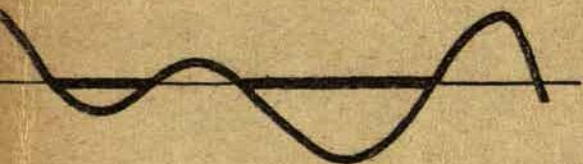


Т. 148, вып. 6.



**ТОЧНОСТЬ
МОМЕНТОВ
ПРОХОЖДЕНИЯ
ЗВЕЗД**

2017/1. 2
Fizmat. 2

LATVIJAS PSR AUGSTĀKĀS UN VIDĒJĀS SPECIĀLĀS IZGLĪTĪBAS MINISTRIJA
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЛАТВИЙСКОЙ ССР
AR DARBA SARKANĀ KAROGA ORDENI APBALVOTĀ PĒTERA STUČKAS
LATVIJAS VALSTS UNIVERSITĀTE
ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. П. СТУЧКИ

ZINĀTNISKIE RAKSTI УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

SĒJUMS
148
ТОМ



RĪGA 1971 РИГА

1235

1

Сборник научных статей посвящен проблеме регистрации моментов прохождения звезд методом учета выбросов случайных процессов. Получены формулы для определения среднеквадратичной ошибки в зависимости от дрожания и мерцания звезд. Исследуется также влияние шумов электронных ламп. Путем сравнения развиваемой теории с наблюдениями показано, что главной причиной неточности регистрации моментов является дрожание изображений звезд.

К. А. Штейнс и М. П. Огриньш

УСТРОЙСТВО И МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ МОМЕНТОВ
ПРОХОЖДЕНИЙ ЗВЕЗД С УЧЕТОМ
ВЫБРОСОВ

§1. Идея метода учета выбросов случайных процессов

В.Г.Кручиненко, Ю.П.Платонов, В.Б.Сухов [1] для измерения контактов фотоэлектрического усилителя или контактного микрометра на запись контактов накладывали секундные импульсы от часов и измеряли продолжительность двух частей контакта, на которые он пересекается секундными импульсами, таким образом определяя середину контакта относительно секундного импульса. П.М.Афанасьева, Ю.П. Платонов и В.Б.Сухов [2] предложили метод и устройство для измерения сигналов от звезд с дробью. Привязка к секундным импульсам осуществлена подобно как в работе [1]. В настоящей статье предлагается метод, в котором вместо секундных импульсов формируются метки, дополнительно связанные с астрономическим инструментом, т.е. в зависимости от склонения наблюдаемой звезды. Таким образом каждому нулю кривой тока, проходящего через омическое сопротивление фотоэлектрического устройства i_0 , соответствует одна метка. Если имеются положительные или отрицательные выбросы случайных процессов, то измеряется соответствующая длительность интервалов. Предлагаемое устройство содержит астрономический инструмент, фотоэлектрический усилитель, решетку, устройство для автоматического определения средних моментов и запоминающее устройство. Введение узла формирования меток в зависимости от склонения звезд

ды делает определение среднего момента более надежным, особенно для слабых звезд. С другой стороны, определение длительности интервалов происходит при помощи триггерного счетчика, и поэтому значительно упрощено устройство.

§2. Формула для определения среднего момента

Для определения момента прохождений звезды изображение звезды перемещается по визирной решетке и попадает на фотоумножитель, порождая периодически меняющийся фототок i_ϕ . Как фототок i_ϕ , так и ток через омическое сопротивление входа i_Ω являются приблизительно синусоидальными. Примерно в момент достижения максимальной амплитуды i_Ω , включаются метки, через полупериод синусоиды. Вследствие дрожания и мерцания изображения звезды и темнового тока, усиленным из-за освещения фотоумножителей фоном неба и других причин, на i_Ω накладываются шумы. На рис. I показана кривая тока через омическое сопротивление и метки. Длительность интервалов между метками согласована с кривой так, чтобы имелось n меток на n пересечений, не считая многократных пересечений вследствие шумов. Метки даются в моменты t_i , когда центр изображения звезды находится на середине щели или на середине зеркальной полосы.

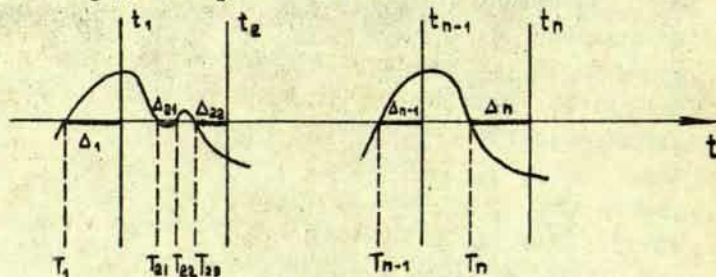


Рис. I.

На рисунке I интервалы, которые складываются при помощи импульсного счетчика, показаны жирными отрезками. Покажем, что средний момент в случае стационарного шума определяется суммой длительности интервалов знакопеременных выбросов по отношению к интервалам между метками и одного знака в каждом интервале между метками. Сложение таких интервалов осуществляется просто при помощи триггера который поочередно включает и выключает счетчик импульсов.

В случае, если кривая i_g при прохождении изображения звезды через край щели пересекает $i_g = 0$ в одной точке, то этот момент T_i можно определить как сумму промежутка времени от момента пересечения до последующей метки Δi и время появления метки:

$$T_i = t_i - \Delta i.$$

Метки смещаются равномерно относительно идеальных точек пересечения $i_{g,0} = 0$, поэтому, если рассмотреть нечетное число меток, то средний момент меток совпадает со средним от показаний меток и длина интервала Δ_{cp} для средней метки совпадает со средним значением интервалов всех меток. Следовательно,

$$T_{cp} = t_{cp} - \Delta_{cp} = t_{cp} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta i. \quad (I)$$

Если же число меток будет четное число, то формула (I) останется в силе, а метку t_{cp} следует создать добавочно по середине меток $t_{n/2}$ и $t_{n/2+1}$. Это выгодно с точки зрения электроники.

Если вследствие стационарного шума возникает дробление контакта, то длительность промежутка Δi заменяется суммой длительности всех промежутков выбросов того же знака, что и примыкающий к метке t_i (рис. I). Обычно в теории выбросов случайных процессов рассматривают следующий случайный процесс $\eta(t)$:

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } f(t) - u(t) > 0, \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

притом предполагается, что с вероятностью единица стационарный процесс $f(t)$ выборочно непрерывен, а $i_0 = u(t)$ достаточно гладкая периодическая функция с периодом T .
Рассмотрим случайную величину

$$Z_0(T) = \int_0^T \eta(t) dt$$

аналогичную тем, которые рассматриваются в теории выбросов случайных процессов. В отличие от $Z_0(T)$, нас интересует величина $Z'_0(T)$, которая, с точностью до постоянной, равна значению момента прохождений регистрированному по методу учета выбросов случайных процессов. $Z'_0(T)$ определена следующим образом:

пусть

$$\eta'(t) = \begin{cases} 1, & \text{если в интервале } [0, \frac{1}{2}T] \\ & \text{разность } f(t) - u(t) > 0 \\ \text{и если в интервале } [\frac{1}{2}T, T] \\ & \text{величина } f(t) - u(t) < 0, \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

а в остальных случаях равна 0.

$$Z'_0(T) = \int_0^T \eta'(t) dt.$$

Вследствие того, что процесс $f(t)$ стационарен и симметричен относительно $f(t) = 0$, а $u(t - t_0) = -u(t_0 - t)$, где t_0 — нуль функции $u(t)$, получаем, что средние значения и дисперсии $Z_0(T)$ и $Z'_0(T)$ равны. То обстоятельство, что $f(t) - u(t)$ практически не наблюдаются в вышеуказанных интервалах, не имеет при определении дисперсии никакого значения, т.к. в неучтенном интервале практически не имеется нулей $\eta'(t)$.

Из теории случайных процессов известно следующее [3]. При выводе формулы для дисперсии для $Z_0(T)$, среднее

значение E этой величины

$$E[Z_0(T)] = \int_0^T E(\eta) dt = \int_0^T P\{\xi(t) > u(t)\} dt = \\ = \int_0^T [1 - \Phi[\frac{u(t)}{\sigma(t)}]] dt, \quad \Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Аналогично,

$$E[\eta(t)\eta(s)] = P\{\xi(t) > u(t), \xi(s) > u(s)\} = \\ = \sigma^{-2} \int_{u(t)}^{\infty} \int_{u(s)}^{\infty} \varphi(\frac{v}{\sigma}, \frac{w}{\sigma}, R) dv dw,$$

где $\varphi(u, w, R)$ - функция плотности двумерного нормального распределения с коэффициентом корреляции R и дисперсией 1 , т.е.

$$\varphi(v, w, R) = \frac{1}{2\pi(1-R^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{v^2 - 2Rvw + w^2}{2(1-R^2)}\right\},$$

а σ дисперсия ξ . Здесь $R = R(t-s) = r(t-s) : r(0)$ где $r = r(\tau)$ - автокорреляционная функция ξ . Обозначим через σ_0 дисперсию $Z_0(T)$. Последнюю можно определить по следующей формуле:

$$\sigma_0^2 = E[Z_0^2(T)] - [E(Z_0(T))]^2 = \sigma^{-2} \int_0^T \int_0^T \left[\int_{u(t)}^{\infty} \int_{u(s)}^{\infty} \varphi(\frac{v}{\sigma}, \frac{w}{\sigma}, R) \times \right. \\ \left. \times dv dw \right] dt ds - \left\{ \int_0^T [1 - \Phi[u(t)]] dt \right\}^2.$$

Легко можно убедиться, что имеет место следующее разложение по R [4]

$$\int_{u(t)}^{\infty} \int_{u(s)}^{\infty} \varphi(v, w, R) dv dw = \int_{u(t)}^{\infty} \varphi(v) dv \int_{u(s)}^{\infty} \varphi(w) dw + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R^n}{n!} \Phi^{(n)}[u(t)] \Phi^{(n)}[u(s)].$$

Итак, мы имеем

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 &= \int_0^T \int_0^T \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R^n}{n!} \Phi^{(n)} \left[\frac{u(t)}{\sigma} \right] \Phi^{(n)} \left[\frac{u(s)}{\sigma} \right] dt ds + \right. \\ &+ \int_{u(t)}^{\infty} \int_{u(s)}^{\infty} \Psi \left(\frac{v}{\sigma} \right) \Psi \left(\frac{w}{\sigma} \right) dv dw \left. \right\} di ds - \\ &- \int_0^T \int_0^T (1 - \Phi \left[\frac{u(t)}{\sigma} \right]) (1 - \Phi \left[\frac{u(s)}{\sigma} \right]) dt ds = \\ &= \int_0^T \int_0^T \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{R^n (t-s)}{n!} \Phi^{(n)} \left[\frac{u(t)}{\sigma} \right] \Phi^{(n)} \left[\frac{u(s)}{\sigma} \right] \right] dt ds. \end{aligned} \quad (2)$$

В теории случайных процессов считается, что по формуле (2) сравнительно хорошо можно производить численные подсчеты. Среднюю квадратическую ошибку для среднего момента из $2n$ наблюдений, вообще говоря, нельзя получить, умножая среднюю ошибку для пары (2) на \sqrt{n} , т.к. наблюдения не являются независимыми. Если $R = R(\tau)$ убывает достаточно быстро с возрастанием τ , то такая процедура достаточно точна.

§3. Необходимые условия для применения устройства

Запуск регистрируемого устройства должен осуществляться примерно в момент, когда $i_q = U_0 \tau$ по абсолютному значению достигает максимального значения. Если $|U_0/\sigma|$ достаточно большое число ($|U_0/\sigma| > 3$), то запуск регистрации можно осуществить весьма надежно. В построенном нами приборе это делается следующим образом. В момент, когда $|i_q|$ принимает достаточно большое значение, включается клавиш, предназначенный для запуска регистрации. Импульс первого пересечения i_q с нулевым уровнем открывает ворота для

формирования метки, которая появляется через промежуток времени $T_0: 4 \cos \delta$ после пересечения. Последующие метки следуют одна за другой через промежуток времени $T_0: 2 \cos \delta$. Длина интервала $T_0: 2 \cos \delta$ определяется автоматически положением трубы относительно вертикального круга, т.е. полярным расстоянием. Технически это осуществляется сравнительно просто. Метод регистрации моментов прохождений звезд с учетом выбросов, даже при сравнительно малых значениях постоянной времени входа, позволяет регистрировать прохождения звезд, если i_g достигает уровень, меньший уровня шумов. В этом случае имеются большие трудности при включении меток. В настоящее время в каждой службе времени имеются точные часы и достаточно точно известен момент появления звезды. К сожалению, азимут пассажного инструмента меняется и неожиданные скачки достигают иногда $\pm 0,2$ сек. Это означает, что автоматическое включение меток в заданный момент успешно может быть осуществлено только для зенитных звезд, т.е. можно наблюдать зенитные звезды, у которых уровень i_g меньше, чем шум, налагающийся на i_g .

Отметим следующие преимущества метода регистрации моментов прохождения звезд с учетом выбросов:

1. Предлагаемое устройство и метод весьма просто позволяют автоматически определять среднее значение моментов прохождений.
2. Можно применять малые значения постоянных времени.
3. Достаточно точно регистрируются слабые звезды и звезды с большим склонением.
4. Для оценки точности можно применять хорошо разработанную теорию выбросов случайных процессов.

Л и т е р а т у р а

1. В.Г.Кручиненко, Ю.П.Платонов, В.Б.Сухов, Астр.ж., т. 34, вып. 4, 309, 1957.
2. П.М.Афанасьева, Ю.П.Платонов и В.Б.Сухов, Тр. 15-й астроном.конфер. СССР, 1960, 208, 1963.
3. Г.Крамер, М.Лидбеттер, Стационарные случайные процессы, Москва, 1969.
4. В.И.Бунимович, Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах, Москва, 1951.

K o p s a v i l k u m s

K. Š t e i n s u n M. O g r i ņ š

IRKĀRTA UN METODE ZVAIGŽŅU TRANZITMOMENTU
REĢISTRĒŠANAI VAIRĀKKĀRTĪGU KONTAKTU GADĪJUMĀ

Aprēķstīts jauns princips periodiske signāla vidēja momenta registrēšanai vairākkārtīgu kontaktu gadījumā. Tiek generēti atskaites impulsi, kas parādās periodiskā signāla intensitātes maksimumos. Vidējo un to kļūdu aprēķina saskaņā ar gadījumu funkcijas pozitīvo izmetumu kopīguma formulām. Diskutēts metodes pielietošanas iespējas.

S u m m a r y

K. Š t e i n s a n d M. O g r i ņ š

DEVICE AND METHOD OF STAR TRANSIT MOMENTS
REGISTRATION IN THE CASE OF MULTIPLE CONTACTS

A new Principle is described for deducing the value of mean moment of a periodic signal in the case of multiple contacts. Special reference impulses are generated in the moments of maximal intensity of the periodic signal. The mean value and its error are determined according to formulae of sum of positive ejection length of random function. The area of usability of this method is discussed.

Р. К. К а л н и н ь

ВЛИЯНИЕ ДРОЖАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ЗВЕЗД НА
РЕГИСТРАЦИЮ МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЙ

§ I. С р е д н и й м о м е н т п р о х о ж д е -
н и я з в е з д ы ч е р е з р е ш е т к у
и е г о т о ч н о с т ь

В настоящее время в большинстве служб времени Советского Союза фотоэлектрически регистрируются моменты прохождения звезд через решетку. Отмечается момент, когда край щели решетки делит диск изображения звезды на две равные части. В этот момент фототок i_f достигает половины своего максимального значения, что соответствует достижению током через входное сопротивление i_g некоторого постоянного уровня. Вследствие дрожания изображения звезды, центр диска многократно пересекает край щели, и, следовательно, при регистрации получается дробление регистрируемого момента. Чтобы избежать мелких дрожаний тока i_g через входное сопротивление усилительного каскада, оно осредняется при помощи введения в цепь большого сопротивления или емкости, т.е. применением достаточно больших постоянных времени Θ . В связи с этим i_g не достигает половины максимального значения одновременно с фототоком i_f . Разность между моментами достижения половины своих максимальных значений называется запаздыванием в нормальном режиме T_0 . Нами было показано [1], что большие значения запаздывания T_0 нежелательны, т.к. T_0 зависит весьма сложно от качества изображения звезд, т.е. от того, имеются или нет у изображения звезды диффракционные кольца. Поправки к постоянной T_0 из-за изменения качества изобра-

жения практически невозможно определить. Малые постоянные времени усиливают интенсивность шума и способствуют появлению выбросов, которые при определении среднего момента необходимо учитывать. В настоящей статье предполагается, что средний момент прохождения звезды через решетку подсчитывается по формуле, предложенной К.А.Штейнсом и М. П. Огриньшом [2], которые построили сравнительно простое устройство для регистрации соответствующих средних моментов

$$T_0 = \frac{1}{n} \int_0^{nT} [\xi(t) - u(t)]_m dt, \quad (1)$$

где $\xi(t)$ - нормальный случайный процесс, в который включены дрожание звезды и шумы ФЭУ, $u(t)$ - кривая изменения $i\theta$ от непрерывно меняющегося освещения звезды. Индекс m означает, что

$$[\xi(t) - u(t)]_m = 1, \text{ если } \xi(t) - u(t) > 0,$$

и равно 0 в противном случае. $T/2$ - время перемещения звезды через щель решетки, n - целое положительное число. Точность наблюдений характеризуется дисперсией пары контактов

$$\sigma_{\tau}^2 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} \int_0^T \int_0^T R^j(t-s) \Phi^{(j)}\left[\frac{u(t)}{\sigma_{\tau}(t)}\right] \Phi^{(j)}\left[\frac{u(s)}{\sigma_{\tau}(t)}\right] ds dt, \quad (2)$$

причем $R(t-s)$ обозначает нормированную корреляционную функцию ξ , а

$$\Phi(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy.$$

В настоящее время достаточно хорошо изучен вопрос о дрожании изображения звезд и мерцании звезд. По этому вопросу имеется как теоретические заключения, так и наблюдательные данные. Большие трудности в чисто теоретическом

подходе могут возникнуть в связи с тем, что если выборочные функции не непрерывны на некотором интервале с вероятностью единица, то на любом интервале с вероятностью единица случайный процесс принимает бесконечное число раз значения как большие, так и меньшие произвольно выбранного уровня C . Таким образом, чтобы применять выводы теории выбросов случайных процессов, мы должны предполагать, что дрожание звезд, как случайный процесс, обладает некоторыми определенными свойствами. Соответствующие свойства невозможно установить эмпирически. Если же мы применяем приближенные методы, т.е. численное интегрирование, то такие трудности не возникают, т.к. сам математический аппарат в некотором смысле осредняет некоторые флуктуации. В настоящей статье мы станем на точку зрения достаточно строгой математической теории и поэтому нам необходимо уточнить, каким случайным процессом мы считаем дрожание звезды, шумы небесного фона и усилителя.

Предположим, что дрожание звезд есть стационарный случайный процесс и обозначим его через $\zeta(t)$. Многие из наиболее важных свойств случайных процессов могут быть выражены в терминах их моментов первого и второго порядка. Класс всех процессов с конечным вторым моментом, удовлетворяющим условиям $E \zeta(t) = m$ и $E \zeta(t)\zeta(u) = r(t-u)$, где E — оператор среднего значения, а r — ковариационная функция, представляет собой весьма важный случай. Процессы, входящие в этот класс, называются просто стационарными. Класс строго стационарных процессов с конечным моментом второго порядка образует подкласс в классе всех стационарных процессов. Мы будем предполагать, что дрожание $\zeta(t)$ принадлежит к строго стационарным процессам. Наблюдательные данные в некотором смысле подтверждают гипотезу, что дрожание является нормальным процессом.

§2. Корреляционная функция
дрожания звезд и тока
через омическое
сопротивление

В качестве корреляционной функции дрожания рассмотрим следующую функцию, рекомендованную И.Г. Колчинским [3]:

$$r(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau, \quad \alpha > 0. \quad (3)$$

Представим $r(\tau)$ в комплексной форме:

$$r(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \frac{e^{i\beta\tau} + e^{-i\beta\tau}}{2}.$$

Спектральная плотность

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha|\tau|} \frac{e^{i\beta\tau} + e^{-i\beta\tau}}{2} e^{-i\omega\tau} d\tau = \\ &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \left[\frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

Спектральные моменты

$$\lambda_k = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^k S(\omega) d\omega$$

могут быть как конечными, так и бесконечными. Спектральные моменты нечетного порядка

$$\lambda_{(2i+1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{2i+1} S(\omega) d\omega = 0,$$

так как

$$S(-\omega) = S(+\omega).$$

Учтем, что

$$\int_0^A S \, d\omega$$

является конечной величиной, где A некоторая постоянная положительная величина. Рассмотрим S и для определенности в дальнейшем положим $\beta > 0$.

