

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

АСТРОНОМИЯ
ВЫПУСК 10

ОПТИМИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ
НАБЛЮДЕНИЙ ИСЗ И ВРЕМЕНИ



Министерство высшего и среднего специального образования
Латвийской ССР
Латвийский ордена Трудового Красного Знамени
государственный университет имени Петра Стучки
Астрономическая обсерватория

Ученые записки
Латвийского государственного университета
имени Петра Стучки
том 202

А С Т Р О Н О М И Я

Выпуск 10

ОПТИМИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ
ИСЗ И ВРЕМЕНИ

Редакционно-издательский отдел ЛГУ им. Петра Стучки
Рига 1974

УДК 522.98
522.61

Даны результаты определения точного времени, полученные с помощью прибора для определения среднего момента прохождения звезды. Точность результатов увеличилась на 50%. Показано, что если на аэрофотоплёнке измеряются звезды в ближайшей окрестности ИСЗ, то искажения эмульсии не влияют на точность. Описан комплекс программ и приборы, дающие возможность автоматизировать процесс обработки наблюдений с учетом вышеуказанных заключений.

© Редакционно-издательский отдел ЛГУ им. П. Стучки, 1974 г.

0 Q-2-6-6-060y 73
М В12(II)-74

LVU ZINATNSKA
BIBLIOTEKA
1218-3-74

200024053

УДК 522.98

М. П. О г р и н ь ш

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕГИСТРАЦИИ СРЕДНИХ МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

§ 1. Оборудование для определения средних моментов прохождения звезд

Метод учета случайных выбросов [1] был применен для определения средних моментов прохождения звезд в Астрономической обсерватории Латвийского государственного университета. Одновременно регистрировались прохождения звезд на печатающем хронографе и определялись средние моменты из 12 контактов устройством для определения средних моментов с учетом выбросов [2].

Регистрация на хронографе не была изменена. Применялся фотоэлектрический усилитель с трехпозиционным реле на выходе, сконструированный К.А. Цирулисом [3].

Для определения среднего момента было применено устройство, описанное в [4], с некоторыми изменениями. Изменения связаны с тем, что в качестве запоминающего устройства был использован не хронограф, а цифropечатающее устройство, поэтому узел досчета счетчика до полного объема был преобразован для измерения отрезка времени от середины меток до полной секунды Δt_c . Блок-схема устройства дана на рис. 1. Она в основном соответствует блок-схеме в [5], только без логической части для работы с передвижной дорожкой при автоматическом определении среднего момента. Наблюдения

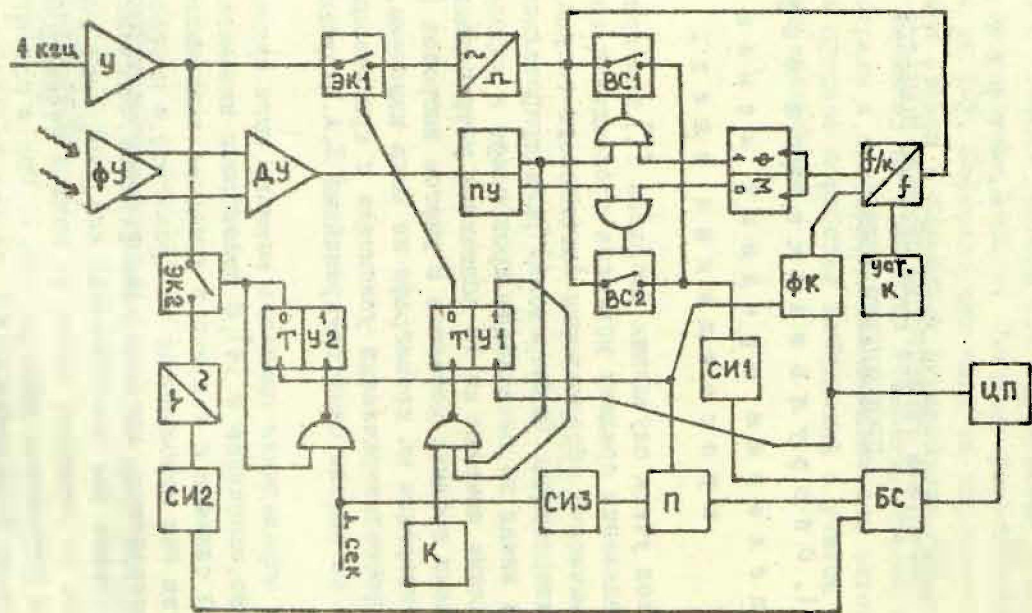


Рис. 1

проводились с передвижной дорожкой, поскольку дорожка фиксируется с достаточно высокой точностью. Длина отверстия передвижной ширины позволяет регистрировать на хронографе 14-15 контактов, поэтому те 12 контактов, из которых определяются средние моменты с помощью устройства, почти всегда зарегистрированы на ленте хронографа, если нет опозданий. Стождествление этих 12 контактов никаких трудностей не представляет.

На рис. 1 обозначения такие же, как в [5].

У - усилитель, ФУ - фотоэлектрический усилитель, СИ - счетчик импульсов, ПУ - пороговое устройство, ТУ - триггер управления, К - ключ, ВС - временной селектор, ФМ - формирователь меток. Дополнительно устройство содержит счетчик импульсов СИЗ с памятью П и блок сравнения БС. Счетчик импульсов СИЗ введен для фиксирования номера секунды, соответствующей середине меток. Объем счетчика равен 60. На вход счетчика подаются секундные импульсы, и счетчик запускается в полную минуту. В момент, соответствующий середине меток, формирователь команд ФК подает командный импульс на блок памяти П, и состояние счетчика СИЗ, т.е. номер секунды, записывается в блок памяти. Блок памяти содержит триггеры D-V типа, причем каждому счетному триггеру счетчика СИЗ соответствует свой триггер памяти. Счетчик СИЗ и блок памяти П выполнены на интегральных микросхемах.

Показания всех счетчиков передаются на цифropечатающее устройство ЦП с помощью блока сравнения БС. На блок сравнения подаются сигналы с информационных выходов счетчиков СИ1 и СИ2, а также блока памяти П. Эти сигналы сравниваются с сигналами от цифropечатающего устройства, передающими информацию о состоянии печатающего механизма, и блок сравнения дает команду печатать соответствующую цифру. Блок сравнения выполнен на транзисторах.

Для формирования меток применялся генератор меток с делителем с переменным коэффициентом деления [6]. Период меток устанавливался по программе набором комбинации замкнутых и разомкнутых ключей.

Сигнал прохождения звезды снимался с предпоследнего каскада фотозлектрического усилителя. Через катодные повторители сигнал по кабелю передавался на вход устройства определения среднего момента. На входе устройства дифференциальным усилителем ДУ создавался разностный сигнал, который дальше подавался на вход порогового устройства ПУ. На рис. 2 дана принципиальная схема дифференциального усилителя. Сигналы на выходах катодных повторителей имеют большую составляющую постоянного тока, которая одинаково изменяется в зависимости от яркости звезды и фона неба на обоих выходах. Эти синфазные изменения должны быть подавлены дифференциальным каскадом. В первом приближении подавление синфазного сигнала зависит от отношения

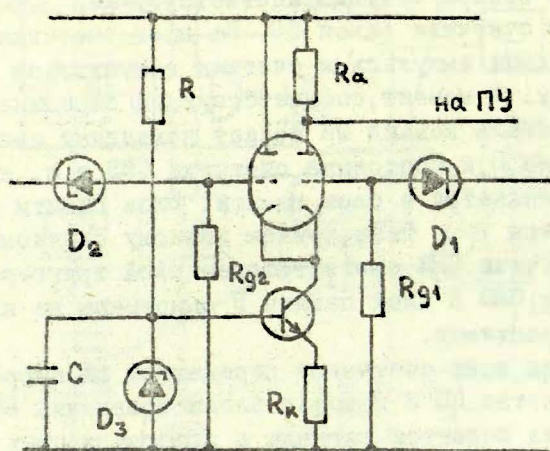


Рис. 2

катодного сопротивления к анодному сопротивлению R_a , чем больше это отношение, тем больше подавление синфазного сигнала. Большое катодное сопротивление получено применением источника тока в качестве катодного сопротивления. На выходе дифференциального усилителя сигнал практически представляет только уси-

ленный разностный сигнал. Стабилитроны D_1 и D_2 уменьшают постоянные составляющие входных сигналов.

В качестве счетчиков СИ1, СИ2 и цифропечатающего устройства применялись приборы Ф537А, Ф480 и МПУ16-2. В конце регистрации /после двенадцатой метки/ печатается одна строка, в которой для номера секунды отведено два знака, для Δt_c - 3 знака и для $\Sigma \Delta t_i$ - 5 знаков. Средний момент /секунды и доли секунды/ равен

$$T_{cp} = N_c - \Delta t_c - \frac{1}{n} \sum \Delta t_i,$$

где N_c - номер секунды. Фиксирование номера секунды упрощает и облегчает отождествление контактов при сравнении результатов.

§ 2. Результаты определения средних моментов

Регулярные наблюдения и определение поправок часов с использованием устройства определения средних моментов не проводились, поскольку визирная решетка, применяемая до сих пор, не приспособлена для регулярных наблюдений без контроля регистрированных контактов. По результатам параллельных регистраций можно судить о пригодности метода и устройства для регистрации звездных прохождений. Для иллюстрации результатов регистрации звездных прохождений в таблице 1 приводятся данные наблюдений 17/18 августа 1973 года для 16 звезд. Для этих звезд были определены средние моменты прохождения звезд из 12 или 14 контактов до и после перекладки инструмента двумя методами.

В таблице 1 приводятся следующие величины: Δ_1 - разность средних моментов, определенных из 12 контактов двумя методами до перекладки в миллисекундах; Δ_2 - то же самое, но после перекладки; Δ_3 - разность средних моментов прохождения звезд через меридиан, определенных двумя методами из 12 контактов; Δ_4 - разность средних моментов прохождения звезд через меридиан, где средний момент при регистрации на хронографе вычисляется из 14 контактов. Δ_5 приводится для тех

№:	δ	m	Δ_1	Δ_2	Δ_0	Δ'_0	$\Delta\alpha$	$\Delta\alpha - \Delta'_0$
542	32 39	3,3	+ 4,5	+ 4,3	+ 4,4	+ 3,0	+ 8	+ 5,0
549	67 37	3,2	+ 1,1	+14,4	+ 7,7	+ 2,2	+ 8	+ 5,8
550	53 19	4,0	+ 5,4	- 7,8	- 1,2	- 1,2	+ 5	+ 6,2
552	65 40	4,6	-35,7	- 7,0	-21,3		-32	-10,7
561	50 10	4,6	+ 8,8	+ 9,9	+ 9,3		+13	+ 3,7
565	45 4	3,0	+ 4,1	- 5,3	- 0,6	- 2,1	-10	- 7,9
1100	70 12	4,0	+12,8	+12,6	+12,7		+28	+15,3
580	56 29	4,3	+34,7	+ 4,0	+19,3		+15	- 4,3
582	37 57	4,9	+ 4,1	+ 1,4	+ 2,8	+ 5,2	+ 9	+ 3,8
589	62 55	4,3	+17,2	+ 3,2	+10,2	+15,4	-11	+26,4
593	-1 12	4,5	+ 0,4	- 2,5	- 1,0	+ 7,6	+ 5	- 2,6
596	45 11	1,3	+ 1,6	+ 1,7	+ 1,7	+ 5,9	+12	+ 6,1
598	61 45	3,6	+13,4	+ 2,6	+ 8,0	+ 7,0	+ 3	- 4,0
601	44 18	4,7	-34,0	+12,4	-10,8		- 7	+ 3,8
605	47 25	4,9	+ 3,9	- 0,9	+ 1,5		+ 3	+ 1,5
607	43 50	3,9	+ 4,6	+ 5,8	+ 5,2	+ 3,8	+17	+13,2

звезд, для которых при вычислении поправки часов было взято 14 контактов. Для каждой звезды также приведено значение $\Delta\alpha$ из вычисления поправки часов по результатам регистрации на хронографе и разность $(\Delta\alpha - \Delta'_0)$. Если Δ'_0 не определено, то вычисляется разность $(\Delta\alpha - \Delta_0)$.

Значения только Δ_1 или Δ_2 не дают правильного представления о точности определения прохождения звезд, поскольку при больших Δ_1 и Δ_2 часто получается небольшое Δ_0 . По значениям Δ_0 , которые характеризуют, насколько отличаются результаты определения среднего момента двумя методами, уже лучше можно судить о точности, хотя и нельзя делать заключения о том, хорошим или плохим является метод определения средних моментов. Из таблицы видно, что значения Δ_0 небольшие, т.е. результаты определения средних моментов двумя мето-

цами мало отличаются.

Более обоснованный вывод о целесообразности применения устройства определения средних моментов можно сделать учитывая $\Delta\alpha$. Знак Δ_0 и Δ'_0 выбран таким, что $\Delta\alpha$ уменьшилось, если $\Delta\alpha$ и Δ'_0 /или Δ_0 / имеют одинаковые знаки, и при вычислении поправки был бы использован результат определения среднего момента устройством. Представление об изменении точности определения поправок часов, если вместо хронографа применять устройство определения средних моментов, дадут значения $\Delta\alpha - \Delta'_0$. Из таблицы 1 получены следующие числовые характеристики:

$$\Delta\alpha = 4,1 \pm 3,5;$$

$$\Delta\alpha - \Delta'_0 = 3,7 \pm 2,2;$$

$$R_{\Delta'_0, \Delta\alpha} = 0,74;$$

$$\sigma_{\Delta\alpha} = 14;$$

$$\frac{\sigma_{\Delta\alpha}}{\sigma_{(\Delta\alpha - \Delta'_0)}} = 1,5;$$

$$\sigma_{\Delta\alpha - \Delta'_0} = 9.$$

Для $\Delta\alpha$ и $(\Delta\alpha - \Delta'_0)$ вычислены средние квадратические ошибки σ , $R_{\Delta'_0, \Delta\alpha}$ — коэффициент корреляции между Δ'_0 и $\Delta\alpha$. Между Δ'_0 (Δ_0) и $\Delta\alpha$ имеется сильная корреляция. Применение устройства для определения средних моментов приводит к увеличению точности регистрации прохождения звезд. Никаких систематических ошибок, а также зависимости результатов от времени, m и δ не было замечено. Другие наблюдения дали те же выводы, которые были сделаны на основании результатов таблицы 1.

Улучшения точности по сравнению с печатающим хронографом следовало ожидать, так как печатающий хронограф имеет большую инерцию. Лучшие результаты следует ожидать от фотохронографов и ондуляторов.

После установления решетки с широкими поперечными щелями на концах и определенным числом щелей [5] наблюдения на фотоэлектрическом пассажном инструменте Астрономической обсерватории Латвийского госу-

дарственного университета будут проводиться с устройством определения средних моментов. Применение устройства значительно упрощает и сокращает /на 50%/ процесс обработки результатов наблюдений.

Л и т е р а т у р а

1. Штейнс К.А. и Огриньш М.П. Уч.зап.Латв.гос.унив. т.148, вып.6,3, 1971.
2. Штейнс К.А. и Огриньш М.П. Авт.свидетельство № 330415, 1971.
3. Цирулис К.А. Уч.зап.Латв.гос.унив.т.68, вып.2,5, 1964.
4. Огриньш М.П. Уч.зап.Латв.гос.унив.т.169,3, 1972.
5. Штейнс К.А., Огриньш М.П., Иванов А.В. Уч.зап.Латв.гос.унив.т.190, вып.9,24, 1973.
6. Огриньш М.П. Уч.зап.Латв.гос.унив.т.190, вып.9, 64, 1973.

Р е з ю м е

М. П. О г р и н ь ш

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕГИСТРАЦИИ СРЕДНИХ МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

Устройство для определения средних моментов прохождения звезд испытано при регистрации звездных прохождений. Применение устройства увеличивает точность регистрации по сравнению с регистрацией на печатающем хронографе на 50%, а также значительно сокращает /на 50%/ и облегчает обработку результатов наблюдений.

Иллюстр.: 2, табл.: 1, библиогр.: 6 назв.

Kopsavilkums

M. O g r i p š

ZVAIGŽŅU VIDĒJO TRANZITMOMENTU REĢISTRĒŠANAS
REZULTĀTI

Astronomiskos novērojumos pārbaudīta iekārta zvaigžņu vidējo tranzitmomentu noteikšanai. Iekārtas pielietošana palielina reģistrācijas precizitāti par 50% salīdzinājumā ar reģistrāciju uz drukājošā hronogrāfa, kā arī ievērojami saīsina (par 50%) un atvieglo novērojumu rezultātu apstrādi.

Summary

M. O g r i p š

RESULTS OF DETERMINATION OF THE MEAN STAR
TRANSITMOMENTS

Device for determination of the mean star transit-moments were tried in the astronomical observations. Using of the device increases accuracy of the observation for 50% as compared with the registration on the printing cronograph, as well as reduces (for 50%) and lightens the processing of the observation s data.

УДК 522.98

М. П. О г р и н ь ш

О ТОЧНОСТИ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РЕГИСТРАЦИИ МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

При регистрации звездных прохождений встречаются два метода фотоэлектрической регистрации с применением визирных решеток. Первый метод заключается в измерении фототока порожденного световым потоком при перемещении изображения звезды по зеркальной решетке [1,2,3]. В этих случаях в основном применяются усилители постоянного тока. На выходе усилителя фиксируются соответствующие моменты времени пересечения сигналом определенного уровня. К дифференциальному методу относится регистрация с модуляцией света, а также фазовый метод [4]. В последнем случае фиксируются моменты времени, соответствующие изменению фазы несущей частоты на противоположную, которые также являются моментами пересечения уровня сигналом от звезды.

Периодическая кривая фототока представляет сумму "чистого" сигнала и помех. Если применяется метод учета случайных выбросов, то учитываются все пересечения сигналом уровня. Такой метод описывается известными методами случайных процессов, а именно - применяются Z_n характеристики превышения [5,6]. В данном случае средний момент может быть характеризован временем пребывания над уровнем, т.е. Z_0 характеристикой [7].

Интегральный метод регистрации прохождений звезд - это метод со счетом фотонов, где также применяется решетка, но регистрирующее устройство измеряет площадь, ограниченную снизу осью времени, а сверху сигналом от звезды. Период сигнала делится на определенное число

частей. Площади отдельных частей измеряются и усредняются по нескольким периодам. При математической обработке, исходя из усредненных значений площадей, воспроизводится усредненная кривая сигнала и находится средний момент прохождения [8,9]. Для описания такого процесса можно применить те же характеристики превышения. В этом случае Z_n , которая равна площади, ограниченной осью t и кривой сигнала, является нестационарным случайным процессом.

