu klasifikāciju. Izstrādātas jaunas, relatīvi vienkāršas un vispārīgas nevadītās: EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un vadītā: XECT joslu izvēles procedūras informatīvu spektrālo joslu komplektu noteikšanai hiperspektrālajos attēlos. Lai nodrošinātu spektrālo joslu komplektu informativitāti, tika atlasītas joslas ar augstāku entropijas vērtību. Joslu savstarpējā korelācija tika izmantota, lai izvairītos no vairāku tādu joslu iekļaušanas komplektā, kuras satur vienu un to pašu informāciju. Joslu komplektu informativitāte tika pārbaudīta ar Beijesa, *k*-NN, SVM, ELM un citiem klasifikatoriem, no kuriem augstāku klasifikācijas precizitāti sniedza SVM klasifikators, izmantojot ECBG joslu izvēles procedūru. Piedāvāti divu multidimensionālu attēlu sapludināšanas, koku sugu klasifikācijas risinājumi, kuri veidoti pēc Beijesa tipa klasifikatora principa. Izstrādāta vienkāršota metode ādas veidojumu- melanomu un nevusu identifikācijai, kas izmanto neliela skaita spektrālo joslu informāciju no multispektrālajiem attēliem.

Atslēgvārdi: hiperspektrālu attēlu apstrāde, spektrālo joslu izvēle, hiperspektrālo attēlu klasifikācija, tālizpēte

Abstract

The work focuses on multidimensional image processing problems associated with the selection of their spectral bands and pixel classification. New, relatively simple, and generic non-supervised: EMCR, EXCR, ESCR, ECBG, and supervised: XECT band selection procedures for identifying informative spectral band sets in hyperspectral images are proposed. Bands with a higher value of entropy are selected to ensure the informativity of spectral band subsets. The correlation of band images is restricted to avoid redundancy of the subsets. The informativity of the band subsets is characterized by the performance of Bayesian, *k*-NN, SVM, ELM, and other classifiers. The ECBG procedure provided better results than the alternatives using the SVM classifier. Solutions for the fusion of two multidimensional images and tree species classification are proposed based on a Bayesian-type classification principle. A simplified method for the identification of skin lesions (melanoms and common nevi) is developed using a small number of spectral bands from the multispectral images.

Keywords: hyperspectral data processing, spectral band selection, hyperspectral data classification, remote sensing

Saturs

Tabulı	ı sarak	sts	iv
Attēlu	saraks	\mathbf{ts}	vi
Apzīm	ējumu	saraksts	x
Termi	nu sara	ksts	xii
Ieva	ads		1
	Tēmas	s aktualitāte un pētījuma novitāte	1
	Darba	hipotēze	3
	Darba	pamatnostādnes	3
	Darba	merkis	4
	Darba	uzdevumi	4
	Autora	a ieguldījums	5
	Darba	rezultātu aprobācija	5
	Darba	$\operatorname{strukt\bar{u}ra}$	7
1. Lite	eratūra	s pārskats	8
1.1.	Joslu i	izvēles metodes	8
	1.1.1.	Daudzdimensionālās statistikas teorijas pieņēmumi un formulas	10
	1.1.2.	Informācijas teorijas pieņēmumi un formulas	13
	1.1.3.	Joslu meklēšanas stratēģijas	15
1.2.	Klasifi	kācijas procedūras	18
	1.2.1.	Beijesa tipa klasifikators	18
	1.2.2.	k-NN klasifikators	20
	1.2.3.	SVM klasifikators	21
	1.2.4.	ELM klasifikators	22
1.3.	Preciz	itātes rādītāji	23

2.	Dati un priekšapstrāde		
	2.1.	Hiperspektrālu attēlu iegūšana	26
	2.2.	Izmantotie dati \ldots	28
	2.3.	Multidimensionālu attēlu priekšapstrāde	33
3. Piedāvātie risinājumi			37
	3.1.	Statistisku rādītāju izmantošana joslu izvēl ē $\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$	37
	3.2.	Informācijas teorijas izmantošana joslu izvēl ē $.$	41
	3.3.	Spektrālo joslu izvēles procedūras	44
		3.3.1. Nevadītās (nepārraudzītās) joslu izvēles procedūras	45
		3.3.2. Vadītā (pārraudzītā) joslu izvēles procedūra \ldots	48
	3.4.	Neliela skaita spektra joslu izvēle ādas veidojumu klasifikācijai $\ .\ .\ .$	50
	3.5.	Klasifikācijas problēmu risinājumi	52
		3.5.1. Koku sugu klasifikatoru konstrukcija	52
		3.5.2. Beijesa klasifikatora konstrukcijas div pakāpju metode	55
		3.5.3. Divu multidimensionālu attēlu sapludināšana	56
4.	Josl	u izvēles procedūru pielietojums hiperspektrāliem attēliem	59
	4.1.	Indian Pines hiperspektrālais attēls	60
		4.1.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti	
		Indian Pines attēlam	60
		4.1.2. Krosvalidācija	61
	4.2.	University of Pavia hiperspektrālais attēls	63
		4.2.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti	
		University of Pavia attēlam	64
	4.3.	$Salinas$ hiperspektrālais attēls \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	66
		4.3.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti	
		Salinas attēlam	66
	4.4.	GRSS2014 termālais attēls	67
		4.4.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti	
		GRSS2014 attēlam	68
	4.5.	Ar $Nuance {\rm kameru}$ iegūto ādas veidojumu attēlu spektrālo joslu izvēles	
		pielietojums	69
5.	Mul	tidimensionālu attēlu klasifikācija	72
	5.1.	Klasifikācijas rezultāti Indian Pines attēlam	73
	5.2.	Klasifikācijas rezultāti University of Pavia attēlam	78

	5.3.	Klasifikācijas rezultāti Salinas attēlam	82
	5.4.	Klasifikācijas rezultāti <i>GRSS2014</i> termālajam attēlam	85
	5.5.	Klasifikācijas rezultāti sapludinot $GRSS2014$ termālo un $RGB2014$ at-	
		tēlus	89
	5.6.	Klasifikācijas rezultāti ar $Nuance$ kameru iegūtiem ādas veidojumu	
		$att\bar{e}liem$	90
6.	Seci	nājumi	92
Pa	ateicī	bas	94
Iz	mant	otā literatūra un avoti	95
Pi	eliku	mi	104
Α.			104
	A.1.	Hiperspektrālie sensori	104
	A.2.	Hiperspektrālo attēlu pikseļu kategorijas	104
	A.3.	Literatūras pārskats	106
	A.4.	Literatūras pārskatā iekļautās zinātniskās publikācijas	108
	A.5.	Indian Pines attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes 1-15 jos-	
		lām: (a) Bayes, (b) k -NN, (c) SVM, (d) NN $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	110
	A.6.	University of Pavia attēla vidējās lietotāja precizitātes 1-15 joslām: (a)	
		Bayes, (b) k -NN, (c) SVM, (d) NN \ldots	113
	A.7.	Salinas attēla vidējās lietotāja precizitātes 1-15 joslām: (a) Bayes, (b)	
		k-NN, (c) SVM, (d) NN	116
	A.8.	GRSS2014attēla vidējās lietotāja precizitātes 1-15 joslām: (a) Bayes,	
		(b) k -NN, (c) SVM, (d) NN	119
В.	Mat	Lab programmu kodi	122

Tabulu saraksts

Udens absorbcijas un trokšņainās joslas	35
Pēc lielākām dispersijas vērtībām iegūtie SJK <i>Indian Pines</i> attēlam	39
Ar lielākām entropijas un savstarpējās informācijas vērtībām iegūtie SJK C_1 un C_2 Indian Pines attēlam $\ldots \ldots \ldots$	42
Spektrālo joslu komplekti ar citām metodēm <i>Indian Pines</i> attēlam	60
EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti Indian Pines attēlam	62
EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti Indian Pines attēlam	63
Spektrālo joslu komplekti ar automātisko joslu izvēli un klas- torizāciju Universitu of Pavia attēlam	64
EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti	04
EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti	60
Salinas attēlam	67
<i>GRSS2014</i> attēlam	69
Patvaļīgi izvelets spektralo joslu komplekts $GRSS2014$ attēlam[52]	87
. Hiperspektrālie sensori lidmašīnās	104
. Hiperspektrālie sensori satelītos	104
. Indian Pines pikseļu kategorijas	105
. University of Pavia pikseļu kategorijas	105
. Salinas pikseļu kategorijas	105
	Udens absorbcijas un trokšņainās joslas Pēc lielākām dispersijas vērtībām iegūtie SJK Indian Pines attēlam

Tabula	A.6.	GRSS2014 termālā attēla pikseļu kategorijas	105
Tabula	A.7.	Literatūras pārskats (Publikāciju ID skat. A.4. pielikumā) $% {\rm (Publikaciju})$.	106

Attēlu saraksts

Attēls	1.1.	Rakstu skaits IEEE $X plore$ datubāzē par hiperspektrālu at-	
		tēlu apstrādi	8
Attēls	1.2.	Literatūras pārskata blokshēma publikācijām A.4. pielikumā	11
Attēls	1.3.	Hiperspektrālā attēla matricas ilustratīvs paskaidrojums $\ .$.	13
Attēls	1.4.	Pazīmju ieguves algoritmu taksonomija	15
Attēls	1.5.	SVM diskriminants un atbalsta vektori no abām kategorijām	21
Attēls	2.1.	Dažādu objektu atstarojumi	27
$Att\bar{e}ls$	2.2.	(a) Indian Pines attēls un (b) patieso kategoriju attēls	28
$Att\bar{e}ls$	2.3.	(a) University of Pavia attēls un (b) patieso kategoriju attēls	29
$Att\bar{e}ls$	2.4.	(a) Salinas attēls un (b) patieso kategoriju attēls \ldots	30
$Att\bar{e}ls$	2.5.	(a) $GRSS2014$ att $\bar{e}ls$ un (b) $RGB2014$ att $\bar{e}ls$	31
$Att\bar{e}ls$	2.6.	Optiskā blīvuma attēli 540 nm spektrālajā joslā: a) melano-	
		ma, b) nēvuss $\ldots \ldots \ldots$	32
$Att\bar{e}ls$	2.7.	CASI multispektrālais attēls	32
Attēls	2.8.	1., 105. un 110. trokšņainās joslas vizualizācija $Indian\ Pines$	
		${ m att}ar{ m e}{ m lam}$	33
$Att\bar{e}ls$	2.9.	10., 42. un 102. spektrālās joslas vizualizācija $Indian\ Pines$	
		${ m att}ar{ m e}{ m lam}$	34
Attēls	2.10.	$Indian\ Pines$ attēla spektrālo joslu korelācijas ko eficientu mi-	
		nimumi	35
Attēls	3.1.	Indian Pines attēla 16 kategoriju vidējās vērtības, dispersijas,	
		asimetrijas un ekscesa novērtējumi 220 spektrālām joslām $% \mathcal{L}_{\mathrm{s}}$.	38
Attēls	3.2.	$Indian\ Pines$ attēla 10. spektrālās joslas pikseļu vērtību his-	
		togramma	39
$\operatorname{Att\bar{e}ls}$	3.3.	SVM klasifikācijas kappa precizitāt e Indian Pines attēlam,	
		izmantojot SJK $C_1,C_2,,C_{16}$	40
Attēls	3.4.	Korelācijas matricas vizualizācija $\mathit{Indian\ Pines\ att\bar{e}lam\ .\ .}$	41

Attēls 3.5. Attēls 3.6.	15 lielākās entropijas (Entropy) un savstarpējās informācijas (Mutual information) vērtības <i>Indian Pines</i> attēla pikseļiem no 220 spektrālām joslām	42 43
Attēls 4.1.	Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija <i>Indian Pines</i> attēlam	61
Attēls 4.2.	Krosvalidācija <i>Indian Pines</i> joslu izvēles procedūru (a) ECBG (b) EMCR parametriem 15 joslu gadījumā	63
Attēls 4.3.	Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija University of Pavia attēlam	65
Attēls 4.4.	Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija <i>Salinas</i> attēlam	67
Attēls 4.5.	Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija <i>GRSS2014</i> attēlam	69
Attēls 4.6.	Spektrālo joslu izvēle ādas veidojumu klasifikācija i $\ .\ .\ .$.	70
Attēls 4.7.	Korelācijas koeficienti spektrālo joslu pāriem: a) 10. ar 11 30., b) 20. ar 21-40	71
Attēls 5.1.	Indian Pines attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar (a) Bayes, <i>k</i> -NN, SVM un (b) NN	73
Attēls 5.2.	Indian Pines attēla klasifikācijas vidējā kappa precizitāte ar (a) Bayes, <i>k</i> -NN, SVM un (b) SVM (ECBG-a)	74
Attēls 5.3.	Indian Pines attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitātes ar (a) krosvalidācijas un (b) vairāku eksperimentu sliekšņu	
Attēls 5.4.	noteikšanas pieejām	75
Attēls 5.5.	ECBG: (a) Bayes, (b) k-NN, (c) SVM, (d) NN Indian Pines attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar Bayes, k-NN un SVM, dažādiem apmācības pikseļu skaita	76
Attēls 5.6.	procentiem (ECBG ar 10 joslām)	77 78

$\operatorname{Att\bar{e}ls}$	5.7.	University of Pavia attēla klasifikācijas vidējā kopējā preci-	
		zitāte ar (a) Bayes, k -NN un SVM (b) NN	79
Attēls	5.8.	University of Pavia attēla klasifikācijas vidējā kappa precizi-	
		tāte ar (a) Bayes, k -NN un SVM (b) SVM (ECBG-a)	79
Attēls	5.9.	University Pavia attēla klasifikācijas vidējā lietotāja precizi-	
		tāte, ECBG: (a) Bayes, (b) k -NN, (c) SVM, (d) NN	80
Attēls	5.10.	University of Pavia attēla klasifikācija ar SVM, ECBG 15	
		joslas, kļūdas atzīmētas ar: a) kategorijas krāsu b) baltu krāsu	81
Attēls	5.11.	Salinas attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar (a)	
		Bayes, k -NN un SVM (b) NN	82
Attēls	5.12.	Salinas attēla klasifikācijas vidējā kappa precizitāte ar (a)	
		Bayes, k-NN un SVM (b) SVM (ECBG-a)	83
Attēls	5.13.	Salinas attēla klasifikācijas vidējā lietotāja precizitāte,	
		ECBG: (a) Bayes, (b) k -NN, (c) SVM, (d) NN \ldots	84
Attēls	5.14.	Salinas attēla klasifikācija ar SVM, ECBG 15 joslas, kļūdas	
		atzīmētas ar: a) kategorijas krāsu b) baltu krāsu	85
Attēls	5.15.	GRSS2014attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar	
		(a) Bayes, k -NN un SVM (b) NN \ldots	86
Attēls	5.16.	GRSS2014 attēla klasifikācijas vidējā kappa precizitāte ar (a)	
		Bayes, k-NN un SVM (b) NN (ECBG-a)	86
Attēls	5.17.	GRSS2014 attēla klasifikācijas vidējā lietotāja precizitāte,	
		ECBG: (a) Bayes, (b) k -NN, (c) SVM, (d) NN	87
Attēls	5.18.	GRSS2014attēla klasifikācija ar NN, ECBG 15 joslas, kļūdas	
		atzīmētas ar kategorijas krāsu	89
Attēls	5.19.	RGB2014un $GRSS2014$ attēlu klasifikācijas kopējā klasifi	
		kācijas precizitāte, ECBG	90
4 1			
Attels	A.1.	Indian Pines attela klasifikācijas vidējās lietotāja precizitā-	110
4 1		tes, EMCR	110
Attels	A.2.	Indian Pines attela klasifikācijās vidējās lietotājā precizitā-	
A =1	1.0	tes, EXCR	111
Attels	A.3.	Indian Pines attela klasifikācijas vidējās lietotājā precizitā-	
A = 1	A 4	tes, ESCK	111
Attels	A.4.	Indian Pines attela klasifikācijas vidējās lietotājā precizitā-	110
		tes, XECT	112

Attēls	A.5.	$University\ Pavia$ attēla klasifikācijas vidējās lietotāja preci-	
		zitātes, EMCR	113
Attēls	A.6.	University Pavia attēla klasifikācijas vidējās lietotāja preci-	
		zitātes, EXCR	114
Attēls	A.7.	University Pavia attēla klasifikācijas vidējās lietotāja preci-	
		zitātes, ESCR	114
Attēls	A.8.	University Pavia attēla klasifikācijas vidējās lietotāja preci-	
		zitātes, XECT	115
Attēls	A.9.	Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		EMCR	116
Attēls	A.10.	Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		EXCR	117
Attēls	A.11.	Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		ESCR	117
Attēls	A.12.	Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		XECT	118
Attēls	A.13.	GRSS2014attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		EMCR	119
Attēls	A.14.	GRSS2014attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		EXCR	120
Attēls	A.15.	GRSS2014attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		ESCR	120
Attēls	A.16.	GRSS2014attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes,	
		XECT	121

Apzīmējumu saraksts

- k-NN k- Nearest Neighbor (k tuvāko kaimiņu)
- **AOA** Average Overall Accuracy (Vidējā kopējā precizitāte)
- **AUA** Average User Accuracy (Vidējā lietotāja precizitāte)
- **ECBG** Entropy Correlation Band Grouping (Joslu grupēšana ar entropiju un korelāciju)
- **ECBG-a** Entropy Correlation Band Grouping and Averaging (Joslu grupēšana ar entropiju un korelāciju un viduvēšana)
- EDI Elektronikas un datorzinātņu institūts
- ELM Extreme Learning Machine (Ekstrēmā mācīšanās mašīna)
- **EMCR** Entropy Multivariate Correlation Ratio (Entropijas daudzdimensiju korelācijas attiecības metode)
- **ESCR** Entropy Summarized Correlation Ratio (Summētā entropijas korelācijas attiecības metode)
- **EXCR** Entropy Maximum Correlation Ratio (Maksimālā entropijas korelācijas attiecības metode)
- **GRSS2014** IEEE ģeozinātnes un tālizpētes biedrības (GRSS) datu sapludināšanas konkurss 2014. gadā
- $GRSS2014 \ attēls$ termālā sensora iegūtais attēls no GRSS2014 konkursa

- **IEEE** Institute of Electrical and Electronics Engineers (Elektrotehnikas un elektronikas inženieru institūts)
- ${\bf JKI}$ Joslu komplekta informativitāte
- kappa Cohen's Kappa (Kohena kappa koeficients)
- LiDAR Light Detection and Ranging (Lāzerskenēšanas tehnoloģija)
- LWIR Long-Wave Infrared (Garo viļņu infrasarkanais diapazons)
- **NN** Neural Network (Neironu tīklu klasifikators balstīts uz ELM)
- **OA** Overall Accuracy (Kopējā precizitāte)
- **OIF** Optimal Index Factor (Optimāla indeksa faktors)
- **PA** Producer Accuracy (Ražotāja precizitāte)
- PCA Principal Component Analysis (Galveno komponentu analīze)
- RGB2014 attēls RGB attēls no GRSS2014 konkursa
- SJK Spektrālo joslu komplekts
- **SPIE** International Society for Optics and Photonics (Starptautiskā optikas un fotonikas biedrība)
- SVM Support Vector Machine (Atbalsta vektora mašīna)
- **UA** User Accuracy (Lietotāja precizitāte)
- **XECT** Maximum Entropy Correlation Threshold (Maksimālās entropijas un korelācijas sliekšņa metode)

Terminu saraksts

Attēls (Image) - šeit: vizualizējama fiziska objekta reprezentācija skaitliskā formā. Datoros apstrādājami diskrēti attēli, kuros objekti tiek reprezentēti ar galīgu telpisko izšķirtspēju. Katrs šāda attēla elements ir *pikselis*, informācija par kuru attēlā tiek pierakstīta ar skaitļu vektora palīdzību. Ja informācija par pikseli ir viens skaitlis, tas ir pelēks (*grayscale*) attēls. Ja par katru pikseli ir pieejama informācija par vairākiem tā raksturlielumiem, attēlu sauc par multidimensionālu. Ja par katru pikseli ir pieejama informācija, kas saistīta ar elektromagnētiskā starojuma intensitāti vairākos dažāda platuma spektra diapazonos (joslās), attēls tiek saukts par multispektrālu. Ja par katru pikseli ir informācija daudzās spektra joslās, kuras vienmērīgi pārklāj kādu plašāku spektra diapazonu, šādu attēlu sauc par hiperspektrālu.

Attēlu dimensiju samazināšana (Dimensional reduction) – attēla pikseļus reprezentējošo vektoru elementu skaita samazināšana, to biežāk izmanto pazīmju ieguves kontekstā (pēc transformācijas operācijas pielietošanas).

Joslu komplekta informativitāte - šeit: pēc izdarītās spektrālo joslu izvēles, iegūtais joslu numuru komplekts tiek izmantots, lai veiktu attēlu pikseļu klasifikāciju. Informativitāte tiek vērtēta ar attēlu pikseļu klasifikācijas precizitāti. Komplekta informativitāte ir augstāka, ja attēla pikseļu klasifikācijas kopējā precizitāte ir lielāka nekā ar citiem literatūrā zināmiem joslu numuru komplektiem.

Hiperspektrāls attēls - multidimensionāla attēla speciāls gadījums, kas interpretējams kā attēlu kopums daudzās (parasti vairāk kā 50) spektra joslās, nepārtraukti pārklājot kādu spektra diapazonu (skaitā K).

Hiperspektrāla attēla pikselis - vismazākais hiperspektrāla attēla elements. Matemātiski to modelē K- dimensionāls vektors, kura komponentes ir K spektrālo joslu viļņu garumos iegūtas raksturlielumu vērtības.

Hiperspektrālais sensors (Hyperspectral sensor) - elektromagnētiskās enerģijas sensors, ar kura palīdzību iegūst hiperspektrālus attēlus noteiktā spektra diapazonā.

Multidimensionāls attēls - attēls, par kura pikseļiem ir zināmas raksturlielumu vērtības vairākās(parasti vairāk nekā 3) spektra joslās.

Multispektrāls attēls - attēls, kurā par katru pikseli ir zināma informācija, kas iegūta vairākās (parasti 4-50) spektra apakšdiapazonos (joslās), kuras var nepārklāt kādu spektra diapazonu nepārtraukti.

Pazīmju ieguve (Feature extraction) - *šeit*: attēlu pikseļus raksturojošo pazīmju (atribūtu) iegūšana, kā piem., galveno komponentu analīzē (PCA), datiem var iegūt vai izdalīt īpašvērtības un īpašvektorus; nejaukt ar pazīmju (joslu) izvēli.

Pazīmju (joslu) izvēle (Feature selection) - *šeit*: spektrālo joslu izvēle, par kurām attēlu pikseļos ir pieejama informācija.

Pikselis (Pixel) - vismazākais attēla elements, kam rastra grafikā var piešķirt tādus raksturojumus kā, piem., krāsa un spilgtums dažādās spektra joslās.

Spektrālo joslu izvēle (Spectral band selection) -hiperspektrālā vai multispektrālā attēla spektra diapazonu ar dažādu platumu un centrālo viļņu garumu - izvēle.

Spektrs (Spectrum) - $\check{s}eit$: sensora izmērītā starojuma intensitāte atkarībā no viļna garuma.

Tālizpēte (Remote Sensing) - inženierzinātnes disciplīna (un prasme) iegūt informāciju par objektu, apgabalu vai kādu fenomenu, veicot datu analīzi, kuri iegūti attālināti, bez tieša sensoru kontakta ar pētāmo objektu, apgabalu vai fenomenu.

Ievads

Tēmas aktualitāte un pētījuma novitāte

Pēdējo 20 gadu laikā datorzinātnē notiek strauja tās apakšnozares- attēlu apstrādes- attīstība. Attēlu apstrādes arvien plašāka pielietošana iet rokrokā ar datoros pieejamo resursu palielināšanos un stimulē specializētu, uz attēlu apstrādi orientētu, tehnisku risinājumu strauju attīstību. Paralēli tehnikas attīstībai nepieciešams izstrādāt arī jaunas, pielāgotas attēlu apstrādes metodes, kuru radīšana nereti atpaliek. Šis promocijas darbs ir mēģinājums virzīt attēlu apstrādes nozares attīstību, radot jaunas un efektīvas multidimensionālu attēlu apstrādes metodes.

Darbs veltīts multidimensionālu hiperspektrālu un multispektrālu attēlu apstrādei, kuru elementi ir pikseli, kas satur informāciju par fiziska objekta atstarotu vai emitētu elektromagnētisko viļnu intensitāti n-dimensionāla vektora formā. Sādu attēlu priekšrocība un reizē problēma ir liels apstrādājamo n-dimensionālu vektoru skaits, kuru komponentes satur informāciju par uztverto signālu kādā elektromagnētisko vilnu garuma diapazonā (turpmāk, spektrālajā joslā). Darbā aplūkoti attēli, kuru katrs pikselis reprezentē starojuma intensitātes vērtības Dekarta koordinātu sistēmas vienā xoy plaknes punktā. Ja vektoru izmērs n ir liels, tad šāda attēla pikseļu klasifikācijas, t.i. pikseļa piederības noskaidrošanas kādai no iepriekšnoteiktām pikseļu kategorijām jeb klasēm, precizitāte var kristies un svārstīties, atkarībā no n un apmācībai izmantoto pikseļu skaita. Šī parādība [33] literatūrā tiek saukta par Hjūza fenomenu (Houghes phenomenon), kas bieži tiek minēta multidimensionālu attēlu spektrālo joslu izvēles kontekstā [35]. Hjūza fenomenu literatūrā bieži dēvē par dimensijas lāstu (*Curse of dimensionality*), ko Ričards Belmans (Richard E. Bellman) ieviesa, runājot par tilpuma palielināšanos hipersfērai (ierobežotai ar hiperkubu) dimensijas skaita pieaugšanas gadījumā [9]. Tātad daļa no multidimensionālu attēlu priekšrocībām ir saistītas ar to, ka tie lietotājam dod plašu informāciju par pētāmo objektu spektrālajām īpašībām, un iespēju izvēlēties kādam noteiktam uzdevumam piemērotākās spektrālās joslas. Savukārt, problēmas rada tas, ka pietrūkst zināšanu, kuras un kā šīs joslas izvēlēties, lai sasniegtu pietiekami augstu klasifikācijas precizitātes līmeni.

Hjūza fenomens ir galvenā motivācija, kuru izmanto lielākā daļa zinātnieku, publikāciju ievadā runājot par multidimensionālu attēlu spektrālo joslu izvēles tēmas aktualitāti. Vieni no pirmajiem darbiem spektrālo joslu izvēlē bija ar mērķi iegūt labāku attēla vizualizāciju no 3 spektrālajām joslām [17, 65]. Šajos darbos autori piedāvā indeksu OIF (optimal index factor), kuru aprēkina, izmantojot standartnovirzes un korelācijas parametru novērtējumus, lai noteiktu 3 vizualizācijai piemērotākās spektrālās joslas. OIF indeksa izmantošanu apgrūtina fakts, ka tas nav vispārināms uz vairāk nekā 3 spektrālajām joslām, resp., ja spektrālo joslu izvēles jautājumu skatās plašāk par attēla vizualizāciju. Tādējādi ar šo pieeju būtu jāveic pilnā pārlase, tas ir, jāaplūko visas iespējamās spektrālo joslu kombinācijas pa 3. Vairākas signālapstrādes pieejas ir apkopotas grāmatā par multispektrālajiem attēliem tālizpētē [40], kur spektrālo joslu izvēle tiek veikta izmantojot Bhattacharyya distanci (faktiski veicot spektrālo joslu pilno pārlasi). Bet hiperspektrālu attēlu gadījumā šāda pieeja ir nederīga, un tā tiek aizstāta ar pazīmju ieguvi (*feature extraction*), tas ir, attēlu dimensijas samazināšanu ar galveno komponentu analīzes (PCA) palīdzību. Šajā darbā pazīmju ieguves pieejas netiek pētītas, jo tiek uzskatīts, ka tās kļūst grūti interpretējamas līdz ar reālo sensoru datu transformāciju [63]. Savukārt citi autori daudzpusīgā pētījumā par SVM klasifikatoru norādīja hiperspektrālu attēlu apstrādes trūkumus, kas saistīti ar statistikas teorijas pienēmumiem, kad jāaprēkina datu sadalījuma blīvumfunkciju novērtējumi [59]. Autori izvirzīja SVM klasifikatora priekšrocības salīdzinājumā ar maksimālās paticamības metodi, piem., ka SVM klasifikators neizmanto datu sadalījumu novērtējumus, kuri varētu veidot Hjūza fenomena problēmu. Taču mūsu pieredze rāda, ka ne katrā situācijā viens vai otrs klasifikators ir labāks vai sliktāks. Lēmums par klasifikatora izvēli ir jābalsta uz konkrēta klasifikācijas uzdevuma nosacījumiem, kuri tiek izvirzīti gan no lietotāja puses, gan izriet no klasifikācijas uzdevumā apskatītā attēla specifikas, piem., spektrālo joslu skaita, apmācības (dizaina) datu kopas lieluma, kā arī no klasifikācijas mērka, t.i vai tiek veikta pikselu vai objektu (pikselu kopas) klasifikācija.

Promocijas darbā tika izstrādātas oriģinālas spektrālo joslu izvēles pieejas multidimensionālu attēlu objektu klasifikācijai, izmantojot nelielus spektrālo joslu komplektus (SJK) ar joslu skaitu (1-15). Procedūru apraksts dots piedāvāto risinājumu nodaļā. Nevadītās joslu izvēles procedūras (EMCR un ECBG) un hiperspektrālu attēlu (*Indian Pines, University of Pavia*) pikseļu klasifikācijas rezultāti ir publicēti zinātniskajos rakstos [53, 54]. Turklāt aplūkotie hiperspektrālo attēlu pikseļi ir klasificēti, izmantojot nelielu izmēra apmācības datu kopu.

Atzīmēsim, ka hiperspektrāli attēli ir tikai viens no multidimensionālu attēlu veidiem, par kuriem darbā veikts pētījums. Gadījumos, kad multidimensionālu attēlu objektu klasifikācijai ir dota reprezentatīva un pietiekami liela apmācības datu kopa, tad spektrālo joslu izvēles procedūras var būvēt uz citiem principiem. Piemēram, var veikt spektrālo joslu izvēli, balstoties uz statistisku parametru novērtējumiem klasificējamās kategorijas ietvaros. Šāda pieeja ar nelielu skaitu spektra joslu izvēli piedāvāta ādas veidojumu klasifikācijai, skat. 3.4. nodaļu, un publicēta rakstā [51]. Līdzīga pieeja izmantota latvāņu identifikācijai multispektrālajos attēlos [48]. Nereti praksē ir gadījumi, kad dizaina pikseļu skaits ir ļoti mazs, bet lietotājam ir iespēja iegūt papildus datus no citiem sensoriem vai avotiem, kas kaut kādā mērā papildinātu klasifikatora apmācību. Piem., Light Detection and Ranging (LiDAR) lāzeru datu izmantošana, lai iegūtu zemes objektu augstuma modeli, var tikt izmantota kopā ar multispektrāliem attēliem. Šāda pieeja publicēta zinatniskajā rakstā, kas risina Baltijas jaukto mežu koku sugu identifikācijas problēmu [20], kuras iestrādes multispektrālu attēlu apstrādē veiktas iepriekš [45] un šeit dotas 3.5.1. nodalā. Beijesa tipa klasifikators ir šīs pieejas pamatā, un tā konstrukcijas uzlabotā pieeja parametru novērtēšanai veikta ar divpakāpju metodi. Pieeja skaidrota 3.5.2. nodaļā un publicēta rakstā [46]. Citā gadījumā, ja mūsu rīcībā ir vienas apdzīvotas vietas, vienas scēnas divi attēli, kuri atškiras ar prezentēto pikselu izmēriem, ar spektra diapazonu un spektra joslu skaitu, tad var izmantot pieeju par divu multidimensionālu attēlu sapludināšanu, kas piedāvāta 3.5.3. nodalā un publicēta rakstā [52].

Tālāk formulēsim hipotēzi, darba pamatnostādnes, mērķi un uzdevumus, lai lasītāju iepazīstinātu tuvāk ar pētnieciskā darba tematiku.

Darba hipotēze

Multidimensionālu attēlu pikseļu klasifikāciju ar vēlamo precizitāti (pieļaujamo kļūdu procentu) iespējams veikt, izmantojot relatīvi vienkāršas un vispārīgas metodes spektrālo joslu izvēlei.

Darba pamatnostādnes

- 1. Spektrālo joslu redukcija ir procedūra, kurā *n*-dimensionālu attēlu kopumu transformē par *k*-dimensionālu attēlu kopumu $(k \ll n)$.
- 2. Jābūt formulētai uzdevumu saimei, kuru veido problēmas, kas risināmas attie-

cībā uz šiem attēliem. Piemēram,

- attēlos ir (vai nav) prezentēti noteiktas kategorijas objekti;
- uzdevumi atrast algoritmu šo objektu detektēšanai.

Šo kategoriju skaits parasti ir lielāks par 2. Var būt attēlu pikseļu klasifikācijas uzdevums par noteiktām kategorijām, vai pikseļu kopas klasifikācijas uzdevums.

- 3. Ar ekvivalentu spektra joslu redukciju saprotam tādu redukcijas īpašību, ka problēmas atrisinājums, kas iegūstams uz neliela spektru joslu skaitu pamata, pēc savas kvalitātes ir tuvs vai līdzvērtīgs tam, ko var iegūt uz visu joslu informācijas bāzes. Kvalitātes kritērijs detektēšanas vai klasifikācijas gadījumā parasti ir pieļauto kļūdu procents.
- 4. Joslu skaita redukcijas rezultātā tiek iegūti SJK. SJK noteikšanai var izvēlēties dažādas procedūras.
- Otrajā etapā tiek veidots klasifikators, lai novērtētu joslu komplekta informativitāti (JKI).
- 6. Joslu skaita redukcijas rezultātā iegūstam SJK, kuru izmantošana prasa krietni mazāku operāciju skaitu.

Darba mērķis

Izpētīt esošās spektrālo joslu izvēles metodes un izveidot jaunas metodes, kuras ļautu risināt hiperspektrālu attēlu pikseļu klasifikācijas uzdevumus ar minimālu joslu skaitu, bet nezaudējot klasifikācijas precizitāti. Piedāvāt multidimensionālu attēlu pikseļu klasifikācijas problēmu risinājumus.

Darba uzdevumi

- 1. Veikt literatūras pārskatu un apkopot zināmās spektrālo joslu izvēles metodes.
- 2. Veikt priekšizpēti un piedāvāt vairākas SJK meklēšanas procedūras.
- 3. Eksperimentāli pārbaudīt SJK meklēšanas procedūras ar vairākiem hiperspektrālu attēlu paraugdatiem un novērtēt JKI.
- Piedāvāt JKI novērtēšanai dažādus klasifikatorus, un ar klasifikāciju saistītu problēmu risinājumus.

5. Izdarīt secinājumus, apstiprināt vai noliegt darba hipotēzi par promocijas darbā izstrādātajām SJK meklēšanas procedūrām.

Autora ieguldījums

Autors personīgi ir ieguldījis nozīmīgu darbu katrā publicētajā pētījumā, rezultātu sagatavošanā, prezentēšanā konferencēs un semināros, patentā un projektos (skat. tālāk par promocijas darba rezultātu aprobāciju, kur treknrakstā iekavās dots no kopējā darba apjoma procentuālais novērtējums autora darbam). Nozīmīgākie autora ieguldījumi šajos pētījumos ir: literatūras analīze, datu analīze un izstrādāto metožu skaitliska simulācija. Autors patstāvīgi izstrādājis:

- joslu izvēles XECT procedūru;
- MatLab programmu implementāciju:
 - joslu izvēles EMCR, EXCR, ESCR, XECT procedūrām;
 - krosvalidācijas procedūrai;
 - Beijesa klasifikācijas procedūrai.
- joslu izvēles procedūru rezultātu grafisku noformējumu un analīzi.

