Министерство высшего и среднего специального образования
Латвийской ССР
Латвийский ордена Трудового Красного Знамени
Государственный университет имени Петра Стучки
Астрономическая обсерватория

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

Латвийский государственный университет им. П.Стучки
Рига 1986

13 1

УДК 521; 522

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ

Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения; Сборник научных трудов /Отв. ред. Л.Лауцениекс. - Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1986. - 152 с.

В статьях настоящего сборника приводится исследование уравнений видимой траектории ИСЗ; влияние на прогноз видимости ИСЗ вращения Земли, давления солнечной радиации, а также ошибок вывода ИСЗ на орбиту. Даются методы исследования движений тел Солнечной системы, т.е. комет, малых планет и ИСЗ, характеристики и оценки точности оптических наблюдений небесных тел. Описывается исследование инструментов и устройств для целей получения высокоточных оптических наблюдений, а также автоматизация процесса наблюдений.

А $\frac{20600-014у}{М\ 812(11)-86}$ 14.86.1705000000

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 521.61

Ю.Х.Жагар
А.Я.Зариньш
(ЛГУ им. П.Стучки)

ВИДИМАЯ ТРАЕКТОРИЯ ИСЗ В СЛУЧАЕ КРУГОВОЙ ОРБИТЫ

Введение

В работе [1] были рассмотрены общие свойства уравнений и тензора видимой траектории ИСЗ применительно к эллиптической орбите спутника. В случае круговой орбиты можно выполнить некоторые упрощения, по-другому, геометрически интерпретировать введенные в [1] системы координат и вывести приближенные формулы, представляющие практический интерес.

Обзор систем координат

Введем топоцентрическую орбитальную систему координат, основная плоскость которой параллельна плоскости орбиты ИСЗ, а ось X параллельна вектору Лапласа. Согласно [1] в этой системе координат тензор видимой траектории ИСЗ имеет вид

$$K=\begin{Bmatrix} A^2 & 0 & -AB \\ 0 & C^2 & -CD \\ -AB & -CD & B^2+D^2-1 \end{Bmatrix}, \qquad (1)$$

где $A=\frac{z_0}{a}$, $B=\frac{x_0}{a}$, $C=\frac{z_0}{b}$, $D=\frac{y_0}{b}$. (2)

a, b - большая и малая полуось эллиптической орбиты ИСЗ,

x_0, y_0, z_0 - координаты геометрического центра орбиты.

В случае круговой орбиты $A = C$, и систему координат можно повернуть так, чтобы $D = 0$, Следовательно, тензор видимой траектории приобретает вид

$$K = \begin{Bmatrix} A^2 & 0 & -AB \\ 0 & A^2 & 0 \\ -AB & 0 & B^2-1 \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

а соответствующее уравнение видимой траектории спутника

$$(1-B^2)\, tg^2\delta + 2AB\cos\alpha\; tg\delta - A^2 = 0\,. \tag{4}$$

Рассмотрим рис.I, где AB - орбита ИСЗ (вид с ребра),

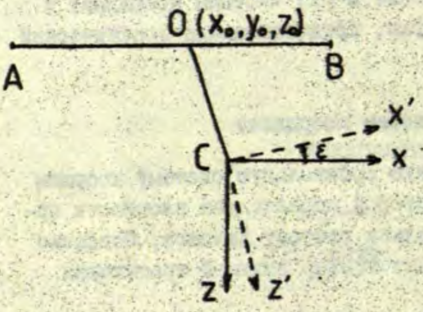


Рис. I.

O - геометрический центр орбиты,

C - обсерватория.

Осуществим поворот топоцентрической орбитальной системы координат (x, y, z) на некоторый угол ε вокруг оси y, т.е.

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = R_y(\varepsilon) \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \tag{5}$$

где R_y - матрица поворота. В сферических координатах это дает

$$\begin{aligned}
&\cos\delta\cos\alpha = \cos\beta\cos\gamma\cos\varepsilon + \sin\beta\sin\varepsilon,\\
&\cos\delta\sin\alpha = \cos\beta\sin\gamma \\
&\sin\delta = -\cos\beta\cos\gamma\sin\varepsilon + \sin\beta\cos\varepsilon,
\end{aligned} \tag{6}$$

где α, δ – сферические координаты в системе $(X\,Y\,Z)$,
γ, β – сферические координаты в системе $(X'Y'Z')$.

Уравнение (4) нетрудно преобразовать к виду

$$A^2\cos^2\delta - 2AB\cos\alpha\cos\delta\sin\delta + (B^2-1)\sin^2\delta = 0, \tag{7}$$

а из соотношений (6) следует

$$\begin{aligned}
&\cos^2\delta = \cos^2\beta\sin^2\gamma + (\cos\beta\cos\gamma\cos\varepsilon + \sin\beta\sin\varepsilon)^2,\\
&\cos\alpha\cos\delta\sin\delta = (\cos\beta\cos\gamma\cos\varepsilon + \sin\beta\sin\varepsilon)\times\\
&\qquad\times(-\cos\beta\cos\gamma\sin\varepsilon + \sin\beta\cos\varepsilon),\\
&\sin^2\delta = (-\cos\beta\cos\gamma\sin\varepsilon + \sin\beta\cos\varepsilon)^2.
\end{aligned} \tag{8}$$

Подставляя соотношения (8) в уравнение (7) находим преобразованное уравнение видимой траектории ИСЗ в форме

$$\tilde{A}\,\mathrm{tg}^2\beta + 2\tilde{B}\cos\gamma\,\mathrm{tg}\,\beta + \tilde{C}\sin^2\gamma + \tilde{D}\cos^2\gamma = 0, \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
&\tilde{A} = A^2x^2 - 2ABx + (B^2-1),\\
&\tilde{B} = ABx^2 + (1-B^2+A^2)x - AB,\\
&\tilde{D} = (B^2-1)x^2 + 2ABx + A^2,\\
&x = \mathrm{tg}\,\varepsilon,\\
&\tilde{C} = A(1+x).
\end{aligned} \tag{10}$$

Соответствующий тензор видимой траектории имеет вид:

$$K=\begin{Bmatrix}\tilde{D} & 0 & \tilde{B}\\ 0 & C & 0\\ \tilde{B} & 0 & \tilde{A}\end{Bmatrix}. \qquad (II)$$

Форма тензора (II) указывает, что при надлежащем выборе угла поворота ε можно построить:

а) траекторную систему координат, порождающей точкой которой является точка кульминации ИСЗ,

б) собственную систему координат,

в) базовую систему координат, порождающей точкой которой является точка кульминации ИСЗ.

Рассмотрим эти частные случаи подробнее.

В траекторных системах координат, согласно I, имеем $k_{11}=0$, т.е. для определения угла ε имеем уравнение

$$\tilde{D}=0,$$

или

$$(B^2-1)x^2+2ABx+A^2=0 \qquad (I2)$$

с решениями

$$x_1=\frac{A}{B+1}, \qquad x_2=\frac{-A}{B-1}. \qquad (I3)$$

Так как $|B|<1$, то, если $A>0$ имеем $x_1<0$, $x_2>0$, а если $A<0$, то наоборот. Реальный смысл, очевидно, имеет первое решение, т.к., если $A>0$, то $\varepsilon<0$, а если $A<0$, то $\varepsilon>0$. Подставляя решение x_1 в формулах (I0) и уравнении (9) находим, что уравнение видимой траектории ИСЗ в траекторной системе координат имеет вид

$$(1-E^2)\,tg^2\beta+2A\cos\gamma\, tg\beta-A^2\sin^2\gamma=0, \qquad (I4)$$

где

$$E^2=A^2+B^2=\left(\frac{R_0}{a}\right)^2,$$

$$A=\frac{z_0}{a}=\frac{R_0}{a}\sin\psi=E\sin\psi.$$

R_0 - модуль геоцентрического радиусвектора обсерватории,

ψ - угол между геоцентрическим радиусвектором обсерватории и плоскостью орбиты спутника.

Тензор видимой траектории ИСЗ в рассматриваемом случае имеет вид:

$$K = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & A \\ 0 & -A^2 & 0 \\ A & 0 & 1-E^2 \end{Bmatrix}.$$

В системе собственных координат $k_{12}=0$, т.е. для определения угла ε имеем уравнение,

$$B=0$$

или

$$ABx^2+(1-B^2+A^2)x-AB=0, \qquad (15)$$

решения которого дают искомые значения ε.

В базовой системе координат [I] должно удовлетворяться соотношение $\beta(\gamma_0)=\beta(0)$, что сводится к более сложному уравнению

$$k_{33}(k_{22}-k_{11})^2(1+a)^2+4k_{13}^2k_{22}+4ak_{13}^2(k_{22}-k_{11})=0, \qquad (16)$$

где $a=\cos\gamma_0$, γ_0 - угол сцепления. С учетом значений компонент тензора (II), уравнение (16) преобретает вид

$$\tilde{A}(\tilde{C}-\tilde{D})^2(1+a)^2+\tilde{B}^2\tilde{C}+a\tilde{B}^2(\tilde{C}-\tilde{D})=0, \qquad (17)$$

Подставляя в уравнение (17) соотношения (10) можно вывести алгебраическое уравнение шестой степени относительно X, решения которого дают искомые значения угла ε. Вычислить эти значения указанным методом сложно, хотя и возможно. Поэтому ниже рассмотрим простой приближенный метод нахождения корней уравнения (17), основывающийся на свойствах базовой системы координат.

Приближенные формулы

В траекторной системе координат, порождающей точкой которой является точка кульминации ИСЗ, видимая траектория спутника представляется уравнением (I4), решения которого являются четными периодическими функциями. Следовательно, их приближенно можно представить первыми членами ряда Фурье в виде

$$\beta(\gamma)=\beta_0+\beta_1\cos\gamma. \tag{I8}$$

Учитывая, что в траекторных системах координат $\beta(0)=0$ имеем $\beta_1=\beta_0$, т.е.

$$\beta(\gamma)=\beta_0(1-\cos\gamma). \tag{I9}$$

В большинстве случаев представляет интерес некоторый участок видимой траектории спутника $\gamma\in(-\gamma_0,\gamma_0)$, где $\gamma_0\leq\frac{\pi}{2}$. В таких случаях коэффициент β_0 целесообразно определить из условия сцепления в форме

$$\beta_0=\frac{\beta(\gamma_0)}{1-\cos\gamma_0}, \tag{20}$$

где $\beta(\gamma_0)$ - решение уравнения (14) при $\gamma=\gamma_0$.
Так, если $\gamma_0=\frac{\pi}{2}$, то согласно (20) и (I4) имеем

$$\beta_0=\beta\left(\frac{\pi}{2}\right)=\operatorname{arctg}\frac{A}{\sqrt{1-E^2}}=\operatorname{arctg}\frac{R_0\sin\psi}{\sqrt{a^2-R_0^2}}. \tag{2I}$$

Подобным образом, если $\gamma_0=\frac{\pi}{3}$, как это имеет место для камер АФУ-75 [2] и лазерных радаров первого поколения с четырехосной монтировкой [3], имеем

$$\beta_0 = 2\beta\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{A\left(\sqrt{1+3(1-E^2)}-1\right)}{2(1-E^2)} = \tag{22}$$
$$= 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{R_0 \sin\psi\left(\sqrt{4a^2-3R^2}-a\right)}{2(a^2-R_0^2)}\,.$$

Формулы (21) и (22) представляют собой аналитические выражения для вычисления угла четвертой оси β_0, которые являются более точными, чем выведенным с использованием теоремы Менье [4].

Ввиду того, что $|\beta_0| \ll \frac{\pi}{2}$, а в интервале $\gamma \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ справедливо также $|\beta| < |\beta_0| \ll \frac{\pi}{2}$, имеют место приближенные соотношения

$$\sin\beta \approx \beta, \qquad \sin\beta_0 \approx \beta_0\,, \tag{23}$$
$$\cos\beta \approx 1\,, \qquad \cos\beta_0 \approx 1\,.$$

Осуществим поворот использовавшейся траекторной системы координат на угол β_0 вокруг оси y (следует обратить внимание, что $\beta_0 < 0$). Тогда, если справедливо (23), получим условно траекторную систему координат, в которой видимая траектория ИСЗ представляется малым кругом небесной сферы. Следовательно, построенная указанным образом система координат, в силу допущения (23), совпадает с базовой системой координат, и решение уравнения (17) можно приближенно представить в форме

$$\varepsilon_в = \varepsilon_т + \beta_0, \tag{24}$$

где $\varepsilon_т$ - решение уравнения (12), а β_0 определяется формулой (20).

Остановимся коротко также на приближенной формуле, которая следует из известного соотношения

$$\rho = \frac{z_0}{\sin\delta}\,, \tag{25}$$

где ρ - топоцентрическое расстояние спутника. Согласно (6) представим (25) в форме

$$\frac{1}{\rho}=\frac{1}{z_0}(-\cos\beta\cos\gamma\sin\varepsilon+\sin\beta\cos\varepsilon). \tag{26}$$

В траекторных и условно траекторных системах, для которых справедливо приближение (23), формула (26) приобретает вид

$$\frac{1}{\rho}=b+b\cos\gamma \tag{27}$$

с постоянными

$$b=\frac{\beta_0}{z_0}\cos\varepsilon,$$

$$b=-\frac{\sin\varepsilon+\beta_0\cos\varepsilon}{z_0},$$

где ε и β_0 определяются формулами (13) и (20). Формула (27) впервые была получена эмпирически в работе [5] .

Заключение

Были рассмотрены некоторые аспекты практического использования теоретических исследований видимых траекторий ИСЗ, выполненных в работе [I] . Этим, разумеется, не исчерпаны все возможные приложения. Например, формула (25) может служить также исходным соотношением для вывода уравнений, определяющих функции $\rho(\alpha)$ или $\rho(\gamma)$ в различных системах координат. В случае круговой орбиты указанное уравнение в орбитальной системе координат является биквадратным относительно ρ/z_0 , а в общем случае, видимо, уравнением четвертой степени.

Список литературы

I. Жагар Ю.Х. Аналитические исследования видимых траекторий ИСЗ // Научные информации № 55.- М., 1982.- С.37-50.

2. Латушка К.К., Абакумов И.Е., Жагар Ю.Х. Спутниковая фотокамера АФУ-75.- Рига, 1976.

3. Абеле М.К. и др. Использование оптических наблюдений ИСЗ для целей геофизики и геодезии // По программе "Интеркосмос".- М., 1976.

4. Жагар Ю.Х., Зариньш А.Я. Вычисление эфемерид ИСЗ на ЭВМ МИР-2 // Наблюдения ИНТ.- М., 1982.- № 73.

5. Абеле М.К., Витерс Я.В. Вычисление эфемерид ИСЗ для установок с четырехосной монтировкой // Наблюдения ИСЗ.- Бухарест, 1975.- № I4.- С. 585-588.

Резюме

Жагар Ю.Х., Зариньш А.Я.

ВИДИМАЯ ТРАЕКТОРИЯ ИСЗ В СЛУЧАЕ КРУГОВОЙ ОРБИТЫ

В работе приведены упрощения уравнения и тензора видимой траектории ИСЗ, справедливые в случае круговых орбит спутника. Системам координат, связанным с видимой траекторией ИСЗ, дается интерпретация в зависимости от значений одного параметра - угла δ . Выведены также приближенные формулы, представляющие практический интерес.

S u m m a r y

J.Zhagar
A.Zarinsh

VISIBLE TRAJECTORIES OF SATELLITES
IN THE CASE OF CIRCULAR ORBITS

The equation as well as the tensor of the satellite's visible trajectory have been simplified for the case of circular orbits. Different coordinate systems, based on visible trajectories, are interpreted as functions of a single parametre ε . Approximate expressions, valuable for practical applications, have also been obtained.

K o p s a v i l k u m s

J.Žagars
A.Zariņš

PAVADOŅU REDZAMĀS TRAJEKTORIJAS RIŅĶVEIDA
ORBĪTU GADĪJUMĀ

Veikti ZMP rezamās kustības vienādojuma un tā tenzora vienkāršojumi, kas ir pareizi,ja pavadoņa orbīta ir riņķveida. Dota interpretācija koordinātu sistēmām, kas saistītas ar pavadoņa redzamo trajektoriju. Izvestas aptuvenas formulas, kurām ir praktiska nozīme.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 521.61

А.Я.Зариньш
Ю.Х.Жагар
(ЛГУ им. П.Стучки)

ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ НА ВИДИМЫЕ ТРАЕКТОРИИ ИСЗ

Введение

В работах, посвященных исследованию видимых траекторий ИСЗ [1, 2, 3, 4], как правило, не учитывалось перемещение наблюдателя относительно орбиты спутника, вызванное вращением Земли. Учет указанного эффекта осложняется тем, что уравнения видимой траектории ИСЗ [2, 3, 4] в явном виде от времени не зависят. Поэтому для установления связи между координатами ИСЗ и переменными коэффициентами уравнений необходимо с достаточной точностью знать зависимость координат спутника от времени. Если эти зависимости позволяют исключить время из соотношений для коэффициентов, то задача о влиянии вращения Земли на видимые траектории ИСЗ может быть решена аналитическими методами.

В данной работе получено приближенное аналитическое решение поставленной задачи применительно к системе координат, используемой в четырехосных монтировках для спутниковых телескопов [5]. Связь координат спутника со временем рассматривается в тангенциальном приближении видимого движения ИСЗ [5,6].

Аналитические представления функции $\Delta\beta$

Рассмотрим топоцентрическую условно-траекторную систему координат [3], порождающей точкой которой является точка кульминации спутника S (рис.1). Угол β выберем так, чтобы видимая траектория спутника ASB была близ-

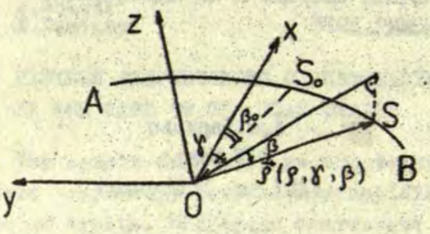


Рис.I.

ка (например, по среднеквадратической норме) к малому кругу $\beta=-\beta_0$ топоцентрической небесной сферы.

Для того, чтобы определить искажения видимой траектории спутника, вызванные перемещением наблюдателя вследствие вращения Земли, предположим, что ИСЗ участвует в добавочном движении

$$\vec{\Delta\rho}(t)=-\vec{\Delta R}\{\Delta X,\Delta Y,\Delta Z\}, \tag{I}$$

где $\vec{\Delta R}$ - вектор перемещения наблюдателя. Согласно тангенциальному приближению видимого движения ИСЗ [5,6] вектор $\vec{\Delta R}$ можно приближенно представить в виде

$$\vec{\Delta R}\cong\vec{g}\ \mathrm{tg}\,\gamma,$$

где

$$\vec{g}\{g_x,g_y,g_z\}=\frac{\dot{\vec{R}}_T}{\dot{\gamma}_0}, \tag{2}$$

а $\dot{\vec{R}}_T$ - вектор скорости наблюдателя в рассматриваемой условно траекторной системе координат,

$\dot{\gamma}_0$ - топоцентрическая угловая скорость спутника в точке кульминации,

γ - сферическая координата ИСЗ, отсчитываемая в плоскости (X,Y) от направления оси X (рис.I).

Чтобы определить функцию $\Delta\beta$, характеризующую разность видимых траекторий ИСЗ для подвижного и неподвижного наблюдателя, рассмотрим известные соотношения топоцентрического движения

$$\sin\beta = \frac{z}{\rho}, \qquad \rho = (x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}, \tag{3}$$

согласно которым

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= \frac{\rho\Delta Z + z\Delta\rho}{\rho^2\cos\beta}, \\ \Delta\rho &= \frac{x\Delta X + y\Delta Y + z\Delta Z}{\rho}. \end{aligned} \tag{4}$$

Из соотношений (4) с учетом модели (2) имеем

$$\Delta\rho = \frac{tg\gamma}{\rho}(g_x \sin\beta\cos\gamma + g_y \sin\beta\sin\gamma - g_z\cos\beta). \tag{5}$$

Учитывая, что $\beta \approx \beta_0 \ll \frac{\pi}{2}$, и пренебрегая членами, содержащими $\sin\beta$, находим простое приближение для функции $\Delta\beta$

$$\Delta\beta = -g_z\frac{tg\gamma}{\rho}, \tag{6}$$

которое с учетом соотношения [4,7]

$$\frac{1}{\rho} = b_0 + b_1\cos\gamma, \tag{7}$$

где b_0, b_1 - константы, удобно представить в виде

$$\Delta\beta = -g_z(b_0\, tg\gamma + b_1\sin\gamma). \tag{8}$$

Формула (8) представляет $\Delta\beta$ в виде нечетной функции. Численные расчеты показали, что при помощи (8) можно представить видимую траекторию ИСЗ с точностью $0^\circ.1 - 0^\circ.2$, для спутников типа Geos-C и Lageos. Эти же расчеты показали, что значительно большей точности можно добиться, если представить $\Delta\beta$ в виде суммы четной и нечетной функций, например:

$$\Delta\beta = c_0 \,\mathrm{tg}\,|\gamma| + c_1 \sin\gamma, \tag{9}$$

где c_0, c_1 определены методом наименьших квадратов или с использованием условий сцепления.

Другое приближение можно построить подстановкой соотношения (7) в формулу (5), что после несложных преобразований дает

$$\Delta\beta = a_0 \sin\gamma + a_1 \sin^2\gamma + (a_2 + a_3 \sin\gamma + a_4 \sin^2\gamma)\,\mathrm{tg}\,\gamma, \tag{10}$$

где a_i - постоянные, зависящие от β_0, b_0, b_1 и вектора $\vec{g}$.

Численные исследования показали, что с точностью 0°.01 - 0°.05 видимую траекторию ИСЗ можно представить первыми членами формулы (10), а именно соотношением

$$\Delta\beta = a_0 \sin\gamma + a_1 \sin^2\gamma, \tag{11}$$

где постоянные a_0, a_1 определяются методом наименьших квадратов или с использованием условий сцепления.