В настоящей статье будем интересоваться не самой Z характеристикой а ее дисперсией σ^2 .

Пусть имеем стационарный нормальный случайный процесс $\xi(t)$, с нулевым средним, единичной дисперсией, обладающий с вероятностью единица непрерывными выборочными функциями. Пусть $u(t)$ непрерывная кривая. Введем случайный процесс $\eta(t) = \xi(t) - u(t)$ (1). Тогда известно, что Z_n характеристика превышения уровня $u(t)$ случайным процессом $\xi(t)$ совпадает с Z_n характеристикой превышения нулевого уровня процессом $\eta(t)$. Мы будем интерпретировать Z_n характеристики, как характеристики превышения нулевого уровня процессом, образованным из суммы непрерывного "чистого" сигнала $u(t)$, в частности синусоиды, и стационарного нормального случайного процесса с единичной дисперсией, нулевым средним и корреляционной функцией $r(\tau)$. Тогда Z_n определяется:

$$Z_n = \int_0^T \xi_n(t) dt, \quad (2)$$

где

$$\xi_n(t) = \begin{cases} \eta^n(t), & \text{если } \eta(t) \geq 0, \\ 0, & \text{если } \eta(t) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Для второго момента Z_n известно следующее выражение [5]:

$$\sigma^2(Z_n) = (n!)^2 \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{j! [(n-j)!]^2} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times \int_0^{T_0} \left[r^{(j)}(t-s) \int_{u(t)}^{\infty} [x-u(t)]^{n-j} \varphi(x) dx \int_{u(s)}^{\infty} [y-u(s)]^{n-j} \varphi(y) dy \right] dt ds + \\
 & + \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(n+j)!} \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} r^{(n+j)}(t-s) \phi^{(j)}[u(t)] \phi^{(j)}[u(s)] dt ds \right\}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

где $r(t-s) = r(\tau)$ — корреляционная функция $\xi(t)$, $\varphi(x)$ — плотность нормального распределения вероятности, $\phi^{(j)}$ — j -тая производная функции нормального распределения вероятности.

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad (5)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \quad (6)$$

Было доказано [6], что $\sigma^2(Z)$ характеризует дисперсию среднего момента при регистрации методом учета случайных выбросов. Для Z имеем:

$$\sigma^2(Z) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} r^{(j)}(t-s) \phi^{(j)}[u(t)] \phi^{(j)}[u(s)] dt ds. \quad (7)$$

Допустим, что "чистый" сигнал представляет синусоиду, т.е.

$$u(x) = A \cos \frac{2\pi x}{T}. \quad (8)$$

Что относится к методу регистрации со счетом фотонов, то следует рассматривать выражение для диспер-

сии Z_1 :

$$\sigma^2(Z_1) = \iint_0^{T_0} r(t-s) \{1 - \phi[u(t)]\} \{1 - \phi[u(s)]\} dt ds + \\ + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(j+1)!} \iint_0^{T_0} r^{j+1}(t-s) \phi^{(j)}[u(t)] \phi^{(j)}[u(s)] dt ds, \quad (9)$$

$\sigma^2(Z_1)$ — дисперсия площади ограниченной сверху $\xi(t) - u(t)$, а снизу нулевым уровнем. $u(x)$ в рассматриваемом случае можно выбрать, в частности [8], равным:

$$u(x) = A \cos \frac{2\pi x}{T} - B. \quad (10)$$

Параметр сигнала A определяет отношение сигнала к шуму, поскольку делалось предположение, что $\xi(t)$ имеет единичную дисперсию, т.е. величина $\alpha = \frac{A}{\sigma} = A$, где σ среднеквадратическое отклонение $\xi(t)$. B — постоянная.

Будем считать, что единственным источником помех является дрожание изображения звезд и мерцание звезд. Корреляционную функцию $r(\tau)$ выберем следующего вида [10] :

$$r(\tau) = e^{-\alpha\tau} \cos \beta\tau. \quad (11)$$

Параметры α и β выбраны равными 2,6 и 1,1 соответственно [11]. Такого вида корреляционную функцию имеет дрожание звезд. После прохождения помех через интегрирующую цепочку входа усилителя корреляционная функция трансформируется в следующую [12] :

$$r(\tau) = \frac{\theta^{-2}}{D^2} \left\{ \theta \alpha \left[\alpha^2 - \frac{1}{\theta^2} + \beta^2 \right] e^{-\frac{\tau}{\theta}} + e^{-\alpha\tau} \left[(-\alpha^2 + \beta^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\theta^2} \right) \cos \beta\tau + 2\alpha\beta \sin \beta\tau \right] \right\}, \quad (12)$$

где

$$D^2 = \left(\alpha^2 - \frac{1}{\theta^2} + \beta^2 \right)^2 + \frac{4\beta^2}{\theta^2}, \quad (13)$$

а θ - постоянная времени входа усилителя. Такой случайный процесс имеет непрерывные выборочные функции.

Целью настоящей статьи является выяснить: 1/ каким образом влияет на точность среднего момента увеличение информации о положении изображения звезды и 2/ сравнить точность первого и второго методов при наличии одинаковых помех.

Если рассматривать промежуток времени, содержащий n полупериодов $u(t)$, то Z_0^n по n полупериодам (Z_0^1) равна сумме Z_0 по отдельным полупериодам (Z_0^1)

$$Z_0^n = \sum_{i=1}^n Z_{0i}^1 \quad (14)$$

Z_{0i}^1 являются случайными величинами, которые не независимы. То же самое относится к Z_n ;

Обозначим через σ^2 - дисперсию Z_0^n , а через σ_i^2 - дисперсию Z_0^1 .

Дальше рассмотрим вопрос о выборе области интегрирования при вычислении σ^2 . Вся область интегрирования представляет квадрат со стороной $nT/2$. Нет необходимости производить интегрирование по всему квадрату. Разделим область интегрирования на квадраты со стороной $T/2$ /рис. 1/.

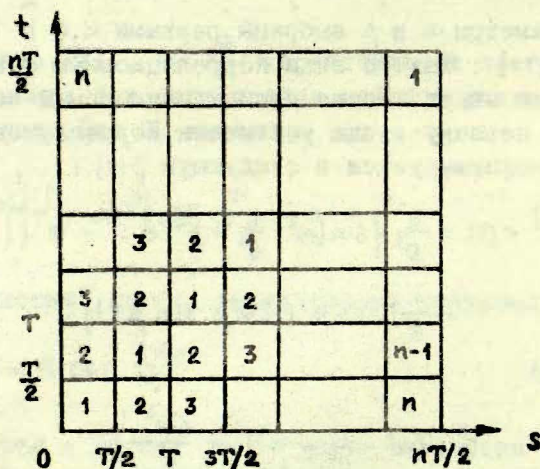


Рис. 1.

Учитывая свойства корреляционной функции (12) в выражении (7), а также выбор $u(t)$ и соответствующее разделение области интегрирования, можно утверждать, что σ^2 по любому из квадратов, отмеченных цифрой 1, равен σ_1^2 и все σ_i^2 по квадратам, расположенным параллельно диагонали /цифры 2, 3, ..., n/, равны.

Убедимся, что последние утверждения верны. Для произвольно выбранного квадрата подынтегральное выражение в формуле (7) имеет вид:

$$r^j \left[(k-i) \frac{T}{2} + t - s \right] \phi^{(j)} \left[u \left(k \frac{T}{2} + t \right) \right] \phi^{(j)} \left[u \left(i \frac{T}{2} + s \right) \right], \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} 0 &\leq t \leq T/2, \\ 0 &\leq s \leq T/2, \end{aligned} \quad (16)$$

а, k и i произвольные целые числа:

$$\begin{aligned} 0 &\leq k \leq n-1, \\ 0 &\leq i \leq n-1. \end{aligned} \quad (17)$$

Учитывая, что подынтегральное выражение симметрично относительно диагонали квадрата $t-s$ и от аргумента r берется абсолютное значение, следует, что выражение (15) принимает одинаковые значения в квадратах, расположенных симметрично относительно диагонали ($t=s$).

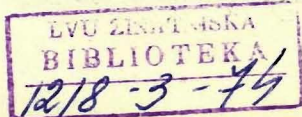
Если $u(t)$ синусоида, то

$$u \left(k \frac{T}{2} + t \right) = \begin{cases} -u(t) & , \text{если } k \text{ нечетное} \\ u(t) & , \text{если } k \text{ четное} \end{cases} \quad (18)$$

$\phi^{(j)}$ является четной функцией, если j нечетное, и нечетное - если j четное.

Для соседнего квадрата, расположенного на таком же расстоянии от диагонали $t-s$, т.е. обозначенного такой же цифрой на рис. 1, подынтегральное выражение равно

$$r^j \left[(k-i) \frac{T}{2} + t - s \right] \phi^{(j)} \left\{ u \left[(k+1) \frac{T}{2} + t \right] \right\} \phi^{(j)} \left\{ u \left[(i+1) \frac{T}{2} + s \right] \right\}. \quad (19)$$



Все возможные варианты будут рассмотрены, если рассмотреть для четного и нечетного j следующие три случая: $1/i$ и k нечетные, $2/i$ и k четные, $3/i$ четное, k нечетное или наоборот. Учитывая свойства функций подынтегрального выражения, нетрудно убедиться, что во всех случаях выражения (15) и (19) равны.

В таком случае достаточно вычислить значения выражения (7) для квадратов расположенных в первом ряду снизу $1, 2, 3, \dots, n$. Результат вычисления по квадрату 1 равен σ_1^2 , а по квадратам $2, 3, \dots, j, \dots, n$ обозначим через $K_1, K_2, \dots, K_j, \dots, K_n$ соответственно. Тогда для n полуциклов

$$\sigma^2 = n\sigma_1^2 + 2 \sum_{j=2}^n (n-j+1) K_j. \quad (20)$$

K_j по существу являются элементами корреляционной матрицы системы случайных величин Z_{oi}^1 .

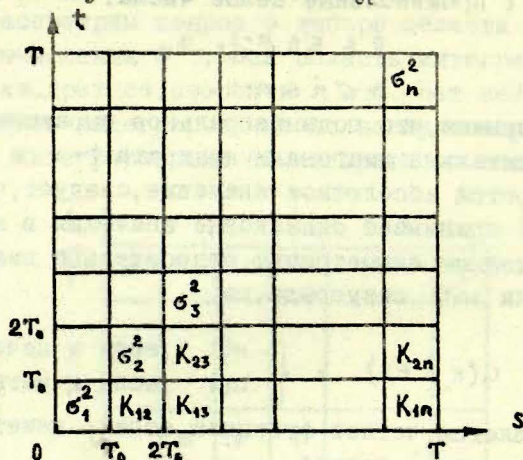


Рис. 2.

При вычислении точности интегрального метода, выберем за область интегрирования квадрат со стороной T равной периоду $u(t)$. Этот квадрат, в свою очередь, разделим на квадраты со стороной T_0 /рис.2/, причем $T = nT_0$.

Подынтегральные выражения в (9) тоже симметричны

относительно диагонали $t = s$. В этом случае проведем интегрирование по квадратам, расположенным по диагонали (σ_i^2) , а также по квадратам, расположенным с одной стороны диагонали (K_{ij}) . Если рассмотреть Z_{1i} , как систему случайных величин, то K_{ij} являются элементами корреляционной матрицы этой системы. Величины

$$N_i = - \int_{(i-1)T_0}^{iT_0} u(t) dt \quad (21)$$

являются средними значениями Z_{1i} . Зная N_i , можно вычислить средний момент прохождения звезды, определенный вторым методом для одного периода $u(t)$, если заранее известен вид функции $u(t)$. Допустим, что для воспроизведения $u(t)$ имеется соотношение, из которой можно вычислить средний момент прохождения звезды для одного периода $u(t)$:

$$\bar{t} = f(N_1, N_2, \dots, N_n). \quad (22)$$

В частности, если предположить, что $u(t)$ синусоида и средний момент с точностью до постоянной равен [8]:

$$\bar{t} = \frac{T}{2\pi} \arctg \frac{N_2 + N_3 - N_6 - N_7 + (\sqrt{2}-1)(N_1 - N_4 - N_5 - N_8)}{N_1 - N_4 - N_5 + N_8 + (\sqrt{2}-1)(N_2 - N_3 - N_6 + N_7)}, \quad (23)$$

тогда применяя линеаризацию \bar{t} , можно вычислить дисперсию \bar{t} [13]:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \bar{t}}{\partial N_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} \left(\frac{\partial \bar{t}}{\partial N_i} \right) \left(\frac{\partial \bar{t}}{\partial N_j} \right) K_{ij}, \quad (24)$$

где во второй сумме суммирование распространяется на все попарные сочетания Z_{1i} .

Вторым источником помех является мерцание звезд. Интенсивность флуктуаций светового потока зависит от

размеров объектива, состояния атмосферы и зенитного расстояния z наблюдаемой звезды. Известно, что интенсивность флуктуаций светового потока пропорциональна световому потоку, т.е. сигнал на выходе фотоумножителя в этом случае можно представить как сумму периодической гладкой кривой сигнала $u(t)$ и нестационарного нормального случайного процесса η с нулевым средним и дисперсией /среднеквадратичным отклонением/

$$\sigma_{\eta} = \gamma u(t), \quad (25)$$

где γ — постоянная величина для данного вечера наблюдений и данной звезды. Из усредненных экспериментальных данных получено, что корреляционную функцию мерцания звезд $r(\tau)$ можно приближенно представить в виде

$$r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}, \quad (26)$$

где α равен 70 сек^{-1} [10]; здесь мерцание представляет стационарный случайный процесс ξ . Нестационарный случайный процесс η выражается через ξ и $u(t)$ следующим образом:

$$\eta = u(t) \xi. \quad (27)$$

Нетрудно убедиться, что η имеет нормированную корреляционную функцию вида (26) [14].

Из экспериментальных данных было получено [15], что $\gamma = 0,20$ для зенита. Кроме того, была получена линейная зависимость γ от $\sec z$.

Нужно отметить, что мерцание звезд по равному влияют на точность определения моментов прохождения звезд, если применяются разные методы фотоэлектрической регистрации. Было исследовано [14] влияние мерцания при регистрации дифференциальным методом с учетом выбросов и показано, что мерцание звезд практически не влияет на точность регистрации моментов прохождения. Для описания процесса применялись Z характеристики превышения и вычисления показали, что среднеквадратическое отклонение одного контакта, обусловленное мерцани-

Рассмотрим влияние мерцания звезд на точность регистрации интегральным методом. Будем пользоваться Z , характеристикой превышения. С учетом (25) формула (9) принимает вид:

$$\sigma^2 = \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} \sigma_n(t) \sigma_n(s) \left\{ \left[1 - \phi\left(-\frac{1}{\beta}\right) \right]^2 r(t, s) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[\phi^{(j)}(-\frac{1}{\beta})]^2}{(j+1)!} r^{j+1}(t, s) \right\} dt ds \quad (28)$$

Если $\phi\left(-\frac{1}{\beta}\right) \ll 1$, то второй член в выражении (28), содержащий сумму, на несколько порядков меньше первого [14]. Если $\chi < 0,6$, то второй член можно не учитывать, а это практически всегда имеет место.

Если не учитывать фон неба и темновой ток приемника света, то $u(t)$, в частности, можно представить в виде

$$u(t) = \cos \frac{2\pi t}{T} - 1, \quad (29)$$

где T - период сигнала.

Подставляя в (28) σ_n , $r(t, s)$ и отбрасывая второй член, получаем

$$\sigma^2 = \beta^2 \left[1 - \phi\left(-\frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} \left(\cos \frac{2\pi t}{T} - 1 \right) \left(\cos \frac{2\pi s}{T} - 1 \right) e^{-\alpha|t-s|} dt ds.$$

После интегрирования выражение σ^2 принимает вид:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & \frac{\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left[1 - \phi\left(-\frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \left\{ \frac{3\alpha^2 + 2\beta^2}{2\alpha} T_0 + \frac{\alpha}{4\beta} \sin 2\beta T_0 - \right. \\ & - \frac{2\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \sin \beta T_0 + \frac{1}{2} \sin^2 \beta T_0 + \cos \beta T_0 - \frac{e^{-\alpha T_0}}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\beta^2 \cos \beta T_0 - \right. \\ & \left. \left. - \frac{\beta^2}{\alpha} \sin \beta T_0 + \frac{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)}{\alpha^2} \right] - \frac{\beta^2}{\alpha^2} - \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} \right\} \quad (30) \end{aligned}$$

где введено обозначение $\beta = \frac{2\pi}{T}$. Учитывая, что $\alpha = 70 \text{ сек}^{-1}$, а $\beta < 3 \text{ сек}^{-1}$, оставим в выражении (30) в скобках только члены содержащие α в первой степени. В результате получаем:

$$\sigma^2 = \frac{\mu^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left\{ \frac{3\alpha^2 + 2\beta^2}{2\alpha} T_0 + \left(\frac{\alpha}{2\beta} \cos \beta T_0 - \frac{2\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \right) \sin \beta T_0 \right\} \quad (31)$$

В этом выражении μ зависит от z , а β - от δ . По формуле (31) можно вычислить дисперсии для N_i , а дальше дисперсия одного контакта /среднего момента для одного периода сигнала/ вычисляется так же, как при дрожании звезд.

Результаты вычислений

Вычисления проводились по формулам (20) и (24), а в этих формулах входящие величины σ_i , σ_j , K_j , K_{ij} вычислялись численным интегрированием на ЭВМ. При вычислении σ и K область интегрирования, соответствующая полупериоду сигнала или T_0 , соответственно, разделялась на 1600 частей, а в сумме в (7) и (9) учитывались первые четыре члена [7].

В таблице 1 даны результаты вычислений, относящиеся к дифференциальному методу с учетом выбросов, точность вычислений $10 \div 15\%$. В таблице даны среднеквадратические ошибки σ одного контакта для двух значений постоянной времени входа усилителя θ и двух значений отношения амплитуды сигнала к среднеквадратическому отклонению шума α для разных периодов сигнала T . Допустим, что имеется возможность значительно уменьшить ширину щелей решетки, тем самым уменьшая период сигнала. При уменьшении периода сигнала, σ , с одной стороны, должно уменьшаться приблизительно пропорционально T ,

Таблица 1

а, θ		Т		0,4		0,8		1,6		3,2		6,4	
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2		
а	θ												
	0	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
4	0,012	0,023	0,020	0,038	0,037	0,065	0,066	0,118	0,127	0,206	0,255		
	0,192	0,018	0,014	0,027	0,026	0,046	0,046	0,086	0,087	0,166	0,168		
5,6	0,012	0,014	0,012	0,022	0,022	0,039	0,040	0,074	0,077	0,137	0,155		
	0,192	0,011	0,009	0,016	0,016	0,028	0,028	0,052	0,053	0,103	0,102		

но, с другой - увеличиться за счет корреляции между отдельными моментами /контактами/. Влияние корреляции между контактами начинает сказываться, если период сигнала $T < 2,5$ сек, а при $T = 0,4$ сек σ увеличивается из-за корреляции около 1,5 раза в зависимости от θ . Если θ больше, то влияние корреляции больше. Правда, настолько уменьшить ширину щелей решетки на АПМ-10 не позволяют размеры изображений звезд, но сделать ее меньше 0,1 мм возможно. С такой точки зрения целесообразно по возможности уменьшить ширину щелей решетки.