Darba rezultātu aprobācija

Zinātniskie raksti, kuros publicēti darba rezultāti:

- A. Lorencs, I. Mednieks, J. Sinica-Sinavskis, "Selection of informative hyperspectral band subsets based on entropy and correlation", International Journal of Remote Sensing, vol. 39, no. 20, pp. 6931-6948, 2018. (33%)
- A. Lorencs, I. Mednieks, J. Sinica-Sinavskis, M. Pukitis, "Fusion of multisensor data based on different multidimensional distributions", Electronics and Electrical Engineering (Elektronika ir Elektrotechnika, vol. 22, no.4, pp. 68-72, 2016. (25%)
- A. Lorencs, J. Sinica-Sinavskis, D. Jakovels, I. Mednieks, "Melanoma-nevus discrimination based on image statistics in few spectral channels", Electronics and Electrical Engineering (Elektronika ir Elektrotechnika, vol. 22, no.2, pp. 66-72, 2016. (25%)

- A. Lorencs, I. Mednieks, J. Sinica-Sinavskis, "Classification of multisensor images with different spatial resolution", Electronics and Electrical Engineering, vol. 21, no. 5, pp. 81-85, 2015. (50%)
- A. Lorencs, Yu. Sinitsa-Sinyavskis, "A two-stage method for building classifiers", Automatic Control and Computer Sciences, vol. 46, is. 5, pp. 214-222, 2012. (20%)
- R. Dinuls, G. Erins, A. Lorencs, I. Mednieks, and J. Sinica-Sinavskis, "Tree species identification in mixed Baltic forest using LiDAR and multispectral data", IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens., vol. 5, no. 2, pp. 594–603, 2012. (20%)
- A. Lorencs, I. Mednieks, J. Sinica-Sinavskis, "Design problems of tree species classifiers for multispectral images", Automatic Control and Computer Sciences, vol. 45, no. 2, pp. 61-69, 2011. (33%)

Konferenču tēzes, kuros publicēti darba rezultāti:

- A. Lorencs, I. Mednieks and J. Sinica-Sinavskis, "Selection of informative bands for classification of hyperspectral images based on entropy", Proc. of BEC2016, the 15th Biennial Conference on Electronics and Embedded Systems. Tallinn, Estonia on October 3-5, pp. 135-138, 2016. (33%)
- A. Lorencs, I. Mednieks and J. Sinica-Sinavskis, "Simplified classification of multispectral image fragments", Electronics and Electrical Engineering. Kaunas: Technologija, 20(6), pp. 136–139, 2014. (33%)
- G. Erins, A. Lorencs, I. Mednieks, J. Sinica-Sinavskis, "Tree species classification in mixed Baltic forest", Proceedings of 3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS), pp. 1-4, 2011. (25%)

Konferences un semināri, kuros autors prezentējis darba rezultātus:

 A. Lorencs, I. Mednieks and J. Sinica-Sinavskis, "Selection of informative bands for classification of hyperspectral images based on entropy", proc. of BEC2016, the 15th Biennial Conference on Electronics and Embedded Systems, Tallinn, Estonia on October 3-5, 2016. pp. 135-138. (20%)

- A. Lorencs, I. Mednieks and J. Sinica-Sinavskis, "Simplified classification of multispectral image fragments", Conference *ELECTRONICS 2014*, Palanga, Lithuania on June 16-18, 2014. (33%)
- A. Lorencs un J. Siņica-Siņavskis, "Dispersijas lietojums spektrālo joslu izvēlē", LU 74. konf. sekcijas sēde Aktualitātes statistikā (Latvijas un starptautiskajā statistikas praksē, izglītībā, zinātnē), Rīga, 12.02.2016. (50%)

Patents, kurā ir darba rezultāti:

LR patents Nr.14998. "Ierīce ādas melanomas atšķiršanai no labdabīgas dzimumzīmes". Izgudrotāji: Aivars Lorencs, Ints Mednieks, Juris Siņica-Siņavskis, Dainis Jakovels, Dmitrijs Bļizņuks. Īpašnieks Elektronikas un datorzinārņu institūts. Piešķirts 20.08.2015. (**20**%)

Šis darbs ir izstrādāts Elektronikas un datorzinātņu institūtā, Rīgā, Latvijā. Darba rezultāti ir tikuši izmantoti šādos projektos:

- 1. Eiropas Sociālā fonda projekts "Inovatīvas biomedicīnisko attēlu iegūšanas un apstrādes tehnoloģijas" (InBiT). Vienošanās Nr.2013/0009/1DP/1.1.1.2.0/13/APIA/VIAA/014
- Valsts pētījumu programmas "Kiberfizikālās sistēmas, ontoloģijas un biofotonika drošaiviedai pilsētai un sabiedrībai" (VPP SOPHIS), Projekts Nr4. "Tehnoloģijas drošai un uzticamai gudrajai pilsētai".

Darba struktūra

Promocijas darba apjoms ir 129 lappuses. Darbs sastāv no ievada un 6 nodaļām: ievadā lasītājs tiek iepazīstināts ar tēmu, izvirzītajiem uzdevumiem un hipotēzi. 1. nodaļā ir literatūras pārskats par joslu izvēles metodēm un klasifikācijas procedūrām. 2. nodaļā ir aprakstīti pētījumā izmantotie dati un veiktā priekšapstrāde, 3. nodaļā ir doti piedāvātie risinājumi spektrālo joslu izvēlei un attēlu pikseļu klasifikācijai. 4. nodaļā ir analizēti joslu komplekti, kas iegūti ar piedāvātajām spektrālo joslu izvēles procedūrām. 5. nodaļā ir aprakstīti multidimensionālu attēlu klasifikācijas rezultāti. 6. nodaļa satur secinājumus par promocijas darbā izvirzīto hipotēzi un darba mērķu sasniegtajiem rezultātiem. Tālāk seko pateicības, izmantotās literatūras un avotu saraksts un pielikumi.

1. nodaļa

Literatūras pārskats

1.1. Joslu izvēles metodes

Pēdējo gadu laikā hiperspektrālu attēlu apstrāde ir kļuvusi par ļoti populāru tēmu tālizpētes nozarē. Aplūkojot Institute of Electrical and Electronics Engineers (IE-EE) *Xplore* zinātnisko un konferenču rakstu datubāzē ierakstus pēc atslēgas vārdiem: *hyperspectral, band selection, classification,* un meklēto laika periodu sadalot vienādās daļās, t.i., 1999-2002, 2003-2006, 2007-2010, 2011-2014, 2015-2018, varam novērot ļoti ievērojamu rakstu pieaugumu tieši pēdējos 2 periodos, skat. att.1.1. Literatūras pārskats par joslu izvēles procedūrām, klasifikatoriem u.c. ar šo nozari saistītiem jautājumiem ir sniegti 1. nodaļā.



1.1. att. Rakstu skaits IEEE Xplore datubāzē par hiperspektrālu attēlu apstrādi

Papildinot literatūras meklēšanu ar atslēgas vārdiem: spectral band selection,

channel selection, remote sensing, dimensional reduction, Hughes phenomenon, optimum index factor, optimum band selection, tika caurskatītas arī citas datubāzes:

- 1. Google Scholar,
- 2. Society of Photographic Instrumentation Engineers (SPIE),
- 3. SCOPUS, WebOfScience.

Literatūras apkopošanas rezultātā tika atlasītas, lejupielādētas un analizētas 285 publikācijas, t.sk. grāmatas, disertācijas un zinātniski raksti, no kurām 129 raksti var tikt attiecināti uz spektrālo joslu izvēli, bet 33 raksti S1 - S33, skat. A.3. pielikumu, ir par joslu izvēles metodēm, kuras apkopotas A.7. tab. Katra metode ir matemātiski sarežģīta un nav viegli ierindojama kādā no vispārzināmām kategorijām. Analizējot joslu izvēles metodes, tika pētīti vairāki faktori, pēc kuriem varētu spriest vai konkrētā metode būtu derīga un kādam uzdevumam, hiperspektrālam attēlam pielietojama. Par būtiskiem faktoriem tika uzskatīti: hiperspektrālais attēls vai attēli, sākotnējais joslu skaits attiecībā pret reducēto joslu skaitu, kopējā precizitāte un *kappa* vērtība. Pēc *Scopus* un *IEEE Xplore* datubāzēs pieejamās citējamības rādītājiem (*h-index*) publikācijām, mēs varējām atlasīt *nozīmīgākās* metodes: kanoniskā analīze pēc minimuma klasifikācijas principa (*minimum-misclassification canonical analysis*), piespiestās enerģijas joslu izvēles metode (*N-FINDER*), vadītā joslu izvēles metode, izmantojot kovariācijas matricu (*minimum estimated abundance covariance*).

Citā literatūrā, Chang [12] ir pieminējis nozīmīgas informatīvo joslu izvēles metodes. Attāluma mēra metodes (*Bhattacharyya distance, Jeffreys-Matusita distance*), informācijas teorijā balstītas metodes: diverģence, transformētā diverģence, savstarpējā informācija (*divergence, transformed divergence, mutual information*) un īpašvērtību analīzes metodes. Chang publikācijā [13] piedāvā joslu prioritizācijas un dekorelācijas metodi. Pirms tam diezgan plaši tika pētītas maksimālās paticamības (*maximum likelihood*) metodes, lai izvēlētos spektrālās joslas, piem., [37].

Vairākas vadītās (pārraudzītās), pusvadītās joslu izvēles metodes balstās pieejā, kura nodrošina vislabāko kategoriju atšķiršanu [3, 86, 63, 66, 29, 58, 28, 82, 24, 41, 74, 35]. Daļa no šīm metodēm balstās uz savstarpēju informāciju, ņemot vērā informāciju par pikseļu piederību kategorijām no *ground truth* attēla ([28, 82, 24, 41]), un, veicot joslu klasterizāciju ([74, 35]).

Nevadītās (nepārraudzītās) joslu izvēles metodes ir konstruētas tā, lai neizmantotu spektrālo joslu izvēlē informāciju par pikseļu piederību kādai no attēla kategorijai. Šīs metodes ir ļoti dažādas, daļa no tām ir vērsta uz tādu joslu izmantošanu, kurām pikseļi ir bez trokšņa, piem. viļņu jeb veivletu saraušanās (*Wavelet Shrinkage*) izmantota, lai atdalītu signālu no trokšņa ([36]). Līdzīgi kā vadāmās joslu izvēles metodes, nevadītās joslu izvēles metodes arī izmanto entropijas teorijas pieņēmumus [27]. Statistikas metodes, kā piem., regresijas analīzes lineāru vienādojumu izmantošana, koeficientu novērtējumu formulas tiek pielietotas nevadīto joslu izvēles pieejās [23]. Ir arī mēģinājumi radīt oriģinālas pieejas, piem., izmantojot gradienta metodi spektrālo joslu izvēlē [26]. Vairāki nevadāmie joslu izvēles algoritmi ir balstīti joslu prioritizācijā, tai skaitā ranga, joslu līdzības un maksimālās joslu informācijas (informativitātes) aprēķināšanā ([5], [23, 18, 85, 22, 78, 76, 77, 83, 87, 44]). Piemēram, piespiestās enerģijas joslu izvēles metode ([16]) veidota pēc principa, lai sakārtotu joslas prioritārā secībā pēc informācijas lieluma, ko satur katra atsevišķa josla, kā arī izdzēšot tās joslas, kuras ir savstarpēji ļoti korelētas un ir dublējošas.

Aplūkosim literatūras pārskatu blokshēmu att.1.2. Ar taisnstūriem ir attēloti zinātniskie raksti S1 - S33, no kuriem ar dzelteno krāsu iekrāsoti veltīti nevadīto joslu izvēles pieejām, bet ar gaiši zilo krāsu - vadītām joslu izvēles pieejām. Literatūras pārskatā raksti sakārtoti 6 gadu grupās (sākot ar vecākajiem): 2005 — 1999, 2009 — 2006, 2012 — 2010, 2014 — 2013, 2016 — 2015 un 2018 — 2017. Ar bultiņām savienoti tie raksti, kuri ir vecāko rakstu šo pašu autoru turpinājumi, vai citu autoru papildinājumi, kas balstīti uz iepriekšējām joslu izvēles pieejām. Vairākas pieejas S10, S7, S28, S19, S20, S21 ir balstītas informācijas teorijas pieņēmumos, un šīs pieejas izmanto vai nu aglomeratīvu, vai divisīvu joslu meklēšanas stratēģiju, kuras aplūkosim 1.1.3. apakšnodaļā.

1.1.1. Daudzdimensionālās statistikas teorijas pieņēmumi un formulas

Vairākas joslu izvēles metodes izmanto statistikas teorijas pieņēmumus un formulas. Grāmatā [4] par statistikas teorijas izmantošanu attēlu apstrādē, spektrālo joslu attēlu pikseļus interpretē kā gadījuma lielumus. Šādu gadījumu lielumu analīzi veic ar dažādu statistisku parametru novērtējumu un koeficientu palīdzību, piemēram:

- 1. vidējā vērtība (pirmās kārtas moments): $EX = \mu$
- 2. dispersija (otrās kārtas moments): $\sigma^2 = E(X-\mu)^2$ vai standartnovirze $\sqrt{\sigma^2}.$



1.2. att. Literatūras pārskata blokshēma publikācijām A.4. pielikumā

3. Asimetrijas (*skewness*) koeficents (trešās kārtas moments):

$$\gamma_1 = \frac{E\left(\left(X - E(X)\right)^3\right)}{\left(\sigma^2\right)^{3/2}},$$

gadījuma lielumam X, ar kuru var novērtēt datu sadalījuma simetrijas trūkumu ap vidējo vērtību [4].

4. Ekscesa (*kurtosis*) koeficients (ceturtās kārtas moments):

$$Kurt = \frac{E\left(\left(X - E(X)\right)^4\right)}{\left(\sigma^2\right)^2}.$$

Ceturtās kārtas momentu nereti izmanto datu sadalījuma pārbaudei [4], tas ir, vai dati ir sadalīti pēc Gausa jeb normālā sadalījuma likuma.

5. Pīrsona korelācijas koeficientu

$$\rho(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y} = \frac{E(X-Y)^2}{\sigma_X\sigma_Y},$$

definē kā divu gadījumlielumu X un Y lineāras atkarības mēru, kur σ_X, σ_Y ir gadījumlielumu X, Y standartnovirzes, bet cov(X, Y) - sauc par kovariāciju [80]. Zināms, ka korelācijas koeficients apmierina nevienādības:

$$0 \le |\rho(X, Y)| \le 1.$$

Šādu gadījuma lielumu novērtējumi ir balstīti daudzdimensionālās statistikas teorijas (Multivariate statistics) pieņēmumos [1], kur datu statistiskā analīze ir plaši teorētiski pētīta, kas ļauj izmantot matemātisko metožu kopumu hiperspektrāliem attēliem. Pirms aplūkosim dažus šīs teorijas pieņēmumus, precizēsim hiperspektrālu attēlu definīciju.

Literatūrā [84] hiperspektrālu attēlu definē kā 3 - dimensionālu kubu

$$A=a_{(m,n,k)}, 1\leq m\leq M; 1\leq n\leq N, 1\leq k\leq K,$$

kur pirmā un otrā dimensija $[1, M] \times [1, N]$ ir pikseļu izvietojums Dekarta koordinātu xoy sistēmā, ko angliski sauc par sensing area. 3. dimensija ir spektrālo joslu amplitūda (range of spectral band) ar joslu skaitu intervālā [1, K]. Matricas A var ilustrēt ar kubu att.1.3 ([10]).

Hiperspektrāla attēla pikseļus, kuru izvietojumu attēlā nosaka Dekarta koordinātu xoy sistēma, katram k var sakārtot vektorā \mathbf{x}_k tā, ka matricas A visas N kolonnas sakārtojas viena aiz otras. Tādējādi vektors $\mathbf{x}_k = (x_{k1}, x_{k2}, ..., x_{kL})^T$ ir ar izmēru $1 \times L$, kur $L = M \times N$.

Saskaņā ar daudzdimensionālās statistikas teoriju, vektoru $\mathbf{X} = (X_1, X_2, ..., X_K)^T$ interpretēsim kā gadījuma vektoru, kurš definēts varbūtību telpā $\langle \Omega, \Sigma, P \rangle$. Ω - elementāro notikumu telpa, Σ - notikumu σ algebra, kuras elementi ir Ω apakškopas, P - funkcija, kura definēta kopā Σ un katram Σ elementam U piekārto nenegatīvu reālu skaitli P(U). P(U) sauc par varbūtības mēru. Vektora \mathbf{X} komponentes X_k ir gadījuma lielumi, kuru realizācijas ir interpretējamas kā spektrālās joslas k pikseļu vērtības. Respektīvi, gadījuma lieluma X_k realizāciju skaits atbilst pikseļu skaitam $|\mathbf{x}_k| = L$.

Nereti hiperspektrālajam attēlam A ir dota informācija par xoy plaknē izvietoto



1.3. att. Hiperspektrālā attēla matricas ilustratīvs paskaidrojums

pikseļu piederību kategorijām, tas ir, dots patieso kategoriju attēls *B*. Pieņemsim, ka ir zināms attēla *A* pikseļu patieso kategoriju attēls *B* ar kopskaitā *S* kategorijām $K_1, K_2, ..., K_S$. Tad gadījuma lieluma X_k realizāciju skaits kategorijai K_s atbilst pikseļu skaitam | $\mathbf{x}_k \mid = L_s < L$ (s = 1, 2, ..., S), kur L_s ir pikseļu skaits kategorijai K_s .

Tādējādi iegūstam, ka hiperspektrālā attēla spektrālās joslas k pikseļu kopums ir interpretējams kā gadījuma vektors, kur katra komponente ir gadījumlieluma realizācija, tas ir, atstarojuma intensitātes vērtība k-tajā spektrālajā joslā. Apzīmēsim spektrālo joslu k ar $\mathbf{b}_k = (b_1, b_2, ..., b_L)^T$, kur $b_l = x_{kl}$ (l = 1, ..., L).

1.1.2. Informācijas teorijas pieņēmumi un formulas

Nereti informācijas teorijas pieņēmumi un formulas tiek izmantotas spektrālo joslu izvēles procedūrās, kurus šeit detalizētāk aplūkosim. Informācijas teorijā [7] tiek pieņemts, ka eksistē gadījumlielums X no diskrētās telpas χ , un x ir elements no χ . Katram pozitīvam L spēkā, ka X ir L-dimensionāls gadījuma vektors $(X_1, X_2, ..., X_L)^T \in \chi^L$, x ir elements no χ^L . Gadījumlielumam X diskrētā telpā χ Šenona entropija [73] ir eksperimenta nejaušības (*uncertainty*) mērs, kas tiek definēts ar vienādību

$$H(X) = -\sum_{x \in \chi} P(X=x) log(P(X=x)).$$

Vēl definēsim apvienoto (*joint*) entropiju divu gadījumlielumu pārim (X,Y):

$$H(X,Y) = -\sum_{x\in\chi,y\in\Upsilon} P(X=x,Y=y) log(P(X=x,Y=y)) + \frac{1}{2} P(X=x,Y=y) + \frac{1}{2} P(X=x,Y=y)$$

nosacījuma (conditional) entropiju (nejaušības mērs gadījumlielumam X pie nosacījuma, ka Y ir zināms)

$$H(X \mid Y) = -\sum_{x \in \chi, y \in \Upsilon} P(X = x, Y = y) log(P(X = x \mid Y = y)).$$

Joslu izvēles procedūras [28, 57] izmanto savstarpējo (*mutual*) informāciju, kas ir vispārīgs atkarības mērs starp diviem gadījumlielumiem (mērs izsaka informācijas daudzumu, kas iegūts ar X, novērojot Y). Savstarpējo informāciju definē ar vienādību

$$I(X;Y) = \sum_{x \in \chi, y \in \Upsilon} P(X=x,Y=y) \log(\frac{P(X=x,Y=y)}{P(X=x)P(Y=y)}).$$

Publikācijā [13] lieto diverģences jeb 'pretrunas' mēru (vēl zināms kā *Kullback-Leibler* mērs,1951), kas nosaka 'pretrunu' starp 2 varbūtību sadalījumiem **p** un **q** ar vienādību

$$\begin{split} I(X,Y) &= D_{KL}(P(X=x,Y=y) \parallel P(X=x)P(Y=y)) = D_{KL}(\mathbf{p},\mathbf{q}) = \\ &= L(\mathbf{p},\mathbf{q}) + L(\mathbf{q},\mathbf{p}), \end{split}$$

kur $L(\mathbf{p}, \mathbf{q}), L(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ ir relatīvās entropijas definētas ar vienādībām

$$L(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{L} p_i log(\frac{p_i}{q_i}), L(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{L} q_i log(\frac{q_i}{p_i}).$$

Tiek pieņemts, ka varbūtību sadalījumu blīvumfunkcijas \mathbf{p} un \mathbf{q} ir 2 spektrālo joslu \mathbf{b}_i un \mathbf{b}_j attēlu histogrammas (atstaroto vērtību biežumi noteiktos intervālos). Šāds pieņēmums tiek izmantots arī entropijas aprēķinam *i*-tai spektrālai joslai \mathbf{b}_i , ja \mathbf{p}_i ir \mathbf{b}_i pikseļu histogramma

$$H(\mathbf{p}_i) = \sum_x \mathbf{p}_i(x) log \mathbf{p}_i(x),$$

kur x apzīmē histogrammas intervāla numuru.

1.1.3. Joslu meklēšanas stratēģijas

Liela daļa no izvēles procedūrām pielieto vienu no 2 joslu meklēšanas stratēģijām: aglomeratīvo (secīgi uz priekšu, uzkrājošo) vai divisīvo (secīgi uz atpakaļu, izslēdzošo). Aglomeratīva stratēģija ir izmantota rakstos [13, 28, 23], bet divisīva stratēģija [25, 75]. Tēlu pazīšanas uzdevumos pazīmju ieguvei [30] zināmi vairāki algoritmi, skat. att.1.4. Pazīmju ieguves algoritmi sadalīti divās grupās: statistiskas tēlu pazīšanas (*Statistical pattern recognition*) un mākslīgo neironu tīklu (*artificial neural network*) metodes, no kurām pirmās iedalās optimālajās un apakš-optimālās (*suboptimal*). Pilnās pārlases algoritmi (*branch and bound*) joslu izvēles problēmai literatūrā [42] skatīti gadījumā, kad meklējamo joslu skaits ir pāris joslu. Marques de Sa [71] kā apakš-optimālās metodes pazīmju ieguvei piedāvā ģenētiskus algoritmus, secīgi uz priekšu vai atpakaļu meklēšanas stratēģijas (*sequential search (direct)*) un abu secīgo stratēģiju apvienojums (*sequential search (dynamic)*). Citā literatūrā [39] šos algoritmus, joslu meklēšanas stratēģijas sauc par heiristiskām metodēm. Tālāk aplūkosim dažus joslu meklēšanas stratēģiju piemērus.



1.4. att. Pazīmju ieguves algoritmu taksonomija

Aglomeratīvas joslu meklēšanas stratēģijas piemēri

1. joslu $B_k\;(k=1,2,...,n)$ meklēšanas stratēģijas piemērs satur 5 soļus [13], lai atrastunjoslas:

- 1. Inicializācija: iteratīvajam mainīgajam j tiek piešķirta vērtība 1 (j = 1) un sākotnējo joslu kopa tiek apzīmēta ar $\Omega_1 = \{B_1\}$.
- 2. *j*-tajā solī (j > 1), katram *j* aprēķina $D_{KL}(B_i, B_j)$, kur $B_i \in \Omega_{j-1}$.
- 3. Ja $D_{KL}(B_i,B_j)<\varepsilon,\,B_j$ tiek izmesta. Apzīmējam $\Omega_j=\Omega_{j-1}$ un ejam uz soli 5.
- 4. Pretējā gadījumā, $D_{KL}(B_i,B_j)\geq \varepsilon$ un pārbauda vai B_i ir pēdējā josla no Ω_{j-1}
 - a) Ja tā ir pēdējā josla kopā Ω_{j-1} , tad $D_{KL}(B_i, B_j) \geq \varepsilon$ visiem $B_i \in \Omega_{j-1}$. Tas nozīmē, ka joslu B_j satur informāciju, kuru nevar reprezentēt neviena no joslām kopā Ω_{j-1} . Tādējādi, tā ir jāpievieno kopai Ω_{j-1} . Apzīmēsim $\Omega_j = \Omega_{j-1} \cup \{B_j\}$ un ejam uz soli 5.
 - b) Ja tā nav pēdējā josla kopā
 $\Omega_{j-1},$ turpinām pārbaudīt nākamo B_i n
o $\Omega_{j-1},$ un ejam uz soli 3.
- 5. Ja j = n, apstādinām algoritmu. Pretējā gadījumā, j = j + 1, un ejam uz soli 2.

Procedūras izpildes rezultātā tiek iegūta joslu kopa Ω_i .

2. joslu meklēšanas stratēģijas piemērs [23] saistīts ar regresijas analīzi, kur regresijas modelis definēts ar vienādojumu

$$a_0 + a_1 \mathbf{b}_1 + a_2 \mathbf{b}_2 = \mathbf{b}',$$

kur par regresoriem pieņem spektrālās joslas \mathbf{b}_1 un \mathbf{b}_2 , bet par regresandu ar \mathbf{b}' ir apzīmēta spektrālo joslu lineāra kombinācija, kas vienāda ar joslas \mathbf{b} novērtējumu \mathbf{b}' . Regresijas koeficientus a_o, a_1, a_2 aprēķina pēc formulas

$$\mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

kur matricas X pirmā kolonna ir 1, otrā un trešā kolonna ir \mathbf{b}_1 un \mathbf{b}_2 , un \mathbf{y} ir \mathbf{b}_j , j = 3, 4, ..., L, kur L ir joslu kopskaits. Lai atrastu joslu \mathbf{b}_3 , kura būtu visatšķirīgākā salīdzinājumā ar \mathbf{b}_1 un \mathbf{b}_2 , tiek minimizēta vienādība $e_j = \| \mathbf{b}_j - \mathbf{b} \|$, un tiks izvēlēta josla \mathbf{b}_i , kura dos no visiem $j \max(e_i) = e_i$.

Šāds regresijas modelis ir viegli pārnesams uz gadījumu, ja no L joslām ir jāizvēlas n joslas. Vēl rakstā aplūkota parciālā regresija ortogonālas apakštelpas projekcijas (orthogonal subspace projection) aprēķinam, lai atrastu sākotnējās \mathbf{b}_1 un \mathbf{b}_2 joslas, kā arī veiktu nākamo joslu salīdzinājumu pēc šo joslu ortogonālas projekcijas.

Piebildīsim, ka šajā joslu meklēšanas stratēģijas aprakstā joslas \mathbf{b} ar kārtas numuriem 1, 2 un 3 neatbilst sākotnējā attēla joslu kārtas numuriem.

Divisīvas joslu meklēšanas stratēģijas piemērs

Pirms procedūras soļu precizēšanas, aplūkosim rakstā [75] piedāvāto pieeju joslu izvēlei.

Pieņem, ka izvēlas n joslas no centrētiem datiem L joslās $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_L)^T$, kur $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{Mi})^T$ ir kolonnas vektors, konstruēts ar *i*-to joslu no \mathbf{X} , un M ir pikseļu skaits, kas satur ns kolonnas un nl rindiņas ($M = ns \cdot nl$). Tiek veidota matrica

$$\mathbf{N}(i,j,k) = \frac{\mid \mathbf{x}_k(i,j) - \mathbf{x}_k(i-1,j) \mid + \mid \mathbf{x}_k(i,j) - \mathbf{x}_k(i,j-1) \mid}{2}$$

kura tiek nosaukta par trokšņu matricu. Lai iegūtu datus bez baltā trokšņa, pielieto transformāciju $\mathbf{Y} = \mathbf{F}_N^T \mathbf{X}$, kur $\mathbf{F}_{\mathbf{N}} = U \cdot \Delta^{-1/2}$ ir \mathbf{N} baltā trokšņa matrica, U, Δ ir īpašvektoru un īpašvērtību matricas kovariācij
matricai $\Sigma_{\mathbf{N}}$. Tiek definēts lielums

$$Q(\mathbf{X}) = det\left(\frac{1}{M}\mathbf{F}_{\mathbf{N}}\mathbf{F}_{\mathbf{N}}^{T}\mathbf{X}\mathbf{X}^{T}\right) = det\left(\frac{1}{M}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{N}}^{-1}\mathbf{X}\mathbf{X}^{T}\right) = det(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{N}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}}) = \frac{det(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}})}{det(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{N}})},$$

kur $\Sigma_{\mathbf{X}}$ ir \mathbf{X} kovariācijmatrica.

Joslu meklēšanas procedūras soļi:

- 1. Aprēķina trokšņa matricu **N**.
- 2. Fiksē iteratīvo mainīgo k=L, un aprēķina kovariācij
matricas $\Sigma_{\bf X}$ un $\Sigma_{\bf N}$ oriģinālajiem datiem un trokšņu matricai.

Kamēr k > n (while)

- 3. Izmet katru rindu un kolonnu no $\Sigma_{\mathbf{X}}$ un $\Sigma_{\mathbf{N}}$ secīgi, kas rezultējas $k \times k$ apakšmatricās, apzīmējot tās ar $\Sigma_{\mathbf{X}}^{(i)}$ un $\Sigma_{\mathbf{N}}^{(i)}$.
- 4. Aprēķina katrai joslai (i = 1, 2, ..., k)

$$Q(i) = \frac{det(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}}^{(i)})}{det(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{N}}^{(i)})}$$

- 5. Atrodam joslu, kuru izmetam: indekss = argmaxQ(i) visiem *i*.
- 6. Atjaunojam kovariācij
matricas $\Sigma_{\mathbf{X}} = \Sigma_{\mathbf{X}}^{(indekss)}$ un $\Sigma_{\mathbf{N}} = \Sigma_{\mathbf{N}}^{(indekss)}$.
- 7. k = k 1

cikla beigas (end while)

8. Izvēlētās joslas ir atlikušās joslas $\left[x_{a_1}, x_{a_2}, ..., x_{a_n}\right].$

1.2. Klasifikācijas procedūras

Ja mūsu rīcība nodota noteikta attēla pikseļu kopa X, tās sadalīšana praktiski ērti izmantojamās apakškopās var notikt divos principiāli atšķirīgos veidos: pirmkārt, varam fiksēt apakškopu skaitu k un precīzu kārtulu, kas nosaka katra pikseļa $(x) \in X$ piederību, resp., nepiederību, apakškopai X_i , i = 1, 2, ..., k. Šādu kārtulu piemēri ir gan Beijesa, gan k - tuvāko kaimiņu (k-NN), gan atbalsta vektora mašīnas (SVM) klasifikatori. Otrkārt, varam fikset noteiktu tuvības mēru starp X pikseļiem un arī algoritmu, kurš kopu X uz izvēlēta mēra pamata sadala apakškopās X_i' tā, ka izpildās nosacījumi

$$\cup_{i=1}^{k} X_{i}' = X, X_{i}' \cap X_{j}' = \emptyset, i \neq j$$

Parasti šādu kopu sadalīšanu apakškopās sauc par klasterizācijas procesu, kuras mērķis ir veidot attēlu apakškopas X_i' tā, lai pikseļi vienā apakškopā būtu tuvāki vai līdzīgāki nekā divās atšķirīgās.

Klasifikatorus var iedalīt pārraudzītos (supervised), nepārraudzītos (unsupervised) un daļēji pārraudzītos (semi-supervised). Piemēram, klasterizācijas gadījumā, ja tiek izvēlēti k centroīdi (iespējamo klasteru centri), pati klasterizācijas procedūra būs pieskaitāma nepārraudzītām klasterizācijas procedūrām, jo izraudzītie klasteru centri fiksē tikai procedūras 'starta pozīciju'. Nepārraudzītas klasterizācijas procedūras piemērs, kurš labi zināms signālapstrādē, ir k - vidējo metode (k means). Pārraudzītas un daļēji pārraudzītas klasifikācijas procedūras piemēri ir Beijesa tipa klasifikatori, k-NN, SVM un citi. Pārraudzītu klasifikatoru viena no galvenajām iezīmēm ir tāda, ka klasifikators tiek veidots izmantojot apmācības (dizaina) pikseļu kopas.

1.2.1. Beijesa tipa klasifikators

Viens no zināmākajiem, plaši izpētītiem ir daudzdimensionālās statistikas teorijas ([1]) Beijesa tipa klasifikators, kas praksē nereti ir izrādījies vispiemērotākais attēlu

objektu klasifikācijas uzdevumiem. Beijesa tipa klasifikācijas priekšrocības tiek uzskatītas gadījumos, kad ir nepieciešams garantēt klasifikācijas rezultātu stabilitāti, veicot klasifikāciju citam attēlam, lai noskaidrotu pikseļu piederību iepriekš determinētām kategorijām. Šī klasifikācijas rezultātu stabilitāte, protams, ir varbūtiska rakstura.

Beijesa tipa klasifikācija balstās pieņēmumā, ka dati ir sadalīti pēc normālā jeb Gausa sadalījuma likuma. Tālāk dosim matemātisku pierakstu, lai būtu skaidrs, ar kādiem parametru novērtējumiem Beijesa tipa klasifikācija operē, kā arī definēsim Beijesa tipa klasifikācijas kārtulu. Apzīmēsim multidimensionāla attēla pikseļu j-tās kategorijas, j = 1, ..., r, blīvumfunkciju ar

$$f_j(\boldsymbol{x}) = (2\pi)^{-\frac{K}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}_j|^{-\frac{1}{2}} exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu}')^T \left(\boldsymbol{S}_j\right)^{-1} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu}')\right),$$

kur

$$\boldsymbol{S}_{j} = \frac{1}{c_{j}{'}-1} \sum_{\nu=1}^{c_{j}{'}} (\boldsymbol{x}_{\nu} - \boldsymbol{\mu}{'}_{j}) (\boldsymbol{x}_{\nu} - \boldsymbol{\mu}{'}_{j})^{T}$$

- Īstās kovariācijmatricas punktveida novērtējums,

$$\boldsymbol{\mu'}_{j} = (\mu_{j1}{}', \mu_{j2}{}', \dots \mu_{jK}{}')^{T}$$

vidējās vērtības vektora punktveida novērtējums

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, ..., x_K)^T$$

- multidimensionālā attēla spektrālo joslu pikseļu vektors, kur $c_j{\,'}$ - j-tās kategorijas pikseļu skaits.

Beijesa tipa klasifikācijas kārtula

Klasifikācijas kārtula R definējama šādi:

Pikseli \boldsymbol{x} klasificēsim kā k-tās kategorijas pikseli tad un tikai tad, ja visiem j = 1, ..., r

$$f_k(\boldsymbol{x})/f_j(\boldsymbol{x}) \geqslant 1$$

Turklāt R ir definēta ar nosacījumu, ka apriorās varbūtības ir vienādas visām kategorijām. Ja apriorās varbūtības katrai kategorijai ir atšķirīgas, resp., ja kādiem $j, k = 1, ..., r, j \neq k$ eksistē tādi $p_j \neq p_k$, tad klasifikācijas kārtula R pārrakstāma šādi:

Pikseli \boldsymbol{x} klasificēsim kā k-tās kategorijas pikseli tad un tikai tad, ja visiem j =

1, .., r

$$\Big(p_k\cdot f_k(\pmb{x})\Big)/\Big(p_j\cdot f_j(\pmb{x})\Big)\geqslant 1,$$

kur p_j un p_k , $k, j = 1, ..., r, j \neq k$, ir apriorās varbūtības.

1.2.2. k-NN klasifikators

Tuvāko kaiminu klasifikators (k- nearest neighbour classifier jeb k-NN) veidots ar klasterizācijas hierarhisko procedūru jeb koku klasterizāciju(tree clustering) [4]. Atšķirībā no k- vidējo metodes (kmeans) [4], klasterizācijas hierarhiskās metodes nefiksē a priori izvēlētu klasteru, resp. klasteru centru skaitu k, kuru procesa gaitā nedaudz koriģē, vai arī saglabā nemainīgu līdz klasterizācijas procesa beigām. Izšķir divus hierarhiskās klasterizācijas tipus: saškeļošo (*splitting algorithm*) un apvienojošo (*merging* algorithm), kuru nereti dēvē par aglomeratīvo tipu. Ja sašķelošās metodes starta pozīcija ir pieņēmums, ka analizējamā datu kopa ir viens klasteris, kuru pakāpeniski vajag sašķelt mazāka apjoma klasteros, tad apvienojošais tips par starta pozīciju pienem situāciju, kurā katrs X elements \boldsymbol{x} veido vienu klasteru $\{\boldsymbol{x}\}$, bet klasterizācijas algoritma 'uzdevums' ir pakāpeniski apvienot šos singulāros klasterus relatīvi 'lielos' klasteros. Tuvāko kaiminu hierarhiskās klasterizācijas algoritms ir aglomeratīva tipa, kura īpašības nosaka izvēlētais klasteru tuvības mērs, jo divu 'sīko' klasteru apvienošana notiek uz šī mērskaitļa pamata. Ja tuvības mērs ir distance starp klasteriem, tad apvienošanas kārtula (*linkage rule*) 'pieprasa' apvienot tos divos 'sīkos' klasterus, kuru distance ir vismazākā. Par pikseļu tuvības mēru visbiežāk izvēlas Eiklīda distanci

$$d_e(\pmb{x}, \pmb{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^p (x_i - y_i)^2},$$

kur p - multidimensionāla attēla pikseļu spektrālo vērtību vektora komponenšu skaits (joslu skaits).

Tātad pirmajā solī hierarhiskās klasterizācijas procedūra katru kopas X elementu uztver kā atsevišķu klasteru, kuru skaits sakrīt ar kopas X apjomu. Hierarhiskās klasterizācijas algoritms ir vienpatīgas sasaistes kārtulas (*single linkage rule*) algoritms, t.i., klasterizācijas pēc tuvākā kaimiņa principa, ja *n*-tajā klasterizācijas solī iegūts X sadalījums šķirtās apakškopās $C_1^n, C_2^n, ..., C_k^n$, bet n + 1-ajā solī C_i^n tiek apvienots ar C_i^n , kad

$$D_{e_2}(C^n_i,C^n_j)=\min\,D_{e_2}(C^n_s,C^n_t)\;,s\neq t,$$
kur

$$D_{e_2}(C_i,C_j) = min \ d_e(\pmb{x},\pmb{y}), \ (\pmb{x},\pmb{y}) \in C_i \times C_j.$$

Klasterizācijas pēdējais solis nebūt nav tas, kurā iegūstam klasteri $C_1^n = X$; faktisko apstāšanos soli nosaka klasteru skaits k, kas iegūts n-tajā solī, vai arī apstāklis, ka iegūtajos klasteros saskatāma noteikta jēga.

Klasifikators k-NN MatLab modelēšanas vidē tiek realizēts ar funkciju *fitcknn* un *predict* palīdzību, kur k kaimiņu skaits = 3, un Eiklīda distances vietā izvēlēta *city-block* distance.