Чтобы доказать, что λ_0 конечная величина, предположим, что $A = 2\beta$. В таком случае

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha G^2}{\pi} \int_{2\beta}^{+\infty} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right] d\omega < \\ & < \frac{\alpha G^2}{\pi} \int_{2\beta}^{+\infty} \frac{2}{(\omega - \beta)^2} d\omega = \frac{2\alpha G^2}{\pi\beta} < \infty. \end{aligned}$$

Чтобы доказать, что λ_2 бесконечная величина, определим A так, чтобы при $\omega \geq A > 0$

$$\alpha^2 + (\omega \pm \beta)^2 \leq 3\omega^2,$$

т.е.

$$A = \frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{3\beta^2}{4} + \frac{\alpha^2}{2}}$$

В этом случае

$$\frac{\alpha G^2}{\pi} \int_A^{+\infty} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right] \omega^2 d\omega > \frac{2\alpha G^2}{\pi} \int_A^{+\infty} \frac{\omega^2}{3\omega^2} d\omega = \infty.$$

Следовательно, λ_2 бесконечно большая величина, и дрожание принадлежит к классу, для которого имеется бесконечное число пересечений. Следует отметить, что имеются простые критерии, которые устанавливают - является ли λ_k ограниченным или нет. Мы будем наблюдать дрожание звезд, как

дрожание тока через омическое сопротивление входа. Изображение звезды через решетку падает на катод фотоумножителя и порождает колебания фототока. Фотоумножитель включен в RC каскад с постоянной времени Θ . Следовательно, ток через омическое сопротивление входа связан с фототоком линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Соответствующая частотная характеристика [9].

$$\Phi(i\omega) = \frac{\frac{1}{\Theta}}{i\omega + \frac{1}{\Theta}}$$

и квадрат ее модуля

$$|\Phi(i\omega)|^2 = \frac{1}{\Theta^2 \omega^2 + 1}$$

У спектральной плотности на выходе

$$S_B(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha}{2\pi(\Theta^2 \omega^2 + 1)} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right] \quad (5)$$

момент второго порядка S_2 ограничен, следовательно, дрожание тока через омическое сопротивление приводит к конечному числу пересечений. Автокорреляционная функция по определению

$$r(\tau) = \frac{\sigma^2 \alpha}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\tau\omega} (\alpha^2 + \omega^2 + \beta^2)}{(\omega^2 \Theta^2 + 1) [\alpha^2 + (\omega + \beta)^2] [\alpha^2 + (\omega - \beta)^2]} d\omega. \quad (6)$$

Этот интеграл легко определяется в комплексной плоскости $\bar{\omega}$ при помощи вычетов. В положительной полуплоскости имеется три полюса, а именно $\bar{\omega} = i/\Theta$, $\bar{\omega} = \alpha i + \beta$, $\bar{\omega} = \alpha i - \beta$. Следовательно, после несложных преобразований имеем:

$$r(\tau) = \frac{\sigma^2 \Theta^2}{D^2} \left\{ \Theta \alpha \left[\alpha^2 - \frac{1}{\Theta^2} + \beta^2 \right] e^{-\frac{\tau}{\Theta}} + e^{-\alpha\tau} \left[(-\alpha^2 + \beta^2 + \frac{1}{\Theta^2}) \cos \beta\tau + 2\alpha\beta \sin \beta\tau \right] \right\}. \quad (7)$$



где

$$D^2 = (\alpha^2 - \frac{1}{\theta^2} + \beta^2) + \frac{4}{\theta^2} \beta^2.$$

Из формулы (7) следует:

$$r(0) = \frac{\sigma^2 \theta^{-1}}{D^2} (\alpha + \frac{1}{\theta}) \left[(\alpha - \frac{1}{\theta})^2 + \beta^2 \right],$$

$$r'_T(0) = 0, \quad r''_T(0) = \frac{\sigma^2 \theta^{-2}}{D^2} \left[\frac{\alpha}{\theta} (\alpha^2 - \frac{1}{\theta^2} + \beta^2) - (\alpha^2 + \beta^2)^2 + \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\theta^2} \right]. \quad (8)$$

Легко показать, что $r''_T(0) < 0$ если $\alpha > 0$, $\theta > 0$ и $\beta^2 > 0$. Отделяя члены с β^2 , получаем:

$$r''_T(0) = \frac{\sigma^2 \theta^{-2}}{D^2} \left\{ -\alpha (\alpha + \frac{1}{\theta}) (\alpha - \frac{1}{\theta})^2 - \beta^2 \left[(\alpha - \frac{1}{\theta})^2 + \beta^2 + \alpha^2 + \frac{\alpha}{\theta} \right] \right\}. \quad (9)$$

Следовательно,

$$R''(0) = - \frac{\left\{ \alpha (\alpha + \frac{1}{\theta}) (\alpha - \frac{1}{\theta})^2 - \beta^2 \left[(\alpha - \frac{1}{\theta})^2 + \beta^2 + \alpha^2 + \frac{\alpha}{\theta} \right] \right\}}{\theta (\alpha + \frac{1}{\theta}) \left[(\alpha - \frac{1}{\theta})^2 + \beta^2 \right]}. \quad (10)$$

§3. Значение параметров

Так как регистрация прохождения звезд ведется в нормальном режиме, то можно считать, что изменения $i_g(i\phi)$ пропорциональны амплитуде дрожания звезды, вокруг синусоидального тока, который наблюдался бы, если бы атмосфера отсутствовала. Влияние мерцания будет рассмотрено отдельно [10]. В нормальном режиме мерцание звезд на регистрацию моментов прохождений звезд не влияет.

В настоящей статье рассмотрим регистрацию моментов прохождения звезд через визирную решетку, ширина полос которой 0,1 мм на пассажном инструменте АПМ-ЮС. Все необходи-

мые для анализа данные можно найти в работе К.А.Штейнса и Э.Я.Каупуш [4]. Так как фокусное расстояние у этого инструмента равно 1000 мм, то ширина щели соответствует 20"6. Это определяет дрожания в долях миллиметра. На основе упомянутых данных легко определить период прохождения звезды через щель $T/2 = 1,418$ сек. После установки визирной решетки в визуальном фокусе, окулярный тубус выдвигается на 1,0 мм, визирная решетка устанавливается на $\lambda_0 = 0,470$. В упомянутой работе рассмотрены также следующие положения решетки 0,8 мм, т.е. $\lambda_0 = 0,477$ и 1,2 мм, т.е. $\lambda_0 = 0,464$. Однако, несмотря на дефокусировку изображения, имеется значительная концентрация освещенности к центру изображения, так как лучи одного цвета фокусируются на решетке (для визуального объектива фокусируются фиолетовые лучи), а лучи остальных цветов проходят через центр изображения звезды. К.А.Штейнс и Э.Я.Каупуш нашли следующее распределение суммарной интенсивности света, т.е. для $\lambda_0 = 0,477$ и $T^0 = 6400^0$:

$$i_{\phi} = \sin \frac{2\pi t}{T_0 \sec \delta} + 0,05 \sin \frac{6\pi t}{T_0 \sec \delta}.$$

Для двух остальных значений λ_0 имеются примерно такие же данные. Подсчеты велись так, что для длины волны, в фокусе которой помещена визирная решетка, диаметр звезды принят равным 0,022 мм. Дальнейшие вычисления велись согласно геометрической оптике, учитывая абсорбцию атмосферы, абсорбцию линз и призмы и чувствительность ФЭУ-20, притом считалось, что звезды излучают как абсолютно черные тела с температурой T^0 . Дисперсию колебаний фототока мы оцениваем по формуле

$$i_{\phi\sigma} = \sin \sigma \frac{\pi}{20''6} + 0,05 \sin 3\sigma \frac{\pi}{20''6} \approx \frac{1,26''\pi}{20''6} \quad (II)$$

Влияние РС ячейки учитывается через трансформацию корреляционной функции. В нашей работе случай, рассмотренный К.А.Штейнсом и Э.Я.Каупуш трактовался как случай, соответствующий плохому качеству изображения звезд и рассматривался другой случай, где суммарное распределение интенсивности света в изображении звезд подсчитывались с учетом дифракционных явлений. Для фототока было получено следующее выражения

$$i_{\phi} = \sin \frac{e \pi t}{T_0 \sec \delta} + 0,076 \sin \frac{6 \pi t}{T_0 \sec \delta} + 0,033 \sin \frac{10 \pi t}{T_0 \sec \delta}$$

что дает

$$i_{\phi \sigma} \approx 1,4 \frac{\sigma''}{20''} \pi \quad (12)$$

Нас интересуют не сами колебания i_{ϕ} и $i_{\phi \sigma}$, а их отношения к максимальной амплитуде. Амплитуды у нас представляют направляющие тангенсы с точностью до множителя $2\pi T^{-1}$, которые меняются аналогично $i_{\phi \sigma}$. В таком смысле величина $\alpha = A : \sigma$ не зависит от качества изображения и имеет следующий вид

$$\alpha = 6,6 (\sigma'')^{-1}$$

Значения дисперсии σ для дрожания звезд измерялись многократно различными авторами в зависимости от зенитного расстояния и, как правило, аппроксимировались формулой

$$\sigma = \sigma_0 (\sec z)^n \quad (13)$$

Однако от вечера к вечеру значения n и σ_0 меняются. Н.И.Кучеров [5] нашел зависимость σ_0 и n от метеорологических факторов. Он установил, что с увеличением относительной влажности дрожание изображений звезд в большинстве случаев уменьшается. Дрожание зависит от диаметра объектива D . В.А.Красильников теоретически получил за-

зависимость среднеквадратичного флуктуаций углов прихода световых лучей, падающих на объектив телескопа, от зенитного расстояния и диаметра объектива

$$f = k \frac{(\sec z)^{1/2}}{D^{1/2}} \quad (14)$$

И.Г.Колчинсей [3] показал, что зависимость $(\sec z)^{1/2}$ имеет место в главной Астрономической обсерватории АН УССР. В ряде обсерваторий имеют место отклонения от этого закона.

Известно, что автокорреляционная функция для дрожания изображения звезд для отдельных реализаций имеет примерно одинаковый вид, если дрожания определяются на основе фотографий [3]. Ввиду недостаточной чувствительности фотопластинок наблюдения такого рода неспособны выявить высокочастотную компоненту дрожания. Таким образом фотоэлектрические наблюдения [4] по которым можно получить высокочастотные колебания, искажены шумами самой фотоэлектрической аппаратуры и ввиду дрейфа нуля пункта ненадежно выявляют низкочастотные колебания [11]. Кроме темнового тока результаты наблюдений искажают флуктуации небесного фона. Из вышеизложенного следует, что эмпирически установить точно вид корреляционной функции не возможно. По нашему мнению, целесообразно по возможности точно представить ту часть спектра, которая известна надежно, но относительно высокочастотной структуры следует предположить требования, которые необходимы для применения точной математической теории. Согласно нашей точке зрения, мы представим корреляционную функцию в виде $\gamma(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau$. Г.Я.Васильева [6] из наблюдений, проведенных над морем, получила $\sigma = 0",63$, $\alpha = 2,5$, $\beta = 2,2$ и над степью $\sigma = 0",35$, $\alpha = 2,6$, $\beta = 1,1$. Наблюдения велись на АЗТ-7 ($F = 10$ м, $D = 200$ мм). Зенитные расстояния наблюдаемых 12 звезд находились в пределах от 0° до 67° . Данные Г.Я.Васильевой легли в основу наших численных подсчетов по формуле (2).

Относительно параметров, численные значения которых нам необходимо знать, отметим следующее. Структура формулы (2) для определения среднеквадратического отклонения моментов прохождения звезд такова, что необходимо знать нормированную корреляционную функцию для флуктуаций тока через омическое сопротивление. Для случая дрожания изображения звезд получается формула (7). Для ее конкретного определения необходимо знать значения параметров α и β . Значение параметра T нами взято из наблюдений АО ЛГУ. Что касается отношения $u(t): \sigma_s(t)$, то эти величины относятся к току через омическое сопротивление. Вид сигнала $u = u(t)$ мы считали синусоидальным с амплитудой, равной амплитуде фототока, а величина отношения амплитуды тока A к σ_s , шуму нам не нужна. Нам необходимо только знать, как $A : \sigma_s$ зависит от зенитного расстояния. Мы взяли зависимость (13) со значением $n = \frac{1}{2}$. Соответствующее значение параметра мы определим, сравнивая теорию с наблюдениями, тем самым определим дрожание изображений в зените. Для этого требуется найти величину σ_s , зная левую часть формулы (2), т.е., σ_{T_0} .

§4. Анализ данных наблюдений

Рассмотрим фотоэлектрические наблюдения моментов прохождений звезд через зеркальную решетку службы времени Латвийского Государственного университета. Постоянная времени первого каскада усилителя $\Theta = 0,1$. В службе времени ЛГУ наблюдались только достаточно яркие звезды, особенно в экваториальной и близполярной зонах. В некоторых случаях имелись большие отклонения показаний отдельных моментов от их средних значений. Это, как правило, имело место в случаях дробления контактов. Имелись следующие случаи:

а) регистрация в нормальном режиме (t_1, t_2, t_3, \dots),

- б) регистрация вне нормального режима (t'_1, t'_2, t'_3, \dots),
 в) линейный дрейф нулевого уровня ($t''_1, t''_2, t''_3, \dots$).

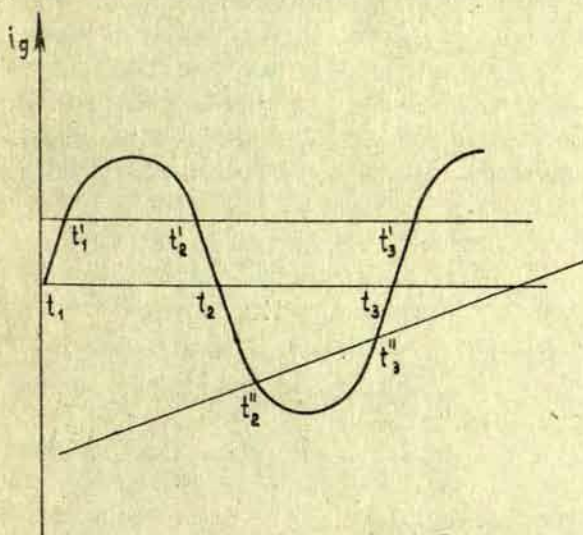


Рис. I.

Отступление от нормального режима на практике находится сравнением промежутков времени $t'_2 - t'_1$ и $t'_3 - t'_2$, т.е. по величине отношения $(t'_3 - t'_2) : (t'_2 - t'_1) = q, \dots$. Чтобы избавиться от эффекта связанного с отступлением от нормального режима, рассматриваются средние арифметические моментов t'_1, t'_2, \dots , т.е. $\frac{1}{2}(t'_1 + t'_2), \dots$. Моменты $\frac{1}{2}(t'_1 + t'_2), \frac{1}{2}(t'_3 + t'_4)$ и т.д. увеличиваются, поэтому выгодно составлять средние арифметические из соответствующих моментов перед и после перекладки инструмента в лагерях. Нами рассмотрены только прохождения звезд, когда наблюдения велись при малых отклонениях от нормального режима. Нами исследовались средние арифметические значения из 4 моментов, причем в исследованиях включались только наблюдения, которые подчинялись условию $0,85 < q < 1,15$. Число звезд 14. Анализ наблюдений показал, что для звезд с величиной в пределах $2^m - 6^m$ практически точность регистрации мо-

ментов прохождений не зависит от их яркости. В дальнейшем в настоящей статье рассмотрим только звезды с $2^m - 6^m$. Из 130 рассмотренных прохождений 105 наблюдались при малых отступлениях от нормального режима. Однако бывают и исключения, т.к. регулировка напряжений на ФЭУ для введения в нормальный режим затруднительна и проводится (если наблюдатель считает необходимым) только один раз в данную ночь. По этому некоторые наблюдатели наблюдают с неотрегулированным на нормальный режим усилителем. К.А.Штейнсом [8] показано, что среднее квадратичное отклонение моментов прохождения звезд от среднего значения пропорционально величине $K = \sec \delta (\sec z)^{1/2}$. Учитывая это, мы для каждого прохождения звезды определяли величину

$$\sigma_p = \frac{\sigma}{\sec \delta (\sec z)^{1/2}},$$

причем σ определялось для одного момента умножением на \sqrt{n} , где n - число наблюдений.

Анализ полученных результатов показал, что бывают ночи, когда значения σ_p плотно концентрируются вокруг их среднего значения, которое в таком случае сравнительно мало. Для 1970 г. 15/16 У мы, например, имеем

$$\sigma_p = 0.021 \pm 0.001.$$

Если же σ_p примерно вдвое больше, то экваториальные звезды ($\delta = 5^\circ$) наблюдаются очень неточно и имеется дробление контактов. При определении среднего значения мы не учли значения σ_p звезд с $\delta < 5^\circ$; для 5/6 У 1971 г. получили

$$\sigma_p = 0.032 \pm 0.003.$$

На рис. II Прямая линия представляет "теорию", т.е. предположение, что точность регистрации моментов прохождения звезд пропорциональна $K = \sec \delta (\sec z)^{1/2}$, а точки представляют данные наблюдений. Сплошная прямая и точки для 15/16 У 1970 г., а прерывистая прямая и кружки для 5/6 У

1971 г. Крестиком показано среднее значение σ_p для звезд с $\delta < 5^\circ$ для 5/6 У 1971 г.

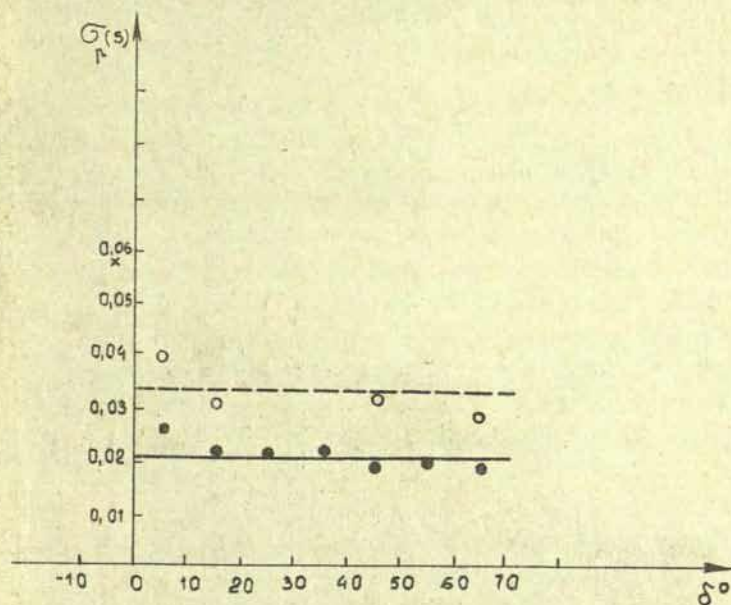


Рис. II.

Для дисперсии дрожания звезд по формуле (2) или же по упрощенной формуле предложенной К.А.Штейнсом [8], имеем следующие значения

$$\sigma_{\alpha_0}'' = 14,6 \quad \sigma_p = 0,31 \pm 0,02 \quad (\text{для 15/16 IV 1970 г.}),$$

а для 5/6 У 1971 г. имеем

$$\sigma_{\alpha_0}'' = 0'',47 \pm 0'',05.$$

Очевидно, что данные для дрожания звезд в зените, полученные по фотоэлектрическим наблюдениям службы времени Латвийского Госуниверситета, хорошо совпадают с данными, полу-

ченными по наблюдениям фотографических следов звезд. По крайней мере нет сомнений, что флуктуации тока через омическое сопротивление входа главным образом обусловлены дрожанием изображения звезд. Приводим значения K для трех широт $\varphi = 0^{\circ}, 30^{\circ}, 60^{\circ}$.

δ	$\varphi = 0^{\circ}$	$\varphi = 30^{\circ}$	$\varphi = 60^{\circ}$
0°	1.00	1.07	1.41
5°	1.01	1.05	1.32
10°	1.02	1.05	1.27
15°	1.05	1.05	1.23
20°	1.10	1.07	1.22
25°	1.16	1.11	1.22
30°	1.24	1.15	1.24
35°	1.34	1.22	1.28
40°	1.49	1.32	1.34
45°	1.68	1.44	1.44
50°	1.94	1.60	1.57
55°	2.30	1.83	1.75
60°	2.83	2.15	2.00
65°	3.64	2.61	2.37
70°	4.50	3.34	2.95
75°	7.59	4.59	3.93
80°	13.82	7.18	5.94

В заключение приводим метеорологические данные г.Риги. Скорость ветра в (м/сек.) 15/16 IV 1970 г. - (0; 0; 3; 1) и 5/6 V 1970 г. - (6; 5; 4; 3). Температура в ($^{\circ}\text{C}$) соответственно - (1; -2,4; -0,6; -2,2) и (8,3; 7,9; 7,9; 7,0). Наблюдения зарегистрированы во время 21,0,3,6 часа ночи.

Л и т е р а т у р а

1. К.А.Штейнс и Р.К.Калнинь Астр.журн.46, № 3, 1969.
2. К.А.Штейнс и М.П.Огриньш, см.наст.сб. стр. 3.
3. И.Г.Колчинский, "Оптическая нестабильность земной атмосферы по наблюдениям звезд", Киев, 1967.
4. К.А.Штейнс и Э.Я.Каупш. "Земля вращается неравномерно", Уч.зап.Латв.Гос.унив., том 96,97,1967.
5. Н.И.КУЧЕРОВ, Тр.сов.по исс.мерц.звезд, Изд-во АН СССР, 1959.
6. Г.Я.Васильева. Тр.сов.по исс.мерц.звезд, Изд-во АН СССР, 1959.
7. И.П.Рожнова, "Оптическая нестабильность земной атмосферы", "Наука", Москва, 1965.
8. К.А.Штейнс, см. наст.сб. стр.29.
9. С.М.Рытов, Введение в статистическую радиофизику. Москва, 1966.
10. Р.К.Калнинь, см. наст. сб. стр. 39.
11. Ю.А.Скрин и К.А.Штейнс. Уч. зап.Латв.Гос.унив., том 38, 29, 1960.

K o p s a v i l k u m s

R. K a l n i ņ a

ZVAIGŽŅU ATTĒLU DREBĒŠANAS IETEKME UZ TRANZĪTMOMENTU PRECIZITĀTI

Izmantojot zināmās izteiksmes zvaigžņu attēlu drebēšanas korelācijas funkcijai, izvestas formulas un skaitliski aprēķināta vidējā kvadrātiskā kļūde tranzītmomentiem, kas veidoti pēc izlēcienu kopilguma teorijas. Pēc LVU AO laika dienesta novērojumiem atstrasts, ka galveno neprecizitāti momentu registrāšanā ienes zvaigžņu attēlu drebēšana.