Для каждого значения T в таблице 1 во втором столбце дается σ , вычисленное по приближенной формуле, предложенной К.А.Штейнсом [16], которая в первом приближении учитывает корреляцию между соседними контактами:

$$\sigma = \frac{T \sqrt{1 + R\left(\frac{T}{2}\right)}}{2\pi a},$$

где R - нормированная корреляционная функция.

При вычислениях по приближенной формуле нужно учесть, что отношение a изменяется на выходе интегрирующей цепочки входа в зависимости от θ . Приближенная формула дает хорошие результаты до $T = 0,8$ сек, особенно для больших θ , т.е. она успешно применяется при наличии низкочастотных помех, что и следовало ожидать.

Допустим, что тот же сигнал с $T = 3,2$ сек регистрируется интегральным методом. В отличие от дифференциального метода, где мерцание звезд практически не влияет на точность регистрации, здесь нужно учитывать как дрожание, так и мерцание звезд. Результаты даны в таблице 2. В первом столбце даны σ , обусловленные дрожанием звезд для тех же значений a , что и в таблице 1, в третьем - мерцанием. Во втором столбце даны значения σ , вычисленные по эмпирической формуле, предложенной М.К.Абеле [8]:

$$\sigma = \frac{0,03 T}{a'},$$

$$T = 3,2 \text{ сек} \quad \gamma = 0,2$$

α	1	2	α'	3	4
4	0,071	0,057	4,4	0,038	0,080
6,6	0,043	0,034	7,5		0,057

где α' — отношение амплитуды изменения N_i к σ_{N_i} . Значения α' соответствующие α приведены в таблице 2. Эмпирическая формула дает заниженные значения σ , поскольку не учитывает корреляцию между N_i . Она может применяться, если σ_{N_i} одинаковые для всех N_i и $T > 8$ сек. Если и в этом случае уменьшить период сигнала, то можно ожидать, что дисперсия будет уменьшаться меньше по сравнению с дифференциальным методом, потому что в интегральном методе значительно сильнее проявляется корреляция, так как периоду T соответствует $T_c = \frac{1}{3} T$, т.е. корреляция между N_i значительно сильнее корреляции между контактами. Вычисления проведены для одного значения фазы сигнала, так как в зависимости от фазы сигнала дисперсия меняется незначительно [8].

Во втором столбце дано значение среднеквадратической ошибки обусловленной мерцанием звезд для зенита. Эту ошибку для другого зенитного расстояний можно вычислить простым умножением σ на $\sec z$, если принимать линейную зависимость γ от $\sec z$.

Для периода сигнала 3,2 сек проведены вычисления σ как для интегрального, так и для дифференциального метода с учетом выбросов и имеется возможность сравнения точности определения прохождения звезд этими методами. Допустим, что сигнал с одинаковыми парамет-

рами / $T = 3,2$ сек/ и с такими же помехами, обусловленными как дрожанием, так и мерцанием звезд, регистрируется этими двумя методами. Поскольку мерцание звезд практически влияет только на точность определения прохождения звезд интегральным методом, то суммарная ошибка увеличится только для интегрального метода. В таблице 2 на четвертом столбце даны значения для суммарной ошибки, предполагая, что дрожание и мерцание независимы. Если это не так, то ошибка увеличивается. Нужно отметить, что это минимальное значение, а с увеличением z , β для мерцания может увеличиться в три раза. Сравнивая данные таблиц 1 и 2 можно сказать, что дифференциальный метод, применяя даже небольшие постоянные времени, дает лучшие результаты по сравнению с интегральным. Интегральный метод имеет некоторые преимущества при наблюдении зенитных звезд, особенно при наличии больших технических шумов / $\alpha < 4$ /. Что относится к техническим шумам, то дифференциальный метод малочувствительный к синфазным помехам, а для интегрального метода не существенны низкочастотные помехи. Правда, если применить методы счета фотонов [17], то и для дифференциального метода последнее не существенно.

Формально можно рассмотреть вопрос об эффективности использования информации, применяя тот и другой метод. Для одного периода сигнала дифференциальным методом обрабатывается информация об усредненном положении изображения звезды в двух точках, а интегральным - в восьми точках, а точность среднего момента прохождения сравнима, но если для дифференциального метода увеличить информацию в два раза, уменьшая в два раза ширину щелей, и в то же время в два раза увеличивая число щелей, то точность среднего момента, определенная дифференциальным методом, значительно выше. Эффективность использования информации для дифференциального метода значительно выше.

В конце нужно отметить, что аппаратура, применяемая для реализации дифференциального метода, значительно проще по сравнению с аппаратурой для интегрального метода.

Л и т е р а т у р а

1. Павлов Н.Н. Тр. ГАО, сер. 11, т. 59, 1946.
2. Брандт В.Э. Труды ЦНИИГАиК, вып. 112, 23, 1956.
3. Штейнс К.А. и Розе Л.Ф. Уч. зап. Латв. гос. унив., т. 68, вып. 2, 7, 1964.
4. Брандт В.Э. Астр. ж., 45, №3, 686, 1968.
5. Крамер Г. и Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. М., 1969.
6. Штейнс К.А. и Огриньш М.П. Уч. зап. Латв. гос. унив., том 148, вып. 6, 3, 1971.
7. Калнинь Р.К. Уч. зап. Латв. гос. унив., том 148, вып. 6, 60, 1971.
8. Абеле М.К. Уч. зап. Латв. гос. унив., том 121, вып. 4, 49, 1969.
9. Егоров А.Д. Вестн. Харьк. унив., вып. 6, астрономия, № 65, 84, 1971.
10. Колчинский И.Г. Оптическая нестабильность земной атмосферы по наблюдениям звезд. Киев, 1967.
11. Васильева Г.Л. Тр. сов. по иссл. мерцания звезд. М., 1959.
12. Калнинь Р.К. Уч. зап. Латв. гос. унив., том 148, вып. 6, 12, 1971.
13. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., 1964.
14. Калнинь Р.К. Уч. зап. Латв. гос. унив., том 148, вып. 6, 39, 1971.
15. Жукова Л.Н. Тр. сов. по иссл. мерцания звезд. 116, М., 1959.
16. Штейнс К.А. Уч. зап. Латв. гос. унив., том 148, вып. 6, 29, 1971.
17. Егоров А.Д. Вестн. Харьк. унив., сер. астроном., вып. 4, № 34, 66, 1969.

Р е з ю м е

М. П. О г р и н ь ш

О ТОЧНОСТИ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РЕГИСТРАЦИИ
МОМЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВЕЗД

Дается анализ точности двух методов фотоэлектрической регистрации моментов прохождения звезд - дифференциального с учетом выбросов и интегрального / с накоплением / со счетом фотонов. Вычислены среднеквадратические ошибки одного контакта / одного периода /. Рекомендуется выбирать ширину щелей визирной решетки меньше 0,1 мм для АПМ-10.

Сравнивается точность обоих методов с учетом дрожания и мерцания звезд. Делается заключение, что дифференциальный метод с меньшей постоянной времени входа имеет преимущества, особенно при больших зенитных расстояниях. Интегральный метод может успешно применяться при наблюдениях зенитных звезд при наличии больших шумов / $\alpha = 4$ /.

Иллюстр.: 2, табл.: 2, библиогр.: 17 назв.

K o r a v i l k u m e

M. O g r i ņ š

PAR ZVAIGŽŅU TRANZĪTMOMENTU FOTOELEKTRISKĀS
REĢISTRĒŠANAS PRECIZITĀTI

Dota precizitātes analīze divām zvaigžņu tranzītmomentu fotoelektriskās reģistrēšanas metodēm - diferenciālai, pamot vērā gadījuma izsitienus un integrālajai ar fotonu skaitīšanu un akumulāciju. Aprēķinātas vidējās kvadrātiskās kļūdas vienam kontaktam (periodam). Ieteikts priekš АПМ-10 režģa spraugu platumu izvēlēties mazāku par 0,1 mm.

Salīdzināta abu metožu precizitāte pamot vērā zvaigžņu drēbēšanu un mirgošanu. Izdarīts secinājums, ka diferen-

ciālajai metodei ar nelielu laika konstanti ir priekšrocības, sevišķi pie lielām zenītdistancēm. Integrālo metodi var sekmīgi pielietot zenītzvaigžņu novērošanai pie lieliem trokšņiem ($\alpha = 4$).

Summary

M. O g r i p s

ABOUT ACCURACY OF THE PHOTOELECTRIC REGISTRATION OF THE STAR TRANSIT

Analysis of the accuracy is given for two methods of the photoelectric registration of the star transit moments - for differential method with taking into account ejections and for integral one with counting of photons and accumulation. The standard deviations have calculated for one contact (one period). It is suggested to choose the width of the grating splits less than 0,1 mm for APM-10.

The accuracy of the both methods is compared on bases of lateral movements of stellar images as well as stellar brightness scintillation. It is concluded the differential method with small time constant have preference, particularly for large zenith distances. The integral method can be successfully used for registration of zenith stars in presence of large noise.

УДК 522.61

К. А. Штейнс
Н. К. Балодис

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЯ СЛОЯ ЭМУЛЬСИИ АЭРОФОТОПЛЕНКИ

В в е д е н и е

В большинстве случаев фотографирование ИСЗ происходит на пленке, т.к. пленка более удобна, если требуется заснять большое количество кадров за сравнительно короткий промежуток времени. Слой эмульсии пленки деформируется больше, чем слой эмульсии качественных пластинок. Величина деформации зависит от способа проявления и сушки пленки и от ее свойств. Исследованию факторов, влияющих на деформацию слоя эмульсии, посвящено много работ, и общие закономерности известны [1-6]. Нас интересует не столько деформация слоя эмульсии, а вопрос, как деформация влияет на точность определенных по снимкам координат ИСЗ. По измеренным прямоугольным координатам x_i , y_i идеальные координаты ξ_i , η_i могут быть определены, если имеется связь

$$\begin{aligned}\xi_i &= a'_0 + a'_1 x_i + a'_2 y_i, \\ \eta_i &= b'_0 + b'_1 x_i + b'_2 y_i,\end{aligned}\tag{1}$$

где a'_0 , b'_0 , a'_1 , b'_1 , a'_2 , b'_2 - некоторые постоянные величины. В связи с этим при исследовании деформации невьяки могут быть определены с точностью до выражений правых частей формулы (1).

§ 1. И н т е р п р е т а ц и я к о э ф ф и ц и е н т о в

В теории деформации линейные смещения Δx_i , Δy_i типа

$$\Delta x_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i,$$

$$\Delta y_i = b_0 + b_1 x_i + b_2 y_i$$

разлагаются на параллельный перенос, вращение и собственную деформацию, которую можно осуществить двумя взаимно перпендикулярными равномерными растяжениями

$$\Delta x_i = a_0 + a_1 x_i + \frac{1}{2}(a_2 + b_1) y_i + \frac{1}{2}(a_2 - b_1) y_i, \quad (2)$$

$$\Delta y_i = b_0 + \frac{1}{2}(b_1 + a_2) x_i + b_2 y_i + \frac{1}{2}(b_1 - a_2) x_i.$$

Величины a_0 и b_0 характеризуют параллельный перенос, антисимметрическая часть $\frac{1}{2}(a_2 - b_1)$ представляет вращение, а симметрическая часть — собственную деформацию. Такое разложение правильно для бесконечно малых деформаций т.к. в этом случае

$$\begin{aligned} \Delta x' &= (\cos \varphi - 1)x - \sin \varphi y \approx -\varphi y = \frac{1}{2}(a_2 - b_1)y \\ \Delta y' &= \sin \varphi x + y(\cos \varphi - 1) \approx \varphi x = \frac{1}{2}(b_1 - a_2)x, \end{aligned} \quad (3)$$

и, кроме того, соответствующими удлинениями можно пренебречь по сравнению с x и y . Рассмотрим случай, когда деформация слоя эмульсии аэрофотопленки исследуется на контактной копии сетки Готье. Измерения сетки и ее образа и составление разности соответствующих координат налагает на точность изготовления сетки Готье меньшие требования, т.е. смещения углов значительно меньше координат измеряемых точек. Применения анализа теории деформации в обычном виде, т.е. с использованием формулы (3), для контактного метода невозможно, т.к. $\frac{1}{2}(a_2 - b_1)$ является величиной конечной. Действительно, образ и прообраз не удается в компараторе достаточно точно совместить. В связи с этим в $\frac{1}{2}(a_2 - b_1)$ также следует учесть влияние растяжения.

Рассмотрим следующую схему. Имеются две идентич-

ные прямоугольные сетки /эталон и копия, полученная контактным методом/. Непроявленная копия вследствие проявления подлежит деформации, т.е. получается образ, прямоугольные координаты узловых точек которого измеряются на компараторе. Измеряются координаты эталона, которые равны в пределах точности трансформации координатам непроявленной копии. Составляются разности полученных координат соответствующих точек. Следует найти поступательную, вращательную и расширяющуюся часть разностей координат в предположении, что деформаций другого вида не имеется. Пусть λ_1 и λ_2 являются коэффициентами удлинения в направлении α и ему перпендикулярному. Угол поворота β не может быть разложен на две составляющие, т.е. на угол поворота слон эмульсии при проявлении и на угол между эталоном и непроявленной копией. Координаты образа X_i, Y_i при помощи координат непроявленной копии x_i, y_i выражаются следующим образом:

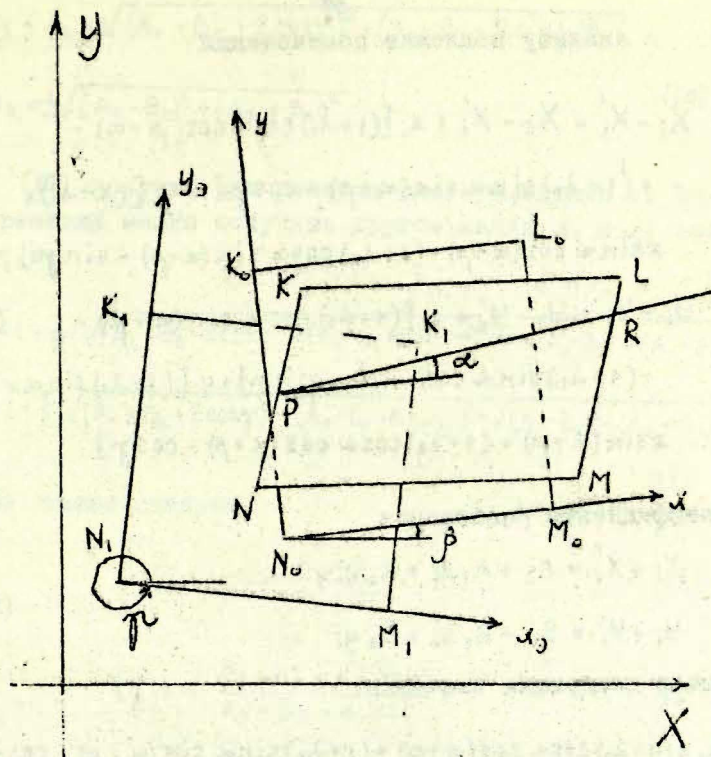
$$X_i = X_0 + x_i [(1 + \lambda_1) \cos \alpha \cos(\alpha + \beta) + (1 + \lambda_2) \sin \alpha \sin(\alpha + \beta)] + y_i [(1 + \lambda_1) \sin \alpha \cos(\alpha + \beta) - (1 + \lambda_2) \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)], \quad (4)$$

$$Y_i = Y_0 + x_i [(1 + \lambda_1) \cos \alpha \sin(\alpha + \beta) - (1 + \lambda_2) \sin \alpha \cos(\alpha + \beta)] + y_i [(1 + \lambda_1) \sin \alpha \sin(\alpha + \beta) + (1 + \lambda_2) \cos \alpha \cos(\alpha + \beta)].$$

В этой же системе координат точки эталона X_{zi}, Y_{zi} имеют следующие координаты

$$\begin{aligned} X'_{zi} &= X'_0 + x_{zi} \cos \gamma + y_{zi} \sin \gamma \\ Y'_{zi} &= Y'_0 - x_{zi} \sin \gamma + y_{zi} \cos \gamma. \end{aligned} \quad (5)$$

Предполагая, что $x_{zi} = a, 2a, \dots, y_{zi} = a, 2a, \dots$ или предполагая, что узлы лежат на одной прямой, можно определить угол γ и значение длины a стороны клеточки



$K_0L_0M_0N_0$ - клетка сетки Готье непроявленной контактной копии.

$KLMN$ - клетка сетки Готье контактной копии после проявления и сушения.

$K_1L_1M_1N_1$ - клетка эталона сетки Готье.

PR - главная ось деформации.

X_2Y_2 - оси компаратора.