1.2.3. SVM klasifikators

Atbalsta vektora mašīnas (support vector machine jeb SVM) izmantošana klasifikācijā neprasa papildus pieņēmumus par datu sadalījuma likumu [71]. SVM centrālā ideja ir papildināt diskriminantfunkciju tā, ka tā izmanto optimāli informāciju par pikseļu izvietojumu plaknē pie diskriminantfunkcijas robežas (atdalošās hiperplaknes tuvumā).



1.5. att. SVM diskriminants un atbalsta vektori no abām kategorijām

Pieņemsim, ka ir 2 kategorijas un lineāra diskriminantfunkcija ar mērķvērtībām +1 un -1. Atdalošā hiperplaknei ir spēkā nosacījumi:

$$w' x_i + w_0 \ge 0, \ ja \ t_i = +1; w' x_i + w_0 < 0, \ ja \ t_i = -1,$$

kur $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{t}$ ir svara koeficienti. Par matricas $\boldsymbol{\Phi}$ elementiem ir izvēlētas kodolfunkcijas (*radial basis function*) vērtības ar fiksētiem parametriem centroīdam un gludināšanas faktoram. Jebkura pikseļa \boldsymbol{x}_i , tas ir, plaknes punkta attālums līdz hiperplaknei ir tieši $|\boldsymbol{w}'\boldsymbol{x}_i + w_0| / || \boldsymbol{w} ||$ kā parādīts att.1.5. Līdz punktam (0,0) distance ir $|w_0| / || \boldsymbol{w} ||$. Attālumu no hiperplaknes līdz tuvākajam punktam sauc par atdalošo robežu (*margin of separation*). SVM pieeja lineārā gadījumā ir hiperplaknes determinēšana jeb optimālas hiperplaknes (*optimal hyperplane*) noteikšana, kas maksimizē atdalošo robežu. Pieņemsim, ka esam atraduši optimālu hiperplakni, tas ir, vienādojuma $\boldsymbol{w}'\boldsymbol{x}_i + w_0 = 0$ saknes. \boldsymbol{w} un w_0 vērtības vienmēr var izdalīt ar svariem un pieskaitīt novirzi ar to pašu skalāru lielumu, neizmaninot hiperplaknes līdz punktam ir $1/||\boldsymbol{w}||$, tas ir,

$$\min_{\boldsymbol{x}_{i}} \mid \boldsymbol{w}' \boldsymbol{x}_{i} + w_{0} \mid = 1.$$

Hiperplakne, kas apmierina šo nosacījumu tiek saukta par kanonisko hiperplakni (*canonical hyperplane*) un atbilstošos vektorus \boldsymbol{x}_i , kuri dod minimālo distanci, sauc par atbalsta vektoriem (*support vectors*). Šāda hiperplakne, kas uzskatāmi ilustrē klasifikāciju ar SVM, vizualizēta grafikā att.1.6, kas ir paņemts no Margues de Sa grāmatas 5. nodaļas par neironu tīkliem [71].

Klasifikators SVM *MatLab* modelēšanas vidē tiek realizēts ar *svmtrain* un *svmpredict* funkcijām, kuras ir no *LIBSVM* brīvpieejas programmatūras bibliotēkas [14]. LIBSVM bibliotēkā *C* parametrs, kas augstāk apzīmēts ar w_0 , tiek uzdots no lietotāja. Matricas Φ elementi, lai noteiktu kanonisko hiperplakni, tiek iegūti ar kodolfunkciju (*radial basis function*) $K(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j) = exp(-\gamma \parallel \boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j \parallel^2), \gamma > 0$. Izmēģinot dažādus *C* un γ parametrus, tika fiksēti parametri C = 800 un $\gamma = 50$.

1.2.4. ELM klasifikators

Ekstrēmās mašīnmācīšanās (*Extreme learning machine* jeb ELM) algoritms ir mākslīgo neironu tīkls, kas neveido ciklus, bet ir paredzēts ātrai (ekstrēmai) datu apstrādei, lai izpildītu klasifikāciju, regresiju, klasterizāciju, mazu tuvinājumu (*sparse approximation*), kompresiju un pazīmju mācīšanos [31].

ELM algoritms ir balstīts pieņēmumā, ka neirona tīklu izejā *i*-tais slēptais mezgls ir aprakstāms ar funkciju $h_i(\boldsymbol{x}) = G(\boldsymbol{a}_i, b_i, \boldsymbol{x})$, kur \boldsymbol{a}_i un b_i ir parametri *i*-tajam

slēptajam mezglam. L slēpto mezglu gadījumā, ELM izejā ir funkcija

$$f_L(\pmb{x}) = \sum_{i=1}^L \beta_i h_i(\pmb{x}),$$

kur β_i ir *i*-tā slēptā mezgla svara koeficients. Faktiski ELM izejā ir slēptā slāņa attēlojums $h(\boldsymbol{x}) = G(h_1(\boldsymbol{x}, h_2(\boldsymbol{x}), ..., h_L(\boldsymbol{x})))$, kur *G* ir nelineāro gabalu nepārtraukta funkcija. Ja neironu tīklu apmācībai ir *n* iztvērumi, tad slēpto slāņu attēlojumus apzīmēsim ar $\boldsymbol{H} = (h(\boldsymbol{x}_1), h(\boldsymbol{x}_2), ..., h(\boldsymbol{x}_n))^T$. Un apmācības mērķa vērtības apzīmēsim ar $\boldsymbol{T} = (\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2, ..., \boldsymbol{t}_n)^T$. Tādējādi ELM algoritma pamatā ir minimizēt mērķfunkciju

$$\|\beta\|_p^{\sigma_1} + C\|\boldsymbol{H}\beta - \boldsymbol{T}\|_q^{\sigma_2},$$

kur $\sigma_1>0,\,\sigma_2>0,\,p,q=0,1/2,1,2,...,+\infty,\,C$ - maināms parametrs.

Šajā darbā par G funkciju ir izvēlēta nelineāra (sigmoidāla) funkcija

$$G(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{b}_i, \boldsymbol{x}) = 1/(1 + exp(-(\boldsymbol{a}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b})))$$

un slēpto slāņu skaits ir L = 450. ELM klasifikators realizēts MatLab vidē, kas izstrādāts Nanyang tehniskajā universitātē [64].

Rezultātu salīdzinājumā ELM klasifikators saukts par neironu tīkla (*Neural network* jeb NN) klasifikatoru.

1.3. Precizitātes rādītāji

Šeit aplūkosim biežāk lietotos klasifikācijas precizitātes rādītājus tālizpētē [43]. Kopējā precizitāte (Overall accuracy)

Kopējās precizitātes (OA) formula

$$OA = \frac{\sum_{i=1}^{R} s_{ii}}{\sum_{i=1,j=1}^{R} s_{ij}} \cdot 100,$$

kur $S = (s_{ij})$ - kļūdu matrica (*confusion matrix*) [40], *R*- kategoriju skaits. Kļūdu matricas s_{ij} elements norāda, ka *i*-tās kategorijas pikselis ir klasificēts kā *j*-tās kategorijas pikselis. Lai novērtētu klasifikācijas precizitāti indivduālām kategorijām, tiek

aprēķināta lietotāja precizitāte. Apzīmēsim ar n visu klasificējamo pikseļu skaits

$$n = \sum_{i=1,j=1}^{R} s_{ij}.$$

Lietotāja precizitāte (*User accuracy*) Lietotāja precizitātes (UA) formula

$$UA_i = \frac{s_{ii}}{\sum_{j=1}^R s_{ij}} \cdot 100,$$

kur indekss *i* norāda lietotāja precizitāti *i*-tai kategorijai.

Ražotāja precizitāte (Producer accuracy)

Ražotāja precizitātes (PA) formula

$$PA_i = \frac{s_{ii}}{\sum_{i=1}^R s_{ij}} \cdot 100,$$

kur indekss i norāda ražotāja precizitāti i-tai kategorijai.

Kohena kappa (Cohen's kappa jeb kappa koeficients)

Kohena kappa formula

$$Kappa = \frac{\left(n \sum_{i=1}^{R} s_{ii} - \sum_{i=1}^{R} (s_{i+} \cdot s_{+i})\right)}{\left(n^2 - \sum_{i=1}^{R} (s_{i+} \cdot s_{+i})\right)},$$

kur s_{ij} ir kļūdu matricas elements, s_{i+} - kļūdu matricas *i*-tās rindas summa, kas faktiski ir lietotāja precizitāte *i*-tai kategorijai bez reizinājuma ar 100, s_{+i} kļūdu matricas *i*-tās kolonnas summa, kas analoģiski ir ražotāja precizitāte *i*-tai kategorijai bez reizinājuma ar 100.

Piezīmes

Saskaņā ar definīciju "Cohen's kappa" rādītājs tiek izmantots, lai novērtētu divu neatkarīgu klasifikatoru saskaņotības pakāpi [80]. Ja šo rādītāju vēlamies izmantot atsevišķu klasifikatoru kvalitātes novērtēšanai, jādefinē alternatīvs klasifikators, kuru varam uzskatīt par vislabāko. Šādam klasifikatoram jāapmierina viens vienīgs nosacījums, proti, klasifikācijas eksperimentā aplūkojamais pikselis ar varbūtību 1 jākvalificē (jāmarķē) kā piederošs *j*-tajai kategorijai, ja tas patiešām ņemts no šīs kategorijas.

Pieņemsim, ka f_{jk} - to pikseļu skaits, kurus ideālais klasifikators marķē kā pie-

derošus j-tajai kategorijai, bet pārbaudāmais klasifikators - kā piederošus k-tajai kategorijai. Apzīmējot kategoriju skaitu ar h, definējam lielumus

$$f_{jo} = \sum_{k=1}^{h} f_{jk}, f_{ok} = \sum_{j=1}^{h} f_{jk}, f_{oo} = \sum_{j=1}^{h} \sum_{k=1}^{h} f_{jk}, O = \sum_{j=1}^{h} f_{jj}, E = \sum_{j=1}^{h} \frac{f_{jo} \cdot f_{oj}}{f_{oo}}.$$

Tādā gadījumā kappa

$$k = \frac{O - E}{f_{oo} - E}.$$

Klasifikācijas eksperimenta rezultātu apstrādē jā
ievēro, ka $f_{jo} = c_j$, kur c_j ir eksperimentā izmantot
oj-tās kategorijas pikseļu skaits, kas nav atkarīgs no gadījuma rakstura rezultāti
em; f_{oo} - kopējais aplūkoto pikseļu skaits. Par labāko var
am uzskatīt to klasifikatoru, kurš attiecīgajā eksperimentā dod lielāko Cohen's kappa vērtību.

2. nodaļa

Dati un priekšapstrāde

Promocijas darbā ir pētīti hiperspektrāli attēli, to aprakstu skat. 2.2. nodaļā. 2.1. nodaļā ir dots neliels ieskats par attēlu iegūšanu ar hiperspektrāliem sensoriem un pikseļu interpretāciju tālizpētē. Tālāk 2.3. nodaļā ir dota hiperspektrālu attēlu priekšapstrāde, kas tiek izmantota, lai veiktu spektrālo joslu izvēli ar speciālām procedūrām. Tādējādi hiperspektrāli attēli tiek pārtaisīti par multispektrāliem attēliem, kuru tālākās apstrādes problēmas ir saistītas ar pikseļu klasifikāciju, nereti ar klasifikatora konstrukciju. Daži multispektrālu attēlu pikseļu klasifikācijas risinājumi doti 3.5. nodaļā. Kontekstā ar spektrālo joslu izvēles pieejām, kas aprakstītas 3. nodaļā, šo attēlu klasifikācijas rezultāti ir analizēti 5. nodaļā.

2.1. Hiperspektrālu attēlu iegūšana

Hiperspektrālie attēli tiek iegūti ar speciāliem sensoriem, kuri uztver elektromagnētisko starojumu daudzās spektrālajās joslās, kas vienmērīgi pārklāj noteiktu spektra diapazonu. Pielikumā apkopoti vairāki sensori, kas tiek izmantoti lidmašīnās un satelītos, skat. A.1. tab. un A.2. tab. Hiperspektrālos sensorus bieži lieto dažādiem mērķiem tālizpētē, piemēram, lai iegūtu pēc iespējas daudzveidīgāku informāciju par zemes pārklājumu.

No literatūras zināms [43], ka lidmašīnas hiperspektrālais sensors uzņem datus 90-120 grādu leņķī perpendikulāri lidošanas virzienam, kas ir vērsts no lidmašīnas uz zemi. Izšķir vismaz divu veidu hiperspektrālos sensorus: šķērsām-ceļam-pāri skenēšana (*across-track scanning*) un gar-ceļu skenēšana (*along-track scanning*). Šajā darbā aplūkosim hiperspektrālos attēlus, kuri iegūti ar pirmā veida sensoru, uzņemot attēlu secīgi pa līnijām. Tātad zemes objektu atstarotā vai izstarotā enerģija tiek uztverta



2.1. att. Dažādu objektu atstarojumi

(sensed) hiperspektrālajā sensorā, un tiek sadalīta spektrālajās komponentēs, kuras tiek mērītas neatkarīgi. Katram hiperspektrālā attēla pikselim tiek saglabāti uztvertā signāla mērījumu rezultāti visās sadalītā spektra komponentēm, ko šajā gadījumā sauksim par piksela spektru, bet attiecīgajām spektrālajām komponentēm atbilstošos spektra diapazonus- par spektrālajām joslām. Dažādiem zemes objektiem ir atšķirīgi spektri, piemēram, Landsat multispektrālajam sensoram spektrālās līknes teorētiski izpētītas veģetācijai, ūdenim, augsnei (skat., att.2.1) [61]. Pikselu spektru apstrāde un analīze lauj izveidot matemātiskus algoritmus, ar kuru palīdzību var klasificēt dažādu objektu kategorijas. Jāatzīmē, ka dažādu objektu atšķiršana var neizdoties, piemēram, ja aplūkojam veģetāciju un ūdens kategoriju pikseļu vērtības vienā 0.6 μ m joslā [40]. Ūdens un veģetācija šajā joslā dod loti līdzīgus atstarojumus. Tāpēc objektu klasifikācijas algoritmam ir jāpievieno vēl kādu citu spektrālo joslu, un ja ar to ir par maz, lai klasificētu kādu no objektiem, tad turpina algoritmam pievienot citas spektrālās joslas. Tātad hiperspektrālu attēlu lielais spektrālo joslu skaits dod iespējas izvēlēties tikai tās joslas, kuras ir nepieciešamas, lai klasificētu lietotājam interesējošās objektu kategorijas.

Piezīme.

Ja ir pieejami dažādi hiperspektrālie sensori, tad var izmēģināt tos, kuriem ir plašāks vai šaurāks spektrālais diapazons. Šādu sensoru pielietojums noteiktam zemes pārklājumu klasifikācijas uzdevumam ļautu izveidot algoritmu, lai iegūtu precīzāku objektu klasifikāciju.



2.2. att. (a) Indian Pines attēls un (b) patieso kategoriju attēls

2.2. Izmantotie dati

Indian Pines attels

Indian Pines hiperspektrālais attēls (skat. att.2.2) iegūts ar AVIRIS [62] sensoru Indian Pines apriņķī Indianas štata ziemeļrietumos (ASV) 1992. gada veģetācijas periodā, Indian Pines datu kopa ir brīvpieejas [8]. Tajā redzama jaukta lauksaimniecības un mežu teritorija. Hiperspektrālā attēla izmērs ir 145 x 145 pikseļi, tas iegūts 220 spektrālajās joslās 0,4 - 2,5 μ m viļņu garumu diapazonā ar spektrālo izšķirtspēju 10 nm, telpisko izšķirtspēju 20 m un radiometrisko izšķirtspēju 16-biti. Hiperspektrālajam attēlam ir dota informācija par pikseļu sadalījumu 16 kategorijās: akmens-tērauda torņi; ēkas, zāle, koki, ceļi; meži; kvieši; sojas pupas bez-atliekvielu augsnē; sojas pupas minimāli apstrādātā augsnē; sojas pupas iepriekš neskartā augsnē; auzas; siena kaudze; nopļauta zāle, ganības; zāle,koki; zāle, ganības; kukurūza; kukurūza minimāli apstrādātā augsnē; kukurūza iepriekš neskartā augsnē; lucerna; fons (nav klasificējama kategorija). Klasificējamās kategorijas tālāk apzīmēsim ar K1, K2,..., K16. Kategoriju pikseļu skaitu skat. pielikumā A.3. tab. Indian Pines attēla spektrālo joslu izvēles rezultāti un JKI analīze aprakstīta 4. un 5. nodaļā. Šī attēla EMCR un ECBG joslu izvēles procedūru rezultāti publicēti žurnālos [53, 54].

University of Pavia attels

University of Pavia hiperspektrālais attēls iegūts ar ROSIS-3 [21] sensoru, skat. att.2.3. University of Pavia datu kopa ir brīvpieejas [67]. Attēls iegūts ziemeļu Itālijā Pavia universitātes teritorijā ar ceļu un ēku infrastruktūru. Attēla izmērs ir 610



2.3. att. (a) University of Pavia attēls un (b) patieso kategoriju attēls

x 340 pikseļi, sensors darbojas 103 spektrālajās joslās 0,43 - 0,86 μ m viļņu garuma diapazonā ar spektrālo izšķirtspēju 15 nm un telpisko izšķirtspēju 1,3 m. Hiperspektrālajam attēlam ir dota informācija par pikseļu sadalījumu 9 kategorijās: asfalts; pļavas; grants; koki; krāsoti metāla jumti; kaila augsne; bitumens; pašnoslēdzoši ķieģeļi; ēnas. Klasificējamās kategorijas tālāk apzīmēsim ar K1, K2,..., K9. Kategoriju pikseļu skaitu skat. pielik. A.4. tab. *University of Pavia* attēla spektrālo joslu izvēles rezultāti un JKI analīze aprakstīta 4. un 5. nodaļā. Šī attēla EMCR un ECBG joslu izvēles procedūru rezultāti publicēti žurnālā [54].

Salinas attēls

Salinas hiperspektrālais attēls iegūts ar AVIRIS [62] sensoru, skat. att.2.4. Salinas datu kopa ir brīvpieejas [6]. Šī attēla izmērs ir 512 x 217 pikseļi. Pārējie tehniskie parametri fiksēti aprakstā par Indian Pines hiperspektrālo attēlu. Hiperspektrālajam attēlam ir dota informācija par pikseļu sadalījumu 16 kategorijās: brokoļi 1; brokoļi 2; papuve; melnā papuve; tīrā papuve; kulīšu papuve; selerija; vīnogas; vīnogas uzlabotā augsnē; kukurūza; romiešu salāti 4 nedēļas; romiešu salāti 5 nedēļas; romiešu salāti 6 nedēļas; romiešu salāti 7 nedēļas; vīnadārzs; vīnadārzs vertikālos režģos. Kla-



2.4. att. (a) Salinas attēls un (b) patieso kategoriju attēls

sificējamās kategorijas tālāk apzīmēsim ar K1, K2,..., K16. Kategoriju pikseļu skaitu skat. pielik. A.5. tab. *Salinas* attēla spektrālo joslu izvēles rezultāti un JKI analīze aprakstīta 4. un 5. nodaļā.

GRSS2014 un RGB2014 attēli

Infrasarkano garo viļņu hiperspektrālais attēls (LWIR, thermal infrared), turpmāk apzīmēts ar GRSS2014 attēls, ir ar 84 spektrālajām joslām viļņa garumos $7, 8 - 11, 5\mu m$, telpisko izšķirtspēju 1 metrs (751x874 pikseļi), skat. att.2.5 (a). Ar *Hyper-Cam* sensoru [79] iegūtie dati pārklāj Thetford Mines pilsētas teritoriju Kvebekas (Québec) provincē Kanādā (46,048N, 71.,367W)). Termālais attēls 2014. gadā ir publicēts kā brīvpieejas [79], kad norisinājās *datu sapludināšanas konkurss (data fusion contest* GRSS2014). Tas šobrīd ir pieejams ģeogrāfijas un tālizpētes organizācijas (*Geoscience and Remote Sensing Society*, saīsin. GRSS) mājaslapā [81]. Papildus termālajam attēlam ir dots RGB2014 attēls (telpiskā izsķirtspēja 4386x3769 pikseļi), skat. att.2.8.(b), kurā ir atzīmētas 7 kategorijas: ceļš; koki; sarkans jumts; pelēks jumts; betona jumts; veģetācija; atsegta augsne. Klasificējamās kategorijas tālāk apzīmēsim ar K1, K2,..., K7. Kategoriju pikseļu skaitu skat. pielik. A.6. tab. *GRSS2014* attēla spektrālo joslu izvēles rezultāti un JKI analīze aprakstīta 4. un 5. nodaļā. Divu multidimensionālu attēlu sapludināšanai pikseļu klasifikācijas mērķim pieeja dota



2.5. att. (a) GRSS2014 attēls un (b) RGB2014 attēls

3.5.3. nodaļā. Šī pieeja pārbaudīta RGB2014 un GRSS2014 attēliem un publicēta žurnālā [52].

Termālā attēla apstrāde veikta Valsts pētījumu programmas "Kiberfizikālās sistēmas, ontoloģijas un biofotonika drošai & viedai pilsētai un sabiedrībai" (VPP SOPHIS), Projekta Nr4."Tehnoloģijas drošai un uzticamai gudrajai pilsētai" (GUDPILS) ietvaros.

Nuance kameras attēli

Ar Nuance kameru [68] iegūto multispektrālo (lasīt tālāk: optiskā blīvuma) attēlu, skat. att.2.6, apstrāde notika Eiropas Sociālā fonda projektā "Inovatīvas biomedicīnisko attēlu iegūšanas un apstrādes tehnoloģijas (InBiT)". Mūsu rīcībā bija 126 hiperspektrālie attēli (32 melanomu un 94 nevusu), kuri prezentēja atstarotās gaismas optisko blīvumu 51 spektrālā joslā. Minēto attēlu iedalījums melanomās un nevusos balstījās uz speciālista – dermatologa atzinumiem. Starojuma diapazons – 450 līdz 950 nm. Katras joslas platums – 10 nm. Šādu attēlu apstrāde un spektrālo joslu izvēle aprakstīta 3.4. nodaļā.

CASI multispektrālais attēls

CASI multispektrālais attēls ir iegūts ar hiperspektrālo CASI sensoru [34], kurš



2.6. att. Optiskā blīvuma attēli 540 nm spektrālajā joslā: a) melanoma, b) nēvuss



2.7. att. CASI multispektrālais attēls

var darboties 288 spektrālajās joslās, 380-1050 nm viļņa garumos. Darbā analizētais attēls, skat. att.2.7, ir ar 13 spektrālajām joslām: 427, $3 \pm 28, 6$ nm, 479, $8 \pm 23, 9$ nm, 518, $0 \pm 14, 3$ nm, 551, $4 \pm 19, 1$ nm, 597, $9 \pm 27, 5$ nm, 633, $7 \pm 8, 4$ nm, 671, $9 \pm 29, 8$ nm, 710, $1 \pm 8, 4$ nm, 728, $0 \pm 9, 5$ nm, 742, $3 \pm 4, 8$ nm, 761, $4 \pm 14, 3$ nm, 836, $6 \pm 60, 8$ nm, un 934, $3 \pm 37, 0$ nm. Attēla telpiskā izšķirtspēja ir 0,5 metri. Attēls izmantots pētījumā par koku sugu klasifikāciju [20] un citām, ar klasifikāciju saistītām problēmām [45, 46, 47], skat. 3.5.1. un 3.5.2. nodaļas. Papildus *CASI* attēlam ir

doti lauka dati par 270 kokiem, no kuriem 5 biežākās koku sugas: egle (*Picea abies* (L.) Karst.), priede (*Pinus sylvestris* L.), bērzs (*Betula pendula Roth*), apse (*Populus tremula* L.) un alksnis (*Alnus incana* (L.) Moench).

2.3. Multidimensionālu attēlu priekšapstrāde

Hiperspektrālu sensoru darbību būtiski ietekmē sensora kalibrēšana, kas ir nepieciešama, lai iegūtu precīzus, vienādos apstākļos fiksētus mērījumus. Tādējādi sensora darbības traucējumu vai kļūdainas kalibrēšanas gadījumos ir iespējams iegūt hiperspektrālus attēlus ar pikseļiem, kuri satur trokšņus.

Vairākos pētījumos par hiperspektrālu attēlu apstrādi tiek norādītas spektrālās joslas, kuras tiek automātiski izslēgtas no tālākas analīzes. *Indian Pines* attēlam tās ir ūdens absorbcijas joslas. Publikācijā[36] tās ir uzskaitītas: 104–108, 150–163 un 220. Atsevišķu spektrālo joslu (arī ūdens absorbciju) attēli var izrādīties trokšņaini, skat. att.2.8 (1., 105. un 110. joslas vizualizāciju *Indian Pines* attēlam), bet, piemēram, 10., 42. un 102. spektrālās joslas attēli nav trokšņaini, skat. att.2.9. Vairākas joslu izvēles procedūras literatūrā ietver trokšņaino joslu noteikšanu algoritmus, piem., *Indian Pines* attēlam izvēlas joslas ar minimālu troksni [76], vai arī trokšņainās joslas tiek automātiski izslēgtas no tālākas analīzes balsoties uz iepriekšējiem pētījumiem, piem. *University of Pavia* attēlam, automātiski tiek izslēgtas 12 joslas, tas ir, brīvpieejas datos - hiperspektrālajā attēlā tās nav dotas. Atšķirībā no literatūrā apskatītām trokšņainu joslu izvēles pieejām [76], šeit tiks piedāvāta relatīvi vienkārša pieeja.



2.8. att. 1., 105. un 110. trokšņainās joslas vizualizācija Indian Pines attēlam

Ja spektrālās joslas pikseļiem aprēķina entropijas vērtību (skat. att.3.5), tad varētu



2.9. att. 10., 42. un 102. spektrālās joslas vizualizācija Indian Pines attēlam

uzskatīt, ka tās joslas, kurām entropijas vērtība ir zemāka (< 1), nav informatīvas. Tāpēc varētu izvirzīt hipotēzi, ka neinformatīvas joslas ir trokšņainas. Bet 1., 105. un 110. joslas vizualizācija att.2.8 parāda, ka tās ir trokšņainas, neskatoties uz to, ka šo joslu pikseļu entropijas ir atbilstoši 4.28, 3.31 un 3.99. Tādēļ tika izstrādāta procedūra, kas var novērtēt troksni, izmantojot attēla blakusesošos pikseļus pa rindām un kolonnām.

Procedūra trokšņaino joslu noteikšanai balstās uz attēla specifiku, kurā blakusesošie pikseli pa rindām un kolonnām ir ļoti korelēti, bet tie pikseli, kuri nav korelēti, būs trokšņainie pikseļi. Korelāciju pa kolonnām (pa x asi) katras joslas k-tajam attēlam apzīmēsim ar $corr_x^k$, kur k = 1, 2, ..., K, K ir joslu skaits. Pieņemsim, ka k-tās joslas attēlam A ir m rindas un n kolonnas. Lai atrastu korelāciju attēla A kolonnu pikselu vērtībām, izveidojām divas $m\times (n-1)$ matricas A_1 un $A_2,$ kur A_1 matricas kolonnu elementi atbilst attēla A pirmajām n-1kolonnu pikseļu vērtībām, bet A_2 atbilst attēla kolonnu pikseļu vērtībām sākot no 2. kolonnas līdz n. Korelācijas vērtību $corr_x^k$ iegūstam pēc literatūras pārskatā dotās Pīrsona korelācijas koeficienta $\rho(X, Y)$ aprē kināšanas formulas, kur X un Y vietā ir matricas A_1 un A_2 . Analoģiski, korelāciju pa rindām (pa y asi) katras joslas k attēlam apzīmēsim ar $corr_y^k$. Lai atrastu korelāciju attēla A rindu pikseļu vērtībām, izveidojām divas $m-1 \times n$ matricas A_3 un A_4 , kur A_3 matricas rindu elementi atbilst attēla A pirmajāmm-1rindu pikseļu vērtībām, bet A_4 atbilst attēla rindu pikseļu vērtībām sākot no 2. rindas līdzm. Korelācijas vērtību corr_y^k aprēķina starp 2 matricām A_3 un A_4 . Pēc tam aprēķina korelācijas koeficientu minimumu

$$corr_{xy}^k = min(corr_x^k, corr_y^k).$$

Trokšņainās joslas ir tās k-tās joslas, kurām izpildās nevienādība

$$corr_{xy}^k \leq t_{\text{troksnis}}, k = 1, 2, ..., K,$$

kur $t_{\rm troksnis}$ tiek atbilstoši piemeklēts. Eksperimentu rezultātā tika izvēlēts trokšņa slieksnis $t_{\rm troksnis} = 0.75 max(corr_{xy}^k)$, kur vērtība 0.75 tika izvēlēta empīriski.

Indian Pines attēlam korelācijas koeficientu minimums $corr_{xy}^k$, k = 1, 2, ..., 220, ir dots att.2.10. Indian Pines attēlam ar sliekšņa vērtību $t_{\rm troksnis} = 0.7078$ tika iegūtas 8 trokšņainas joslas, skat. 2.1. tab. Lai gan University of Pavia sākotnējam attēlam bija jau iepriekš izslēgtas trokšņainās joslas [24], no atlikušajām 103 joslām ar trokšņaino joslu izvēles procedūras sliekšņa vērtību $t_{\rm troksnis} = 0.6785$, tika iegūta viena trokšņaina josla: 1. Salinas attēlam, ar sliekšņa vērtību $t_{\rm troksnis} = 0.7317$, tika iegūtas 5 trokšņainas joslas, bet GRSS2014 attēlam, ar sliekšņa vērtību $t_{\rm troksnis} = 0.7184$, tika iegūta viena trokšņainā josla: 82.

2.1. tabula. Ūdens absorbcijas un trokšņainās joslas

Attēls	Ūdens absorbcijas joslas	$t_{ m troksnis}$	Trokšņainās joslas
Indian Pines	104-108, 150-163 un 220	0.7078	1, 2, 103, 109, 149, 164, 218, 219
University of Pavia	-	0.6785	1
Salinas	108-112, 154-167 un 224	0.7317	1, 2, 107, 113, 153
GRSS2014	-	0.7184	82



2.10. att. Indian Pines attēla spektrālo joslu korelācijas koeficientu minimumi

No hiperspektrālu attēlu spektrālo joslu priekšapstrādes izriet, ka no visa joslu kopuma ir jāizslēdz ūdens absorbcijas un trokšņainās joslas. Ūdens absorbcijas joslu izslēgšanu var veikt, vispirms, noskaidrojot, vai ir zināms no literatūras, kuras ir tās joslas. Ja šīs joslas ir zināmas, tad tās izslēdz no tālākas apstrādes. Ja literatūrā nav dota informācija par ūdens absorbcijas joslām, tad vai nu veic papildus attēla spektrālo joslu izvēli (priekšizpēti), skat. 3. nodaļu, vai pieņem, ka attēlā ūdens absorbcijas joslas ir jau izslēgtas. Tālāk izmanto konkrētajam attēlam šeit aplūkoto trokšņaino joslu noteikšanas procedūru, un, ja tā identificē kādas trokšņainas joslas, tad tās neizmanto spektrālo joslu izvēles procedūrās.

3. nodaļa

Piedāvātie risinājumi

3.1. Statistisku rādītāju izmantošana joslu izvēlē

Chang publikācijā [13], izmantojot galveno komponenšu metodi, aprēķina lielākās īpašvērtības spektrālo joslu attēliem, lai iegūtu informatīvākās spektrālās joslas, kas faktiski atbilst statistikas otrās kārtas momentam - dispersijas vērtībai. Šeit izmantosim gadījuma vektora momentus: vidējā vērtība, dispersija, trešās kārtas moments asimetrija (Skewness) un ceturtās kārtas moments ekscess (Kurtosis), lai salīdzinātu savā starpā spektrālās joslas. Aprēķināsim k-tās spektrālās joslas vidējo vērtību, dispersiju, asimetriju un ekscesa koeficientus katras kategorijais pikseļiem, un formulēsim hipotēzi, kuru pārbaudīsim Indian Pines attēla pikseļiem visām spektrālajām joslām:

 Četru gadījuma vektoru momentu un Pīrsona korelācijas koeficienta novērtējumi ir izmantojami joslu informativitātes noteikšanai.

Indian Pines attēla 16 kategoriju vidējās vērtības, dispersijas, asimetrijas un ekscesa novērtējumi doti K = 220 spektrālām joslām att.3.1.

Mums nākas hipotēzi noraidīt, jo šādu statistisku rādītāju tieša izmantošana spektrālo joslu izvēlē nedod labus rezultātus, tas ir, nav zināmi labi kritēriji, pēc kuriem vadīties, lai atlasītu informatīvākās joslas. Tā, piemēram, mēģinājums pielietot kritēriju, kas veidots ar maksimālās dispersijas galveno komponenšu metodes palīdzību (maximum variance pricipial component analysis [13]), resp. atlasīt tās K spektrālās joslas, kurām ir K lielākās dispersijas, deva neapmierinošus rezultātus Indian Pines attēlam. Aprēķinājām katras kategorijas pikseļiem dispersijas novērtējumu un fiksējām K = 15 joslu numurus komplektos, kuriem ir lielākās dispersijas. Ieguvām spektrālo joslu komplektus $C_1, C_2, ..., C_{16}$, skat. 3.1. tab. Izveidojām SVM klasifikatoru,



3.1. att. *Indian Pines* attēla 16 kategoriju vidējās vērtības, dispersijas, asimetrijas un ekscesa novērtējumi 220 spektrālām joslām

kur apmācībai tika paņemti 20 % pikseļi no katras kategorijas, bet klasificēti atlikušie 80 % pikseļi. Ieguvām, ka klasifikācijas kappa precizitātes ir ļoti zemas (< 0.7), skat. att.3.3. Plašāk par dispersijas lietojumu spektrālo joslu izvēlē tika ziņots LU 74. konf. sekcijas sēdē "Aktualitātes statistikā (Latvijas un starptautiskajā statistikas praksē, izglītībā, zinātnē)", Rīga, 12.02.2016 [50].

Literatūrā [4] asimetrijas un ekscesa koeficientus izmanto, lai noteiktu vai spektrālās joslu vērtības ir sadalītas pēc normālā sadalījuma likuma. Ja pieņem, ka kādai daļai no visiem spektrālo joslu attēliem šis nosacījums neizpildās, tad par informatīvākām joslām varētu izvēlēties tās joslas, kurām šis nosacījums ir spēkā. Normālā sadalījuma gadījumā asimetrijas koeficientam būtu jābūt vienādam ar 0, bet ekscesa koeficientam būtu jābūt vienādam ar 3. No grafika att.3.1 var redzēt, ka spektrālo joslu attēlu parametru novērtējumi vairākos gadījumos ir stipri novirzīti no teorijā sagaidāmajām vērtībām. Analoģiskus secinājumus, ka spektrālo joslu attēlu pikseļu vērtības nav sadalītas pēc normālā sadalījuma likuma, var izdarīt, ja aplūko sadalījuma blīvumfunkcijas novērtējumu, attēlojot grafikā k-tās spektrālās joslas pikseļu histogrammu, piem., 10. spektrālās joslas pikseļu histogramma aplūkojama att.3.2.



3.2. att. Indian Pines attēla 10. spektrālās joslas pikseļu vērtību histogramma

Joslu komplekts	Joslu skaits	Izvēlētās spektrālās joslas to noteikšanas kārtībā
C_1	1-15	29, 28, 1, 27, 30, 32, 26, 25, 24, 33, 23, 31, 22, 21, 20
C_2	1-15	29, 28, 32, 30, 27, 26, 33, 31, 25, 24, 23, 34, 22, 21, 20
C_3	1-15	29, 28, 32, 30, 33, 27, 26, 31, 25, 34, 24, 23, 35, 22, 21
C_4	1-15	29, 28, 32, 30, 33, 27, 26, 31, 25, 24, 34, 23, 22, 21, 20
C_5	1-15	42, 41, 43, 44, 45, 49, 48, 47, 50, 46, 51, 39, 52, 53, 40
C_6	1-15	41, 42, 39, 43, 44, 45, 47, 49, 46, 48, 50, 38, 40, 51, 52
C_7	1-15	1, 39, 42, 3, 2, 44, 43, 38, 45, 48, 50, 41, 49, 52, 46
C_8	1-15	32, 29, 30, 28, 33, 31, 27, 26, 25, 34, 24, 1, 23, 22, 21
C_9	1-15	1, 28, 29, 30, 27, 32, 33, 26, 31, 120, 123, 121, 24, 25, 122
C_{10}	1-15	29, 28, 30, 32, 27, 26, 25, 24, 31, 33, 23, 22, 21, 34, 20
C_{11}	1-15	29, 28, 32, 30, 27, 33, 26, 31, 25, 24, 34, 23, 22, 42, 38
C_{12}	1-15	29, 28, 30, 32, 27, 26, 33, 31, 25, 24, 23, 34, 22, 21, 35,
C_{13}	1-15	1, 32, 29, 28, 30, 33, 27, 26, 31, 25, 24, 34, 23, 2, 122
C_{14}	1 - 15	43, 41, 39, 44, 38, 49, 48, 51, 37, 50, 47, 52, 45, 46
C_{15}	1-15	41, 32, 43, 44, 45, 33, 49, 48, 39, 46, 29, 47, 50, 52
C_{16}	1-15	88, 89, 90, 73, 91, 87, 97, 96, 70, 69, 94, 71, 74, 72, 66

3.1. tabula. Pēc lielākām dispersijas vērtībām iegūtie SJK Indian Pines attēlam

Vēl viens statistikas rādītājs, kas plaši izmantots spektrālo joslu izvēles procedūrās, ir Pīrsona korelācijas koeficients. Biežāk šis koeficients izmantots kā korelācijas novērtējums starp 2 dažādiem spektrālo joslu attēliem ([65, 37, 16, 87]). Spektrālo joslu attēlu *i* un *j* pārus var sakārtot korelācijas matricā $\Sigma = (C_{ij})$. Šīs matricas



3.3. att. SVM klasifikācijas kappa precizitāt
e $Indian\ Pines$ attēlam, izmantojot SJK $C_1,C_2,...,C_{16}$

elementus var vizualizēt Indian Pines attēlam, skat. att.3.4, kur gaišākie pikseļi atbilst korelācijas koeficientu vērtībām, kas ir tuvas 1, bet tumšākie - vērtības tuvas 0. Attēla rindas un kolonnas atbilst spektrālo joslu skaitam vienādam ar 220, tas ir, simetriskai matricai ar izmēriem 220×220 .