S u m m a r y

R. K a l n i ņ a

THE INFLUENCE OF LATERAL MOVEMENTS OF STELLAR IMAGE ON THE PRECISION OF TRANSITMOMENTS

On the basis of correlation function of lateral image movements the standard deviation is calculated for sum of positive intervals between zero crossings of sine wave plus random noise. The observations show that the lateral movements of stellar image, limit the accuracy of transit moments registration of stars.

К. А. Ш т е й н с

ФОРМУЛА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСПЕРСИИ МОМЕНТОВ
ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИХ ДРОЖАНИЯ

§ I. В ы в о д ф о р м у л ы д л я
о п р е д е л е н и я д и с п е р с и и

Службы времени достигли исключительно большой точности при наблюдении прохождений звезд. Этому способствовало использование точных кварцевых и атомных часов, а также применение в наблюдениях автоматических фотоэлектрических устройств. Отмечается момент, когда край щели решетки делит диск изображения звезды на две равные части, т.е. стараются наблюдать в так называемом нормальном режиме. В этом случае, если наблюдать на зеркальной решетке, мерцание звезд исключается, т.к. обе части изменяют яркость одинаково. Вследствие дрожания изображения звезды, центр диска многократно пересекает край щели и, следовательно, на фототок i_f , и вследствие этого на ток через входное сопротивление i_g накладывается случайный стационарный шум. В теории рассмотрена сумма $\eta(t)$ гармонического колебания $s(t) = A \cos \omega t$ и нормального стационарного шума $\xi(t)$ с дисперсией σ . Создана теория для вычисления плотности вероятности временных интервалов между соседними нулями. Такая задача была решена Кубом [1]. В книге В.И.Тихонова "Выбросы случайных процессов" дан для этой проблемы вывод упрощенной формулы [2]. Рассмотрим вывод, в котором учтены малые члены высшего порядка. Допустим существование шума $\xi(t)$ малой интенсивности. В таком случае пересечения процесса $\eta(t)$ с осью абсцисс t смещаются на малые величины Δ_0 и Δ_1 , т.е. пересечения происходят в моменты времени $t_0 = t'_0 + \Delta_0$,

$$t_1 = t'_1 + \Delta_1 :$$

$$\begin{aligned} \eta(t'_0 + \Delta_0) &= s(t'_0 + \Delta_0) + \xi(t'_0 + \Delta_0) = 0, \\ \eta(t'_1 + \Delta_1) &= s(t'_1 + \Delta_1) + \xi(t'_1 + \Delta_1) = 0. \end{aligned} \quad (I)$$

Разлагая η в ряд Тейлора, после упрощений имеем:

$$\Delta_0 = -\frac{\xi(t'_0)}{\dot{s}(t'_0)} \left[1 - \frac{\ddot{\xi}(t'_0)}{\dot{s}(t'_0)} + \frac{\ddot{\xi}^2(t'_0)}{\dot{s}^2(t'_0)} - \dots \right],$$

$$\Delta_1 = -\frac{\xi(t'_1)}{\dot{s}(t'_1)} \left[1 - \frac{\ddot{\xi}(t'_1)}{\dot{s}(t'_1)} + \frac{\ddot{\xi}^2(t'_1)}{\dot{s}^2(t'_1)} - \dots \right].$$

Рассмотрим среднее значение и дисперсию случайной величины Δ_0 . Так как мы считаем, что стационарный процесс является нормальным и дифференцируемым, то $\xi(t)$ и $\dot{\xi}(t)$ с дисперсиями σ и σ_1 являются независимыми, т.е. плотность распределения

$$\begin{aligned} \omega_2(\xi, \dot{\xi}) &= \omega_1(\xi) \omega_2(\dot{\xi}) = \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma\sigma_1} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{\xi}^2}{\sigma_1^2}\right)\right], \end{aligned}$$

где

$$\sigma_1^2 = -\sigma^2 R_0'' \quad (2)$$

Величина R определяется функцией корреляции $r(\tau)$:

$$r(\tau) = \sigma^2 R(\tau) \quad (3)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} E(\Delta_0) &= \dot{s}^{-1}(t'_0) E \xi(t'_0) - \dot{s}^{-2}(t'_0) E \xi(t'_0) \times \\ &\times E \dot{\xi}(t'_0) + \dot{s}^{-3}(t'_0) E \xi(t'_0) E \dot{\xi}^2(t'_0) = 0, \end{aligned}$$

т.к. $E \xi(t'_0) = 0$. Дисперсию определим приближенно, т.е.

$$E(\Delta_0^2) = \frac{\sigma^2}{\xi^2(t'_0)} + \frac{3\sigma^2 G_1^2}{\xi^4(t'_0)} \quad (4)$$

Если же мы желаем определить средний момент прохождений, т.е. $\frac{1}{2}[t'_1 + t'_0 + \Delta_1 + \Delta_0]$, то следует сделать соответствующие упрощения. Если второй член в формуле (4) оказывается малым по сравнению с первым, то

$$T_0 = \frac{1}{2}(t'_1 + t'_0) + \frac{1}{2\omega A} [\xi(t'_0 + \frac{T}{2}) + \xi(t'_0)]. \quad (5)$$

Так как шум $\xi(t)$ предполагается нормальным, то среднее из n измерений T_{00} распределено по нормальному закону, и дисперсия распределения есть

$$\sigma_{T_{00}} = \frac{\sqrt{1 + R(T/2)}}{\sqrt{n} \alpha \omega}, \quad (6)$$

где

$$\alpha = \frac{A}{\sigma}.$$

Множитель \sqrt{n} введен несколько произвольно.

§2. Параметры корреляционной функции

Используем результаты, полученные Р.К.Калнинь [3] для фотоэлектрического пассажного инструмента АПМ-Ю Астрономической обсерватории Латвийского Государственного университета. Для дрожания звезд Р.К.Калнинь использовала функцию корреляции, установленную Г.Я.Васильевой [4], т.е. $e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau$ и учла, что прохождения звезд на фотоэлектрическом пассажном инструменте наблюдаются с помощью РС ячейки. Это привело, как показала Р.К.Калнинь, к сложному виду корреляционной функции. Если рассмотреть постоянную времени входа Θ как бесконечно малую величину первого порядка, то на основе формулы Р.К.Калнинь можно получить следующие простые формулы:

$$R''(0) = -\frac{\alpha}{\theta}, \quad \sigma_{i_g}^2 = \frac{\sigma_{i_\phi}^2}{1 + \alpha \theta}, \quad (7)$$

где σ_{i_ϕ} дисперсия шума фототока, а σ_{i_g} дисперсия шума тока через входное сопротивление. Данные в таблице I показывают, что точность приближенных формул вполне достаточна (Δ - разность между приближенной и точной величинами).

Таблица I

θ	α	β	$R''(0)$	Δ	$\sigma_{i_g}^2 : \sigma_{i_\phi}^2$	Δ
0,05	2,6	1,1	-53	+1	0,85	+0,03
0,10	2,6	1,1	-27	+1	0,80	+0,01
0,10	2,5	2,2	-28	+3	0,79	+0,01
0,20	2,5	2,2	-13	0	0,64	+0,03

Если изображение звезды дефокусировано и полностью помещается на щели, почти касаясь краев щели, то фототок достаточно точно представляется следующей формулой

$$i_\phi = A_\phi \sin \frac{2\pi t}{T_0 \sec \delta},$$

где t - время, $T_0/2$ - промежуток времени, за который экваториальная звезда проходит щель, δ - склонение звезды. Величину $t : (T_0 \sec \delta)$ можно рассматривать как часть от удвоенной ширины решетки, пройденную изображением звезды за промежуток времени t . Следовательно, дисперсию дрожания звезды σ_0 можно рассматривать как некоторое относительное смещение. В секундах дуги ширина щели равна $[0,1 \text{ мм} : f \text{ мм}] \cdot 1296000 : 2\pi$, где f - фокусное расстояние. Следовательно,

$$\sigma_{i\phi} = A_4 \sin \frac{2\pi^2 \sigma_0'' f}{129600} \approx \frac{A_4 \sigma_0'' 2\pi^2 f}{129600}$$

Введем величину ($A_3 = A_4$)

$$\alpha = \frac{A_3}{\sigma_{i\phi}} = A_4 \sqrt{1 + \alpha \theta} : \sigma_{i\phi} = 129600 \sqrt{1 + \alpha \theta} (\sigma_0'')^{-1} : 2\pi^2 f. \quad (8)$$

В нашем случае

$$\alpha = 6,6 \sqrt{1 + \alpha \theta} [\sigma_0'']^{-1}. \quad (8a)$$

В дальнейшем нам понадобится величина

$$\alpha \theta = \frac{15 [\sigma_0'']^{-1} \sqrt{1 + \alpha \theta}}{\sec \delta \sqrt{1 - R_0''}} \quad (9)$$

где

$$\theta = \frac{2\pi}{T_0 \sec \delta \sqrt{1 - R_0''}} = \frac{30 \pi^2 f}{129600 \sec \delta \sqrt{1 - R_0''}}$$

Очевидно, что $\alpha \theta$ не зависит ни от f , ни от ширины щели. Следует учесть, что наблюдаемое σ_0 зависит от зенитного расстояния звезды Z , а именно:

$$\sigma_0 = \sigma_{00} (\sec Z)^{1/2}. \quad (10)$$

Известно, что в некоторых случаях дисперсия дрожания, в больших пределах Z , не зависит от Z [4].

В формулу для σ_{T_0} входит величина

$$[\alpha \omega]^{-1} = \frac{\delta_0'' \sec \delta}{15 \sqrt{1 + \alpha \theta}}. \quad (11)$$

Она также не зависит ни от ширины щели, ни от фокусного расстояния, если только дефокусировать изображение так, чтобы получился примерно синусоидальный ток. Так как

$1 + R(T/2)$ тоже слабо зависит от ширины щели при $T \geq 1$ сек (это следует из $R(T/2) \approx 0$), то получается, судя по σ_{T_0} , что выгодно делать визирные решетки с шириной щели в 0,05 мм для АПМ-10.

§3. Среднее число нулей

Для определения среднего числа выбросов суммы гармонического колебания с амплитудой A и нормального шума с дисперсией σ_{iq} , имеется формула [2]:

$$N^+ [0, T_0 \sec \delta] = \frac{2}{q} \int_0^{\pi} \Phi'(-a \cos \psi) \{ \Phi'(aq \sin \psi) + aq \sin \psi [\Phi(aq \sin \psi) - \frac{1}{2}] \} d\psi,$$

где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}x^2} dx.$$

В случае достаточно большого значения a и значения q , достаточно отличного от единицы, она может быть упрощена, т.к. подынтегральное выражение имеет явно выраженный максимум при $\psi = \pi/2$. Вблизи этого максимума $\sin \psi$ остается почти равным 1, следовательно, приравнивая $\sin \psi = 1$ и $\cos \psi = \sin(\frac{\pi}{2} - \psi) = \frac{\pi}{2} - \psi$, имеем:

$$N^+ (0, T_0 \sec \delta) \cong \frac{\sqrt{2} e^{-\frac{a^2 q^2}{2}}}{\sqrt{\pi} q a} + 2 [\Phi(aq) - \frac{1}{2}] \quad (12)$$

Сравнивая значения, полученные по упрощенной формуле (12), с точными значениями - получаем:

$$N^+ (a = 8.0; q = 0.2) = 1.030 (1.029)$$

$$N^+ (a = 8.0; q = 0.4) = 1.00013 (1.00012)$$

$$N^+ (a = 8.0; q = 0.6) = 1.0000001 (1.0000000)$$

$$N^+ (a = 8.0; q = 0.8) = 0.9998697 (1.0000000)$$

В скобках даны значения, полученные по приближенной формуле. Очевидно, что если $\alpha \geq 8,0$ и $q \leq 0,6$, приближенная формула дает удовлетворительные результаты.

§4. Результаты и их анализ

Для вычисления дисперсии среднего момента из наблюдений прохождений на основе формул (6), (10) и (11) получаем следующую формулу:

$$\sigma_{T_{00}} = \frac{\sqrt{1 + R(T/2)} \sigma_{00}'' \sec \delta (\sec z)^{1/2}}{15 \sqrt{n} \sqrt{1 + \alpha \theta}} \quad (13)$$

Теоретически возможность применения формулы (13) можно установить по отношению первого и второго членов в формуле (4), т.е. по величине

$$\frac{3 \sigma^2 R_0''}{\delta^2 (t_0)} = \frac{3 \alpha \sigma_{T_{00}}^2}{\theta}$$

Так как $\sigma_{T_{00}}$ при $n=2$ из-за дрожания звезд порядка 0,05 сек., то, очевидно, что формулу (6) можно успешно применять при $\theta \geq 0,05$ сек. для звезд, у которых $\delta \leq 70$. Однако, кроме дрожания звезд имеются еще другие причины, порождающие шумы. Это во-первых, т.н. технические шумы фотоумножителей. Возможно, что существенную роль играет также влияние шумов ламп. В настоящей статье рассмотрено только два, как нам кажется, наиболее существенные свойства формулы, т.е. зависимость $\sigma_{T_{00}}$ от z и θ . Для этого мы рассмотрели моменты прохождений звезд с одинаковыми δ в верхней и нижней кульминациях. В службе времени Астрономической обсерватории Латвийского государственного университета в течение одного вечера наблюдают 1 - 2 звезды в нижней кульминации, как правило, достаточно яркие звезды. На основе наблюдений 13 звезд в

верхней кульминации ($\delta = 56^\circ - 66^\circ$) получено

$$\sigma_b = 0,029, (n = 4),$$

а для нижней кульминации

$$\sigma_n = 0,066, (n = 4).$$

Влияние дрожания звезд на регистрацию моментов прохождений неоспоримо. Очевидно, что $\sigma_n : \sigma_b$ значительно преувеличено по сравнению с законом $(\sec z)^{1/2}$. Причиной этого является дробление контактов, возникающее вследствие дрожания звезд.

Влияние θ на σ_{T_0} мало. При $\theta = 0,2$ для звезд $\delta = 55^\circ - 65^\circ$

$$\sigma_{\theta=0,2} = 0,30, (n = 4);$$

а при $\theta = 0,1$ для звезд с такими же склонениями

$$\sigma_{\theta=0,1} = 0,32, (n = 4),$$

т.е. в пределах ошибок наблюдений оба значения совпадают, что и предвидит формула (13).

Таким образом, приходим к следующим заключениям:

1. Дрожание и мерцание звезд существенным образом влияет на точность регистрации моментов прохождений звезд.

2. Точность регистрации моментов прохождений практически не зависит от значения постоянной времени входа (θ в пределах 0,1 до 0,2 сек.).

3. При наблюдениях в нижней кульминации, кроме дрожания и мерцания, существенным образом на регистрацию влияет дробление контактов.

На основе формул (7), (9), (12) имеем

$$N^+(0, T_0, \sec \delta) = \frac{2e^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi}} + 2 [\Phi(x) - 0,5], \quad (14)$$

где

$$\chi = \alpha q.$$

Для малости q необходимо, чтобы постоянная времени была достаточно малой величиной. Так как на практике θ не больше 0,2 сек., то q достаточно мало при применении формулы (12) для всех звезд.

Число положительных выбросов монотонно растет с увеличением χ^{-1} . Имеем следующие данные: $N^+(\chi=1) = 1,17$; $N^+(\chi=2) = 1,008$; $N^+(\chi=3) = 1,001$. Следовательно, в течение одного вечера наблюдений не будет зарегистрировано ни одного дробления сигнала $\chi = 3$. Согласно формуле (15) это означает, что даже если применять $\theta = 0,05$ сек., то звезды с $\delta < 75^\circ$ не дают ни одного двойного контакта в течение одного вечера наблюдений. При $\theta = 0,01$ сек. даже зенитные звезды дают двойные контакты, что впрочем случается весьма редко.

В действительности в службе времени АО ЛГУ имеются периоды, когда дробление контактов наблюдается даже у ярких звезд (20-30%). Это объясняется шумами электронных ламп.

Л и т е р а т у р а

1. Cobb S.M. IEEE Trans. IT-II N 2 (1965); IT-12, N 1 (1966).
2. В.И.Тихонов, "Выбросы случайных процессов". Москва, 1970.
3. Р.К.Калнинь, см. наст. сборник стр. 12.
4. Г.Я.Васильева, Труды сов. по исслед. мерцания звезд, Москва, 1959.

K o p s a v i l k u m s

K. Š t e i n s

FORMULA DISPERSIJAI FOTOELEKTRISKI REĢISTRĒTIEM
ZVAIGŽŅU TRANZITMOMENTIEM ATKARĪBĀ NO ATTĒLU
DREBĒŠANAS

Izvesta samērā vienkārša formula fotoelektriski reģistrētai tranzitmomentu dispersijai atkarībā no zvaigznes deklinācijas, laika konstantes un drebēšanas korelācijas funkcijas raksturojošiem parametriem. Parādīts, ka pie zenitdistancēm lielākām par 45° , reģistrēšanas precizitāti nosaka zvaigžņu drebēšana. Laika konstantes lielums (θ 0.1 - 0.05) praktiski neiespāido reģistrēšanas precizitāti.

S u m m a r y

K. Š t e i n s

FORMULA FOR STANDARD DEVIATION OF STAR TRANSIT
MOMENTS DEPENDING UPON MOVEMENTS OF IMAGES

A simple formula is found for star transit moments at photoelectric registration, giving standard deviation depending on star declination, time-constant and parameters characterising correlation function of movements of images. It is shown that the movements of images is the main factor determining accuracy of registration at zenith distances exceeding 45° . The accuracy of registration is not affected practically from value of time-constant (θ 0.1 - 0.05).

Р. К. К а л н и н ь

ВЛИЯНИЕ МЕРЦАНИЯ НА МОМЕНТЫ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

§1. При фотозлектрической регистрации моментов прохождения звезды, изображение движется по визирной решетке и свет проходя через щель попадает на катод фотоумножителя. В фотоумножителе появляется меняющийся по величине фототок. Известно, что величина фототока пропорциональна световому потоку, падающему на фотокатод. Момент, когда ток через омическое сопротивление входа достигает половины от максимальной амплитуды, соответствует нормальному режиму регистрации прохождений. Это примерно соответствует моменту, когда изображение звезды делится ребром решетки пополам. На фототок налагаются флуктуации, вызванные мерцанием звезды. Если наблюдения ведутся в нормальном режиме на зеркальной решетке, то эффект мерцания автоматически исключается. Однако, при малейшем отличии от нормального режима, равновесие светового потока, падающего на два фотоумножителя, исчезает, и появляется эффект мерцания. Интенсивность влияния дрожания на фототок увеличивается по тому же закону, как сам фототок, вызванный перемещением звезды по решетке. Это относится как к зеркальным решеткам, так и к решеткам без отражающих полос. Наблюдениями мерцания звезд установлено, что величина флуктуаций светового потока, проходящего через объектив телескопа, зависит от размеров объектов, зенитного расстояния звезды Z и метеорологических условий. В случае когда диаметр объектива меньше радиуса корреляции флуктуаций интенсивности света l , следовательно, колебания

светого потока через различные участки объектива проходят одновременно, флуктуации имеют логарифмический нормальный закон распределения. Так как нами рассматриваются наблюдения на АПМ-Ю, то имеет место именно этот случай. Закон, согласно которому меняется амплитуда мерцания в определенной области z (от зенита до 50° - 60°), может быть представлен в форме $A = A_0 (\sec z)^{\alpha}$. Показатель степени α и коэффициент пропорциональности A_0 зависят от диаметра объектива, от области рассматриваемых частот и от астроклимата. Метеорологические условия в разные ночи могут сильно отличаться поэтому при выявлении различных закономерностей в мерцании и, в частности при определении закона изменения амплитуды, следует обрабатывать наблюдения для каждой ночи отдельно.

В настоящей статье исследуется влияние мерцания звезд на точность регистрации их прохождений через визирную решетку. Считается, что регистрации моментов происходят по методу с учетом выбросов случайных процессов, т.е. считается, что в любой момент времени есть некоторая, хотя и небольшая вероятность того, что ток через омическое сопротивление $i_3 = u(t)$ достигает нулевого уровня. Соответствующая вероятность определяется по нормальному закону распределенным шумом тока с дисперсией σ_1 . Если сигнал $u(t)$ периодический с периодом T , то для определения дисперсии σ_0 момента прохождения через один край щели можно применить следующую формулу [1]

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^j(t-s)}{j!} \Phi^{(j)}\left[\frac{u(t)}{\sigma_1(t)}\right] \Phi^{(j)}\left[\frac{u(s)}{\sigma_1(s)}\right] dt ds,$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{y^2}{2}} dy, \quad \Phi^{(j)} = \frac{d^j \Phi(z)}{dz^j} \quad (I)$$

R - функция корреляции шума [$R(0) = 1$], которую можно найти из функции корреляции мерцания звезд r , учитывая, что флуктуации мерцаний искажены РС ячейкой.

§2. При наблюдениях определяется величина

$$\overline{(I - \bar{I})^2} = \sigma_m^2, \quad (2)$$

т.е. дисперсия амплитуды светового потока. Следовательно, мерцание с физической точки зрения есть случайным образом меняющийся световой поток и к нему применимы все законы о световом потоке. Известно, что величина фототока пропорциональна световому потоку I , падающему на фотокатод, т.е.

$$k i_\phi = I. \quad (3)$$

Следовательно,

$$k^2 \overline{(i_\phi - \bar{i}_\phi)^2} = k^2 \sigma_{i_\phi}^2 = \sigma_m^2. \quad (4)$$

В относительном смысле световой поток и фототок заменимы, т.е., учитывая (2)-(4), имеем

$$\frac{\sigma_{i_\phi}}{i_\phi} = \frac{\sigma_m}{I} = \frac{\sqrt{\overline{(I - \bar{I})^2}}}{I} = g. \quad (5)$$

Правая часть известна из наблюдений мерцаний звезд. Для данного вечера наблюдений и данного объекта правая часть является постоянной величиной g .