Компенсация искажений поворотом системы координат

Покажем, что частично эффект движения наблюдателя может быть исключен поворотом рассмотренной выше системы координат вокруг оси X на некоторый малый угол α_0. Действительно, осуществляя такой поворот при помощи матриц поворота [8], имеем

$$\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_0 & \sin\alpha_0 \\ 0 & -\sin\alpha_0 & \cos\alpha_0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos\beta\cos\gamma \\ \cos\beta\sin\gamma \\ \sin\beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos\beta\cos\gamma \\ \sin\alpha_0\sin\beta + \cos\alpha_0\cos\beta\sin\gamma \\ \cos\alpha_0\sin\beta - \sin\alpha_0\cos\beta\sin\gamma \end{Bmatrix}. \tag{12}$$

В повернутой на малый угол α_0 системе координат

$$\sin\beta' = \cos\alpha_\circ \sin\beta - \sin\alpha_\circ \cos\beta \sin\gamma \approx$$

$$\approx \sin\beta - \alpha_\circ \sin\gamma .$$

Учитывая малость углов β и β', имеем

$$\Delta\beta \approx \sin\beta - \sin\beta' \approx \alpha_\circ \sin\gamma . \qquad (13)$$

Формула (13) показывает, что указанным поворотом можно приближенно компенсировать одно слагаемое формул (9) или (11). Учитывая, что коэффициент при другом слагаемом формулы (11) содержит множитель $\beta_\circ$, можно заключить, что значительную часть влияния, вызванного движением наблюдателя, на видимую траекторию ИСЗ можно компенсировать небольшим поворотом системы координат вокруг оси X.

Анализ численных расчетов

Численные расчеты по учету искажений видимых траекторий ИСЗ вследствие перемещения наблюдателя проводились для спутников Geos-C и Lageos. Эксцентриситеты орбит обеих ИСЗ были условно приняты равными e = 0.03 и исследовались видимые траектории, порождаемые различными участками орбит (путем изменения аргумента перицентра ω).

Первая группа расчетов (рис.2) содержит результаты, представляющие видимую траекторию ИСЗ Lageos с угловой высотой кульминации около 65° для неподвижного (графики I) и подвижного (графики II) наблюдателей. Графиками III отображена видимая траектория спутника для подвижного наблюдателя в системе координат, повернутой на некоторый малый угол вокруг оси X. Вторая группа расчетов (рис.3) содержит результаты аналогичных расчетов для ИСЗ типа Geos-C с угловой высотой кульминации около 40°. Результаты первой и второй группы расчетов показывают, что при помощи поворота вокруг оси X можно компенсировать часть искажений из-за движения наблюдателя и представить видимую траекторию ИСЗ кривой, близкой к малому кругу небесной сферы. Результаты приведенных расчетов

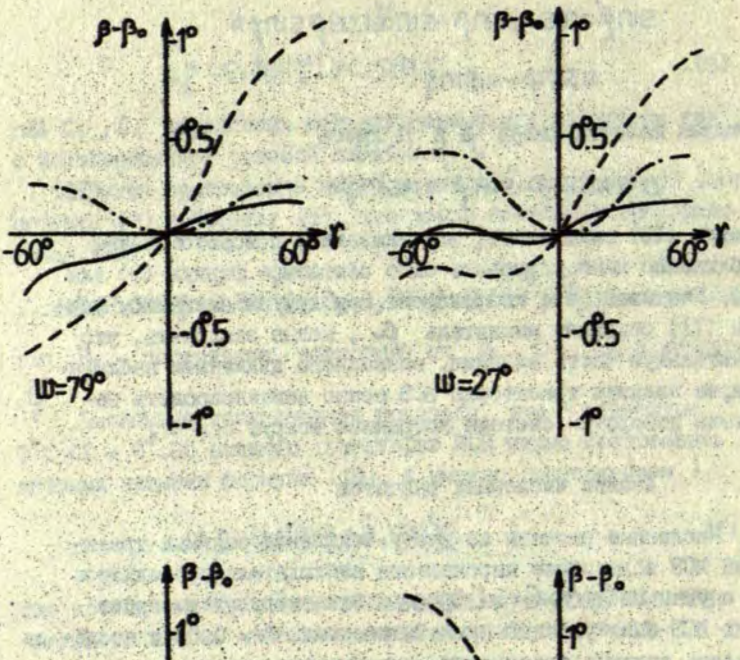


Рис. 2

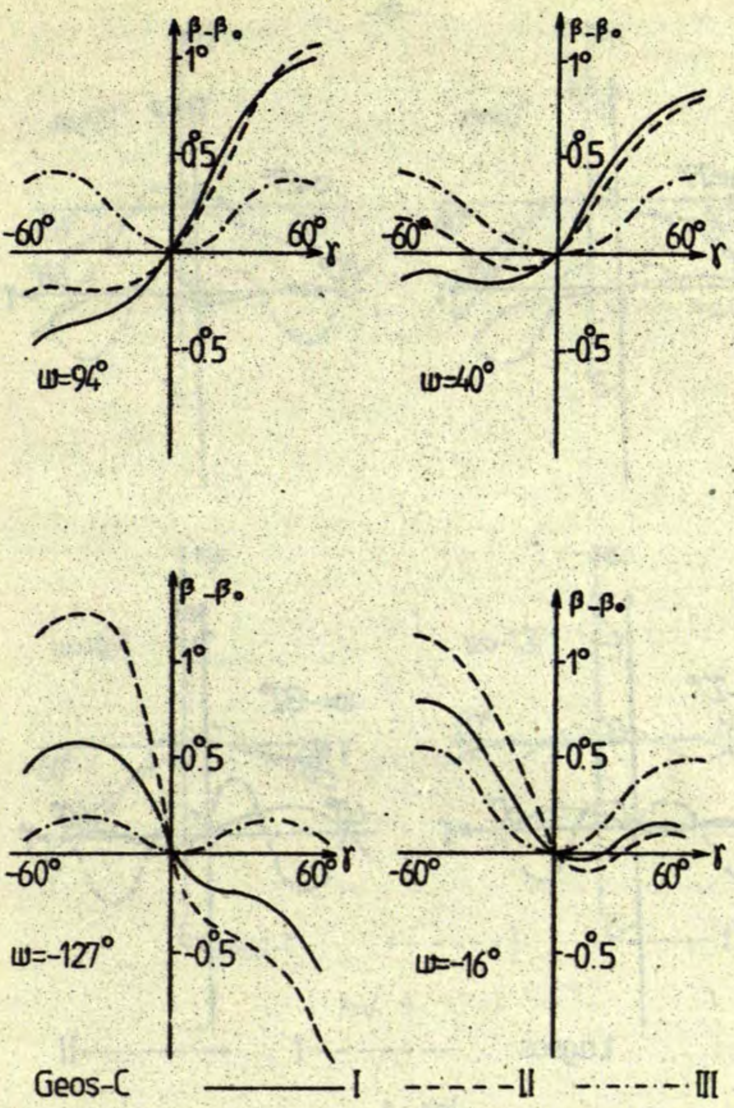


Рис. 3

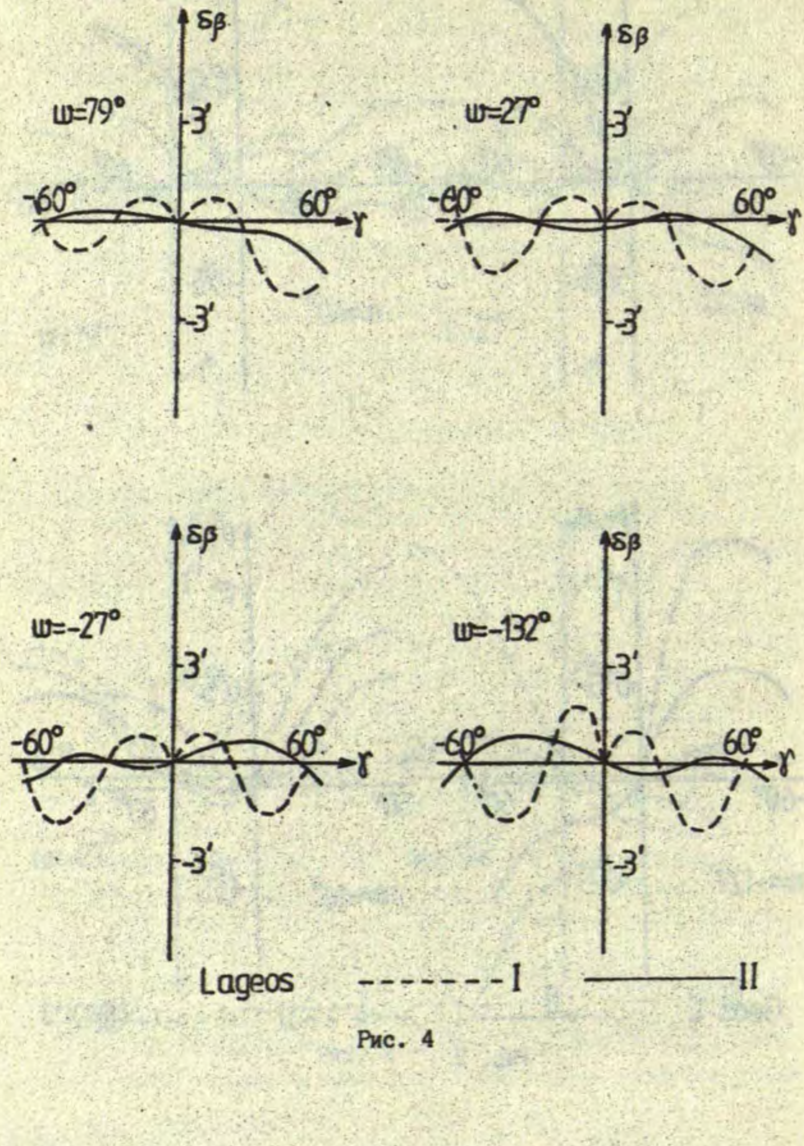

δβ
ω=79°
3′
-60°
60°
γ
-3′
δβ
ω=27°
3′
-60°
60°
γ
-3′
δβ
ω=-27°
3′
-60°
60°
γ
-3′
δβ
ω=-132°
3′
-60°
60°
γ
-3′
Lageos
I
II

Рис. 4

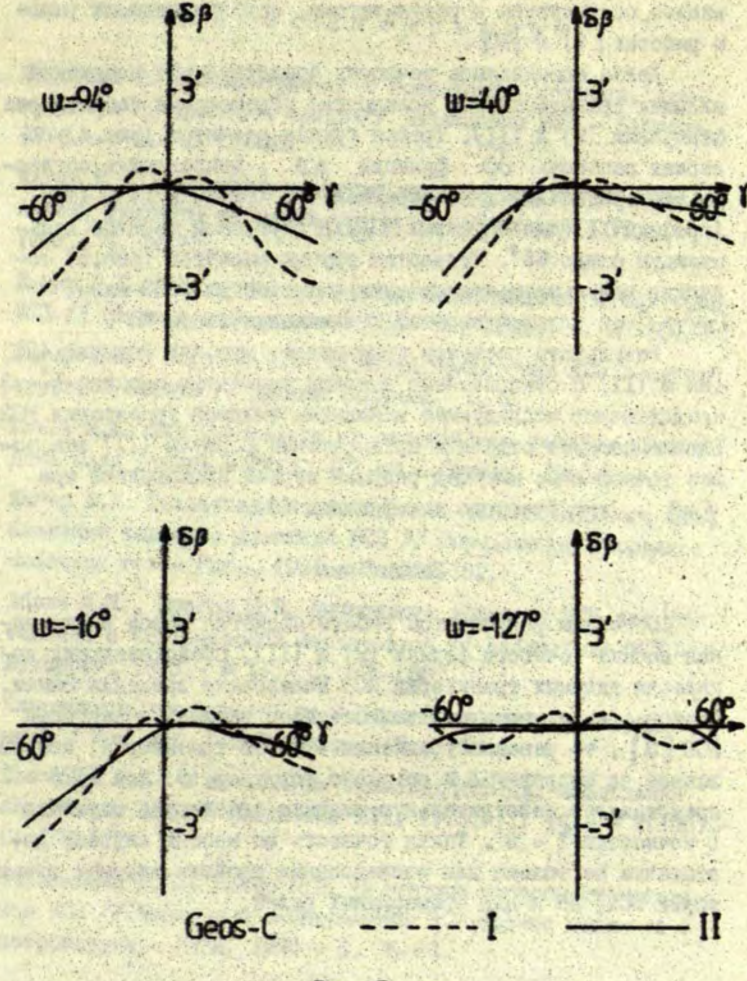


Рис. 5

вполне согласуются с результатами, опубликованными ранее в работах [9] и [10].

Далее оценивалась точность представления искажений видимых траекторий ИСЗ вследствие перемещения наблюдателя формулами (9) и (II). Третья группа расчетов (рис.4) содержит разность $\delta\beta$ функций $\Delta\beta$, вычисленных согласно эфемеридам ИСЗ и по формулам (9) (графики I) и (II) (графики II) для спутника Lageos с угловой высотой кульминации около 65°. Четвертая группа расчетов (рис.5) содержит результаты аналогичных расчетов для ИСЗ типа Geos-C с угловой высотой кульминации около 40°.

Результаты расчетов показывают, что как формула (9), так и (II) с относительно высокой точностью порядка I′ – 3′ представляют исследуемые искажения видимой траектории ИСЗ. Видимо, следует отдавать предпочтение формуле (II) как более точной и не имеющей разрыва первой производной при $\gamma = 0$, характерного для функции (9).

Заключение

Основным результатом работы является вывод и численная оценка точности формул (9) и (II), представляющих искажения видимых траекторий ИСЗ вследствие вращения Земли. Следовательно, если определен тензор видимой траектории ИСЗ [3], то решение уравнения видимой траектории, исправленное на поправку $\Delta\beta$ согласно формулам (9) или (II) представляет действительную видимую траекторию спутника с точностью I′–3′. Такая точность во многих случаях достаточна не только для исследования свойств видимых траекторий ИСЗ, но и для эфемеридных целей.

Список литературы

I. Беневски Я. Топоцентрическая траектория спутника, движущегося по круговой орбите// Наблюдения ИСЗ.- Варшава, 1970.- № 9.- С. 35-40.

2. Жагар Ю.Х. Некоторые свойства видимых траекторий ИСЗ // Анализ движения небесных тел и их наблюдений.- Рига, 1982.- С. 52-65.

3. Жагар Ю.Х. Аналитические исследования видимых траекторий ИСЗ // Научные информации № 55.- М., 1982.- С. 37-50.

4. Жагар Ю.Х., Зариньш А.Я. Видимая траектория ИСЗ в случае круговой орбиты // Данный сборник.- С. 3

5. Ābele M.K. ZMP fotokamera ar orientējamu kustīgu plati: Дипломная работа.- Рига; ЛГУ им.П.Стучки, 1960.

6. Жагар Ю.Х. Исследования обобщенного тангенциального приближения видимого движения ИСЗ // Определение координат небесных тел.- Рига, 1981.- С. 147-162.

7. Абеле М.К., Витерс Я.В. Вычисление эфемерид ИСЗ для установок с четырехосной монтировкой // Наблюдения ИСЗ.- Бухарест, 1975.- № 14.- С. 585-588.

8. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / Под ред. Г.Н.Дубошина.- М., 1976.

9. Сочилина А.С. О вычислении эфемерид ИСЗ для наблюдений на камерах АФУ // Бюллетень ИТА, 1976.- Т. 14.- № 2(155).- С. 107-112.

10. Лауцениекс Л.К., Витер Я.В. Некоторые вопросы отслеживания ИСЗ // Численные эксперименты в небесной механике и астрометрии.- Рига, 1978.- С. 76-84.

Р е з ю м е

Заринып А.Я.
Жагар Ю.Х.

ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ НА ВИДИМЫЕ ТРАЕКТОРИИ ИСЗ

В работе исследовано влияние вращения Земли на видимые траектории ИСЗ в системе координат, используемой в четырехосных монтировках для спутниковых телескопов. Основное внимание уделено оценке точности приближенных формул, представляющих указанное влияние с погрешностью порядка I′ – 3′. Приводятся результаты численных расчетов.

K o p s a v i l k u m s

A.Zariņš
J.Žagars

ZEMES ROTĀCIJAS IETEKME UZ ZMP REDZAMAJĀM TRAJEKTORIJĀM

Rakstā apskatīta Zemes rotācijas ietekme uz ZMP redzamajām trajektorijām koordinātu sistēmās, kādas lieto pavadoņu teleskopos ar četrasu montāžu. Galvenā uzmanība veltīta tuvinātu formulu precizitātes novērtēšanai. Tās reprezentē minēto ietekmi ar I-3 loka minūšu precizitāti. Doti skaitlisku aprēķinu rezultāti.

S u m m a r y

A.Zarinsh
J.Zhagars

INFLUENCE OF THE EARTH ROTATION ON THE SATELLITE'S VISIBLE TRAJECTORY

The influence of the Earth rotation on satellite's visible trajectory in the coordinate system, used for 4-axis satellite telescopes, is discussed in this paper. The main attention is payed to some particular cases, which enable to represent that influence with accuracy of I-3 arc min. Various numerical examples are presented.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 521.61

А.Я.Зариньш
(ЛГУ им.П.Стучки)

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЛАЗЕРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ИСЗ ПОЛИНОМАМИ

Опыт показывает, что данные лазерных наблюдений ИСЗ (квадрат топоцентрического расстояния до ИСЗ) хорошо апроксимируются полиномами сравнительно низких (4 - 6) степеней. Это позволяет оценить внутреннюю среднеквадратическую ошибку (внутреннюю сходимость) наблюдений, осуществить фильтрацию шума, а также представить наблюдения посредством коэффициентов полинома в более компактном виде. Последнее может иметь значение при передаче данных наблюдений по каналам связи, при вводе этих данных в ЭВМ для улучшения элементов орбиты ИСЗ. Полиномы могут быть использованы также для интерполяции наблюдений.

Однако поведение аппроксимирующих полиномов вне временного интервала, покрытого наблюдениями (т.е. возможность экстраполяции), а также в интервалах между наблюдениями (интерполяция) мало исследовано. С целью оценки указанных свойств аппроксимации квадрата топоцентрического расстояния до ИСЗ полиномами от времени нами был проведен ряд численных экспериментов, результаты которых представлены в настоящей работе.

В качестве исходного материала для расчетов были взяты реальные наблюдения ИСЗ Geos-A, Geos-C и Lageos, полученные лазерными дальномерами в станциях Рига и Хелуан. Использовались наиболее протяженные по времени и количеству точек серии наблюдений, покрывающие топоцентрические дуги длиной 40-70 градусов и имеющие 70 - 200 точек. Внутренняя среднеквадратическая невязка этих серий составляла I.5 - 3 метров.

Для контроля точности представления наблюдений полиномами, сравнивались значения полиномов, полученных путем аппроксимации всей серии (опорный полином) и аппроксимации некоторого подмножества серии. Последнее получено удалением некоторым образом выбранных точек из всей серии наблюдений.

На рис.2 показаны результаты сравнения опорного полинома с полиномом, который аппроксимирует только первую половину (по времени) серий. Как видно, экстраполяция последнего вне представленного им временного интервала (т.е. на вторую половину серий наблюдений) приводит к быстрому отклонению от наблюдений. Оно начинает превышать внутреннюю среднеквадратическую ошибку серий уже при экстраполяции на интервал времени порядка I0 секунд (около I° топоцентрической дуги).

На практике нередко встречаются серии наблюдений, имеющие большой (сравнимый с продолжительностью всей серии) перерыв в наблюдениях (вследствие сбоя аппаратуры, потери ИСЗ, облачности и т.п.). Моделью таких случаев может служить подмножество серии наблюдений, полученное путем удаления ряда точек наблюдений с середины серий. Результаты сравнения полиномов, апроксимирующих полученные таким образом подмножества с опорными полиномами показаны на рис. I. Уклонение от опорного полинома начинает превышать среднеквадратическую ошибку аппроксимации всей серии, когда длительность перерыва достигает I0-20° топоцентрической дуги (2-4 минуты по времени).