Publikācijā [37] autori ir centušies blakusjoslas sagrupēt, izmantojot korelācijas matricu. *Indian Pines* attēla korelācijas matricas blakusjoslu grupēšana tik labi neizdodas, skat. att.3.4, jo 1. grupa ar 4. un 5. grupu joslām ir ar korelācijas vērtībām tuvu 1. Tātad ne tikai *Indian Pines* blakusjoslu attēla pikseļi ir ļoti korelēti, bet arī attēla pikseļi tām joslām, kuras atrodas tālākos spektrālo joslu viļņu garumos. Tādēļ joslu izvēles procedūra ar tikai vienu nosacījumu, ka izvēlas joslas no katras grupas, varētu būt neefektīva pieeja, jo iegūtu dublējošas joslas.



3.4. att. Korelācijas matricas vizualizācija Indian Pines attēlam

3.2. Informācijas teorijas izmantošana joslu izvēlē

Literatūras pārskatā jau aplūkojām informācijas teorijas pieņēmumus, kā arī precizējām entropijas un savstarpējās informācijas novērtējumu aprēķināšanas formulas. Šīs nodaļas mērķis ir pārbaudīt hipotēzi:

 Ar joslu komplektiem, kuri iegūti, izvēloties spektrālās joslas pēc to pikseļu p entropijas un savstarpējās informācijas vērtību maksimumiem, SVM klasifikācijas precizitātes ir pietiekami augstas.

Indian Pines attēla spektrālo joslu pikseļu entropijas un savstarpējās informācijas vērtības dotas grafikos att.3.5, kuros ar sarkaniem punktiem ir atzīmētas p = 15 maksimālās vērtības. Tiek izveidots SJK C_1 no joslām, kuras sakārtotas dilstošā secībā pēc šo joslu pikseļiem aprēķinātām entropijas vērtībām, bet SJK C_2 - no savstarpējās informācijas vērtībām, skat. 3.2. tab. SVM klasifikatora apmācībai tika paņemti 20 % pikseļi no katras kategorijas, bet klasificēti atlikušie 80 % pikseļi. Iegūtās klasifikācijas kappa precizitātes ir ļoti zemas (< 0.72), skat. att.3.6. Tāpēc hipotēze, ka entropijas un savstarpējās informācijas vērtību maksimumu izmantošana SJK noteikšanā, lai sasniegtu pietiekami augstas SVM klasifikācijas precizitātes, tiek noraidīta.

Atzīmēsim, ka SJK, kas iegūti ar entropijas aprēķināšanu, ir nepārraudzītā joslu izvēles procedūra, bet tie komplekti, kas iegūti ar savstarpējās informācijas aprēķināšanu spektrālo joslu attēlu pikseļiem ir pārraudzītā joslu izvēles procedūra. Abos gadījumos JKI ir novērtēta līdzīgi (izmantojot SVM klasifikatoru), bet nepārraudzītās joslu izvēles procedūra ar SJK, kuros ir 14 un 15 joslas, deva augstākus klasifikācijas precizitātes rādītājus.



3.5. att. 15 lielākās entropijas (Entropy) un savstarpējās informācijas (Mutual information) vērtības *Indian Pines* attēla pikseļiem no 220 spektrālām joslām

3.2. tabula. Ar lielākām entropijas un savstarpējās informācijas vērtībām iegūtie SJK C_1 un C_2 Indian Pines attēlam

Joslu komplekts	Joslu skaits	Izvēlētās spektrālās joslas to noteikšanas kārtībā
C_1	1-15	31, 29, 30, 28, 27, 33, 26, 32, 25, 24, 23, 22, 34, 42, 121
C_2	1-15	22, 29, 28, 27, 26, 30, 25, 24, 33, 32, 23, 31, 21, 19, 20

Šeit aplūkotās spektrālo joslu noteikšanas vienkāršotas pieejas (eksperimentus), izmantojot statistikas rādītājus, informācijas teorijā zināmos entropijas un savstarpējās informācijas novērtējumus, nedod pietiekami augstus klasifikācijas rezultātus *Indian Pines* attēlam. Tas gan nenozīmē, ka šie rādītāji ir pavisam nepiemēroti. Piemēram, ūdens absorbcijas joslas *Indian Pines* attēlam - to vidējās vērtības un dispersijas novērtējumi ir zemāki nekā citām joslām (skat., att.3.1). Izmantojot šos parametru novērtējumus, var spriest, ka atbilstošās joslas nav informatīvas tādā nozīmē, ka tām ir ļoti mazas attēlu pikseļu vērtības ar nelielu pikseļu izkliedi. Faktiski, entropijas vērtības *Indian Pines* attēlam rāda līdzīgu situāciju, skat. att.3.5. Tādēļ šeit tiek pieņemts, ka šīs joslas (arī ūdens absorbcijas joslas) nedos iespēju atšķirt attēla vienas



3.6. att. SVM klasifikācijas kappa precizitātes Indian Pines attēlam, izmantojot SJK, kas iegūti no spektrālo joslu entropijas (komplekts C_1) un savstarpējās informācijas (komplekts C_2) vērtību maksimumiem

kategorijas pikseļus no otras kategorijas pikseļiem, un tāpēc tālāk tās nav analizētas un izmantotas hiperspektrāla attēla klasifikācijai.

3.3. Spektrālo joslu izvēles procedūras

Iepriekšējās nodaļās jau secināts, ka atsevišķu statistisku rādītāju un informācijas teorijas parametru novērtējumu izmantošana joslu izvēlē nav ar augstu JKI. Tāpēc tika izveidotas speciālas joslu izvēles procedūras, kuras apvieno šo parametru novērtējumus, t.i., tās ir balstītas uz korelācijas un entropijas aprēķiniem spektrālajām joslām integrētā veidā. Spektrālo joslu izvēles procedūras dotas 3.3.1. un 3.3.2. nodaļās, bet to rezultāti 4. nodaļā. Šeit precizētas korelācijas un entropijas aprēķinu formulas, uz kuru bāzes tiek veikti aprēķini spektrālo joslu izvēles procedūrās.

1.1.1. nodaļā jau definējām hiperspektrālu attēlu

$$A=a_{(m,n,k)}, 1\leq m\leq M; 1\leq n\leq N, 1\leq k\leq K,$$

kur pirmā un otrā dimensija $[1, M] \times [1, N]$ ir pikseļu izvietojums Dekarta koordinātu xoy sistēmā, bet 3. dimensija attiecas uz spektrālajām joslām.

Izmantosim A attēla dimensiju apzīmējumus un pieņemsim, ka k-tās, k = 1, 2, ..., K, spektrālās joslas visu pikseļu $L = M \times N$ kopu X_k varam uzskatīt par iztvēruma realizāciju no kādas ģenerālkopas. Kopas X_k elementi x_{kl} (faktiski x'_{kl}), l = 1, 2, ..., L, ir k-tās spektrālās joslas pikseļu vērtības, kas izdalītas ar maksimālo vērtību no visiem x_{kl}

$$x'_{kl} = \frac{x_{kl}}{\max_{l=1,2,\dots,L} x_{kl}}$$

Korelācijas koeficientu $c_{ij} = corr(X_i, X_j)$ jeb Pīrsona korelācijas koeficientu [80] starp *i*-to un *j*-to spektrālo joslu pikseļu vērtību kopām X_i un X_j definēsim šādi

$$c_{ij} = \frac{\mid \sigma_{ij} \mid}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}},$$

kur $\sigma_{ij},\,\sigma_{ii}$ un σ_{jj} ir aprēķināmi pēc formulas

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{L-1} \sum_{l=1}^{L} (x_{il} - \mu_i) (x_{jl} - \mu_j),$$

i,j=1,2,...,K,kuri-tas,attiecīgij-tasjoslas pikseļiem videjās vērtības ir

$$\mu_i = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} x_{il} \text{ un } \mu_j = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} x_{jl}.$$

Tādējādi aprēķinot korelāciju starp katru 2 joslu pikseļu vērtībām, iegūst $K \times K$ korelāciju matricu $\mathbf{C} = (c_{ij})$, kuras elementu vērtību diapazons ir $0 \leq |c_{ij}| \leq 1$.

Ja stohastiska eksperimenta X_k jeb k-tās spektrālās joslas gadījumlieluma X varbūtību sadalījums ir $p_1, p_2, ..., p_L$, t.i. x_l ir doti ar varbūtībām p_l un $\sum_{l=1}^{L} p_l = 1$, tad, ar x_l eksperimentu rezultātiem, iegūst informācijas daudzumu (entropiju) [7]

$$H(X) = -\sum_{l=1}^{L} p_l log_2 p_l.$$

Ja eksperimentu rezultāti ir ar nepārtrauktu varbūtību sadalījumu, tad entropijas aprēķināšanas diskrēto formu varam pārrakstīt. Pieņemot, ka gadījumlielumu X sadalījuma blīvumfunkcija ir $f_X(x)$, tad H(X) entropiju definē

$$H(X)=-\int_{-\infty}^{\infty}f_X(x)log_2f_X(x)dx$$

Protams, ka šajā gadījumā jābūt spēkā nosacījumam, ka integrālis konverģē. Tā kā analītiska izteiksme $f_X(x)$ nav zināma, tad blīvumfunkcijas novērtējumu var aizstāt ar tās aproksimētu vērtību, kuru var aprēķināt no X histogrammas ar pietiekami mazu soli h.

3.3.1. Nevadītās (nepārraudzītās) joslu izvēles procedūras EMCR, EXCR un ESCR procedūras

- 1. No visām K joslām atlasām tās, kuras nav ūdens absorbējošas vai īpaši "satrokšņotas". Atlikušo joslu komplektu apzīmēsim ar U_0 . Katrai joslai $i \in U_0$ aprēķinām entropiju $H(X_i)$. Izvēlamies slieksni $t_{\text{entropija}}$, $t_{\text{entropija}} > 0$, un veidojam joslu komplektu U_1 , kurā iekļaujam joslu i tad un tikai tad, kad $H(X_i) \ge t_{\text{entropija}}$.
- 2. Fiksējam joslu skaitu $k \geq 1$. Pirmo joslu mūs interesējošā joslu komplektā meklējam pēc kritērija, ka josla $i \in U_1$ un $H(X_i) \geq H(X_j)$ visiem $j \in U_1$. Šādi identificēto joslu apzīmēsim ar i_1 . Ja k = 1, tad procedūra tiek apstādināta.
- 3. Otro joslu $i,\,i\neq i_1$ šajā komplektā iekļaujam pēc kritērija, ka

$$\frac{H(X_i)}{|corr(X_{i_1},X_i)|} \geqslant \frac{H(X_j)}{|corr(X_{i_1},X_j)|}$$

visiem $j \in U_1$, $j \neq i_1$. Šādi izvēlēto otro joslu apzīmēsim ar i_2 . Ja k = 2, tad procedūra tiek apstādināta, pretējā gadījumā, iterācijas soli apzīmē ar l = 2 un turpina ar 4. soli.

Lai noteiktu nākamo joslu $i_{l+1},$ veidojam joslu komplektu $U_l,$ tajā iekļaujot joslu itad un tikai tad, kad

$$H(X_i) \ge t_{\text{entropija}}$$
 un $|cor(X_{i_{\nu}}, X_i)| \le c_1$

visiem $\nu = 1, 2, ..., l$. Slieksnis c_1 ierobežo *i*-tās joslas iekļaušanu kopā, kura ir stipri korelēta ar kādu joslu no jau iekļautajām joslām. Izvēlētajai sliekšņa vērtībai ir jānodrošina tas, ka vismaz vienai joslai izpildās šis nosacījums.

Tālak iespējami trīs procedūras varianti. Saskaņā ar pirmo variantu:

aprēķinām regresijas koeficientu vektoru $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_l)^T$ un gadījumlielumu $X_l^* = \sum_{\nu=1}^l \alpha_\nu \cdot X_{i_\nu}$ kā optimālo lineārās regresijas atsauci (regresandu) $X_{i_{l+1}}$ atkarībā no kontrolējamiem mainīgajiem (regresoriem) $x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_l}$, kuri ir apmācības pikseļu vektoru komponentes.

Joslu $i,\,i\in U_l$ ar kārtas numurul+1vēlamajā komplektā $i_1,i_2,...,i_l$ iekļaujam tad un tikai tad, kad

$$\frac{H(X_i)}{|cor(X_l^*,X_i)|} \geqslant \frac{H(X_j)}{|cor(X_l^*,X_j)|},$$

visiem $j \in U_l, \, j \notin \{i_1, i_2, i_l\}.$ Soli
 l palielinām par 1.

Joslu izvēles komplektā iekļauto joslu skaitu iteratīvi palielina, atkārtojot 4.-6. soli, līdz kamēr k joslas ir izvēlētas.

Otrajā procedūras variantā, 5.-6. soļi tiek aizstāti ar nosacījumu, ka i ar kārtas numuru l + 1 tiek iekļauta vēlamajā komplektā tad un tikai tad, kad

$$\frac{H(X_{i_\nu})}{|cor(X_{i_\nu},X_i)|} \geqslant \frac{H(X_{i_\nu})}{|cor(X_{i_\nu},X_j)|}$$

visiem $j \in U_l, j \notin \{i_1, i_2, \dots i_l\}.$

Trešajā procedūras variantā, 5.-6. soļi tiek aizstāti ar nosacījumu, ka i ar kārtas numuru l + 1 tiek iekļauta vēlamajā komplektā tad un tikai tad, kad

$$\sum_{\nu=1}^{l} \frac{H(X_{i_{\nu}})}{|cor(X_{i_{\nu}},X_{i})|} \geqslant \sum_{\nu=1}^{l} \frac{H(X_{i_{\nu}})}{|cor(X_{i_{\nu}},X_{j})|}$$

visiem $j \in U_l, j \notin \{i_1, i_2, ..., i_l\}.$

Vēlamais k joslu komplekts būs atkarīgs no sliekšņu $t_{\text{troksnis}}, t_{\text{entropija}}$ un c_1 izvēles. Pirmo joslu izvēles variantu apzīmēsim ar **EMCR** (*Entropy Multivariate Correlation Ratio*), kur galvenie procedūras soļi saistīti ar entropijas un daudzdimensionālās korelācijas attiecību salīdzinājumu. Otro joslu izvēles variantu apzīmēsim ar **EXCR** (*Entropy Max Correlation Ratio*), kur līdzīgi EMCR salīdzinātas attiecības, bet bez regresijas metodes pielietošanas. Trešo joslu izvēles variantu apzīmēsim ar **ESCR** (*Entropy Summarized Correlation Ratio*), kas ir līdzīgs variantam EXCR, bet visas attiecības tiek summētas.

ECBG procedūra

Procedūra balstās uz pieņēmumiem:

- Joslas, kuras atrodas blakus viena otrai (blakusjoslas), ir korelētas un veido spektrālo joslu apakšgrupu. Katras šādas apakšgrupas josla vai joslas ir jāiekļauj klasifikācijas procesā, jo tās atbilst kādai noteiktai fizikālai pazīmei, kas raksturo objektu kategorijas.
- Informatīvākā josla katrā apakšgrupā var tikt izvēlēta ar lielāko entropijas vērtību atbilstošajam joslas attēlam.

Procedūras soļi:

- 1. Katrai spektrālajai joslai ar kārtas numuru k aprēķina entropiju $H(X_k)$ un veido vektoru $\mathbf{h} = (h_1, h_2, ..., h_K)$, kur $h_k = H(X_k)$ un k = 1, 2, ..., K, kur K ir vienāds ar joslu skaitu analizējamā hiperspektrālajā attēlā. Nākamajos soļos šī vektora komponentes tiks mainītas spektrālo joslu apakšgrupu izslēgšanas procesā.
- 2. Izvēlas entropijas minimuma slieksni $t_{\rm entropija}>0$ un apzīmē $h_k=0$ katramk,ja izpildās $h_k < t_{\rm entropija}.$
- 3. Apzīmē $h_k = 0$ katram k, kur k-tā josla ir atpazīta kā trokšņaina ar korelācijas slieksni t_{troksnis} (skat. iepriekš procedūras aprakstu). Apzīmēsim 2. un 3. solī izveidoto vektoru ar \mathbf{h}^0 . Apzīmējam iterācijas soli i = 1.
- 4. Kamēr vektora \mathbf{h}^i vismaz viens elements ir nenulles elements, atrodam spektrālo joslu k_i , kura atbilst maksimālajai vērtībai $h_{k_i} = maxh_k, k = 1, 2, ..., K$. Iekļaujam joslu k_i informatīvo joslu komplektā C un apzīmējam $h_{k_i} = 0$.

Izveidojam grupu G_i no k_i blakusjoslām, kurām, sākot ar tuvākajām, ir liela korelācija ar k_i joslu. Grupā G_i iekļauj visas joslas $k_{i_{\nu}}$, ja $corr(X_{i_{\nu}}, X_k) > c_2$ un $k_{i_{\nu}} - 1 \in G_i$. Grupā G_i iekļauj visas joslas $k_{i_{\nu}}$, ja $corr(X_{i_{\nu}}, X_k) > c_2$ un $k_{i_{\nu}} + 1 \in G_i$. Apzīmējam $h_k = 0$ katram k atbilstoši grupā G_k iekļautajām joslam, lai izveidotu vektoru \mathbf{h}^i no vektora \mathbf{h}^{i-1} . Palielinām i par 1.

5. Sakārtojam grupas G_j , j = 1, ..., i - 1 dilstošā secībā pēc joslu skaita grupā. Grupas ar vienādu joslu skaitu tiek sakārotas tādā secībā, kādā tās tika iegūtas iterācijas procesā 4. solī. Informatīvā joslu komplekta C joslas tiek sakārtotas atbilstoši grupu sakārtotajiem komplektiem.

Ja meklētais informatīvo joslu skaits l ir mazāks vai vienāds nekā izveidotās spektrālo joslu grupas, par informatīvākajām joslām tiek izvēlētas pirmās l joslas no joslu komplekta C. Pretējā gadījumā, lai iegūtu vairāk joslu, mainām sliekšņus $t_{\rm entropija}$ un c_2 , un atkārtojam visu procedūru.

6. Pikseļu vērtības transformējam uz pikseļu vidējām vērtībām, tas ir, komplektā C esošās informatīvās joslas pikseļu vērtības aizstājam ar vidējo vērtību no tās attiecīgās grupas visu joslu pikseļu vērtībām. Šāda ideja par joslu viduvēšanu grupas ietvaros ir loģiska, jo grupā esošās joslas sniedz līdzīgu informāciju.

Ar **ECBG** - Entropy Correlation Band Grouping (Entropijas, Korelācijas joslu grupēšana) apzīmēsim šo procedūru, kuras pamatā ir soļi 1.-5., bet ar **ECBG-a** - Entropy Correlation Band Grouping and Averaging (Entropijas, Korelācijas joslu grupēšana un viduvēšana) apzīmēsim procedūru ECBG, kas ir papildināta ar 6. soli.

Piezīme.

Sakārtoto joslu komplekts Cir atkarīgs no sliekšņu vērtībām $t_{\rm troksnis},\,t_{\rm entropija}$ un $c_2.$

3.3.2. Vadītā (pārraudzītā) joslu izvēles procedūra

Augstāk aprakstītās informatīvo joslu atlases procedūras nav saistītas ar konkrēto klasifikācijas problēmu. Šādai pieejai ir pozitīvā puse, jo padara informatīvo joslu komplektu efektīvi lietojamu veselai klasifikācijas problēmu saimei. Šādas atlases procedūras negatīvā iezīme ir tā, ka procedūra ignorē risināmās problēmas specifiku un tātad zaudē nozīmīgu informāciju, kas risinājumu padarītu efektīvāku. Rodas jautājums, kā šo izvēli racionāli sasaistīt ar doto klasifikācijas uzdevumu. Vadītās klasifikācijas uzdevumā parasti ir dots patieso kategoriju attēls B. Izmantojot attēla B informāciju, analizējamā attēla A visu pikseļu kopu X_k , kur k = 1, 2, ..., K ir joslu skaits, bet L- attēla A visu pikseļu skaits, var sadalīt pa kategorijas pikseļu kopām Y_{kr} , kur r = 1, 2, ..., R ir kategorijas indekss, R ir kategoriju skaits un $\sum_{r=1}^{R} |Y_{kr}| \leq L$. Tālāk veidosim joslu izvēles procedūru, kura izmantos šo informāciju no B attēla. Tādā gadījumā, joslu izvēles procedūru sauksim par vadīto procedūru. Vadīto joslu izvēles procedūru apzīmēsim ar **XECT** - *Max Entropy Correlation Threshold* (Maksimālā entropija un korelācijas slieksnis).

XECT procedūra

- 1. Joslu entropijas $H(Y_{kr})$, k = 1, 2, ..., K, rēķina pa kategoriju pikseļu kopām Y_{kr} , kur r = 1, 2, ..., R un R ir kategoriju skaits, kas fiksētas dotajā uzdevumā.
- 2. Atrod joslu i_1 ar vislielāko entropiju $max_{k=1,2,...,K}H(Y_{kr}), r = 1, 2, ..., R$, vienlaikus identificējot kategoriju $Y_{i_1\nu_1}$, kurā tiek sasniegts maksimums. Izveido kopu $U_1 = \{Y_{k1}, Y_{k2}, ..., Y_{kR}\} \setminus Y_{i_1\nu_1}$.
- 3. Joslu i_2 meklē pēc entropijas maksimuma pa atlikušajām kategorijām no U_1 , bet ņem to, kuras korelācija ar joslu i_1 nepārsniedz slieksni c_1

$$max_{k=1,2,...,K}H(Y_{kr}) \text{ un } corr(Y_{kr},Y_{i_1r}) \leq c_1,$$

visiem $r = 1, 2, ..., R, r \neq \nu_1$ un $k = 1, 2, ..., K, k \neq i_1$. Identificē kategoriju $Y_{i_2\nu_2}$, kurā izpildās šis nosacījums, un izveido kopu $U_2 = U_1 \backslash Y_{i_2\nu_2}$.

4. Joslu i_3 meklē pēc entropijas maksimuma pa atlikušajām kategorijām no $U_2,$ bet ņem to, kuras korelācija ar joslu i_1 un i_2 nepārsniedz slieksni c_1

$$max_{k=1,2,...,K}H(Y_{kr}) \text{ un } corr(Y_{kr},Y_{i_{1}r}) \leq c_{1} \text{ un } corr(Y_{kr},Y_{i_{2}r}) \leq c_{1},$$

visiem $r = 1, 2, ..., R, r \neq \nu_1, \nu_2$ un $k = 1, 2, ..., K, k \neq i_1, i_2$. Identificē kategoriju $Y_{i_3\nu_3}$, kurā izpildās šis nosacījums, un izveido kopu $U_3 = U_2 \backslash Y_{i_3\nu_3}$. Apzīmē iterācijas solij = 3.

5. Analoģiski 3. un 4. solim, joslu i_{j+1} meklē pēc entropijas maksimuma pa atlikušajām kategorijām no U_j , bet ņem to, kuras multidimensionālā korelācija ar fiksētām joslām komplektā $\{i_1, i_2, ..., i_j\}$ nepārsniedz slieksni c_1 . Identificē kategoriju $Y_{i_{j+1}\nu_{j+1}}$, kurā izpildās šis nosacījums, un izveido kopu $U_{j+1} = U_j \backslash Y_{i_{j+1}\nu_{j+1}}$.

Ja meklētais joslu skaits k > j+1, tad iterācijas soli j palielina par 1, un atkārto 5. soli, pretējā gadījumā, procedūru apstādina.

6. Ja vēlamais joslu skaits k lielāks par kategoriju skaitu R, tad procedūras 5. solis modificējams pie $j + 1 \ge R$. Tādā gadījumā joslu i_{j+1} meklē pēc entropijas maksimuma pa visām kategorijām, bet ņem to, kuras multidimensionālā korelācija ar fiksētām joslām komplektā $\{i_1, i_2, ..., i_j\}$ nepārsniedz slieksni c_1

$$max_{k=1,2,...,K}H(Y_{kr})$$
 un $corr(Y_{kr},Y_{i_{j+1}r}) \leq c_{1,j}$

kur $r = 1, 2, ..., R, k = 1, 2, ..., K, k \neq i_{j+1}$ un $i_{j+1} \notin \{i_1, i_2, ..., i_j\}$. Ja meklētais joslu skaits k > j + 1, tad iterācijas soli j palielina par 1, un atkārto 6. soli, pretējā gadījumā, procedūru apstādina.

Piezīme. Sakārtotais k joslu komplekts būs atkarīgs no sliekšņa c_1 izvēles.

3.4. Neliela skaita spektra joslu izvēle ādas veidojumu klasifikācijai

Pētījums par ādas veidojumu klasifikācijas metodi melanomu atšķiršanai no dzimumzīmēm, kur doti apsvērumi 3 joslu izvēlei no 51 spektrālajām joslām, ir aprakstīts publikācijā [51]. Pētījuma mērķis bija izveidot nevusu (dzimumzīmes) un melanomu klasifikācijas algoritmu, kas izmantotu multispektrālos attēlus. Kopā bija m melanomu attēli, sanumurēti secībā no 1 līdz m, un n nēvusu attēli - no 1 līdz n. No tiem iegūti optiskā blīvuma (Optical Density jeb OD) attēli, kas tiek aprēķināti šādi

$$OD(\lambda) = -\log_{10} \left[I(\lambda) / I_0(\lambda) \right],$$

kur $I(\lambda)$ ir ādas veidojumu multispektrālais attēls, $I_0(\lambda)$ ir references (baltas lapas) attēls.

Klasifikatora bāzes joslu izvēle primāri tika balstīta uz apskatāmā pigmentētā ādas veidojuma attēla pikseļu optisko blīvumu vidējo vērtību sadalījumu pa spektrālajām joslām, kā arī uz apskatāmā pigmentētā ādas veidojuma attēla pikseļu optisko blīvumu sadalījuma standartnoviržu vērtībām spektrālajās joslās. Apzīmēsim p-tās melanomas pikseļu optisko blīvumu vidējo vērtību j-tajā spektra joslā ar $\mu_j(p)$, bet ar $\nu_j(q) - q$ -tā nēvusa pikseļu optisko blīvumu vidējo vērtību j-tajā joslā. Tālāk ar $s_j(p)$ apzīmējam p-tās melanomas pikseļu optisko blīvumu sadalījuma standartnovirzes vērtību j-tajā joslā, bet ar $\sigma_j(q) - q$ -tā nēvusa pikseļu optisko blīvumu sadalījuma standartnovirzes vērtību j-tajā joslā.

Šo raksturlielumu analīze uzskatāmi parādīja, ka melanomām šīs vērtības visumā ir lielākas par nēvusu attiecīgajām raksturlielumu vērtībām. Tāpēc klasifikatora dizainā uzmanība tika pievērsta tām spektra joslām, kurās melanomu attiecīgo raksturlielumu minimālās vērtības bija tuvāk nēvusu attiecīgo raksturlielumu maksimālajām vērtībām.

Spektrālo joslu izvēles pieeja melanomu un nevusu detektēšanai ir balstīta uz diviem principiem. Saskaņā ar pirmo principu par informativitātes rādītāju konkrētai joslai j, j = 1, 2, ..., 51, kalpo skaitļu pāris (g_j, h_j) :

$$g_j = |U_{j1}| + |U_{j2}|, h_j = |V_{j1}| + |V_{j2}|,$$

kur

$$U_{j1} = \{\mu_j(p) | \mu_j(p) < \Delta, U_{j2} = \nu_j(q) | \nu_j(q) \ge \Delta\}$$

un

$$V_{j1}=s_j(p)|s_j(p)<\Delta', V_{j2}=\{\sigma_j(q)|\sigma_j(q)\geq\Delta'\}.$$

Tiek izvēlēta josla j, kurai g_j un h_j apjomu summa ir ar mazāko vērtību. Tas izpildās tad un tikai tad, kad par j-tās joslas sliekšņiem tiek izvēlēti reāli skaitļi Δ un Δ' , $a_{j1} < \Delta < a_{j2}$, $b_{j1} < \Delta' < b_{j2}$, kur

$$\begin{split} a_{j1} &= \min_{p=1,...,m} \mu_j(p), a_{j2} = \max_{q=1,...,n} \nu_j(q), \\ b_{j1} &= \min_{p=1,...,m} s_j(p), b_{j2} = \max_{q=1,...,n} \sigma_j(q). \end{split}$$

Otrais princips izmanto joslu savstarpējo korelāciju, lai atlasītu joslas, kuras ir dublējošas (to korelācija ir tuvu 1). Acīmredzami, ka šādi nosacījumi nosaka vadītās (pārraudzītās) joslu izvēles procedūru ar iepriekš zināmiem m melanomu un n nēvusu attēliem, un veido daļēji automatizētu procedūru. Joslu izvēles un klasifikācijas rezultātus skatīt 4.5. un 5.6. nodaļās. Šāda neliela skaita spektra joslu izvēles pieeja var tikt pielietota multidimensionāliem attēliem tālizpētē, piemēram, latvāņu identificēšanai [48].

Procedūras rezultātā izvēlētās joslas tika iekļautas "InBiT" projekta izveidotā ierīcē - prototipā ādas veidojumu klasifikācijai — melanomas atšķiršanai no labdabīga nēvusa. Tika izstrādāta šādas iekārtas struktūra un iegūts Latvijas Republikas patents uz šādu iekārtu [49].

3.5. Klasifikācijas problēmu risinājumi

Multidimensionālu attēlu klasifikācijas uzdevums jau no paša sākuma, kad lietotājs saskaras ar neatrisinātu jautājumu par tālizpētē iegūtu datu izmantošanu zemes objektu klasifikācijai, ir ļoti sarežģīts no vairākām pusēm. Ja multidimensionālu attēlu spektrālo joslu izvēle ir nepieciešama, lai iegūtu ātrdarbīgu klasifikācijas algoritmu, saglabājot informativitāti, tad klasifikatora izvēle ir ne mazāk nepieciešama, piem., lai klasifikācijas precizitāte sasniegtu vēlamo precizitātes līmeni. Klasifikatora izvēle ir saistīta gan ar lietotāja pieredzi, gan ar pieejamās informācijas daudzumu par iegūtajiem datiem. Nereti praksē ir gadījumi, kad apmācības (dizaina) pikseļu skaits ir ļoti mazs, un lietotājam nav iespēju iegūt papildus datus no citiem sensoriem vai avotiem, kas kaut kādā mērā papildinātu iespējas apmācīt klasifikatoru. Piem., *Light Detection and Ranging* (LiDAR) lāzeru datu izmantošana, lai iegūtu zemes objektu augstuma modeli, ir izmantota kopā ar multispektrāliem attēliem, lai veiktu Baltijas jaukto mežu koku sugu identifikāciju [20].

Beijesa klasifikators ir viens no visbiežākajiem klasifikatoriem, kas izmantots objektu klasifikācijas uzdevumam. Nākamajās apakšnodaļās ir doti jauni risinājumi, kā var izmantot Beijesa tipa klasifikatoru multidimensionālu attēlu klasifikācijai.

3.5.1. Koku sugu klasifikatoru konstrukcija

Rakstā [45] risināta lietišķa problēma - koku sugu klasifikācija pēc pārlidojuma pār noteiktu meža masīvu iegūtajam CASI multispektrālajam attēlam. Tā kā spektra sadalījums pa atsevišķām spektra joslām elektromagnētiskajam starojumam veido daudzdimensionālu skaitļu vektorus, kuriem piemīt gadījumrakstura iezīmes, tad šos attēlu pikseļus iespējams interpretēt kā iztvēruma rezultātus no kādas ģenerālkopas. Statistiķu pieredze rāda, ka daudzdimensionālā gadījumā šīs ģenerālkopas varam uzskatīt par normāli sadalītām. Tātad atsevišķa koka vainaga atbilstošo pikseļu kopu varam uzskatīt par iztvēruma realizāciju no kādas K-dimensionālas ģenerālkopas, kas sadalīta pēc normālā sadalījuma likuma. Šo hipotētisko principu lietderīgi vispārināt un attiecināt uz vienas koku sugas multispektrālajiem pikseļiem. Ja šī hipotēze tiek akceptēta, *i*-tajai koku sugai atbilstošo pikseļu kopums uzskatāms par iztvēruma realizāciju no normāli sadalītas ģenerālkopas \mathbf{X}_i , kuru reprezentē vidējā vērtība $E\mathbf{X}_i$ un kovariācijmatrica Σ_i . Tiek pieņemts, ka multispektrālo attēlu pikseļi (K-dimensionālie skaitļu vektori) iegūti no izvēlēta meža masīva uz viena pārlidojuma pamata, un tie veido Kdimensionālu vektoru kopu X. Eksperimentālajās situācijās ir dots K = 13. Priekšnoteikums par datiem no viena pārlidojuma ir pamatots ar autoru veiktās analīzes rezultātiem. Tie atsedza faktu, ka divos dažādos pārlidojumos iegūtie hiperspektrālie dati ir ne tikai atšķirīgi, bet tie ir atšķirīgi deformēti pa dažādām koku sugām. Tātad, nezinot koka un tā pikseļu atbilstību kādai noteiktai koku sugai, nav iespējams uzrādīt transformācijas algoritmu, ar kura palīdzību šī koka vainaga pikseļus no pārlidojuma 2 varētu pārrēķināt par atbilstošiem pikseļiem no pārlidojuma 1. Tas nozīmē arī, ka nav iespējams koku sugu klasifikatoru, kurš izveidots vienam meža masīvam, izmantot kā klasifikatoru cita meža masīva hiperspektrālajiem datiem.

Pamatojoties uz minēto priekšnoteikumu, efektīva klasifikatora veidošanai tiek izvirzīts papildus priekšnoteikums, un proti, klasifikatoru veidotāju rīcībā tiek nodots minimāls skaits "apmācības kopu" no katras koku sugas. Zemāk minēto iemeslu dēļ vienas sugas pārstāvju skaitam jābūt ne mazākam par 5. Pārstāvju izvēlei jāveido reprezentatīvs iztvērums.

Datu kopas X klasifikācijas pamatā ir postulāts: katras koku sugas pikseļu kopa S_r ir iztvērums no normāli sadalītas ģenerālkopas \mathbf{X}_r , bet visu datu kopa X ir šo iztvērumu realizāciju S_r apvienojums. Ja izvēlētajā meža masīvā sastopamas tieši R koku sugas (šo koku sugu pārstāvji), tad X interpretējams kā iztvēruma realizācija no ģenerālkopām $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_R$. Ja kādas sugas pārstāvju procents apskatāmajā mežu masīvā ir niecīgs, tad iepriekšējais postulāts formulējams šādi:

X ir iztvērumu realizāciju apvienojums no R'ģenerālkopām, kur R' < R. Tas nozīmē, ka klasifikatora veidošanā tiek izmantoti koku sugu pārstāvji tikai no R'sugām.

Pieņemot, ka k_r koki veido reprezentatīvu iztvērumu no attiecīgā meža masīva r-tās koku sugas, tiek aprēķināti ģenerālkopu \mathbf{X}_r parametru μ_r un Σ_r punktveida novērtējumi $\hat{\mu}_r$ un $\hat{\Sigma}_r$. Šajā nolūkā r-tās koku sugas j-tā koka vainagam atbilstošā "pikseļu aploksne" A_{rj} tiek transformēta par "pikseļu aploksni" A'_{rj} , izmetot no A_{rj} visus vektorus, kuriem "zaļās zonas spektra joslās" starojuma intensitāte mazāka par noteiktu slieksni Δ_r .

Tiek pieņemts, ka šādi koriģēto "aplokšņu" vidējais apjoms ir lielāks vai vienāds par 10, tas ir,

$$\sum_{j=1}^{k_r} \mid A'_{rj} \mid \ge 10.$$

Tā kā eksperimentos operējam ar 13-dimensionāliem vektoriem, tad nosacījuma izpilde kalpo par garantiju (protams, ne absolūti drošu), ka kovariācij
matricu Σ_r punktveida novērtējumi $\hat{\Sigma}_r$ būs nesingulār
as matricas. Parametri $\hat{\mu}_r$ un $\hat{\Sigma}_r$ aprēķināti pēc formulām

$$\begin{split} \hat{\mu}_r &= 1/\mid A'_r \mid \sum_{\mathbf{x} \in A'_r} \mathbf{x} \\ \hat{\Sigma}_r &= 1/(\mid A'_r \mid -1) \sum_{\mathbf{x} \in A'_r} (\mathbf{x} - \hat{\mu}_r) (\mathbf{x} - \hat{\mu}_r)^T, \end{split}$$

 $\operatorname{kur}\, A'_r = A'_{r1} \cup A'_{r2} \cup \ldots \cup A'_{rk_r}.$

Šo novērtējumu precizitāte sagaidāma lielāka, ja lielāka būs k_r vērtība. Protams, šī precizitāte atkarīga arī no tā, cik lielā mērā izvēlētie k_r koki kopumā reprezentē attiecīgā meža masīva r-to koku sugu.