По определению

$$r(\tau) = \frac{I(t) I(t + \tau)}{I^2}.$$

Следовательно, корреляционная функция мерцаний с точностью до постоянного множителя равна корреляционной функции флуктуаций фототока. Постоянный множитель можно определить при помощи формулы (4) и соответствующих данных наблюдений. И.Г.Колчинский, усредняя аблюденные $r(\tau)$ для мерцания звезд и аппроксимируя их выражением $e^{-\alpha|\tau|}$, убедился, что имеющиеся у него $r(\tau)$ с известным приближением могут быть представлены функцией $e^{-\alpha|\tau|}$ при $\alpha = 70 \text{ сек}^{-1}$. Обозначим мерцание через ξ - это стационарная случайная величина. Флуктуации фототока вследствие изменения светового потока являются периодически стационарной случайной величиной типа $\eta = (\cos \frac{2\pi}{T} t) \xi$. Шум тока через входное сопротивление, т.е. шум после прохождения через RC ячейку ввиду того, что нас интересует только $\omega \gg \frac{2\pi}{T}$, можно также представить как $\eta' = (\cos \frac{2\pi}{T} t) \xi'$, где ξ' стационарный шум. Спектральная плотность ξ' получается из спектра ξ описывающегося формулой

$$S = \frac{\alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)},$$

умножением S на $[\theta^2(\theta^2 + \omega^2)]^{-1}$. Следовательно,

$$S_b = \frac{\alpha}{\pi \theta^2 (\alpha^2 + \omega^2) (\theta^2 + \omega^2)}, \quad (6)$$

и автокорреляционная функция флуктуации тока через входное сопротивление

$$R_b(t, t') = \cos \frac{2\pi}{T} t \cos \frac{2\pi}{T} t' \frac{\alpha \theta e^{-\frac{|t'-t|}{\theta}} - e^{-\alpha|t'-t|}}{\alpha^2 \theta^2 - 1}$$

В формулу для определения σ_b^2 входит следующая величина

$$R = \frac{R_b(t', t)}{\sqrt{R_b(t, t)} \sqrt{R_b(t', t')}} = \frac{\alpha \theta e^{-\frac{|t'-t|}{\theta}} - e^{-\alpha|t'-t|}}{\alpha \theta - 1}, \quad (7)$$

В формулу (I) для определения дисперсии моментов прохождения звезд, кроме корреляционной функции дрожания тока через омическое сопротивление, входит также $\frac{u_q(t)}{\sigma_q(t)}$. Так как нас интересует только порядок дисперсии σ_0 , то предположим, что $u_q(t) = i_q(t) = i\phi(t)$. Это будет тем более правильно, чем Θ меньше. При $\Theta = 0,1$ сек. неточность равенства $i_q = i\phi$ примерно 20%. Таким образом

$$\alpha = \frac{i_q(t)}{\sigma_q(t)} \approx \frac{i\phi}{\sigma_q} = \frac{i\phi \sqrt{1 + \alpha \Theta}}{\sigma_m} \approx \frac{C}{\delta} \quad (8)$$

Из формул (I), (7) и (8) следует, что

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \left[\Phi^{(j)} \left(\frac{C}{\delta} \right) \right]^2 \iint_0^T \frac{[\alpha \Theta e^{-\frac{|t-s|}{\Theta}} - e^{-\alpha|t-s|}]^j}{j! (\alpha \Theta - 1)^j} dt ds \quad (9)$$

Рассмотрим следующее вспомогательное выражение

$$\begin{aligned} & \frac{1}{j!} \iint_0^T [A e^{\alpha_1|t-s|} + B e^{\beta_1|t-s|}]^j dt ds = \\ & = \frac{2}{j!} \int_0^T dt \int_0^t \sum_{n=0}^j C_j^n A^{(j-n)} B^n e^{(j-n)\alpha_1(t-s)} e^{n\beta_1(t-s)} dt ds = \\ & = \frac{2}{j!} \int_0^T dt \left[\sum_{n=0}^j C_j^n A^{(j-n)} B^n e^{[(j-n)\alpha_1 + n\beta_1]t} \int_0^t e^{-(j-n)\alpha_1 - n\beta_1} s ds \right] = \\ & = 2 \int_0^T \left[\frac{\sum_{n=0}^j C_j^n A^{j-n} B^n}{e^{[(j-n)\alpha_1 + n\beta_1]t} j!} [1 - e^{-(j-n)\alpha_1 - n\beta_1} t] \right] dt = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= e \sum_{n=0}^j \frac{C_j^n A^{j-n} B^n}{j!} \left[\frac{-T}{(j-n)\alpha_1 + n\beta_1} + \frac{e^{[(j-n)\alpha_1 + n\beta_1]T} - 1}{[(j-n)\alpha_1 + n\beta_1]^2} \right] \approx \\
 &\approx 2 \sum_{n=0}^j - \frac{C_j^n A^{j-n} B^n}{j!} \left[\frac{T}{(j-n)\alpha_1 + n\beta_1} + \frac{1}{[(j-n)\alpha_1 + n\beta_1]^2} \right], \quad (10)
 \end{aligned}$$

т.е. при достаточно больших $-\alpha_1$ и $-\beta_1$.

Предполагая, что

$$A = \frac{\alpha \theta}{\alpha \theta - 1} \quad \alpha_1 = -\frac{1}{\theta} \quad B = -\frac{1}{\alpha \theta - 1} \quad \beta_1 = -\alpha \quad (11)$$

и подставляя (11) в (9), получим

$$\sigma_0^2 = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{n=0}^j - \frac{C_j^n A^{j-n} B^n}{j!} \left[\frac{T}{(j-n)\alpha_1 + n\beta_1} + \frac{1}{[(j-n)\alpha_1 + n\beta_1]^2} \right] \left[\Phi\left(\frac{t}{\theta}\right) \right]^2 \quad (12)$$

Учитывая, что для фотовольтической установки ЛГУ ($\theta = 0,1$) $\alpha \theta = -\frac{1}{2}$, можно приближенно считать, что

$$A = 1, \quad B = 0,$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned}
 \sigma_0^2 &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{t}{\theta}\right) \right]^2 \frac{1}{j!} \int_0^T e^{-\frac{j}{\theta}|t-s|} dt ds \approx \\
 &\approx \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\theta T}{j \cdot j!} \left[\Phi\left(\frac{t}{\theta}\right) \right]^2 = \theta T \left[(\Phi^{(1)})^2 + \right. \\
 &\left. + \frac{1}{4} (\Phi^{(2)})^2 + \frac{1}{12} (\Phi^{(3)})^2 + \frac{1}{96} (\Phi^{(4)})^2 + \frac{1}{600} (\Phi^{(5)})^2 \right]. \quad (13)
 \end{aligned}$$

§3. Относительно мерцания отметим следующее [2] . Звездные сцинтилляции или мерцания интенсивности, иначе — просто мерцания, — флуктуации амплитуды колебания зависят от зенитного расстояния, диаметра объектива телескопа и климатических условий. Опыт показал, что среднеквадратичное отклонение σ_m связано с параметром наблюдений следующим образом

$$\Delta \bar{m} = -2,5 \lg \frac{\overline{I_{\min}}}{\overline{I_{\max}}} \approx 1,09 \frac{\overline{I_{\max}} - \overline{I_{\min}}}{\overline{I_0}} \approx 3,7 \frac{\sigma_m}{\overline{I_0}},$$

где $\Delta \bar{m}$ — приращение в звездных величинах, $\overline{I_{\min}}, \overline{I_{\max}}, \overline{I_0}$ — соответственно минимальная, максимальная и средняя интенсивность блеска звезды. Л.Н. Жукова [3] по наблюдениям полярной звезды получила

$$\frac{\overline{I_{\max}} - \overline{I_{\min}}}{\overline{I_0}} = 0,85.$$

Следовательно, для $z = 30^\circ$ имеем

$$\frac{\sigma_m}{\overline{I_0}} = 0,25.$$

По наблюдениям средних квадратичных амплитуд в зависимости от зенитных расстояний Л.Н. Жукова для $\phi = 100$ мм получила линейную зависимость от $\sec z$. В интегральном потоке для зенита и $\phi = 100$ мм она имела

$$\frac{\sigma_m}{\overline{I_0}} = 0,20.$$

Учитывая, что нас интересует оценка величины σ_0 , мы будем считать, что

$$\alpha = 5,0 \cdot -15.$$

Подставляя значение $\alpha = 5$ в формулу (13) можно определить σ_0 . Ряд в правой части (13) при $\alpha = 5.0$ сходится сравнительно медленно. Наибольшее численное значение имеет член с $j = 5 \approx \alpha$; после него члены ряда начинают убывать. Мы подсчитали сумму первых десять членов и получили

$$\sigma_0 < 0.0001 \text{ сек.},$$

т.е. мерцание звезд практически не влияет на точность регистрации моментов прохождения звезд.

Л и т е р а т у р а

1. Crámer H., Leadbetter M.A., Stationary and related stochastic processes, John Wiley, 1967.
2. О.А.Мельников, И.Г.Колчинский, Н.И.Кучеров, Тр.сов.по исслед.мерцания звезд, стр. 63, Москва, 1959.
3. Л.Н.Жукова, Тр.сов.по исслед.мерцания звезд, стр.116, Москва, 1959.

K o p s a v i l k u m s

R. K a l n i ņ a

ZVAIGZNES MIRGOŠANAS IESPAIDS UZ TRANZĪTMOMENTU PRECIZITĀTI

Izmentojojot zvaigžņu mirgošanas korelācijas funkciju, ir izskaitļota vidējā kvadrātiskā kļūda pozitīvam izmetienu kopīgumam sinusveida signālam plus gadījuma troksnis. Teorētiski parādīts, ka zvaigžņu drebēšana neienes kļūdu zvaigžņu tranzitmomentos.

S u m m a r y

R. K a l n i ņ a

THE INFLUENCE OF BRIGHTNESS SCINTILLATION OF TRANSIT MOMENTS OF A STAR

On the basis of correlation function of brightness scintillation the standard deviation is calculated for sum of positive intervals between zero crossings of sine wave plus random noise. Theoretically is shown that brightness scintillation has no influence on the precision of the transit moments of a star.

К.А.Штейнс, Р.К.Калнинь, П.П.Розенберг, О.М.Юдрупе

ОБ ИДЕАЛЬНОМ УСТРОЙСТВЕ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РЕГИСТРАЦИИ
МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

В большинстве служб времени СССР для определения точного времени регистрируют прохождения звезд на фотоэлектрических пассажных инструментах. Применяется как зеркальные решетки, так и решетки со щелями без отражающих полос, т.е. наблюдаются как с одним, так и с двумя фотоумножителями [1-4]. Перечислим преимущества наблюдений с двумя ФЭУ, т.е. с зеркальными решетками: 1) наблюдать с двумя ФЭУ проще, т.к. нульпункт устанавливается автоматически; 2) гасится ток регулярно меняющиеся части фона неба. По нашему мнению, отмеченные преимущества существенны. Кроме того, можно отметить, что при наблюдениях с двумя ФЭУ в первом каскаде усиление вдвое больше и что в этом случае легко применить балансовые схемы для усилителя. Однако, при наблюдениях с двумя фотоумножителями имеются также существенные недостатки, а именно: 1) имеются большие трудности в устранении ложных изображений звезд [2]; 2) трудно подобрать два ФЭУ с одинаковыми свойствами.

Фотоэлектрические наблюдения искажены как внешними помехами, так и собственными шумами регистрирующего электронного устройства. К внешним помехам следует отнести: а) дрожания изображений звезд [5-6], б) мерцание звезд [7], в) разное влияние магнитного поля Земли при перекладке инструмента в лагерьях и его флуктуации, г) появление напряжения частоты 50 гц (или 100 гц). Наиболее существенными внутренними флуктуациями являются: а) микрофонный эффект,

возникающий вследствие недоброкачества деталей, плохой пайки, и т.д., б) дробовой шум в фотоумножителях и электрометрической лампе, т.е. флуктуации электронного тока в вакууме, вызванные вероятным характером выброса фотоэлектронов квантами света. Спектр этого шума плоский, а среднеквадратичное отклонение флуктуаций растет пропорционально квадратному корню из среднего фототока. В нагруженном состоянии фотоумножителя дробовой эффект искажается, т.е. хаотичность сглаживается и появляется подавление дробового шума пространственным зарядом, т.е. каждый электрон тормозится облаком ранее эмиттированных электронов, причем тем сильнее, чем их больше выпущено в предыдущий момент. Для коэффициента дисперсии известны для электронных ламп полуэмпирические формулы. При подсчетах дробового тока в фотоумножителях для оценки порога чувствительности принято считать, что дисперсия отсутствует. К дробовому шуму близки по спектру шумы вторичной электронной эмиссии с анода и динодов.

Кроме дробового шума, наблюдаются также медленные изменения эмиссионной способности катода обуславливающие флуктуации, спектр которых имеет вид ω^{-1} (за исключением окрестности $\omega = 0$) и лежит в области низких частот ω . Это т.н. фликкер-шум, частота которого, как правило, меньше 100 гц. Фликкер-эффект связан с испарением атомов вещества катода, бомбардировкой катода положительными ионами, структурными изменениями. Фликкер-шум проявляется в виде редких острых импульсов. Его интенсивность меняется сложно в зависимости от интенсивности фототока и в случае применения усилителей постоянного тока при наблюдениях медленно меняющихся сигналов достигает больших значений. Наличие пространственного заряда также частично подавляет фликкер-шум.

В службах времени СССР к настоящему времени накоплен достаточно большой опыт по фотоэлектрическим наблюдениям моментов прохождения звезд. Получены очень хорошие результаты. Известно, что можно успешно наблюдать звезды даже

до 9^m . Так как в списке звезд с достаточно хорошо определенными прямыми восхождениями имеется достаточно большое количество звезд с величиной до 6^m для определения поправок часов, то проблема увеличения пороговой чувствительности в службах времени не является актуальной. Очень важно выяснить следующий вопрос: какую часть в флуктуациях при регистрации моментов прохождений составляют внутренние помехи. В наших условиях дрожание и мерцание звезд практически неустранимы. Если же остальные помехи можно считать небольшими по сравнению с влиянием дрожания звезд, то с точки зрения местных условий такое регистрирующее устройство можно считать идеальным. Выяснение вопроса о величине отдельных типов помех на регистрацию моментов прохождений звезд важно также для правильности выбора параметров устройства.

Упомянутые вопросы можно решить при помощи теоретических подсчетов или же экспериментально. Теоретические подсчеты затруднительны ввиду большого разнообразия ФЭУ даже одного и того же типа ламп. Проведение специальных экспериментов требует сложной аппаратуры. В настоящей статье предлагаются некоторые косвенные рассуждения и вспомогательные измерения.

Определение величины амплитуды колебаний с частотой меньше герца представляется нам практически трудной задачей и полученные результаты измерений ненадежны. С другой стороны, длинноволновые колебания не могут давать двойных, тройных и т. д. контактов и для нас не представляют особого интереса, т.к. мы исследуем метод регистрации прохождения звезд с учетом выбросов. Покажем, что длинноволновые колебания не имеют большой амплитуды. Действительно, если длинноволновые флуктуации имели бы большую амплитуду, то прохождения звезд не могли бы быть наблюдаемы, т.к. не имелось бы точек пересечения с нулевым уровнем. Чтобы оценить максимальную амплитуду длинноволновых колебаний рассмотрим предельный случай, т.е. линейный дрейф нулевого уровня регистрации. С достаточным приближением можно счи-

тать, что регистрируемый сигнал является трапецевидным (см. рис. I).

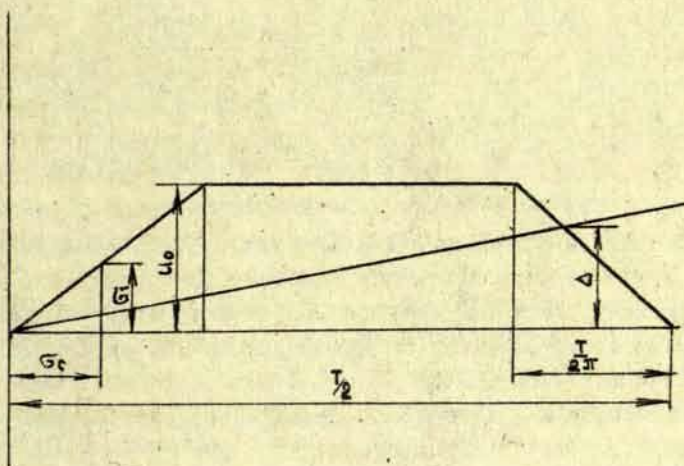


Рис. I.

Из рисунка I легко усмотреть, что поправка к регистрируемому моменту Δt в случае линейного изменения нулевого уровня (прерывистая прямая) за время прохождения через щель выражается следующей формулой

$$\Delta t = \frac{T}{2\alpha a}$$

где a равно отношению сигнала к шуму ($U_0 : \Delta$), т.е. к дрейфу нулевого уровня. Так как в службе времени Латвийского государственного университета наблюдают прохождения через I4 щелей и уровень помех не превышает уровня сигнала, то

$$a > I4$$

и, следовательно,

$$\Delta t < \frac{T}{86}$$

В действительности линейный дрейф усилителя ЛГУ за весь интервал прохождения звезды не больше 10%. Следовательно, систематическая ошибка не больше нескольких тысячных долей секунды. Следует предполагать, что длинноволновые колебания также малы и теоретически или при помощи добавочных экспериментов их значения более точно оценить невозможно.

Рассмотрим каждый из шумов в отдельности.

Д р о ж а н и е и з о б р а ж е н и я з в е з д .

Дисперсия дрожания звезд определялась по фотографическим следам звезд, и в интересующем нас диапазоне частот данные надежны. Влияние дрожания изображения звезд на дрожание фототока в работах [5-6] определено для случая дефокусированных изображений звезд. В этом случае в некоторой окрестности центра можно представить изображение как равномерно освещенный прямоугольник, одна сторона которого (край щели) случайным образом перемещается по отношению к изображению. Поэтому освещенность меняется пропорционально площади прямоугольника, т.е. перемещению звезды вследствие дрожания. Замена кругового изображения звезды в некоторой ее части равномерно освещенным прямоугольником ведет к трапецевидной форме фототока. Так как дисперсию дрожания изображения звезды σ_c можно представить себе как некоторое смещение центра звезды, то согласно рис. 1 имеем

$$\sigma_c = \frac{u_0 \rho \pi}{T} \sigma_c . \quad (2)$$

В формуле (2) следует согласовать единицы измерений. Дисперсия дрожания звезды σ_c измеряется в секундах дуги, а T - в секундах времени. С другой стороны, в формуле (2) величина $T/2$ представляет время, которое потребовалось, чтобы звезда прошла через щель; следовательно, $T = T_{\text{зес}}$. Аналогично σ_c также представляет время, необходимое для прохождения соответствующего расстояния σ , т.е.

$$\sigma_c = \frac{1}{15} G_0^2 \text{зес} \delta \quad , \quad \text{где } G_0^2 \text{ дисперсия, которую}$$

определяют по фотографическим следам звезд.

Итак

$$\sigma_0'' = 6,8 \alpha^{-1}.$$

Мерцание звезд. Исследования мерцания звезд проводится при помощи электронных устройств. При фотоэлектрических наблюдениях имеются трудности в разделении внешних и внутренних помех. Недостаточно установить только фон собственных шумов электронного устройства и наблюдать достаточно яркие звезды. Дробовой и особенно фликкер-шумы увеличиваются при освещении фотоумножителя. Особенно трудно установить влияние фликкер-шума, т.к. нас интересуют колебания в диапазоне 1-50 гц.

Предложение [7], что при мерцании отношение сигнала к шуму является постоянной величиной, по нашему мнению, безупречно. Это следует из того, что мерцание изображения звезды является также некоторым сигналом. В нашем случае мерцания несущественны.

Влияние дрожания изображений и мерцания звезд на регистрацию моментов прохождений были рассмотрены Е.Хеггом [10-11]. Он ввел весовую функцию для шумов, которая учитывает длительность прохождений через решетку и цель, а также длительность регистрации. Теория Е.Хега ограничена, т.к. не учитывается отношение сигнала к шуму и постоянная времени входа.

Технические шумы могут быть устранены, тем не менее они играют на практике большую роль, т.к. астрономические наблюдения проводятся в весьма суровых условиях. Следует приложить большие усилия для устранения шумов. Приведем следующий пример. В службе времени ЛГУ с 1970 X по 1971 III при фотоэлектрических наблюдениях наблюдалось сильное дробление контактов. Были дни, когда при наблюдениях 90% звезд имелось дробление контактов. После замены одной из электронных ламп дробление уменьшалось до 40-20%.

Внутренние шумы. С точки зрения увеличения точности регистрации моментов прохождения звезд, основным является вопрос об увеличении интенсивности внутренних шумов при увеличении интенсивности фототока и тока через омическое сопротивление входа, т.к. наблюдения производятся далеко от порога чувствительности. Для исследования шумов кривую через омическое сопротивление входа можно записать на шлейфовом осциллографе [8]. Когда изображение звезды находится на середине зеркальной полосы или щели, осциллограф записывает по очереди шумы то одного, то другого ФЭУ. Однако внутренние шумы здесь искажены шумами мерцания звезд и, кроме того, регистрация моментов происходит при меньшей освещенности ФЭУ. Можно провести эксперимент с искусственным источником света. Нами исследовалась зависимость флуктуаций от интенсивности фона неба. На рисунке 2 представлена корреляционная кривая в случае, если шумы в 10 раз превышают шумы темнового тока.