Аналізу подлежат соотношения

$$\begin{aligned}
 X_i - X'_i &= X_0 - X'_0 + x_i [(1+\lambda_1) \cos \alpha \cos(\rho + \alpha) + \\
 &+ (1+\lambda_2) \sin \alpha \sin(\alpha + \rho) - \cos \gamma] + y_i [(1+\lambda_1) x \\
 &x \sin \alpha \cos(\alpha + \rho) - (1+\lambda_2) \cos \alpha \sin(\alpha + \rho) - \sin \gamma], \\
 Y_i - Y'_i &= Y_0 - Y'_0 + x_i [(1+\lambda_1) \cos \alpha \sin(\alpha + \rho) - \\
 &-(1+\lambda_2) \sin \alpha \cos(\alpha + \rho) + \sin \gamma] + y_i [(1+\lambda_1) \sin \alpha x \\
 &x \sin(\alpha + \rho) + (1+\lambda_2) \cos \alpha \cos(\alpha + \rho) - \cos \gamma].
 \end{aligned} \tag{6}$$

Коэффициенты разложения

$$X_i - X'_i = A_0 + A_1 x_i + A_2 y_i, \tag{7}$$

$$Y_i - Y'_i = B_0 + B_1 x_i + B_2 y_i.$$

имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (1+\lambda_1) \cos \alpha \cos(\rho + \alpha) + (1+\lambda_2) \sin \alpha \sin(\alpha + \rho) - \cos \gamma, \\
 A_2 &= (1+\lambda_1) \sin \alpha \cos(\alpha + \rho) - (1+\lambda_2) \cos \alpha \sin(\alpha + \rho) - \sin \gamma, \\
 B_1 &= (1+\lambda_1) \cos \alpha \sin(\alpha + \rho) - (1+\lambda_2) \sin \alpha \cos(\rho + \alpha) + \sin \gamma, \\
 B_2 &= (1+\lambda_1) \sin \alpha \sin(\alpha + \rho) + (1+\lambda_2) \cos \alpha \cos(\alpha + \rho) - \cos \gamma.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Составим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 A_2 + B_1 &= (\lambda_1 - \lambda_2) \sin(2\alpha + \rho), \\
 A_1 + B_2 &= (2 + \lambda_1 + \lambda_2) \cos \rho - 2 \cos \gamma, \\
 A_1 - B_2 &= (\lambda_1 - \lambda_2) \cos(2\alpha + \rho), \\
 A_2 - B_1 &= -(2 + \lambda_1 + \lambda_2) \sin \rho - 2 \sin \gamma.
 \end{aligned} \tag{9}$$

На основе уравнений (9) имеем

$$2 + \lambda_1 + \lambda_2 = \pm \sqrt{(A_1 + B_2 + 2 \cos \gamma)^2 + (A_2 - B_1 + 2 \sin \gamma)^2},$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \pm \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + (A_2 + B_1)^2}. \quad (10)$$

Решая (10) получим два решения системы, однако из одного решения можно получить другое, меняя λ_1 и λ_2 местами, т.е.

$$\lambda_{1,2} = -1 + \frac{1}{2} \left(\sqrt{(A_1 + B_2 + 2 \cos \gamma)^2 + (A_2 - B_1 + 2 \sin \gamma)^2} + \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + (A_2 + B_1)^2} \right),$$

$$\lambda_{2,1} = -1 + \frac{1}{2} \left(\sqrt{(A_1 + B_2 + 2 \cos \gamma)^2 + (A_2 - B_1 + 2 \sin \gamma)^2} - \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + (A_2 + B_1)^2} \right). \quad (11)$$

Из (9) также следует

$$\operatorname{tg}(2\alpha + \beta) = \frac{A_2 + B_1}{A_1 - B_2} \quad (12)$$

и

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B_1 - A_2 - 2 \sin \gamma}{A_1 + B_2 + 2 \cos \gamma}. \quad (13)$$

Так как имеем малые деформации и величина β небольшая, то знак β совпадает со знаком $B_1 - A_2$. Если будем считать $\lambda_1 > \lambda_2$, то α будет определено однозначно. Из полученных выражений для определений λ_1 , λ_2 , α и β (11-13) видно, что A_1 , B_1 , A_2 , B_2 не могут представлять с большой точностью деформацию пленки. Если $\gamma = \beta \approx 0$, то более или менее хорошо деформации представляют A_1 и B_2 так как их значения мало меняются в зависимости от значений γ и β . Обстоятельство, что A_1 и B_2 довольно хорошо характеризуют физические свойства пленки, обнаружено в работе [1] эмпирически. Если достаточно тщательно определен угол γ , то все четыре коэффициента хорошо характеризуют физические свойства пленки.

§ 2. Методы анализа невязок

Разности координат ΔX_i , ΔY_i узлов сеток эталона и проявленной копии представим в следующем виде

$$\begin{aligned}\Delta X_i &= a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + \varepsilon_{ix} \\ \Delta Y_i &= b_0 + b_1 x_i + b_2 y_i + \varepsilon_{iy}.\end{aligned}\quad (14)$$

В теории сплошных сред предполагается, что при $x_i \rightarrow 0$, $y_i \rightarrow 0$ невязки ε_{ix} , ε_{iy} являются бесконечно малыми величинами высшего порядка. Следует оценить размеры области, в которой ε_{ix} , ε_{iy} не превышают заданную величину. Невязки ε_{ix} и ε_{iy} возникают из-за двух причин. Во-первых, из-за того, что ΔX_i , ΔY_i содержат не только линейные члены, но и члены высшего порядка. В этом случае получается определенная связь между ε_{ix} , ε_{iy} и x_i , y_i . Во-вторых, из-за того, что слой эмульсии сужается неравномерно, и эти неравномерности имеют случайный характер. Если не пытаться разделить обе части и рассматривать ε_{ix} , ε_{iy} как случайные величины, притом не зависящие от x и y , то получается, что ε_{ix} , ε_{iy} являются коррелирующими случайными величинами, формальный анализ которых может привести к неправильным заключениям.

Оценим размеры области d , в которой ε_{ix} , ε_{iy} не превышают данную величину Δ в предположении, что ε_{ix} , ε_{iy} возникли из-за существования нелинейных членов в ΔX_i , ΔY_i . В качестве примера оценим d из-за влияния рефракции. Предположим, что ось x направлена горизонтально, а y к зениту. Имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned}X &= a_0 + a_1 x + a_2 y \\ Y_{\text{реф}} &= b_0 + b_1 x + b_2 y.\end{aligned}\quad (15)$$

Пусть наблюдается $(2n+1)^2$ равномерно распределенных точек

$$\begin{aligned}i\Delta &= a_0 + a_1 i\Delta + a_2 j\Delta \\ j\Delta_{\text{реф}} &= b_0 + b_1 i\Delta + b_2 j\Delta,\end{aligned}\quad (16)$$

$i = 0, \pm 1, \dots, \pm n, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$

Система уравнений для определений неизвестных a_0 , a_1 и a_2 дает тривиальное решение, т.е. $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = 0$. Решая нормальные уравнения относительно неизвестных b_0 , b_1 и b_2 , имеем

$$\begin{aligned} b_0 &= -P, \\ b_1 &= 0, \\ b_2 &= 1 - \frac{2n+1}{2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}} P, \end{aligned} \quad (17)$$

где P - среднее значение рефракции слоев y_i ($i = -n, \dots, n$). Если определяются координаты точек, находящихся в среднем слое, то ошибка в определении координат y будет

$$\Delta y = \text{реф}_{y_0} - P. \quad (18)$$

Рассматривая таблицу рефракции убеждаемся, что в зоне шириной в 5° поправки на рефракцию пренебрежимо малы. Например, на основе таблицы рефракции имеем следующие данные:

z°	средняя рефракция
50	1' 9",2
51	1' 11",6
52	1' 14",2
53	1' 16",9
54	1' 19",8

ср. 1' 14",3

Следовательно, $\Delta y = 0,1$.

Если число узлов $2n+1$ в вертикальном направлении стремится к бесконечности, то $\Delta y \rightarrow \Delta y_0$, где

$$\begin{aligned} \Delta y_0 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=-n}^n \text{реф}_{y_i} \Delta y_i}{(2n+1) \Delta y_n} - \text{реф}_{y_0} = \\ &= \frac{\int_{y-n}^{y+n} \text{реф} \cdot dy}{y_n + y_{-n}} - \text{реф}_{y_0} \end{aligned} \quad (19)$$

Геометрически формулу (19) можно истолковать следующим образом. При равномерном и достаточно плотном распределении звезд сравнения ошибка рефракции определяется разностью между площадью находящейся под кривой рефракции и прямоугольником, высота которого равна рефракции в средней точке, деленной на ширину зоны. Оптимальным значением числа n следует считать то, при котором

$$\frac{\int_{y=-n}^{y+n} \text{реф} dy - \sum_{i=-n}^n \text{реф}_{y_i} \Delta n}{y_n + y_{-n}}$$

пренебрежимо.

§ 3. Оптимальный метод определения позиций на аэрофото пленке

Для эмпирического исследования деформации слоя эмульсии аэрофотопленки мы сделали контактную копию сетки Готье. Пленка во время экспозиции была зажата между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками. Аэрофотопленка тип 15-800 светочувствительности 1000 ед. ГОСТ 0,85 была проявлена в проявителе Чибисова и зафиксирована в дубящем закрепителе типа Ф-7 на проявительном приборе РПП-10. Сушка проводилась в приборе ускоренной сушки фильма /ПУСФ/ при температуре 50°С. Через три дня после проявления постоянные измерители Станции наблюдений ИСЗ Латвийского госуниверситета Ленерте А.Я., Палашкова В.А. и Клявня Н. в течение трех дней измеряли координаты копии сетки Готье. Каждый измеритель поочередно измерял на "Аскорекорде" координаты точек 1-2 строк с соответствующим поворотом призмы на 0°, 90°, 180°, 270°. Потом Палашкова В.А. в течение 2,5 дня измерила эталон.

По формулам (?) были определены коэффициенты трансформации. Невязки по оси x и y представлены в таблице 1. По формулам (ii) были определены коэффициенты линейной деформации λ_1 и λ_2 /табл.2/. При помощи статистического анализа можно с некоторой вероятностью выяснить характер невязок. Следуя традициям, предположим, что невязки распределены по нормальному закону, притом они случайно распределены по всей площади. Проверим эту гипотезу в зависимости от величины площади. Рассматривая данные табл.1, легко убеждаемся, что имеются области, где все смещения имеют одинаковый знак и сравнительно большие по модулям.

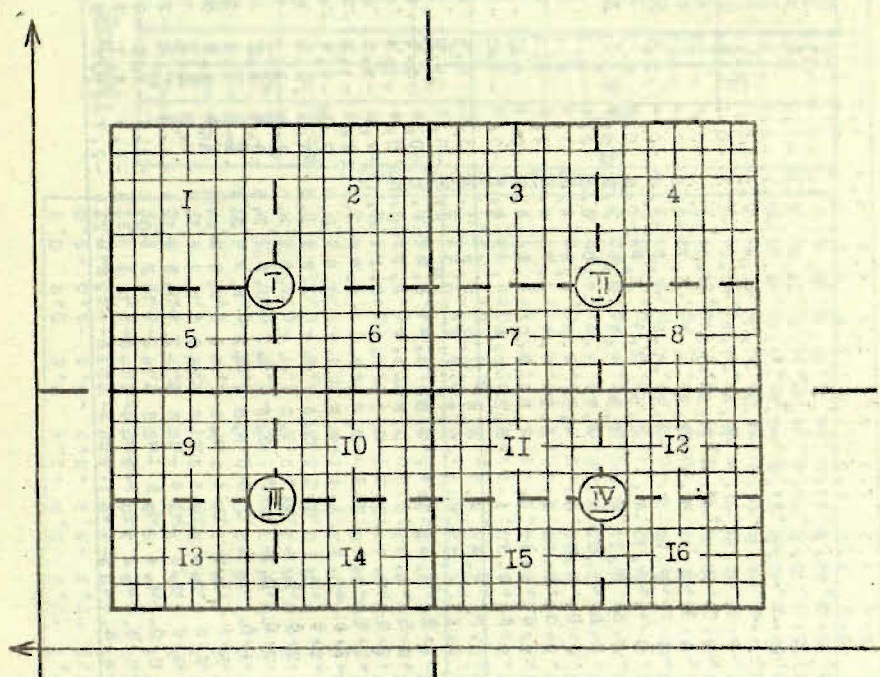


Рис. 1

Например, среди углов прямоугольника от 6 по 10 строчки и от 1 по 8 столбца имеется только одно

	7,6	8,8	8,0	7,2	8,1	4,7	4,9	5,4	4,8	7,0	4,9	0,7	0,6	1,7	2,5	1,3	0,2
	2,0	3,9	5,0	2,2	1,5	0,9	0,3	0,5	-0,6	-2,3	-2,8	-4,0	-2,1	-3,2	-5,0	-3,6	-1,4
	1,6	2,0	5,1	1,6	1,2	0,4	0,7	1,6	-0,5	-1,0	-4,6	-5,3	-3,4	-2,5	-2,5	-3,1	-5,0
	2,0	2,9	-2,1	-2,9	1,7	1,2	2,5	0,8	-1,4	0,1	-0,9	-1,1	2,9	-0,9	0,4	0,4	-2,5
	-1,6	-0,3	-3,8	-3,8	-0,9	0,6	0,6	-1,2	-2,2	-1,4	-1,2	-0,1	-1,9	-2,4	-1,8	0,3	0,5
	-2,6	-1,8	-4,9	-4,4	-1,2	-1,1	-1,4	-2,0	-3,1	-3,1	-2,6	-0,9	0,1	-1,2	-1,0	0,5	-1,0
	-4,3	-7,0	-5,5	-3,5	-2,8	-1,6	-0,2	-1,5	-0,0	-0,4	-0,6	2,0	1,7	1,7	2,7	-0,6	1,3
	-4,8	-6,0	-3,5	-2,5	-0,9	-0,1	0,1	-2,0	-1,0	-0,9	0,5	-1,0	0,2	0,5	0,9	-0,9	0,6
	-7,0	-4,3	-2,7	-4,8	-2,8	-1,7	-2,7	-1,5	-1,7	-1,6	2,8	-2,7	0,5	-0,4	-1,1	-4,4	-3,2
	-1,0	-1,7	-2,9	-2,7	-3,1	-1,0	-2,8	-1,2	-0,4	-2,9	-2,7	-3,2	0,7	-1,7	-1,1	-0,9	-2,8
	-2,1	0,4	-0,3	-0,1	0,5	1,1	2,9	-0,5	0,0	0,1	2,1	-0,9	3,3	-0,9	-1,3	-2,7	0,7
	2,8	1,6	3,2	0,5	1,4	1,1	1,9	2,9	1,8	3,1	-0,1	1,0	1,9	-0,1	3,3	2,9	1,2
	-2,0	3,6	-1,3	1,2	3,6	1,8	3,0	2,9	2,5	-0,3	1,6	3,3	2,5	-1,0	1,7	0,5	3,1
	2,7	4,0	4,5	4,7	4,6	4,8	4,2	4,8	3,5	3,8	1,8	3,5	1,8	2,4	0,7	2,5	0,8
	2,7	3,0	3,5	3,7	2,2	3,1	3,7	4,0	2,3	4,4	0,6	1,7	-0,8	-1,2	-2,0	-1,0	-0,5
	-1,7	-0,8	-1,4	0,1	-1,6	-0,0	-1,2	-1,6	0,0	0,2	-1,6	-1,5	-1,8	-2,2	-2,5	-3,5	-4,8
	-1,4	-1,5	-2,3	-1,3	-0,2	-1,5	-1,3	-0,1	-0,9	-1,0	-1,2	-2,0	-2,0	-3,6	-5,0	-2,5	-6,4
	0,6	-0,7	1,8	4,7	0,8	0,6	1,9	1,9	3,0	4,1	4,8	6,3	7,4	5,4	3,5	2,8	2,7
	0,1	3,2	1,2	-0,1	-0,7	4,4	-0,2	0,3	-0,3	1,3	2,7	3,6	0,8	0,2	-2,0	4,0	-2,1
	-2,1	1,9	0,3	-0,3	-0,0	0,7	0,9	-0,1	-0,3	0,6	0,5	0,8	-1,5	1,5	0,2	0,9	-1,3
	-1,1	-0,5	0,1	-2,6	0,6	4,5	2,1	-0,7	0,8	-1,3	0,9	-0,6	1,3	-0,8	0,7	-3,1	-4,3
	-2,4	0,2	-0,1	-0,2	-0,3	4,5	0,5	0,1	-2,0	-1,5	0,1	-1,2	-0,8	0,7	0,1	-0,9	-0,5
	-2,6	-2,9	-5,6	-2,9	-2,7	42,0	-2,8	-2,5	-2,4	-1,5	-2,2	-1,7	0,2	-1,9	-0,4	-0,4	-1,4
	-3,2	-1,6	-2,3	-3,4	-4,5	4,6	-0,4	-0,6	0,1	-1,1	-4,1	-2,3	0,2	0,2	-0,4	1,3	-0,8
	-0,7	-1,1	1,1	0,5	0,8	0,4	0,9	1,3	1,0	2,4	0,7	-0,1	0,9	1,9	0,7	-0,2	-0,4
	0,9	2,0	2,5	1,1	1,2	0,4	0,5	2,0	2,9	2,0	1,1	1,7	1,5	1,2	0,5	1,4	-0,8
	2,6	0,5	2,8	0,7	5,8	1,7	-0,8	2,5	-0,8	3,2	1,8	0,6	0,1	1,9	1,5	1,6	-0,7
	3,3	0,8	2,1	0,5	1,8	3,2	1,3	2,1	1,1	-0,3	2,9	0,2	1,5	0,5	1,5	3,4	0,8
	3,2	0,0	3,0	0,4	1,6	1,3	1,8	-0,3	1,0	-0,7	2,0	-0,5	2,1	-0,5	2,2	-0,6	2,2
	3,1	2,6	2,4	-0,1	0,6	20,9	1,2	3,2	-1,6	2,4	1,4	1,6	1,5	0,5	1,7	-0,2	2,4
	1,1	0,8	2,4	-1,4	-1,6	41,2	-0,8	-1,4	-4,0	-1,2	-2,4	-1,5	-2,9	0,5	-1,5	1,9	-1,0
	2,4	0,0	-1,4	-1,5	-1,9	41,2	-1,2	-0,8	-1,6	-1,9	-0,8	-0,9	-0,1	-1,6	-3,0	-3,4	-2,0
	3,0	-1,8	-1,4	-2,7	-2,4	44,5	-1,3	-3,2	-4,4	-3,1	-2,3	-5,4	-2,9	-4,0	-0,8	-3,0	-3,2
	-1,0	-1,5	-1,5	-4,1	-2,4	43,6	-3,8	-2,5	-2,7	-1,7	-2,5	-2,5	-1,7	-1,8	-1,7	-0,6	-0,2

Таблица 5.