Zinot r-tās koku sugas sastopamības biežumu, par praktiski attaisnojamu varam uzskatīt klasifikatora 1. variantu: pikselis, resp. vektors $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_K)^T$ tiek klasificēts kā r-tās koku sugas reprezentants tad un tikai tad, kad visiem l spēkā nevienādība

$$p_r \hat{f}_r(\mathbf{x}) \ge p_l \hat{f}_l(\mathbf{x}),$$

kur

$$\begin{split} \hat{f}_r(\mathbf{x}) &= (2\pi)^{-K/2} \mid \hat{\Sigma}_r \mid^{-1/2} exp(-1/2(\mathbf{x} - \hat{\mu}_r)^T (\hat{\Sigma}_r)^{-1} (\mathbf{x} - \hat{\mu}_r)) \\ \hat{f}_l(\mathbf{x}) &= (2\pi)^{-K/2} \mid \hat{\Sigma}_l \mid^{-1/2} exp(-1/2(\mathbf{x} - \hat{\mu}_l)^T (\hat{\Sigma}_l)^{-1} (\mathbf{x} - \hat{\mu}_l)), \end{split}$$

 $p_r,\,p_l$ r-tās un
 l-tās sugas sastopamības biežumi apskatāmajā meža masīvā.

Šāds klasifikators pēc idejas minimizē vidējās kļūdīšanās varbūtību, tas ir, tas dēvējams par Beijesa klasifikatoru. Stingri teorētiski ņemot, tas būtu Beijesa klasifikators tikai tad, ja r-to sugu patiesi reprezentē normāli sadalīta ģenerālkopa \mathbf{X}_r , kuras $\mu_r = \hat{\mu}_r$ un $\Sigma_r = \hat{\Sigma}_r$, pie kam p_r , resp. p_l ir r-tās (resp. *l*-tās) sugas pārstāvja parādīšanās varbūtība aplūkojamā meža masīvā.

Klasifikatora 2. varianta konstrukcija balstās uz hipotēzi, ka r-tās un l-tās ģenerālkopas kovariācijmatricas ir samērā līdzīgas, un tās labi aproksimē matrica

$$\Sigma_{rl} = \frac{(\mid A'_r \mid -1)\hat{\Sigma}_r + (\mid A'_l \mid -1)\hat{\Sigma}_l}{\mid A'_r \mid + \mid A'_l \mid -2}$$

Tādēļ Σ_r un Σ_l tiek pielīdzināti Σ_{rl} . Klasifikatora pamatkārtula tiek formulēta

šādi: vektors $\mathbf{x} \in X$ tiek klasificēts kā r-tās sugas reprezentants, ja visiem $l \neq r$ spēkā nevienādība

$$p_r g_r(\mathbf{x}) \ge p_l g_l(\mathbf{x}),$$

kur

$$\begin{split} g_r(\mathbf{x}) &= (2\pi)^{-K/2} \mid \Sigma_{rl} \mid^{-1/2} exp(-1/2(\mathbf{x} - \hat{\mu}_r)^T (\Sigma_{rl})^{-1} (\mathbf{x} - \hat{\mu}_r)) \\ g_l(\mathbf{x}) &= (2\pi)^{-K/2} \mid \Sigma_{rl} \mid^{-1/2} exp(-1/2(\mathbf{x} - \hat{\mu}_l)^T (\Sigma_{rl})^{-1} (\mathbf{x} - \hat{\mu}_l)). \end{split}$$

Beijesa klasifikatora varianti pārbaudīti uz viena pārlidojuma multispektrālo attēlu *CASI*, kas deva ļoti augstu klasifikācijas kopējo precizitāti. Tas ir, klasificējot 270 koku sugas, ieguvām 96.77% klasifikācijas kopējo precizitāti. Rakstā [45] ir dota arī teorētiska analīze klasifikatoru konstrukcijai, kur ir parādīts, ka teorētiski aprēķinātie rezultāti ir tuvi eksperimentāli iegūtajiem statistiskajiem rādītājiem. Tas liecina, ka lietotais matemātiskais modelis ir adekvāts konkrētās reālās situācijas apraksts.

3.5.2. Beijesa klasifikatora konstrukcijas divpakāpju metode

Veidojot koku sugu identifikācijas algoritmu [20], kas izmanto tālizpētes procesā iegūto CASI multispektrālo attēlu no noteikta meža masīva, radās situācija, ka apmācības pikseļu apjoms Beijesa klasifikatora parametru novērtēšanai izrādījās pārāk mazs. Sī trūkuma pārvarēšanai tiek piedāvāta procedūra, kuru nosauksim par Beijesa klasifikatora konstrukcijas divpakāpju metodi [46]. Divu kategoriju objektu klasifikācijas gadījumā metode aprakstāma šādi. Katras kategorijas objekti tiek reprezentēti ar K kvantitatīvu pazīmju vektoriem $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_K)^T$. Katras kategorijas objektu pazīmju vektori interpretējami kā iztvēruma realizācijas no normāli sadalītām ģenerālkopām ar vienādām apriorām varbūtībām, kuru parametri nav zināmi. Tiek pieņemts, ka mūsu rīcība ir relatīvi neliela apjoma iztvēruma realizācijas no katras ģenerālkopas, uz kuru bāzes novērtējamas ģenerālkopu vidējās vērtības un kovariācijmatricas. Vienlaikus mūsu rīcībā tiek nodota liela apjoma datu kopa T, kas sevī apvieno iztvēruma realizācijas no vienas un otras ģenerālkopas. Izmantojot Beijesa tipa klasifikatoru (skat., 1.2.1. nodaļu), kuru parametri aprēķināti uz neliela apjoma datu bāzes (dizaina kopas) pamata, T elementi tiek sadalīti divās apakškopās T_1 un T_2 . Beijesa klasifikatora *i*-tās (i = 1, 2) ģenerālkopas sadalījuma blīvumfunkcijas novērtējums ir balstīts uz pirmajā etapā iegūtajiem parametru novērtējumiem. Interpretējot apakškopu T_i kā iztvēruma realizācijas datu kopu no \mathbf{X}_i , pārrēķina Beijesa klasifikatora parametru novērtējumus.

Beijesa klasifikatora konstrukcijas divpakāpju metode ir darba [46] turpinājums, kurš analizē divpakāpju metodes īpašības divdimensionālā gadījumā. Publikācijā [47] ir dots plašāks pētījuma apraksts un rezultāti, kuri balstīti uz pseidogadījumskaitļu ģeneratoru pielietojumu. Šī metode var tikt izmantota Beijesa klasifikatora konstrukcijā, lai atrisinātu multidimensionālu attēlu pikseļu klasifikācijas uzdevumu.

3.5.3. Divu multidimensionālu attēlu sapludināšana

Pieņemsim, ka mūsu rīcībā ir vienas apdzīvotas vietas, vienas scēnas divi attēli, kuri atšķiras ar prezentēto pikseļu izmēriem, ar spektra diapazonu un spektra joslu skaitu (iespējams, ar spektra joslu platumu un savstarpējo izvietojumu).

Pamatojoties uz minimālo informatīvo bāzi, izveidosim klasifikatoru V pikseļu kategorijām ar augstu precizitāti, izmantojot spektra joslu reflektējošā starojuma intensitātes no diviem multidimensionāliem attēliem.

Multidimensionālu attēlu sapludināšanas pieeja sastāv no diviem etapiem: pirmajā tiek veidoti divi klasifikatori uz seperētas informatīvas bāzes, t.i., uz atsevišķo attēlu pamata; otrajā - šie klasifikatori tiek "sajūgti" vienā, pretendējot uz klasifikācijas precizitātes pieaugumu.

Apzīmēsim vienu no attēliem ar I_1 , bet otru attēlu ar I_2 . Pieņemsim, ka attēlam I_1 ir k_1 spektrālās joslas, bet attēlam I_2 ir k_2 spektralās joslas. No I_1 spektra joslās tiek aprēķinātas r-tās pikseļu kategorijas (r = 1, 2, ..., R) pikseļu vidējās vērtības, iegūstot skaitļu vektoru $\mu_r = (\mu_{r1}, \mu_{r2}, ..., \mu_{rk_1})^T$.

Tālāk katrā no k_1 spektra joslām tiek izskaitļota attiecīgo pikseļu intensitātes vērtību sadalījuma kovariācijmatricas

$$\boldsymbol{\Sigma}_r = \frac{1}{c_r-1}\sum_{\nu=1}^{c_r} (\mathbf{x}_\nu-\boldsymbol{\mu}_r) (\mathbf{x}_\nu-\boldsymbol{\mu}_r)^T,$$

kur c_r ir r-tās kategorijas pikseļu skaits dizaina kopā, \mathbf{x}_{ν} ir ν -tā pikseļa spektra intensitātes vektors.

Ja pieņemam, ka r-tās kategorijas pikseļu I_1 spektra joslu intensitātes sadalījumu prezentē gadījumvektors $\mathbf{X}_r = (X_{r1}, X_{r2}, ..., X_{rk_1})^T$, tad Σ_r faktiski dod šī gadījumvektora kovariācijmatricas punktveida novērtējumu.

Tālāk apstrādājam attēlu I_2 analoģiski kā I_1 gadījumā. Apmācības datu kopas rtās kategorijas pikseļiem (r = 1, 2, ..., R) tiek aprēķinātas intensitātes vidējās vērtības katrā no k_2 spektra joslām un iegūts vidējo vērtību vektors $\mu'_r = (\mu'_{r1}, \mu'_{r2}, ..., \mu'_{rk_2})^T$.
Tālāk tiek izskaitļota kovariācijmatrica

$$\mathbf{S}_r = \frac{1}{c_r'-1}\sum_{\nu=1}^{c_r'} (\mathbf{y}_\nu - \boldsymbol{\mu}_r') (\mathbf{y}_\nu - \boldsymbol{\mu}_r')^T,$$

kur c'_r ir r-tās kategorijas pikseļu skaits dizaina kopā, \mathbf{y}_ν ir ν -tā pikseļa spektra intensitātes vektors.

Ar zināmu ticamības līmeni varam pieņemt, ka I_1 un I_2 r-tās kategorijas pikseļu joslu intensitātes vērtību sadalījumu prezentē normāli sadalīti gadījumvektori \mathbf{X}_r un \mathbf{Y}_r . Tādā gadījumā šo vektoru varbūtību sadalījuma blīvumfunkcijas $f_r(\mathbf{x})$ un $g_r(\mathbf{y})$ varam tuvināti izteikt ar formulām

$$\begin{split} f_r(\mathbf{x}) &= (2\pi)^{-k_1/2} \mid \Sigma_r \mid^{-1/2} exp(-1/2(\mathbf{x}-\mu_r))^T \Sigma_r^{-1}(\mathbf{x}-\mu_r)), \\ g_r(\mathbf{y}) &= (2\pi)^{-k_2/2} \mid S_r \mid^{-1/2} exp(-1/2(\mathbf{y}-\mu_r'))^T S_r^{-1}(\mathbf{y}-\mu_r')). \end{split}$$

Beijesa tipa klasifikatorus definējam pēc literatūras pārskatā dotās formulas. Katru pikselis no I_1 attēla klasificē kā l-tās kategorijas pikseli tad un tikai tad, kad šī pikseļa intensitātes vektors \mathbf{x} apmierina nosacījumu: $f_l(\mathbf{x})/f_r(\mathbf{x}) \geq 1$ visiem r = 1, 2, ..., R. Analoģiski katru pikseli no I_2 attēla klasificē kā l-tās kategorijas pikseli tad un tikai tad, kad šī pikseļa intensitātes vektors \mathbf{y} apmierina nosacījumu: $g_l(\mathbf{y})/g_r(\mathbf{y}) \geq 1$ visiem r = 1, 2, ..., R.

Seperāto klasifikatoru apvienošanas pamatā ir procedūra, kura katram pikselim no I_1 attēla aprēķina koordinātes pikselim no I_2 attēla pie nosacījuma, ka I_1 attēla telpiskā izšķirtspēja ir lielāka nekā I_2 attēlam, resp., "lielais" pikselis iekļauj sevī "mazo". Šādu pikseli no I_2 attēla sauksim par asociēto pikseli dotajam pikselim no I_1 attēla. Faktiski, mēs izpildīsim I_1 attēla pikseļu klasifikāciju, izmantojot asociētos pikseļus no I_2 attēla.

Definēsim divu multidimensionālu attēlu klasifikatoru, kuru apzīmēsim ar U. Klasifikators U katru pikseli klasificē kā l-tās kategorijas pikseli tad un tikai tad, kad

$$\frac{f_l(\mathbf{x})}{f_r(\mathbf{x})} + \frac{g_l(\mathbf{y}^a)}{g_r(\mathbf{y}^a)} \ge 2,$$

visiem r = 1, 2, ..., R, kur y^a ir I_1 attēla klasificējamā pikseļa asociētā pikseļa no I_2 attēla intensitātes vektors.

Divu multidimensionālu attēlu sapludināšanas pieeja pārbaudīta *RGB2014* attēlam, izmantojot *GRSS2014* termālo attēlu, tas ir, veicot šo divu attēlu sapludināšanu. Plašāks skaidrojums par pieeju un iegūtajiem rezultātiem ir publikācijā [52]. Šīs publikācijas rezultāti salīdzināti ar klasifikācijas rezultātiem, kur par joslu izvēles procedūru izmantota ECBG procedūra, skat. 5.5. nodaļu.

4. nodaļa

Joslu izvēles procedūru pielietojums hiperspektrāliem attēliem

Joslu izvēles eksperimentu rezultāti ir determinēti ar iepriekšējā nodaļā dotajiem joslu izvēles procedūru aprakstiem. Zināms, ka joslu izvēles procedūru pielietojums pēc noteikta alogritma dod dažādus SJK, kuru informativitāti mēs pārbaudīsim nākamajā nodaļā. Šīs nodaļas mērķis ir fiksēt SJK, kuri pētījuma procesā, veicot vairākus eksperimentus, ir atzīti par 'derīgiem'. Joslu izvēles eksperimentu rezultāti ir iegūti ar EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu izvēles procedūrām, izmantojot sliekšņu vērtības, kuras katram attēlam un procedūrai ir izvēlētas, balstoties uz šādiem apsvērumiem:

- t_{troksnis} sliekšņa vērtība ir nosakāma no konkrētā attēla, skat. 2.3. nodaļu;
- sliekšņu $t_{\text{entropija}}$, c_1 un c_2 vērtībām jābūt pamatotām ar statistisko modelēšanu (vai balstītām uz vairākiem eksperimentiem), lai iegūtu stabilus rezultātus.

Nevadītās joslu izvēles procedūras EMCR, EXCR, ESCR, ECBG ir veidotas pēc principa, ka tās neizmanto informāciju par konkrētā attēla pikseļu sadalījumu pa kategorijām, tas ir, neizmantojot patieso kategoriju attēlu (*ground truth image*) sniegto papildinformāciju. Turpretim vadītā joslu izvēles procedūra XECT taisni izmanto šo papildinformāciju. Joslu izvēles procedūras EMCR, EXCR un ESCR pēc savas konstrukcijas ir ļoti līdzīgas, ko var secināt no procedūru aprakstiem. Lai gan procedūras ECBG un XECT no procedūrām EMCR, EXCR, ESCR ir veidotas ar atšķirīgiem algoritmiem, tos saista vienota pieeja, izmantojot gan entropijas, gan korelācijas formulu. Šo procedūru līdzību novērtēsim nākamajās apakšnodaļās, kur tās ir pielietotas multidimensionāliem attēliem: 4 dažādiem hiperspektrāliem attēliem, no kuriem 3 ir redzamās un tuvās infrasarkanās gaismas attēli: *Indian Pines, University of Pavia* un *Salinas*, kā arī, vienam termālās gaismas attēlam: *GRSS2014*. Joslu izvēles procedūru rezultātā tika iegūti SJK ar 1-15 joslām. Procedūru izpildes laiks tika ierakstīts, izmantojot Intel Core i7-2600 3.4-GHZ CPU un 16- GB operatīvo atmiņu. Joslu izvēles procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT *MatLab* programmu kodi doti ??. pielikumā.

4.1. Indian Pines hiperspektrālais attēls

Hiperspektrālais attēls Indian Pines ir izmantots vairākos pētījumos, kuros prezentētas pieejas šī attēla pikseļu precīzākai klasifikācijai pa noteiktajām 16 kategorijām: $K_1, ..., K_{16}$ (Pielikumā A.3. tab.). Literatūras pārskata A.7. tab. parāda, ka no 33 pētījumiem Indian Pines attēls izmantots 24 pētījumos, lai demonstrētu joslu izvēles pieeju efektivitāti. Bet tikai daži zinātnisko rakstu autori ir atklājuši savus spektrālo joslu komplektus, skat. tālāk. Jādomā, ka šādu rezultātu slēpšana ir vēlme pasargāt savu pieeju nozagšanu un izmantošanu citiem uzdevumiem. Tomēr mums izdevās savas pieejas salīdzināt ar trīs atšķirīgām joslu izvēles metodēm: minimum noise band selection (Sun et al.) [76], spatial noise reduction and AP-based feature selection (Jia et al.) [35], clustering based band selection (Martinez-Uso et al.) [57]. Šo pieeju spektrālo joslu komplekti fiksēti 4.1. tab.

4.1. tabula. Spektrālo joslu komplekti ar citām metodēm Indian Pines attēlam

Metodes autori	k	Izvēlētās spektrālās joslas to noteikšanas kārtībā		
Jia et al	10	6, 14, 27, 46, 65, 96, 126, 138, 178, 201		
Sun et al	15	9, 17, 18, 28, 37, 52, 58, 64, 75, 82, 84, 120, 133, 168, 181		
Martinez-Uso et al	1-8	21, 54, 89, 170, 209, 126, 211, 103		
	9-10	21, 68, 49, 89, 103, 170, 209, 126, 211, 198		
	11 - 13	21, 68, 49, 89, 103, 170, 209, 198, 186, 128, 211, 79, 36		
	14 - 15	10, 22, 36, 49, 68, 79, 89, 103, 170, 209, 198, 186, 128, 211, 101		

4.1.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti *Indian Pines* attēlam

Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti Indian Pines attēlam fiksēti 4.2. tab. Tabulā fiksētās sliekšņu vērtības $t_{\text{entropija}}$, c_1 , c_2 ir eksperimentāli noteiktas, vairākkārtīgi mainot sliekšņu vērtības, un, analizējot iegūtos rezultātus (joslu skaitu, JKI ar klasifikācijas precizitātēm). Piemēram, procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT pie k = 15 izvēlētās joslas var vizualizēt grafikā att.4.1.



4.1. att. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija *Indian Pines* attēlam

Ja k = 7, tad starp procedūru EMCR, EXCR un ESCR 7 joslām ir trīs kopīgas joslas: 31, 79 un 131. Ja k = 15, tad starp procedūru EMCR un ESCR 15 joslām ir 3 kopīgas joslas: 31, 37 un 79, bet starp EXCR un ESCR 15 joslām ir 5 kopīgas joslas: 31, 35, 37, 79 un 131. EMCR un ECBG 15 joslām ir 8 kopīgas joslas: 31, 35, 36, 37, 70, 78, 79, 100, 121, bet ESCR un ECBG ir 3 kopīgas joslas: 31, 37 un 79, un EXCR un ECBG ir 4 kopīgas joslas: 31, 37, 79 un 80. EMCR un XECT 15 joslām ir 6 kopīgas joslas: 31, 35, 36, 41, 78 un 102. Gadījumos EXCR un XECT, ESCR un XECT 15 joslām, ir 2 kopīgas joslas: 31 un 34. ECBG un XECT 15 joslām ir 6 kopīgas joslas: 7, 31, 35, 36, 78 un 102.

Procedūras ECBG grupas ir $G_1 = \{166, 167, ..., 216\}, G_2 = \{111, 112, ..., 148\}, G_3 = \{8, 9, ..., 34\}, G_4 = \{38, 39, ..., 58\}, G_5 = \{59, 60, ..., 77\}, G_6 = \{81, 82, ..., 97\}, G_7 = \{98, 99, ..., 101\}, G_8 = \{5, 6, 7\}, G_9 = \{35\}, G_{10} = \{37\}, G_{11} = \{36\}, G_{12} = \{102\}, G_{13} = \{79\}, G_{14} = \{78\}, G_{15} = \{80\}.$ Šīs grupu joslas tālāk tiks izmantotas saskaņā ar procedūru ECBG-a, lai iegūtu augstākas klasifikācijas precizitātes, skat. 5. nodalu.

4.1.2. Krosvalidācija

Sliekšņu vērtību statistiskā modelēšana ir veikta ar krosvalidācijas metodi [4]. Nereti modeļa pārbaudei tiek izmantota 5-daļu krosvalidācija (5-fold crossvalidation), lai simulētu iespējamos nākotnes datus. Praksē tas nozīmē, ka attēlu ar gadījuma skaitļu ģeneratora palīdzību, sadala p = 5 vienādās daļās. Modelis tiek pielietots (fit) uz p - 1 daļām un pārbaudīts (testēts) uz atlikušo daļu. Šādi rīkojas ar katru no pdaļām un pēc tam rezultātus vidējo. Mūsu gadījumā joslu izvēles procedūras tiek pie-

k	$t_{ m entropija}$	c_1,c_2	Spektrālās joslas to noteikšanas kārtībā	laiks, s
EMCR				
1-7	2	0.950	31, 79, 41, 131, 35, 70, 37	2.49
8-15	2	0.970	31, 79, 41, 121, 35, 70, 37, 9, 36, 100, 86, 77, 81, 102, 78	2.74
EXCR				
1-6	2	0.930	31, 79, 110, 80, 3, 37	0.86
7-9	2	0.950	31, 79, 131, 78, 35, 65, 102, 38, 99	1.25
10 - 15	2	0.985	31, 79, 131, 78, 34, 37, 16, 80, 168, 81, 8, 95, 3, 89, 5	4.42
ESCR				
1-6	2	0.930	31, 79, 110, 37, 3, 80	0.91
7-15	2	0.985	31, 79, 131, 137, 136, 132, 130, 134, 135, 133, 138, 129,	
			139, 37, 34	6.09
ECBG				
1 - 15	2	0.960	180, 121, 31, 42, 70, 84, 100, 7, 35, 37, 36, 102, 79, 78, 80	1.10
XECT				
1-15		0.920	29, 38, 120, 3, 35, 34, 55, 95, 36, 78, 7, 111, 41, 31, 102	1.29

4.2. tabula. EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti *Indian Pines* attēlam

lietotas p-1 daļām tā, ka procedūras tiek darbinātas uz šiem datiem, mainot $t_{entropija}$, c_1 un c_2 sliekšņu vērtības: $t_{entropija} = 2, 3, ..., 6, c_1, c_2 = 0.930, 0.935, 0.940, ..., 0.990$. Krosvalidācijas mērķis ir atrast piemērotākās sliekšņa vērtības, kas tiek noteiktas ar konkrētā attēla pikseļu klasifikāciju p-tai daļai. Sliekšņu vērtības tiek izvēlētas atrodot maksimālo klasifikācijas precizitātes vērtību, kas tika iegūta kā vidējā precizitāte no p attēlu daļu klasifikācijas gadījumiem. Šo daļu klasifikācija ir veikta ar SVM klasifikatoru, apmācībai izmantojot 20% no klasificējamās datu kopas, no kuriem aprēķina vidējo (no 20 eksperimentiem) klasifikācijas precizitāti (AOA). Krosvalidācijas rezultāti joslu izvēles procedūrām EMCR un ECBG 15 joslu gadījumā doti att.4.2. Piedāvāto procedūru 15 izvēlētās spektrālās joslas, izmantojot sliekšņu noteikšanai krosvalidācijas pieeju, dotas 4.3. tab. Ja salīdzina 4.2. tab. ar 4.3. tab. rezultātus: EMCR ir 10 kopīgas joslas (31, 35, 36, 37, 41, 77, 79, 86, 100 un 121), EXCR ir 8 kopīgas joslas (8, 31, 78, 79, 80, 81, 131 un 168), EXCR ir 5 kopīgas joslas (31, 34, 37, 132 un 133), ECBG ir 10 kopīgas joslas (31, 35, 36, 37, 42, 70, 84, 100, 121 un 180), XECT ir 6 kopīgas joslas (29, 34, 35, 36, 38 un 41).

Procedūras ECBG grupas, kur sliekšņu noteikšanai izmantota krosvalidācija, ir $G_1 = \{113, 114, ..., 147\}, G_2 = \{172, 173, ..., 206\}, G_3 = \{12, 13, ..., 34\}, G_4 = \{38, 39, ..., 56\}, G_5 = \{61, 62, ..., 76\}, G_6 = \{82, 83, ..., 94\}, G_7 = \{6, 7, ..., 11\}, G_8 = \{57, 58, ..., 60\}, G_9 = \{167, 168, 169\}, G_{10} = \{99, 100, 101\}, G_{11} = \{96, 97, 98\}, G_{12} = \{35\}, G_{13} = \{37\}, G_{14} = \{36\}, G_{15} = \{95\}.$



4.2. att. Krosvalidācija *Indian Pines* joslu izvēles procedūru (a) ECBG (b) EMCR parametriem 15 joslu gadījumā

4.3. tabula. EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti *Indian Pines* attēlam

	$t_{ m entropija}$	c_1,c_2	15 izvēlētās spektrālās joslas to noteikšanas kārtībā	
EMCR	5	0.980	31, 79, 41, 121, 35, 57, 65, 37, 11, 36, 100, 86, 98, 77, 95	2.71
EXCR	4	0.975	31, 79, 131, 78, 35, 65, 102, 77, 100, 48, 98, 8, 80, 168, 81	3.13
ESCR	6	0.990	31, 37, 34, 16, 17, 15, 62, 35, 76, 75, 38, 74, 73, 133, 132	3.04
ECBG	5	0.980	121, 180, 31, 42, 70, 84, 11, 57, 168, 100, 98, 35, 37, 36,	
			95	0.88
XECT		0.980	29, 35, 15, 38, 34, 32, 41, 42, 43, 70, 89, 121, 33, 30, 36	1.53

4.2. University of Pavia hiperspektrālais attēls

Par University of Pavia attēlu apstrādi ir veikti vairāki pētījumi, ko uzskatāmi parāda pielikumā literatūras pārskata A.7. tab. No literatūras pārskata 33 zinātniskiem darbiem, 10 darbos University of Pavia attēls ir bijis tas, uz kuru pārbaudīta kāda no joslu izvēles procedūrām. Bet šajos 7 darbos nebija atklāti norādīti spektrālo joslu komplekti, kuri izmantoti University of Pavia attēla klasifikācijai. Mūsu redzeslokā vēlāk nonāca publikācija [11], kurā pētnieki fiksējuši 9 joslu numurus University of Pavia attēlam, kuras viņu algoritms ir izvēlējies kā informatīvākās (skat. Cao et al. 4.4. tab.). Šo joslu izvēles metodi Cao un līdzautori nosaukuši par automātisko joslu izvēli (automatic band selection), kas ir balstīta pieejā, kura izmanto klasterizāciju. 4.4. tabula. Spektrālo joslu komplekti ar automātisko joslu izvēli un klasterizāciju University of Pavia attēlam

Metodes autori	Joslu skaits	Izvēlētās spektrālās joslas
Cao et al	9	10, 31, 43, 53, 60, 72, 74, 86, 95

4.2.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti University of Pavia attēlam

Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti University of Pavia attēlam fiksēti 4.5. tab.

Visām joslu izvēles procedūrām tika izvēlēts vienāds trokšņa slieksnis $t_{troksnis} = 0.6785$, tādējādi University of Pavia attēlam bija tikai viena trokšņaina josla: 1.

Lai gūtu vispārīgu priekšstatu par joslu izvēles procedūrām, cik dažādi vai vienādi rezultāti ir iegūti, aplūkosim dažus gadījumus ar noteiktu joslu izvēles skaitu k. Ja k = 7, tad starp procedūru EMCR, EXCR un ESCR 7 joslām ir 2 kopīgas joslas: 91 un 21. Ja k = 15, tad starp procedūru EMCR un ESCR 15 joslām ir 6 kopīgas joslas: 2, 4, 21, 76, 79, 91, bet starp EXCR un ESCR 15 joslām ir 7 kopīgas joslas: 2, 3, 4, 21, 76, 79, 91. EMCR un ECBG 15 joslām ir 6 kopīgas joslas: 70, 72, 74, 76, 79, 91, bet ESCR un ECBG ir 5 kopīgas joslas: 5, 7, 76, 79, 91, un EXCR un ECBG ir 7 kopīgas joslas: 68, 70, 72, 74, 76, 79, 91. EMCR un XECT 15 joslām ir 4 kopīgas joslas: 2, 4, 29, 76. Gadījumos EXCR un XECT, ESCR un XECT 15 joslām, ir 6 kopīgas joslas. ECBG un XECT 15 joslām ir 2 kopīgas joslas: 68 un 76. Apskatītajos gadījumos, kad k = 7 vai k = 15, varam novērot, ka SJK satur joslas, kuras faktiski ir blakusjoslas, piemēram, EXCR un ESCR proceduras joslas 2, 3 un 4.

Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT pie k = 15 izvēlētās joslas vizualizētas grafikā att.4.3. No grafika varam redzēt, ka lielākā daļa joslu koncentrējas joslu intervālos no 1 līdz 7 un no 67 līdz 81, bet atlikušās joslas ir izkliedētas citos joslu intervālu apgabalos. Procedūra XECT dod atšķirīgu rezultātus no citām procedūrām, piemēram, josla: 100, nav starp EMCR, EXCR, ESCR un ECBG procedūru izvēlētajām joslām. Var novērot, ka procedūra ESCR dod lielu izvēlēto joslu pārtraukumu intervālā no 24 līdz 60.

Kā jau 2. *dati un priekšapstrāde* nodaļā atzīmējām, ka hiperspektrālā sensorā tiek fiksētas no dažādiem objektiem atstarotās vērtības, kuras ir atšķirīgas vairākos spektrālo joslu viļņu garumu diapazonos (ar izšķirtspēju 15 nm). Šeit mēs abstrahējamies no konkrētu objektu, vai noteiktu pikseļu kategoriju atšķirību pētīšanas dažādos spektrālo joslu viļņu diapazonos. Tas gan neizslēdz, ka eksistē kādas mums šobrīd

nezināmas likumsakarības, kāpēc mūsu piedāvātas procedūras dod tieši šādus SJK.

4.5. tabula. EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti University of Pavia attēlam

k	$t_{ m entropija}$	c_1, c_2	Spektrālās joslas to noteikšanas kārtībā	laiks, s
EMCR				
1-8	2	0.960	91, 21, 67, 77, 2, 43, 74, 71	5.12
9-11	2	0.970	91, 21, 67, 78, 46, 2, 75, 36, 70, 73, 4	6.47
12 - 15	2	0.985	91, 21, 67, 79, 76, 53, 2, 43, 37, 70, 74, 72, 29, 4, 6	11.55
EXCR				
6	2	0.930	91, 21, 76, 2, 73, 62	3.50
7	2	0.950	91, 21, 77, 3, 74, 62, 71	3.87
8	2	0.960	91, 21, 77, 3, 74, 2, 72, 37	5.61
9-11	2	0.970	91, 21, 78, 3, 75, 2, 73, 5, 71, 35, 64	9.43
12 - 15	2	0.985	91, 21, 79, 3, 76, 2, 74, 4, 72, 6, 70, 29, 64, 37, 68	13.39
ESCR				
1-8	2	0.960	91, 21, 20, 19, 22, 18, 17, 61	6.33
9-11	2	0.970	91, 21, 20, 19, 22, 18, 17, 78, 61, 62, 60	9.03
12 - 15	2	0.985	91, 21, 20, 19, 22, 18, 79, 61, 62, 2, 7, 3, 5, 76, 4	13.47
ECBG				
6-10	2	0.960	63, 91, 31, 42, 14, 77, 70, 74, 4, 2	4.68
11 - 15	2	0.985	91, 63, 17, 35, 26, 49, 41, 79, 5, 76, 68, 70, 74, 72, 7	7.28
XECT				
1-15		0.970	61, 100, 3, 2, 13, 81, 29, 71, 73, 47, 68, 18, 76, 92, 24	0.28



4.3. att. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija University of Pavia attēlam

 $\begin{array}{l} \mbox{Procedūras ECBG grupas 6-10 joslu gadījumā ir G_1 = $\{43,44,...,69\}, G_2 = $\{78,79,...,103\}, G_3 = $\{15,16,...,31\}, G_4 = $\{32,33,...,42\}, G_5 = $\{5,6,...,14\}, G_6 = $\{75,76,77\}, G_7 = $\{70,71,72\}, G_8 = $\{73,74\}, G_9 = $\{3,4\}, G_{10} = $\{2\}$. Procedūras ECBG grupas 11-15 joslu gadījumā ir G_1 = $\{80,81,...,103\}, G_2 = $\{50,51,...,67\}, G_3 = $\{8,9,...,17\}, G_4 = $\{27,28,...,35\}, G_5 = $\{18,19,...,26\}, G_6 = $\{42,43,...,49\}, G_7 = $\{36,37,...,41\}, G_8 = $\{77,78,79\}, G_9 = $\{4,5,6\}, G_{10} = $\{75,76\}, G_{11} = $\{68,69\}, G_{12} = $\{70,71\}, G_{13} = $\{73,74\}, G_{14} = $\{72\}, G_{15} = $\{7\}. \end{array}$

4.3. Salinas hiperspektrālais attēls

Par Salinas attēlu apstrādi, līdzīgi kā par iepriekšējiem Indian Pines un University of Pavia attēliem, ir veikti ļoti daudz pētījumi(pielikumā literatūras pārskata A.7. tab.) No literatūras pārskata 33 zinātniskiem darbiem, 8 darbos Salinas attēls ir bijis tas, uz kuru pārbaudīta jauna joslu izvēles procedūra. Diemžēl mūsu rīcībā, no literartūras pārskatā skatītajām publikācijām, nav bijis iespējams noteikt, kuras joslas ir izvēlētas pie mums interesējošā joslu skaita k, k = 1, 2, ..., 15.

4.3.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti *Salinas* attēlam

Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti Salinas attēlam fiksēti 4.6. tab. Visām joslu izvēles procedūrām tika noteikts vienāds trokšņa slieksnis $t_{troksnis} = 0.7317$, tādējādi ieguvām trokšņainās joslas Salinas attēlam: 1, 2, 107, 113, 153.

Aplūkosim dažus gadījumus ar noteiktu joslu izvēles skaitu k. Ja k = 7, tad starp procedūru EMCR, EXCR un ESCR 7 joslām ir 2 kopīgas joslas: 37 un 62. Ja k = 15, tad starp procedūru EMCR, EXCR un ESCR 15 joslām ir 5 kopīgas joslas: 37, 40, 62, 82, 84, bet starp EXCR un ESCR 15 joslām ir 9 kopīgas joslas: 3, 7, 37, 40, 41, 62, 82, 84, 148. EMCR un ECBG 15 joslām ir 10 kopīgas joslas: 23, 35, 49, 62, 82, 84, 100, 103, 105, 126, bet ESCR un ECBG ir 3 kopīgas joslas: 62, 82 un 84, un EXCR un ECBG ir 5 kopīgas joslas: 62, 82, 84, 100 un 103. EMCR un XECT 15 joslām ir 1 kopīga josla: 39. Gadījumos pie k = 15 EXCR un XECT dod 2 kopīgas joslas: 3 un 39, ESCR un XECT dod 1 kopīgu joslu: 3. ECBG un XECT 15 joslām nav nevienas kopīgas joslas.

Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT pie k = 15 izvēlētās joslas vizualizētas grafikā att.4.4. Pārraudzīto joslu izvēles procedūras dod ļoti līdzīgus rezultātus, piemēram, šo procedūru SJK ir josla: 84, bet, ja skatās uz atšķirībām, tad procedūra ESCR dod joslu iztrūkumu intervālā no 149 līdz 220, procedūra EMCR dod joslu iztrūkumu intervāla no 125 līdz 216, bet procedūra ECBG dod iztrūkumus intervālos no 127 līdz 168, un no 180 līdz 220. Kā jau iepriekš atzīmējām, tad šos iztrūkumus iespējams izskaidrot ar objektu fizikālo dabu, novērojot atšķirības spektrālo joslu diapazonos fiksētām objektu atstarojumu vērtībām, tas ir, pikseļiem. Bet šeit sīkāk neaplūkosim, kāda varētu būt saistība SJK ar pikseļu vērtībām pa kategorijām dažādos spektrālo joslu viļņu diapazonos.