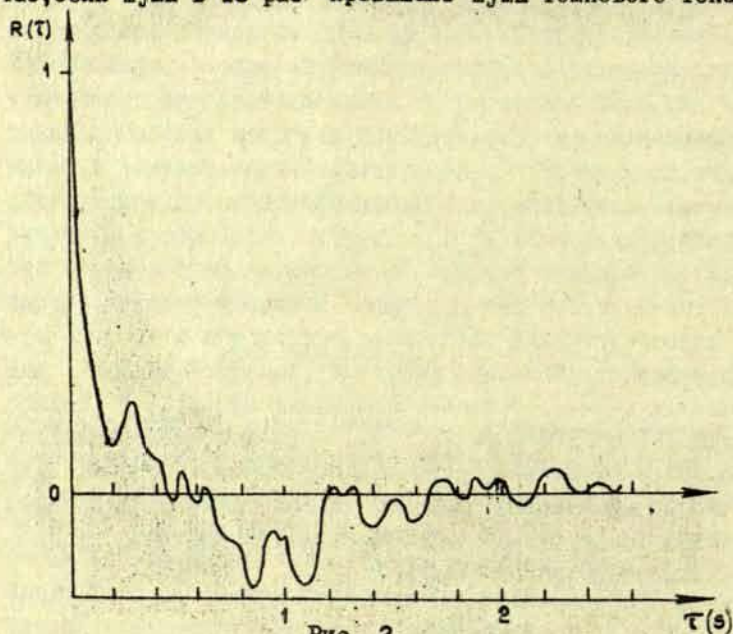


Рис. 2.

Зная корреляционную функцию внутренних шумов, можно определить квадратичную ошибку моментов прохождения звезд по следующей формуле:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} \int_0^T \int_0^T r^j(t-s) \Phi^{(j)}\left[\frac{u(t)}{\sigma(t)}\right] \Phi^{(j)}\left[\frac{u(s)}{\sigma(s)}\right] dt ds,$$

где

$$\Phi(x) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \quad (3)$$

Для анализа более выгодной является упрощенная формула К.А.Штейнса [6]. Р.К.Калнинь показала, что область применимости этой формулы достаточно большая [9].

В настоящей статье исследуется применимость упрощенной формулы, если корреляционная функция имеет следующий вид:

$$r = \frac{\sin \Delta \omega \tau / 2}{\Delta \omega \tau / 2}, \quad (4)$$

т.е. шумы имеют плоский ограниченный спектр. Вычисления показывают, что приближенная формула [6] дает хорошие результаты, если $\Delta \omega \leq 25$ и явно завышенные оценки при $\Delta \omega \geq 100$, при отношении амплитуды A ($u = A \cos \frac{2\pi}{T} t$) к C равному 6,6 и $T = 2,86$. Ошибка достигает 15% ($\Delta \omega \leq 25$), если отношение равно 3. Следовательно, упрощенная формула дает хорошие результаты, если корреляционная функция не слишком быстро убывает с возрастанием τ . В заключение статьи дается программа для вычислений по формуле (3).


```

Begin integer j;
      real  $\pi$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\epsilon$ ,  $\delta$ , T, R, SI, f, h, A;
      real procedure p;
begin integer i, k;
      real l, t, s,  $\tau$ , b, c, d, e, y;
       $\epsilon := 0$ ;
      l := T/A;
      for i:=1 step 1 until A do
      for k:=1 step 1 until A do
begin      t:=(K-0.5) * l ;
            s:=(i-0.5) * l ;
             $\tau := \text{abs} (t-s)$ ;
            if t = s then y:=1 else y:=r ( );
            b:= FI (t);
            c:= FI (s);
            d:= yj;
            e:= d*b*c;
            e:= e * l * l;
             $\epsilon := \epsilon + e$ ;
      end;
      p:=  $\epsilon * \pi$ ;
end p;
real procedure r (  $\tau$  );
      value  $\tau$  ;
      real  $\tau$  ;
begin real  $\alpha 1$ ,  $\beta 1$ ;
       $\alpha 1 := \delta / 2$ ;
       $\beta 1 := \alpha 1 * \tau$  ;
      r :=  $\sin (\beta 1) / \beta 1$  ;
end r;
      real procedure FI ( x );
      value x ;
      real x ;
Begin integer i;
      real F1, F2, z,  $\delta$ ;
      z:=  $\alpha * x \cdot \cos (2 * \pi * x * x / T)$ ;
      F1:= $\exp (-z * z / 2) / 2.50663$ ;
      F2:= -z * F1;

```

```
if j = 1 then FI:=F1 else  
if j = 2 then FI:=F2 else  
begin for i:=3 step 1 until j do  
begin g:=(2-i)×F1-2×F2;  
      F1:=F2;  
      F2:= g;  
      FI:= g;  
end;  
end FI;  
      p 0042 (π, α, β, δ);  
      p 1041 (π, α, β, δ);  
      p 0042 (T, A,);  
      p 1041 (T, A,);  
      SI:=0; f:=1;  
      for j:=1 step 1 until β do;  
begin;  
      f:=f×j;  
      h:=p;  
      h:=h/f;  
      SI:=SI+h;  
      p 1041(SI);  
end;  
      R:=SI;  
      p 1041 (R, j, f);  
end.
```

Л и т е р а т у р а

1. Н.Н.Павлов, Труды ГАО в Пулкове, том 59, 1946.
2. В.Э.Брант, Труды ЦНИИГАиК, вып. II2, 23, 1956.
3. К.А.Штейнс и Л.Ф.Розе, Уч.зап.Латв.гос.унив., том 68, 1964.
4. К.А.Штейнс, Уч.зап.Латв.гос.унив., том 96, вып. 3, 1967.
5. Р.К.Калнинь, наст. сб. стр. 12.
6. К.А.Штейнс, наст. сб. стр. 29.
7. Р.К.Калнинь, наст. сб. стр. 39.
8. Ю.А.Скрин и К.А.Штейнс, Уч.зап.Латв.гос.унив., том 38, 29, 1960.
9. Р.К.Калнинь, наст. сб. стр. 60.
10. B. Hög, Z. Astrophys. 69, N.5, 313, 1969.
11. B. Hög, Astron. and Astrophys. vol 4, Nr. 1, 89, 1970.

K o p s a v i l k u m s

K.Šteins, R.Kalniņa, P.Rozenbergs, O.Judrups

PAR IDEĀLU ZVAIGŽŅU TRANZĪTMOMENTU FOTOELEKTRISKU REĢISTRĀCIJAS IEKĀRTU

Analizētas zvaigžņu tranzītmomentu fotoelektriskas registrējošas iekārtas sekojošas kļūdas: zvaigžņu drebēšana un mirgošana, tehniskie trokšņi, mikroфона efekts, fliker- un šrofefekts. Par ideālu iekārtu uzskatīta tāda, kuras registrēšanas precizitāti praktiski nosaka tikai zvaigžņu attēlu drebēšana. Parādīts, ka LVU AO iekārtas sistemātiskā kļūda ir maza. Eksperimentāli noteikta korelācijas funkcija iekšējiem iekārtas trokšņiem.

S u m m a r y

K.Šteins, R.Kalniņa, P.Rozenbergs, O.Judrups

ABOUT IDEAL EQUIPMENT FOR REGISTRATION OF STARS TRANSIT MOMENTS

Following factors at star transit moment registration have been analysed: stellar brightness scintillation, lateral movements, instrumental noise, pringing noise, shot and flicker effects. An ideal equipment would by it, if accuracy limited only by stellar scintillation. The correlation function of instrumental noise is given. The estimation of systematic error of transit-moments is given.

Р. К. К а л н и н ь

О ВЫЧИСЛЕНИИ ДИСПЕРСИИ МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

Для определения дисперсии моментов прохождения звезд методом учета выбросов случайных процессов для σ имеется следующая формула [1]

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^\infty \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} R^j(t-s) \Phi^{(j)} \left[\frac{u(t)}{\sigma_1(t)} \right] \Phi^{(j)} \left[\frac{u(s)}{\sigma_1(s)} \right] ds dt \quad (I)$$

где $R(\tau)$ - корреляционная функция шума [$R(0) = 1$]

σ_1 - среднеквадратичное отклонение для шума, T - период сигнала $u = u(t)$

$$\Phi(x) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Под σ условно подразумевается ошибка одного прохождения через цель. Если же мы желаем определить ошибку среднего значения из $2n$ моментов, то следует интегрировать по квадрату со стороной nT . На рисунке I показана область интегрирования. Подынтегральная функция в формуле (I) симметрична относительно диагонали OB , т.к. $R|t-s|$ принимает на $CO \parallel OB$ постоянные значения в зависимости от величины расстояния между ними. Очевидно, что интеграл по квадрату со стороной nT равен n - кратной величине интеграла по квадрату со стороной T плюс интеграл по квадратам, диагонали которых не совпадают с OB . Таким образом, формула

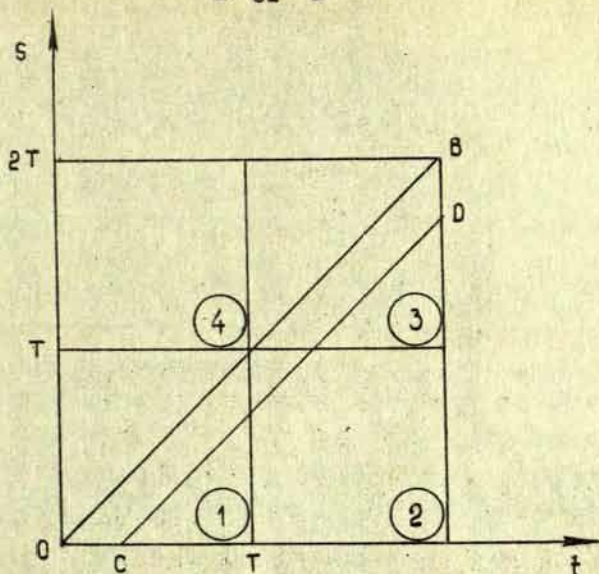


Рис. I.

увеличения точности среднего значения \bar{n} повторных независимых испытаний в нашем случае имеет приближенный характер. Чтобы добиться по возможности лучших результатов, целесообразно выбрать произвольную фазу аргумента функции $u(t)$ так, чтобы окрестности вершин квадратов I-4 на диагонали OB вносили по возможности малый вклад в σ^2 . Этому условию, очевидно, удовлетворяет выбор функции $u = A \cos \frac{2\pi}{T} t$, т.к. $u = A \cos 2\pi = A$ и, следовательно, в окрестности вершин вероятность выброса наименьшая.

В случае, если $\frac{A}{\sigma} \gg 1$ подынтегральная функция имеет острый максимум в четырех точках, а именно:

$$\left(t = \frac{T}{4}, s = \frac{T}{4}\right), \left(t = \frac{3T}{4}, s = \frac{3T}{4}\right), \left(t = \frac{3T}{4}, s = \frac{T}{4}\right), \left(t = \frac{T}{4}, s = \frac{3T}{4}\right)$$

Следовательно, в окрестности этих точек величины площадок интегрирования $\Delta t \Delta s$ следует выбирать наименьшими.

В некоторых случаях формулу (I) можно замесить следующей более простой формулой [2]:

$$\sigma = \frac{T \sqrt{1 + R\left(\frac{T}{2}\right)}}{2\pi\alpha}, \quad (2)$$

где

$$\alpha = \frac{A}{\sigma}.$$

Для нашего случая $R\left(\frac{T}{2}\right) = 0$.

Для дисперсии σ , возникающей из-за дрожания изображения звезд, К.А.Штейнсом [2] найдено простое выражение, зависящее от постоянной времени и параметра, характеризующего состояния атмосферы. Из этих выражений видно, что оба упомянутых фактора практически на точность определения моментов прохождения почти не влияют. Область применимости формулы (2) определяется неравенством [3]

$$\sqrt{-R_0''} \ll \frac{2\pi}{T}\alpha, \quad (3)$$

где R_0'' - вторая производная корреляционной функции в точке 0.

На практике не известно, что конкретно понимать под знаком " \ll ". К.А.Штейнсом [2] предложен следующий критерий применимости формулы (2):

$$-\frac{3 R_0''}{\alpha^2 \frac{4\pi^2}{T}} < 0,2. \quad (4)$$

На основе (3) или (4) можно утверждать, что при достаточно больших значениях α формулы (2) и (1) дают одинаковые результаты. Нас интересует точность регистрации моментов прохождений звезд. Конкретно мы рассмотрим данные для службы времени АО Латвийского государственного университета, т.е. АПМ-10, ширина щели 0,1 мм, постоянная времени около 0,1 сек., склонения звезд $\delta < 70^\circ$. Нами найден точный вид корреляционной функции, а именно:

$$G_2(\tau) = \frac{\sigma_1^2 \theta^{-2}}{D^2} \left\{ \theta \alpha [\alpha^2 - \theta^2 + \beta^2] e^{-\frac{\tau}{\theta}} + \right. \\ \left. + e^{-\alpha\tau} [(-\alpha^2 + \beta^2 + \theta^{-2}) \cos \beta\tau + 2\alpha\beta \sin \beta\tau] \right\},$$

$$D^2 = (\alpha^2 - \theta^{-2} + \beta^2)^2 + 4\beta^2 \theta^{-2},$$

где β - некоторая постоянная.

Цель настоящей статьи - выяснить область применения формулы (2), т.е. выяснить значения параметров, при которых (1) и (2) практически ($\pm 10\%$) дают одинаковые результаты. Большой точности при совпадении результатов, полученных по (1) и (2), мы не требуем, т.к., во-первых, формула (1) введена условно, и, во-вторых, точность численного интегрирования (1) ограничена. Практически в (1) бралось $j = 4$ и область T^2 разделялась на 10000 частей. Удовлетворительное совпадение результатов, полученных по формулам (1) и (2), следует ожидать при достаточно быстром спаде $\Phi^{(j)}$ с удалением от диагонали OB или, то же самое, при достаточно медленном уменьшении r с увеличением τ . Следовательно, параметр α не должен быть слишком большой величиной, что и имеет место для дрожания ($\alpha = 2,6$). Полученные результаты легко могут быть использованы для исследования дробового шума, т.к. имеем подобную корреляционную функцию. Во-первых, отметим, что при $\alpha = 6,6$ формулы (1) и (2) практически дают одинаковые результаты, что видно из следующих данных ($\theta = 0,1$) (табл. 1):

Таблица I

$\alpha = 6,6$

Форм. \ T	2,857	4,283	5,713	6,5
(1)	0,0048	0,0105	0,0185	0,022
(2)	0,0048	0,0106	0,0190	0,025

Очень важным является вопрос о применимости формулы (2) в случае больших шумов. При сильных дрожаниях изображений наблюдения звезд не проводятся, однако иногда проводят наблюдения при больших шумах ламп. Большими шумами мы считаем шумы с $\alpha \approx 2 - 3$. Соответствующие данные вычислений представлены в таблицах 2 и 3.

Таблица 2

$\alpha = 3$

θ \ T	2,857	4,283	5,713	6,5
0,10	0,024(0,023)	0,046(0,052)	0,070(0,092)	0,084(0,119)
0,05	0,0225	0,042	0,064	0,076
0,01	0,020	0,038	0,058	0,068

Таблица 3

$\alpha = 2$

θ \ T	2,857	4,283	5,713	6,5
0,1	0,056(0,051)	0,096(0,116)	0,133(0,207)	0,154(0,268)
0,05	0,049	0,084	0,118	0,138
0,01	0,046	0,076	-	-

В скобках представлены данные, полученные по формуле (2). Мы не учли зависимость σ от θ , а проверяли более общую гипотезу, что σ от θ не зависит. Такое предположение имеет место примерно до $\theta = 0,01$ и $\alpha = 3$. Формула (2) дает завышенные значения при $\alpha = 2$ для северных звезд. В работе [4] также показано, что при малых значениях α формула (2) дает завышенные значения.

Л и т е р а т у р а

1. Cramér H., Leabetter M.A. Stationary and related stochastic processes, John Wiley, 1967.
2. К.А.Штейнс, наст. сб. стр. 29.
3. В.И.Тихонов, Выбросы случайных процессов, Москва, 1970.
4. К.А.Штейнс, Р.К.Калнинь, П.П.Розенберг, О.М.Юдрус, наст. сб. стр. 48.

K o p s a v i l k u m s

R. K a l n i ņ a

PAR ZVAIGŽŅU TRANZITMOMENTU DISPERSIJAS APRĒĶINĀŠANU

Skaitliskās integrēšanas ceļā atrasts apgabals, kurā precīza kļūdes formula gadījuma funkcijas izlācienu kopīgumam var tikt apmierinoši aproksimēta ar tuvīnu formulu. Pētīts parametru apgabals, atbilstošs fotoelektriskā pasāžinstruments APM-10 datiem.

S u m m a r y

R. K a l n i ņ a

ON THE CALCULATION OF STANDARD DEVIATION OF STAR TRANSIT MOMENTS

Using numerical integration the area of parameters for the photoelectric transit instrument is found, in which the precise and approximate formulae gives the same results standard deviation of star transit moments.

Л. Ф. Р о з е

ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ЗВЕЗДНЫХ ПРОХОЖДЕНИЙ
И СПЕКТРЫ НАБЛЮДАЕМЫХ ЗВЕЗД

Непрерывный рост точности фотоэлектрических наблюдений по определению поправок часов на пассажных инструментах дает возможность исследовать и выявить ряд ранее малоощутимых эффектов и закономерностей. Мы пытались дать некоторую оценку зависимости запаздывания регистрируемых моментов от спектрального класса наблюдаемых звезд, т.е. возможного существования уравнения спектра. По-видимому, это возможно только в случае зависимости формы кривой фототока (диаметра изображения звезды) от спектра звезды. Наличие такой зависимости предусмотрено Н.Н.Павловым в его монографии о фотоэлектрической регистрации звездных прохождений [1]. Диаметр изображения звезды Н.Н.Павловым выражен эмпирически следующим образом:

$$s_k = (1,27 - 0,125k) \text{ sec } \delta$$

где k - колор-индекс наблюдаемой звезды и δ - склонение звезды.

Однако в дальнейшем, насколько нам известно, подобное выражение нигде на практике не применялось, и диаметр изображения звезды для оптической системы каждого инструмента в определенном периоде наблюдений принимается величиной постоянной. Применяемая службами времени методика определения диаметра изображения звезды не дает возможность определять этот параметр часто с высокой точностью. Известен случай в Пулковской службе времени, когда после предвари-

тельной обработки продолжительных рядов наблюдений оказалось, что определенное ранее значение изображения звезды неверно приблизительно на 20% [2, 3, 4].

Путем теоретического анализа К.А.Штейнс и Э.Я.Каупш пришли к заключению, что запаздывание регистрируемых моментов практически не зависит от спектрального типа звезд [5]. Однако экспериментальным путем с помощью осциллографа А.И.Язев установил некоторую зависимость диаметра изображения от спектра звезды [6]. К сожалению, приведенные там данные не позволяют судить о достоверности полученных результатов.

Все это свидетельствует о том, что до сих пор определение формы кривой фототока, т.е. диаметра изображения звезды, является ненадежным звеном фотоэлектрического метода регистрации звездных прохождений. Казалось бы, что следует заняться разработкой методики, позволяющей определять этот параметр с более высокой точностью. Однако, на наш взгляд, более перспективной является элиминация влияния изменения формы кривой фототока на величину запаздывания. Это, например, возможно при значительном уменьшении постоянной времени входа фотоэлектрической установки.

С начала 1968 года в службе времени Латвийского государственного университета было уменьшено среднее значение постоянной времени до $0,100^s$. В будущем предусмотрено еще существенное уменьшение ее [7], что позволит полностью исключить влияние вариации формы кривой фототока на запаздывание регистрируемых моментов звездных прохождений.

С целью выявления уравнения спектра фотоэлектрических наблюдений мы проанализировали наблюдательный материал службы времени Латвийского государственного университета за 1968-1970 годы. Обработка была произведена аналогично, как при исследовании уравнения яркости [8], т.е. все остаточные отклонения вида $\Delta \alpha$ были сгруппированы по спектральным классам наблюдаемых звезд и потом выведено среднее арифметическое значение $\Delta \alpha$ каждого спек-

1968/1969

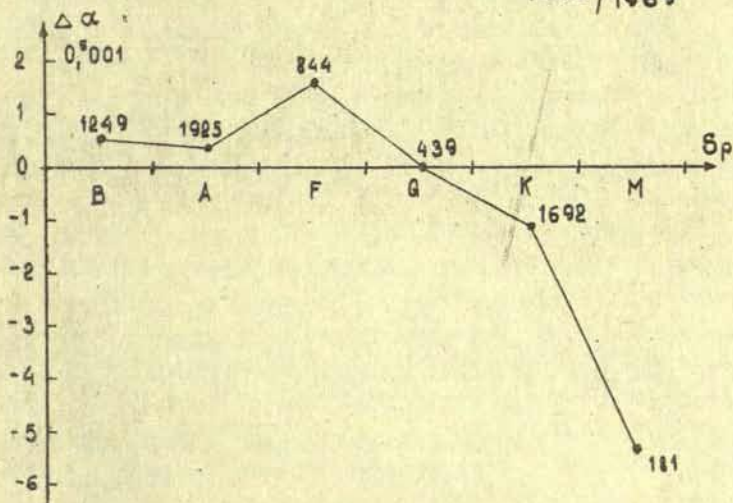


Рис. 1

1970

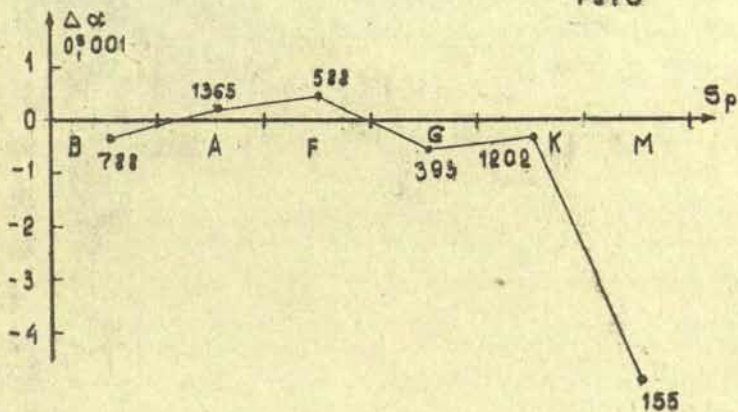


Рис. 2

трального класса. Наблюдения 1968 и 1969 годов были обработаны совместно, а наблюдения 1970 года - отдельно. Такое разделение материала вызвано тем, что в течение 1968 и 1969 годов определение поправок часов проведено в системе Пулковского опорного каталога Пу α Ф678 [9], а начиная с 1970 года прямые восхождения брались из сводного каталога служб времени СССР. Все наблюдения при обработке редуцировались с постоянным значением диаметра изображения звезды $\delta_z = 1,40$.