Аппроксимация "разреженных" подмножеств (в которых оставлена только каждая к-тая (к = 2,3,5,8) точка опорной последовательности) показывает (рис.3), что полученные таким образом полиномы существенно не понижают точность представления серий (конечно, общее число оставшихся в "разреженной" серии наблюдений не должно быть слишком малым и интервал времени между ними - приближаться к выше рассмотренным критическим значениям перерыва между наблюдениями). Такое свойство, в частности, говорит о том,

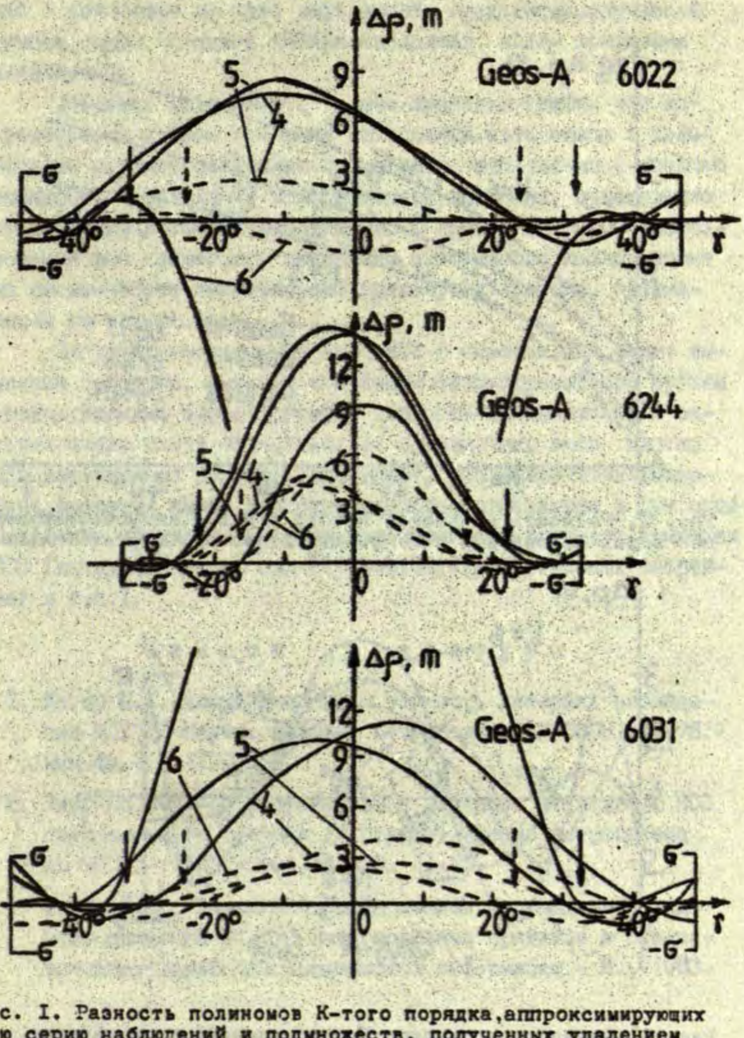


Рис. I. Разность полиномов К-того порядка,аппроксимирующих всю серию наблюлений и подмножеств, полученных удалением средней части серии. Границы удаленной части отмечены стрелками. Здесь и ниже приведены номера серий в банке данных наблюдениЙ ИСЗ АО Латв.ГУ.

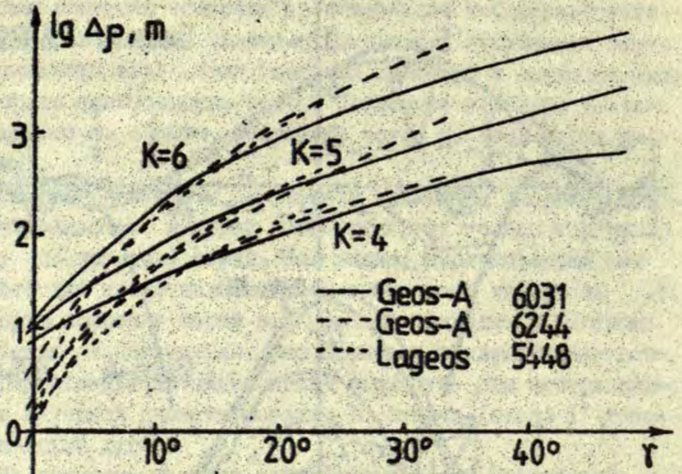


Рис. 2. Разность полиномов К-того порядка, аппроксимирующих всю серию наблюдений и её первую половину. Отсчет топоцентрической дуги от середины серий.

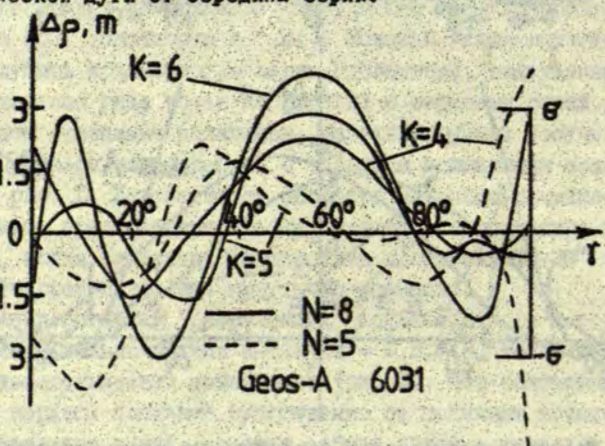


Рис. 3. Разность полиномов К-того порядка, аппроксимирующих всю серию наблюдений, и подмножества, в которых оставлены только каждая N-тая точка.

что с точностью не хуже внутренней среднеквадратической ошибки серии возможно интерполирование между моментами наблюдений.

Учитывая сказанное, нам представляется, что аппроксимация данных лазерных наблюдений полиномами в большинстве случаев позволяет представить наблюдения с помощью неблшого числа (4-7) коэффициентов полинома, существенно не увеличивая ошибки наблюдений. С другой стороны, экстраполяция вне временного интервала охваченного наблюдениями на сколь-нибуть значительный промежуток времени, практически несостоятельна.

Следует заметить, что для ИСЗ с низкими или очень высокими орбитами, а также с большим эксцентриситетом орбиты количественные характеристики точности интерполяции и экстраполяции могут отличаться от приведенных выше, однако предварительные расчеты показывают, что качественная картина меняется мало. Подобные свойства отмечаются и при представлении полиномами других характеристик видимого движения ИСЗ (азимута, высоты над горизонтом, прямоугольных координат и т.п.).

Список литературы

1. Жагар Ю.Х. Аппроксимация и точность лазерных наблюдений ИСЗ // Научн. информ. Астросовета АН СССР.- 1978.- Вып.40.- С. 150-159.
2. Заринып А.Я. Об аппроксимации лазерных наблюдений ИСЗ полиномами от времени // Научн. информ. Астросовета АН СССР.- 1980.- Вып.44.- С. 44-46.
3. Жагар Ю.Х., Заринып А.Я. Численные исследования видимого движения ИСЗ // Навигационная привязка и статистическая обработка космической информации.- М., 1983.

Р е з ю м е

Зариньш А.Я.

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЛАЗЕРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ИСЗ ПОЛИНОМАМИ

Приведены результаты численных исследований свойств интерполяции и экстраполяции полиномов, аппроксимирующих квадрат топоцентрического расстояния до ИСЗ, измеренный лазерными дальномерами.

K o p s a v i l k u m s

A.Zariņš

PAR ZMP LĀZERA NOVĒROJUMU REPREZENTĒŠANU AR POLINOMU

Rakstā aplūkoti skaitliski eksperimenti ar polinomiem, kas aproksimē ZMP topocentriskā attāluma kvadrātu. Pētītas šo polinomu interpolācijas un ekstrapolācijas īpašības.

S u m m a r y

A.Zarinsh

ABOUT POLYNOMIAL REPRESENTATION OF SATELLITE LASER OBSERVATIONS

This paper deals with the results of numerical investigations of interpolation and extrapolation properties of polynomials approximating satellite's topocentric distance square.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 521.312:528

С.В.Кужелев
Ю.В.Сурнин
(НИИГАиК)

К УЧЕТУ ВЛИЯНИЯ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ЧИСЛЕННОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ОРБИТ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИСЗ

Известно, что на результаты высокоточного прогнозирования орбит геодезических искусственных спутников Земли (ИСЗ) существенное влияние оказывает давление солнечной радиации. В настоящее время имеются различные численные и аналитические методы предвычисления возмущений, обусловленных световым давлением [I]. Эти возмущения для различных ИСЗ меняются в пределах от нескольких метров до нескольких километров и более [2,3,4], в зависимости от отношения площади сечения спутника, нормальной к солнечным лучам, к его массе.

Величина возмущающего ускорения θ ,сообщаемого ИСЗ потоком солнечной радиации, обычно оценивается по следующей формуле [2,3,4,5,6]:

$$\theta = k\frac{A}{m}q_{\odot}, \qquad (I)$$

где k – коэффициент отражения спутника, равный I в случае зеркального отражения и полного поглощения, I,44 – случае полного диффузного отражения; A – площадь поперечного сечения спутника (миделя); m – масса ИСЗ; $q_{\odot}$ – отношение солнечной постоянной к скорости света, равное примерно $(4,5 - 4,7) \cdot 10^{-5}$ дин/см^2 [2,3,4].

Обычно величина θ умножается на квадрат отношения расстояний от Солнца до Земли и спутника. Однако это не повышает точности вычисления возмущающего ускорения, поскольку влияние этого множителя пренебрегаемо мало по сравнению с неточностью знания величин K и $\rho_\odot$ и вариациями $\rho_\odot$,вызываемыми эксцентричностью земной орбиты. Обычным приемом является уточнение величины θ по результатам траекторных измерений.

Действие солнечного давления прекращается при попадании спутника в область земной тени. Это приводит к появлению вековых возмущений в угловых элементах орбиты. Теоретические и практические трудности расчета орбит, возникающие при учете прохождения спутником земной тени, стимулировали большое количество исследований [I] . Было предложено три основных способа учета тени Земли - проверка логического условия нахождения спутника в тени на каждом шаге численного интегрирования уравнений движения; решение "уравнения тени" для получения моментов пересечения границ тени, которые также используются при численном интегрировании; введение релейной (разрывной) функции тени и ее аппроксимация рядами тригонометрических функций либо полиномов Лежандра для последующего применения аналитических методов [3]. Очевидно, более точным является первый способ, поскольку во втором используется кеплерова теория, а в третьем вносятся дополнительные погрешности аппроксимации.

В настоящее время первый способ учета влияния тени при численном прогнозировании орбит геодезических ИСЗ используется во многих программных комплексах орбитального анализа [I,5,9] . Повышение точности учета светового давления здесь может быть достигнуто только за счет совершенствования модели возмущающей силы с учетом характеристик конкретных ИСЗ. Например, могут быть учтены вариации солнечного излучения в зависимости от расстояния от Земли до Солнца, изменения миделя ИСЗ в зависимости от его ориентации относительно Солнца, форма ИСЗ, отражающие и поглащающие свойства его поверхности, сжатие Земли, влияние земной атмосферы и т.д. [6,9]. Однако это повышение адекватности модели светового давления может оказаться малоэффективным из-за действия погрешностей вычислительного характера, возникающих при численном интегрировании через границу "свет-тень", когда ухудшается устойчивость численного процесса из-за быстрого возрастания значений производных от функций празых частей уравнений движения по зависимым переменным и от зависимых переменных по независимой.

Ниже предлагается простой способ существенного уменьшения указанной погрешности, увеличивающий одновременно адекватность модели светового давления. Этот способ основан на учете, наряду с тенью Земли, также и ее полутени. Имеются работы, где полутень Земли принимается во внимание при составлении и решении "уравнения тени" [I,6]. Здесь мы приведем логическое условие нахождения спутника в полутени и тени Земли и формулы расчета вектора возмущающего ускорения от светового давления. Для их вывода обратимся к рисунку. С помощью рисунка для углов входа (выхода) спутника в полутень ψ_1 и тень ψ_2 Земли получим:

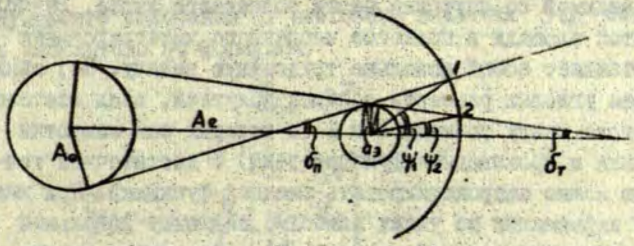


Рис. I Геометрия земной тени.

$$\cos\psi_1 = (\sqrt{r^2-1}\cos\delta_п - \sin\delta_п)/r, \qquad (2)$$

$$\cos\psi_2 = (\sqrt{r^2-1}\cos\delta_т + \sin\delta_т)/r,$$

где r - геоцентрическое расстояние до ИСЗ в единицах экваториального радиуса Земли (ед.экв.рад.З.) $a_э$; $\delta_т$, $\delta_п$ - углы полурастворов конусов тени и полутени;

$$\cos\delta_п = \sqrt{ - \sin^2\delta_п}\ ; \quad \sin\delta_п = (A_\odot + 1)/A_e\ ; \qquad (3)$$
$$\cos\delta_т = \sqrt{1 - \sin\delta_т}\ ; \quad \sin\delta_т = (A_\odot - 1)/A_e\ ;$$

$A_\odot$ и A_e - радиус Солнца и астрономическая единица в ед.экв.рад.З.

Размер области полутени в угловых единицах относительно мал: $\psi_1 - \psi_2 = \delta_п + \delta_т \approx 31'$. Однако при высоких точностях шаг численного интегрирования уменьшается и вероятность "перескока" из освещенной области в тень весьма мала. Физически очевидно, что разрывы функции тени при переходе из освещенной области в полутень и из полутени в тень отсутствуют. Величина светового потока при движении спутника в области полутени из точки I в точку 2 (см.рисунок) плавно спадает пропорционально уменьшающейся площади видимой со спутника части солнечного диска. Вычисление этой площади в процессе численного интегрирования представляет собой довольно трудоемкую задачу. Но, ввиду малости угловых размеров области полутени, спад светового потока между точками I и 2 (в которых нам известны значения и производные функции тени) с достаточной точностью можно аппроксимировать гладкой функцией. При имеющейся информации об узлах наиболее подходит локальный эрмитов сплайн третьей степени [7] , который в данном случае принимает совсем простой вид

$$\eta(\psi) = S(t) = t^2(3 - 2t)\ , \qquad (4)$$

где
$$t = (\cos\psi + \cos\psi_2)/(\cos\psi_2 - \cos\psi_1)\ ;$$

ψ - угол между геоцентрическими направлениями на спутник и Солнце:

$$\cos\psi = (X_\odot x + Y_\odot y + Z_\odot z)/(R_\odot r)\ ;$$

$$R_{\odot}=\sqrt{X_{\odot}^2+Y_{\odot}^2+Z_{\odot}^2}\quad;$$

$$X_{\odot},\ Y_{\odot},\ Z_{\odot}\ \text{и}\ x,\ y,\ z\ -$$

координаты Солнца и спутника в геоцентрической экваториальной прямоугольной системе координат $\{XYZ\}_{\gamma}$ с осью абсцисс, направленной в точку весеннего равноденствия γ. С учетом (4) непрерывная функция тени может быть записана следующим образом:

$$\nu(\psi)=\begin{cases}0, \text{ если } -\cos\psi_2>\cos\psi\ ,\\ \eta(\psi), \text{ если } -\cos\psi_1\geqslant\cos\psi\geqslant-\cos\psi_2,\\ 1, \text{ если } \cos\psi>-\cos\psi_1\ .\end{cases}\qquad(5)$$

При интегрировании дифференциальных уравнений движения для элементов орбиты в форме Ньютона- Эйлера возмущающее ускорение вычисляется в орбитальной системе координат $\{STW\}$, связанной с геоцентрическим направлением на спутник и вектором кинетического момента. Компоненты возмущающего ускорения от светового давления $\vec{S}_{СД}$ могут быть рассчитаны по формулам:

$$\vec{S}_{СД}=P\vec{F}_{СД}\ ,\qquad(6)$$

где

$$\vec{F}_{СД}=\nu(\psi)\frac{\theta}{\rho}\begin{bmatrix}x-X_{\odot}\\ y-Y_{\odot}\\ z-Z_{\odot}\end{bmatrix}\quad;$$

P - матрица перехода от системы координат $\{XYZ\}_{\gamma}$ к $\{STW\}$;

$$\rho=\sqrt{(x-X_{\odot})^2+(y-Y)^2+(z-Z_{\odot})^2}\quad;$$

θ - определяется в соответствии с формулой (I).

Для иллюстрации сказанного в таблице приведены результаты машинного эксперимента по сравнению вычислительной эффективности численного прогнозирования орбиты ИСЗ типа "Старлет"

(a = 7320 км; e = 0,02; i = 49,8; A = 0,0452 м^2; m = 47,3 кг; k = I,I) на дуге 36 часов с учетом возмущений от светового давления, которые рассчитывались по модели (6) с функцией тени (5) и функцией конической тени без учета полутени

$$\nu = \begin{cases} 0, \text{ если } \cos\psi < -\cos\psi_2 , \\ \text{I}, \text{ если } \cos\psi \geqslant -\cos\psi_2 . \end{cases} \qquad (7)$$

Использовались алгоритмы ПСТ - построения спутниковых траекторий, основанные на модели движения в регулярных элементах [5] и численных методах Эверхарта (алгоритм PSTRDNY), Булирша-Штера (PSTD2У); Булирша-Штера с улучшенной шаговой коррекцией [8] (PSTD5У) и Рунге-Кутта-Фелберга 4(5) порядков (PSTRF5У).

В таблице обозначено: $AERR$ - заданная погрешность численного интегрирования; N_f - число вычислений правых частей уравнений движения; T - время счета на ЭВМ ЕС-I022 в секундах; x , y , z - прямоугольные координаты ИСЗ на момент 36 часов в метрах; Δ_{max} - максимальная разность между значениями координат; Δ^{D2}_{max} аналог Δ_{max} , но без учета данных алгоритма PSTD2У. В последней строке таблицы приведены невозмущенные значения координат ИСЗ на момент 36 часов.

Из таблицы видно, что в случае разрывной функции тени расхождения результатов интегрирования различными алгоритмами достигают 0,I7 м при величине влияния светового давления порядка I м. При этом затраты на интегрирование методом Булирша-Штера наибольшие. Модель со сглаженной функцией тени позволяет уже построить эталонную орбиту с точностью 0,00I м (если не учитывать данные алгоритма PSTD2У , имеющего недостаточно гибкий для данного

Таблица I

Сравнение моделей светового давления

Модель светового давления	Алгоритм ПСТ	AERR	N_f	T	x	y	z
Разрывная функция тени (6),(7)	PSTRDNY	10^{-9}	4026	3II	4630762,I00	-3I47652,353	-46I9707,882
	PSTD2Y	10^{-11}	I5508	558	27I	235	779
	PSTD5Y	10^{-11}	I4607	533	265	239	782
	PSTRF5Y	10^{-13}	I05II	423	I72	304	839
					Δ_{max} = 0,I7I	0,II8	0,I03
					Δ_{max}^{D2} = 0,I65	0,II4	0,I00
Сглаженная функция тени (6),(5)	PSTRDNY	10^{-9}	380I	299	463076I,980	-3I47652,504	-46I9708,032
	PSTD2Y	10^{-11}	5053	236	985	50I	030
	PSTD5Y	10^{-11}	5033	242	979	505	033
	PSTRF5Y	10^{-13}	8932	372	980	504	032
					Δ_{max} = 0,006	=0,004	0,003
					Δ_{max}^{D2} = 0,00I	0,00I	0,00I
Невозмущенное движение					463076I,004	-3I47653,599	-46I9709,I08

случая механизм шаговой коррекции). Затраты времени для сглаженной модели меньше для всех алгоритмов. Таким образом, предложенная модификация модели давления солнечной радиации обеспечивает повышение точности, быстродействия, а также устойчивости процесса численного прогнозирования орбит.

Список литературы

1. Поляхова Е.С. Возмущающее влияние светового давления Солнца на движение ИСЗ // Итоги науки и техники, серия: Исследование космического пространства.- Т. 15.- С. 82-113.
2. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли.- М., 1965.
3. Аксенов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли.- М., 1977.
4. Красноршлов И.И., Плахов Ю.В. Основы космической геодезии.- М., 1976.
5. Сурнин Ю.В. и др. Программа прогнозирования движения геодезических искусственных спутников Земли // Наблюдения ИСЗ.- София, 1978.- № 16.- С. 157-174.
6. Эскобал П. Методы определения орбит.- М., 1972.
7. Завьялов Ю.С. и др. Методы сплайн-функций.- М., 1980.
8. Кужелев С.В. Исследование численного метода экстраполяции для прогнозирования движения ИСЗ // Наблюдения ИСЗ.- София, 1982.- № 20.- С. 334-342.
9. Smith D.E. Recent Advances in Computational Techniques Proc. of the 9th GEOP Conference, October 2-5, 1978 // Dept. of Geodetic Science Rept.- Columbus, 1978.- N28.- P. 207-211.

Р е з ю м е

Кужелев С.В.
Сурнин Ю.В.

К УЧЕТУ ВЛИЯНИЯ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ЧИСЛЕННОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ОРБИТ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИСЗ

Для повышения точности быстродействия численного прогнозирования орбит ИСЗ с учетом действия давления солнечной радиации предложено учитывать и аппроксимировать локальным эрмитовым сплайном область земной полутени. Приведены результаты машинного эксперимента по сравнению эффективности численного интегрирования с моделями светового давления со сглаженной и разрывной функциями тени.

S u m m a r y

S.Kuzhelev
Y.Surnin

ABOUT CONSIDERATION OF LIGHT PRESSURE EFFECT IN NUMERICAL PREDICTION OF ORBITS OF GEODETICAL SATELLITES

To increase the accuracy and speed of the numerical prediction of satellite orbits including the solar radiation pressure effect, we propose to take into account and approximate by the local Hermit's spline of field of the Earth's penumbra. The results of computer experiment for comparison of efficiency of numerical integration with models of light pressure with smoothing and discontinuous function of the umbra are presented.

Kopsavilkums

S.Kužeļeva
J.Surņina

PAR GAISMAS SPIEDIENA IEVĒROŠANU,SKAITLISKI PROGNOZĒJOT ĢEODĒZISKO ZMP ORBĪTAS

Lai palielinātu ZMP orbītu skaitliskās prognozēšanas precizitāti un ātrdarbību,ievērojot Saules starojuma spiediena efektu, autori ierosinājuši Zemes pusēnas apgabalu aproksimēt ar lokālu Ermita splainu.

Ar ESM palīdzību veikts eksperiments, kur salīdzināta skaitliskās integrēšanas efektivitāte gaismas spiediena modeļiem ar izlīdzinātām un pārtrauktām ēnas funkcijām.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК. 521.24

С.Н.Беляев (ЛГУ им.А.А. Жданова)
В.Г.Дегтярев (ЛИТМО)
Ю.М.Эвентаве (ВНИИ телевидения)

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК ВЫВОДА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ВЕРОЯТНОСТЬ ЕГО ОБНАРУЖЕНИЯ В МОМЕНТ ВОСХОДА

Для обеспечения связи между наземной станцией (НС) и космическим аппаратом (КА) необходимо осуществить наведение главного максимума диаграммы направленности антенны (ДНА) НС на фазовый центр антенны КА. Следует отметить, что требования к качеству наведения являются наиболее жесткими в момент входа КА в зону радиовидимости НС, ограниченную минимальным углом радиовидимости h_0 .