-2,5	-1,7	-0,9	-0,9	-2,4	0,6	0,9	0,2
-5,2	-1,9	-2,3	-5,2	-8,7	-8,3	-4,0	-5,0
-4,8	-2,6	-5,9	-3,0	-5,6	-4,1	-1,3	-0,2
-3,0	-2,0	-3,9	3,0	-3,0	-3,7	-2,5	1,1
1,6	-1,7	-1,2	0,9	1,9	0,5	-0,9	2,9
-1,1	1,8	3,6	3,1	4,9	3,7	4,1	8,0
1,1	2,7	3,4	5,5	5,1	8,4	4,5	8,3
-0,4	3,2	3,6	1,3	2,7	8,4	8,0	8,7
-2,7	-0,3	-1,1	-2,0	-0,3	3,2	0,8	4,0
-1,4	-3,1	-0,9	-1,4	-1,8	-0,3	0,1	3,7
0,5	1,7	0,4	-2,4	-2,1	1,1	-0,0	3,1
0,4	1,8	3,8	0,8	3,3	5,3	-0,1	8,5
0,2	0,1	3,3	2,7	3,9	2,3	5,4	5,1
-0,6	1,3	-0,2	8,2	-0,5	2,9	1,9	4,3
-1,7	-3,8	-2,1	-1,2	-1,2	1,2	-2,4	1,2
-3,8	-3,4	-0,9	-2,0	-0,7	-2,7	-0,3	-1,4
-4,0	-8,4	-6,2	-2,7	-3,3	-6,1	-4,4	-4,6
3,8	1,7	0,1	0,3	1,7	0,1	-5,3	-2,9
-2,3	-2,3	-4,0	-3,1	-2,7	0,2	-8,1	-9,1
0,1	-1,0	-0,8	-0,7	-1,8	-0,8	-3,0	-3,5
-1,9	-2,3	-0,8	-4,1	-1,7	-3,2	-5,5	-5,6
-1,1	-2,7	-2,0	0,8	-0,7	-0,4	-1,1	-2,6
0,0	-0,8	-2,8	-3,0	-0,4	1,5	0,9	-0,4
-0,3	-2,7	-0,1	-3,8	-2,0	-0,5	-1,7	-2,6
2,3	0,4	0,6	1,6	0,2	-1,9	-0,6	-0,3
1,2	1,3	2,9	2,8	1,1	3,1	0,1	3,7
3,4	3,0	1,4	5,1	-0,2	-0,1	0,2	1,3
1,1	1,1	0,9	1,2	-0,2	1,1	-0,1	2,1
1,9	4,3	4,8	3,4	2,5	3,4	4,3	4,1
-0,1	2,4	2,1	2,2	1,5	2,1	1,6	1,1
-1,8	-0,1	-3,6	1,0	0,5	-0,0	-0,8	0,7
-1,7	0,8	-0,4	-0,2	-0,7	-2,2	2,0	1,8
-1,4	-1,9	1,1	1,1	0,9	2,0	1,4	1,4
1,2	1,2	2,6	5,2	4,0	4,7	3,2	5,2

Множ. коэф. пр.	ось коорд.	№ строк	№ столбцов:						
			1	2	3	4	5	6	
I U D _к	K	5	-1,0	0,3	-3,1	-3,1	-0,2	1,4	
		6	-1,5	-0,6	-3,7	-3,2	0,1	0,1	
		7	-2,6	-3,3	-3,8	-1,8	-1,0	0,3	
		8	-2,5	-3,7	-1,2	-0,2	1,5	2,3	
		9	-4,1	-1,5	0,2	-1,8	0,1	1,3	
		U	5	-1,6	0,9	0,5	0,2	0,0	-1,3
			6	-1,6	-2,0	-4,9	-2,2	-2,2	-0,6
			7	-2,0	-0,6	-1,4	-2,6	-3,8	-1,1
			8	0,7	0,2	2,2	1,5	1,6	1,1
9	2,5		3,4	3,8	2,3	2,2	1,5		
II U D _к	K	5	2,1	2,8	-1,3	-2,0	0,2	1,1	
		6	1,6	1,8	-2,0	-2,2	0,4	-0,2	
		7	0,4	-3,0	-2,1	-0,8	-0,3	-0,2	
		8	0,4	-1,5	0,3	0,7	1,6	1,8	
		9	-1,3	0,7	1,6	-1,1	0,2	0,7	
		U	5	0,2	2,8	2,4	2,2	2,1	0,6
			6	-0,7	-1,0	-3,9	-1,1	-1,0	-0,4
			7	-2,0	-0,5	-1,3	-2,4	-3,5	-0,6
			8	-0,2	-0,7	1,4	0,7	1,0	0,5
9	0,6		1,6	2,1	0,5	0,6	-0,2		

Продолжение таблицы 1

отрицательное смещение по оси x . Очевидно, что эмульсия пленки деформируется при проявлении и сушении неравномерно. Чтобы оценить неравномерность деформации и ее характер, вся область была разделена согласно рис. 1. Через $O = \{A_1, A_2, B_1, B_2\}$ обозначается множество тех коэффициентов трансформации, которые определялись по координатам точек всей измеренной площади, а через O_i - множества тех коэффициентов, которые были определены для соответствующих $\frac{1}{i}$ -ых частей площади ($i = 4, 16, 64$). Эти обозначения будут использоваться в таблицах для характеристики полученных данных.

Таблица 2.

Мн. частей	Номер площади	λ_1	λ_2	ξ	ζ_y	Площ. см ²
O	0	-0,000719	-0,001377	2,96	2,23	108
O_4	I	-0,000711	-0,001428	2,57	1,89	30
	II	- 682	- 1350	2,53	2,14	30
	III	- 712	- 1493	2,38	1,44	24
	IV	- 684	- 1426	2,60	1,78	24
O_{16}	1	-0,000724	-0,001148	2,00	1,4	9
	2	- 824	- 151	2,5	1,6	9
	3	- 756	- 151	2,0	1,8	9
	4	- 675	- 138	2,2	2,1	9
	5	- 573	- 124	1,5	1,6	6
	6	- 678	- 122	1,3	1,2	6
	7	- 690	- 129	1,7	0,9	6
	8	- 594	- 122	2,3	1,5	6
	9	- 668	- 137	1,5	1,3	6
	10	- 713	- 138	1,6	1,2	6
	11	- 766	- 135	1,5	1,2	6
	12	- 603	- 133	1,9	1,4	6
	13	- 624	- 161	1,9	1,1	6
	14	- 742	- 161	1,4	1,4	6
	15	- 734	- 152	1,2	1,5	6
	16	- 552	- 136	1,8	1,7	6

Невязки отдельных частей или их совокупностей рассматривались с двух точек зрения. Во-первых, для каждой части исследовалась нормальность распределения невязок. Нормальность невязок оценивалась двумя признаками, а именно: 1/ по уменьшению среднего значения согласно закону $\frac{1}{\sqrt{n}}$, где n - число точек, 2/ распределение невязок оценивалось согласно критерию χ^2 . Соответствующие данные сопоставлены в таблице 3. В левой части таблицы данные получены по коэффициентам множества O , в правой части - по коэффициентам множества O_4 . Оценка проводилась по 5% доверительной вероятности. На основе данных таблицы 2 заключаем: 1/ невязки, если не учитывать их распределение по площади, подчиняются нормальному несмещенно-

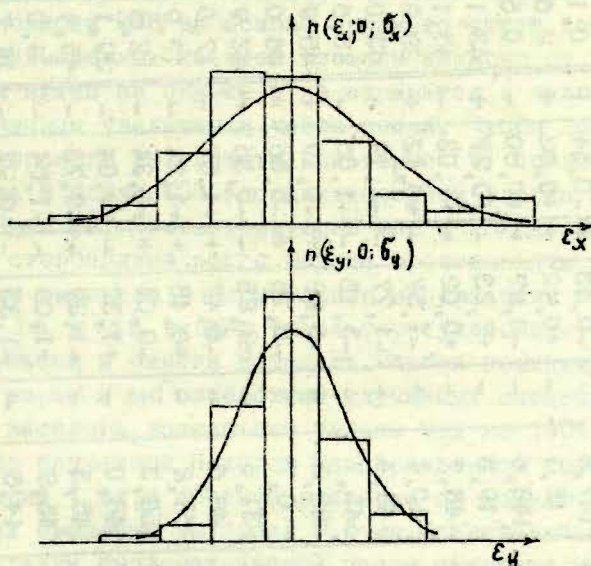


Рис. 2

му закону распределений /рис.2/, 2/ распределение по частям площади не случайно. Действительно, если разбить всю площадь на 4 прямоугольника, то гипотеза о том, что с вероятностью не менее чем 5% имеется нормальное распределение судя по частоте попадания

	χ_x^2	>5%	χ_y^2	>5%	a_x	>5%	a_y	>5%	χ_x^2	>5%	χ_y^2	>5%	a_x	>5%	a_y	>5%
0	2,24	+	0,36	+	0,0		0,0									
<u>I</u>	140,5	-	90,3	-	0,31	+	+0,10	+	0,5	+	0,6	+	0,0	+	0,0	+
<u>II</u>	124,5	-	147,8	-	-0,13	+	-0,54	+	0,1	+	0,7	+	0,0	+	0,0	+
<u>III</u>	144,9	-	15,1	-	+0,42	+	+0,02	+	2,6	+	0,1	+	0,0	+	0,0	+
<u>IV</u>	140,4	-	148,6	-	-0,27	+	+0,80	-	0,5	+	0,3	+	0,0	+	0,0	+
1	43,1	-	19,5	-	+2,23	-	+0,27	+	43,1	-	12,1	+	+1,00	-	+0,05	+
2	1,7	+	46,7	-	+0,02	+	+1,03	-	43,1	-	5,9	+	-1,08	-	0,05	+
3	45,0	-	10,1	+	-1,57	-	+0,12	+	28,8	-	12,2	+	+0,36	+	0,18	+
4	42,9	-	41,4	-	-1,77	-	-2,19	-	43,0	-	44,0	-	-1,15	-	-0,59	+
5	44,8	-	45,7	-	-3,15	-	-1,06	-	43,6	-	7,7	+	-0,95	-	-0,11	+
6	48,3	-	22,2	-	-0,88	+	-0,19	+	45,9	-	17,0	-	-1,05	-	-0,15	+
7	18,8	-	0,7	+	-0,15	+	-0,06	+	46,0	-	51,8	-	-0,62	+	-0,55	+
8	42,4	-	31,0	-	+2,85	-	-0,35	+	42,9	-	44,6	-	+1,12	-	+0,65	-
9	42,0	-	48,6	-	-0,47	+	+1,57	-	17,0	-	2,9	+	-0,31	+	-0,05	+
10	43,6	-	51,8	-	+0,45	+	+1,22	-	17,9	-	47,0	-	+0,30	+	+0,41	+
11	1,6	+	50,3	-	-0,04	+	+1,34	-	2,6	+	49,0	-	-0,06	+	+0,74	-
12	42,3	-	48,0	-	+1,37	-	+2,04	-	29,1	-	12,7	+	+0,38	+	+0,10	+
13	45,4	-	45,3	-	-1,29	-	-0,73	-	45,4	-	5,8	+	+0,59	+	+0,04	+
14	43,9	-	45,8	-	+1,08	-	-1,54	-	4,0	+	2,9	+	+0,08	+	+0,03	+
15	42,7	-	44,6	-	-1,35	-	-0,97	-	14,7	-	47,0	-	+0,17	+	-0,63	+
16	22,9	-	46,6	-	-0,37	+	+1,23	-	9,0	+	17,4	-	+0,20	+	+0,22	+

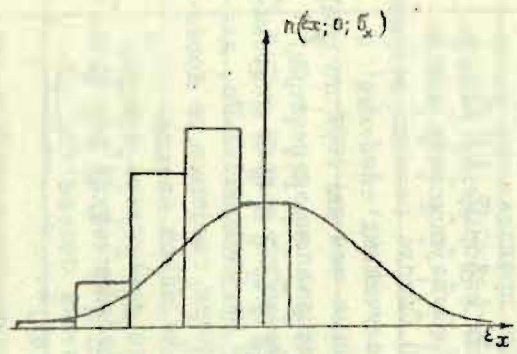
в интервалы невязок не имеет место ни для одного из прямоугольников, а судя по величинам средних арифметических, никаких отступлений от нормального распределения не имеется. При разделении на 16 частей, судя по частоте попаданий смещений в данный интервал, случайно в четырех случаях получилось согласие с нормальным распределением, а судя по величинам средних арифметических, примерно в 40% случаях имеется нормальное распределение невязок. Несоответствие нормальному распределению особенно ярко выражается по критерию χ^2 .

Данные, помещенные в табл. 3, позволяют сделать некоторые заключения о качестве применяемых на практике методов определения позиций ИСЗ. Имеются сторонники [8] измерения большего числа координат звезд, размещенных по всей площади снимка. Точность определения позиции ИСЗ на основе большего числа координат звезд размещенных по всей площади зависит от распределения звезд на снимке и не стремится к нулю при безграничном увеличении числа звезд. Чтобы добиться более хорошего результата, некоторые [7] предлагают измерять вблизи ИСЗ координаты одной звезды и определять $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$. Соответствующие $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ должны по мнению сторонников этого метода представлять смещение слоя эмульсии в окрестности изображения ИСЗ. Однако в $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ входят также флуктуационные смещения эмульсии и ошибки каталога. Ошибка позиции, исправленной за $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ вследствие случайных смещений и ошибок каталога, возрастает больше чем на 100% по сравнению со случайной ошибкой неисправленной позиции. Флуктуаций 1 мк, а среднее значение по модулю систематических смещений эмульсии 0,5 мк. Следовательно, для установления систематической части смещения, не достаточно измерять координаты только одной звезды.

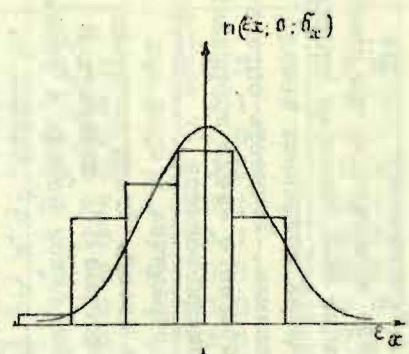
Анализируя таблицу 3 легко установить следующие закономерности: 1. Как систематические так флуктуационные смещения у краев пленки больше /см. смещения в прямоугольниках 1, 2, 3, 4/.

2. Смещения вдоль края пленки больше, чем поперек. 3. Имеется значительная корреляция между смеще-

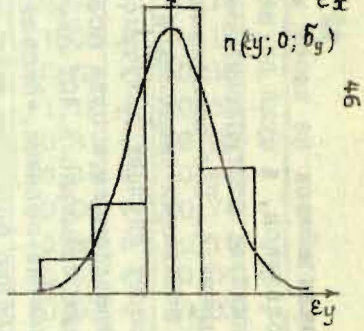
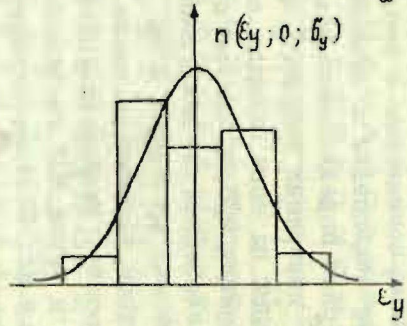
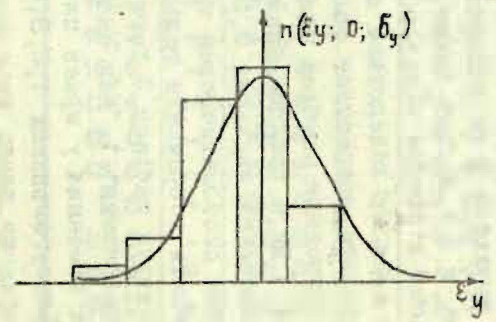
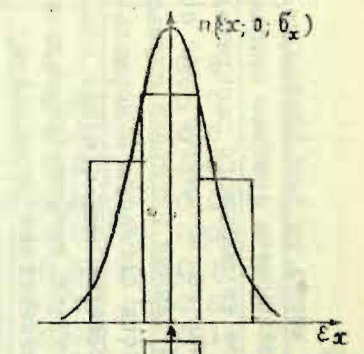
a/



б/



в/



94

Рис. 3.

ниями узлов, находящихся на двух рядом стоящих поперечных отрезках сетки Готье /коэффициент корреляции смещений вдоль пленки 0,76 поперек 0,64 и гораздо меньшая корреляция между соответствующим отрезками вдоль края пленки /коэффициент корреляции примерно 0,3/. Изменения коэффициента корреляции между невязками в направлении абсциссы и ординаты показывают, что связь деформации в этих направлениях меняется случайно.

Во-вторых, кроме исследования невязок, полученных с коэффициентами множества 0, исследованы невязки, полученные с коэффициентами множества 0; в отдельных прямоугольниках сетки Готье /см. рис. 1/. Соответствующие данные, подсчитанные по коэффициентам множества 0₄, помещены в табл. 2 /правая часть/. Если площадь разделить на 4 прямоугольника и у каждого в отдельности снять линейные деформации, то улучшается сходство с нормальным распределением. В этом случае, судя по χ^2 , имеется совпадение уже не в 4 случаях, а в 10 случаях, судя по средним арифметическим, имеется не 40%, а 70% совпадений с нормальным распределением, притом несогласие имеется в прямоугольниках находящихся на краях пленки. Кроме того, снятие линейной деформации у меньших площадей приводит к уменьшению среднеквадратичной ошибки, что легко усмотреть по данным таблицы 4.

На рис. 2 показана гистограмма распределения невязок всей площади по оси x и по оси y , совмещенная с соответствующими графиками плотности вероятности $n(x; a; \sigma_x)$ и $n(y; 0; \sigma_y)$. На рис. 3 показано приближение распределения невязок площади 5 /рис. 1/ к нормальному, если коэффициенты трансформации определены: а/ по всей площади пленки, б/ по площади I, в/ по площади 5.

На базе примера с рефракцией показано, что коэффициенты линейной трансформации удовлетворяют до определенной точности, а для более высокой точности, как известно, применяются квадратичные члены. Однако де-

Таблица 4.

Множ. коэфф.	Площ. см ²	σ_x мк	σ_y мк'	В масшт. АФУ-75	
				σ_x''	σ_y''
0	108	2,96	2,23	0,83	0,63
	30	3,14	2,25	0,88	0,63
	24	2,68	2,20	0,75	0,62
	9	3,06	2,41	0,86	0,68
	6	2,66	1,98	0,75	0,55
0 ₂	30	2,55	2,02	0,72	0,57
	24	2,49	1,61	0,70	0,45
	9	1,92	2,01	0,54	0,56
	6	2,40	1,65	0,67	0,46
0 ₁₆	9	2,16	1,73	0,61	0,48
	6	1,63	1,33	0,46	0,37
0 ₆₄	1,5	1,30	1,16	0,37	0,33

формация эмульсионного слоя пленки, очевидно, подчинена закону изменения более высокого порядка, так как уравнения вида

$$\begin{aligned}
 X_i - X_i' &= A_0 + A_1 x_i + A_2 y_i + A_3 x_i^2 + A_4 x_i y_i + A_5 y_i^2, \\
 Y_i - Y_i' &= B_0 + B_1 x_i + B_2 y_i + B_3 x_i^2 + B_4 x_i y_i + B_5 y_i^2
 \end{aligned}$$

во всех случаях деления исследуемой площади для невязок с точностью до десятой доли микрона не дают никаких изменений.

Данные, помещенные в табл. 4 показывают, что с уменьшением площади, на которой находятся измеряемые точки, значение среднеквадратичной ошибки уменьшается. При переходе от 6 см² на 1,5 см² площади, имеется 25-процентное уменьшение среднеквадратичных ошибок. При выборе оптимальной величины площади следует также учесть, что уменьшение площади увеличивает не-

точность в определении коэффициентов формулы Тернера и что в меньшей площади имеется меньшее количество изображений звезд пригодных для измерений. Учитывая сказанное, считаем измерение координат звезд, находящихся на $1,5 - 3 \text{ см}^2$ большой площади, оптимальным.