Полученные результаты приложены в виде графиков на рисунках 1 и 2. Цифрами при соответствующих точках обозначено количество наблюдений, по которому выведено среднее значение $\Delta \alpha$ каждого спектрального класса. Изображенные кривые характеризуют некоторую зависимость $\Delta \alpha$ от спектрального класса наблюдаемых звезд. Хотя и дисперсия каждой полученной точки в среднем около 1 мсек, поражает сходство графиков. Следует отметить, что в связи с уплотнением программы с 1970 года существенно был изменен рабочий список звезд. Так, например, из всех звезд класса M в измененном рабочем списке только одна треть наблюдалась и в предыдущие годы, а все остальные были включены в список впервые. Последнее обстоятельство ослабляет влияние индивидуальных случайных ошибок прямых восхождений каталога на исследованный нами эффект.

Л и т е р а т у р а

1. Н.Н.Павлов. Тр. ГАО сер.2, т.59, 1946.
2. П.М.Афанасьева, Н.Н.Павлов, Г.В.Старицын.
Тр. ГАО, с.2, т.75, 5, 1966.
3. А.П.Челомбитько. Тр. ГАО, с.2, т.75,59, 1966.
4. В.М.Васильев, Е.Н.Каретникова. Тр. ГАО, с.2,
т.75, 86, 1966.
5. К.А.Штейнс и Э.Я.Каупума. Уч.записки Латв.ун-та,
т.96, вып.3, 97, 1967.
6. А.И.Язев. Тр.Метрологических инст.СССР,
вып.106 (166), 168, 1969
7. К.А.Штейнс и М.П.Огриньш. Уч.записки Латв.ун-та,
т.148, вып.6, 3, 1971.
8. Л.Ф.Розе. Сб. Вращение Земли и определение
времени, 77, 1969.
9. П.М.Афанасьева, Н.Н.Павлов, Г.В.Старицын.
Тр. ГАО, с.2, т.75, 29, 1966.

K o p s a v i l k u m s

L. R o z e

FOTOELEKTRISKĀ ZVAIGŽŅU TRANZITMOMENTU
REĢISTRĀCIJA UN NOVĒROJAMO ZVAIGŽŅU SPEKTRI

Apstrādājot Latvijas Valsts universitātes laika dienesta 1968.-1970.gadu novērojumus, konstatēta neliela momentu registrācijas atkarība no novērojamo zvaigžņu spektrālās klases.

S u m m a r y

L. R o z e

PHOTOELECTRIC REGISTRATION OF STAR TRANSITS
AND SPECTRA OF OBSERVED STARS

A small dependence of the lag of photoelectric registration of star transit on stars spectra has been stated researching the observation of Latvian State University time service during the years 1968-1970.

М. К. А б е л е

АВТОМАТИЗАЦИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ НА
ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ОТРАЖАТЕЛЬНОМ ЗЕНИТНОМ
ТЕЛЕСКОПЕ

§1. В в е д е н и е

В 1969 г. в Астрономической обсерватории Латвийского государственного университета был установлен инструмент нового типа — фотозлектрический отражательный зенитный телескоп для наблюдений звезд при равных высотах. Конструкция телескопа и предварительные результаты наблюдений опубликованы в [1]. В 1970 г. телескоп усовершенствовали — была изготовлена и введена в эксплуатацию система автоматического управления и записи результатов наблюдений. В настоящее время на телескопе ведутся регулярные наблюдения.

§2. С и с т е м а а в т о м а т и ч е с к о г о
у п р а в л е н и я т е л е с к о п о м

Для определения поправки часов и изменений широты на фотозлектрическом зенитном телескопе каждая звезда программы должна наблюдаться до и после кульминации. Азимут инструмента должен устанавливаться в зависимости от склонения звезды. Процесс наблюдения одной звезды содержит следующие операции:

1. Поворот инструмента на заданный азимут.
2. Подключение счетчиков фотонов к усилителю фототока и коммутация их во время перемещения изображения звезды по визирной решетке.

3. Отклонение счетчиков фотонов после прохождения звезды.

4. Снятие и запись показаний счетчиков.

Изготовленная нами система автоматического управления выполняет эти операции по командам, записанным вдвоично кодированном виде на перфокартах, и показания счетчиков перфорирует на перфокартах.

Функциональная схема автоматического управления приведена на рис. I. На строчках перфокарты ПК записаны команды управления телескопа. Перфокарта перемещается вдоль строчек при помощи электродвигателя М1. Перфокарта читается контактными счетками К1, К2, ..., К32. В первой строчке перфокарты всегда записана команда поворота. В колоннах, читаемых счетками К16-К32, записан азимут поворота телескопа. Контактная счетка К1 через отверстие перфокарты касается корпуса и релейный блок У1 включает двигатель поворота телескопа М2. Телескоп Т начинает вращаться вокруг вертикальной оси. Одновременно вращаются диски с прорезями Д1 и Д2. Свет от лампочки накаливания ЛН проходит через прорези дисков и попадает на фотодиоды ФД1 и ФД2. На фотодиод ФД1 свет попадает через каждую I' поворота телескопа, а на ФД2 через I° поворота. Ток от фотодиода ФД2 на триггерную схему Т1 проходит через контакты КК1, которые замкнуты при азимуте $A = 0$. В этот момент триггер Т1 меняет свое состояние и отпирает схему совпадения И2, пропускающую импульсы тока от фотодиода ФД1 на вход счетчика импульсов СЧ1. К счетчику подключен блок совпадения И1. К блоку совпадения подключены контактные счетки К16-К32. Число подсчитанных импульсов равно повороту телескопа по азимуту, выраженному в минутах дуги. Когда число подсчитанных импульсов равно записанному числу на перфокарте, блок совпадений вырабатывает импульс, который переводит триггер Т1 в исходное состояние. Релейное устройство У1 отключает электромагнитную муфту ЭМ1 и двигатель М2. Телескоп останавливается в положении с заданным азимутом. Релейный блок У2 включает двигатель М1, который переводит перфокарту на следующую строчку.

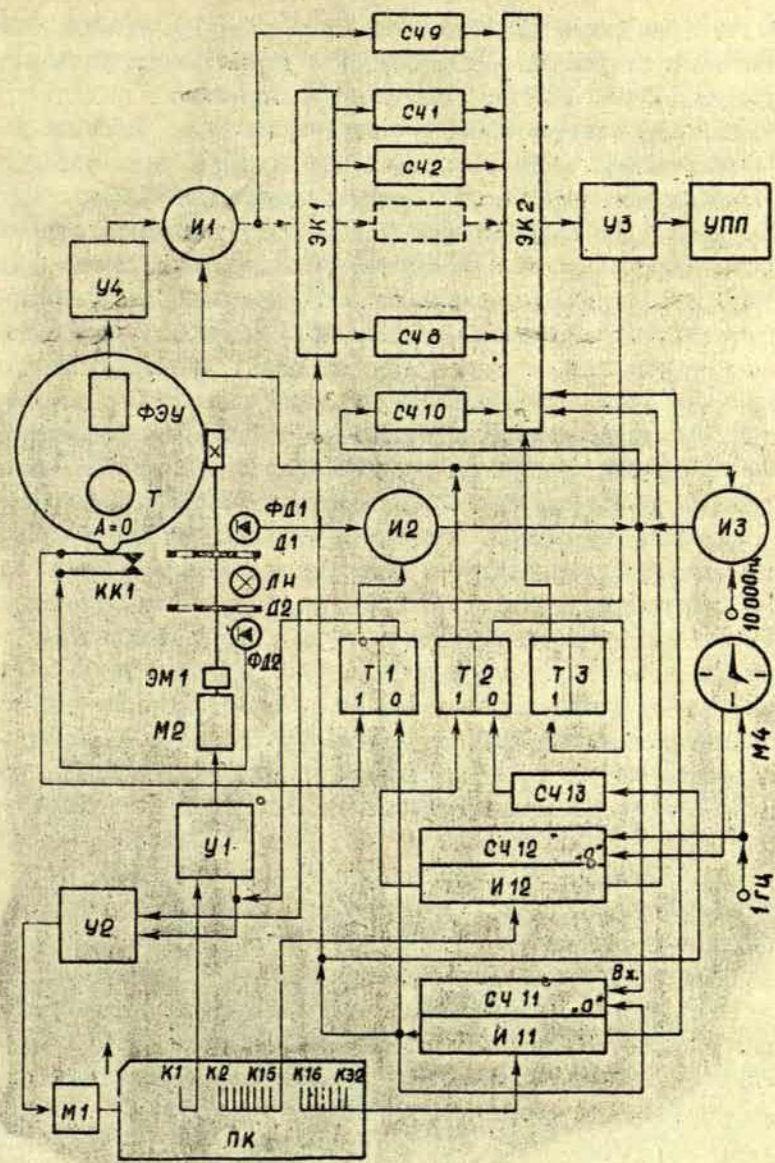


Рис. 1

В следующей строчке перфокарты записана команда подключения счетчиков и их коммутация с заданным периодом. Контакт К1 не замкнут. Контактными счетками К2-К15 читается момент начала счета в секундах времени. Счетками К16-К32 в этом случае читается интервал коммутации в десяти тысячных долях секунды. Контакты К2-К15 подключены к блоку совпадения И12, который сравнивает показание счетчика СЧ12 с числом, записанным на перфокарте. На вход счетчика подаются секундные импульсы от кварцевых часов. В нулевой секунде каждого часа импульсом от механических часов М4 счетчик устанавливается в нулевом положении. В момент, когда число подсчитанных секунд равно записанному на перфокарте, импульс от блока совпадения И12 меняет состояние триггера Т2. Устройства совпадений И1 и И3 начинают пропускать импульсы. На вход счетчиков СЧ10 и СЧ11 поступают импульсы от кварцевых часов с частотой 10000 гц. Блок совпадения И11 вырабатывает импульс, когда число подсчитанных импульсов равно интервалу коммутации. Импульс воздействует на электронный коммутатор ЭК1, который последовательно переключает счетчики СЧ1, СЧ2, ..., СЧ8. В момент переключения счетчиков счетчик СЧ11 устанавливается в нулевом положении. На вход счетчиков СЧ1, СЧ2, ..., СЧ8 поступают усиленные импульсы от фотозлектронного умножителя ФЭУ, работающего в режиме счета фотонов. Одновременно импульсы считает контрольный счетчик СЧ9. Счетчик СЧ13 считает импульсы с выхода СЧ12, и после 256 импульса Т2 возвращается в исходное состояние. Т3 меняет свое положение. Счет импульсов прекращается. Это соответствует 32 периодам изменения фототока при прохождении звезды по визирной решетке. Триггер Т3 включает выходной коммутатор ЭК2, который через согласующий усилитель У3 последовательно подключает счетчики к перфоратору УПП, который показания счетчиков перфорирует на перфокарты. В первых двух строчках перфорируются прочитанные с перфокарт управления момент начала счета и интервал коммутации. В третьей строчке перфорируется контрольная сумма времени накопления "К" со счетчика СЧ10, в четвертой - контрольная сумма подсчитанных импульсов

сов с фотоумножителя "И", подсчитанная счетчиком СЧ9. В 5-12 строчках перфокарты перфорируются показания счетчиков N_i с СЧ1, СЧ2, ..., СЧ8. Таким образом результаты наблюдения одной звезды занимают полную перфокарту. После перфорации результатов включается двигатель М1 и карта переводится на следующую строчку. Если подсчитанная строчка является последней, то мотором М1 перфокарта выдвигается из читающего устройства и вдвигается новая. Наблюдение одной звезды на перфокарте управления занимает 2 строчки. На одной перфокарте могут быть записаны данные наблюдений 3 звезд до и после кульминации.

Система автоматического управления содержит 1250 полупроводниковых приборов и оформлена в виде стойки с размерами 860 мм x 250 мм x 1920 мм. Пересчетные схемы изготовлены в виде блоков с печатными платами, которые взаимозаменяемы. Любой блок хорошо доступен для ремонта. Несмотря на большое количество электронных приборов система автоматического управления телескопа показала хорошую надежность в эксплуатации.

§3. Звезды программы наблюдений

Полный цикл наблюдений одной звезды при зенитном расстоянии $1^{\circ}45'$ в зависимости от склонения звезды составляет 20-27 минут, если звезды выбираются в зенитной зоне шириной $2^{\circ}30'$. Поворот телескопа занимает 3-5 минут по азимуту. Из этого следует, что максимальное число звезд программы не может быть больше 48. Учитывая неравномерное распределение звезд на небесной сфере, фактическое число звезд будет меньше. Нам удалось выбрать 32 звезды, сравнительно равномерно распределенных по прямому восхождению и склонению. 18 звезд имеют координаты в каталоге FK4, 19 - в Пулковском каталоге Н.Н.Павлова, а остальные только в каталоге Босса GC.

В таблице I приведены данные звезд программы фотоэлектрического зенитного телескопа.

Таблица I

№ пп	№ G C	№ F K4	№ Па	m q	Sp	α 1950	δ 1950
I	792	2I		2,5 ^m	K0	0 ⁿ 37,7 ^m	56° 16'
2	I594			5,2	F5	I 16,9	57 58
3	2549		56	5,9	A2	2 05, I	58 II
4	3390	99		4,0	K0	2 47,0	55 4I
5	4668	II05		5,8	A0	3 49,6	57 50
6	58II	I75		5,4	A2	4 43,8	56 40
7	6578			5,2	A0	5 19,2	57 30
8	7404	II57		4,9	A2	5 50,6	55 42
9	859I			5,8	A0	6 33,4	56 54
IO	IO279			6,2	K0	7 36,7	57 12
II	II338			5,9	F2	8 16,4	57 54
I2	I2'48			5,5	K5	9 12, I	56 57
I3	I3442		274	5,4	Ma	9 43,0	57 22
I4	I4427	934		4,8	F5	IO 27,4	56 14
I5	I5I45	416		2,4	A0	IO 58,8	56 39
I6	I6020			6, I	A0	II 37,7	58 15
I7	I6736	456		3,4	A2	I2 13,0	57 19
I8	I7518	483		I,7	A0	I2 51,8	56 14
I9	I8496			6, I	A2	I3 38,5	57 28
20	I9666			6,2	F5	I4 32,8	57 17
21	2040I			7,2	F8	I5 08, I	57 18
22	2I345			5,9	K0	I5 51, I	55 58
23	22584	627		4,9	F0	I6 44,3	56 52
24	24364	67I		3,9	K0	I7 52,6	56 53
25	25362		529	5,0	F8	I8 31,7	57 00
26	26864	I507		6,5	B8	I9 24,9	57 56
27	28I08	758		4,3	A3	20 12,2	56 25
28	28956	782		4,6	G0	20 44, I	57 24
29	30322	8I3		6,0	O5	2I 37,4	57 16
30	3IO44	836		3,6	K0	22 09, I	57 57
3I	32329	875		5,6	K2	23 10,9	56 54
32	33I60	899		5,0	F8	23 51,9	57 13

§4. Исследования регистрирующего устройства

Регистрирующее устройство исследовалось при помощи искусственного источника света, периодически меняющего световой поток [2]. Источник света представляет собой диафрагму, площадь которой периодически меняется заслонкой и тем самым меняется световой поток, проходящий через диафрагму. При помощи линзовой системы световой поток направляется на набор диафрагм, которые скачкообразно меняют световой поток. Во время исследований световой поток, через диафрагмы, направлялся в регистрирующее устройство зенитного телескопа. Всего имеется набор из 9 диафрагм, площади которых уменьшаются последовательно в отношении 1:2,5. Световой поток через соседние диафрагмы отличается на одну звездную величину. Изменением накала ламп, освещающих диафрагмы, световой поток искусственного источника света приравнялся световому потоку от звезд. Период изменения светового потока равен 1 сек., отклонения от синусоиды не превышали 0,4% от амплитудального значения. Всего было сделано 6 серий экспериментов с имеющимися диафрагмами. Счетчики накапливали импульсы в течение 32 периодов изменения фототока. По формулам (60) и (61) [1] определялась фаза изменения фототока. По моментам замыкания контактов на искусственном источнике света определялся момент максимума фототока t_* . Разность зарегистрированного момента t и фактического t_* характеризует точность работы регистрирующего устройства. На рис. 2 зависимость $t - t_*$ от яркости искусственной звезды MG показана графически. Вертикальными черточками среднее квадратическое отклонение среднего из 6 определений. Результаты показывают практическое отсутствие уравнения яркости и запаздывания регистрирующего устройства, работающего по принципу счета фотонов. На рис. 3 показана зависимость среднее квадратическое отклонение одного определения от яркости искусственной звезды. Черными точками отложена величина ошибки, найденная по сходимости 6 серий определений, кружочками - определенная по отклонению регистри-

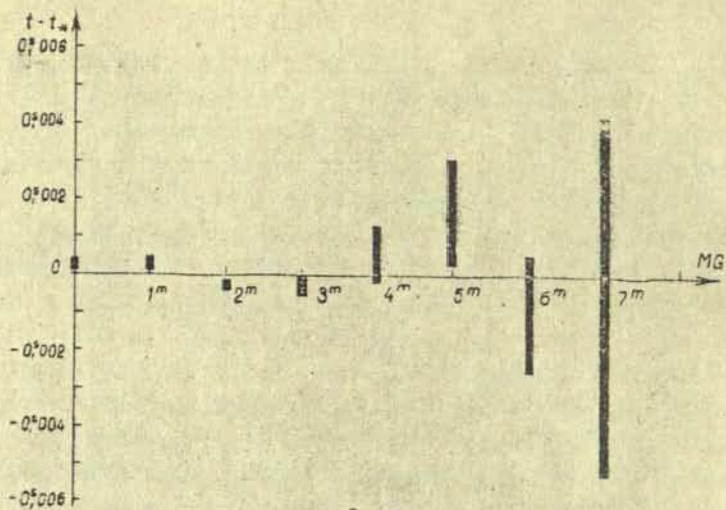


Рис. 2

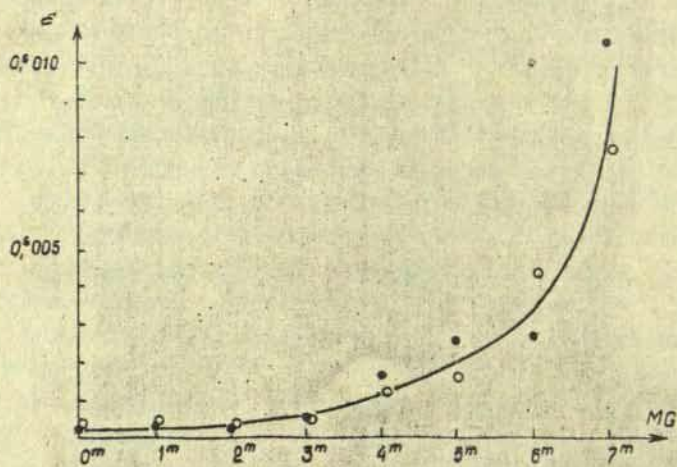


Рис. 3

рованных импульсов от синусоидальной кривой. Между обоими определениями имеется хорошая корреляция. Измерения были проведены при периоде изменения светового потока 1 сек., период изменения светового потока при наблюдении звезд равен $2,9 - 4,2$ и следовательно, ошибка при регистрации реальных звезд должна быть в среднем 3,5 раза больше.

§5. Подготовка данных для наблюдений на фотозвлек-трическом зенитном телескопе

Для подготовки данных для наблюдений были использованы формулы (87)-(101) из [1]. По этим формулам вычислялся азимут поворота телескопа до кульминации $A_{\text{вост}}$, после кульминации $A_{\text{зап}}$, моменты начала счета $t_{\text{нач}}$ и $t_{\text{нач}}$ и интервал коммутации τ' . Азимут переводился в единицах минуты дуги и перфорировался в первой строчке перфокарты. В этой строчке перфорировалась дата и команда вращения телескопа. Во второй строчке перфокарты размещался номер звезды, час, в котором наблюдается, число секунд, начала накопления и интервал коммутации счетчиков. Перфокарты управления изготавливаются машиной БЭСМ-4.

§6. Производство наблюдений

Перед наблюдениями проветривался павильон примерно в течение 30 минут. Очищалась поверхность ртутного горизонта. В приемный магазин ставились перфокарты управления. Включалось питание. Телескоп поворачивался автоматически на заданный азимут. В заданной секунде началось накопление импульсов счетчиками и после накопления показания счетчиков перфорировались. В итоге данные наблюдений получались на перфокартах.

§7. Обработка результатов наблюдений и выводы

Обработка результатов наблюдений производилась на электронной вычислительной машине БЭСМ-4. В память машины вводились перфокарты управления телескопа и результатов наблюдений. Для тех звезд, которые наблюдались, вычислялись видимые места и моменты времени пересечения с кругом с равной высотой. По формулам (60) и (61) [1] вычислялись моменты времени пересечения со средней щелью по данным наблюдений. Образовалась средняя разность между теоретическими и практическими моментами пересечений до и после кульминации каждой звезды. Для каждой ночи образовывалась поправка часов как среднее весовое. Вес наблюдений звезды, координаты которой имеются в каталоге Н.Н.Павлова принялся равным 1, вес звезд, координаты которых имеются в ГС принялся 0,1. Результаты наблюдений приведены в таблице 2. Время дано в системе радиостанции РАТ. Ошибка оценилась по дисперсии отдельных поправок звезд.