Системы наведения большинства современных антенн оперируют с такими основными параметрами, как азимут A и угол места h КА в топоцентрической системе координат с началом в фазовом центре антенны НС. Наличие в системе НС-КА случайных ошибок приводит к тому, что параметры наведения антенны НС в каждый момент времени являются величинами случайными.

Основными источниками ошибок, влияющих на качество наведения, являются следующие [I] : астрономические, инструментальные, динамические, конструктивные.

Необходимо отметить тот факт, что в настоящее время имеет место тенденция к уменьшению длин рабочих волн и увеличению диаметров зеркал антенн. Поэтому требования, предъявляемые к качеству наведения, возрастают [I] .

Исследуем влияние случайных ошибок вывода КА на качество наведения антенны НС при поиске КА в момент его входа в зону радиовидимости НС.

В качестве критерия оценки качества наведения в картинной плоскости [I] можно использовать как моменты закона распределения параметров наведения, так и производные величины от этого закона, например, вероятность обнаружения КА при наведении главного максимума ДНА на данную область.

В первом случае обычно [I] используется среднеквадратичная погрешность наведения Δ. При известных характеристиках антенной системы допустимая погрешность Δ находится по формуле [I] :

$$\Delta = (0.1 - 0.25)\,\theta_{0.5}\,, \qquad (I)$$

где $\theta_{0.5} \cong 4.2 \cdot 10^{3} \lambda / D$,

λ - длина волны

D - диаметр зеркала системы.

Мы будем использовать в качестве критерия оценки качества наведения антенны вероятность обнаружения КА P при наведении главного максимума ДНА на данную область Ω.

Для вывода зависимостей, определяющих параметры наведения антенны, и их законы распределения, введем векторы состояния фазовых центров антенн КА и НС - соответственно $\vec{q}_{КА}$ и $\vec{q}_{НС}$. Составляющими вектора $\vec{q}_{КА}$ являются кеплеровские элементы орбиты на момент t_0 : a, e, i, ω, Ω, T., а составляющими вектора $\vec{q}_{НС}$:

- φ - геодезическая широта НС ;
- $\lambda_г$ - восточная долгота НС;
- H - высота фазового центра антенны НС над поверхностью земного эллипсоида;
- h_0 - минимальный угол радиовидимости НС.

Одним из возможных методов для определения вероятностных характеристик начальных элементов кеплеровской орбиты являются следующий.

Будем считать, что $\vec{q}_{КА}^{\,ин}$ - начальный вектор состояния фазового центра антенны КА в геоцентрической инерциальной системе координат является в момент t_0 нормально распределенным вектором с математическим ожиданием $m_{\vec{q}^{\,ин}_{КА}}$ и диагональной корреляционной матрицей $\|K_{\vec{q}^{\,ин}_{КА}}\|$.

Уравнение связи между векторами $\vec{q}_{КА}$ и $\vec{q}^{\,ин}_{КА}$ на момент t_0 приведены в [5].

В соответствии с этими уравнениями задача определения вероятностных характеристик компонент вектора $\vec{q}_{КА}$: a, e, i, ω, Ω, T сводится к задаче определения вероятностных характеристик нелинейных функций случайных величин. Рассмотрим эту задачу.

Пусть $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ - система нормально распределенных случайных величин с математическим ожиданием $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ при корреляционной матрице $\|K_{ij}\|$, и $Y = Y(X_1 \dots X_n)$ - непрерывная функция, допускающая существование непрерывных первых и вторых частных производных.

Тогда
$$Y \cong Y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots \bar{x}_n) + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial Y}{\partial \bar{x}_j}(X_j - \bar{x}_j), \qquad (2)$$

где
$$\frac{\partial Y}{\partial \bar{x}_j} = \left.\frac{\partial Y}{\partial x_j}\right|_{x_1 = \bar{x}_1, \dots, x_n = \bar{x}_n},$$

причем погрешность приближения (2) определяется остаточным членом
$$R_2 = 1/2 \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial^2 Y}{\partial \tilde{x}_i \partial \tilde{x}_j}(x_i - \bar{x}_i)(X_j - \bar{x}_j), \qquad (3)$$

а $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$ - некоторая "средняя" точка.

Очевидно, с вероятностью не менее, чем 0,997 величины X_j в формуле (3) будут принимать значения из области
$$\bar{x}_j - 3\sigma_j \leq X_j \leq \bar{X}_j + 3\sigma_j,$$

где σ_j - среднеквадратичное отклонение величины X_j и $j = 1, 2, \dots n$.

Расчеты по формулам (2, 3) в нашей задаче показали, что в этой области величина $\frac{\partial^2 Y}{\partial \tilde{x}_i \partial \tilde{x}_j}$ для $i > 5°$ $e > 0.1$; $200\,км < a < 40000\,км$ $\sigma_j < 0.001|X_j|$ будет мало отличаться от величины $\frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial \bar{x}_j}$ (относительная погрешность не более десятых долей процента).

В этих условиях для величины R из формулы (3) можно использовать следующую оценку сверху:

$$|R_2| < R_2^* = 9/2 \sum_{i,j=1}^{n} \left| \frac{\partial^2 y}{\partial \bar{x}_i \, \partial \bar{x}_j} \right| \sigma_i \sigma_j , \qquad (4)$$

а величина $R_2 / y(\bar{x}_1, \ldots \bar{x}_n)$ имеет порядок 10^{-3}.

Тогда с достаточной для практических целей точностью можно считать, что величина y может быть задана с помощью соотношения (2), т.е. ее закон распределения будет нормальным с математическим ожиданием и дисперсией, вычисляемыми на основе соотношений (2).

Результаты данной приближенной теории сравнивались с результатами статистического моделирования. На основании точных формул из [5] разыгрывались 1500 начальных точек; для всех шести компонентов вектора $\vec{q}_{KA}$ строились гистограммы и вычислялись оценки моментов законов распределения. Вид гистограмм и проверка согласия вполне подтвердили предположения о нормальности закона распределения кеплеровских начальных элементов орбиты. Об этом же свидетельствуют величины оценок моментов распределения.

Вывод о приближенной нормальности закона распределения начальных элементов эллиптических орбит будет справедлив, по крайней мере, для орбит с параметрами: $i > 5°$; $0{,}1 < e < 0{,}9$; $200\,км < a < 40\,000\,км$ (5) и для среднеквадратических ошибок, ограниченных сверху величинами порядка 10^{-3} от $|\vec{r}_0|$ для $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}, \sigma_{z_0}$ и от величины $|\vec{V}_0|$ для $\sigma_{\dot{x}_0}, \sigma_{\dot{y}_0}, \sigma_{\dot{z}_0}$. Кстати, последнее условие, по-видимому, всегда выполняется.

Таким образом, можно считать, что вектор $\vec{q}_{KA}$ является нормально распределенным с математическим ожиданием $m_{\vec{q}_{KA}}$ и корреляционной матрицей $\| K_{\vec{q}_{KA}} \|$, вычисляемыми на основе линеаризованных уравнений [5].

Считая известными $\vec{q}_{KA}$ и $\vec{q}_{HC}$, можно определить азимут A восхода КА над радиогоризонтом данной НС (при $h = h_0$) по формуле [2]:

$$A = \pm \arccos \frac{\sin U \sin i - \sin \varphi \cos \beta}{\cos \varphi \sin \beta} , \qquad (6)$$

где u - аргумент широты восхода КА;
β - радиус круга связи НС;
i - наклонение орбиты.

Знак перед $arccos$ выбирается однозначно из соотношения между λ_E и долготой подспутниковой точки в момент восхода.

Принимая за независимую переменную эксцентрическую аномалию восхода КА и производя замену

$$u = \omega + arccos \frac{\cos E - e}{1 - e\cos E}, \tag{7}$$

получаем уравнение для определения азимута восхода КА в виде

$$A = A(E, \vec{q}_{KA}, \vec{q}_{HC}). \tag{8}$$

Для определения эксцентрической аномалии восхода КА воспользуемся уравнением:

$$F(E, \vec{q}_{KA}, \vec{q}_{HC}) = 0, \tag{9}$$

полученным в [3].
Для получения эмпирических оценок вероятностных характеристик азимута восхода КА на ЭВМ моделировался процесс движения КА со случайным начальным вектором состояния $\vec{q}_{KA}$ в поле тяготения Земли. Числовые характеристики $\vec{q}_{KA}$ выбирались с учетом ограничений (5). В частности, исследовались орбиты из класса средневысотных слабоэллиптических орбит ($a \sim 10^4$ км, $e = 0{,}2$). Элементы корреляционной матрицы $\| K\vec{q}_{KA} \|$ вычислялись из линеаризованных уравнений [5] по задаваемой $\| K\vec{q}^{\,нн}_{KA} \|$ с элементами:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 10\,км; \quad \sigma_{\dot x} = \sigma_{\dot y} = \sigma_{\dot z} = 2\,м/с. \tag{10}$$

При решении уравнения (9) учитывались вековые возмущения первого порядка.

Полученные статистические совокупности обработаны на ЭВМ, вычислены центральные моменты до восьмого порядка включительно, коэффициенты ассиметрии и эксцесса.

Наличие ненулевых коэффициентов ассиметрии $(As \cong 0{,}05)$ и эксцесса ($E_x \cong 0.7$) дает основание полагать, что представление плотности вероятности азимута восхода КА нормальным законом, как допускается, например, в [I], для некоторых задач может оказаться неудовлетворительным.

Для уточнения оценки плотности вероятности азимута восхода КА представим ее в виде отрезка ряда Шарлье [4] :

$$\varphi(A) = p(A) \cdot \Pi(A), \tag{II}$$

где $p(A)$ - нормальная плотность,

$\Pi(A)$ - полином степени 4 с коэффициентами, вычисляемыми через 2[й], 3[й], 4[й] моменты.

Или, вводя замену переменных:

$$z = \frac{A - m_A}{\sigma_A}, \tag{I2}$$

запишем формулу (II) в виде:

$$\varphi(A) = \frac{1}{\sigma_A}\left(p(z) - 1/6\, As\, p'''(z) + 1/24\, Ex\, p^{IV}(z)\right), \tag{I3}$$

где $p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$; $p'''(z) = (3z - z^3)p(z)$; $p^{IV}(z) = (3 - 6z^2 + z^4)p(z)$.

Будем считать, что вследствие инструментальных ошибок угол места h установки антенны является величиной случайной, распределенной по нормальному закону:

$$\psi(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_h} e^{-\frac{(h-m_h)^2}{\sigma_h^2}}, \tag{I4}$$

или, вводя замену:

$$t = \frac{h - m_h}{\sigma_h}, \tag{I5}$$

получаем:

$$\psi(h) = \frac{1}{\sigma_h} p(t). \tag{I6}$$

Отметим, что при учете влияния закона распределения азимута восхода КА на вероятность обнаружения КА при $h \neq 0$ в формуле (I3) следует произвести замену:

$$m_A^{\cdot} = m_A\ ; \quad \sigma_A^{\cdot} = \sigma_A \cos h. \tag{I7}$$

Тогда в соответствии с формулами (I3) и (I4) для вычисления вероятности обнаружения КА антенной НС с известной шириной ДНА можно использовать формулу:

$$P = \iint_{\Omega} \varphi(A/h)\, \psi(h) |\underline{I}|\, d\Omega , \tag{I8}$$

где $\underline{I}$ - якобиан преобразования при переходе от сферы на картинную плоскость.

Применение в формуле (I8) уточненной оценки плотности вероятности азимута восхода КА (I3) позволяет более точно определить вероятность обнаружения КА антенной НС с заданной шириной ДНА по предполагаемым ошибкам вывода на орбиту и тем самым уточнить оценку качества функционирования данной антенной системы.

Список литературы

1. Белянский П.В., Сергеев Б.Г. Управление наземными антеннами и радиотелескопами.- М., 1980.
2. Чуров Е.П., Суворов Е.Ф. Космические средства судовождения.- М., 1979.
3. Эскобал П. Методы определения орбит.- М., 1970.
4. Щиголев Б.М. Математическая обработка наблюдений.- М., 1969.
5. Эрике К. Космический полет.- М., 1969.

Резюме

С.Н.Беляев, В.Г.Дегтярев, Ю.М.Эвентаве

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК ВЫВОДА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ВЕРОЯТНОСТЬ ЕГО ОБНАРУЖЕНИЯ В МОМЕНТ ВОСХОДА

Изучено влияние случайных ошибок вывода космического аппарата (КА) на вероятность его обнаружения в момент входа КА в зону радиовидимости наземной станции. Показано, что из-за возрастающих требований к качеству наведе-

ния антенн представление плотности вероятности азимута восхода КА нормальным законом для некоторых задач наведения может оказаться неудовлетворительным.

Для уточнения оценки вероятности обнаружения КА предлагается использовать представление плотности вероятности азимута восхода КА в виде ряда Шарлье.

Библиогр. - 5 назв.

Summary

S.Belyaev, V.Degtyarev, Y.Eventave

INFLUENCE OF RANDOM LAUNCH ERRORS ON PROBABILITY OF SPACECRAFT DETECTION AT ITS RISE OVER THE HORIZON

Influence of random launch errors on probability of spacecraft detection at its entry into the radio visibility zone of a ground tracking station has been studied.

Representation of the probability density of the spacecraft rise azimuth by the normal distribution law has been shown to be potentially inadequate for certain tasks, which require increasingly high antenna pointing precision.

Representation of the probability density of the spacecraft rise azimuth by the Charlier series has been proposed as a means of refining the assessment of spacecraft detection probability.

Kopsavilkums

S.Beļajevs, V.Degtjarevs, J.Eventave

KOSMISKĀ APARĀTA PALAIŠANAS GADĪJUMA KĻŪDU IETEKME UZ TĀ PAMANĪŠANAS VARBŪTĪBU LĒKTA BRĪDĪ

Pētīta kosmiskā aparāta palaišanas gadījuma kļūdu

ietekme uz tā pamanīšanas varbūtību brīdī, kad tas ieiet sakaru stacijas radioredzamības zonā. Parādīts, ka sakarā ar pieaugošajām prasībām pret antenu notēmēšanas precizitāti lēkta azimuta varbūtības likuma reprezentācija normālā sadalījuma veidā dažos notēmēšanas uzdevumos var izrādīties neapmierinoša.

Lai paaugstinātu kosmiskā aparāta pamanīšanas varbūtību, tiek likts priekšā reprezentēt lēkta azimuta varbūtības blīvumu Šarljē rindas veidā.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 522.53
522.6

Я.В.Вятер
(АО ЛГУ им. П.Стучки)

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТРОЙСТВА ОТСЛЕЖИВАНИЯ И СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ДЛЯ ПСТ-150

АО Латв.ГУ несколько лет работает над созданием нового инструмента ПСТ-150 для визуальных определений угловых координат ИСЗ [1]. Прецизионный спутниковый теодолит является инструментом на четырехосной монтировке, снабженным приводным устройством отслеживания движения ИСЗ и угломерными устройствами: цифровым окулярным микрометром и устройствами измерения угла поворота орбитальной оси телескопа. Ниже рассмотрены некоторые результаты лабораторных исследований этих устройств.

1. Устройство отслеживания

Отслеживания ИСЗ на четырехосном инструменте производят по малому кругу [2], поворачивая приводным устройством орбитальную ось телескопа соответственно алгоритму видимого движения ИСЗ. Алгоритмы отслеживания реализуют программными устройствами [3]. В теодолите использовано аналоговое программное устройство, аргументом управления которого является угол отслеживания, т.е. угол γ поворота орбитальной оси. Алгоритмом отслеживания является

$$w = a + b \sin 2\gamma + c \cos 2\gamma, \qquad (1)$$

где w - видимая угловая скорость отслеживания ИСЗ, a, b, c - установочные параметры программного устройства. Алгоритм

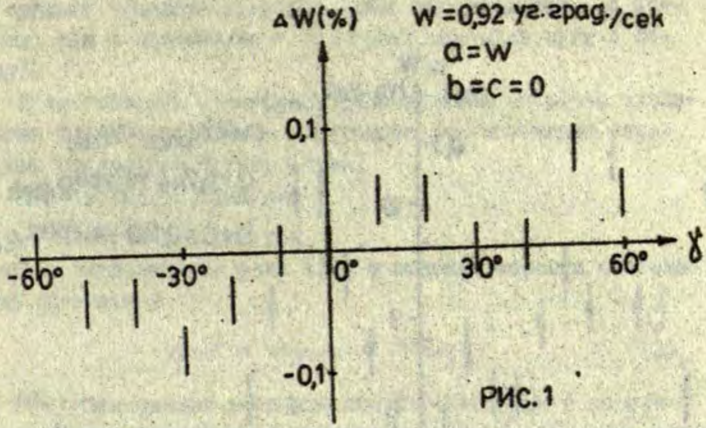


РИС.1

хорошо аппроксимирует видимое движение ИСЗ,например,обеспечивая дисперсию скорости отслеживания $\delta w = 0{,}94''$/сек для ИСЗ „Geos-A" [3].

Устройство отслеживания теодолита выполнено в следующем виде. Орбитальная ось сопряжена с главным червячным колесом привода. Число зубьев колеса-I80. При повороте червяка на один оборот главное червячное колесо поворачивается на 2° дуги. Червяк сопряжен с электродвигателем привода при помощи механизма передачи с коэффициентом передачи, близким к II2, и один оборот электродвигателя привода эквивалентен повороту орбитальной оси на угол 8",04. Червяк привода дополнительно сопряжен с коэффициентом передачи I : 2 с аналоговым электромеханическим программным устройством, формирующим электрический сигнал для приводного электродвигателя. Диапазон отслеживания (поворота) орбитальной оси - ±60° дуги.

На рис. I изображены ошибки скорости привода, обусловленные неточностью изготовления программного устройства. На оси абсцисс изображен угол поворота орбитальной

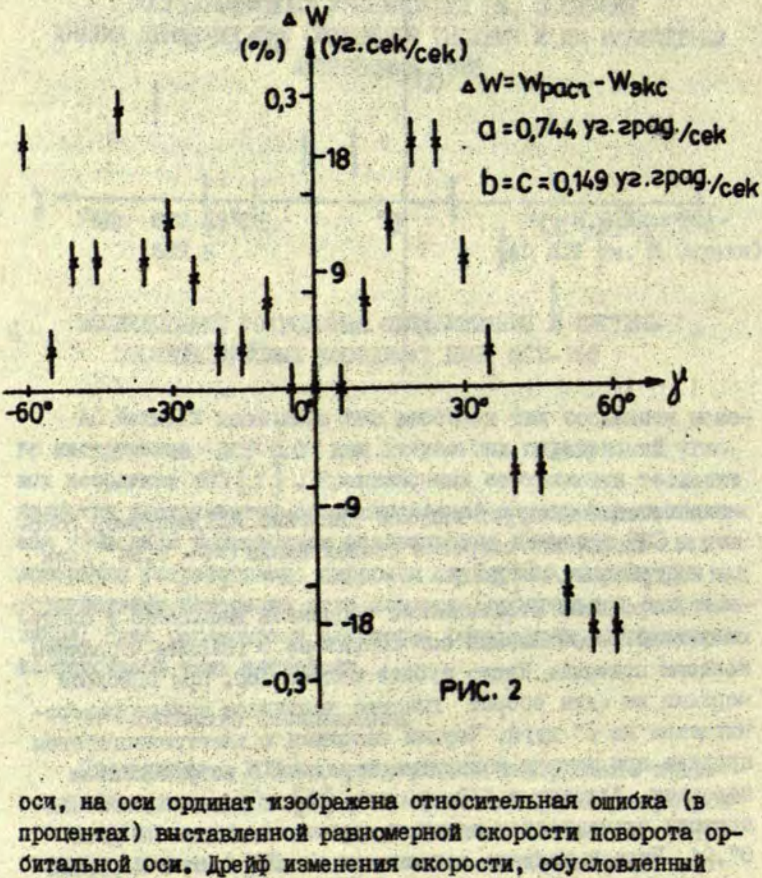


РИС. 2

оси, на оси ординат изображена относительная ошибка (в процентах) выставленной равномерной скорости поворота орбитальной оси. Дрейф изменения скорости, обусловленный конструкцией программного устройства составляет не более 0,01% на 1 °С. Как видно из графика, ошибки, вносимые конструкцией программного устройства, в несколько раз меньше ошибки алгоритма.

На рис.2 изображены ошибки скорости привода, обусловленные формированием алгоритма программным устройством. На оси абсцисс изображен угол поворота орбитальной оси, на оси ординат - ошибка скорости (как относительная - в процентах, так и абсолютная - в угловых секундах дуги в секунду).

В контрольном примере выбрана угловая скорость отслеживания фиктивного ИСЗ со следующими установочными параметрами программного устройства;

a = 0,744 уг.град/сек ,

$b = c$ = 0,149 уг.град/сек,

где $w_{расч}$ вычислены по ф-ле (I), а ошибка скорости отслеживания определена

$$\Delta w = w_{расч} - w_{экс}, \qquad (2)$$

где $w_{экс}$-измеренные величины скорости привода с выставленными приведенными выше параметрами a, b, c. Как видно из графика, электромеханическое программное устройство теодолита обеспечивает точность обработки скорости отслеживания ИСЗ не хуже самого алгоритма по формуле (I).

Измерения угловой скорости поворота орбитальной оси проводились при отключенном механизме сцепления, т.е. при неподвижной орбитальной оси. Сама ось и сопряженное с нею программное устройство предварительно было установлено на определенный угол γ . Программное устройство синхронизировалось с частотой 5 мГц от кварцевого генератора ЧI-40 (зав. № 408021), а источником измерения являлся датчик скорости оборотов приводного электродвигателя, сигналы которого поступали на частотомер ЧЗ-39 (зав.№ 40919).