				1 .1
k	$t_{ m entropija}$	c_1, c_2	Spektralas joslas to noteikšanas kartība	laiks, s
EMCR				
1-8	2	0.960	62, 37, 217, 126, 83, 35, 99, 39	5.11
9-15	2	0.985	62, 37, 217, 49, 82, 126, 40, 35, 84, 39, 100, 23, 103, 38,	
			105	12.57
EXCR				
1-9	2	0.960	62, 37, 83, 25, 99, 194, 39, 152, 103	3.09
10 - 15	2	0.985	62, 37, 40, 7, 82, 17, 41, 3, 84, 148, 39, 152, 100, 191, 103	9.82
ESCR				
1-7	2	0.960	62, 37, 19, 83, 27, 139, 28	3.28
8-15	2	0.985	62, 37, 40, 7, 21, 82, 5, 4, 6, 41, 3, 42, 84, 148, 128	12.41
ECBG				
1 - 15	2	0.985	179, 126, 62, 84, 35, 16, 49, 100, 23, 8, 116, 82, 103, 105,	
			169	10.36
XECT				
1 - 15		0.965	44, 171, 29, 205, 176, 172, 40, 81, 170, 56, 3, 136, 213, 95,	
			83	0.87

4.6. tabula. EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultāti Salinas attēlam



4.4. att. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija Salinas attēlam

4.4. GRSS2014 termālais attēls

Termālais attēls GRSS2014 nav plaši literatūrā pētīts, jo tas galvenokārt izmantots datu sapludināšanas uzdevumam [81]. Piemēram, var atrast tikai dažas publikācijas [60, 38, 52], kuru pētījumu tematika koncentrēta uz datu sapludināšanas uzdevumu, nevis uz atsevišķa attēla spektrālo joslu izvēli.

GRSS2014 termālais attēls pēc savas fizikālas dabas ir atšķirīgs no iepriekšējiem hiperspektrālajiem attēliem, jo pikseļu vērtības iegūtas hiperspektrālā sensora spektrālo joslu diapazonu novirzot uz tālākiem viļņa garumiem, tas ir, uz termālo diapazonu no 7800 nm līdz 11500 nm. Tālāk aplūkosim šī attēla joslu izvēles procedūru rezultātus.

4.4.1. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti *GRSS2014* attēlam

Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT rezultāti *GRSS2014* attēlam fiksēti 4.7. tab. Vēloties saglabāt pētāmo joslu izvēles procedūru vispārīgumu, tika pielietots slieksnis $t_{troksnis} = 0.7184$, kas *GRSS2014* attēlam deva trokšņainu joslu : 82.

Aplūkosim dažādus SJK gadījumus ar atšķirīgu joslu skaitu k joslu izvēles procedūrām. Ja k = 7, tad procedūrām EMCR un EXCR ir 6 kopīgas joslas: 75, 78, 79, 80, 81, 83 un 84, EMCR un ESCR ir kopīgas visas 7 joslas. Ja k = 15, tad starp procedūru EMCR un ESCR 15 joslām ir 13 kopīgas joslas: 53, 64, 69, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 83 un 84, bet EXCR un ESCR procedūru 15 joslas ir vienas un tās pašas, tikai citā secībā. EMCR un ECBG 15 joslām ir 10 kopīgas joslas: 53, 57, 64, 69, 74, 75, 78, 79, 83 un 84, ESCR, EXCR un ECBG ir 10 kopīgas joslas: 51, 53, 64, 69, 74, 75, 78, 79, 83 un 84. EMCR un XECT 15 joslām ir 12 kopīgas joslas: 53, 57, 64, 69, 74, 75, 78, 79, 80, 81, 83 un 84. Gadījumos pie k = 15 EXCR un XECT deva 12 kopīgas joslas: 51, 53, 64, 69, 74, 75, 78, 79, 80, 81, 83 un 84, ESCR un XECT 9 kopīgas joslas: 1, 69, 75, 78, 79, 80, 81, 83, 84. ECBG un XECT 15 joslām ir 11 kopīgas joslas: 51, 53, 57, 64, 69, 74, 75, 78, 79, 83 un 84.

Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT pie k = 15 izvēlētās joslas vizualizētas grafikā att.4.5. Procedūru EMCR, EXCR, ECBG un XECT iegūto SJK joslas pārsvarā ir intervālā no 47 līdz 84, bet procedūras ESCR joslas ir pārsvarā intervālā no 69 līdz 84. Procedūras EMCR un EXCR dod SJK ar iztrūkstošām joslām intervālā no 1 līdz 46. Procedūra ECBG dod SJK ar iztrūkstošām joslām intervālā no 25 līdz 56, bet procedūra XECT - intervālā no 2 līdz 50.

 $\begin{array}{l} \text{Proced\bar{u}ras ECBG grupas ir } G_1 = \{4,5,...,18\}, \ G_2 = \{22,23,...,34\}, \ G_3 = \{84\}, \\ G_4 = \{83\}, \ G_5 = \{78\}, \ G_6 = \{79\}, \ G_7 = \{75\}, \ G_8 = \{64\}, \ G_9 = \{69\}, \ G_{10} = \{74\}, \\ G_{11} = \{57\}, \ G_{12} = \{53\}, \ G_{13} = \{51\}, \ G_{14} = \{54\}, \ G_{15} = \{60\}. \end{array}$

k	$t_{ m entropija}$	c_1,c_2	Spektrālās joslas to noteikšanas kārtībā	laiks, s
EMCR				
1-13	2	0.97	84, 83, 81, 80, 69, 79, 78, 75, 77, 74, 76, 53, 73	75.09
14 - 15	2	0.98	84, 83, 81, 80, 69, 79, 78, 75, 77, 74, 76, 64, 53, 57, 73	101.88
EXCR				
1-10	2	0.96	84, 83, 81, 80, 53, 79, 78, 75, 77, 74	20.55
11 - 13	2	0.97	84, 83, 81, 80, 53, 79, 69, 78, 75, 77, 47, 76, 74	40.62
14 - 15	2	0.98	84, 83, 81, 80, 53, 79, 69, 78, 75, 77, 64, 76, 47, 74, 51	54.43
ESCR				
1 - 15	2	0.98	84, 83, 81, 80, 69, 78, 79, 75, 64, 77, 47, 74, 53, 76, 51	54.41
ECBG				
1 - 15	2	0.98	6, 32, 84, 83, 78, 79, 75, 64, 69, 74, 57, 53, 51, 54, 60	43.95
XECT				
1 - 15		0.94	84, 83, 69, 79, 81, 53, 78, 64, 75, 74, 51, 80, 1, 66, 57	1.25

4.7. tabula. EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT procedūru rezultātiGRSS2014attēlam



4.5. att. Procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu vizualizācija GRSS2014 attēlam

4.5. Ar *Nuance* kameru iegūto ādas veidojumu attēlu spektrālo joslu izvēles pielietojums

Adas veidojumu klasifikācijā tika izmantota joslu izvēles procedūra, skat. 3.4. nodaļu. No visām spektra joslām tika izvēlēti spektra joslu trijnieki, proti, 10., 20. un 30. josla un 10., 20. un 40. josla, kas raksturojas ar viļņu garumiem $\lambda_{10} = 540$ nm, $\lambda_{20} = 640$ nm, $\lambda_{30} = 740$ nm un $\lambda_{40} = 840$ nm. Šīs spektrālās joslas tika izvēlētas izmantojot skaitļus g_j un h_j , tas ir, tika izvēlētas tās joslas, kuras deva mazāko vērtību šo skaitļu summām, skat. att.4.6. Interesanti atzīmēt, ka divas joslas (10. un 20.) gandrīz precīzi atbilst tām divām joslām, kuras savā pētījumā kā informatīvas izvirzītas darbā [19].

Tiek pieņemts, ja divu joslu korelācija ir pozitīva un tuva 1, tad abu joslu iekļaušana vienā kopā ir uzskatāma par nepamatotu. Spektrālās joslas 11.-15. ir ļoti korelētas



4.6. att. Spektrālo joslu izvēle ādas veidojumu klasifikācijai



4.7. att. Korelācijas koeficienti spektrālo joslu pāriem: a) 10. ar 11.-30., b) 20. ar 21-40

ar 10. joslu, bet joslas sākot no 17. ir mazāk korelētas, skat.att.4.7(a). Analoģiski, 21.-25. spektrālās joslas ir ļoti korelētas ar 20. joslu, bet sākot no 26. spektrālās joslas ir mazāk korelētas, skat. att.4.7(b).

10. un 20. spektrālās joslu iekļaušana joslu trijniekā ādas veidojumu klasifikācijai tiek pamatota ar korelācijas koeficientiem 10. un 11.-30. joslām, 20. un 21.-40. joslām, skat. att.4.7. Piemēram, melanoma attēlam $corr_M(10, 20) = 0.86$, kas norāda uz to, ka šīs joslas nav dublējošas, bet ir savstarpēji papildinošas. Korelācijas koeficients 10. un 30. spektrālai joslai ir vēl zemāks. Korelācijas koeficients 20. ar 40. joslu ir pietiekami zems, kas attaisno izvēlēto spektrālo joslu trijnieku {10, 20, 40}.

Ādas veidojumu klasifikācijas rezultāti, kas iegūti ar izvēlētajām spektrālajām joslām, tālāk prezentēti 5.6. nodaļā.

5. nodaļa

Multidimensionālu attēlu klasifikācija

Promocijas darbā multidimensionālu attēlu klasifikācija ir veikta 4 hiperspektrāliem attēliem, kuriem, ar atšķirīgām joslu izvēles procedūrām, ir noteikti SJK 4. nodaļā. Multidimensionālu attēlu klasifikācijas uzdevums satur vairākus sarežģītus etapus, piemēram, klasifikatora, kategoriju skaita, klasifikācijas precizitātes rādītāju (skat. 1.3. nodaļu) izvēles, jautājumiem, kas saistīti ar klasifikatora darbības nosacījumiem un JKI atkarību no kategoriju sistēmas, u.c. tehniskiem, realizācijas un ātrdarbības jautājumiem.

Atšķirīgs multidimensionālu attēlu klasifikācijas risinājums nēvusu un melanomu identifikācijai ir skatīts 5.6. nodaļā.

Multidimensionālu attēlu klasifikācijas rezultāti novērtēti ar kopējās klasifikācijas precizitāti un kappa precizitāti. Pielikumā A.3., A.4., A.5., A.6. tabulās uzrādīts hiperspektrālo attēlu pikseļu skaits no patieso kategoriju attēla. Klasifikācijas eksperimenti Indian Pines, University of Pavia un Salinas attēliem tika veidoti tā, lai 20 % pikseļi no patieso kategoriju attēla tiek paņemti klasifikatora apmācībai, bet atlikušie 80% pikseļi tiek klasificēti. Tā kā attēla GRSS2014 patieso kategoriju attēls ir ar lielu pikseļu skaitu, tad pilnīgi pietika paņemt 1% pikseļu klasifikatora apmācībai, bet atlikušos 99% klasifikācijai. Turklāt, lai rezultāti būtu uzticamāki, ar MatLab programmatūrā iebūvēto gadījumskaitļu ģeneratora palīdzību [55], tika izveidotas 20 dažādas apmācības pikseļu kategoriju kopas, lai, pēc klasifikācijas rezultātu iegūšanas, varētu aprēķināt vidējo klasifikācijas precizitāti (AOA) no 20 klasifikācijas gadījumiem katram attēlam.

5.1. Klasifikācijas rezultāti Indian Pines attēlam

Tā kā mērķis ir noteikt JKI, tad izmantojot procedūru EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT iegūtos joslu komplektus, tiek veikta hiperspektrālā attēla *Indian Pines* pikseļu klasifikācija ar Beijesa, *k*-NN, SVM un NN klasifikatoriem. Aplūkosim klasifikācijas rezultātus grafikos att.5.1, kas parāda vidējo kopējo klasifikācijas precizitāti (AOA), un att.5.2. - vidējo *kappa* klasifikācijas precizitāti.



5.1. att. *Indian Pines* attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar (a) Bayes, k-NN, SVM un (b) NN

Grafikā att.5.1(a) varam novērot, ka pieaugot joslu skaitam, klasifikācijas precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem kopējā precizitāte), kas iegūta ar Beijesa, k-NN un SVM klasifikatoriem, paaugstinās līdz pat 85 %. Bet ne visu procedūru SJK klasifikācijā sasniedz šo augsto preciztātes līmeni- varam novērot, ka procedūra ESCR ir diezgan nestabila, jo SJK, kuros ir 10-12 joslas, salīdzinājumā ar SJK, kuros ir 9 joslas, dod zemāku klasifikācijas precizitāti nekā esam cerējuši iegūt. Procedūras EXCR SJK ar 10 joslām arī dod zemāku klasifikācijas precizitāti salīdzinājumā ar SJK, kurā ir 9 joslas. Turpretim procedūras EMCR visi 15 SJK parāda pietiekami stabilu klasifikācijas precizitātes pieagumu. Procedūru ECBG un XECT klasifikācijas precizitātes ar SVM klasifikatoru ir arī ar pieaugošu tendenci. Augstāka klasifikācijas precizitāte ir sasniegta ar procedūras ECBG SJK, kurā ir 10 joslas. Ja salīdzina procedūras ECBG SJK, kurā ir 10 joslas, klasifikācijas precizitāti ar precizitāti, kas iegūta ar 2014. gada publikācijas autoru Sun et al. uzrādīto SJK [76], kurā ir 10 joslas, procedūras ECBG SJK ir informatīvāks, jo klasifikācijas precizitāte 83.72 % ir par 1.6 % augstāka nekā konkurentu klasifikācijas precizitāte. Turpretim ar ECBG SJK iegūtās klasifikācijas precizitātes nepārsniedz 2016. gadā autoru Jia et al. SJK ar 15 joslām [35] klasifikācijas precizitāti 84.6 %, tas ir, mūsu labākais rezultāts ar 10 joslām 83.72 % ir par 0.88 % zemāks nekā konkurentiem. Salīdzinot ar procedūras ECBG SJK iegūtām precizitātēm 2007. gada autoru Martinez-Uso et al. SJK klasifikācijas precizitātēm [57], mūsu piedāvātā procedūra ir devusi veiksmīgākus SJK, tas ir, ieguvām augstākas klasifikācijas precizitātes. Ar procedūru XECT SJK, kurā ir 10 joslas, ieguvām nākamo labāko klasifikācijas rezultātu, tas ir 80.85 %, kas ir par aptuveni 2.9 % zemākas nekā ar ECBG procedūras SJK iegūto klasifikācijas precizitāti.

Ja salīdzina klasifikācijas precizitātes att.5.1(a) ar SVM klasifikācijas rezultātu, kurā izmantotas visas *Indian Pines* spektrālās joslas (grafikā *SVM allbands*), tad ECBG procedūras SJK klasifikācijā ir vērtējami ar pietiekami augstu informativitāti. Uzskatīsim, ka ECBG procedūras spektrālās joslas ir devušas ekvivalentu klasifikācijas rezultātu, salīdzinājumā ar klasifikācijas rezultātu, kur izmantotas visas spektrālās joslas.



5.2. att. *Indian Pines* attēla klasifikācijas vidējā kappa precizitāte ar (a) Bayes, k-NN, SVM un (b) SVM (ECBG-a)

Grafikā att.5.2(a) varam novērot ļoti līdzīgu situāciju kā grafikā att.5.1(a). Faktiski, klasifikācijas *kappa* precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem) salīdzinājumā ar kopējo klasifikācijas precizitāti ir par aptuveni 2.4 iedaļām zemāka (ja *kappa* precizitātes tiek pareizinātas ar 100). Bet klasifikācijas precizitātes kritums ir vienmērīgs, tādēļ iepriekš aplūkoto rezultātu salīdzinājums kopējai klasifikācijas precizitātei ir attiecināms arī uz *kappa* precizitāti. Tātad procedūras ECBG SJK iegūtās *kappa* precizitātes ir augstākas par citu piedāvāto procedūru SJK iegūtajām *kappa* precizitātēm.

Grafikos att.5.3 ir salīdzināti klasifikācijas rezultāti, kas iegūti izmantojot sliekšņu

noteikšanas pieejas: (a) ar krosvalidāciju, skat. 4.1.2. nodaļu, (b) ar vairāku eksperimentu, mainot sliekšņu vērtības, veikšanu. Šeit varam novērot, ka (a) un (b) pieejas nav būtiski atšķirīgas, tāpēc citiem attēliem sliekšņu noteikšana ar krosvalidāciju nav piemērota.



5.3. att. *Indian Pines* attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitātes ar (a) krosvalidācijas un (b) vairāku eksperimentu sliekšņu noteikšanas pieejām

Pirmajā tuvinājumā kopējā klasifikācijas precizitāte ir piemērota, lai novērtētu JKI. Bet interesējoties par praktisko pusi (kā tas ir formulēts līgumdarbu vai zinātnisku projektu sasniedzamos rezultātos), tiek uzlikti nosacījumi attiecībā uz konkrēto kategoriju pikseļu klasifikācijas precizitāti. Tādēļ ļoti svarīgi ir aplūkot konkrētā attēla pikseļu klasifikācijas lietotāja precizitāti.

Aplūkosim detalizētāk klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes (AUA) att.5.4, kas iegūtas, izmantojot ECBG procedūras SJK, ar Beijesa, k-NN, SVM un NN klasifikatoriem. Grafikos var novērot, ka lietotāja precizitātes ir zemākas kategorijām: Alfalfa (K1), Grass/pasture-mowed (K7), Oats (K9), Bldg-Grass-Tree-Drives (K15). Vēl vairāk, ar Beijesa klasifikatoru iegūtās lietotāja precizitātes šīm kategorijām ir ļoti tuvu 0. Respektīvi, Beijesa klasifikators nedod labus klasifikācijas rezultātus attiecībā uz atsevišķām kategorijām. Līdzīgus novērojumus mēs varam veikt rezultātiem ar k-NN klasifikatoru. Ar k-NN klasifikatoru iegūtās lietotāja precizitātes ir neapmierinošas kategorijām Alfalfa (K1), Grass/pasture-mowed (K7), Oats (K9), Bldg-Grass-Tree-Drives (K15), jo precizitātes ir zemākas par 50 %. Labāka situācija ir ar SVM klasifikatoru, kur grafikā sākot ar 10, t.i., gadījumā, kad procedūras ECBG SJK ir ar joslu skaitu \geq 10, lietotāja klasifikācijas precizitātes visām kategorijām ir lielākas par 50 %. Aplūkoto kategoriju Alfalfa, Grass/pasture-mowed, Oats, Bldg-Grass-Tree-



5.4. att. Indian Pines attēla klasifikācijas vidējā lietotāja precizitāte, ECBG: (a) Bayes, (b) k-NN, (c) SVM, (d) NN

Drives lietotāju precizitātes ir zemākas arī ar SVM. Vidējās lietotāja precizitātes Indian Pines attēlam ar citām joslu izvēles procedūrām dotas A.5. pielikumā.

Klasifikācijas eksperimentu iegūtie rezultāti atspoguļo SJK informativitāti, t.i., klasifikācijas precizitātes mainās atkarībā no SJK, kas iegūts ar kādu no joslu izvēles procedūrām. Diskutabls jautājums ir, kas ir pietiekami augsta klasifikācijas precizitāte? Klasifikācijas precizitāti var paaugstināt gadījumos, kad ir iespējams palielināt klasifikācijai domāto apmācības pikseļu skaitu pa kategorijām. Aplūkosim vidējās (no 20 eksperimentiem) kopējās klasifikācijas precizitātes *Indian Pines* attēlam att.5.5, kas iegūtas, izmantojot ECBG procedūras SJK ar 10 joslām. Grafikā varam novērot, ka klasifikācijas precizitātes pieaug atkarībā no apmācības pikseļu skaita pa kategorijām, kas izmantots klasifikācijas apmācībā. Tā kā klasifikācijas precizitātes līknes nav ar straujiem kāpumiem un kritumiem, tad apmācības pikseļu skaita procentu var diezgan brīvi izvēlēties atkarībā no uzdevuma nosacījumiem, lietotāja interesēm sasniegt kādu noteiktu klasifikācijas precizitāti. Tāpēc pieņemsim, ka klasifikācijas precizitā



5.5. att. Indian Pines attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar Bayes, k-NN un SVM, dažādiem apmācības pikseļu skaita procentiem (ECBG ar 10 joslām)

te, kas iegūta izmantojot 20 % pikseļus apmācības kopā, ir pietiekami augsta, un apmierina mūsu intereses par klasifikācijas precizitātes līmeni.

Tā kā pirmā plānā bija aplūkot JKI, tad otrā plānā palika klasifikatora izvēle.

Augstākās klasifikācijas precizitātes ir SVM klasifikatoram, izmantojot aplūkoto procedūru SJK. Klasifikatora k-NN kopējās klasifikācijas precizitātes ir aptuveni par 4.5 % zemākas nekā ar SVM klasifikatoru iegūtās kopējās precizitātes, bet Beijesa klasifikatora precizitātes par 7.2 % zemākas nekā ar SVM klasifikatoru. NN klasifikatora kopējās klasifikācijas precizitātes ir aptuveni par 1.5 % zemākas nekā ar SVM. Tādēļ tālāk *Indian Pines* attēla klasifikācijas rezultātus skatīsim gadījumos, kuri iegūti ar SVM klasifikatoru.

Lai iegūtu klasifikācijas precizitātes rādītājus augstākus par šobrīd sasniegtajiem labākajiem rezultātiem ar ECBG procedūru un SVM klasifikatoru, procedūra ECBG tika papildināta ar 6. soli (skatīt 3.3.1. nodaļā). Eksperimentālie rezultāti apliecina ECBG-a procedūras efektivitāti, skat. att.5.2(b). Grafikā varam novērot, ka par aptuveni 0.0280 klasifikācijas *kappa* precizitāte, kur izmantotas ECBG-a procedūras joslas, salīdzinot ar EMCR, EXCR, ESCR un XECT, ir pieaugusi vairākos gadījumos, kuros izmantoti SJK ar grupu joslu skaitu 4-15. Klasifikācijas precizitātes, izmantojot ECBG-a procedūras SJK ar vairāk nekā 9 grupu joslām, pārsniedz klasifikācijas kappa vidējo precizitāti 0.8352, kas iegūta, izmantojot visas spektrālās joslas. Turpmāk, ECBG-a procedūras izvēlētās grupu joslas sauksim par izvēlētajām joslām.



5.6. att. *Indian Pines* attēla klasifikācija ar SVM, ECBG 15 joslas, kļūdas atzīmētas ar: a) kategorijas krāsu b) baltu krāsu

Hiperspektrālu attēlu *Indian Pines* klasifikācijas rezultātu vizualizācija atspoguļota att.5.6, kur attēlā ir parādīti klasifikācijas rezultāti, kas iegūti ar SVM klasifikatoru un joslu izvēles procedūras ECBG SJK, kurā ir 15 joslas.

5.2. Klasifikācijas rezultāti University of Pavia attēlam

Aplūkosim hiperspektrālā attēla University of Pavia klasifikācijas rezultātus grafikos att.5.7, un att.5.8.

Grafikā att.5.7(a) varam novērot, ka pieaugot joslu skaitam, klasifikācijas precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem kopējā precizitāte), kas iegūta ar Beijesa, k-NN un SVM klasifikatoriem, paaugstinās līdz pat 92.5 %. Bet ne visu procedūru SJK klasifikācijā sasniedz šo augsto precizitātes līmeni- varam novērot, ka procedūras ESCR SJK, kurā ir 14 joslas, SVM klasifikācijas precizitāte ir ap 87.0 %. Procedūras EXCR SJK ar 7 joslām dod augstāku klasifikācijas precizitāti salīdzinājumā ar SJK, kurā ir 8-9 joslas. Šāda nestabilitāte precizitātes nevienmērīgā pieagumā novērojama arī gadījumā, kad procedūras EXCR SJK ar 11 joslām dod augstāku klasifikācijas precizitāti nekā ar 12 joslām. Procedūru EMCR, ECBG un XECT SJK parāda pietiekami stabilu klasifikācijas precizitātes pieagumu. Augstāka klasifikācijas precizitāte 92.5 % ir sasniegta ar procedūras ECBG SJK, kurā ir 14 joslas. Bet šīs pašas procedūras SJK, kurā ir 9 joslas, dod klasifikācijas precizitāti: 91.0 %. Ja salīdzina procedūras ECBG SJK, kurā ir 9 joslas, klasifikācijas precizitāti ar precizitāti, kas iegūta ar



5.7. att. University of Pavia attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar (a) Bayes, k-NN un SVM (b) NN

2016. gada publikācijas autoru Cao et al. uzrādīto SJK [11], kurā ir 9 joslas, procedūras ECBG SJK ir informatīvāks, jo klasifikācijas precizitāte ir par 0.8 % augstāka nekā konkurentiem. Ar procedūru XECT SJK, kurā ir 9 joslas, ieguvām nākamo labāko klasifikācijas rezultātu, tas ir 89.9 %, kas ir par aptuveni 1.1 % zemāka nekā ar ECBG procedūras SJK iegūtā klasifikācijas precizitāte. Interesanti, ka procedūras EMCR SJK, kurā ir 10 joslas, deva klasifikācijas precizitāti 91.2 %, kas ir par 0.7 % augstāka nekā ar ECBG procedūras SJK iegūtā SJK iegūtā klasifikācijas precizitāte.



5.8. att. University of Pavia attēla klasifikācijas vidējā kappa precizitāte ar (a) Bayes, k-NN un SVM (b) SVM (ECBG-a)

Analoģisku situāciju grafikam att.5.7(a) varam novērot grafikā att.5.8(a), kur kap-

pa precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem), kas iegūta ar Beijesa, k-NN un SVM klasifikatoriem, paaugstinās līdz pat 0.9000. Turklāt, klasifikācijas precizitātes līkņu raksturs saglabājas kādu to iepriekš novērojām grafikā att.5.7(a).



5.9. att. University Pavia attēla klasifikācijas vidējā lietotāja precizitāte, ECBG: (a) Bayes, (b) k-NN, (c) SVM, (d) NN

Vēl par procedūru EMCR, ESCR, EXCR, ECBG un XECT SJK informativitāti var spriest, aplūkojot klasifikācijas lietotāja precizitātes A.6. pielikumā. Aplūkosim att.5.9 detalizētāk klasifikācijas lietotāja precizitātes, kuras iegūtas, izmantojot ECBG procedūras SJK, ar Beijesa, k-NN, SVM un NN klasifikatoriem. Grafikos var novērot, ka lietotāja precizitātes ir zemākas kategorijām: *Gravel* (K3) un *Bare Soil* (K6). Ar Beijesa klasifikatoru iegūtās lietotāja precizitātes šīm kategorijām ir zem 50 % ar SJK, kuros ir 1-6 joslas. Respektīvi, Beijesa klasifikators nedod labus klasifikācijas rezultātus attiecībā uz atsevišķām kategorijām ar SJK, kuros joslu skaits ir mazāks par 6. Līdzīgus novērojumus mēs varam veikt rezultātiem ar k-NN klasifikatoru. Ar k-NN klasifikatoru iegūtās lietotāja precizitātes kategorijām *Gravel* (K3) un *Bare Soil* (K6) ir zemākas par 50 %, kas iegūtas ar SJK, kuros ir 1-3 joslas. Līdzīga situācija ir ar SVM klasifikatoru, kur gadījumā, kad procedūras ECBG SJK ir ar joslu skaitu ≤ 5 , lietotāja klasifikācijas precizitātes kategorijām *Gravel* un *Bare Soil* ir mazākas par 50 %.

Salīdzināsim procedūru SJK ar 14 joslām iegūtās klasifikācijas kopējās precizitātes dažādiem klasifikatoriem. Augstākā klasifikācijas precizitāte ir ar SVM klasifikatoru (skat., att.5.7): 92.6 %. Beijesa klasifikatora klasifikācijas kopējā precizitāte ir aptuveni par 2.3 % zemāka nekā ar SVM klasifikatoru iegūtā kopējā precizitāte, bet k-NN klasifikatora precizitāte par 5.1 % zemāka nekā ar SVM klasifikatoru iegūtā kopējā precizitāte. NN klasifikācijas precizitāte ir par 2.5 % zemāka nekā SVM, skat. att.5.7(b). Līdzīgs klasifikācijas precizitātes raksturs saglabājas, izmantojot SJK-us ar citu joslu skaitu. Tādēļ tālāk *University of Pavia* attēla klasifikācijas rezultātus skatīsim gadījumos, kuri iegūti ar SVM klasifikāciju.

Grafikā att.5.8(b) varam novērot, ka klasifikācijas *kappa* precizitāte, izmantojot ECBG-a procedūras joslas, salīdzinot ar EMCR, EXCR, ESCR un XECT, ir pieaugusi vairākos gadījumos, kuros izmantoti SJK ar joslu skaitu 4-15.

Hiperspektrāla attēla University of Pavia klasifikācijas rezultātu vizualizācija atspoguļota att.5.10, kur attēlā ir parādīti klasifikācijas rezultāti, kas iegūti ar SVM klasifikatoru un joslu izvēles procedūras ECBG SJK, kurā ir 15 joslas.



5.10. att. University of Pavia attēla klasifikācija ar SVM, ECBG 15 joslas, kļūdas atzīmētas ar: a) kategorijas krāsu b) baltu krāsu

5.3. Klasifikācijas rezultāti Salinas attēlam

Aplūkosim hiperspektrālā attēla *Salinas* klasifikācijas rezultātus grafikos att.5.11 un att.5.12.



5.11. att. Salinas attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar (a) Bayes, k-NN un SVM (b) NN

Grafikā att.5.11(a) varam novērot, ka pieaugot joslu skaitam, klasifikācijas precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem kopējā precizitāte), kas iegūta ar Beijesa, k-NN un SVM klasifikatoriem, paaugstinās līdz pat 93.33 %. Bet ne visu procedūru SJK klasifikācijā sasniedz šo augsto precizitātes līmeni- varam novērot, ka procedūras ESCR SJK, kurā ir 15 joslas, SVM klasifikācijas precizitāte ir ap 92.07 %. Procedūras ESCR SJK ar 7 joslām dod augstāku klasifikācijas precizitāti salīdzinājumā ar SJK, kurā ir 8-12 joslas. Salīdzināsim procedūru EMCR, ESCR, EXCR, ECBG un XECT SJK, kurā ir 11 joslas, klasifikācijas precizitātes ar SVM klasifikatoru. Procedūras ECBG SJK klasifikācijas precizitāte 93.00 % ir augstākā, nākamā augstākā precizitāte 92.63 % ir iegūta ar procedūras EMCR SJK, nākamā augstākā precizitāte 91.96 % ir iegūta ar procedūras EXCR SJK, nākamā precizitāte 91.86 % ir iegūta ar procedūras XECT SJK un pēdējā, zemākā precizitāte 90.02 % ir iegūta ar procedūras ESCR SJK. Ar pietiekami stabilu klasifikācijas precizitātes pieaugumu ir procedūras EMCR un ECBG, ja salīdzina klasifikācijas precizitātes SJK ar joslu skaitu 6-15. Augstākā klasifikācijas precizitāte 93.33 % ir sasniegta ar procedūras XECT SJK, kurā ir 15 joslas.

Analoģisku situāciju grafikam att.5.11(a) varam novērot grafikā att.5.12(a), kur kappa precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem), kas iegūta ar Beijesa, k-NN un SVM



5.12. att. Salinas attēla klasifikācijas vidējā kappa precizitāte ar (a) Bayes, k-NN un SVM (b) SVM (ECBG-a)

klasifikatoriem, paaugstinās līdz pat 0.9257. Turklāt, klasifikācijas precizitātes līkņu raksturs saglabājas kādu to iepriekš novērojām grafikā att.5.11(a).

Vēl par procedūru EMCR, ESCR, EXCR, ECBG un XECT SJK informativitāti var spriest, aplūkojot klasifikācijas lietotāja precizitātes A.7. pielikumā. Aplūkosim att.5.13 detalizētāk klasifikācijas lietotāja precizitātes, kuras iegūtas, izmantojot ECBG procedūras SJK, ar Beijesa, k-NN, SVM un NN klasifikatoriem. Grafikos var novērot, ka lietotāja precizitātes ir zemākas kategorijām: *Grapes untrained* (K8) un *Vinyard untrained* (K15). Ja kategorijas *Grapes untrained* (K8) lietotāja precizitāte, kas iegūta ar Beijesa klasifikatoru, ir pietiekami augsta, tas ir, ap 80 %, tad kategorijas *Vinyard untrained* (K15) lietotāja precizitātes ir mazākas par 74 %. Piemēram, SJK ar joslu skaitu 1-6 Beijesa klasifikācijas lietotāja precizitātes ir mazākas par 64 %, bet SJK ar joslu skaitu 15, lietotāja precizitāte ir 73.63 %. Ja aplūkojam k-NN klasifikatora lietotāja precizitātes, tad tās ir vēl zemākas: SJK ar joslu skaitu 1-6 lietotāja precizitātes ir mazākas par 61 %, bet SJK ar joslu skaitu 15 - 64.93 %. Līdzīga situācija ir ar SVM klasifikatoru gadījumā, kad SJK ar joslu skaitu 1-6 lietotāju precizitātes ir mazākas par 62 %, bet SJK ar joslu skaitu 15, lietotāja precizitāte ir 70.86 %.

Salīdzināsim procedūru SJK ar 11 joslām iegūtās klasifikācijas kopējās precizitātes Beijesa, k-NN un SVM klasifikatoriem (skat. att.5.11). Augstākā klasifikācijas precizitāte 93.00 % ir iegūta ar SVM klasifikatoru, izmantojot procedūras ECBG SJK. Beijesa klasifikatora klasifikācijas kopējā precizitāte ir aptuveni par 2.14 % zemāka nekā ar SVM klasifikatoru iegūtā kopējā precizitāte, bet k-NN klasifikatora preci-



5.13. att. *Salinas* attēla klasifikācijas vidējā lietotāja precizitāte, ECBG: (a) Bayes, (b) *k*-NN, (c) SVM, (d) NN

zitāte par 3.18 % zemāka nekā ar SVM klasifikatoru iegūtā kopējā precizitāte. NN klasifikācijas precizitāte ir ļoti līdzīga, bet tomēr zemāka nekā SVM, skat. att.5.11(b). Līdzīgs klasifikācijas precizitātes raksturs saglabājas SJK ar citu joslu skaitu. Tādēļ tālāk *Salinas* attēla klasifikācijas rezultātus skatīsim gadījumos, kuri iegūti ar SVM klasifikatoru.

Grafikā att.5.12(b) varam novērot, ka klasifikācijas *kappa* precizitāte, kur izmantotas ECBG-a procedūras joslas, salīdzinot ar EMCR, EXCR, ESCR un XECT, ir pieaugusi vairākos gadījumos, kur SJK ir ar joslu skaitu 3-15.

Hiperspektrālu attēlu *Salinas* klasifikācijas rezultātu vizualizācija atspoguļota att.5.14. Šajā attēlā ir parādīti ar SVM klasifkatora un procedūras ECBG 15 joslu SJK iegūtie rezultāti *Salinas* attēlam.



5.14. att. Salinas attēla klasifikācija ar SVM, ECBG 15 joslas, kļūdas atzīmētas ar: a) kategorijas krāsu b) baltu krāsu

5.4. Klasifikācijas rezultāti *GRSS2014* termālajam attēlam

Aplūkosim GRSS2014 hiperspektrālā attēla klasifikācijas rezultātus grafikos att.5.15 un att.5.16.

Grafikā att.5.15(a) varam novērot, ka pieaugot joslu skaitam, klasifikācijas precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem kopējā precizitāte), kas iegūta ar Beijesa, k-NN un SVM klasifikatoriem, paaugstinās līdz pat 70.62 %. Bet ne visu procedūru SJK klasifikācijā sasniedz šo precizitātes līmeni- varam novērot, ka procedūras ESCR SJK, kurā ir 15 joslas, Beijesa klasifikācijas precizitāte ir ap 61.49 %. Salīdzināsim procedūru EMCR, ESCR, EXCR, ECBG un XECT SJK, kurā ir 15 joslas, klasifikācijas precizitātes, kas iegūtas ar k-NN klasifikatoru. Procedūras ECBG SJK klasifikācijas precizitāte 70.62 % ir augstākā, nākamā augstākā precizitāte 69.21 % ir iegūta ar procedūras XECT SJK, nākamā augstākā precizitāte 68.17 % ir iegūta ar procedūras EXCR SJK, nākamā precizitāte 67.26 % ir iegūta ar procedūras EMCR SJK, nākamā precizitāte 67.26 % ir iegūta ar procedūru klasifikācijas precizitāte 66.06 % ir iegūta ar procedūru klasifikācijas precizitātes, SJK pakāpeniski palielinot joslu skaitu, ir ar pieaugošu



5.15. att. GRSS2014 attēla klasifikācijas vidējā kopējā precizitāte ar (a) Bayes, $k\text{-}\mathrm{NN}$ un SVM (b) NN

raksturu. Otra augstākā klasifikācijas precizitāte 69.64 %, kas iegūta ar SVM klasifikatoru, ir sasniegta ar procedūras ECBG SJK, kurā ir 15 joslas.



5.16. att. GRSS2014 attēla klasifikācijas vidējā kappa precizitāte ar (a) Bayes, k-NN un SVM (b) NN (ECBG-a)

Analoģisku situāciju grafikam att.5.15(a) varam novērot grafikā att.5.16(a), kur kappa precizitāte (vidējā no 20 eksperimentiem), kas iegūta ar Beijesa, k-NN un SVM klasifikatoriem, paaugstinās līdz pat 0.6204. Turklāt, klasifikācijas precizitātes līkņu raksturs saglabājas kādu to iepriekš novērojām grafikā att.5.15(a). Klasifikācijas rezultāti ar NN doti att.5.15(b). Patvaļīgi izvēlēts SJK C8, skat. 5.1. tab., tika izmantots RGB2014 un GRSS2014 attēlu sapludināšanas uzdevumā ar Beijesa tipa klasifikatoru bez apriorām varbūtībām [52]. Šeit varam novērot, ka NN klasifikatora kappaprecizitāte, izmantojot C8, ir par 0.0181 augstāka nekā SJK ar 8 joslām, kas iegūts ar ECBG procedūru.