Результаты наблюдений показывают сравнительно большой разброс величин поправок и разные значения ошибок, оцененных по внутренней сходимости отдельных поправок за ночь. Величина внутренней ошибки колеблется в пределах от $0,^s 006$ до $0,^s 079$. Имеется другая возможность оценить внутреннюю ошибку регистрации — по отклонению точек на кривой изменения числа импульсов от синусоидальной кривой, как это было сделано в случае с искусственным источником света. На рис.4 показана зависимость среднеквадратической ошибки регистрации от яркости звезды. Точками представлена величина ошибки, найденная по отклонению поправки, вычисленной по одной звезде от средней поправки за ночь. Кружочками представлена среднеквадратическая ошибка, вычисленная по отклонению точек от синусоиды. В отличие от кривой, полученной с искусственным источником счета, в случае наблюдения звезд ошибка, оцененная по

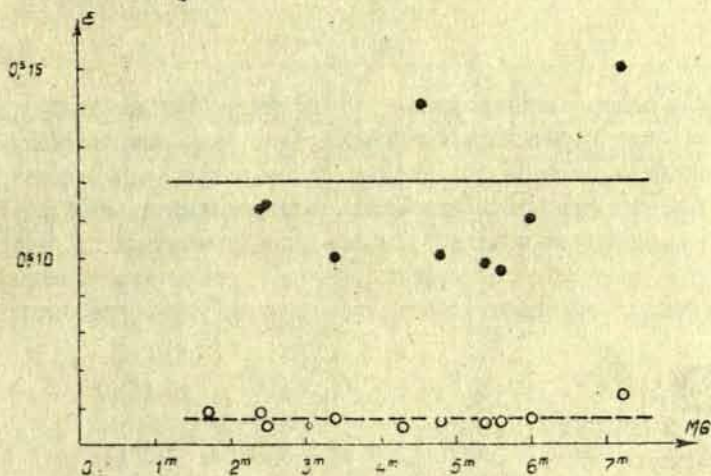


Рис 4

сходимости звезд внутри поправки значительно больше ошибки, оцененной по кривой изменения фототока. Это значит, что большие ошибки вызваны не регистрирующим устройством, а имеются большие случайные ошибки геометрического характера. Отклонения поправок отдельных звезд иногда достигает $0^{\text{с}},2$. В масштабе инструмента это соответствует расстоянию $0,07$ мм. Точность изготовления визирной решетки на два порядка выше, термические эффекты не могут вызвать такие изменения расстояний в фокусе телескопа. Вероятный источник ошибок в этом случае — ртутный горизонт. Характерно, что когда 7 октября и 2 февраля была добавлена свежая ртуть, в последующие ночи ошибка поправки уменьшалась.

Таблица 2

Ср. момент поправки	К-во звезд	Поправка	Ошибка
7,8 окт. 1970 г.	5	-0,001	±0,006
8,8 " "	4	-0,058	0,052
11,9 " "	2	0,022	0,013
12,8 " "	6	0,049	0,008
13,8 " "	2	-0,049	0,061
15,8 " "	2	-0,008	0,014
20,8 " "	4	0,007	0,012
27,8 " "	2	0,001	0,079
13,8 янв. 1971 г.	3	-0,052	0,034
22,7 " "	8	0,038	0,015
5,8 февр. "	17	-0,003	0,007
6,9 март "	14	0,018	0,013
8,9 " "	9	0,019	0,036
10,9 " "	10	-0,003	0,011
12,1 " "	9	0,067	0,038
12,9 " "	7	-0,033	0,041
24,9 " "	10	0,002	0,010
28,9 " "	4	0,019	0,040
29,9 " "	4	-0,002	0,007
1,0 апр. "	11	0,010	0,020
1,8 " "	5	-0,035	0,015
2,9 " "	5	-0,009	0,009
6,9 " "	9	-0,022	0,025
7,8 " "	4	-0,029	0,037
12,8 " "	5	0,018	0,037
18,9 " "	4	0,067	0,051
21,9 " "	8	0,013	0,013
22,9 " "	7	-0,042	0,021
27,8 " "	5	-0,001	0,011
28,9 " "	4	0,017	0,014

В ы в о д и

Система автоматического управления телескопом работает достаточно надежно, обеспечиваются систематические наблюдения без присутствия наблюдателя. Обработка результатов не требует дополнительных измерений и непосредственно выполняется вычислительной машиной. Анализ результатов наблюдений показывает, что необходимо заменить чашу ртутного горизонта, что должно привести к увеличению точности.

Л и т е р а т у р а

1. М.К.Абеле. Уч. зап. Латв. гос. унив., том I2I, вып. 4, стр. 49, 1969.
2. М.К.Абеле и А.Ю.Рубанс. Уч. зап. Латв. гос. унив., том I2I, вып. 4, стр. 106, 1969.

K o p s a v i l k u m s

M. Ā b e l e

AUTOMATIZĀCIJA UN NOVĒROJUMU REZULTĀTI
FOTOLEKTRISKAJAM ZENITTĀLSKATAM

Aprakstītā fotoelektriskā zenittālskata automātiskās vadības sistēmas blokshēma, kas nodrošina nepieciešamās informācijas ievadišanu, iekārtas iestādīšanu un palaišanu pirms zvaigznes novērošanas, novērojumu rezultātu automatisku pierakstu uz perfokartēm.

Praktisku novērojumu un eksperimentu analīze liecina, par neprecizitātes ārējiem cēloņiem, nepieciešams uzlabot dzīvsudraba līmeņa kvalitāti.

S u m m a r y

M. Ā b e l e

AUTOMATIC AND OBSERVATIONS OF PHOTOELECTRIC
ZENITH TUBE

The automatic driving systems of photoelectric zenith tube is discussed. Observations are made automatically without presence of observer.

The analysis of observations and experiments show that quality of mercury level must be improved for obtain required accuracy.

Л. К. Лауцениекс

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ МИНИМАЛЬНОГО
РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ОРБИТАМИ

В исследовании движений комет все более привлекаются точный учет возмущений, в том числе со стороны малых планет. Так как малых планет много, то сближение кометы с какой-то малой планетой представляется вероятным. Интересна также проблема соударений кометы с малой планетой. В связи с этим появилась необходимость оценить минимальные расстояния между орбитами кометы и малой планеты, так как эта величина входит как параметр при оценке возмущений, а также при оценке вероятности соударений кометы с какой-то из малых планет или микропланет.

Проблемой определения минимальных расстояний начали заниматься уже в прошлом веке [1] и продолжают теперь [2, 3].

В настоящей статье мы предлагаем один из методов определения минимального расстояния между двумя известными эллиптическими орбитами, в частности между орбитами кометы и малой планеты.

Пусть для малой планеты и кометы даны элементы, т.е. долгота восходящего узла, i — наклонность, ω — угловое расстояние перигея, φ — угол эксцентриситета, a — большая полуось в экваториальной системе координат. Для кометы Даниэля и малой планеты 1942 ЕС мы имеем соответственно: 70° ; 20° ; 7° ; 35° ; $3,6$ а.е.; $175^\circ, 298$; $25^\circ, 059$; $286^\circ, 920$; $7^\circ, 108$; $1,8776$ а.е. Прямоугольные экваториальные координаты по данным элементам вычисляются с помощью формул [4]

$$\begin{aligned} x &= \alpha P_x (\cos E - e) + \alpha \sqrt{1 - e^2} Q_x \sin E, \\ y &= \alpha P_y (\cos E - e) + \alpha \sqrt{1 - e^2} Q_y \sin E, \\ z &= \alpha P_z (\cos E - e) + \alpha \sqrt{1 - e^2} Q_z \sin E, \end{aligned} \quad (I)$$

где P_x, P_y, P_z и Q_x, Q_y, Q_z направляющие косинусы орбитальных осей координат, они являются функциями ϖ, ω, i . Угол E — эксцентрическая аномалия, которую в нашей задаче будем считать как независимую переменную. Расстояние R между точками на орбитах вычисляется по формуле

$$R = \sqrt{(x_k - x_p)^2 + (y_k - y_p)^2 + (z_k - z_p)^2}, \quad (2)$$

где x_k, y_k, z_k и x_p, y_p, z_p прямоугольные экваториальные координаты кометы и малой планеты соответственно.

Таким образом, поставленная нами задача, сводится к минимизации функции

$$R = R(E_k, E_p), \quad (3)$$

которая, как это видно из формул (I) — (2), зависит от двух переменных E_k и E_p , эксцентрических аномалий кометы и малой планеты соответственно.

Для минимизации функции двух переменных (3) можно применять любой из известных методов минимизации. Мы выбрали метод оврага, так как он оказался более эффективным в случаях, когда спуск к минимуму происходит с одинаковыми длинами шагов по обеим координатам, в том числе по дну оврага.

Для проверки применимости вышеописанного метода, мы выбрали пример определения минимального расстояния между кометой Даниэля и малой планетой 1942 BC. Заметим, что функция (3) вообще имеет несколько локальных минимумов, если выбрать начальные значения E_k и E_p произвольно в области $(0, 2\pi)$. Но минимальное расстояние между орбитами

находится вблизи линии узлов [3], поэтому и начальные значения E_k , E_p следует выбрать вблизи линии узлов.

Для выбранного примера мы получили, что $R_{\min} = 0.0012936$ а.е., что вполне согласуется с результатом, полученным в работе [3].

Из этого мы делаем заключение, что, предварительно подсчитав приближенные значения эксцентрических аномалий, выше упомянутый метод определения минимальных расстояний между орбитами вполне применим.

Л и т е р а т у р а

1. A. Galle. Zur Berechnung der Proximitäten von Asteroiden-Bahnen. Inaugural Dissertation, Breslau, 1883.
2. И.П. Лазович. Определение кратчайшего расстояния между орбитами астероидов с малым взаимным наклоном. Бюлл. ИТА, т. II, № I /I24/, 1967.
3. К.А. Штейнс, И.Э. Залькалне. Определение минимальных расстояний между орбитами кометы и астероидов. Уч. записки Латв. гос. унив., т. 137, вып. 5, 1970.
4. М.Ф. Субботин. Введение в теоретическую астрономию, Изд. "Наука", Москва, 1968.

K o p s a v i l k u m s

L . L a u c e n i e k s

PAR ORBĪTU SAVSTARPEJĀ MINIMĀLĀ ATTĀLUMA NOTEIKŠANU

Attālums starp punktiem uz orbītām tiek izteikts kā funkcija no orbītas elementiem. Minimālā attāluma noteikšana starp orbītām reducēts uz šīs funkcijas absolūtā minimuma atriešanu pēc ekscentriskajām anomālijām.

S u m m a r y

L . L a u t s e n i e k s

ABOUT DETERMINATION OF MINIMAL DISTANCE BETWEEN
ORBITS

The distance between points on the orbits is expressed as a function of orbital elements. Determination of minimal distance between orbits is considered as a problem of minimization of some quality function of eccentric anomalies.

И. Э. З а л ь к а л н е

К ВОПРОСУ ОБ ИРРЕГУЛЯРНЫХ СИЛАХ В ДВИЖЕНИИ
КОМЕТ

Иррегулярными силами в движении комет мы называем следующие силы: 1) силы вследствие выделения газа из ядра комет, т.е. реактивные силы; 2) силы притяжения со стороны малых планет в случае тесных сближений с кометой; 3) импульсы, возникающие при истечении газа в случае столкновения с микропланетами. Изменения в орбите кометы из-за выделения газа из ядра комет, т.е. изменения вследствие так называемых негравитационных сил, исследовались в основном Б.Марсденом [1-3] и З.Секаниной [4,5], сравнивая результаты теоретических подсчетов с наблюдениями. Нами был разработан [6] приближенный метод для определения влияния негравитационных сил на величину минимального расстояния между орбитами кометы и Юпитера. По минимальному расстоянию можно установить, происходил или не происходил захват данной кометы. Нами установлено, что притяжение со стороны малых планет практически не влияет на движение комет. Это объясняется, во-первых тем, что значительная часть сферы притяжения лежит внутри малой планеты и, во-вторых, тем, что изменения являются как положительными, так и отрицательными величинами. Что касается соударений, то наши исследования показали, что в каждом обороте комета имеет возможность встретиться с микропланетой, у которой радиус около 1 м. Из 60 короткопериодических комет за 100 оборотов одна из них может встретить микропланету с массой 10 000 т и радиусом 10 м.

Вышеупомянутые результаты получены, исследуя микроструктуру минимальных расстояний и их изменения в зависимости от влияния негравитационных сил, а также частоту соударений кометы с малыми планетами. В настоящей статье исследуются некоторые вопросы, необходимые для обоснования вышеупомянутых результатов.

§1. Существенным признаком возможности захвата или извержения является достаточно малое расстояние между кометой и Юпитером. Чтобы можно было считать, что комета произошла вследствие извержения, минимальное расстояние между орбитами должно быть меньше 0.0005 а.е. Определим минимальное расстояние, необходимое для захвата. При захвате долгопериодических комет ($\alpha^{-1} \approx 0$) обратная величина большой полуоси орбиты изменяется от нуля примерно до 0,2-0,3 а.е.⁻¹. Для комет семейства Юпитера $\alpha = 3,6$. Соответствующие изменения могут быть оценены согласно формуле Х.А.Ньютона

$$\Delta \frac{1}{\alpha} = \frac{4m}{S} \frac{A \cos \Theta - h \sin^2 \Theta}{A^2 + d^2 + h^2 \sin^2 \Theta},$$

$$S = \frac{U_k}{U_p},$$

где m - масса Ньютона в единицах массы Солнца, A - большая полуось гиперболы в относительном движении кометы вокруг Юпитера, d - минимальное расстояние между орбитами, Θ - угол между относительной скоростью кометы и скоростью Юпитера, h - расстояние, на котором комета находится от точки наибольшего сближения на своей орбите, когда Юпитер находится в точке наибольшего сближения на своей орбите. Если идет речь о возникновении комет семейства Юпитера, то $\Theta = 0$ и, следовательно,

$$\Delta \frac{1}{\alpha} = \frac{4m}{S} \frac{A}{A^2 + d^2}.$$

Так как мы считаем, что Юпитер захватывает параболические кометы, то

$$A = 0,03, \quad S = 0,41.$$

далее $\alpha = 3,6, \quad m = 0,001$, тогда получаем

$$d = \sqrt{\frac{4m A}{\Delta \sqrt{\alpha S}} - A^2} = 0,01.$$

Следовательно, чтобы получился захват, значение должно быть порядка 0,01 а.е.

§2. В нашей работе [7] предложены два метода для определения минимальных расстояний между орбитами. В обоих методах в окрестности линии пересечения орбит координаты тел x_i, y_i, z_i ($i=1,2$) разлагаются в ряды по степеням приращений истинной аномалии $\Delta \psi_i$, т. е.

$$x_1 = x_1^{(0)} + \left(\frac{dr_1}{du_1} \cos u_1^{(0)} - r_1^{(0)} \sin u_1^{(0)} \right) \Delta \psi_1 - \frac{1}{2} \frac{(r_1^{(0)})^2}{p_1} \frac{x_1^{(0)}}{r_1^{(0)}} (\Delta \psi_1)^2,$$

$$y_1 = \left(\frac{dr_1}{du_1} \sin u_1^{(0)} \cos I + r_1^{(0)} \cos u_1^{(0)} \cos I \right) \Delta \psi_1, \quad (I)$$

$$z_1 = \left(\frac{dr_1}{du_1} \sin u_1^{(0)} \sin I + r_1^{(0)} \cos u_1^{(0)} \sin I \right) \Delta \psi_1,$$

где $u_i = \omega_i + \psi_i$, ω_i - долгота перигелия, I - взаимная наклонность, p_i - параметр конического сечения, r_i - радиус-вектор, а индекс "(0)" указывает, что за начальное положение считаем точку $u_1^{(0)}, u_2^{(0)} = 0$; π . Имея ввиду планету Юпитер и комету семейства Юпитера, можно считать $u_1^{(0)} = u_2^{(0)} = \pi$ и $dr_1/du_1 = 0$. Следовательно,

$$x_1 = x_1^{(0)} - \frac{1}{2} \frac{(r_1^{(0)})^2}{p_1} \frac{x_1^{(0)}}{r_1^{(0)}} (\Delta \psi_1)^2 \quad (2)$$

$$y_1 = -r_1^{(0)} \cos I \Delta \psi_1,$$

$$z_1 = -r_1^{(0)} \sin I \Delta \psi_1.$$

Для кометы $(l=0, \frac{dr_2}{du_2} \neq 0)$ имеем

$$\begin{aligned} x_2 &= x_2^{(0)} - \frac{dr_2}{du_2} \Delta u_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{r_2^{(0)}}{p_2} \right)^2, \\ y_2 &= -r_2^{(0)} \Delta u_2, \\ z_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

при тех же обозначениях с индексом "2".

Метод касательных отличается от рассмотренного нами второго метода учетом в выражении для d^2 малых величин разных порядков. В методе касательных для расстояния d ,

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 \quad (4)$$

в выражениях в скобках учитываются только линейные члены относительно Δu_1 и Δu_2 , а во втором методе в d^2 учитывались все члены второго порядка относительно Δu_1 и Δu_2 после исполнения указанных действий, т.е.

$$\begin{aligned} d^2 &= (x_1^{(0)} - x_2^{(0)})^2 + 2(x_1^{(0)} - x_2^{(0)}) \frac{dr_2}{du_2} \Delta u_2 - (x_1^{(0)} - x_2^{(0)}) \left[\frac{(r_2^{(0)})^2}{p_2} - \right. \\ &- \left. \frac{(r_2^{(0)})^2}{p_1} \cos^2 l \right] (\Delta u_2)^2 + (r_1^{(0)} \sin l \cos l)^2 (\Delta u_2)^2 + \\ &+ \left(\frac{dr_2}{du_2} \right)^2 (\Delta u_2)^2 + (r_2^{(0)} - r_1^{(0)} \cos^2 l)^2 (\Delta u_2)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

При выводе выражения d^2 учитывалось, что

$$\Delta u_1 = \Delta u_2 \cos l$$

Из выражения (5) видно, что во втором методе для d^2 имеются члены, которые в методе касательных отсутствуют. Таким образом можно прийти к заключению, что второй метод более эффективен, чем метод касательных. Однако это не так. В действительности определение минимальных расстояний необходимо для изучения структуры системы дуг орбит вблизи орбиты кометы, причем идет речь о весьма малых

расстояниях, так как исследуются проблемы о соударении и возмущениях орбиты кометы со стороны астероидов. Следовательно $d_0 = d_{\min}$ есть малая величина. Если взаимная наклонность плоскостей орбит достаточно велика, то первое приближение является достаточно хорошим и следует считать, что $x_1^{(0)} - x_2^{(0)}$ есть малая величина первого порядка и следовательно в выражении (5) имеются не только малые члены второго, но также имеются некоторые члены третьего порядка. Итак, если определяются достаточно малые минимальные расстояния, то метод касательных учитывает все малые члены второго порядка и метод должен давать хорошие результаты. Нами [8] ставилась проблема нахождения минимальных расстояний $d_{\min} \leq 0,2$ а.е., поэтому метод касательных оказался достаточно эффективным. Проверим наши соображения на конкретном примере определения минимальных расстояний между орбитами периодической кометы Даниэля и астероидов. Величина d_{\min} определялась по формуле, которая получена, минимизируя d :

$$d_{\min} = \pm (x_1^{(0)} - x_2^{(0)}) \sqrt{1 - \frac{1}{8} \left[\frac{a_2 (1 - e_2) e_2 \sin \omega_2}{(1 + e_2 \cos \omega_2)^2} \right]^2}, \quad (6)$$

где

$$S = \left[\frac{a_2 (1 - e_2) e_2 \sin \omega_2}{(1 + e_2 \cos \omega_2)^2} \right]^2 + (r_2^{(0)} - r_1^{(0)} \cos^2 I)^2 + (r_1^{(0)} \sin I \cos I)^2 - (x_1^{(0)} - x_2^{(0)}) \left[\frac{(r_2^{(0)})^2}{p_2} - \frac{(r_1^{(0)})^2}{p_1} \cos^2 I \right].$$

Для кометы Даниэля и астероидов $a_2 = 3,6$, $e_2 = 0,57$,

$$x_1^{(0)} - x_2^{(0)} = 0,2; \quad r_2^{(0)} = r_1^{(0)} = 3, \quad I \geq 10^\circ; \quad p_1 = r_1; \quad p_2 = 2,4; \quad \omega_2 = 110^\circ$$

Следовательно, наибольшим членом является первый - он равен примерно 4. В методе касательных неучтенный член примерно в тридцать раз меньше. Однако, если $\sin \omega_2 = 0$, то не учитывать этот член никак нельзя. Но при $\omega_2 \approx 0$

с большой точностью $\sigma = \pm (x_1^{(a)} - x_2^{(a)})$. Следует отметить, что чем меньше, тем более эффективным является метод касательных. Следовательно, нет сомнения, что статистические данные, полученные в нашей работы, правильны.

Л и т е р а т у р а

1. B.G.Marsden. A.J. vol. 74, No 5, 720, 1969.
2. B.G.Marsden. A.J. vol. 75, No 1, 75, 1970.
3. B.G.Marsden. A.J. vol. 73, No 5, 367, 1968.
4. Z.Sekanina. Bull. of the Astr.Inst. of Czechoslov. vol. 19, No 6, 343, 1968.
5. Z.Sekanina. Bull. of the Astr.Inst. of Czechoslov. vol. 19, No 6, 351, 1968.
6. К.А.Штейнс и И.Э.Залькалне. Уч.зап.Латв.гос.унив., т.137, вып.5, 3, 1970.
7. К.А.Штейнс и И.Э.Залькалне. Уч.зап.Латв.гос.унив., т.137, вып.5, 74, 1970.
8. К.А.Штейнс и И.Э.Залькалне. Уч.зап.Латв.гос.унив., т.137, вып.5, 60, 1970.