2. Окулярный микрометр

В теодолите окулярный микрометр имеет одну координату перемещения и предназначен для визуального наведения на наблюдаемые объекты - спутники и опорные звезды - и для измерения координат этих объектов.

Измерение координат объекта окулярным микрометром производится только горизонтальной нитью по координате $У$. Измерения по координате $Х$ вертикальной нитью не производят микрометром, но фиксируют им положение наблюдаемого объекта относительно вертикальной нити, во время измерения координаты у горизонтальной нитью. Вместо координаты X микрометра, в теодолите измеряют угол поворота орбитальной оси телескопа, фиксируя объект на одном и том же расстоянии от вертикальной нити микрометра. Нами исследовалась точность перемещения горизонтальной нити и устойчивость положения вертикальной нити во время перемещения горизонтальной нити. Точность перемещений горизонтальной нити в теодолите определяет точность измерения угла β объекта, т.е. угла, на который смещен наблюдаемый объект относительно средней плоскости малого круга отслеживаемого ИСЗ [4]. Измерение устойчивости вертикальной нити, при перемещении горизонтальной нити, характеризует точность наведения на объект по углу γ, обусловленную конструкцией микрометра.

В качестве нитей окулярного микрометра нами использована сетка, представляющая собой стеклянную пластину с нанесенными на ней перпендикулярными штрихами. Пластина оправлена в окно каретки микрометра, а каретка сопряжена с винтом передвижения каретки. Винт соединен соосно с датчиком преобразователя угла поворота в цифровой код Ф 5071 (зав. № 248).

Исследования окулярного микрометра проводились на универсальном измерительном микроскопе УИМ - 21 (зав. № 600279) в лабораторных условиях при температуре $T = 20{,}0 \pm 0{,}5°C$. Измерения проводились следующим образом: на измерительный стол УИМ - 21 ставился узел микрометра со снятым окуляром, юстировался по координате y параллельно измерительной линейке и производилось перемещение среднего горизонтального штриха ручкой перемещения каретки в одном направлении соответственно выбранному интервалу перемещения. Последний определялся равномерным цифровым интервалом преобразователя угла поворота в цифровой код, а положение креста наведения (пересечение среднего горизонтального штриха со средним вертикальным штрихом) измерялось измерительным микроскопом. После прохождения всей длины поля измерения микрометра горизонтальным штрихом производились измерения положения того же штриха

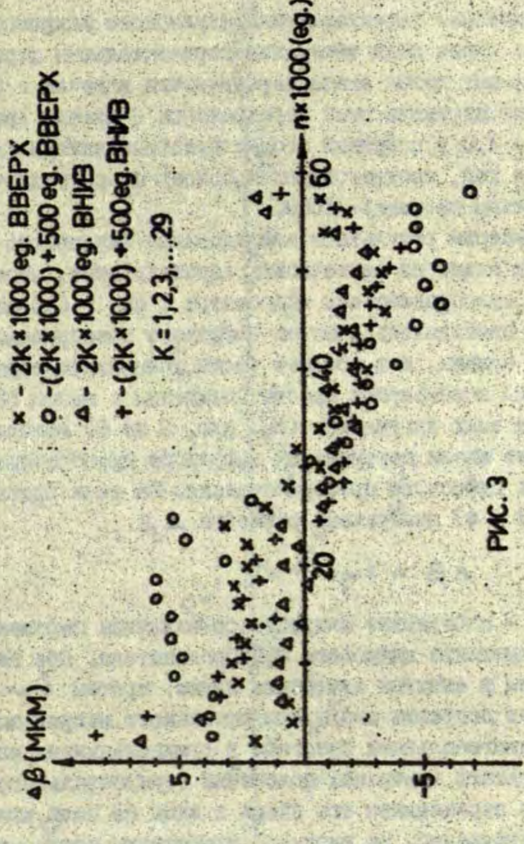


РИС. 3

при перемещении каретки в обратном направлении. Таким образом определялись люфты микрометра по координате у. При перемещении креста наведения по координате у измерялась также координата х креста наведения. Производился также переворот узла микрометра на столе на 180° и повторялись описанные измерения, а полученные результаты усреднялись.

Технические характеристики окулярного микрометра следующие: длина поля измерения горизонтальным штрихом - 29,5 мм; шаг резьбы винта передвижения каретки - 0,5 мм; коэффициент передачи винт передвижения - датчик преобразователя - 2,0 ; цифровой отсчет преобразователя угла поворота в код, соответствующий одному обороту датчика (в десятичном системе)- 1000.

Рассмотрим результаты исследования окулярного микрометра. Как видно из технических характеристик, масштаб цифрового преобразователя микрометра 1 ед. = 0,5 мкм. Измерения проводились с шагом цифрового преобразователя 500 ± 0,5 единиц, а в средней части поля микрометра исследовались перемещения креста наведения с шагом 50 ±0,5 единиц. На осях аргументов (см. рис. 3 по 6) изображены равномерные шкалы перемещения цифрового преобразователя в единицах цифрового преобразователя. На осях ординат (см.рис. 3 и 4) изображены разности $\Delta\beta$,

$$\Delta\beta = l_{изм} - h , \tag{3}$$

где $l_{изм}$ - измеренные микроскопом величины перемещения, h - перемещение цифрового преобразователя. Обе величины пересчитаны в единицы измерения длины, причем $l_{изм}$ также включает поправки шкалы измерительного микроскопа. На рис.3 диагональными крестами и треугольниками изображены результаты измерений положений горизонтального штриха при перемещении его вверх и вниз по полю измерения соответственно. На рисунке изображены точки измерения с интервалом 2к . 1000 ед. преобразователя, где к = 1, 2, 3, ..., 29, т.е. одно измерение на оборот винта перемещения каретки. Кругами и крестами изображены точки измерения с интервалом (2к . 1000 ед.) + 500 ед. - также одно измерение на каждый оборот винта, только сдвинут на четверть оборота винта, при перемещении по полю измерения вверх и вниз соответственно. Как видно из рисунка, разности $\Delta\beta$ имеют систематический ход, а существенные

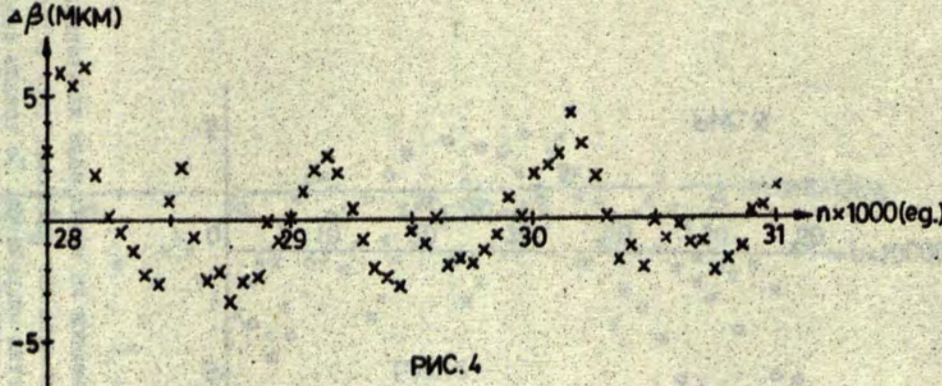
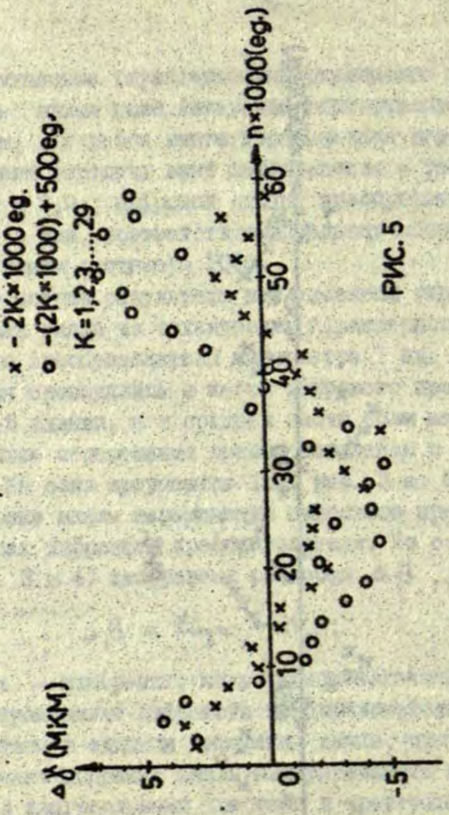


РИС. 4



люфты микрометра имеются на краях поля измерения. На рис. 4 изображены мелкомасштабные измерения трех оборотов винта перемещения каретки микрометра. По точкам измерений (см.рис.4) можно определить, что винт имеет биения. На рис. 5 изображены точки измерения ухода вертикального штриха ($\Delta\gamma'$ в линейных единицах измерения) от среднего положения при перемещении каретки микрометра на равномерные интервалы 2к . 1000 и (2к . 1000) + 500 ед. преобра-

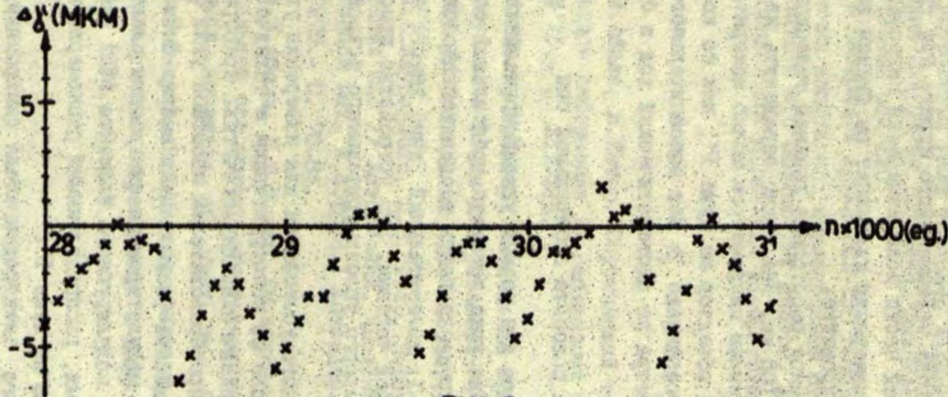


РИС.6

зователя, где к = I, 2, 3, ..., 29. Как видно из измерений, уход имеет систематический ход, а на концах передвижения каретки имеются большие биения винта. На рис. 6 изображены измерения ухода вертикального штриха при трех оборотах винта в средней части поля измерения микрометра. Как видно из рисунка, измерения указывают на биения винта перемещения каретки микрометра.

В ПСТ-I50 фокусное расстояние главной телескопической системы около 2100 мм. Как можно определить из исследований, изготовленным микрометром можно измерять координаты наблюдаемых объектов не хуже I", как по координате β, так и по координате γ без дополнительного учета коррекций микрометра на систематический ход и биения винта.

3. Измерение угла поворота орбитальной оси

В ПСТ-I50 имеются два разных углоизмерительных устройства для измерения угла поворота орбитальной оси. На одном конце оси закреплена часть геодезического секундного теодолита ТО-I: измерительный лимб вместе с оптической и считывающей частями. Это устройство используют для проверки основного углоизмерительного устройства.

В качестве основного устройства для измерения угла поворота орбитальной оси по конструктивным и техническим соображениям выбран циклический двухотсчетный преобразователь угол - код с преобразователем масштаба угла [5].

Преобразователем масштаба угла нами выбран оптический преобразователь с модулятором на синхронном электродвигателе. В качестве модулирующего элемента взят стеклянный диск со штрихами, распределенными равномерно по окружности с точностью не хуже I".

Привод синхронного электродвигателя синхронизирован с кварцевым генератором ЧI-40, используемым в приводном устройстве. Максимальный уход фазы электродвигателя за один оборот не превышает 0.I5 мсек, медленный дрейф фазы - 0,4 мсек за I0 минут. Уход фазы определен на двухлучевом осциллографе CI-74.

Предварительные исследования основного углоизмерительного устройства дают точность измерений углов не хуже I" за время измерения I00 мсек. Диапазон измерений поворота орбитальной оси-I20°.

В настоящее время ПСТ-I50 готовится для проведения павильонных испытаний: исследования стабильности монтировки теодолита и его оптических систем, а также для осуществления комплексных испытаний измерительных систем теодолита.

Список литературы

I. М.Абеле, Я.Вятер. Спутниковый теодолит с цифровым выводом информации // Наблюдения ИСЗ.- София, 1977.- № I5.- С. 3II-3I3.

2. М.Абеле, Я.Вятер. Вычисление эфемерид искусственных спутников Земли для установок с четырехосной монтировкой // Наблюдения ИСЗ.- София, 1974.- № I4.- С.585-598.

3. Л.К.Лауцениекс, Я.В.Вятер. Некоторые вопросы отслеживания ИСЗ // Астрономия. Численные эксперименты в небесной мех. и астрон.: Межведом. сб. науч. тр.- Рига, 1978.- С. 76-84.

4. М.К.Абеле, Я.В.Вятер. Об определении ориентации орбитальной оси монтировки телескопа // Астрономия: Республ. межведом. сб. науч. тр.- Рига, 1977.- С. 22-27.

5. А.Е.Зверев, В.П.Максимов, В.А.Мясников. Преобразователи угловых перемещений в цифровой код // Энергия.- Л., 1974.- С. 6-9.

Резюме

Вятер Я.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТРОЙСТВА ОТСЛЕЖИВАНИЯ И СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ДЛЯ ПСТ-150

Исследованы в лабораторных условиях устройства управления и измерения ПСТ-150, в том числе приводное устройство, окулярный микрометр и устройства измерения угла поворота орбитальной оси теодолита. Представлены методика измерений и некоторые численные результаты исследований.

Библиогр. - 5 назв.

Kopsavilkums

J.Vjaters

PPT-150 UZVADĪŠANAS IERĪCES UN LEŅĶISKO KOORDINĀTU MĒRSISTĒMAS PĒTĪŠANA

Pētītas PPT-150 uzvadīšanas ierīce un mērierīces, tai skaitā teodolīta pievads, okulāra mikrometrs, orbitālās ass pagrieziena leņķa mērierīces. Apskatīta pētīšanas metodika un skaitliskie rezultāti.

Summary

J.Vjaters

THE INVESTIGATION OF THE PST-150 CONTROL AND ANGLE MEASURING SYSTEMS DEVICES

This paper deals with laboratory investigation of the control unit and the angle measuring devices of the PST-150, including the drive, the ocular micrometer and the angle measuring devices of the orbital axis. The testing principles and results of the investigations are given.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 522.43

В.А.Гедровиц
(АО ЛГУ им.П.Стучки)

РАСЧЕТ ЭФЕМЕРИД ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЗЕНИТНОЙ ТРУБЫ

Общие положения

В 1982 году в ЛГУ им.П.Стучки была завершена модернизация автоматизированной зенитной трубы ЗТ [I].Вместо ртутного горизонта было установлено зеркало в специальной карданной подвеске. Была изменена блок-схема автоматизированной системы управления АСУ [2]. Центральным управляющим узлом установлена ЭКВМ I5 ВСМ-5. Соответствующие периферийные устройства содержат блоки электроники, выполненные на микросхемах, в основном средней степени интеграции, с целью достичь максимальную устойчивость, но в то же время и расширены функциональные возможности. В основном выполнение всех логических операций по контролю,управлению и регистрации звездных прохождений переданы ЭКВМ. Это позволяет упростить периферийные устройства, повысить надежность всего комплекса. Кроме того, путем перепрограммирования ЭКВМ достигается и изменение алгоритма функционирования.

Параллельно техническому переоборудованию велись и теоретические расчеты с целью найти:

I/ более удобно программируемый, быстродействующий и точный алгоритм расчета эфемерид;

2/ оптимальный способ обработки измеряемого сигнала;

3/ оптимальный алгоритм первичной обработки результатов измерения;

4/ наименьший поток информации между вычислительным центром и ЭКВМ I5 ВСМ-5 - управляющим узлом комплекса аппаратуры.

Необходимые данные для проведения наблюдений

Зенитная труба представляет вертикальную трубу длиной 4,5 м с отражающим зеркалом в специальной подвеске (искусственный горизонт) в нижней части, объективом (фокусное расстояние - 8450 мм) и приемником на верхнем конце. Свет от звезды проходит через объектив и, отражаясь от зеркала, поступает через визирную решетку на фотоэлектронный умножитель ФЭУ. Фототок обрабатывается интегральным методом (счетом фотонов).

Труба поворачивается вокруг вертикальной оси. Зенитное расстояние $z = 1^{\circ},45$. Следовательно, для того, чтобы звезда пересекала центр решетки, необходимо сделать поворот трубы по азимуту A_E (рис.I.).

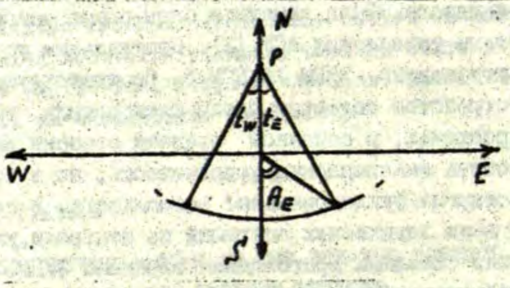


Рис. I.

Очевидно, что в послемеридианном прохождении азимут будет $A_W = 360^{\circ} - A_E$. Высчитать A_W можно и на ЭКВМ I5 ВСМ-5, так что в вычислительном центре надо для каждой звезды вычислить только A_E. Вводя это значение в комплекс аппаратуры ЗТ, мы тем самым обеспечим установление инструмента по азимуту для регистрации обоих прохождений.

Далее коснемся вопроса о самой регистрации звездных прохождений. Световой поток, модулированный визирной решеткой, вызывает переменный фототок I_f ФЭУ (рис.2).

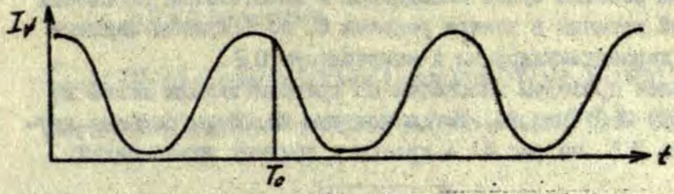


Рис. 2.

Если видимое место известно, то можем определить момент времени T_0, т.е., ожидаемый момент среднего максимума (момент прохождения звезды через середину визирной решетки). Определив в этот момент времени фазу ψ сигнала, мы получим информацию о поправке часов или изменении широты. Правда, из полученного надо вычесть фазовые сдвиги, вносимые систематическими ошибками инструмента. Некоторые из них известны или измеряемы. Реальный момент начала регистрации будет $T_c = T_0 - n\tau$ (поскольку интеграция сигнала начинается раньше), где n - некоторое число периодов, τ - период изменений фототока. Кроме того, необходимо ввести в комплекс значение периода τ, так как интеграция сигнала будет производиться некоторую часть периода (на нескольких счетчиках).

Производить упомянутые расчеты на месте на I5 ВСМ-5 нецелесообразно ввиду ее малого объема памяти. Удобнее всего рассчитать азимут A_ε, моменты старта T_{CTE}, T_{CTW} и периода на ЭВМ, отперфорировать эти четыре величины на перфоленте и потом считывать на комплексе ЗТ, тем самым обеспечив эфемеридами наблюдения звезды перед и после меридиана. С комплекса ЗТ получаем перфоленту со значениями ψ_E, ψ_W для дальнейшей обработки.

Расчет A_ε, T_0, T_{CT}, τ.

Для того, чтобы найти формулы расчета азимута A_ε, моменты старта T_{CT}, момента прохождения средней щели T_0, периода фототока τ, сконструируем вспомогательную сферу с центром в главной оптической точке O' и радиусом, равным фокусному расстоянию (рис.3). Тогда идеально ориентированная решетка будет находиться в касательной плоскости с точкой касания в центре решетки 0, со средними линиями щелей, перпендикулярными к направлению 0 Z.

Далее проведем плоскости по средним линиям щелей и по центру 0′, (рис.3). Тогда получим на сфере большие круги (дуга D B на рис.4) - проекции средних линий щелей.

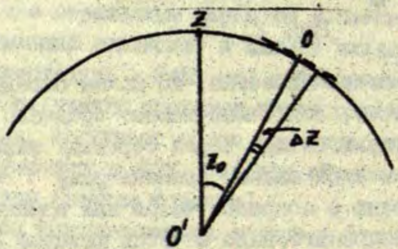


Рис.3.

С помощью сферической тригонометрии найдем часовые углы t_0, Δt_1, Δt_2 и азимут A ($A = A_W$ или $A = A_E$).

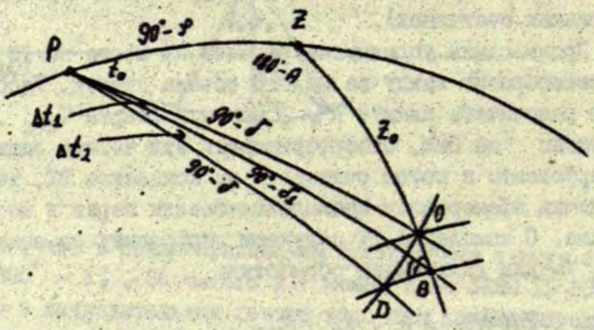


Рис.4.

Расчеты будем проводить только на одной половине сферы, так как оба прохождения симметричны относительно меридиана.