5.1. tabula. Patvaļīgi izvēlēts spektrālo joslu komplekts GRSS2014 attēlam[52]

Joslu komplekts	Joslu skaits	Izvēlētās spektrālās joslas
C8	8	4, 14, 26, 36, 47, 57, 69, 78



5.17. att. *GRSS2014* attēla klasifikācijas vidējā lietotāja precizitāte, ECBG: (a) Bayes, (b) *k*-NN, (c) SVM, (d) NN

Klasifikācijas lietotāja precizitātes ir dotas grafikos A.8. pielikumā. Aplūkosim att.5.17 detalizētāk klasifikācijas lietotāja precizitātes, kuras iegūtas, izmantojot ECBG procedūras SJK, ar Beijesa, *k*-NN, SVM un NN klasifikatoriem. Grafikos var novērot, ka lietotāja precizitātes ir zemākas kategorijām: *trees* (K2), *red roof* (K3), *grey roof* (K4) un *bare soil* (K7). Beijesa, SVM un NN klasifikatori dod neapmierinošus rezultātus šīm kategorijām, resp., šo 4 kategoriju klasifikācijas lietotāja precizitātes ir zemākas par 50 %. Mazliet labāka situācija ir ar k-NN klasifikatoru, kad klasifikācijas lietotāja precizitātes ir zemākas par 50 % kategorijām *trees* (K2), *red roof* (K3) un grey roof (K4). Salīdzināsim klasifikācijas lietotāja precizitātes, kas iegūtas ar k-NN klasifikatoru, izmantojot SJK, kurā ir 15 joslas. Augstākā precizitāte 94.26 % ir kategorijai road (K1), nākamā augstākā precizitāte 78.69 % ir kategorijai *vegetation* (K6), nākamā precizitāte 62.42 % ir kategorijai *bare soil* (K7), nākamā precizitāte 58.25 % ir kategorijai *concrete roof* (K5), nākamā precizitāte 53.05 % ir kategorija grey roof (K4), bet kategorijām *red roof* (K3) un *trees* (K2) attiecīgās lietotāja precizitātes ir 47.76 % un 25.15 %. Ja aplūkojam klasifikācijas lietotāja precizitātes, kas iegūtas ar SJK, kuros ir mazāk par 15 joslām, tad tās ir vēl zemākas ar SJK, kuros ir 15 joslas.

Ja salīdzina klasifikācijas precizitātes att.5.15(a) un att.5.16(b), kuras iegūtas ar Beijesa, k-NN, SVM un NN klasifikatoriem, tad labākie rezultāti ir ar NN klasifikatoru. Turpmāk klasifikācijas rezultātus *GRSS2014* attēlam skatīsim gadījumos, kuri iegūti ar NN klasifikatoru, jo tie dod augstākas klasifikācijas precizitātes.

Grafikā att.5.15(b) varam novērot, ka klasifikācijas kappa precizitāte, kur izmantota ECBG-a procedūras joslas, salīdzinot ar EMCR, EXCR, ESCR un XECT, ir pieaugusi vairākos gadījumos, kur SJK ir ar joslu skaitu 1-15. Augstākā klasifikācijas kappa precizitāte 0.6439 iegūta ar NN klasifikatoru un SJK, kurā ir 15 joslas. Ar ECBG-a procedūru neizdevās iegūt augstāku klasifikācijas kappa precizitāti par iepriekš aplūkoto SJK C8.

Hiperspektrālu attēla *GRSS2014* klasifikācijas rezultātu vizualizācija atspoguļota att.5.18. Šajā attēlā ir parādīti ar NN klasifkatora un procedūras ECBG 15 joslu SJK iegūtie rezultāti *GRSS2014* attēlam.



5.18. att. *GRSS2014* attēla klasifikācija ar NN, ECBG 15 joslas, kļūdas atzīmētas ar kategorijas krāsu

5.5. Klasifikācijas rezultāti sapludinot GRSS2014termālo un RGB2014 attēlus

Tika izstrādāta pieeja datu sapludināšanai (*data fusion*), skat. 3.5.3. nodaļu, sapludinot *GRSS2014* termālo un *RGB2014* attēlus, lai iegūtu augstākas klasifikācijas precizitātes. Pieeja un sākotnējie rezultāti publicēti publikācijā [52]. Pielietojot spektrālo joslu izvēles ECBG procedūru *GRSS2014* termālajam attēlam, tika iegūti rezultāti, skat. att.5.19.

RGB2014 attēla klasifikācijas precizitāte ar Beijesa tipa klasifikatoru ir jau pietiekami augsta: 94.28 %, izmantojot tikai RGB2014 attēlu. Izpildot divu attēlu sapludināšanas procedūru, Beijesa tipa klasifikācija, izmantojot ECBG procedūras SJK ar 3 joslām, klasifikācijas kopējā precizitāte ir 94.76 %. Pretēji šai situācijai, ja salīdzina ECBG procedūras SJK ar 8 joslām: 8, 24, 84, 69, 78, 64, 83, 60 un C8 komplektu, skat. 5.1. tab., tad Beijesa tipa klasifikācijas precizitātes šajos gadījumos ir 94.74 un 94.85. Acīmredzot, klasifikācijas rezultāts *RGB2014* attēlam ir sasniegts pietiekami augsts, lai to vairs nevarētu būtiski uzlabot. Klasifikācijas precizitātes uzlabojums, kas iegūts ar ECBG procedūras SJK (3 joslām) ir tikai 0.48 %.



5.19. att. RGB2014 un GRSS2014 attēlu klasifikācijas kopējā klasifikācijas precizitāte, ECBG

5.6. Klasifikācijas rezultāti ar *Nuance* kameru iegūtiem ādas veidojumu attēliem

Mūsu rīcībā bija 32 melanomu un 94 nēvusu attēli, kas iegūti ar *Nuance* kameru. Izmantojot aprakstīto sliekšņu izvēles procedūru šiem attēliem, skat. 4.5. nodaļu, ieguvām šādas sliekšņu vērtības mūsu spektra joslu trijniekam: $\Delta_{10} = 10000$, $\Delta_{20} = 6500$, $\Delta_{40} = 3500$, $\Delta'_{10} = 1200$, $\Delta'_{20} = 1200$, $\Delta'_{40} = 450$.

Acīmredzot, katru apskatāmo ādas veidojuma multispektrālo attēlu mūsu klasifikatora vajadzībām reprezentē skaitļu vektors ($\alpha_{10}, \alpha_{20}, \alpha_{40}, \beta_{10}, \beta_{20}, \beta_{40}$), kur α_j , j piederīgs pie {10, 20, 40}, ir melanomas vai nēvusa pikseļu optiskā blīvuma vidējā vērtība j-tajā joslā, bet β_j , j piederīgs pie {10, 20, 40}, ir standartnovirzes vērtība j-tajā joslā. Tātad par katru analizējamo attēlu varam formulēt sešus izteikumus: $\alpha_{10} \geq \Delta_{10}, \alpha_{20} \geq \Delta_{20}, \alpha_{40} \geq \Delta_{40}, \beta_{10} \geq \Delta'_{10}, \beta_{20} \geq \Delta'_{20}, \beta_{40} \geq \Delta'_{40}$. Ja konkrētais izteikums ir patiess, tam pierakstām vērtību 1, ja tas ir aplams, pierakstām vērtību 0. Ar $I(\alpha_j)$, resp., $I(\beta_j)$ apzīmēsim attiecīgā izteikuma patiesuma vērtību. Tad varam formulēt klasifikācijas kārtulu: apskatāmā ādas veidojuma attēls klasificējams kā melanoma tad un tikai tad, kad

$$\sum_{j \in \{10,20,40\}} \left(\frac{3}{21} \cdot I(\alpha_j) + \frac{4}{21} \cdot I(\beta_j)\right) > 0.5;$$

pretējā gadījumā attēls klasificējams kā nēvuss.

Izstrādātais klasifikators kļūdaini nēvusam pieskaitīja 1 melanomu un kļūdaini pieskaitīja melanomām arī 1 nēvusu, klasificējot 32 melanomu un 35 nēvusu attēlus ar joslu tripletu $\{10, 20, 40\}$.

Izmantojot joslu tripletu $\{10, 20, 30\}$, klasifikators pareizi noteica visas melanomas, bet kļūdaini pieskaitīja melanomām arī 4 nēvusus, kopā klasificējot 32 melanomu un 94 nēvusu attēlus.

6. nodaļa

Secinājumi

Promocijas darba hipotēze, ka eksistē relatīvi vienkāršas un vispārīgas procedūras, ar kurām var veikt spektrālo joslu izvēli objektu klasifikācijas uzdevumiem, tika apstiprināta pētnieciskā darba rezultātā. Galvenie secinājumi par pētnieciskā darba rezultātiem ir šādi:

- Hiperspektrālu attēlu spektrālo joslu analīze ar entropijas un korelācijas koeficientu palīdzību ļauj spriest par joslu attēlu informativitāti un iespējamo informācijas dublēšanos spektrālajās joslās.
- 2. Hiperspektrālu attēlu spektrālo joslu attēlu analīzes rezultātā var iegūt informāciju par atsevišķu spektrālo joslu attēlu trokšņainību. Izstrādātā trokšņaino spektrālo joslu noteikšanas pieeja var būt noderīga hiperspektrālu attēlu priekšasptrādes posmā, pirms tiek izmantota spektrālo joslu izvēles procedūra.
- 3. Balstoties uz eksperimentālajiem rezultātiem, kurus ieguvām ar 5 izstrādātajām joslu izvēles procedūrām EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT, secinām, ka augstāku klasifikācijas precizitāti var iegūt ar SJK, kas izveidots saskaņā ar ECBG procedūru, turklāt šādā SJK tiek iekļauti pārstāvji no dažādiem spektra apakšdiapazoniem. Papildinot ECBG procedūru ar joslu attēlu viduvēšanu pa grupām, tika iegūta ECBG-a procedūra, kuras izmantošana ļauj sasniegt vēl augstāku klasifikācijas precizitātes līmeni nekā ar ECBG procedūru.
- 4. SJK ar nelielu joslu skaitu (8-11), kas iegūti ar ECBG procedūru, klasifikācijā var dot labākus rezultātus nekā no publikācijām zināmās spektrālo joslu izvēles metodes. Šie komplekti var tikt uzskatīti par līdzvērtīgiem salīdzinājumā ar SJK, kuros ir izmantotas visas spektrālās joslas. Tātad mēs esam ieguvuši ekvivalentu spektrālo joslu redukcijas pieeju.
- 5. Izmantojot 20% pikseļu no katras kategorijas kopējā pikseļu skaita Beijesa, k-NN, SVM un NN klasifikatoru apmācībai, lai veiktu hiperspektrālu attēlu klasifikāciju, augstāku klasifikācijas precizitātes līmeni mēs varam sasniegt ar SVM vai NN klasifikatoru.
- 6. Veidojot vienkāršu klasifikatora konstrukciju, kas balstās uz hiperspektrālu attēlu pikseļu intensitātes vidējās vērtības un standartnovirzes novērtējumiem, var iegūt pietiekami augstas melanomu un nevusu atšķiršanas precizitātes, izmantojot 3 spektrālās joslas.
- Koku sugu klasifikācijā, izmantojot multispektrālus attēlus ar 13 spektrālajām joslām, ir iespējams iegūt augstu klasifikācijas precizitāti ar Beijesa klasifikatoru.
- Izstrādātā Beijesa klasifikatora konstrukcijas divpakāpju metode ļauj efektīvi veikt multidimensionālu attēlu pikseļu klasifikāciju gadījumos, ja klasifikatora apmācībai pieejamo pikseļu kopu apjoms ir neliels.
- 9. Ja mūsu rīcībā ir divu dažādu sensoru multidimensionāli attēli par vienu un to pašu objektu apgabalu, bet attēli ir ar atšķirīgu vai vienādu telpisko izšķirtspēju, ir iespējams konstruēt Beijesa klasifikatoru ar attēlu sapludināšanas pieeju, piekārtojot pirmā sensora iegūtā attēla pikselim asociēto pikseli no otrā sensora attēla. Turklāt, izmantojot šādu klasifkatoru, klasifikācijas precizitāte pieaug, ja to salīdzina ar precizitātēm, kas iegūtas vienam no šiem diviem attēliem.

Turpmākie pētījuma virzieni:

- analizēt spektrālo joslu informativitātes atkarību no kategoriju kopas;
- papildināt vadīto XECT spektrālo joslu izvēles procedūru ar nosacījumiem, lai iegūtu vēl augstākas klasifikācijas precizitātes nekā šobrīd ir iegūtas;
- izpētīt spektrālo joslu indeksus, to priekšrocības un trūkumus hiperspektrālu attēlu pikseļu klasifikācijai.

Pateicības

Paldies darba vadītājam Dr.sc.comp. Intam Medniekam par darba vadīšanu, par piemēra rādīšanu, kā jāveic kvalitatīvs un atbildīgs zinātniskais darbs projektos, par vairākkārtīgu disertācijas melnrakstu pārlasīšanu un sniegtajiem komentāriem.

Paldies prof. A. Lorencam[†] un Madim Menkem par ieteikumiem un labojumiem pareizas terminoloģijas izmantošanai un darba ievada formulējumu precizējumiem.

Paldies publikāciju līdzautoriem par sniegto ieguldījumu pētnieciskajā darbībā, ideju ģenerēšanā un realizācijā, pētnieciskā darba satura organizēšanā un citiem darbiem, kas rezultējās ar veiksmīgu zinātniskā darba publicēšanu vai nu žurnālos, vai konferenču rakstos, vai patentā.

Paldies visiem kolēģiem EDI, kuri sekmējuši manu pētniecisko darbību gan formālās, gan neformālās sarunās. Paldies Krišjānim Nesenbergam un Dr. Ivaram Driķim par ieteikumiem un paraugiem *LaTeX* izmantošanai.

Paldies Dr.ing.h.c. Aivaram Lagzdiņam par palīdzību zinātniskā raksta noformēšanā angļu valodā.

Paldies Andrejam Vihrovam par LaTeX latviskošanu, padarot pieejamu 2011. gada pakotni "fixlatvian".

Paldies prof. David Landgrebe un prof. Paolo Gamba par *Indian Pines*, *University* of *Pavia* un *Salinas* hiperspektrālu attēlu sagatavošanu un publiskošanu.

Paldies uzņēmumam Telops Inc. par datu iegūšanu un publiskošanu konkursā "*IE-EE GRSS* Data fusion contest 2014", kurus varēju izmantot kā paraugdatus multidimensionālu attēlu apstrādei. Paldies konkursa organizatoriem Dr. Michal Shimoni, Dr. Martin Schlerf un Dr. Michaela De Martino par datu sagatavošanu.

Izmantotā literatūra un avoti

- [1] T. W. Anderson. An introduction to multivariate statistical analysis. Wiley-Interscience; 3 edition, 2003.
- [2] P. Armitage, G. Berry, and J. N. S. Matthews, Statistical methods in medical research. John Wiley & Sons, 2008.
- [3] S. D. Backer, P. Kempeneers, W. Debruyn and P. Scheunders, "A band selection technique for spectral classification", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 2, no. 3, pp. 319–323, 2005.
- [4] P. Bajorski. *Statistics for imaging, optics, and photonics*, John Wiley & Sons, 2011.
- [5] S.G. Bajwa, P. Bajcsy, P. Groves and L.F. Tian, "Hyperspectral image data mining for band selection in agricultural applications", *Transactions of the ASAE*, vol. 47, no. 3, pp. 895-908, 2004.
- [6] Facultad de Informática University of the Basque Country. Hyperspectral remote sensing scenes. http://www.ehu.eus/ccwintco [viewed 27.09.2019.]
- [7] L. Batina, B. Gierlichs, E. Prouff, M. Rivain, F.X. Standaert and N. Veyrat-Charvillon, "Mutual information analysis: a comprehensive study". *Journal of Cryptology*, vol. 24, no. 2, pp. 269–291, 2011.
- [8] M. F. Baumgardner, L. L. Biehl and D. A. Landgrebe, "220 band aviris hyperspectral image data set: June 12, 1992 indian pine test site 3", *Purdue University Research Repository*, 2015. doi: doi:10.4231/R7RX991C.
- [9] R.E. Bellman, "Dynamic programming", Princeton, NJ: Princeton University Press, 1957.

- [10] Bodkin Design & Engineering. HSI visualization. http://www.bodkindesign. com/products-page/hyperspectral-imaging/. [viewed 27.09.2019.]
- [11] X. Cao, B. Wu, D. Tao, and L. Jiao, "Automatic band selection using spatialstructure information and classifier-based clustering", *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol.9, no. 9, pp. 4352-4360, 2016.
- [12] C.I. Chang. Hyperspectral imaging: techniques for spectral detection and classification. volume 1. Springer Science & Business Media, 2003.
- [13] C.I. Chang, Q. Du, T.L. Sun and M.L.G. Althouse, "A joint band prioritization and band-decorrelation approach to band selection for hyperspectral image classification", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol.37, no. 6, pp. 2631–2641, 1999.
- [14] C.C. Chang and C.J. Lin, "LIBSVM : a library for support vector machines", ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology, vol. 2, no. 3, pp. 1-27, 2011. https://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/ [viewed 27.09.2019.]
- [15] C.I. Chang, et al., "Progressive band processing of constrained energy minimization for subpixel detection", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, no. 3, pp. 1626-1637, 2015.
- [16] Y.L. Chang, L. Chang, J.P. Fang, M.Y. Huang, K.K. Lin, J.S. Wu and B. Huang, "Particle swarm optimization/impurity function class overlapping scheme based on multiple attribute decision making model for hyperspectral band selection", *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 2015, pp. 441–444.
- [17] P.S. Chavez, G. L. Berlin, and L. B. Sowers, "Statistical method for selecting landsat MSS", J. Appl. Photogr. Eng., vol. 8, no. 1, pp. 23-30, 1982.
- [18] L. Chen, R. Huang and W. Huan, "Graph-based semi-supervised weighted band selection for classification of hyperspectral data", 2010 IEEE International Conference on Audio Language and Image Processing (ICALIP), 2010, pp. 1123–1126.
- [19] I. Diebele, I. Kuzmina, A. Lihachev, J. Kapostinsh, A. Derjabo, L. Valeine, and J. Spigulis, "Clinical evaluation of melanomas and common nevi by spectral imaging", Biomedical optics express, vol. 3, no. 3, pp. 467-472, 2012.

- [20] R. Dinuls, G. Erins, A. Lorencs, I. Mednieks, and J. Sinica-Sinavskis, "Tree species identification in mixed Baltic forest using LiDAR and multispectral data", IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. 5, no. 2, pp. 594-603, 2012.
- [21] Dornier Satellite Systems, GKSS Research Centre and German Aerospace Center. Reflective optics system imaging spectrometer (ROSIS). http://www.uv.es/ leo/daisex/Sensors/ROSIS.htm. [viewed 27.09.2019.]
- [22] Q. Du, J. M. Bioucas-Dias and A. Plaza, "Hyperspectral band selection using a collaborative sparse model", *International Geoscience and Remote Sensing Sympo*sium (IGARSS), 2012, pp. 3054–3057. doi: 10.1109/IGARSS.2012.6350781.
- [23] Q. Du and H. Yang, "Similarity-based unsupervised band selection for hyperspectral image analysis", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 5, no. 4, pp. 564–568, 2008.
- [24] J. Feng, L. C. Jiao, X. Zhang and T. Sun, "Hyperspectral band selection based on trivariate mutual information and clonal selection", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 7, pp. 4092–4105, 2014.
- [25] X. Geng, K. Sun and L. Ji, "Band selection for target detection in hyperspectral imagery using sparse CEM", *Remote sensing letters*, vol. 5, no. 12, pp. 1022–1031, 2014.
- [26] X. Geng, K. Sun, L. Ji, and Y. Zhao, "A fast volume-gradient-based band selection method for hyperspectral image", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 11, pp. 7111–7119, 2014. ://doi.org/10.1109/TGRS. 2014.2307880. [viewed 27.09.2019.]
- [27] C. Wang, M. Gong, M. Zhang, and Y. Chan, "Unsupervised hyperspectral image band selection via column subset selection", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 12, no. 7, pp. 1411–1415, 2015.
- [28] B. Guo, S. R. Gunn, R.I. Damper and J.D.B. Nelson, "Band selection for hyperspectral image classification using mutual information", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 3, no. 4, pp. 522–526, 2006.
- [29] Z. Guo, X. Bai, Z. Zhang and J. Zhou, "A hypergraph based semi-supervised band selection method for hyperspectral image classification", *IEEE International Conference on Image Processing*, 2013, pp. 3137–3141.

- [30] A. Jain and D. Zongker, "Feature selection: evaluation, application, and small sample performance", *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 19, no. 2, pp. 153–158, 1997.
- [31] G. B. Huang, Q. Y. Zhu, and C. K. Siew, "Extreme learning machine: a new learning scheme of feedforward neural networks", *Neural Networks Proceedings*, vol. 2, pp. 985-990, 2004.
- [32] G.-B. Huang, "An insight into extreme learning machines: random neurons, random features and kernels". *Cogn. Comput.*, vol. 6, no. 3, pp. 376–390, 2014.
- [33] G. Hughes, "On the mean accuracy of statistical pattern recognizers", *IEEE transactions on information theory*, vol. 14, no. 1, pp. 55-63, 1968.
- [34] ITRES, Inc. Airborne Hyperspectral and Thermal CASI Sensor. http://www. itres.com/casi-1500/ [viewed 27.09.2019.].
- [35] S. Jia, G. Tang, J. Zhu and Q. Li, "A novel ranking-based clustering approach for hyperspectral band selection", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 54, no. 1, pp. 88–102, 2016. issn: 01962892. doi:10.1109/TGRS.2015.2450759.
- [36] S. Jia, Z. Ji, Y. Qian and L. Shen, "Unsupervised band selection for hyperspectral imagery classification without manual band removal", *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 5, no. 2, pp. 531– 543, 2012.
- [37] X. Jia and J. A. Richards, "Efficient maximum likelihood classification for imaging spectrometer data sets", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sen*sing, vol. 32, no. 2, pp. 274–281, 1994.
- [38] X. Kang, et al., "High resolution visible image completion of urban region using corresponding hyperspectral image", 2015 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2015.
- [39] R. Khusainov, D. Azzi, I. E. Achumba and S. D. Bersch, "Real-time human ambulation, activity, and physiological monitoring: Taxonomy of issues, techniques, applications, challenges and limitations", *Sensors*, vol. 13, no. 10, pp. 12852– 12902, 2013.

- [40] D. A. Landgrebe. Signal theory methods in multispectral remote sensing. volume 29. John Wiley & Sons, 2005.
- [41] S. Li, J. Qiu, X. Yang, H. Liu, D. Wan and Y. Zhu, "A novel approach to hyperspectral band selection based on spectral shape similarity analysis and fast branch and bound search", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 27, pp. 241–250, 2014. issn: 09521976. http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2013. 07.010. [viewed 27.09.2019.].
- [42] S. Li, H. Wu, D. Wan and J. Zhu, "An effective feature selection method for hyperspectral image classification based on genetic algorithm and support vector machine", *Knowledge-Based Systems*, vol. 24, no. 1, pp. 40–48, 2011.
- [43] T. Lillesand, R. W. Kiefer and J. Chipman, *Remote sensing and image interpretation.* John Wiley & Sons, 2008.
- [44] Y. Liu, H. Xie, L. Wang and K. Tan, "Hyperspectral band selection based on a variable precision neighborhood rough set", *Appl. Opt.*, vol. 55, no. 3, pp. 462-472, 2016. issn: 0003-6935. doi: 10.1364/AO.55.000462. http://ao.osa.org/ abstract.cfm?URI=ao-55-3-462. [viewed 27.09.2019.].
- [45] A. Lorencs, I. Mednieks, J. Sinica-Sinavskis, "Design problems of tree species classifiers for multispectral images", *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 45, no. 2, pp. 61-69, 2011.
- [46] A. Lorencs and Y. Sinitsa-Sinyavskis, "A two-stage method for building classifiers", Automatic Control and Computer Sciences, vol. 46, no. 5, pp. 214–222, 2012.
- [47] A. Lorencs and J. Sinica-Sinavskis, "Analysis of a two-stage Bayes classifiers construction method: The 2-dimensional case", Automatic Control and Computer Sciences, vol. 47, no. 5, pp. 254–266, 2013.
- [48] A. Lorencs, I. Mednieks and J. Sinica-Sinavskis, "Simplified classification of multispectral image fragments", *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 20, no. 6, pp. 136–139, 2014.
- [49] A. Lorencs, I. Mednieks, J. Siņica-Siņavskis, D. Jakovels, D. Bļizņuks. "Ierīce ādas melanomas atšķiršanai no labdabīgas dzimumzīmes". LR patents Nr.14998. Īpašnieks: Elektronikas un datorzinātņu institūts, Latvijas Universitātes atomfizikas un spektroskopijas institūts. Publicēts 20.08.2015.

- [50] A. Lorencs, J. Sinica-Sinavskis, "Dispersijas lietojums spektrālo joslu izvēlē", LU 74. konf., Sekcija: "Aktualitātes statistikā (Latvijas un starptautiskajā statistikas praksē, izglītībā, zinātnē)", 2016.
- [51] A. Lorencs, J. Sinica-Sinavskis, D. Jakovels and I. Mednieks, "Melanoma-nevus discrimination based on image statistics in few spectral channels", *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 22, no. 2, pp. 66–72, 2016.
- [52] A. Lorencs, I. Mednieks, M. Pukitis, and J. Sinica-Sinavskis, "Fusion of multisensor data based on different multidimensional distributions", *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 22, no. 4, pp. 67-72, 2016.
- [53] A. Lorencs, I. Mednieks and J. Sinica-Sinavskis, "Selection of informative bands for classification of hyperspectral images based on entropy", Proc. of BEC2016, the 15th Biennial Conference on Electronics and Embedded Systems. Tallinn, Estonia on October 3-5, pp. 135-138, 2016.
- [54] A. Lorencs, I. Mednieks and J. Sinica-Sinavskis, "Selection of informative hyperspectral band subsets based on entropy and correlation", *International Journal of Remote Sensing*, vol. 39, no. 20, pp. 6931-6948, 2018.
- [55] MATLAB® combines a desktop environment tuned for iterative analysis and design processes with a programming language that expresses matrix and array mathematics directly. https://www.mathworks.com/products/matlab.html [viewed 27.09.2019.].
- [56] MathWorks documentation, R2018a, classification using nearest neighbors. https://se.mathworks.com/help/stats/classification-using-nearest-neighbors.html . [viewed 27.09.2019.].
- [57] A. Martínez-Usó, F. Pla, J. M. Sotoca and Pe. García-Sevilla, "Clustering-based hyperspectral band selection using information measures", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, no. 12, pp. 4158–4171, 2007.
- [58] S. A. Medjahed, T. A. Saadi, A. Benyettou and M. Ouali, "Gray wolf optimizer for hyperspectral band selection", *Applied Soft Computing Journal*, vol. 40, pp. 178–186, 2016. issn: 15684946. http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2015.09. 045. [viewed 27.09.2019.].

- [59] F. Melgani, and L. Bruzzone, "Classification of hyperspectral remote sensing images with support vector machines", IEEE Transactions on geoscience and remote sensing, vol. 42, no. 8, pp. 1778-1790, 2004.
- [60] E. Michaelsen, "Self-organizing maps for fusion of thermal hyperspectral-with high-resolution VIS-data", 2014 IEEE 8th IAPR Workshop on Pattern Recognition in Remote Sensing (PRRS), 2014.
- [61] MicroImages, Inc. Introduction to Hyperspectral Imaging. https: //www.microimages.com/documentation/Tutorials/introrse.pdf. [viewed 27.09.2019.]
- [62] NASA Jet Propulsion Laboratory. Airborne Visible / Infrared Imaging Spectrometer(AVIRIS). https://aviris.jpl.nasa.gov. [viewed 27.09.2019.]
- [63] R.Y.M. Nakamura, L.M.G. Fonseca, J. A. Dos Santos, R. D. S. Torres, X. S. Yang and J.P. Papa, "Nature-inspired framework for hyperspectral band selection". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 4, pp. 2126–2137, 2014. issn: 01962892. doi:10.1109/TGRS.2013.2258351.
- [64] NTU (Nanyang Technological University) klasifikatora ELM MatLab kods pieejams šeit: http://www.ntu.edu.sg/home/egbhuang/elm_codes.html [viewed 27.09.2019.]
- [65] M.P. Oza, "Selection of band combination for IRS data", Journal of the Indian Society of Remote Sensing, vol. 17, no. 2, pp. 23–26, 1984.
- [66] S. Patra, P. Modi and L. Bruzzone, "Hyperspectral band selection based on rough set", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, no. 10, pp. 5495–5503, 2015. issn: 01962892. doi: 10.1109/TGRS.2015.2424236.
- [67] Telecommunications Pavia university and Remote Sensing Laboratory. Hyperspectral Remote Sensing Scenes. http://www.ehu.eus/ccwintco/index.php/ Hyperspectral_Remote_Sensing_Scenes [viewed 27.09.2019.]

[68] PerkinElmer, Inc. Nuance Multi-Spectral Imaging System. https://www.selectscience.net/products/ nuance-multispectral-tissue-imaging-systems/?prodID=172626. [viewed 27.09.2019.]

- [69] A. J. Plaza and C.I. Chang, *High performance computing in remote sensing*. CRC Press, 2007.
- [70] S. Raoof. Electromagnetic wave. https://www.toyo-chem.com/en/products/ electronics/column/emishield.html. [viewed 27.09.2019.].
- [71] J.P. Marques De Sa, *Pattern recognition: concepts, methods and applications*. Springer Science Business Media, 2001.
- [72] The European Space Agency *Copernicus* mission on Sentinel 2 satellite https:// sentinel.esa.int/web/sentinel/missions/sentinel-2 [viewed 27.09.2019.].
- [73] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication", ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review, vol. 5, no. 1, pp. 3–55, 2001.
- [74] H. Su, H. Yang, Q. Du and Y. Sheng, "Semisupervised band clustering for dimensionality reduction of hyperspectral imagery", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 8, no. 6, pp. 1135–1139, 2011.
- [75] K. Sun, X. Geng and L. Ji, "A new sparsity-based band selection method for target detection of hyperspectral image", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 12, no. 2, pp. 329–333, 2015.
- [76] K. Sun, X. Geng, L. Ji and Y. Lu, "A new band selection method for hyperspectral image based on data quality", *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 7, no. 6, pp. 2697–2703, 2014. issn: 1939-1404. doi: 10.1109/JSTARS.2014.2320299.
- [77] W. Sun, L. Zhang, B. Du, W. Li and Y. M. Lai, "Band selection using improved sparse subspace clustering for hyperspectral imagery classification", *IEEE Journal* of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. 8, no. 6, pp. 2784–2797, 2015.
- [78] K. Tan, E. Li, Q. Du and P. Du, "Hyperspectral image classification using band selection and morphological profiles", *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 7, no. 1, pp. 40–48, 2014.
- [79] 2014 IEEE GRSS Data Fusion Contest. http://www.grssieee.org/community/technical-committees/data-fusion/2014-ieee-grss-datafusion-classification-contest-results/. [viewed 27.09.2019.].

- [80] G. Upton and I. Cook. 2008. A Dictionary of Statistics. Oxford University Press. doi: 10.1093/acref/9780199541454.001.0001
- [81] Telops Inc. 2014 IEEE GRSS Data Fusion Contest. http://www. grss-ieee.org/community/technical-committees/data-fusion/ 2014-ieee-grss-data-fusion-classification-contest-results/. [viewed 27.09.2019.].
- [82] B. Wang, X. Wang and Z. Chen, "Spatial entropy based mutual information in hyperspectral band selection for supervised classification", *International Journal* of Numerical Analysis & Modeling, vol. 9, no. 2, pp. 181–192, 2012.
- [83] C. Wang, M. Gong, M. Zhang and Y. Chan, "Unsupervised hyperspectral image band selection via column subset selection", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 12, no. 7, pp. 1411–1415.
- [84] J. Wang, Geometric structure of high-dimensional data and dimensionality reduction. Springer, 2011.
- [85] H. Yang, Q. Du and G. Chen, "Unsupervised hyperspectral band selection using graphics processing units", *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 4, no. 3, pp. 660–668, 2011.
- [86] H. Yang, Q. Du, H. Su and Y. Sheng, "An efficient method for supervised hyperspectral band selection", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 8, no. 1, pp. 138–142, 2011.
- [87] G. Zhu, Y. Huang, J. Lei, Z. Bi and F. Xu, "Unsupervised hyperspectral band selection by dominant set extraction", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 54, no. 1, pp. 227–239, 2016. issn: 01962892. doi: 10.1109/TGRS.2015.2453362.