Kopsavilkums

I. Zaļkalne

JAUTĀJUMĀ PAR IRREGULĀRIEM SPĒKIEM KOMĒTU KUSTĪBĀ

Komētu kustības izmaiņas ir iespējamas, ja tā tuvojas kādam citam ķermenim. Tāda iespēja pastāv, ja ir mazs attālums starp orbitām. Parādīts, ka pieskeru metode minimālo attālumu aprēķināšanai starp orbitām ir pietiekoši precīza.

Summary

I. Zaļkalne

ABOUT IRREGULAR FORCES IN COMETARY MOTION

Changes of cometary motion can occur if a comet approaches another body. Such probability exists if the distance between orbits is small.

It is shown that the method of tangents for determining minimal distances between orbits is sufficiently precise.

Л. К. Лауцениекс

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КРУГОВОЙ ОРБИТЫ ИСЗ
МЕТОДОМ МИНИМИЗАЦИИ

Результаты наблюдения ИСЗ часто содержат неполную информацию, которая ограничивает возможность вычисления всех элементов эллиптической орбиты с необходимой точностью. К таким случаям неполной информации, например, можно отнести неточные наблюдения положения и времени при визуальных наблюдениях, а также случаи, когда имеются только два случайных наблюдения. В этих случаях целесообразно прибегнуть к решению упрощенных задач. Одна из таких задач — определение круговых орбит, так как в этом случае совместно с наблюдениями могут быть использованы соотношения, не требующие значений наблюдаемых величин. Кроме того, круговая орбита определяется более надежно, чем эллиптическая. Достаточно подробно вопрос об определении круговых орбит ИСЗ рассмотрен в работе [1].

В настоящей статье мы рассматриваем вопрос об определении некоторых элементов круговой орбиты, а именно: σ — радиус круговой орбиты, i — наклонность, φ — долготу восходящего узла из оптических наблюдений.

Еще раз отметим, что при определении круговых орбит не требуются наблюдения такой высокой точности, как для определения эллиптических орбит или при улучшении орбит. В этих случаях можно использовать наблюдения, не исправленные за рефракцию, абберацию и другие поправки, а также визуальные наблюдения. Тем самым не требуется дополнительное время для обработки наблюдений, и достигается более быстрое получение результата.

Как исходные данные мы используем следующие величины: α_i - прямые восхождения, δ_i - склонения в топоцентрической системе координат, а также X_i, Y_i, Z_i - геоцентрические прямоугольные экваториальные координаты наблюдательных станций в моменты времени наблюдений t_i ($i = 1, 2, \dots, n$), где $n \geq 2$ - общее число наблюдений.

Геоцентрическое расстояние ИСЗ r_i и расстояние ИСЗ от места наблюдения ρ_i связаны соотношением [2]

$$\rho_i = -C_i + \sqrt{r_i^2 - S_i^2}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} C_i &= \lambda_i X_i + \mu_i Y_i + \nu_i Z_i, \\ R_i^2 &= X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2, \\ S_i^2 &= R_i^2 - C_i^2, \\ \lambda_i &= \cos \delta_i \cos \alpha_i, \\ \mu_i &= \cos \delta_i \sin \alpha_i, \\ \nu_i &= \sin \delta_i \end{aligned} \quad (2)$$

Так как определяемая орбита круговая, то должно выполняться условие

$$r_i = a \quad (3)$$

Геоцентрические прямоугольные экваториальные координаты ИСЗ определяются формулами

$$\begin{aligned} x_i &= \lambda_i r_i + X_i, \\ y_i &= \mu_i r_i + Y_i, \\ z_i &= \nu_i r_i + Z_i \end{aligned} \quad (4)$$

Так как орбита ИСЗ при наших предположениях плоская, то должно удовлетворяться соотношение

$$x_i g + y_i h + z_i = 0 \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} g &= \operatorname{tg} i \sin \varphi, \\ h &= -\operatorname{tg} i \cos \varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

В действительности наблюдаемые α_i , δ_i соответствуют эллиптической орбите и, кроме того, наблюдения включают в себя случайные ошибки. Это значит, что при выборе действительных элементов ИСЗ будет удовлетворяться соотношение

$$x_i g + y_i h + z_i = q_i, \quad (7)$$

где $q_i \neq 0$, причем надо потребовать, чтобы выполнялось условие

$$Q = \sum_{i=1}^n q_i^2 = \min. \quad (8)$$

Поставленная задача, таким образом, сводится к минимизации функции (8), т.е. к нахождению таких значений параметров α , i , φ , при которых значение функции Q , которая зависит от указанных параметров, достигает своего минимального значения в области определения параметров α , i , φ .

Последняя задача, т.е. минимизация функции Q решалась нами с помощью вычислительной машины БЭСМ-2. При минимизации использовалась составленная сотрудниками ВЦ ЛГУ им. П. Стучки стандартная программа минимизации функций многих переменных методом оврага [3].

Полученные результаты мы рассматриваем как промежуточные, т.е. как некоторое приближение к основной задаче, к задаче определения эллиптической орбиты ИСЗ. Если в действительности ИСЗ движется по орбите очень близкой к круговой, то полученные элементы можно использовать для прогнозирования. В последнем случае недостающий элемент u_0 , т.е. положение ИСЗ на орбите в определенный момент времени получается из вычисленных значений x_i , y_i , z_i .

Так как уравнение (5) определяет плоскость, и мы не задаем условий, определяющих направление движения, то, очевидно, получаются элементы, которые определяют как прямое так и обратное движение.

Для прямых движений всегда

$$0 < i_{пр} < \frac{\pi}{2}, \quad (9)$$

$$0 < \varrho_{пр} < 2\pi,$$

но для обратных -

$$\frac{\pi}{2} < i_{обр} < \pi, \quad (10)$$

$$0 < \varrho_{обр} < 2\pi.$$

Переход осуществляется соотношениями

$$i_{пр} = \pi - i_{обр}, \quad (11)$$

$$\varrho_{пр} = \varrho_{обр} \pm \pi.$$

Это означает, что выбор направления или наклонности должен осуществляться дополнительными условиями.

Наши опыты показали, что результат минимизации функции Q по трем параметрам α , i , ϱ зависит вообще от выбора начальных значений параметров, т.е. функция Q имеет несколько локальных минимумов, зависящих, вероятно, от распределения наблюдений.

При фиксированном α , т.е. при минимизации только по параметрам i , ϱ , мы всегда получали единственный минимум. При изменении α от 1 до, например, 4 (радиусов Земли) параметры i , ϱ менялись относительно мало.

В случаях нескольких локальных минимумов, требуются дополнительные наблюдения или дополнительные критерии, чтобы выбрать значения α , i , ϱ близкие к действительным. Один из минимумов получается при $\alpha = 1,0$, но он, очевидно, должен быть отброшен.

В нижеприведенных двух примерах мы определяли приближенные элементы круговых орбит спутника ПАГЕОС. Наблюдения взяты из [4] и приведены в таблице 1. В таблице 2

указаны соответствующие значения прямоугольных координат наблюдательной станции. В таблицах 3, 4 приводятся соответственно данным в таблицах 1, 2 результаты минимизации, которые явно указывают на многоэкстремальность задачи. Истинные элементы α , i , \varOmega на начало дня наблюдения соответственно даны в таблице 5.

Если принять за результат единственный минимум (кроме $\alpha = 1,01$) или наименьший из минимумов, то, как показывают данные в таблицах 3, 4, 5, наклонение i и долгота восходящего узла \varOmega определялись достаточно хорошо. Расхождение в большой полуоси α можно объяснить тем, что, во-первых, наблюдения содержат случайные или даже систематические ошибки, и, во-вторых, орбита ПАГЕОСА имеет достаточно большой эксцентриситет ($e \approx 0,06$) и наблюдения в обоих случаях сделаны на разных участках орбиты, вероятнее всего вблизи апогея.

В заключение отметим, что полученные элементы, при вышеупомянутом критерии выбора, можно считать только как некоторое приближение. Они могут быть успешно использованы как исходные при определении эллиптической орбиты, например, методом указанным в работе [5]. В таблице 6 мы приводим результат определения эллиптической орбиты спутника ПАГЕОС на середину интервала времени наблюдений 10.09.66. Из последней таблицы видно, что согласие достаточно хорошее, если учитывать, что наблюдения не исправлены за некоторые систематические ошибки и, конечно, содержат случайные ошибки.

Таблица I

Дата	Время УТ	α	δ
10. 09. 66.	19 ^h 58 ^m 15 ^s	349° 19' 08".87	33° 47' 04".52
10. 09. 66.	20 02 15	355 15 33.24	48 13 48.99
10. 09. 66.	20 08 15	19 00 42.13	68 39 20.52
10. 09. 66.	20 14 15	90 11 14.13	73 49 23.79
20. 09. 66.	18 38 15	350 34 21.68	24 47 47.87
20. 09. 66.	18 46 15	4 01 03.40	50 51 29.48
20. 09. 66.	18 52 15	34 27 42.99	67 29 01.59
20. 09. 66.	18 58 15	92 11 21.86	68 20 12.72

Таблица 2

X	Y	Z
0.37299770	-0.39966815	0.83453434
0.37993484	-0.39307942	0.83453434
0.39012172	-0.38297123	0.83453434
0.40003976	-0.37259912	0.83453434
0.29634153	-0.45939483	0.83453434
0.31223654	-0.44874297	0.83453434
0.32390784	-0.44039259	0.83453434
0.33535592	-0.43173872	0.83453434

Таблица 3

α	i	ϱ	Q	Примечания
I.0I	I.05I3098	4.4306542	$0.203 \cdot 10^{-5}$	Минимум
I.27	I.5545408	5.6420I75	$0.38I \cdot 10^{-2}$	Максимум
I.88	I.5032533	5.7698298	$0.266 \cdot 10^{-4}$	Минимум

Таблица 4

α	i	ϱ	Q	Примечания
I.0I	I.06I2607	4.3043539	$0.458 \cdot 10^{-5}$	Минимум
I.II	I.4300I05	2.5367273	$0.637 \cdot 10^{-I}$	Максимум
I.I9	I.5440829	2.4I892I3	$0.I43 \cdot 10^{-I}$	Минимум
I.40	I.559544I	5.647I097	$0.737 \cdot 10^0$	Максимум
I.9I	I.493I604	5.7559386	$0.3I4 \cdot 10^{-4}$	Минимум

Таблица 5

Дата	α	i	ϱ
10. 09. 66.	I.6636874	I.5I72828	5.749I965
20. 09. 66.	I.6635044	I.5I75777	5.7269680

Таблица 6

	Исходные	Конечные	Истинные	Разность
σ	1.88	1.6549539	1.6639106	0.0089567
e	0.00	0.0640729	000596652	-0.0044077
i	1.5032533	1.5175091	1.5172443	-0.0002648
ρ	5.7698298	5.7611783	5.7598823	-0.0012960
ω	0.00	3.8095601	3.7833303	-0.0262298
m_0	0.00	3.6095168	3.6559563	0.0464395
u_0	0.00	1.1358916	1.1561013	0.0202097
q	15.079	$0.219 \cdot 10^{-7}$		

Л и т е р а т у р а

1. Р.А.Зейналов. Вычисление круговой орбиты ИСЗ на электронной машине БЭСМ-2; Ч.1, Бюлл.ИТА, т.10, № 8(121), 1966; Ч.2, Бюлл.ИТА, т.11, № 6(129), 1968.
2. Г.М.Баженов. Определение орбиты ИСЗ по трем наблюдениям. Бюлл. ИТА, т.7, № 10(93), 1960.
3. И.П.Гельфанд и др. Метод оврагов в задачах рентгеноструктурного анализа. Изд."Наука", Москва, 1966.
4. Список экваториальных топоцентрических координат спутника "ПАГЕОС". Комиссия по многостороннему сотрудничеству между академиями наук социалистических стран. Астрономический Совет АН СССР, Москва, 1968.
5. Л.К.Лауцениекс. Вычисление первоначальных орбит методами минимизации. Уч.записки ЛГУ им.П.Стучки, т.137, вып.5, 1970.

K o p s a v i l k u m s

L . L a u c e n i e k s

MZP RIŅĶA ORBĪTAS ELEMENTU APREĶINĀŠANA
AR MINIMIZĀCIJAS METODEM

Pamatojoties uz pieņēmumu, ka MZP kustas pa riņķa līniju fiksētā plaknē, izveidota trīs mainīgo funkcija. Līdz ar to riņķa orbītas elementu aprēķināšana no optiskiem novērojumiem, kas izdarīti īsā laika intervālā, reducēta uz šīs funkcijas absolūtā minimuma atrašanos. Dots piemērs metodes ilustrēšanai.

S u m m a r y

L . L a u t s e n i e k s

CIRCULAR ORBIT DETERMINATION OF AES BY METHOD
OF MINIMIZATION

Assuming that the orbit of the AES is circular and it is situated in a fixed plane, a quality function of three variables α , δ , Ω and parameters characterising the observed positions is introduced. Determination of such orbital elements from optical observations, performed during a short time interval, is considered as a problem of minimization of quality function. A numerical example is given for illustrating the method.

УДК 522.98

Устройство и метод регистрации моментов прохождений звезд с учетом выбросов, К.А.Штейнс и М.П.Огриньш. "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г., том 148, вып. 6, 3.

Разработан новый принцип для определения среднего значения моментов прохождения звезд с учетом выбросов случайных процессов. Генератор в моменты экстремальных значений интенсивности принимаемого периодического сигнала дает импульсы отсчета. Среднеквадратичная ошибка приема определяется по соответствующей формуле для выбросов случайных процессов. Обсуждается область применимости метода. Иллюстр. I, библиогр. 4 назв.

УДК 522.98

Влияние дрожания изображения звезд на регистрацию моментов прохождений. Р.К.Калнинь. "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г., том 148, вып.6, 12.

На основе корреляционной функции дрожания звезд согласно теории выбросов случайных процессов определено среднеквадратичное отклонение фотоэлектрически зарегистрированных моментов прохождения звезд. Сравнивая развитую теорию с наблюдениями, показано, что дрожание изображения звезды является основным источником ошибок фотоэлектрической регистрации. Таблиц I, иллюстр. 2, библиогр. II назв.

УДК 522.98

Формула для определения дисперсии моментов прохождения звезд в зависимости от их дрожания. К.А.Штейнс. "Ученые записки Латвийского Государственного университета", 1971 г., том 148, вып.6, 29.

Выводится сравнительно простая формула для среднеквадратичного отклонения моментов прохождения звезд для фотоэлектрического пассажного инструмента в зависимости от склонения звезды, постоянной времени и параметров корреляционной функции дрожания звезд. Показано, что при зенитных расстояниях больше 45° точность регистрации зависит только от дрожания звезд. Величина постоянной времени ($\Theta = 0,1 - 0,05$ сек.) не влияет на точность. Таблиц 1, библиогр. 4 назв.

УДК 522.98

Влияние мерцания на моменты прохождения звезд. Р.К.Калнинь. "Ученые записки Латвийского Государственного университета", 1971 г., том 148, вып.6, 39.

На основе корреляционной функции мерцания звезд согласно теории выбросов случайных процессов определено среднеквадратичное отклонение фотоэлектрически зарегистрированных моментов прохождения звезд. Оказывается, что мерцание звезд не влияет на точность регистрации моментов прохождения звезд. Библиогр. 3 назв.

УДК 522.98

Об идеальном устройстве фотоэлектрической регистрации моментов прохождения звезд. К.А.Штейнс, Р.К.Калнинь, П.П.Розенберг, О.М.Юдрунс. "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г., том I48, вып.6, 48.

Идеальным устройством регистрации моментов прохождения звезд считается устройство, точность которого определяется дрожанием изображения звезды. Оцениваются следующие ошибки регистрирующего устройства: сцинтилляция изображения звезд, инструментальные шумы, микрофонный эффект, дробовой- и фликкер-эффекты. Иллюстр. 2, библиогр. II назв.

УДК 522.98

О вычислении дисперсии моментов прохождения звезд. Р.К.Калнинь. "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г. том I48, вып.6, 60.

Сравнивая с результатами численного интегрирования точной формулы, оценена область применимости упрощенной формулы в случае корреляционной функции вида $e^{-\omega|\tau|}$. Таблиц 3, библиогр. 4 назв.

УДК 525.3 и 529.7

Фотоэлектрическая регистрация звездных прохождений и спектры наблюдаемых звезд. Л.Ф.Розе, "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г., том 148, вып.6, 67.

Путем анализа фотоэлектрических наблюдений звездных прохождений за 1968-1970 гг. в службе времени Латвийского государственного университета обнаружена небольшая зависимость запаздывания от спектра наблюдаемых звезд. Библиогр. 9 назв. Иллюстр. 2.

УДК 522.43

Автоматизация и результаты наблюдений на фотоэлектрическом отражательном зенитном телескопе. М.К.Абеле, "Ученые записки Латвийского государственного университета, 1971 г., том 148, вып.6, 73.

Приведенная блок-схема системы автоматического управления фотоэлектрическим зенитным отражательным телескопом с автоматической записью результатов обеспечивает ввод необходимой информации, поворот телескопа, включение необходимых электрических цепей перед наблюдением каждой звезды, коммутацию счетчиков, автоматическую запись результатов наблюдения и других данных на перфокарте.

Программа наблюдений охватывает 32 звезды. Приведены предварительные результаты наблюдений. Таблиц 2, иллюстр. 4, библиогр. 2 назв.

УДК 523.44

К вопросу об определении минимального расстояния между орбитами. Л. К. Лауцениекс. "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г., том 148, вып. 6, 87.

Расстояние между точками на орбитах выражено как функция от элементов орбит. Определение минимального расстояния между орбитами сведено к нахождению абсолютного минимума этой функции по эксцентрическим аномалиям. Библиогр. 4 назв.

УДК 521.31

К вопросу об иррегулярных силах в движении комет. И. Э. Залькалне. "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г., том 148, вып. 6, 91.

Изменения в движении комет происходят в случае сближения комет с другими телами. Это возможно при малом расстоянии между орбитами. Определение минимальных расстояний между орбитами производится разными методами. Доказано, что метод касательных для определения минимальных расстояний между орбитами быстро сходится и при малых расстояниях метод достаточно точный. Библиогр. 8 назв.

УДК 521.31

Об определении элементов круговой орбиты ИСЗ методом минимизации. Л.К.Лауцениекс. "Ученые записки Латвийского государственного университета", 1971 г., том 148, вып.6, 98.

Базируясь на допущение, что ИСЗ движется по круговой орбите в неизменной плоскости, построена функция трех переменных. Определение элементов круговой орбиты из оптических наблюдений, полученных на короткий интервал времени, сводится к нахождению абсолютного минимума построенной функции. Дан пример, иллюстрирующий метод. Таблиц 6, библиогр. 5 назв.

С о д е р ж а н и е

I. К. А. Штейнс и М. П. Огрнъш. Устройство и метод регистрации моментов прохождений звезд с учетом выбросов	3
2. Р. К. Жалнинъ. Влияние дрожания изображения звезд на регистрацию моментов прохождений	12
3. К. А. Штейнс. Формула для определения дисперсии моментов прохождения звезд в зависимости от их дрожания	29
4. Р. К. Калнинъ. Влияние мерцания на моменты прохождения звезд	39
5. К. А. Штенс, Р. К. Калнинъ, П. П. Розенберг, О. М. Юдрупс. Об идеальном устройстве фотоэлектрической регистрации прохождения звезд	48
6. Р. К. Калнинъ. О вычислении дисперсии моментов прохождения звезд	60
7. Л. Ф. Розе. Фотоэлектрическая регистрация звездных прохождений и спектры наблюдаемых звезд	67
8. М. К. Абеле. Автоматизация и результаты наблюдений на фотоэлектрическом отражательном зенитном телескопе	73
9. Л. К. Лауценiekс. К вопросу об определении минимального расстояния между орбитами	87
Ю. И. Э. Залькалне. К вопросу об иррегулярных силах в движении комет	91
II. Л. К. Лауценiekс. Об определении элементов круговой орбиты ИСЗ методом минимизация	98

C o n t e n t s

1. K. Š t e i n s and M. O g r i ņ š. Device and method of star transit moments registration in the case of multiple contacts	3
2. R. K a l n i ņ a. The influence of lateral movements of stellar image on the precision of transitmoments	12
3. K. Š t e i n s. Formula for standard deviation of star transit moments depending upon movements of images	29
4. R. K a l n i ņ a. The influence of brightness scintillation of transit moments of a star	39
5. K. Š t e i n s, R. K a l n i ņ a, P. R o z e n b e r g s, O. J u d r u p s. About ideal equipment for registration of star transitmoment	48
6. R. K a l n i ņ a. On the calculation of standard deviation of star transit moments	60
7. L. R o z e. Photoelectric registration of star transit and spectra of observed stars	67
8. M. Ābele. Automatic and observations of photoelectric zenith tube	73
9. L. L a u t s e n i e k s. About determination of minimal distance between orbits	87
10. I. Z a ņ k a l n e. About irregular forces in cometary motion	91
11. L. L a u t s e n i e k s. Circular orbit determination of AES by method of minimization	98

ТОЧНОСТЬ МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

Ученые записки, том I48

Редактор Э.Каупш

Корректор И.Рунгаине

Подписано к печати I/X 1971 ЯТ 04072. Зак. № 719.
Ф/б 60x84/16. Писчая № I. Физ.п.л.7,5. Уч.-и.л. 5,2
Тираж 500 экз. Цена 54 коп.

Отпечатано на ротапринтере, Рига-50, бульв. Райня, 19
Латвийский государственный университет им. П.Стучки

32485

44 / 1253

ЦЕНА 54 КОП,

LATVIJAS UNIVERSITĀTES BIBLIOTĒKA



0508044003