Из ΔPZO получаем:

$$\begin{cases} \cos(90^\circ-\delta) = \cos(90^\circ-\varphi)\cos z_0 + \sin(90^\circ-\varphi)\sin z_0 \cos(180^\circ-A) \\ \cos z_0 = \cos(180^\circ-\delta)\cos(90^\circ-\varphi) + \sin(90^\circ-\varphi)\sin(90^\circ-\varphi)\cos t_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos A = \dfrac{\sin\varphi\cos z_0 - \sin\delta}{\cos\varphi\sin z_0} \\ \cos t_0 = \dfrac{\cos z_0 - \sin\varphi\sin\delta}{\cos\varphi\cos\delta} \end{cases}.$$

Изображение звезды перемещается по визирной решетке, создавая переменный световой поток, который регистрируется ФЭУ.

Для того, чтобы найти период фототока (в первом приближении), необходимо найти часовой угол точки пересечения звездой, ближайшей к средней линии щели (точки D). Но

$$t_D = t_0 + \Delta t_1 + \Delta t_2,$$

а период в единицах звездного времени $\tau = \Delta t_1 + \Delta t_2$.

Рассмотрим ΔPZB.

$$\smile OB = \Delta z = \operatorname{arctg}\frac{\Delta x}{F},$$

где:

F - фокусное расстояние,

$\Delta x = i\,l$, $i = 1$ (или 2,3, ... если берутся другие щели);

l - расстояние между средними линиями щелей (шаг решетки).

$$\sin\delta_1 = \sin\varphi\cos(z_0+\Delta z) - \cos\varphi\sin(z_0+\Delta z)\cos A. \quad (1)$$

Из ΔBPO:

$$\cos\Delta t_1 = \frac{\cos\Delta z - \sin\delta_1\sin\delta}{\cos\delta_1\cos\delta}. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), находим Δt_1.

Из этого же треугольника находим угол $\angle OBP = \eta$,

$$\cos\eta = \frac{\sin\delta - \sin\delta_1 \cos\Delta z}{\sin\Delta z \cos\delta_1}. \qquad (3)$$

А угол $\angle PBD = \xi$.

$$\xi = \begin{cases} 90^\circ - \eta, & \text{если } \sin\delta_1 < \sin\delta \\ 270^\circ - \eta, & \text{если } \sin\delta_1 > \sin\delta. \end{cases} \qquad (4)$$

Из треугольника ΔPBD находим:

$$\cos\delta_1 \sin\delta - \sin\delta_1 \cos\delta \cos\Delta t_2 - \operatorname{ctg}\xi \cos\delta \sin\Delta t_2 = 0. \qquad (5)$$

Решая совместно (3), (I), (4), (5), находим Δt_2.

В случае $f = 0$ находим сразу t_D:

$$\cos t_D = \frac{\cos(z_0 + \Delta z) - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}.$$

Часовой угол начала регистрации будет:

$$t_{CTE} = t_0 + n(\Delta t_1 + \Delta t_2) = t_0 + n(t_D - t_0),$$

где n - определенное число периодов. Если наблюдаем после меридиана, то формула (I) примет вид:

$$\sin\delta_1 = \sin\varphi\cos(z_0 - \Delta z) - \cos\varphi\sin(z_0 - \Delta z)\cos A,$$

а часовой угол t_{CTW}:

$$t_{CTW} = t_0 - n(\Delta t_1 + \Delta t_2).$$

К настоящему времени создана программа на ЭВМ ЕС-I022 вычисления азимута и вышеупомянутых часовых углов с соответствующим переводом в среднее время. Полученные A_E, T_{CTE}, T_{CTW}, τ выводятся на перфоленту и доставляются к ЗТ. Перед наблюдением они вводятся в комплекс аппаратуры и тем самым обеспечивается автоматическая установка инструмента и регистрация прохождения звезды.

Список литературы

1. Абеле М.К. Фотоэлектрический отражительный телескоп для наблюдений звезд при равных высотах // Уч.зап. ЛГУ им. П.Стучки.- Т. 121.- Вып.4.- С. 49-106.

2. Гедровиц В.А. Автоматизация фотоэлектрического отражательного зенитного телескопа // Определение координат небесных тел. Астрономия.- Рига, 1981.- С. 173-181.

Резюме

Гедровиц В.А.

РАСЧЕТ ЭФЕМЕРИД ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЗЕНИТНОЙ ТРУБЫ

Дан количественный анализ информационного потока вычислительный центр - зенитная труба, представлены формулы расчета необходимых данных для проведения наблюдений.

Kopsavilkums

V.Gedrovics

EFEMERĪDU APRĒĶINĀŠANA AUTOMATIZĒTAM ZENĪTTELESKOPAM

Dota informācijas plūsmas skaitļošanas centrs - zenītteleskops kvantitātes analīze, sniegtas formulas novērojumiem nepieciešamo skaitlisko datu aprēķināšanai.

Summary

V.Gedrovics

EPHEMERIS FOR AUTOMATED ZENITH TUBE

A quantitative analysis of the information stream from a computing facility to the automated zenith tube has been performed; formulae for computation of the observation setting data have been derived.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ. 1986

УДК 522.43

В.А.Гедровиц
(АО ЛГУ им.П.Стучки)

ОПТИМАЛЬНЫЙ СПОСОБ ИНТЕГРАЦИИ ФОТОТОКА НА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЗЕНИТНОЙ ТРУБЕ

В 1982 году в ЛГУ им. П.Стучки была завершена автоматизация зенитной трубы (ЗТ). В качестве центрального управляющего звена была установлена микроЭВМ 15 ВСМ-5. При разработке периферийных устройств (узлов автоматизированной системы управления АСУ) основное внимание было обращено на их минимальное количество, надежность, простоту конструирования и обслуживания. Это осуществлялось путем передачи ЭВМ всех возможных логических операций периферийных устройств.

Все дополнительные узлы можно разделить на три группы:

1) устройства ввода и вывода информации;
2) устройства наведения инструмента;
3) устройства регистрации моментов звездных прохождений.

Устройствами ввода - вывода информации служат считыватель перфоленты, перфоратор и цифропечатающее устройство. Количество узлов, обеспечивающих поворот трубы перед наблюдением, удалось значительно уменьшить [1].

Количество и степень сложности узлов, участвующих при регистрации звездных прохождений, зависит от способа обработки сигнала от фотоэлектронного умножителя (ФЭУ). В данном случае используется одноканальное фотоэлектрическое регистрирующее устройство с визирной решеткой. Обработка фототока осуществляется интегральным методом. Состав устройства будет зависеть от того, как происходит интеграция фототока. Рассмотрим вопрос о том, как выбрать оптимальный способ обработки фототока. Изображение звезды, перемещаясь по визирной решетке, создает переменный световой поток на ФЭУ. Частота фотоимпульсов $f(t)$ будет изменяться в первом приближении по косинусоидальному закону :

$$f(t) = a + b\cos\left[\frac{2\pi(t - t_{ст})}{T} - \psi\right],$$

где :

a - среднее значение частоты ;
b - амплитуда ;
T - период ;
ψ - начальная фаза ;
$t_{ст}$ - момент начала регистрации.

Применяя указанный метод, получим на счетчиках несколько значений интегралов;

$$N_i' = \int\limits_{t_{Hi}}^{t_{Hi}+\tau_i} a\,dt + \int\limits_{t_{Hi}}^{t_{Hi}+\tau_i} b\cos\left[\frac{2\pi(t - t_{ст})}{T} - \psi\right]dt\,, \qquad (1)$$

t_{Hi} — момент начала регистрации i-го счетчика.

Обработка результатов, так же, как расчет эфемерид, будет осуществляться на ЭВМ. Поэтому некоторое усложнение расчетов несущественно; главное - минимальное количество периферийных устройств, простота осуществления, обслуживания и надежность. Исходя из упомянутых соображений, целесообразно проводить интеграцию фототока на каждом счетчике через одинаковый промежуток времени (т.е. все τ одинаковые). Тогда отпадает необходимость применения для каждого счетчика (интегратора) генератора данного временного интервала, а достаточно будет одного для всех N_i'. Причем выгодно выбрать $\tau_i = \tau$ как некоторую часть периода T, т.е. :

$$\tau = \frac{T}{n_1},$$

поскольку период зависит для данного инструмента только от склонения звезды и может быть заранее вычислен. Коэффициент n_1, в свою очередь, может быть для всех N_i' одинаков.

Далее обратим внимание на время начала регистрации t_{Hi}. Если каждый счетчик начнет интеграцию фототока в сугубо индивидуальный момент времени, то это приведет к довольно большому потоку информации между вычислительным центром и ЗТ. Целесообразно проводить расчет момента начала регистрации $t_{ст}$ только для первого интегратора, а остальные получат команду старта через некоторые строго известные интервалы времени θ_i, т.е. :

$$t_{Hi} = t_{ст} + \theta_i ,$$

где i = I, 2, ... Если выберем $\theta_i = \frac{\tau}{n_{2i}}$, то коэффициент n_{2i}, так же, как n_1, может быть один и тот же для любой звезды. Таким образом, осуществляя интеграцию, приходим к заключению, что для ее автоматизированного проведения необходимо заранее вычислить и вводить в комплекс аппаратуры ЗТ только две величины : момент начала $t_{ст}$ и период Т .

Для осуществления интеграции необходимы будут два генератора для получения импульсов запуска (θ_i) и остановки (τ) интеграторов. Но блок-схема комплекса получится более простой и надежной, если обойтись только одним генератором меток $\frac{T}{K}$, а интервалы τ и θ_i можно получить подсчетом этих меток. Причем в качестве таких счетчиков можно использовать регистры оперативной памяти ЭКВМ. Тогда

$\tau = K_2 \frac{T}{K}$, $\theta_i = K_{1i} \frac{T}{K}$, где K_{1i} , K_2 - целые числа.

Далее коснемся вопроса о выборе коэффициентов K_{1i}, K_2. Сперва проинтегрируем в аналитическом виде сигнал ФЭУ :

$$N_i' = \int_{t_{Hi}}^{t_{Hi}+K_2\frac{T}{K}} a\, dt + \int_{t_{Hi}}^{t_{Hi}+K_2\frac{T}{K}} b \cos\left[\frac{2\pi(t-t_{ст})}{T} - \psi\right] dt =$$

$$= \frac{aK_2T}{K} + \frac{bT}{2\pi}\sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(K_{1i}\frac{T}{K} + K_2\frac{T}{K}\right) - \psi\right] + \frac{bT}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{K}K_{1i} - \psi\right) =$$

$$= \frac{aK_2T}{K} + \frac{bT}{2\pi}\cos\frac{\pi}{K}(2K_{1i}+K_2)\cdot\sin\frac{\pi}{K}K_2\cdot\cos\psi + \frac{bT}{2\pi}\sin\frac{\pi}{K}(2K_{1i}+K_2)\cdot\sin\frac{\pi}{K}K_2\cdot\sin\psi . \qquad (2)$$

Для каждого ψ значение N_i' будет зависеть от коэффициентов перед $\cos\psi$ и $\sin\psi$. Выбор их имеет немаловажную роль. Фазу сигнала ψ будем определять, исходя из значений N_i'. Но фактически мы будем иметь показания счетчиков N_i'', которые содержат и некоторые шумовые N_{im} :

$$N_i'' = N_i' + N_{im} .$$

Следовательно, желательно иметь N_i' максимальным, тем самым обеспечив наилучшее отношение сигнал-шум. Но N_i' зависит для каждого ψ от выбора K_{1i}, K_2, К. Очевидно, $\sin\frac{\pi K_2}{K}$ примет максимальное значение, если :

$$K_2 = \frac{K}{2}. \qquad (3)$$

Тогда получим :

$$N_i' = \frac{aT}{2} - \frac{bT}{\pi}\sin\frac{2\pi K_{1i}}{K}\cos\psi + \frac{bT}{\pi}\cos\frac{2\pi K_{1i}}{K}\sin\psi.$$

С точки зрения образования подциклов на ЭКВМ I5 ВСМ-5, более удобно было бы иметь K_{1i} в виде :

$$K_{1i} = i - 1 \quad , \text{ где } i = 1, 2, \ldots \qquad (4)$$

Тогда моменты начала интеграции следуют друг за другом через $\frac{2\pi}{K}$ (в радианах).

Более сложным является вопрос о коэффициенте К .С одной стороны, чем К больше, тем моменты старта ближе и, тем самым, всякие мешающие факторы меньше влияют на результаты. Но запуск каждого интегратора является результатом каких-то процессов,происходящих в ЭКВМ и в соответствующих периферийных устройствах.При использовании упомянутого ЭКВМ это время равно 0,I-0,2 секунды. Поскольку для данного инструмента период фототока равен 2,5-4 сек.,то К не может быть больше IO. С некоторым запасом можно выбрать 8 или 9. Но ввиду условия (3) К должно быть четное : К = 8. (5)

Тогда получаем следующее :

$$N_i' = \frac{aT}{2} - \frac{bT}{\pi}\sin\frac{\pi}{4}(i-1)\cos\psi + \frac{bT}{\pi}\cos\frac{\pi}{4}(i-1)\sin\psi, \qquad (6)$$

а $\tau = \frac{T}{2}$ и $\theta_i = \frac{T}{8}(i-1)$, i = I, 2, 3

Резюмируя изложенное, можно сказать,что целесообразнее интегрирование проводить полупериодно с запуском интеграторов через I/8 периода. Т рассчитывается заранее, вводится в память ЭКВМ-комплекса и используется генератором меток Т/8, выходные импульсы которого служат командами для ЭКВМ, управляющего интеграторами (счетчиками). [I] .

Выражение (6) представляет интегралы фототока одного периода. Если интеграция проходит n периодов, то получаем следующую сумму :

$$N_i=\sum_n N_i'=\sum_n \frac{aT}{2}-\sum_n \frac{bT}{\pi}\sin\frac{\pi}{4}(i-1)\cos\Psi+\sum_n \frac{bT}{\pi}\cos\frac{\pi}{4}(i-1)\cdot\sin\Psi=$$

$$=\frac{naT}{2}-\frac{nbT}{\pi}\sin\frac{\pi}{4}(i-1)\cos\Psi+\frac{nbT}{\pi}\cos\frac{\pi}{4}(i-1)\cos\Psi. \quad (7)$$

Таким образом получаем несколько уравнений в виде :

$$N_i = A + B_i\cdot X + C_i\cdot Y\,, \quad \text{где :}$$

$$A=\frac{naT}{2}\,;\quad B_i=-\sin\frac{\pi}{4}(i-1)\,;$$

$$C_i=\cos\frac{\pi}{4}(i-1)\,;\quad X=\frac{nbT}{\pi}\cos\Psi\,;$$

$$Y=\frac{nbT}{\pi}\sin\Psi\,;\quad i = \mathrm{I},\,2,\,3\,.$$

Очевидно, что для определения Ψ необходимы три уравнения, т.е. три значения интегралов N_i :

$$\begin{cases} N_1 = A + B_1\cdot X + C_1\cdot Y \\ N_2 = A + B_2\cdot X + C_2\cdot Y \\ N_3 = A + B_3\cdot X + C_3\cdot Y. \end{cases}$$

Тогда

$$\frac{Y}{X}=\operatorname{tg}\Psi=\frac{\begin{vmatrix}1 & B_1 & N_1\\ 1 & B_2 & N_2\\ 1 & B_3 & N_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & N_1 & C_1\\ 1 & N_2 & C_2\\ 1 & N_3 & C_3\end{vmatrix}}\,.$$

Поскольку

$$B_1=0\,,\quad B_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}\,,\quad B_3=-1\,,$$

$$C_1=1\,,\quad C_2=\frac{\sqrt{2}}{2}\,,\quad C_3=0\quad ,$$

то:

$$tg\,\psi = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)N_1 + N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}N_3}{\frac{\sqrt{2}}{2} - N_1 - N_2 + \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)N_3} \,. \qquad (8)$$

Выражение (8) легко запрограммировать на управляющем комплексе ЗТ ЭВМ и результат вывести на перфоленту. Применив внешние запоминающие устройства модификации И5МВ. 853. 001.- 01 или И5МВ . 853.001 , можно хранить и блок тригонометрических функций. Тогда можно провести расчет $arctg\,\psi$ и отперфорировать непосредственно уже значение ψ в любых единицах измерения.

В заключение надо отметить, что изложенный алгоритм обработки фототока обеспечивает возможность создания несложного, надежного комплекса аппаратуры и оптимальное количество информационного потока между вычислительным центром и комплексом аппаратуры ЗТ.

Список литературы

1. Гедровиц В.А. Автоматизация фотоэлектрического отражательного зенитного телескопа // Определение координат небесных тел Астрономия.- Рига, 1981.- С. 173-181.

Резюме

В.А.Гедровиц

ОПТИМАЛЬНЫЙ СПОСОБ ИНТЕГРАЦИИ ФОТОТОКА НА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЗЕНИТНОЙ ТРУБЕ

Изложены соображения и выведены соответствующие формулы по обработке фототока с целью определения минимального количества простых и надежных периферийных устройств комплекса аппаратуры автоматизированной зенитной трубы.

K o p s a v i l k u m s

V.Gedrovics

OPTIMĀLS FOTOSTRĀVAS INTEGRĒŠANAS VEIDS
AUTOMATIZĒTAM ZENĪTTELESKOPAM

Izklāstīti apsvērumi un sniegtas atbilstošās formulas fotostrāvas apstrādei ar mērķi atrast minimālo perifērijas iekārtu daudzumu, automatizējot zenītteleskopu.

S u m m a r y

V.Gedrovics

OPTIMAL WAY OF PHOTO CURRENT INTEGRATION
IN AUTOMATED ZENITH TUBE

Considerations and formulae are given how to process the photo current in order to find the minimal set of the peripheral devices needed to automate the zenith tube.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 522.928

Г.М.Бичевска
(АО ЛГУ им.П.Стучки)

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОГО НАВЕДЕНИЯ ПАССАЖНОГО ИНСТРУМЕНТА ПО ЗЕНИТНОМУ РАССТОЯНИЮ

I. Конструкция

В АО ЛГУ построена система автоматического наведения пассажного инструмента по зенитному расстоянию [I] .Система испытана в лабораторных условиях,и начаты ее эксплуатационные испытания в павильоне, которые предполагается проводить в течение года при различных температурных и погодных условиях.

Трубу инструмента со скоростью до 5 град./сек. вращает шаговый электродвигатель ШД-4. Два таких электродвигателя симметрично прикреплены к основанию инструмента. Они работают попеременно после перекладки инструмента в лагерах. Между корпусом мотора и основанием инструмента находится слой теплоизолирующего материала.

Поворот оси шагового двигателя передается через первичный редуктор с помощью карданного привода и червянной передачи на горизонтальную ось. Величина шага при установке трубы-10". При помощи окулярного микрометра при желании можно контролировать глазом угол поворота с точностью ±2".

Для отсчета углов изготовлен добавочный лимб с метками через 20 делений, прикрепленный к вертикальному кругу делений пассажного инструмента.Шкала освещается лампочкой. Система отсчета лимба пассажного инструмента аналогична системе автоматического отсчета шкал измерительной машины КИМ-3, построенной для ФЗТ [2]. По двум анализирующим щелям с находящихся за ними фотодиодов снимаются измерительные импульсы. На нашем пассажном инструменте параллельно меткам лимба установлена неподвижная щель, через которую луч света попадает на ФЭУ. При повороте оси инструмента метка лимба затемняет щель и уменьшает уровень сигнала от ФЭУ. Сигналы ФЭУ используются для отсчета угла поворота и остановки инструмента.

"Нуль" зенитного расстояния фиксируется непрозрачной иглой, которая затемняет специальную щель перед фотодиодом. Ширина меток лимба - 40", но сигнал фотодиода занимает интервал симметрично нулю примерно 20" и служит для идентификации нулевой метки лимба и автоматической установки на зенит.

Сигнал "стоп" вырабатывается при появлении метки при наличии сигнала диода.

Чтобы выбрать алгоритм установки инструмента, исследовали ошибки регистрации меток лимба.

Так как ширина щели и ширина метки почти одинаковы (40"), сигнал ФЭУ начинает уменьшаться при появлении края метки у края щели. Согнал ФЭУ получается в 2 раза шире метки. Если установить уровень регистрации на 0,7 амплитуды, то формируется прямоугольный импульс шириной примерно 40". (Рис.I).

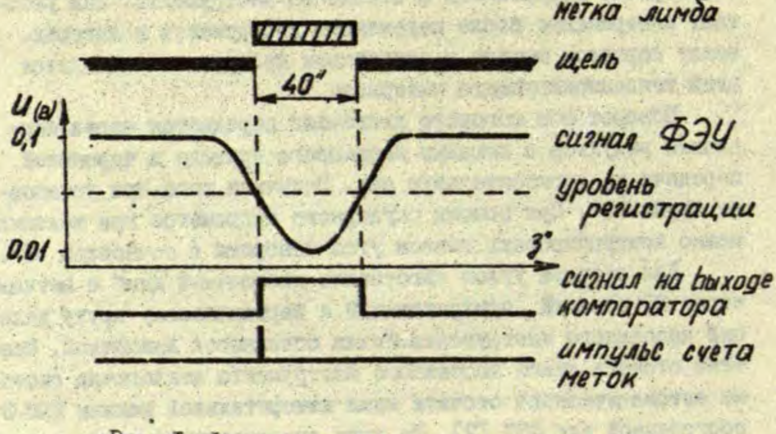


Рис. I. Формирование импульсов счета меток.

Экспериментально проверено, что разница положений трубы инструмента при автоматической остановке на "нуле" при вращении с той и с другой стороны не превосходит 40" (при вращении с малой скоростью частота шага 180 Гц или 0,5 град/сек).

При вращении инструмента в одном направлении регистрируется один фронт импульса, при вращении в другом - другой.