В итоге проделанной работы можно сделать следующие заключения:

1. Исследование невязок на аэрофотопленке показывает, что отличие от нормального распределения по всей площади пленки значимо. Распределение невязок приближается к нормальному, если коэффициенты трансформации вычисляются по опорным точкам небольшой площади. Характер распределения и величина невязок не изменяется, если учесть квадратичные члены трансформации.

2. Наибольшая корреляция существует между соседними колоннами в направлении оси X. Это свидетельствует о том, что деформация эмульсии пленки больше в продольном направлении пленки, а о том, что величина деформации в продольной и поперечной направлениях различается, свидетельствуют коэффициенты линейной части деформации λ_1 и λ_2 . Об этом свидетельствуют также коэффициенты корреляции r_{xy} .

Относительно использования аэрофотопленок для целей астрономических наблюдений ИСЗ в камерах типа АДУ-75 можно сделать следующие выводы:

1. Аэрофотопленка годится для целей фотографических наблюдений ИСЗ.

2. Желательно вычислять коэффициенты трансформации для каждой точки спутника по опорным звездам, окружающим ее площадью $1,5 - 3 \text{ см}^2$.

3. Очень осторожно надо подходить к таким вопросам, как выравнивание измеренных координат x, y следа спутника и исправление α, δ спутника за невязки контрольной звезды.

4. При определении постоянных дисторсии объектива надо считаться со случайной неравномерной деформацией аэрофотопленки.

Л и т е р а т у р а

1. Большаков В.П., Вингисаар Э.И. Уч. зап. ЛГУ им. А.А. Жданова, № 347, серия математических наук, вып. 44. Труды астрон. обсерватории т. 26, 144, 1969.
2. Будылова Т.М., Фомин Ю.М. Геодезия и картография, № 6, 1965.
3. Кириченко А.Г. Бюллетень станций оптического наблюдения ИСЗ. № 51, 35, 1968.
4. Крылов А.Г. Астрономический Совет АН СССР. Научные информации № 5, 40, 1967.
5. Колесова Н.К. Дипломная работа. Латв. госуниверситет, 1971.
6. Фомин Ю.М. Геодезия и картография, № 1, 1967.
7. Debehogne H. COSPAR Transactions N 7, 107, 1970.
8. Theurer Ch. COSPAR Transactions N 7, 129, 1970.

Р е з ю м е

К. А. Ш т е й н с

Л. К. Б а л о д и с

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЙ СЛОЯ ЭМУЛЬСИИ
АЭРОФОТОПЛЕНКИ

В работе исследованы искажения слоя эмульсии аэрофотоплёнки. Сделаны выводы, что для целей фотографических наблюдений ИСЗ аэрофотоплёнка пригодна. Искажения слоя эмульсии незначительны, если опорные звезды выбирать около каждой вычисляемой точки спутника.

Иллюстр.: 4, табл.: 5, библиогр.: 8 назв.

Kopsavilkums

K. Šteins

J. Balodis

AEROFOTOFILMAS EMULSIJAS DEFORMĀCIJU PĒTĪJUMI

Darbā veikti aerofotofilmas emulsijas deformācijas pētījumi. Konstatāts, ka Zemes mākslīgo pavadoņu (ZMP) fotogrāfiskai novērošanai filma ir lietojama. Emulsijas deformācijas ietekme kļūst neievērojama, ja atbalsta zvaigznes uz filmas izvēlas katrā ZMP aprēķināmā punkta tuvumā.

Summary

K. Šteins

J. Balodis

INVESTIGATION OF THE DISTORTION OF AEROPHOTOFILM
EMULSION LAYER

The distortion of the aerophotofilm emulsion layer is studied. The conclusion is that for aim of satellite photographic observations the aerophotofilm is usable. The magnitude of the distortion is negligible, if the reference stars is selected in the surroundings of each satellite point.

УДК 522.61

И. К. Балодис

КОМПЛЕКСНАЯ ПРОГРАММА АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ ФОТОГРАФИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ИСЗ

В настоящее время в космической геодезии получают наблюдения двумя оптическими способами - лазерной техникой и фотографическими методами. Полученные этими способами данные дополняют друг друга. Однако пути приобретения информации в лазерных и фотографических наблюдениях по трудоемкости резко отличаются. Трудоемкость астрометрической редукции фотографических наблюдений ИСЗ нередко очень замедляет получение данных и, следовательно, уменьшает возможность использования фотографических наблюдений: в эфемеридной службе ИСЗ, в исследовании верхних слоев атмосферы и др. Вопросы редукции фотографических наблюдений ИСЗ обсуждались на коллоквиуме COSPAR в Праге в 1968 году [1, 2, 3], этим проблемам посвящены также работы [4, 5]. В каждой обсерватории, в зависимости от обстоятельств и взглядов, редукция наблюдений проводится по-другому как в смысле употребляемых алгоритмов, так и в смысле организации процесса редукции. В Астрономической обсерватории Латвийского государственного университета также имеются свои особенности. При фотографировании на камерах АФУ-75, в зависимости от яркости и величины угловой скорости перемещения ИСЗ, получаются снимки трех различных видов, т.е. снимки, полученные в режиме пассивных ярких, пассивных слабых и активных ИСЗ. Способ астрометрической обработки для этих снимков во многом различается и во многом сходится. В настоящее время в Астрономи-

ческой обсерватории Латвийского госуниверситета используется серия программ [6,7,8,9] астрономической редукции снимков каждого режима. Цикл обработки снимков, помимо измерений координат, состоит из следующих этапов работ:

1. Визуальное отождествление 5-6 звезд на каждом снимке.

2. Подготовка информации и вычисление на ЭВМ моментов времени экспозиции ИСЗ.

3. Подготовка информации и вычисление по отождествленным 5 - 6 звездам сферических координат всех опорных звезд снимка.

4. Пересортировка информации и вычисление на ЭВМ топоцентрических направлений ИСЗ.

5. Оценка результата.

Раздробленный процесс вычислений обусловлен рядом обстоятельств: неимение каталога звезд в запоминающем устройстве ЭВМ, визуальное отождествление звезд, различие употребляемых программ, связанное с различными режимами съемки, а также раздробление программ, вызванное хронологической разработкой и усовершенствованием соответствующих способов редукции. Неизбежные ошибки в отождествлении звезд, порождаемые ограниченной различающей способностью человеческого глаза, а также появление дополнительных ошибок при неоднократной сортировке и перегруппировке информации для ЭВМ замедляют процесс редукции.

С решением проблемы автоматического отождествления звезд [10] стало возможным объединение программ обработки спутникограмм в одном комплексе, который автоматически проводит всю работу астрометрической редукции, кроме измерений прямоугольных координат. В 1972/1973 году комплексная программа с использованием каталога звезд на магнитных лентах и с учетом исследований [8, 15] создана в АО ЛГУ. В настоящей статье в § 1 дано краткое описание программы, ее блок-схема. В § 2 изложены два способа поиска сфотографированной области неба, если координаты ее заданы с низкой точностью или не заданы совсем. В § 3 изложены осо-

бенности записи каталога звезд для использования его комплексной программой редукции спутникограмм. В § 4 изложены некоторые соображения о технике отождествления звезд, а также затронуты вопросы о надежности работы комплексной программы и способах усовершенствования ее.

§ 1. Структура комплекса автоматической редукции спутникограмм

Блок-схема комплексной программы представлена на рис. 1. Комплексная программа состоит из 15 отдельных программ и серии автономно оттранслированных процедур. Программы написаны на языке Алгол-60 для транслятора ТА-1М машины БЭСМ-4. Оттранслированные программы в машинном коде записаны на магнитной ленте. Во время работы комплексной программы они находятся на магнитном барабане, откуда в зависимости от хода работы вызываются поочередно в оперативной памяти ЭСМ. Промежуточные числовые данные хранятся в 1 кубе МСЭУ. Комплексная программа по своей структуре соведена так, что любую отдельную программу можно заменить другой оттранслированной алгол программой или программой, написанной на автономном коде ЭВМ без каких-либо изменений в других блоках. В комплексную программу включена и модифицирована часть существующих программ счета времени /РАВ-12, РАВ-31/ и координат /РА-41/, разработанных в Астрономическом Совете АН СССР и АО Латвийского госуниверситета.

Входными данными являются:

- 1/ измеренные прямоугольные координаты опорных звезд, следа спутника и отметок времени на спутникограмме,
- 2/ отсчеты показаний фотохронографа и данные для коррекции приема сигналов точного времени определенной системе времени,
- 3/ постоянные камеры и объектива, параметры и

признаки режимов работы камеры, критерии точности вычислений,

4/ координаты места наблюдения, элементы орбиты ИСЗ или область начала поиска звезд.

Сделаем следующие замечания о программах. "ПВС" - программа вычисления средних значений, измеренных прямоугольных координат. Программа производит контроль размерности вводимых данных, производит автоматический подбор с группированием соответствующих измерений обеих координат каждой точки, вычисление среднего арифметического и анализ точности по отклонениям от среднего при заданном критерии допустимой погрешности. Также "ПВС" производит выбрасывание грубо ошибочных измерений и индикацию качества измерений. Группы изображений /звезд, ИСЗ, меток времени и др./ могут быть измерены в любом смешанном порядке с различающимся числом измерений для каждой группы.

Программа "Время" предназначена для вычисления моментов времени для 3-х режимов съемки. Производится редукция к определенной системе времени с учетом моментов передач радиосигналов и коррекции на запаздывание распространения радиоволн.

Согласно специфике съемки слабых по яркости спутников /режим "СС"/, каждая звезда изображается на снимке в виде цепочки точек. Для упрощения обработки этих снимков, координаты всей цепочки точек измеряются только для нескольких звезд, а для остальных измеряются только координаты одной точки. Для этого режима программа "СС" составляет сеть опорных звезд, которые необходимы для вычисления координат отдельных изображений ИСЗ, а также выделяет группу координат для отождествления опорных звезд и соответствующих этому положению координат ИСЗ в моменты начала и конца съемки снимка. Соответствующие координаты ИСЗ впоследствии служат для ориентации осей системы идеальных координат на снимке.

Программой "Эфемериды" начинается цикл программы отождествления звезд. По элементам орбиты, если такие имеются, вычисляются гелиоцентрические положения ИСЗ

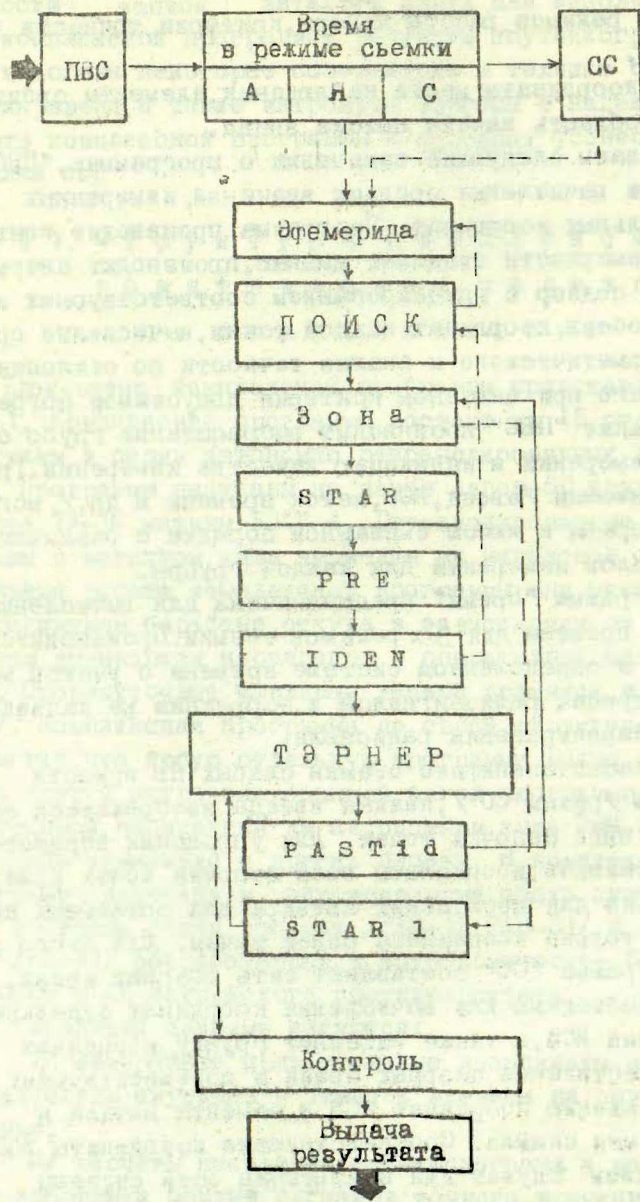


Рис. 1

в моменты времени, подсчитанные программой "Время". Результат используется для начала поиска звезд в каталоге.

"Поиск" является головной частью блоков отождествления звезд, который в зависимости от полноты информации о сфотографированном ИСЗ организует цикл поиска звезд для отождествления их по измеренным координатам на снимке. По своей структуре блок состоит из двух частей. Первая из них работает, когда не имеются элементы орбиты ИСЗ. Она систематически по спирали Архимеда выбирает области неба для отождествления опорных звезд снимка. Началом этой спирали могут служить азимут и высота или α , δ . Вторая часть работает в случае, когда имеются элементы орбиты ИСЗ, которые достаточно хорошо определяют его положение. В случае, когда в области неба, которая рассчитана программой "Эфемерида", конфигурация опорных звезд снимка программой идентификации не находится, изменяется средняя аномалия M_0 . Если по видимой дуге орбиты успех идентификации отрицателен, плоскость гипотетической орбиты поворачивается и снова продолжается поиск циклическим изменением средней аномалии. "Поиском" задается область неба для сравнения по координатам звезд в каталоге и на снимке.

Программа "Зона" находит адрес координат звезд данной области в каталоге, помещенном на магнитной ленте, т.е. находит номера зон.

"STAR" определяет номера магнитофонов, где хранится нужная информация, находит длину массивов координат, имеющих в соответствующих зонах на МЛ, считает эти зоны с МЛ и из них выбирает для очередного цикла отождествления массив звезд определенной звездной величины и ограниченной размерности.

Программой "PRE" информация о координатах в каталоге и на снимке переводится в общую систему, а программой "IDEN" осуществляется идентификация согласно статье [10]. Если в множестве каталожных звезд искомой конфигурации звезд не оказывается, программой "Поиск" выделяется следующая область неба. Если иден-

тификация успешна, то по группе отождествленных звезд методом Тернера подсчитываются сферические координаты всех опорных звезд на снимке.

Программой "PASTid" выделяются номера зон, в которых хранятся каталожные значения отождествленных звезд и программой "STAR1" посчитанные значения α , δ заменяются каталожными.

Программой "Тернер" подсчитываются координаты α, δ ИСЗ, а потом производится контроль и оценка полученного результата и выдача результата.

§ 2. Поиск области неба

В основе способа автоматического отождествления звезд [10], употребленного в нашей программе, лежит сравнение взаимных расстояний звезд на снимке с данными по каталогу. Нерационально искать сравнительно малые взаимные расстояния звезд на снимке среди больших расстояний звезд большой области неба. Поэтому, если среди избранных звезд каталога нет образцов, измеренных на снимке, должна выбираться другая точка на небесной сфере и вокруг нее определенная ограниченная область. Тактика поиска зависит от полноты и характера информации о вероятностном поле сфотографированной области неба. На основе особенностей фотографических наблюдений можно выделить 3 случая:

1. Координаты области неба заданы с высокой точностью.

2. Координаты заданы с низкой точностью или не заданы совсем.

3. Известны дополнительные сведения, ограничивающие область поиска или определяющие наиболее вероятную область.

В первом случае отождествление звезд осуществляется без итерации и дополнительных поисков. Во втором случае можно предложить несколько способов перебора областей. Мы рассмотрим способ поиска по спирали Архимеда. Если координаты сфотографированной области неба не известны, координаты начала поиска мо-

гут быть любые, а если они не точны, то предлагаемый способ перебора по спирали способствует скорейшему завершению цикла поиска.

Поиск области ускоряется, если учесть координаты места наблюдения, время съемки и т.д. В поиске по спирали эти данные учитываются. Если к тому же известны элементы орбиты ИСЗ, тогда ускоряется отождествление области неба. Второй способ поиска областей неба мы предусмотрели для случая, когда, кроме координат места наблюдений и моментов фотографирования, известны элементы орбиты ИСЗ. Элементом, который наиболее неточно известен, является средняя аномалия M_0 . Когда по подсчитанной эфемериде отождествление оказывается безуспешным, следующий участок неба определяется по элементам с измененной аномалией M_0 . Если проверка всей видимой части дуги орбиты не ведет к цели, то плоскость гипотетической орбиты поворачивается на некоторый угол $\Delta\psi$.

В поиске по спирали Архимеда радиус определяется формулой

$$\rho = \beta \varphi$$

где φ - полярный угол, а постоянную β выбираем так, чтобы центры в направлении достаточно густо покрывали пластинку

$$\beta = \frac{a}{4\pi}$$

где a - сторона квадрата области.

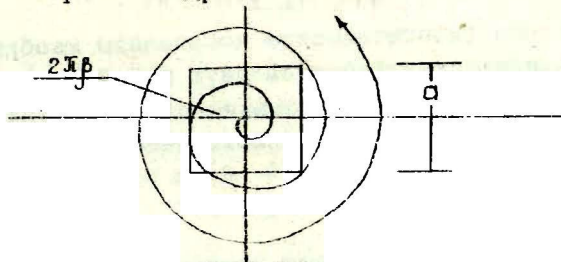


Рис. 2

Определение величины стороны квадрата проводится согласно условиям идентификации [10].