Pielikums A

A.1. Hiperspektrālie sensori

Instruments	Sensori	Joslu sk.
APEX	VNIR: 380 – 970 nm, 940 – 2500 nm	334, 199
AVIRIS	Hiperspektrālais: 400-2500 nm	224
HYPER-CAM LW	Hiperspektrālais: 7700-11800 nm	84
HySpex VNIR-1600	Hiperspektrālais: 400-1000 nm	160
HySpex SWIR-320m-e	SWIR: 1000-3200 nm	256
Itres CASI–1500	Hiperspektrālais: 380-1050 nm	288
Itres SASI-600	Hiperspektrālais: 950-2450 nm	100
Itres MASI-600	Hiperspektrālais: 3000-5000 nm	64
Itres TASI-600	Hiperspektrālais: 8500-11500 nm	32/64
ROSIS 3	Hiperspektrālais: 430-860 nm	103
Specim - aisaEAGLET	Hiperspektrālais: 400-1000 nm	410
Specim - aisaHAWK	Hiperspektrālais: 970-2500 nm	254
Specim - aisaOWL	Hiperspektrālais: 7700-12000 nm	100
OptoKnowledge		
HyperScan VNIR Micro	Hiperspektrālais: 400-1000 nm	399
Nova-Sol		
visNIR microHSI	Hiperspektrālais: 400-1000 nm	180
Nova-Sol		
SWIR microHSI 640	Hiperspektrālais: 850-1700 nm	170
Resonon PIKA II	Hiperspektrālais: 400-900 nm	240
Resonon PIKA NIR	Hiperspektrālais: 900-1700 nm	145

A.1. tabula. Hiperspektrālie sensori lidmašīnās

A.2. tabula. Hiperspektrālie sensori satelītos

Instruments	Sensori	Joslu sk.
Terra, Aqua - MODIS	Hiperspektrālais: 620-14385 nm	36
EO1 - Hyperion	Hiperspektrālais: 400-2500 nm	220
HICO	Hiperspektrālais: 400-900 nm	87

A.2. Hiperspektrālo attēlu pikseļu kategorijas

Kat.nr.	Kategorijas nosaukums angļu valodā	Kategorijas nosaukums latviešu valodā	Pikseļu skaits
K_0	Background	Fons	10659
$\tilde{K_1}$	Alfalfa	Lucerna	54
K_2	Corn-notill	Kukurūza iepriekš neskartā augsnē	1434
$\overline{K_3}$	Corn-min	Kukurūza minimāli apstrādātā augsnē	834
K_4	Corn	Kukurūza	234
K_5	Grass, Pasture	Zāle, pļava	497
K_{6}	Grass, Trees	Zāle, koki	747
$\tilde{K_7}$	Grass, pasture-mowed	Noplauta zāle	26
K_8	Hay-windrowed	Siena kaudze	489
K_9	Oats	Auzas	20
$\tilde{K_{10}}$	Soybeans-notill	Sojas pupas iepriekš neskartā augsnē	968
K_{11}^{10}	Soybeans-min	Sojas pupiņas minimāli apstrādātā augsnē	2468
K_{12}	Soybean-clean	Sojas pupas bez atliekvielu augsnē	614
K_{13}^{12}	Wheat	Kvieši	212
K_{14}^{-5}	Woods	Koki	1294
K_{15}^{-1}	BLDG-Grass-Tree-Drives	Ēkas, zāle, koki, ceļi	380
K_{16}^{10}	Stone-steel towers	Akmens, tērauda torņi	95

A.3. tabula. $Indian\ Pines$ pikseļu sadalījums pa klasifikācijas kategorijām

A.4. tabula. $\mathit{University}$ of Pavia pikseļu sadalījums pa klasifikācijas kategorijām

Kat.nr.	Kategorijas nosaukums angļu valodā	Kategorijas nosaukums latviešu valodā	Pikseļu skaits
K_1	Asphalt	Asfalts	6631
K_2	Meadows	Plavas	18649
$\overline{K_3}$	Gravel	Grants	2099
K_4	Trees	Koki	3064
K_5	Painted metal sheets	Krāsoti metāla jumti	1345
K_6	Bare soil	Kaila augsne	5029
K_7	Bitumen	Bitumens	1330
K_8	Self-Blocking Bricks	pašnoslēdzoši ķieģeļi	3682
K_9	Shadows	Ēnas	947

A.5.	tabula.	Salinas	pikseļu	sadalījums	pa	klasifikācijas	kategorijām
------	---------	---------	---------	------------	----	----------------	-------------

Kat.nr.	Kategorijas nosaukums angļu valodā	Kategorijas nosaukums latviešu valodā	Pikseļu skaits
K_0	Background	Fons	56975
K_1	Brocoli green weeds 1	Brokoli 1	2009
K_2	Brocoli green weeds 2	Brokoli 2	3726
$\overline{K_3}$	Fallow	Papuve	1976
K_4	Fallow rough plow	Melnā papuve	1394
K_5	Fallow smooth	Tīrā papuve	2678
K_6	Stubble	Kulišu papuve	3959
K_7	Celery	Selerija	3579
K_8	Grapes untrained	Vīnogas	11271
K_9	Soil vinyard develop	Vīnogas uzlabotā augsnē	6203
K_{10}	Corn senesced green weeds	Kukurūza	3278
K_{11}	Lettuce romaine 4 weeks	Romiešu salāti 4 nedēļas	1068
K_{12}	Lettuce romaine 5 weeks	Romiešu salāti 5 nedēļas	1927
K_{13}	Lettuce romaine 6 weeks	Romiešu salāti 6 nedēļas	916
K_{14}	Lettuce romaine 7 weeks	Romiešu salāti 7 nedēļas	1070
K_{15}	Vinyard untrained	Vīnadārzs	7268
K_{16}	Vinyard vertical trellis	Vīnadārzs vertikālos režģos	1807

A.6. tabula. GRSS2014termālā attēla pikseļu sadalījums pa klasifikācijas kategorijām

Kat.nr.	Kategorijas nosaukums angļu valodā	Kategorijas nosaukums latviešu valodā	Pikseļu skaits
K_1	Road	Ceļš	82007
K_2	Trees	Koki	14434
$\overline{K_3}$	Red roof	Sarkans jumts	28995
K_4	Grey roof	Pelēks jumts	30933
K_5	Concrete roof	Betona jumts	82270
$\tilde{K_6}$	Vegetation	Veģetācija	151516
K_7	Bare soil	Atsegta augsne	34172

A.3. Literatūras pārskats

A.7. tabula. Literatūras pārskats (Publikāciju ID skat. A.4. pielikumā)

ID	Metode	Sensors / Dati / Spektrālās joslas / Diapazons / Joslu skaits	Kopējā precizitāte (OA) / Kategorijas	Gads / Citējamība
S1	semisupervised trivariate mutual information (STMI) - clonal selection algorithm (CSA)	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 20 ROSIS/ University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 µm / 103 AVIRIS / Salinas / 220 / 0.2-2.4 µm / 204	83.7+1.1 / 16 94.6+0.6/9 93.0+0.4 / 16	2004 / 2
S2	minimum noise band selection (MNBS)	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 20	0.75 /16	2014 / 22
S3	minimum estimated abundance covariance (MEAC)	AVIRIS / Lunar lake / 220 / - / 30 (15) AVIRIS / Cuprite / 220 / HYDICE / Mall in Washington / 210 / 0.4-2.4 µm	95.0 /-	2011 / 43
S4	N-Finder	AVIRIS / AVIRIS / Cuprite / 220 / 40(20)	- /-	2011 / 46
S5	Support vector machine, morphological profiles	HYDICE / Mall in Washington / 210 / 0.4-2.4 µm / 14 AVIRIS / Salinas / 220 / 0.2-2.4 µm / - AVIRIS / India pine / 220 / 0.2-2.4 µm / 13	94.17/6 83.21/16 96.4 / 16	2014 / 5
S6	spatial noise reduction and AP-based feature selection	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 15 AVIRIS / Okavango delta / 242 / 0.4-2.5 µm / 7(15)	97.65+0.38 /16 96.28+0.75/14	2012 / 29
S7	constrained energy minimization, constrained band selection	HYDICE / Mall in Washington / 210 / 0.4-2.4 μm / 9 AVIRIS / Cuprite / 220 / 0.2-2.4 μm / 22	- / -	2006 / 122
S8	Bhattacharyya Distance	OMIS-I / China / 64 / 0.46-1.1 μm / 3	68.8+0.3 / 5	2009/ 5
S9	multitask sparsity pursuit (MTSP)	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / - ROSIS/ University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 μm /- AVIRIS / Salinas / 220 / 0.2-2.4 μm / -	95.00 / -	2015 / -
S10	minimum-misclassification canonical analysis (MMCA)	HYDICE / Mall in Washington / 210 / 0.4-2.4 μm / 12	94.00 / 6	1999 / 169
S11	Bhattacharyya Distance	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 / 83 μm	80.0 + 10.0 / 11	2006 / -
S12	N-Finder + Linear prediction Collaborative sparse regression	AVIRIS / Cuprite / 220 / 0.2-2.4 μm / 28	- /-	2012 / 12
S13	exemplar component analysis	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 10 AVIRIS / Salinas / 220 / 0.2-2.4 μm / 15	73.10 /- 88.50/-	2015 / 10
S14	A band selection technique for spectral classification	CASI / - / 288 / 0.38 – 1.05 μm / 5	- /-	2005 / 37
S15	Nature-inspired Framework	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / - AVIRIS / Salinas / 220 / 0.2-2.4 µm / -	- /-	2014 / 12
S16	supervised method based on the rough set theory	AVIRIS / KSC / 220 / 0.2-2.4 µm / 5 AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 10 Hyperion / Botswana / 242 / 0.4-2.5 µm / 5	85.03 / - 77.53 / - 89.63 / -	2015 / 6
S17	semi-supervised band selection method	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 10 APHI / - / 210 / 0.455-0.805 μm / 10	87.0 /- 75.50/-	2015 / 3
S18	Gray Wolf Optimizer	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / - AVIRIS / Salinas / 220 / 0.2-2.4 µm / - POSIS / University of Pavia / 115 / 0.42 0.86 µm /	- /-	2016 / 7
S19	Mutual Information	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 20	86.57 /-	2006 / 106
S20	mutual information (SEMI)	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 10	84.9 /-	2012 / 6
S21	Spectral shape similarity analysis and fast branch and bound search	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 12 HYDICE / Mall in Washington / 210 / 0.4-2.4 μm / 9	99.67 /- 82.22/-	2014 / 13
S22	Semi supervised k-means using class signatures	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 9 AVIRIS / Lunar lake / 220 / 0.2-2.4 μm / 9 HYDICE / Mall in Washington / 210 / 0.4-2.4 μm / 9	94.5 /- 86.50/- 89.0/-	2011 / 32

ID	Metode	Sensors / Dati / Spektrālās joslas / Diapazons / Joslu skaits	Kopējā precizitāte (OA) / Kategorijas	Gads / Citējamība
S23	enhanced density - peak - based clustering (E-FDPC)	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 10 AVIRIS / KSC / 220 / 0.2-2.4 µm / 15 ROSIS / University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 µm / 14	57.91 /- 79.15/- 94.66/-	2016 / 12
S24	Entropy, First Second Spectral Derivative	NASA RDACS / - / 120 / 0.47-0.82 µm / 20	- /-	2004 / 47
S25	Unsupervised band selection based on band similarity	AVIRIS / Cuprite / 220 / 0.2-2.4 µm / 15	- /-	2008 / 147
S26	Band column selection (BCS)	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 16 AVIRIS / Salinas / 220 / 0.2-2.4 µm / 16 ROSIS / University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 µm / 16	84.35 /- 93.61/- 98.31/-	2015 / 6
S27	Dominant set extraction based selector	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 18 Hyperion / Botswana / 242 / 0.4-2.5 μm / 14 ROSIS / University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 μm / 14	81.3 /- 86.0/- 82.3/-	2016 / 3
S28	Clustering based band selection	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 5 HYMAP / Purdue Data / 128 / 0.2-2.4 μm / 5 RetigaEx / VIS / 33 / 0.4-0.72 μm / 5 CHRIS-PROBA / - / 62 / 0.4-1.05 μm / 5	- /-	2007 / 181
S29	Volume-gradient based band selection	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 15 AVIRIS / Cuprite / 220 / 0.2-2.4 µm / 15	- /-	2014 / 19
S30	Spatial-spectral regularized based band selection	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 10, 20, 30 ROSIS / University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 μm / 10, 20, 30	75.08 /- 75.03/-	2017 / 1
S31	Nonhomogeneous hidden Markov chain	AVIRIS / Whole Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 10-100 AVIRIS / KSC / 220 / 0.2-2.4 μm / 10-100 Hyperion / Botswana / 242 / 0.4-2.5 μm / 10-100	60.00 /- 93.00 /- 95.00 /-	2017 / 8
S32	BS based on superpixel segmentation / MRF modelling	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 µm / 10-100 ROSIS / University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 µm / 10-100 AVIRIS / KSC / 220 / 0.2-2.4 µm / 10-100 Hyperion / Botswana / 242 / 0.4-2.5 µm / 10-100	82.00 /- 81.00 /- 90.00 /- 90.00 /-	2018 / -
S33	ECBG / EMCR	AVIRIS / Indian Pines / 220 / 0.2-2.4 μm / 1-15 ROSIS / University of Pavia / 115 / 0.43-0.86 μm / 1-15	83.72 /16 91.20 /9	2018 / -

A.4. Literatūras pārskatā iekļautās zinātniskās publikācijas

- S1. J. Feng, L. C. Jiao, X. Zhang, and T. Sun. (2014). Hyperspectral band selection based on trivariate mutual information and clonal selection. *IEEE Trans. on Geosc. and Rem. Sens.*, Vol. 52, No. 7, pp. 4092-4105. (h-index, 7)
- S2. K. Sun, X. Geng, L. Ji, and Y. Lu. (2014). A new band selection method for hyperspectral image based on data quality. *IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth Obs. Remote Sens.*, Vol. 7, No. 6, pp. 2697–2703. (h-index, 6)
- S3. H. Yang, Q. Du, H. Su, and Y. Sheng. (2011). An efficient method for supervised hyperspectral band selection. IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., Vol. 8, No. 1, pp. 138–142. (h-index, 8)
- S4. H. Yang, Q. Du, and G. Chen. (2011). Unsupervised hyperspectral band selection using graphics processing units. IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth Obs. Remote Sens., Vol. 4, No. 3, pp. 660–668. (h-index, 8)
- S5. K. Tan, E. Li, Q. Du, and P. Du. (2014). Hyperspectral image classification using band selection and morphological profiles. IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth Obs. Remote Sens., vol. 7, no. 1, pp. 40–48. (h-index, 10)
- S6. S. Jia, Z. Ji, Y. Qian, and L. Shen. (2012). Unsupervised band selection for hyperspectral imagery classification without manual band removal. *IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth Obs. Remote Sens.*, Vol. 5, No. 2, pp. 109–112. (h-index, 12)
- S7. C. Chang, S. Wang. (2006). Constrained band selection for hyperspectral imagery. IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth Obs. Remote Sens., Vol. 44, No. 6, pp. 1575–1585. (h-index, 41)
- S8. C. A. I. Simin, Z. Rongqun, C. Wenling, and Y. Hui. (2009). Band selection of hyperspectral images based on Bhattacharyya distance. WSEAS Trans. on Inform. Sci. Applic., Vol. 6, No. 7, pp. 1165–1175. (h-index, 2)
- S9. Y. Yuan, G. Zhu, and Q. Wang. (2015). Hyperspectral band selection by multitask sparsity pursuit. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., Vol. 53, No. 2, pp. 631-644. (h-index, 33)
- S10. C. I. Chang, Qian Du, Tzu-Lung Sun, and Mark L. G. Althouse. (1999). A joint band prioritization and band decorrelation approach to band selection for hyperspectral image classification. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, Vol. 37, No. 6, pp. 2631-2641. (h-index, 14)
- S11. R. I. Faulconbridge, M. R. Pickering, and M. J. Ryan. (2006). Unsupervised band removal leading to improved classification accuracy of hyperspectral images. Conferences in Research and Practice in Information Technology Series, ACSC., Vol. 48. (h-index, 2)
- S12. Du, Q., Bioucas-Dias, J. M., Plaza, A. (2012). Hyperspectral band selection using a collaborative sparse model. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). (h-index, 31)
- S13. Sun, K., Geng, X., Ji, L. (2015). Exemplar component analysis: a fast band selection method for hyperspectral imagery. IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 12, no. 5, pp. 998–1002. (h-index, 6)
- S14. Backer, S. De, Kempeneers, P., Debruyn, W., Scheunders, P. (2005). A band selection technique for spectral classification. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, 2(3), 319–323. (h-index, 16)
- S15. Nakamura, R. Y. M., Fonseca, L. M. G., Santos, J. A. Dos, Torres, R. D. S., Yang, X. S., Papa, J. P. (2014). Nature-inspired framework for hyperspectral band selection. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(4), 2126–2137. (h-index, 7)
- S16. Patra, S., Modi, P., Bruzzone, L. (2015). Hyperspectral band selection based on rough set. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 53(10), 5495-5503. (h-index, 10)
- S17. Bai, X., Guo, Z., Wang, Y., Zhang, Z., Zhou, J. (2015). Semi-supervised hyperspectral band selection via spectral-spatial hypergraph model. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 8, no. 6, pp. 2774-2783. (h-index, 8)
- S18. Medjahed, S. A., Ait Saadi, T., Benyettou, A., Ouali, M. (2016). Gray wolf optimizer for hyperspectral band selection. Applied Soft Computing Journal, 40, 178–186. (h-index, 2)
- S19. Guo, B., Gunn, S. S. R., Damper, R. I., Nelson, J. D. B. (2006). Band selection for hyperspectral image classification using mutual information. *Geoscience and Remote Sensing Letters*, IEEE, 3(4), 522–526. (h-index, 7)
- S20. Wang, B., Wang, X., Chen, Z. (2012). Spatial entropy based mutual information in hyperspectral band selection for supervised classification. International Journal of Numerical Analysis Modeling, 9(2), 181–192. (h-index, 3)

- S21. Li, S., Qiu, J., Yang, X., Liu, H., Wan, D., Zhu, Y. (2014). A novel approach to hyperspectral band selection based on spectral shape similarity analysis and fast branch and bound search. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 27, 241–250. (h-index, 6)
- S22. Su, H., Yang, H., Du, Q., Sheng, Y. (2011). Semisupervised band clustering for dimensionality reduction of hyperspectral imagery. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 8(6), 1135-1139. (h-index, 9)
- S23. Jia, S., Tang, G., Zhu, J., Li, Q. (2016). A novel ranking-based clustering approach for hyperspectral band selection. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(1), 88–102. (h-index, 12)
- S24. Bajwa, S., Bajcsy, P. (2004). Hyperspectral image data mining for band selection in agricultural applications. *American Society of Agricultural Engineers*, 47(3), 895–908. Retrieved from http://isda.ncsa.illinois.edu/peter/publications/journals/2004/bajwa04.pdf (h-index, 10)
- S25. Du, Q., Yang, H. (2008). Similarity-based unsupervised band selection for hyperspectral image analysis. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 5(4), 564-568. (h-index, 31)
- S26. Wang, C., Gong, M., Member, S., Zhang, M., Chan, Y. (2015). Unsupervised hyperspectral image band selection via column subset selection. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 12(7), 1411–1415. (h-index, 2)
- S27. Zhu, G., Huang, Y., Lei, J., Bi, Z., Xu, F. (2016). Unsupervised hyperspectral band selection by dominant set extraction. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(1), 227–239. (h-index, 1)
- S28. Martinez-Uso, Adolfo, et al. (2007). Clustering-based hyperspectral band selection using information measures. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing 45.12: 4158-4171. (h-index, 5)
- S29. Geng, X., Sun, K., Ji, L., Zhao, Y. (2014). A fast volume-gradient-based band selection method for hyperspectral image. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 52(11), 7111–7119. (h-index, 8)
- S30. Chen, P., Jiao, L. (2017). Band selection for hyperspectral image classification with spatial-spectral regularized sparse graph. Journal of Applied Remote Sensing, 11(1). (h-index, 4)
- S31. Feng, S., Itoh, Y., Parente, M., Duarte, M.F. (2017). Hyperspectral Band Selection from Statistical Wavelet Models. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 55(4), 2111-2123. (h-index, 3)
- S32. Cao, X., Ji, Y., Liang, T., Li, Z., Li, X., Han, J., Jiao, L. (2018). A semi-supervised spatially aware wrapper method for hyperspectral band selection. *International Journal of Remote Sensing*, 39(12), 4020–4039. (h-index, 7)
- S33. Lorencs A., I. Mednieks, and J. Sinica-Sinavskis. (2018). Selection of informative hyperspectral band subsets based on entropy and correlation. *International Journal of Remote Sensing*, 39(20): 6931-6948. (h-index, 4).

A.5. Indian Pines attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes 1-15 joslām: (a) Bayes, (b) k-NN, (c) SVM, (d) NN



A.1. att. Indian Pines attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EMCR



A.2. att. Indian Pines attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EXCR



A.3. att. Indian Pines attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, ESCR



A.4. att. Indian Pines attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, XECT

A.6. University of Pavia attēla vidējās lietotāja precizitātes 1-15 joslām: (a) Bayes, (b) k-NN, (c) SVM, (d) NN



A.5. att. University Pavia attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EMCR



A.6. att. University Pavia attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EXCR



A.7. att. University Pavia attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, ESCR



A.8. att. University Pavia attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, XECT

A.7. Salinas attēla vidējās lietotāja precizitātes 1-15 joslām: (a) Bayes, (b) k-NN, (c) SVM, (d) NN



A.9. att. Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EMCR



A.10. att. Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EXCR



A.11. att. Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, ESCR



A.12. att. Salinas attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, XECT

A.8. *GRSS2014* attēla vidējās lietotāja precizitātes 1-15 joslām: (a) Bayes, (b) *k*-NN, (c) SVM, (d) NN



A.13. att. GRSS2014 attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EMCR



A.14. att. GRSS2014 attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, EXCR



A.15. att. GRSS2014 attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, ESCR



A.16. att. GRSS2014attēla klasifikācijas vidējās lietotāja precizitātes, XECT

Pielikums B

MatLab programmu kodi

EMCR, EXCR, ESCR, ECBG un XECT joslu izvēles procedūras

 $\textbf{function} \ [Bands] = EMCR(X, \ k, \ tentropy, \ c2, \ tnoise)$ % EMCR - Entropy Multivariate Correlation Ratio % input% X - Hyperspectral image $\%\ k$ - number of bands to select % tentropy - threshold for min entropy % c2 - threshold for correlation % thoise - threshold for noise band selection % output% Bands - k bands are selected[noisyBands] = findNoisyBands(X, tnoise)X(:,:,noisyBands)=0; $[r \ c \ b] = \mathbf{size}(X);$ $XX=\mathbf{reshape}(X,r^*c\,,b\,)\,;$ BANDS = 1:b;[r1, m] = size(XX);e2 = zeros(1,m); $B=\!\!\!\mathbf{zeros}(r1,\!m);$ \mathbf{tic} for band = 1: m data = double(XX(:, band)); $\max X = \max(\max(\operatorname{data}));$ %normalization data = data./maxX;B(:, band) = data;e2(band) = entropy(double(data(:))); \mathbf{end} $Bands2{=}[]; \ Bands3 = \mathbf{zeros}(1,k); \ Bands = \mathbf{zeros}(1,k);$ $[\sim, \text{ ind}] = \max(e2(bands));$ i = 1;Bands2(1,i) = bands(ind); % get band i1datai = double(B(:,Bands2(1,i)));kovV = zeros(k,m);rel = zeros(k,m); $\mathbf{K} = \mathbf{zeros}(2, 2);$ m2 = length(bands); %the length of set U1 $\mathbf{for} \hspace{0.1cm} j \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} 1 {:} m2$

```
if bands(j) == Bands2(1,i)
     else
     data2 = double(B(:,bands(j)));
    K(1,2) = corr(datai(:), data2(:));
     kovV(i, bands(j)) = abs(K(1,2));
     rel(i,bands(j)) = entropy(data2(:))/kovV(i,bands(j));
    end
\mathbf{end}
Y=\mathbf{zeros}(1,m);
Y(bands)=1;
sk0 = 0;
for i = 2:k
      m2 = length(bands);
      [~, maxj] = max(rel(i-1,:)); %MAX band
      Bands2(i,:) = Bands2(i-1,:);
      Bands2(i,i) = maxj; %the band is selected
      T = \mathbf{length}(\mathbf{find}(\mathrm{Bands2}(i\,,:)\!>\!0));
      kov = \mathbf{zeros}(2,2);
      F = zeros(length(B),T+1); F(:,1) = ones(length(B),1);
              Y = \mathbf{zeros}(T,m); \ Y2 = \mathbf{ones}(1,m);
              for t = 1:T
                    data0 = double(B(:,Bands2(i,t)));
                    ska = 0;
                   for j = 1:m^2
                        if zeros(length(B),1)==B(:,bands(j))
                        ska = ska + 1;
                        else
                    data1 = double(B(:, bands(j)));
                    kov(1,2) = corr(data0(:), data1(:));
                    kovV = abs(kov(1,2));
                              if kovV \ll 2
                              Y(t\,, bands(j\,)\,) \;=\; 1\,; \; \% \textit{get set U2}
                              else
                                 ska = ska+1;
                             \mathbf{end}
                       \mathbf{end}
                   \mathbf{end}
                   \mathbf{if} t > 1
                        Y2 = Y(t,:)\&Y2;
                        sk0 = sk0 + 1;
                        [val1, ban] = find(Y2>0);
                        A0\{sk0\} = ban;
                   else
                        sk0 = sk0 + 1;
                        Y2 = Y(t, :);
                        [val1,ban] = \mathbf{find}(Y2\!\!>\!\!0);
                        A0\{sk0\} = ban;
                   \mathbf{end}
              \mathbf{end}
           \mathbf{for} \hspace{0.1cm} j \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} 1 {:} m2
                else
              if sum(Bands2(i,:)==bands(j))>0
                else
                   data2 = double(B(:, bands(j)));
                for t = 1:T
               F(:,t+1) = double(B(:,Bands2(i,t))); %add constant
               \mathbf{end}
```

```
u = double(B(:, bands(j)));
                alpha = (F'*F)^{(-1)*F'*u};
                Xzv2 = \mathbf{zeros}(\mathbf{length}(B(:,1)),1);
                 for t = 1:T
                    Xzv = alpha(t+1)*B(:,Bands2(i,t)); %add constant
                   Xzv2 = Xzv2 + Xzv;
                \mathbf{end}
                datai = Xzv2 + alpha(1); %add constant
                \mathrm{kov}(1,2) \,=\, \mathrm{corr}\left(\mathrm{datai}\left(:\right),\mathrm{data2}\left(:\right)\right);
                kovV(i, bands(j)) = abs(kov(1,2));
                if Y2(bands(j))==1
                   rel(i,bands(j)) = entropy(data2(:))/kovV(i,bands(j));
                 else
                    rel(i, bands(j)) \,=\, 0;
                \mathbf{end}
              \mathbf{end}
            \mathbf{end}
            \mathbf{end}
               if t>1 %get sets U3, U4, ...
                   bands = BANDS(Y2);
               else
                  bands = BANDS(Y);
               \mathbf{end}
Bands(1:k) = Bands2(i, 1:k);
Bands2(i,:) = sort(Bands2(i,:));
Bands3(1:k) = sort(Bands2(i,1:k));
```

```
function [Bands] = EXCR_ESCR(X, k, tentropy, c2, tnoise, ix)
```

 \mathbf{end}

toc \mathbf{end}

```
% EXCR - Entropy Max Correlation Ratio (ix==1)
\% ESCR - Entropy Summarized Correlation Ratio (ix==2)
%input
         \% X - Hyperspectral image
         \% k – number of bands to select
         % tentropy - threshold for min entropy
         \%\ c2- threshold for correlation
         \% \ tnoise \ - \ threshold \ for \ noise \ band \ selection
         \%\ ix\ -\ run\ index:\ value\ 1\ for\ EXCR,\ value\ 2\ for\ ESCR
%output
         \% Bands - k bands are selecteds
[ \ noisyBands \ ] = findNoisyBands(X, \ tnoise \ );
 X(:,:,noisyBands)=0;
\mathbf{tic}
[r \ c \ b] = \mathbf{size}(X);
XX=\mathbf{reshape}(X,r^{*}c\,,b\,)\,;
BANDS = 1:b;
[r1, m] = size(XX);
e2 = \mathbf{zeros}(1,m);
B = \mathbf{zeros}(r1,m);
for band = 1: m
    data = double(XX(:, band));
    \max X = \max(\max(data));
    data = data./maxX;
    B(:, band) = data;
    e2(band) = entropy(double(data(:)));
end
Bands2=[]; Bands3 = zeros(1,k); Bands = zeros(1,k);
```

```
[v bands] = find(e2>=tentropy);
[\sim, \text{ ind}] = \max(e2(bands));
i=1;
Bands2(1,i) = bands(ind); %get band i1
datai = double(B(:,Bands2(1,i)));
kovV = \mathbf{zeros}(k,m);
rel = zeros(k,m);
\mathbf{K} = \mathbf{zeros}(2, 2);
m2 = length(bands); %the length of set U1
\mathbf{for} \hspace{0.1cm} j \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} 1 {:} m2
     \mathbf{if} \ bands(j) == Bands2(1,i)
     else
     data2 = double(B(:, bands(j)));
     K(1\,,2)\,=\,corr\,(\,datai\,(\,:\,)\,\,,data2\,(\,:\,)\,)\,;
     kovV(\,i\,, bands(\,j\,)\,) = \ \mathbf{abs}(K(1\,,2)\,);
     rel(i, bands(j)) = entropy(data2(:))/kovV(i, bands(j));
     \mathbf{end}
\mathbf{end}
Y = \mathbf{zeros}(1,m);
Y(bands)=1;
rel(1, -Y) = 0;
rel2=rel;
sk0 = 0;
for i = 2:k
      m2 = length(bands);
      Bands2(\,i\,\,,:\,)\ =\ Bands2(\,i\,-1\,,:\,)\,;
      if ix==1
       [v \ maxj] = max(rel(i-1,:)); \ \textit{MAX band}
      else
           [v maxj] = max(rel2(i-1,:)); %MAX band
      \mathbf{end}
      Bands2(i,i) = maxj; \% and is selected
      \texttt{rel}\,(:, \max j){=}0;
      T = \textbf{length}(\textbf{find}(Bands2(i,:) > 0));
      kov = \mathbf{zeros}(2,2);
  F = zeros(length(B),T+1); F(:,1) = ones(length(B),1); % add constant
               Y = \mathbf{zeros}(T,m); \ Y2 = \mathbf{ones}(1,m);
                for t = 1:T
                      data0 = double(B(:,Bands2(i,t)));
                      ska = 0;
                     for j = 1:m2
                          if zeros(length(B),1)==B(:,bands(j))
                          ska = ska + 1;
                          else
                      data1 = double(B(:, bands(j)));
                      kov(1,2) = corr(data0(:), data1(:));
                      \mathrm{kovV}=~\mathbf{abs}(\mathrm{kov}(1\,,2));
                      if kovV \ll 2
                      Y(t, bands(j)) = 1; \% get set U2
                      else
                           ska = ska+1;
                      \mathbf{end}
                          \mathbf{end}
                     \mathbf{end}
                     if t>1
                          Y2 = Y(t,:)\&Y2;
```

```
126
```

```
\mathrm{sk0} = \mathrm{sk0} + 1;
                          [val1, ban] = find(Y2>0);
                          A0\{sk0\} = ban;
                     else
                          sk0 = sk0 + 1;
                          Y2 = Y(t, :);
                          [val1, ban] = find(Y2>0);
                          A0\{sk0\} = ban;
                     \mathbf{end}
               \mathbf{end}
                  for j = 1:m2
                     if zeros(length(B),1)==B(:,bands(j))
                       else
                        if \ sum(Bands2(i,:)==bands(j)) > 0
                       else
                     data2 = double(B(:, bands(j)));
                     datai = double(B(:,Bands2(i,t)));
                     kov(1,2) = corr(datai(:), data2(:));
                     kovV(i, bands(j)) = abs(kov(1,2));
                     if Y2(bands(j)) == 1
                     rel(i, bands(j)) = entropy(data2(:))/kovV(i, bands(j));
                     else
                     rel(i, bands(j)) = 0;
                     \mathbf{end}
                       \mathbf{end}
                    \mathbf{end}
                  \mathbf{end}
                  \mathbf{if} \ \mathbf{t}{>}1 \ \% get \ sets \ U3, \ U4, \ \ldots
                         bands = BANDS(Y2);
                     else
                         bands = BANDS(Y);
                  end
               if ix==1
                else
                     rel2 =zeros(size(rel,1), size(rel,2));
                     for t = 1:T
                     {\rm rel2}\,(\,i\,\,,:\,)\,\,=\,\,{\rm rel2}\,(\,i\,\,,:\,)\,\,+\,\,{\rm rel}\,(\,i\!-\!t\!+\!1\,,:\,);
                    \mathbf{end}
               end
Bands(1:k) = Bands2(i, 1:k);
Bands2(\,i\,\,,:\,)\,=\,\mathbf{sort}(Bands2(\,i\,\,,:\,)\,)\,;
Bands3(1:k) = sort(Bands2(i,1:k));
```

 $\label{eq:constraint} \textbf{function} ~ [Bands, ~ groupsNew, ~ nrBandsGroupNew] = ECBG(X, ~ tEntropy, ~ c2, ~ tNoise)$

% ECBG - Entropy Correlation Band Grouping select bands for % classification by spectrum division into groups $\% \ {\rm ECBG-a}$ Entropy Correlation Band Grouping and Averaging % Input: % X – Hyperspectral image (double) tEntropy - the threshold for entropy; % % $if the \ entropy \ for \ some \ band \ is \ less \ than \ threshold\,,$ % $it \ is \ excluded$ % tNoise - threshold for noise band selection% tEntropy - correlation threshold for finding borders of groups % % Output: $\% \quad \textit{Bands-group centers} = \textit{bands are selected}$ % groups - bands in groups are used for ECBG-a% nrBandsGroupNew - the number of bands in groups

 \mathbf{end}

 \mathbf{toc} \mathbf{end}

```
[r \ c \ b] = \mathbf{size}(X);
XX=\mathbf{reshape}(X,r^*c\,,b\,)\,;
X = XX;
\mathbf{tic}
[rows, nrBands] = size(X);
E = zeros(1, nrBands);
\maxValues = E;
\min Values = E;
for i=1:nrBands
    ImageBand = X(:, i);
    \maxValue = \max(ImageBand(:));
    minValue = min(ImageBand(:));
    E(i) = entropy(ImageBand/maxValue);
    \maxValues(i) = maxValue;
    \min Values(i) = \min Value;
\mathbf{end}
[ \ noisyBands \ ] = findNoisyBands(X, \ tNoise \ );
E(noisyBands) = 0; \% exclude noisy bands
E(E \lt Entropy) = 0; \% exclude bands with a small entropy
groupCenters = [];
\operatorname{currGroup} = 1;
groups = cell(1);
nrBandsGroup = [];
corrWithMax = zeros(1, nrBands);
while ~isempty(find(E>0))
     [\mathrm{Emax}, \ \mathrm{ind}\mathrm{Max}] = \mathrm{max}(\mathrm{E});
     groupCenters = [groupCenters indMax];
     for i=1:nrBands
        \operatorname{corrWithMax}(i) = \operatorname{corrC}(X(:, \operatorname{indMax}), X(:, i));
    \mathbf{end}
    \operatorname{corrWithMax}(E==0)=0;
    % find borders of groups
    indHighCorr = find(corrWithMax>c2);
    indLowCorr = 1:nrBands;
    indLowCorr(indHighCorr) = [];
    indLowCorr1 = indLowCorr;
    indLowCorr1(indLowCorr1>indMax) = [];
     if isempty(indLowCorr1), indLowCorr1=0; end
    ind1 = max(indLowCorr1) + 1;
    indLowCorr2 = indLowCorr;
    indLowCorr2(indLowCorr2<indMax) = [];
     if isempty(indLowCorr2), indLowCorr2=nrBands+1; end
    ind2 = min(indLowCorr2) - 1;
disp([num2str(currGroup) '.grupa:_{l}' num2str(ind1) ': ' num2str(ind2)])
    E(ind1:ind2) = 0; % the group is selected
                           \%\ (exclude\ it\ from\ further\ analysis)
    plot(E)
    groups{currGroup} = ind1:ind2;
    nrBandsGroup(currGroup) = ind2-ind1+1;
    currGroup = currGroup + 1;
end
\% sort groups by the number of bands, starting with
% the largest group; groups with equal number of bands
% are sorted by the sequence they are selected
Bands = [];
groupsNew = groups;
nrBandsGroupNew = [];
nrMovedBands = 0;
indGroup = 1;
while indGroup<=length(groupCenters)
    maxBandsGroup = max(nrBandsGroup);
    groupsMax = find(nrBandsGroup=maxBandsGroup);
     Bands = [Bands groupCenters(groupsMax)];
    for ig=1:length(groupsMax)
         ng = groupsMax(ig);
         groupsNew{indGroup} = groups{ng};
```

```
nrBandsGroupNew = [nrBandsGroupNew nrBandsGroup(ng)];
indGroup = indGroup + 1;
end
nrBandsGroup(groupsMax)=0;
groupCenters(groupsMax)=0;
end
```

\mathbf{toc}

```
function [Bands] = XECT(X, Y, k, c2, tnoise)
% XECT - Max Entropy Correlation Threshold
%input
           \% X - Hyperspectral image
           \% Y - Label image
          \% k – Number of bands to select
           \% c2 - Threshold for correlation
          % thoise - Threshold for noise band selection
\% output
           \% Bands - k bands are selecteds
[ noisyBands ] = findNoisyBands(X, tnoise );
X(:\,,:\,,noisyBands)\!\!=\!\!nan\,;
\mathbf{tic}
X(:,:,noisyBands)=0;
[r \ c \ b] = \mathbf{size}(X);
XX=\mathbf{reshape}(X,r^*c\,,b\,)\,;
{\rm clas}\,=\,{\rm struct}\,(\,\,{\rm 'Xpix\,'}\,,[\,]\,,\,\,\,{\rm 'E'}\,,[\,]\,,\,\,{\rm 'val\,'}\,,[\,]\,)\,;
\operatorname{cnum} = \max(Y(:)); \quad cE = \operatorname{zeros}(1,\operatorname{cnum});
Entr = \mathbf{zeros}(\operatorname{cnum}, b);
for c = 1:cnum
     \mathrm{indy}\,=\,\mathbf{find}\left(Y\!\left(:\right){=}{=}c\,\right);
     clas(c).n = length(indy);
     clas(c).Xpix = XX(indy,:);
     for i=1:b
     maxX = max(max(clas(c).Xpix(:,i))); \ \% last \ version
     clas(c).E(i) = entropy(clas(c).Xpix(:,i)/maxX);
     \mathbf{end}
     cE(c) = max(clas(c).E);
\mathbf{end}
\% select 1st band as the max value of entropy from all 16 categories
i=1;
[ind, clas(i).val]=find(cE=max(cE));
cE(clas(1).val) = 0;
[ind, band]=find(clas(clas(i).val).E=max(clas(clas(i).val).E));
Bands(i) = band;
Entr(\,i\,,:\,)\!=\!clas(\,clas(\,i\,)\,.\,val\,)\,.E;
Entr(:, band)=nan;
i = 2;
[ind, clas(i).val]=find(cE-max(cE));
sk=1:
     while sk==1
     [ind, band]=find(clas(clas(i).val).E=max(clas(clas(i).val).E));
      \text{if } \operatorname{corr}(\operatorname{clas}(i).\operatorname{Xpix}(:,\operatorname{Bands}(i-1)), \ \operatorname{clas}(i).\operatorname{Xpix}(:,\operatorname{band})) {>} c2 
     \texttt{clas(clas(i).val).E(band)=0;}
     else
     cE(clas(i).val) = 0;
     sk=0;
     \mathbf{end}
     \mathbf{end}
Bands(i) = band;
```

Entr(i,:) = clas(clas(i).val).E;

Entr(:, band)=nan;
```
for i=3:k
     if cnun⊳=i
    [ind, clas(i).val]=find(cE=max(cE));
     sk=1;
          Entr(i,:) = clas(clas(i).val).E;
          for t=1:length(Bands)
          Entr\left(:\,,Bands(\,t\,)\right){=}nan\,;
          \mathbf{end}
          while sk==1
          [ind, bands]=find(Entr(i,:)==max(Entr(i,:)));
         for t=1:length(bands)
               band = bands(t);
          for j=1:length(Bands)
          corX(j) = corr(clas(i).Xpix(:,Bands(j)), clas(i).Xpix(:,band));
          \mathbf{end}
              if sum(corX>c2)>=1
                    \operatorname{Entr}\left(:\,,\operatorname{band}\right) = \operatorname{nan};
                else
                     sk=0;
                     break
              \mathbf{end}
         \mathbf{end}
          \mathbf{end}
          Bands(i) = band;
          Entr(:,band)=nan;
          cE(clas(i).val)=0;
     else
           if mod(i,cnum)==1
          Entr2 = Entr;
          \mathbf{end}
      sk=1;
      while sk=1
            [ind, bands]=find( Entr2-max( Entr2(:)));
      for t=1:length(bands)
           band = bands(t);
      for j=1:length(Bands)
      corX(j)=corr(clas(ind).Xpix(:,Bands(j)), clas(ind).Xpix(:,band));
      \mathbf{end}
                     \mathbf{if} \ \mathbf{sum}(\operatorname{corX>c2})\!\!>=\!\!1
                        Entr2(:, band)=nan;
                     else
                         sk=0;
                        break
                     \mathbf{end}
           \mathbf{end}
            \mathbf{end}
               Bands(i) = band;
                Entr2(:,band) = nan;
                Entr2(ind,:) = nan;
     \mathbf{end}
     \mathbf{end}
\mathbf{toc}
\mathbf{end}
```