Если частоту шага повысить до 2 кГц, то из-за инерции трубу остановить сразу нельзя. После команды "стоп" она совершит по инерции еще некоторое число шагов, зависящее от скорости вращения. Автоматически останавливая на "0" при частоте шага 2 кГц, труба пересекает "0" пункт на 30" -40". При такой частоте приемистость двигателя недостаточна для выведения трубы из состояния покоя. При остановке ее на желаемом зенитном расстоянии также нужно иметь в виду инерцию - труба совершит еще дополнительно некоторое число шагов. Поэтому в начале движения вращение нужно постепенно ускорять, а перед остановкой - замедлять. Используется управляемый генератор, который по команде постепенно повышает частоту до желаемой максимальной и по команде постепенно снижает до желаемой минимальной.

2. О выборе алгоритма установки инструмента по зенитному расстоянию

Нужно иметь в виду:

1) что при автоматическом наведении при остановке на "нуле" (в зените) труба инструмента пересекает "0" пункт и находится в стороне относительно нуля.

2) при установке трубы требуется скорость вращения до 5 град/сек. и вращение должно замедляться перед желаемым зенитным расстоянием.

3) отсчет зенитного расстояния ведется по меткам лимба.

Экспериментально установлено, что замедление вращения от частоты 2 кГц до 150 Гц без потери шагов занимает 1,5 сек, т.е. приблизительно 60 шагов двигателя (один шаг -10"). При наведении на конкретную звезду из ее зенитного расстояния, выраженного в метках лимба (1 метка - 20 сек.) вычитается одна метка (120 шагов) и остаточное число целых шагов. Эти значения устанавливаются на панели блока управления. Нужно знать положение трубы относительно "0"-пункта и направление вращения, чтобы нажать одну из двух кнопок пуска. Если направление вращения включает "0", то импульс "0" - метки служит началом счета меток,исключая саму нулевую метку.Если направление вращения не включает "0", то после нажатия кнопки "пуск" начинается ускоренное вращение и отсчет меток. Отсчет меток и шагов можно начать с любой метки шкалы. После отсчета последней метки автоматически начинается отсчет остаточного числа шагов до звезды. Скорость вращения с этого момента уменьшается до минимальной. Если зенитное расстояние не превышает 40", то можно отсчитать с малой скоростью только число шагов.

3. Два варианта установки на звезду

Предусмотрены два варианта установки инструмента на звезду в зависимости от итогов предпринятых годовых испытаний.

Вариант первый. Точность установки трубы инструмента по зенитному расстоянию достаточна, чтобы обеспечить прохождение звезды по визирной решетке.

Вариант второй - установка на заданное зенитное расстояние с последующим поиском звезды.

Чтобы полностью автоматически установить трубу инструмента так, чтобы звезда прошла по решетке, средняя квадратическая ошибка установки не должна превышать I/3 высоты рабочих щелей решетки. В нашем случае высота щелей решетки 0,3 мм, это 62" - секунды дуги. Так как решетка стоит под углом 45°, эквивалентная высота щели составляет 44". Средняя квадратическая ошибка не должна превышать I5" секунд дуги. Общая ошибка состоит из следующих частей:

I) ошибки отсчета положения последней метки лимба;
2) ошибки соблюдения стабильности инструмента относительно истинного пункта зенита;
3) ошибки шкалы;
4) гнутия трубы;
5) ошибки вычисления видимых мест по δ ;
6) рефракция.

С целью оценки точности регистрации метки лимба и отработки заданного угла поворота производились измерения положения трубы инструмента после многократной установки на одно и то же зенитное расстояние. Приведена таблица с одним из рядов показаний микрометрического винта после отсчета инструментом I2 меток и I20 шагов.

Таблица I

a	Δa	Δz
I8,5	0,95	3",8
I9,5	0,55	2",2
I9,5	0,55	2",2
I9,0	0,05	0",2
I8,5	0,45	I",8
I8,5	0,45	I",8
20,0	I,05	4",2
I9,0	0,05	0",2
I8,0	0,95	3",8
I9,5	0,55	2",2

a - значения шкалы микрометра,
Δa - отклонения от среднего показания,
Δz - отклонения в секундах дуги (I дел. микрометрич. винта - 4").

$$z_{ср} = 2'',3$$
$$\Delta z_{ср.кв} = 3''.$$

По рядам измерений ср.кв. ошибка установки не превышает 5" дуги. Установлено также, что ошибка не зависит от числа меток и шагов, от направления вращения и от частоты вращения.

Точность установки на конкретное зенитное расстояние ограничивается дискретностью значения шага электродвигателя - I0".

Для установки на звезду по лимбу должна быть обеспечена стабильность истинного пункта зенита, т.е. стабильность горизонтальной оси. Для этого предусмотрена прецизионная фиксация оси инструмента после перекладки в лагерах. Контролировать стабильность инструмента можно специальным уровнем (уровень Талкотта с делением шкалы -3"). Проще всего это делать путем отсчета z (зенитное расстояние) наблюдаемых звезд по шкале с микрометром. Достигаемая точность отсчета - 2". Инструмент точно наводится на звезду и затем отсчитывается z звезды по лимбу. Зенитное расстояние сравнивается с вычисленными видимыми местами по z. Предварительные испытания инструмента в павильоне наблюдения дают удовлетворительную точность в зоне $\pm 10°$ от зенита. Разница между предполагаемым и отсчитанным по лимбу зенитным расстоянием звезды z не превосходит 10". При больших зенитных расстояниях разница Δz пропорционально увеличивается. Дальнейшие испытания с оценкой гнутия трубы, рефракции, ошибок микрометрического винта позволят сделать заключение о выборе алгоритма наведения инструмента.

Поиск звезды

Предусмотрен второй вариант наведения, если не удается обеспечить необходимую стабильность инструмента.

Изготовлена визирная решетка с дополнительной продольной щелью на ее концах, которая уже, чем регистрационные щели. Первая-продольная щель визирной решетки используется для поиска звезды. Труба инструмента медленно вращается около предполагаемого зенитного расстояния звезды до тех пор, пока свет от звезды не попадает через решетку на ФЭУ. Сигнал от ФЭУ останавливает инструмент. Так как экваториальная звезда проходит первую щель решетки за 5-6 секунд, необходимо точно знать звездное время, видимые места звезд и внимательно следить за временем, чтобы вовремя нажать кнопку поиска. Необходимы электронные часы, которые по ранее заданным значениям времени автоматически управляют поиском звезды. Пока такие часы не созданы, можно использовать второй инструмент, на котором наблюдают классическим способом и который находится в непосредственной близости от описываемого инструмента. Оба инструмента установлены в меридиане с точностью $\pm 0".1$. Азимут инструмента, по исследованиям наших сотрудников, в течение часа меняется не более чем на 0",1 [3]. Визирные решетки инструментов сдвинуты относительно меридиана так, чтобы появление звезды в решетке первого инструмента служило началом поиска звезды в продольной щели второго инструмента. После того как звезда поймана, она регистрируется обычным способом. Каталог, пригодный для поиска звезд, исследовался А.Ивановым [4].

Список литературы

1. Бичевска Г.М. Управление системой автоматического наведения трубы пассажного инструмента по зенитному расстоянию //Анализ движения небесных тел и их наблюдений. - Рига, 1982. - С.122-125.

2. Быстров Н.Ф., Малкин З.М. Система автоматического отсчета шкал измерительной машины КИМ-3 //Вращение Земли и геодинам: Тр.Всес.совещ., Китаб, 12-14 ноября 1981 г.- Ташкент, 1983. - С.156-162.

3. Розе Л.А.,Розе Л.Ф. Устойчивость азимута пассажного инструмента Латвийского государственного университета. //Астрономия. Точность астрономических наблюдений малых тел и времени. - Рига, 1977. - С.162-167.

4. Штейнс К.А., Иванов А.В. Каталог для автоматических фотоэлектрических наблюдений звезд каталога КСВ. //Учет влияния астроклимата на определение точного времени: Ученые записки ЛГУ. - Рига, 1975. - Т.220. - С.29-54.

Р е з ю м е

Г.М.Бичевска

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОГО НАВЕДЕНИЯ ПАССАЖНОГО ИНСТРУМЕНТА ПО ЗЕНИТНОМУ РАССТОЯНИЮ

В статье описывается действие системы автоматического наведения пассажного инструмента по зенитному расстоянию путем отсчета расстояния по меткам лимба. Алгоритм установки выбран исходя из того, что вращение трубы происходит с ускорением и замедлением. Даны экспериментальные количественные данные о точности наведения.

K o p s a v i l k u m s

G.Bičevska

PASĀŽINSTRUMENTA ZENĪTDISTANCES AUTOMĀTISKĀS IESTĀDĪŠANAS PRECIZITĀTES PĒTĪJUMI

Darbā aprakstīta automātiska pasāžinstrumenta iestādīšana pa zenītdistanci, skaitot limba iedaļas. Iestādīšanas algoritms izvēlēts, ievērojot instrumenta tālskata griešanās paātrināšanu un palēnināšanu. Doti eksperimentālie skaitliskie dati par zenītdistances iestādīšanas precizitāti pēc limba.

S u m m a r y

G.Bichevska

THE ZENITH DISTANCE SETTING ACCURARY EXAMINATION OF THE AUTOMATIC TRANSIT INSTRUMENT

The paper deals with automatic transit instrument's zenith distance setting system by counting limb division lines. The proposed setting procedures take into consideration the accelerations and decelerations of the instrument's tube. Some results of the experimental data are given.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ. 1986

УДК 519.25 : 521.73

С.Д.Шапорев
(Ленинградский механический институт)

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОШИБОК НАБЛЮДЕНИЙ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

§ I. Методика оценивания. Вывод необходимых формул

При решении задачи оценивания параметров движения небесных тёл необходимо знать статистические характеристики ошибок измеряемых параметров. Но для того, чтобы оценить эти характеристики, нужно прежде всего выделить ошибку измерений как функцию времени. Это можно сделать из соотношения

$$\Delta h_0(t) = h(t) - \varphi(t),$$

где $h(t)$ и $\varphi(t)$ - соответственно измеренное и истинное значение измеряемого параметра в момент времени t. Фактически истинное значение измеряемого параметра всегда неизвестно; поэтому в качестве функции $\varphi(t)$ используется её расчётное значение $\varphi_c(t)$, вычисленное по эталонной, так называемой окончательной, орбите. Конечно, использование зависимостей $\varphi_c(t)$ вместо $\varphi(t)$ приводит к появлению некоторой дополнительной ошибки Δh_c в функции Δh_0, то есть

$$\Delta h_0(t) = h(t) - \varphi_c(t) + \Delta h_c(t) = \Delta h(t) + \Delta h_c(t).$$

Возникновение ошибки Δh_c обусловлено многими причинами, среди которых можно назвать, например, неточность окончательной орбиты, неполный учёт всех возмущений, несовершенство обработки наблюдений и т.п. Величина $\Delta h(t)$, стоящая в правой части последней формулы, называется в астрономической практике (О-С); именно с нею приходится иметь дело при определении статистических характеристик ошибок наблюдений.

В данной работе принята модель тренда с ошибкой. Ряд (О-С) представляется в виде временного ряда

$$\Delta h(t_i)=\Delta h_o(t_i)-\Delta h_c(t_i)=f(t_i)+\delta(t_i),\ i=1,2,\dots,n,$$

где n – число обрабатываемых наблюдений. Здесь $f(t_i)$ – неслучайная (систематическая) составляющая ошибок наблюдений, представляющая собой некоторую функцию времени (тренд) $\delta(t_i)$ - случайная величина, характеризующая собой случайную ошибку. Причины, порождающие обе эти составляющие, многочисленны. Возникновению случайных ошибок способствуют, в частности, погодные условия, редукционные и другие ошибки. Систематическая часть появляется, например, из-за инструментальных ошибок, ошибок звёздных каталогов, личных ошибок наблюдателей, если речь идёт о визуальных наблюдениях, фотометрических ошибок в случае фотографических наблюдений; неточности окончательной орбиты. Последняя причина позволяет нам считать, что ошибка $\Delta h_c(t)$ полностью содержится в неслучайной составляющей, то есть

$$\Delta h_o(t_i)=f(t_i)+\Delta h_c(t_i)+\delta(t_i)=f_o(t_i)+\delta(t_i),$$

где функция $f_o(t)$ имеет тот же смысл, что и $f(t)$. Функцию же $\delta(t)$ будем считать эргодической стационарной случайной функцией, причём примем, что $M[\delta(t)]=0$.

Предположение о стационарности $\delta(t)$ опирается на анализ физической сущности причин, порождающих случайные ошибки. Действительно, случайные ошибки наблюдений могут возникнуть в любой момент, то есть не зависят от начала отсчёта, характер этих ошибок также существенно не меняется с течением времени. Предположение об эргодичности можно оправдать лишь одним обстоятельством. Ряды астрономических наблюдений уникальны,поэтому фактически мы имеем лишь одну реализацию случайной функции $\delta(t)$ и,поставив задачу определения её вероятностных характеристик,неизбежно должны прийти к эргодичности.

Итак,имеем модель вида

$$(1) \qquad \Delta h_0(t) = f_0(t) + \delta(t).$$

Найдём математическое ожидание и корреляционную функцию ошибок наблюдений,учитывая все предположения.

$$M[\Delta h_0(t)] = M[f_0(t)] + M[\delta(t)] = f_0(t),$$

$$(2) \qquad K_h(t_i,t_k) = K_f(t_i,t_k) + K_\delta(t_i,t_k) + 2K_{f,\delta}(t_i,t_k) =$$

$$= K_\delta(t_i,t_k) = K_\delta(\tau), \tau = t_k - t_i .$$

Окончательно, $M[\Delta h_0(t)] = f_0(t)$, $K_h(t_i,t_k) = K_\delta(\tau)$.
Выделение систематической составляющей ошибок наблюдений, то есть функции $f_0(t)$, описано в работах автора [I-2]. В этих работах показано,что для конкретных рядов астрономических наблюдений после выделения из них функции $f_0(t)$ случайная составляющая $\delta(t)$ с высокой степенью вероятности следует нормальному закону с нулевой средней и некоторой дисперсией. Обратимся теперь к определению $K_\delta(\tau)$. По определению имеем

$$K_\delta(\tau) = M[\delta(t)\cdot\delta(t+\tau)].$$

Для фиксированного τ математическое ожидание может быть приближённо вычислено как среднее по времени,то есть

$$(3) \qquad \overline{K}_\delta(\tau) = \frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau} \delta(t)\cdot\delta(t+\tau)\,dt,$$

где T - интервал наблюдений,переменная интегрирования t отсчитывается от начала наблюдений. Из формулы (3) видно,что $\overline{K}_\delta(\tau)$ есть несмещённая оценка корреляционной функции. Действительно,

$$M[\bar{K}_\delta(\tau)] = M\left[\frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau}\delta(t)\cdot\delta(t+\tau)\,dt\right] =$$

$$= \frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau} M[\delta(t)\cdot\delta(t+\tau)]\,dt = \frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau} K_\delta(\tau)\,dt = K_\delta(\tau).$$

Практически значения (О–С) известны лишь для дискретных моментов времени, следовательно, значения случайных ошибок измерений также известны лишь для этих моментов. Поэтому интеграл (3) можно было бы заменить суммой и воспользоваться формулой из [3]:

$$\bar{K}_\delta(\tau_n) = \frac{1}{N-n}\sum_{k=1}^{N-n}\delta(t_k)\cdot\delta(t_{k+n}),$$

где N – количество наблюдений, $n=0,1,2,\dots,N-1$, $\tau_n = n\Delta t$, $\Delta t = T/N$ – временной интервал между двумя последовательными наблюдениями. Её недостаток, однако, в том, что наблюдения должны быть равноотстоящими; в то же время реальные астрономические наблюдения могут быть выполнены в любой момент времени, и требование $\Delta t = const$ для них не выполняется. Поэтому для оценки корреляционной функции воспользуемся формулой (3), аппроксимировав для этого случайную функцию $\delta(t)$ серией полиномиальных и гармонических трендов, по методике, изложенной в работах [1–2], то есть представив её в следующем виде:

$$(4)\quad \delta(t) = p_1(t) + q_1(t) + p_2(t) + q_2(t) + \dots + p_\ell(t) + q_\ell(t),\ \ell = 1,2,\dots,6.$$

Здесь $p_1(t)$, $p_2(t)$, ..., $p_6(t)$ – полиномы достаточно высокой (до двадцатой) степени:

$$p_i(t) = a_{0i} + a_{1i}t + a_{2i}t^2 + \dots + a_{ni}t^n,\ n \le 20,\ i = 1,2,\dots,6;$$

а $q_1(t)$, $q_2(t)$, ..., $q_6(t)$ – отрезки тригонометрического ряда вида

$$g_i(t)=\sum_{j=1}^{5}\left(b_{0j}+b_{1j}\sin\omega_j t+b_{2j}\cos\omega_j t\right)_i .$$

При такой записи $\delta(t)$ и $\delta(t+\tau)$ подинтегральная функция формулы (3) может быть представлена в виде произведения двух сомножителей одного из четырёх видов.

I). $\delta(t)=a_0+a_1t+a_2t^2+\ldots+a_nt^n,$

$$\delta(t+\tau)=a_0'+a_1'(t+\tau)+a_2'(t+\tau)^2+\ldots+a_m'(t+\tau)^m.$$

Во всех четырёх случаях интегралы берутся без труда. В частности, в данном случае после довольно длительных и трудоёмких преобразований получим

$$\overline{K}_\delta^{(1)}(\tau)=\frac{1}{T-\tau}\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}\Big\{a_ja_i'\frac{(T-\tau)^{j+1}}{i+j+1}\Big\{T^i+\frac{i\tau}{i+j}\times$$

(5)
$$\times\Big\{T^{i-1}+\frac{(i-1)\tau}{i+j-1}\Big\{T^{i-2}+\frac{(i-2)\tau}{i+j-2}\Big\{T^{i-3}+\ldots$$

$$+\frac{[i-(i-2)]\tau}{i+j-(i-2)}\Big\{T+\frac{[i-(i-1)]\tau}{i+j-(i-1)}\Big\}\ldots\Big\}\Big\}\Big\}\Big\}\Big\}.$$

2). Во втором случае

$$\delta(t)=\sum_{i=1}^{5}\left(b_{0i}+b_{1i}\sin\omega_i t+b_{2i}\cos\omega_i t\right),$$

$$\delta(t+\tau)=a_0'+a_1'(t+\tau)+a_2'(t+\tau)^2+\ldots+a_m'(t+\tau)^m.$$

Тогда оценкой корреляционной функции будет

$$(6)\quad \overline{K}_\delta^{(2)}(\tau)=\frac{1}{T-\tau}\sum_{j=1}^{m+1}a_j'\sum_{i=1}^{5}\Big\{b_{0i}\frac{T^j-\tau^j}{j}+b_{1i}\left(S_{ji}-S_{ji}^0\right)+b_{2i}\left(C_{ji}-C_{ji}^0\right)\Big\},$$

где выражения S_{ji} , S_{ji}^0 , C_{ji} и C_{ji}^0 вычисляются по следующим рекуррентным формулам:

$$\begin{cases} S_{1,i} = -\frac{1}{\omega_i}\cos[\omega_i(T-\tau)], & S_{j+1,i} = T^j S_{1,i} + \frac{j}{\omega_i} C_{j,i}, \\ C_{1,i} = \frac{1}{\omega_i}\sin[\omega_i(T-\tau)], & C_{j+1,i} = T^j C_{1,i} - \frac{j}{\omega_i} S_{j,i}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} S^0_{1,i} = -\frac{1}{\omega_i}, \; C^0_{1,i} = 0, \\ S^0_{j+1,i} = \tau^j S^0_{1,i} + \frac{j}{\omega_i} C^0_{j,i}, \; C^0_{j+1,i} = -\frac{j}{\omega_i} S^0_{j,i}, \end{cases}$$

$$j = 1,2,\ldots,m, \; i = 1,2,\ldots,5.$$

3). В третьем случае

$$\delta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots + a_n t^n,$$

$$\delta(t+\tau) = \sum_{i=1}^{5} \left\{ b_{0i} + b_{1i}\sin[\omega_i(t+\tau)] + b_{2i}\cos[\omega_i(t+\tau)] \right\}.$$

Здесь оценка корреляционной функции $R^{(3)}_\delta(\tau)$ совпадает по форме с $R^{(2)}_\delta(\tau)$, вычисленной по формуле (6), только выражения $S_{j,i}$, $S^0_{j,i}$, $C_{j,i}$ и $C^0_{j,i}$ имеют несколько другой вид

$$\begin{cases} S_{1,i} = -\frac{1}{\omega_i}\cos\omega_i T, & S_{j+1,i} = (T-\tau)^j S_{1,i} + \frac{j}{\omega_i} C_{j,i}, \\ C_{1,i} = \frac{1}{\omega_i}\sin\omega_i T, & C_{j+1,i} = (T-\tau)^j C_{1,i} - \frac{j}{\omega_i} S_{j,i}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} S^0_{1,i} = -\frac{1}{\omega_i}\cos\omega_i\tau, & C^0_{1,i} = \frac{1}{\omega_i}\sin\omega_i\tau, \\ S^0_{j+1,i} = \frac{j}{\omega_i} C^0_{j,i}, & C^0_{j+1,i} = -\frac{j}{\omega_i} S^0_{j,i}, \end{cases}$$

$$j = 1,2,\ldots,n, \; i = 1,2,\ldots,5.$$

4). Наконец, возможен случай, когда обе функции $\delta(t)$ и $\delta(t+\tau)$ представляют собой отрезки тригонометрических рядов, то есть

$$\delta(t) = \sum_{i=1}^{5} \left(b_{0i} + b_{1i}\sin\omega_i t + b_{2i}\cos\omega_i t \right),$$

$$\delta(t+\tau) = \sum_{j=1}^{5} \left\{ b'_{0j} + b'_{1j}\sin[\omega'_j(t+\tau)] + b'_{2j}\cos[\omega'_j(t+\tau)] \right\}.$$

Тогда

$$\overline{K}_g^{(4)}(\tau)=\frac{1}{T-\tau}\sum_{i=1}^{5}\Big\{\Big[b_{0i}(T-\tau)+b_{1i}\big(S_i+\frac{1}{\omega_i}\big)+b_{2i}C_i\Big]\times\sum_{j=1}^{5}b'_{0j}+$$

$$+b_{0i}\sum_{j=1}^{5}\Big[b'_{1j}(S_j^1-S_j^{10})+b'_{2j}(C_j^1-C_j^{10})\Big]+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{5}\Big\{(C_{i-j}-C_{i-j}^0)\times$$

(7)
$$\times(b_{1i}b'_{1j}+b_{2i}b'_{2j})+(C_{i+j}-C_{i+j}^0)(b_{2i}b'_{2j}-b_{1i}b'_{1j})+$$

$$+(S_{i-j}-S_{i-j}^0)(b_{1i}b'_{2j}-b_{2i}b'_{1j})+(S_{i+j}-S_{i+j}^0)(b_{1i}b'_{2j}+b_{2i}b'_{1j})\Big\}\Big\}.$$

Входящие в эту формулу промежуточные величины имеют следующий вид:

$$\begin{cases} S_i=-\dfrac{1}{\omega_i}\cos[\omega_i(T-\tau)], & C_i=\dfrac{1}{\omega_i}\sin[\omega_i(T-\tau)],\\ S_j^1=-\dfrac{1}{\omega'_j}\cos\omega'_jT, & S_j^{10}=-\dfrac{1}{\omega'_j}\cos\omega'_j\tau,\\ C_j^1=\dfrac{1}{\omega'_j}\sin\omega'_jT, & C_j^{10}=\dfrac{1}{\omega'_j}\sin\omega'_j\tau. \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{i\pm j}=-\dfrac{\cos[T(\omega_i\pm\omega'_j)-\omega_i\tau]}{\omega_i\pm\omega'_j}, & S_{i\pm j}^0=\dfrac{\cos\omega'_j\tau}{\omega_i\pm\omega'_j},\\ C_{i\pm j}=\dfrac{\sin[T(\omega_i\pm\omega'_j)-\omega_i\tau]}{\omega_i\pm\omega'_j}, & C_{i\pm j}^0=\pm\dfrac{\sin\omega'_j\tau}{\omega_i\pm\omega'_j}. \end{cases}$$

Если $\omega_i=\omega'_j$,то приведённые формулы остаются справедливыми для всех величин, кроме C_{i-j} , C_{i-j}^0 , S_{i-j} и S_{i-j}^0 ,которые выражаются следующим образом:

$$C_{i-j}=(T-\tau)\cos\omega_i\tau\ ,\quad S_{i-j}=-(T-\tau)\sin\omega_i\tau,$$

$$C_{i-j}^0=S_{i-j}^0=0.$$

Итак, общая оценка корреляционной функции $\overline{K}_\delta(\tau)$ может быть представлена в виде суммы $\overline{K}^{(1)}_\delta(\tau)$, $\overline{K}^{(2)}_\delta(\tau)$, $\overline{K}^{(3)}_\delta(\tau)$ и $\overline{K}^{(4)}_\delta(\tau)$ или, в более общем случае, представлять собой линейную комбинацию этих четырёх оценок.