Длина дуги между соседними центрами областей

$$S_i = \int_{\varphi_{i-1}}^{\varphi_i} \sqrt{\varphi^2 + \left(\frac{d\varphi}{d\varphi}\right)^2} = \frac{a}{2} = \beta \int_{\varphi_{i-1}}^{\varphi_i} \sqrt{\varphi^2 + 1} d\varphi.$$

Так как $\varphi_{i-1} > 2\pi$, то $\varphi^2 \gg 1$, следовательно,

$$S_i = \beta \int_{\varphi_{i-1}}^{\varphi_i} \varphi d\varphi = \frac{\beta}{2} (\varphi_i^2 - \varphi_{i-1}^2),$$

$$\varphi_i = \sqrt{4\pi + \varphi_{i-1}^2},$$

$$\varrho_i = \frac{a}{4\pi} \varphi_i.$$

Располагая координатами начальной точки поиска (α_0, δ_0) и вектора (ϱ_i, φ_i) , определим сферические координаты центра очередной области неба по основным формулам сферической тригонометрии

$$\sin \delta_i = \cos \varrho_i \sin \delta_0 + \sin \varrho_i \cos \delta_0 \cos \varphi_i,$$

$$\sin(\alpha_0 - \alpha_i) = \frac{\sin \varphi_i \sin \varrho_i}{\cos \delta_i},$$

$$\cos(\alpha_0 - \alpha_i) = \frac{\cos \varrho_i \cos \delta_0 - \sin \varrho_i \sin \delta_0 \cos \varphi_i}{\cos \delta_i}.$$

Во втором методе гипотетические координаты изображения ИСЗ определяются изменением двух параметров, а именно, изменением средней аномалии ΔM , изменением угла поворота $\Delta \psi$ плоскости гипотетической орбиты вокруг вектора

$$\vec{b} = \vec{r} \times \vec{c}_0$$

где \vec{r} - геоцентрический радиус-вектор ИСЗ, \vec{c}_0 - нормаль к плоскости орбиты. Шаг перемещения центров поиска задается по условиям идентификации [10], и угол поворота плоскости определится по формуле

$$\Delta\psi = \frac{\alpha}{L_{\psi} \sin \mu},$$

а изменение средней аномалии по формуле

$$\Delta M_0 = -\Delta\psi \frac{L_{\psi}}{L_M} \cos \mu,$$

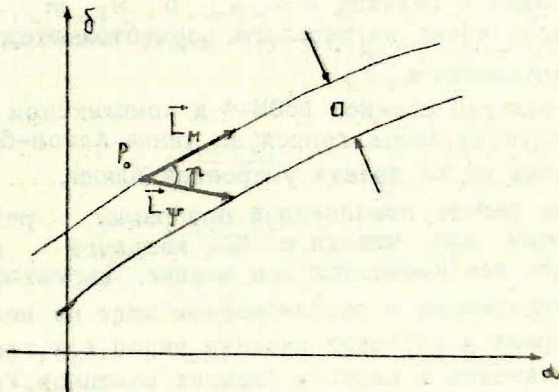


Рис. 3

где

$$\vec{L}_M = \left(\frac{\partial a}{\partial M_0} \cos \delta, \frac{\partial \delta}{\partial M_0} \right),$$

$$\vec{L}_{\psi} = \left(\frac{\partial a}{\partial \psi} \cos \delta, \frac{\partial \delta}{\partial \psi} \right),$$

$$\cos \mu = \frac{\vec{L}_M \cdot \vec{L}_{\psi}}{|\vec{L}_M| \cdot |\vec{L}_{\psi}|}.$$

§ 3. Организация и особенности эксплуатации каталога звезд на магнитных лентах в АО Латвийского госуниверситета

Организация записи каталога звезд на магнитных лентах ЭВМ зависит от класса электронно-вычислительной машины и от характера задач, для которых каталог используется.

В зависимости от потребности в различных обсерваториях этот вопрос решается по-разному [12, 13, 14]. В АО ЛГУ каталог звезд в основном используется в качестве опорной системы для определения топоцентрических сферических координат ИСЗ. Для записи каталога на ЭВМ, мы^о учитывали следующее:

- 1/ при определении координат ИСЗ для звезды достаточно знать 5 величин - α , μ_{α} , δ , μ_{δ} , m_v ,
- 2/ выбор звезд из каталога осуществляется по заданным координатам α , δ ,

3/ располагая машиной БЭСМ-4 и комплексной программой редукции, составленной на языке Алгол-60, желательно зоны на МЛ делать умеренной длины,

4/ при работе комплексной программы редукции спутникограмм для чтения с МЛ каталога можно использовать все имеющиеся при машине магнитофоны. Хранение информации в распакованном виде на нескольких МЛ ускоряет и упрощает решение задач, т.к. исключается распаковка и перебор больших массивов. Увеличение количества считываемых зон, при рациональной организации чтения, немного замедляет процесс счета.

Структура каталога АО ЛГУ следующая:

- 1/ каталог разделен в равномерных слоях по δ ,
- 2/ звезды распределены внутри слоя в возрастающем порядке по α ,

3/ координаты звезд слоя распределены по зонам МЛ с постоянным внутри слоя шагом σ ; по прямому восхождению; Величина шага σ ; определяется в зависимости от плотности звезд в слое,

4/ зоны пронумерованы в пределах каталога в возрастающем порядке; в первой зоне каждой ленты хранится массив характеристики длины остальных зон,

5/ в программе имеются сведения о том, с каким номером зоны начинается каждый слой по δ /множ. D /.

Быстро можно выделить номера тех зон множ. Z на МЛ, в которых хранятся координаты звезд области неба с координатами $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$, $\delta_1 \leq \delta \leq \delta_2$

$$Z = \bigcup_{\substack{j_i' \leq j_i \leq j_i'' \\ i_1 \leq i \leq i_2}} \{ d_i + j_i \}, \quad (d_i \in D),$$

где натуральные числа i_1, i_2, j_i', j_i'' определяются по формулам

$$i_1 = E \left(\frac{100^\circ - \delta_1}{\Delta \delta} \right),$$

$$i_2 = E \left(\frac{100^\circ - \delta_2}{\Delta \delta} \right),$$

$$j_i' = E \left(\frac{\alpha_1}{\sigma_i} \right),$$

$$j_i'' = E \left(\frac{\alpha_2}{\sigma_i} \right).$$

$E(x)$ обозначает наибольшее целое число, не превышающее x . $\Delta \delta$ - шаг распределения каталога в слоях по δ . Располагая данными о длине всех зон, не составляет также трудности найти адрес координат звезды по ее номеру в каталоге.

§ 4. Надежность и эффективность работы комплексной программы

В ходе подготовки информации для вычислительной машины возникают ошибки. Программа оценивает результат и признает его пригодным или нет. Выявлялись два вида ошибок:

- 1/ ошибки в исходных данных,
- 2/ ошибки из-за неправильности выбора критерия идентификации звезд.

В программе предусмотрен анализ входной информации, т.е. проверяется размерность массивов, упоря-

дочение информации, диапазон численных значений.

Очень важно правильно выбрать константы идентификации звезд. Одной из таких является константа, задающая ограничения выбора звезд из каталога по звездной величине. Несоответствие диапазона звездных величин каталожных и измеренных звезд может привести к неудаче идентификации. В программе предусмотрено изменение допустимых различий по расстоянию и направлению. В случае неудачи идентификации константы могут быть увеличены.

Комплексная программа редукции фотографических наблюдений ИСЗ для машины среднего класса БЭСМ-4 довольно сложна и велика. Результаты редукции первых снимков показывают, что экономический эффект комплексной программы большой. Без комплекса программ на редукцию одного снимка затрачивается 2-3 человеко-дня. Отождествление звезд занимает время 3-4 часов, измерение координат с автоматической перфорацией результата 1,5 - 3 часа, чтение показаний фотохронографа - 10-30 минут, выписка координат звезд из каталога и перфорация их - 3 - 4 часа, подготовка входной информации для 3-4 программ, поиски ошибок после счета, перегруппировка и сортировка информации занимает от 1/2 до 2 дней. Комплексная программа редукции проводит счет одного снимка в течение 5-6 минут, в том числе идентификация звезд длится в среднем 50 секунд. Кроме измерений координат и чтения показаний фотохронографа, подготовка информации занимает 3-4 часа. Однако подготовку информации тоже можно усовершенствовать - сведения о службе времени и элементах орбит традиционно наблюдаемых ИСЗ можно хранить на МЛ, для снимков нормального качества количество и порядок измерений можно стандартизовать. В таком случае подготовка информации для редукции фотографических наблюдений ИСЗ ограничится чтением показаний фотохронографа и измерением координат.

Л и т е р а т у р а

1. Dufour H.M. COSPAR Transactions N 7, 137, 1970.
2. Theurer Ch. COSPAR Transactions N 7, 129, 1970.
3. Round - the - Table Discussion. COSPAR Transactions N 7, 249, 1970.
4. Haefner R.R. The Use of Artificial Satellites for Geodesy. Vol. II Athens, Greece, 81, 1965.
5. Zimmermann G. Nachrichten aus dem Karten und Vermessungswesen. Reihe I, Heft N 44. Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie Frankfurt A.M. 1970.
6. Балодис Я.К., Ватель И.А., Дородницына О.А., Ерешко Ф.И., Ерпылев Н.П., Запольская Т.И., Лапушка К.К., Лауцениекс Л. Методы вычисления топоцентрических сферических координат искусственных спутников Земли по их фотографическим наблюдениям. 129, М. 1969.
7. Ерпылев Н.П. Бюллетень станций оптического наблюдения искусственных спутников Земли. № 57, 27 М. 1970.
8. Балодис Я.К. Астрономический Совет АН СССР, Научные информации № 18, 76, М. 1970.
9. Жагар Ю.Х. Инструкция для эксплуатации программ астрометрической редукции спутникограмм РА-41, РА-11, РАВ-12, РАВ-31 на ЭВМ. Астрономический Совет АН СССР, М. 1972.
10. Балодис Я.К. Уч. зап. Латв. гос. унив., т. 169, вып. 7, 63, 1972.
11. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М. 1968.

12. Енальский В.А., Тесленко Н.А. *Астрономический Совет АН СССР. Научные информации.* В.25, М. 1972.
13. *Star catalog Smithsonian institution. Washington, D.C., 1966.*
14. *Harmandanis K.L. SAO star catalog binary tapes. Cambridge, Massachusetts. 1967.*
15. Штейнс К.А., Балодис Л.К. Уч. зап. Латв. гос. унив., т. вып. 10 1973.

Р е з ю м е

Л.К. Б а л о д и с

КОМПЛЕКСНАЯ ПРОГРАММА АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ
ФОТОГРАФИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ИСЗ

В статье коротко рассказано о комплексе программ для автоматической редукции фотографических наблюдений ИСЗ, составленном в Астрономической обсерватории Латвийского госуниверситета им. П. Стучки. Дается описание поиска поля опорных звезд и использование каталога звезд, записанного на магнитных лентах. В конце статьи рассматривается эффективность вычислений и измерений изложенным методом.

Иллюстр.: 3, библиогр.: 15 назв.

К о р я в и л к и н а

J. B a l o d i s

KOMPLEKSĀ PROGRAMMA AUTOMĀTISKAI ZMP FOTOGRAFISKO
NOVĒROJUMU REDUCĒŠANAI

Rakstā ir aprakstīta P. Stučkas LVU Astronomiskajā observatorijā sastādītā kompleksā programma automātiskai ZMP fotografisko novērojumu reducēšanai. Pastāstīts par nofotografētā zvaigžņu apgabala automātisko meklēšanu un par zvaigžņu kataloga, ierakstīta uz magnetiskajām lentēm,

lietošanu. Noslēgumā izdarīti secinājumi par skaitļošanas un mērīšanas darbu ekonomisko efektu.

S u m m a r y

J. B a l o d i s

COMPLEX PROGRAM FOR AUTOMATICAL REDUCTION OF SATELLITE PHOTOGRAPHIC OBSERVATIONS

A complex computer program for automatical reduction of satellite photographic observations compiled in Astronomical Observatory of the Latvian State University is briefly described. The process of searching of the corresponding stars background and some aspects of division of the star catalogue on the magnetic tapes is discussed in more detail. The summary in terms of computing and measuring labor is given in conclusion.

УДК 521.61

Ю. Х. Жагар

О ВЫЧИСЛЕНИИ СРЕДНИХ И СИНХРОННЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ИСЗ

В в е д е н и е

Для решения ряда задач космической триангуляции необходимы синхронные наблюдения ИСЗ из разных станций наблюдений. Если наблюдения не являются синхронными, но разделены небольшим интервалом времени /порядка нескольких минут/, то представляет интерес приведение их к синхронному моменту. Интерполирование или экстраполирование координат ИСЗ на небесной сфере осуществить легко. Значительно труднее произвести оценку точности полученных положений ИСЗ. С этой задачей тесно связана задача вычисления средних положений ИСЗ, т.е. замена ряда наблюдений ИСЗ одним более точным наблюдением.

К решению указанных задач можно подходить по-разному. К сожалению, чем проще и нагляднее метод экстраполирования, тем меньшую точность следует ждать от его применения. Поэтому рассмотрим лишь основные моменты метода вычисления средних и синхронных положений ИСЗ, использующего для экстраполирования элементы круговой орбиты.

В ы ч и с л е н и е э л е м е н т о в к р у - г о в о й о р б и т ы и и х т о ч н о с т и

Исходным материалом для вычисления среднего и синхронного положения будем считать матрицу

$$\left. t_i, \alpha_i, \delta_i, D_i(\alpha), D_i(\delta), K_i(\alpha, \delta) \right\}_{i=1}^N,$$

где t_i - момент i -го наблюдения ИСЗ, α_i - прямое восхождение ИСЗ, δ_i - склонение ИСЗ, $D_i(\alpha)$ - дисперсия i -го наблюдения по α , $D_i(\delta)$ - дисперсия i -го наблюдения по δ , $K_i(\alpha, \delta)$ - корреляционный момент координат i -го наблюдения.

Если число наблюдений $N \geq 2$, то согласно [1] сравнительно просто можно определить элементы круговой орбиты ИСЗ по двум наблюдениям, если известны координаты станции наблюдений. Далее возможно улучшение полученных элементов a , i , Ω , u с использованием всех N наблюдений ИСЗ. На этом константы, позволяющие экстраполировать координаты ИСЗ на любой момент времени, получены. Оценим их точность, которую можно характеризовать корреляционной матрицей.

При улучшении элементов орбиты методом дифференциального исправления имеют место формулы Крамера для поправок к элементам орбиты

$$\Delta \mathcal{E}_j = \frac{D_j}{D}, \quad (1)$$

где D - определитель системы нормальных уравнений, D_j - определитель, полученный из D заменой столбца с индексом j столбцом свободных членов. Свободные члены согласно [2], [3] имеют вид

$$\sum_{i=1}^N c_{ik} \Delta x_i,$$

где Δx_i - невязки условных уравнений, c_{ik} - коэффициенты условных уравнений. Таким образом (1) можно преобразовать к виду

$$\Delta \mathcal{E}_j = \sum_{i=1}^N \frac{D_i^{(j)}}{D} \Delta x_i, \quad (2)$$

где $D_i^{(j)}$ - определитель, полученный из D заменой столбца с индексом j коэффициентами i -го условного уравнения.

Вычислим корреляционный момент двух произвольно взятых поправок к элементам орбит ИСЗ

$$K_{jk} = M(\Delta \mathcal{E}_j, \Delta \mathcal{E}_k) - \overline{\Delta \mathcal{E}_j} \overline{\Delta \mathcal{E}_k}, \quad (3)$$

$$\text{где } \overline{\Delta \Xi_j} = M(\Delta \Xi_j),$$

$$\overline{\Delta \Xi_k} = M(\Delta \Xi_k),$$

M - оператор математического ожидания.

Подстановка (2) в формулу (3) дает

$$K_{jk} = \frac{1}{D^2} \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N D_i^{(j)} D_l^{(k)} K(\Delta x_i, \Delta x_l). \quad (4)$$

Матрица $K(\Delta x_i, \Delta x_l)$ согласно структуре исходного материала имеет клеточный диагональный вид. Следовательно,

$$K_{jk} = \frac{1}{D^2} \sum_{i=1}^N D_i^{(j)} D_i^{(k)} \sigma_i^2 + \frac{1}{D^2} \sum_{i=1}^N D_i^{(j)} D_{i+1}^{(k)} K_i(\alpha, \delta). \quad (5)$$

Формулу (5) сравнительно просто можно рассчитать с помощью ЭВМ.

В частном случае, когда $K_i(\alpha, \delta) = 0$ и все наблюдения можно считать равноточными, формула (5) упрощается

$$K_{jk} = (-1)^{j+k} \frac{D_{jk}}{D} \sigma_0^2, \quad (6)$$

где D_{jk} - минор определителя D , σ_0^2 - дисперсия на единицу веса.

Вычисление синхронного положения ИСЗ и его точности

Пусть t_s - выбранный синхронный момент. Тогда вычисление вектора $L_s(L_x, L_y, L_z)$, компоненты которого связаны с α_s и δ_s соотношениями

$$\begin{cases} L_x = \cos \delta_s \cos \alpha_s, \\ L_y = \cos \delta_s \sin \alpha_s, \\ L_z = \sin \delta_s. \end{cases}$$

можно осуществить по формулам

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}},$$

$$u = n(t_s - t_0),$$

$$\begin{cases} x = a(\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i), \\ y = a(\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i), \\ z = a \sin u \sin i. \end{cases}$$

Если \vec{R} - геоцентрический радиус-вектор станции наблюдений, то

$$\vec{S} = \vec{r} - \vec{R}, \quad \text{где } \vec{r} = \vec{r}(x, y, z),$$

$$\vec{L}_s = \frac{1}{S}(\vec{r} - \vec{R}).$$

Осталось оценить точность вычисленного синхронного положения ИСЗ, которую можно характеризовать величинами $D_s(\alpha)$, $D_s(\delta)$, $K_s(\alpha, \delta)$.

Согласно [2] можно методом вращения найти такую матрицу поворота N , что преобразованная корреляционная матрица элементов орбиты ИСЗ

$$\tilde{K} = N \cdot K \cdot N^{-1}$$

имеет диагональный вид. Это эквивалентно замене элементов орбиты α , i , Ω , u другими, взаимно некоррелированными элементами $\lambda_1, \dots, \lambda_4$. Зная матрицы N и K можно вычислить $D_s(\alpha)$, $D_s(\delta)$ по формулам

$$D_s(\alpha) = \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s}^2 \cdot D(\lambda_j),$$

$$D_s(\delta) = \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \delta}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s}^2 \cdot D(\lambda_j),$$

(7)

где $D(\lambda_j) = \tilde{K}_{jj}$,

72

а частные производные определяются из матричного соотношения

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial \delta}{\partial \lambda_1} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda_4} & \frac{\partial \delta}{\partial \lambda_4} \end{vmatrix} = N \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial a} \cos \delta_s & \frac{\partial \delta}{\partial a} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \alpha}{\partial u_s} \cos \delta_s & \frac{\partial \delta}{\partial u_s} \end{vmatrix} \quad (8)$$

Формулы для вычисления $\frac{\partial \alpha}{\partial a}$, ..., $\frac{\partial \alpha}{\partial u_s}$, $\frac{\partial \delta}{\partial a}$ и т.д. содержатся в работах [1] и [2].

Для определения $K_s(\alpha, \delta)$ вычислим дисперсию в произвольном направлении ψ , образуемом углом ψ с меридианом синхронного положения

$$D_s(\psi) = \sum_{j=1}^4 \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s} \sin \psi + \left(\frac{\partial \delta}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s} \cos \psi \right]^2 D(\lambda_j),$$

$$D_s(\psi) = D_s(\alpha) \sin^2 \psi + D_s(\delta) \cos^2 \psi + \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s} \left(\frac{\partial \delta}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s} D(\lambda_j) \sin 2\psi.$$

Таким образом видно, что

$$K_s(\alpha, \delta) = \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s} \left(\frac{\partial \delta}{\partial \lambda_j} \right)_{t=t_s} D(\lambda_j). \quad (9)$$

При вычислении среднего положения надо определить средний момент. Это возможно сделать определив минимум функции

$$D_o(t) = D_l(t) + D_c(t), \quad (10)$$

где $D_1(t)$ - дисперсия координат вдоль трассы ИСЗ, $D_2(t)$ - дисперсия координат перпендикулярно трассе ИСЗ. Вычисление $D_1(t)$ и $D_2(t)$ производится по $D(\omega)$, $D(\delta)$, $K(\omega, \delta)$ согласно общеизвестным формулам. После определения среднего момента t_0 , дальнейшие вычисления производятся также, как при вычислении синхронного положения.

Л и т е р а т у р а

1. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., 1968.
2. Жагар Ю.Х. Оценка точности прогнозирования движения ИСЗ. Дипломная работа МГУ. М., 1972.
3. Шиголов Б.М. Математическая обработка наблюдений. М., 1969.

Резюме

Ю. Х. Жагар

О ВЫЧИСЛЕНИИ НОРМАЛЬНЫХ И СИНХРОННЫХ
ПОЛОЖЕНИЙ ИСЗ

В работе рассмотрены основные моменты метода вычисления нормальных и синхронных положений ИСЗ с использованием элементов круговой орбиты. Главное внимание уделяется оценке точности вычисленных положений ИСЗ.

Библиогр.: 3 наав.

K o r s a v i l k u m s

J. Ž a g a r s

PAR ZMP NORMĀLO UN SINHRONO VIETU APRĒĶINĀŠANU

Rakstā pamatvilcienos aplūkots ZMP normālo un sinhrono vietu aprēķināšanas metode, kurā izmantoti pavadopa riņķveida orbitas elementi. Galvenā uzmanība veltīta aprēķināto normālo un sinhrono vietu precizitātes novērtējumam.

S u m m a r y

J. Ž a g a r s

ABOUT CALCULATION OF NORMAL AND SYNCHRONOUS
OF SATELLITES

The problem of computing normal and synchronous positions of satellites is described in main features by using the elements of circular orbit. The main attention is devoted to problem of estimation the accuracy of calculated positions.

УДК 521.61

Ю. Х. Жагар

Н. В. Жагар

ВОЗМОЖНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЛОКАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ИСЗ

В в е д е н и е

Точность проведения наблюдений ИСЗ постоянно возрастает и достигла уже 1 метра для наблюдений наклонной дальности лазерным дальномером. Запланированные на недалекое будущее эксперименты с ИСЗ "Геос-С" позволят увеличить эту точность еще на один два порядка [4]. Это, в свою очередь, открывает новые возможности для детального исследования гравитационного поля Земли. В том числе станут возможными локальные гравиметрические исследования в подспутниковой области, что очень важно для изучения труднодоступных районов земной поверхности. Работа посвящена некоторым теоретическим аспектам гравиметрической интерпретации лазерных наблюдений ИСЗ.

В ы ч и с л е н и е г р а в и т а ц и о н н ы х а н о м а л и й

Реальное движение ИСЗ происходит в гравитационном поле с потенциалом

$$U = \frac{fM}{r} + U_a(r, \vartheta), \quad (1)$$

где r - геоцентрический радиус-вектор ИСЗ, ϑ - истинная аномалия ИСЗ, U_a - аномальный потенциал, f - гравитационная постоянная, M - масса Земли.

Следовательно, функция Лагранжа для ИСЗ в координатах r , ϑ имеет вид

$$L = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2) + \frac{fM}{r} + U_a(r, \vartheta), \quad (2)$$

и можем написать уравнения Лагранжа 2. рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0,$$

которые имеют вид

$$\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2 + \frac{\mu}{r^2} = \frac{\partial U_a}{\partial r}, \quad (3)$$

$$2\dot{r}\dot{\vartheta} + r\ddot{\vartheta} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_a}{\partial \vartheta},$$

где

$$\mu = fM.$$

Предположим, что аномальный потенциал U_a вызывает аномальное ускорение, вертикальная составляющая, которого на много больше горизонтальной, т.е.

$$\frac{\partial U_a}{\partial r} \gg \frac{1}{r} \frac{\partial U_a}{\partial \vartheta}. \quad (4)$$

Допущение (4) основывается на том, что аномалии, вызывающие отклонения вектора аномального ускорения от вертикали в подспутниковой области заметно осредняются.

С учетом (4) и после введения новой переменной

$$n = \dot{\vartheta}$$

уравнения (3) приобретают вид

$$\begin{cases} \ddot{r} - rn^2 + \frac{\mu}{r^2} = -\Delta g, \\ 2\dot{r}n + r\dot{n} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где

$$\Delta g = - \frac{\partial U_a}{\partial r}$$

радиальная составляющая аномального ускорения /или т.н. гравитационная аномалия/. Будем исследовать связь

аномалий Δq с отклонениями в движении ИСЗ от круговой орбиты. Это слабое ограничение, т.к. небольшие дуги орбиты ИСЗ хорошо аппроксимируются дугами окружности. Для этого введем новые переменные

$$\begin{aligned} r &= r_0 + \xi, \\ n &= n_0 + \vartheta, \end{aligned} \quad (6)$$

где r_0 и n_0 — константы, удовлетворяющие соотношению

$$n_0^2 r_0^3 = \mu. \quad (7)$$

Подставляя (6) в уравнение (5) с учетом (7) и сохраняя члены до первого порядка малости относительно ξ , ϑ , $\dot{\xi}$, $\dot{\vartheta}$, получаем уравнения для ξ и ϑ

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - 3n_0^2 \xi - 2n_0 r_0 \dot{\vartheta} = -\Delta q, \\ 2\dot{\xi} n_0 + r_0 \dot{\vartheta} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Интегрирование второго уравнения дает

$$\vartheta = -\frac{2n_0}{r_0} \xi + \text{const}. \quad (9)$$

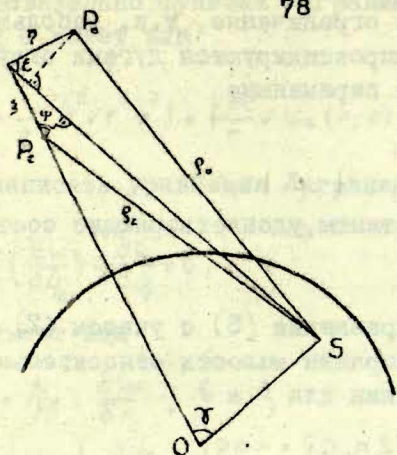
Полагая $\text{const} = 0$ и подставляя в первое уравнение получаем соотношение, связывающее аномалии Δq с радиальными отклонениями ξ от круговой орбиты

$$\Delta q = -(\ddot{\xi} + n_0^2 \xi). \quad (10)$$

**В ы ч и с л е н и е р а д и а л ь н ы х
о т к л о н е н и й п о н а б л ю д е н и я м
н а к л о н н о й д а л ь н о с т и**

Наблюдаемые невязки $\Delta \rho$ для наклонной дальности ИСЗ складываются из двух составляющих $\Delta \rho_\xi$ и $\Delta \rho_\eta$ из-за вертикального и горизонтального смещения ИСЗ от эфемеридной точки

$$\Delta \rho = \Delta \rho_\xi + \Delta \rho_\eta, \quad (11)$$



S - станция наблюдений, P_e - эфемеридное положение ИСЗ,
 P_o - наблюдаемое положение ИСЗ.

где

$$\Delta \rho_z = \xi \sin \psi, \quad (12)$$

$$\Delta \rho_n = -\eta \cos \epsilon.$$

Из геометрических соображений можно установить, что

$$\psi = h + \gamma,$$

где h - угловая высота ИСЗ над горизонтом в момент наблюдений, а

$$\cos \epsilon = \frac{\rho_x \dot{x} + \rho_y \dot{y} + \rho_z \dot{z}}{\rho v},$$

где $\vec{V}(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ - вектор скорости ИСЗ, $\vec{\rho}(\rho_x, \rho_y, \rho_z)$ - вектор наклонной дальности ИСЗ.

Если воспользоваться соотношением (9), то также имеем

$$\eta = \eta_0 + \int_{t_0}^t r \gamma(t) dt, \quad (13)$$

$$\eta = \eta_0 - 2n_0 \int_{t_0}^t \xi(t) dt.$$

Таким образом для каждого момента наблюдений t имеем два уравнения

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= \xi \sin \psi - \eta \cos \varepsilon, \\ \eta &= \eta_0 - 2n_0 \int_{t_0}^t \xi(t) dt, \end{aligned} \quad (14)$$

которые численно можно решить относительно ξ , если известны невязки наклонной дальности $\Delta \varphi$ и начальное отклонение η_0 .

Из формул (14) следует

$$\xi = \underbrace{\frac{\Delta \varphi}{\sin \psi}}_{\xi^{(1)}} + \underbrace{\frac{\eta_0 \cos \varepsilon}{\sin \psi}}_{\xi^{(2)}} - \underbrace{\frac{2n_0 \cos \varepsilon}{\sin \psi} \int_{t_0}^t \xi(t) dt}_{\xi^{(3)}}, \quad (15)$$

$\xi^{(1)}$ - радиальное отклонение ИСЗ в первом приближении, если пренебрегать влиянием горизонтальных отклонений.

$\xi^{(2)}$ - учитывает влияние начального упреждения /отставания/ ИСЗ от эфемеридной точки. $\xi^{(3)}$ - учитывает влияние изменения упреждения /отставания/ ИСЗ от эфемеридной точки.

Формула (15) удобна для проведения оцепочных расчетов.

Выбор начального отклонения

Для решения (14) относительно ξ необходимо знать начальное отклонение η_0 . Однозначно определить η_0 невозможно без привлечения дополнительной информации. Непретендуя на строгость, воспользуемся следующими соображениями. В моменте кульминации ИСЗ $\cos \varepsilon = 0$, т.е. согласно (15)

$$\xi_k = \frac{\Delta \varphi_k}{\sin \psi_k}$$

Предположим, что такое же отклонение по ξ имелось и в

момент времени $t = t_0$. Тогда согласно (15)

$$\eta_0 = \frac{\xi_0 \sin \psi_0 - \Delta \varphi_0}{\cos \varepsilon_0}, \quad \text{где } \xi_0 = \xi_k. \quad (16)$$

Более точно вопрос о выборе начального отклонения может быть решен привлечением синхронных или квазисинхронных лазерно-фотографических наблюдений.

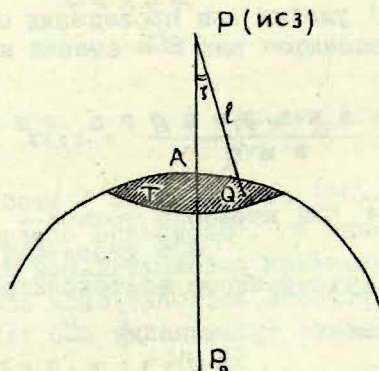
Вычисляя в формулах (14) интеграл по формуле прямоугольника, получаем следующие формулы для вычисления отклонений в последующие моменты времени

$$\eta_i = \eta_{i-1} - 2n_0 \xi_{i-1} (t_i - t_{i-1}), \quad (17)$$

$$\xi_i = \frac{\Delta \varphi_i}{\sin \psi_i} + \frac{\eta_i \cos \varepsilon_i}{\sin \psi_i}.$$

Применение формул трапеции или Симпсона для вычисления упомянутого интеграла вместо (17) приводит к более сложным формулам вычислений.

Пр о б л е м а и н т е р п р е т а ц и и на б л ю д е н и й



Полученную гравитационную аномалию Δg разумеется нельзя считать аномалией в подспутниковой точке А. Если полагать, что на ИСЗ оказывают влияние только ано-

мальные массы, расположенные в области T , то связь Δg с аномальной плотностью $\delta(Q)$ имеет следующий вид

$$\Delta g = \int_T \int \frac{\delta(Q) \cos \gamma}{r^2} d\tau(Q). \quad (18)$$

С учетом (10) получаем следующее интегро-дифференциальное уравнение

$$\ddot{\xi} + n_0^2 \xi + \int_T K(Q, P) \delta(Q) d\tau(Q) = 0, \quad (19)$$

где ядро уравнения имеет вид

$$K(Q, P) = \frac{f \cos \gamma}{r^2}. \quad (20)$$

Решение уравнения (19) численными методами представляет собой некорректно поставленную задачу. Для получения достоверных значений $\delta(Q)$ по ξ следует применять регуляризационные алгоритмы, предложенные академиком А.Н.Тихоновым и его последователями.

В а к л ю ч е н и е

На высотах от нескольких сотен до нескольких тысяч километров над поверхностью Земли, локальные гравитационные аномалии изменяются в пределах от нескольких десятков до нескольких миллигал / 1 мгал = 10^{-3} см/сек²/. Эти высоты являются наиболее пригодными для проведения гравиметрических исследований. Сильнее всего локальные гравитационные аномалии влияют на движение низких ИСЗ, однако возмущения, обусловленные сопротивлением атмосферы, мешают выделению этих эффектов.

Оценочные расчеты показывают, что гравитационная аномалия 20 мгал, действующая на ИСЗ в течение 10 сек., вызывает вертикальное отклонение $\xi = 1$ см. Следовательно, аффективное исследование локального гравитационного поля по наблюдениям ИСЗ сможет быть осуществлено тогда,

когда точность наблюдений ИСЗ станет ~ 1 см и меньше. Можно ожидать, что эта точность будет достигнута уже в недалеком будущем.

Следует указать на еще одну область возможного применения изложенного метода. Исследования гравитационных полей планет Солнечной системы по наблюдениям искусственных спутников планет являются весьма перспективными. Наряду с глобальными исследованиями, особенно при обследовании аномалий типа масконов, могут оказаться полезными и локальные методы, подобные изложенному в настоящей работе.

Л и т е р а т у р а

1. Жагар Н.В. Исследование локального гравитационного поля Земли по наблюдениям ИСЗ. Дипломная работа МГУ, геологический фак. М., 1973.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М., 1965.
3. Бровар В.В. и др. Теория фигуры Земли. М., 1961.
4. Information Bulletin of Central Bureau for Satellite Geodesy No 7, February 1973, SAO, Cambridge, Massachusetts, USA.

Р е з ю м е

Ю. Х. Жагар
Н. В. Жагар

ВОЗМОЖНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЛОКАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ИСЗ

Локальные аномалии гравитационного поля Земли оказывают влияние на движение ИСЗ. Когда точность наблюдений движения центра масс ИСЗ достигнет 1 см, станет возможным выделить упомянутые локально-гравитационные эффекты. Это позволит вести гравиметрическую разведку труднодоступных районов земной поверхности по наблюдениям ИСЗ. Работа посвящена вопросам локально-гравиметрической интерпретации высокоточных лазерных наблюдений ИСЗ. Иллюстр.: 2, библиогр.: 4 назв.

Kopsavilkums

J. Žagars

N. Žagars

ZEMES GRAVITĀCIJAS LAUKA LOKĀLO ANOMĀLIJU
NOTEIKŠANU IESPĒJAS PĒC ZMP NOVĒROJUMIEM

Zemes gravitācijas lauka lokālās anomālijas ietekmē ZMP kustības trajektoriju. Kad ZMP masas centra kustības novērojumu precizitāte sasniedza 1 cm, kļūst iespējams izdalīt minētos gravitācijas lauka lokālos efektus. Tas pavērs iespējas, novērojot ZMP kustību, veikt grūti sasniedzamu zemeslodes rajonu gravimetrisko izpēti. Raksts veltīts precīzu ZMP lazernovērojumu lokāli-gravimetriskai interpretācijai.

Summary

J. Žagars

N. Žagars

POSSIBILITIES OF DETERMINATION OF EARTH GRAVITY
FIELD LOCAL ANOMALIES FROM SATELLITE OBSERVATIONS

The local anomalies of Earth gravity field influence the Artificial Earth Satellites motion. When the accuracy of observed satellite mass center position will access about 1 cm, it will be possible to separate the mentioned local-gravity effect. This possibility clear the way for investigations of the local gravity field for hardly approachable Earth regions. The problem of local-gravimetric interpretation from high accuracy laser observations of satellites is described in this article.

С о д е р ж а н и е

1. М.П.Огриньш. Результаты регистрации средних моментов прохождения звезд	3
2. М.П.Огриньш. О точности фотоэлектрической регистрации моментов прохождения звезд	12
3. К.А.Штейнс, Я.К.Балодис. Исследование искажения слоя эмульсии аэрофотопленки	30
4. Я.К.Балодис. Комплексная программа автоматической редукиции фотографических наблюдений ИСЗ	52
5. Ю.Х.Жагар. О вычислении средних и синхронных положений ИСЗ	68
6. Ю.Х.Жагар, Н.В.Жагар. Возможности вычисления локального гравитационного поля Земли по наблюдениям ИСЗ	75

C o n t e n t s

1. M. Ogrinš. Results of determination of the mean star transit moments	3
2. M. Ogrinš. About accuracy of the photoelectric registration of the star transit	12
3. K. Šteins, J. Balodis. Investigation of the distortion of aerophotophilm emulsion layer	30
4. J. Balodis. Complex program for automatical reduction of satellite photographic observations	52
5. J. Žagars. About calculation of normal and asynchronous of satellites	68
6. J. Žagars, N. Žagars. Possibilities of determination of earth gravity field local anomalies from satellite observations	75

Ученые записки, том 202. АСТРОНОМИЯ Выпуск 10
 ОПТИМИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ И СЗ И ВРЕМЕНИ
 Редактор Э. Жаузул. Тех. редактор С. Плауде. Корректор П. Розенберг
 Редакционно-издательский отдел ЛГУ им. Петра Стучки. Рига 1974

Подписано к печати 11.02.1974 г. ЯТ06048. Зак. №528. Тираж 500.
 ф/б 60x84/16. Бумага №1. Физ. л. л. 5,75. Уч. и. л. 4,0. ЦЕНА 40 коп.

Отпечатано на ротацивте, г. Рига - 50. Ул. Вейденбаума, дом 5.

LU bibliotēka



200024053

PT-75

202

Цена 40 к.

Учеб. зап. (ЛГУ им. Петра Стучки), 1974, т. 202, 1-85.