§ 2. Практическое применение предложенного метода оценки корреляционной функции

Формулы предыдущего параграфа были положены в основу алгоритма, реализованного на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-6. Для проверки программы был просчитан модельный пример, взятый из [3]. Оценка средней и нормированной корреляционной функции $\overline{\rho}_\delta(\tau)$, полученной по формулам (5)-(7), находится в хорошем согласии с данными таблицы I7.8.3 из [3]. Для сравнения результаты сведены в таблицу I, вторая строка которой значения $\overline{\rho}_\delta(\tau)$ из таблицы I7.8.3, третья получена по нашей программе, причём для аппроксимации функции $\delta(t)$ использовалось только два тренда - полиномиальный и гармонический, то есть было взято лишь два члена в формуле (4).

Таблица I.

τ	0	I	2	3	4	5	6	7
$\overline{\rho}_\delta(\tau)$	I.000	0.505	0.276	0.277	0.231	-0.015	0.014	0.071
	I.000	0.585	0.384	0.173	0.191	0.159	-0.077	-0.029

Наконец, приведём пример оценки корреляционной функции ошибок наблюдений кометы Деннинга (I894 I) и Швассмана - Вахмана 3 (I930 VI). Оценки проводились по 2I и 70 наблюдениям соответственно; результаты представлены на рисунках I и 2, причём на рисунке I изображены два графика, представляющие $\overline{K}_\delta(\tau)$ ошибок наблюдений кометы I894 I по прямому восхождению с дисперсией 37.7 и по склонению с дисперсией I5.I. Рисунок 2 представляет корреляционную функцию случайной составляющей ошибок наблюдений кометы I930 VI по прямому восхождению с дисперсией 2.9 секунды дуги в квадрате. Следует заметить, что на рисунках приведена оценка $\overline{K}_\delta(\tau)$ лишь первой строки корреляционной матрицы, причём

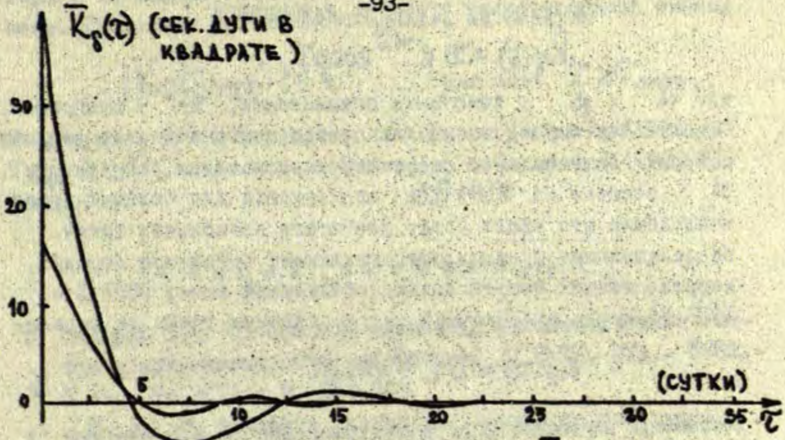


Рис.I. Графики корреляционных функций $\overline{K}_\delta(\tau)$ случайной составляющей ошибок наблюдений по прямому восхождению и склонению кометы Деннинга (1894 I).

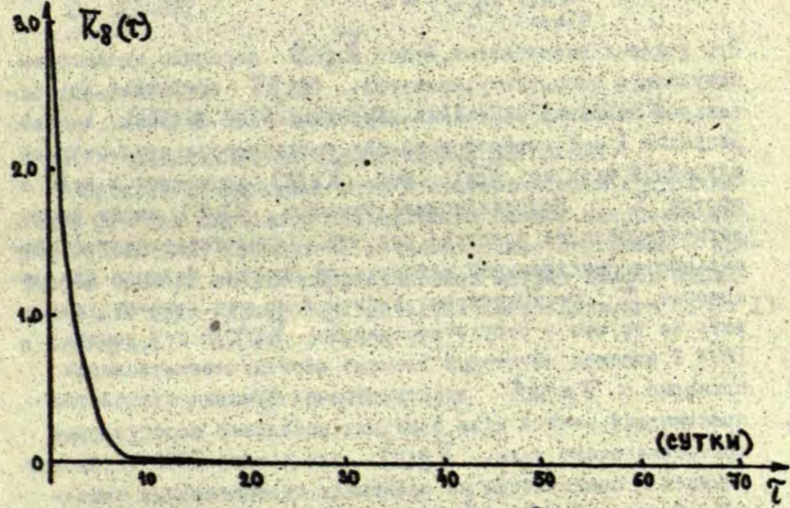


Рис.2. График корреляционной функции $\overline{K}_\delta(\tau)$ случайной составляющей ошибок наблюдений по прямому восхождению кометы Швассмана - Вахмана 3 (1930 VI).

данные предварительно сглажены выражением

$$\overline{K}_\delta(\tau) = \mathcal{D} e^{-\alpha\tau} \cos\beta\tau,$$

где α и β - константы сглаживания, $\mathcal{D}$ - дисперсия. Сглаживание осуществлено для сжатия информации, ибо верхняя половина диагональной корреляционной матрицы размерности N состоит из $N(N+1)/2$ элементов, и для больших групп наблюдений это число может достигать нескольких тысяч. Корреляционные функции, представляющие остальные строки корреляционных матриц ошибок наблюдений комет 1894 I и 1930 VI, имеют аналогичный вид и сглажены таким же выражением

$$\overline{K}_\delta(\tau) = \mathcal{D} e^{-\alpha\tau} \cos\beta\tau$$

с несколько отличными значениями констант α и β.

Выражение для $\overline{K}_\delta(\tau)$ выбрано из следующих соображений. Аналитическое поведение корреляционной функции при больших τ требует, чтобы удовлетворялось соотношение

$$\lim_{\tau\to\infty} \overline{K}_\delta(\tau) = 0.$$

Это условие выполняется, если $\overline{K}_\delta(\tau)$ содержит множителем затухающую экспоненту; множитель $\cos\beta\tau$ отражает колебательный характер изменений корреляционной функции. Анализ рисунков I и 2 говорит в пользу эргодичности стационарной случайной функции $\delta(t)$, ибо $\overline{K}_\delta(\tau)$ стремится к нулю с ростом τ. Корреляционная функция $\overline{K}_\delta(\tau)$ имеет часто встречающейся на практике вид, что свидетельствует о правильности предложенной методики её оценки. Наличие для некоторых τ отрицательных значений на рис. I может указывать на то, что в структуре функции $\overline{K}_\delta(\tau)$ для кометы 1894 I имеется некоторый элемент периодичности; начиная примерно с $\tau = 12^d$ корреляционная функция становится практически равной нулю, совершая небольшие нерегулярные колебания около нуля. $\overline{K}_\delta(\tau)$ для кометы 1930 VI быстро убывает и практически не принимает отрицательных значений. Примерно с $\tau = 6^d$ корреляционная функция равна нулю.

В заключение оценим интервал корреляции ошибок наблюдений обеих комет. Интервал корреляции характеризует расстояние по времени между двумя наблюдениями, начиная с которого наблюдения можно считать практически некоррелированными. Его можно приближённо оценить из формулы

$$|\overline{K}_\delta(\tau_{корр})| \leq \varepsilon \quad \text{для всех } \tau \geq \tau_{корр}.$$

Из рисунков I и 2 видно, что для кометы Деннинга (I894 I) $\tau_{корр} \approx 10^d$, а для кометы Швассмана - Вахмана 3 (I930 VI) около 6^d.

Список литературы

I. Шапорев С.Д. Об способе выделения систематических ошибок в астрономических наблюдениях // Бюлл. ИТА.- I982.- Т.I5.- №4(I67).- С. 234-240.

2. Шапорев С.Д. О полиномиальной аппроксимации временных рядов // Анализ движения небесных тел и их наблюдений.- Рига, I982.- С. 28-36.

3. Вентцель Е.С. // Теория вероятностей.- М., I969.- С. 457-467.

Р Е З Ю М Е

С.Д.Шапорёв

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОШИБОК НАБЛЮДЕНИЙ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Предложена методика оценки статистической корреляционной функции случайной составляющей ошибок астрономических наблюдений. Составлена вычислительная программа и приведены примеры оценки корреляционных матриц ошибок наблюдений для двух короткопериодических комет: Деннинга (I894 I) и Швассмана - Вахмана 3 (I930 VI).

SUMMARY

S.Shaporev

ESTIMATION OF PROBABILITY CHARACTERISTICS OF THE OBSERVATIONAL ERRORS OF SHORT-PERIOD COMETS

The method of estimation of statistical correlational function of the random component of errors at astronomical observations is proposed. The computer program has been compiled. Examples of the correlational matrix estimation of observational errors are presented for two comets: P/Denning (1894 I) and P/Schwassmann-Wachmann 3 (1930 VI).

KOPSAVILKUMS

S.Šaporevs

ĪSPERIODA KOMĒTU NOVĒROJUMU KĻŪDU STATISTISKO RAKSTUROJUMU NOVĒRTĒJUMS

Piedāvāta metodika astronomisko novērojumu statistiskās korelācijas funkcijas novērtēšanai. Sastādīta aprēķinu programma un sniegti novērojumu kļūdu korelācijas matricu novērtēšanas piemēri divām īsperioda komētām: Deninga (1894 I) un Švasmana-Vahmana 3 (1930 VI).

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ. 1986

УДК 521.73

Н.Ю. ЕМЕЛЬЯНЕНКО
(Челябинское ВВАИУ)

ТЕСНЫЕ СБЛИЖЕНИЯ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ С ЮПИТЕРОМ

В данной работе решалась задача возможно более точного исследования сближений с Юпитером реальных короткопериодических комет. Она осуществлялась численным интегрированием уравнений движения. Использовались метод и программа Эверхарта [I]. Учитывались возмущения от 9 планет. Для комет с известными негравитационными эффектами проводился их учет. Учитывались возмущения от галилеевых спутников для комет, прошедших во время сближения через зону спутников. В вычислениях использовались системы элементов орбит из каталога кометных орбит Б. Марсдена [2].

Для исследования были отобраны 13 комет, у которых сближения с Юпитером привели к значительным трансформациям кометных орбит.

При анализе результатов оказалось возможным разделить кометы на 2 группы:
I - кометы, испытывающие однократное сближение (рис. Iа);
II - кометы, у которых два сближения следуют одно за другим на одном обороте Юпитера вокруг Солнца (рис. Iб).

Впервые комету Герельс 3, принадлежащую II группе, изучила Е.И. Казимирчак-Полонская [3]. Два последовательных сближения кометы с Юпитером в 1970 и 1973 годах она назвала сближением с двумя минимумами. Комета Герельс 3 между двумя минимумами не выходила за пределы сферы радиусом в I а. е. Принимая во внимание условность этой сферы и то, что кометы II группы удаляются от Юпитера между минимумами на расстояние ρ_{max}, как правило, незначительно превышающее I а. е., все двойные сближения II группы мы стали рассматривать как одно сближение с двумя минимумами ρ_1 и ρ_2.

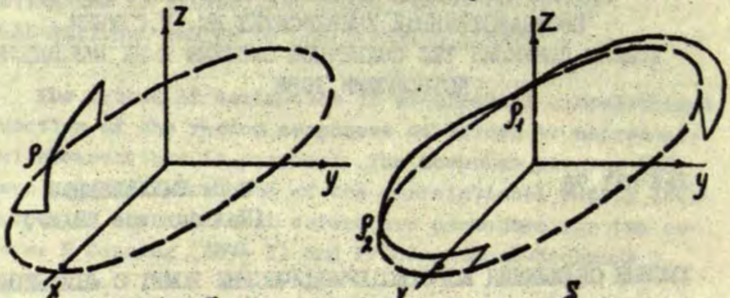


Рис.I Геоэкваториальная гелиоцентрическая система координат. Пунктирные линии - гелиоцентрическая траектория Юпитера. Сплошные линии - гелиоцентрические траектории комет за ΔT- время, в течение которого комета находилась в сфере радиусом в I а. е. от Юпитера.

а) Сближение кометы Уэст-Когоутек-Икемуры с минимумом ρ в 1972 году.

б) Сближение кометы Герельс 3 с минимумами ρ_1 в 1970 и ρ_2 в 1973 годах.

Результаты вычислений отражены в таблице I для комет I группы и в таблице 2-для комет II группы, где $\Delta 1/a$ - изменение величины, обратной к большой полуоси (в $1/а.е.$) за ΔT ; ΔT_1 - время, в течение которого сохраняются оскулирующие эллиптические относительно Юпитера элементы орбиты кометы; n - число минимумов.

Таблица I

комета	ΔT	ρ	$\Delta 1/a$
Лексель	I.31	0.035	0.09
Брукс 2	2.45	0.001	0.17
Чурюмов-Герасименко	I.53	0.05	0.06
Цзыцзиньшань I	I.57	0.14	0.03
Кирнс-Кви	I.41	0.03	0.16
Уэст-Когоутек-Икемура	I.29	0.01	0.22
Вильд 2	I.60	0.006	0.22

Таблица 2

комета	ΔT	n	ρ_1	ρ_{max}	ρ_2	ΔT_1	$\Delta 1/a$
	y		a.e.	a.e.	a.e.	d	
Уиппл	7.57	2	0.69	I.I9	0.25	—	0,06
Швассман-Вахман 2	4.87	2	I.08	I.09	0.I8	406	0.06
Отерма	6.II	I	0.I6	—	—	I465	0.I7
Шайн-Шальдэк	7.28	2	0.74	I.I3	0.I8	549	-0.06
Смирнова-Черных	I0.84	2	0.24	I.09	0.47	—	0.I2
Отерма	5.20	I	0.09	—	—	I35I	-0.I2
Герельс 3	9.74	2	0.00I5	0.37	0.04	2723	0.I0

Необходимо отметить, что кометы II группы - это кометы с достаточно низким эксцентриситетом.

Ранее неоднократно указывалось [4,5] на важность почти касательных сближений. Все рассмотренные нами кометы испытали касательные сближения, то есть кометы сближались с Юпитером вблизи афелия или перигелия. Отсюда следует, что у них на начало сближения должна быть очень малая йовицентрическая скорость. Абсолютная величина этой скорости, вычисленная для всех комет I и II групп, заключается в пределах 3.5 - 7 км/сек. У комет I группы эта скорость в среднем выше, и она непрерывно растет в процессе сближения. У комет II группы средняя скорость на начало сближения меньше, и каждая комета этой группы некоторую начальную часть промежутка ΔT проходит с отрицательным относительно Юпитера ускорением. Все это позволяет нам условно назвать сближения I группы комет высокоскоростными, а сближения II группы комет низкоскоростными сближениями.

В последнее время широко обсуждается возможность ВСЗ - временного спутникового захвата комет Юпитером [6, 7,8,9] . Очевидно, что наиболее благоприятными для ВСЗ будут кометы, испытывающие низкоскоростные сближения. Из анализа столбца ΔT_1 таблицы 2 следует, что почти при каждом низкоскоростном сближении фиксируются оскулирующие эллиптические относительно Юпитера элементы орбиты.

Для названных выше типов сближений имеются большие отличия в йовицентрическом движении комет: при низкоскоростном сближении траекторией кометы будет незамкнутая петля (рис.2б), а при высокоскоростном сближении - открытая дуга (рис.2а).

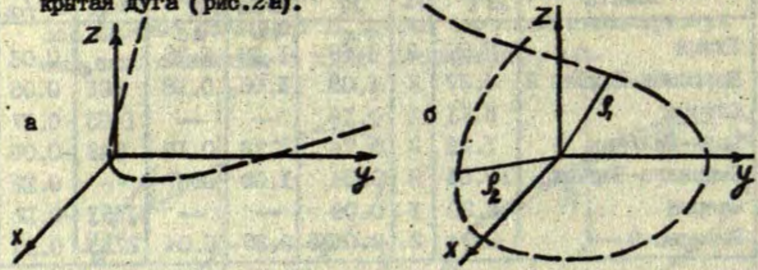


Рис.2. Геоэкваториальная йовицентрическая система координат. Пунктирные линии - йовицентрические траектории комет за ΔT . а) Сближение кометы Уэст-Когоутек-Икемуры с минимумом ρ в 1972 году. б) Сближение кометы Уиппла с минимумом ρ_1 в 1917 г. и ρ_2 в 1922 г.

Приведенные численные и графические результаты указывают на необходимость дальнейших исследований тесных сближений короткопериодических комет с Юпитером.

Список литературы

I. Everhart E.// Celest. mech.- 1974.- NIO.- P. 35-55.

2. Marsden B.G.// Catalogue of cometary orbit.- 1982.

3. Казимирчак-Полонская Е.И.// Проблемы исследования Вселенной.- 1978.- № 7.- С. 365-367.

4. Carusi A., Pozzi F.// Moon and Planets.- 1978.- N19.- P. 71-87.

5. Carusi A., Valsecchi G.B.// Moon and Planets.- 1980.- N22.- P. 113-124.

6. Rickman H., Malmort A.M.// Astron. Astrophys.- 1981.- N102.- P. 165-170.

7. Carusi A., Valsecchi G.B.// Astron. Astrophys.- 1981.- N94.- P. 226-228.

8. Rickman H., Malmort A.M.// Sun and Planetary System.- 1982.- P. 395-396.

9. Carusi A., Valsecchi G.B.// Comparative Study of Planets.- 1982.- P. 131-148.

Резюме

Н.Ю.Емельяненко

ТЕСНЫЕ СБЛИЖЕНИЯ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ С ЮПИТЕРОМ

Выделяются высокоскоростные и низкоскоростные тесные сближения реальных короткопериодических комет с Юпитером. Показывается, что низкоскоростные сближения наиболее благоприятны для временных спутниковых захватов комет Юпитером: во время таких сближений часто фиксируются оскулирующие эллиптические относительно Юпитера элементы орбиты.

SUMMARY

N.Yu. Emel'yanenko

CLOSE ENCOUNTERS OF SHORT-PERIOD COMETS WITH JUPITER

Low-velocity and high-velocity close encounters between Jupiter and short-period comets are distinguished. It is shown that low-velocity encounters are more favourable for temporary captures of comets by Jupiter: in fact, planetocentric osculating elements often become elliptical for some time interwal during the encounters.

KOPSAVILKUMS

J.Jemeļjaņenko

ĪSPERIODA KOMĒTU SATUVINĀŠANĀS AR JUPITERU

Izdalītas reālu īsperioda komētu cieša tuvošanās Jupiteram ar lielu un mazu ātrumu. Parādīts, ka tuvošanās ar mazu ātrumu ir vislabvēlīgākās komētu pagaidu saistīšanai, jo tādu tuvošanos laikā komētu oskulējošie orbītu elementi attiecībā pret Jupiteru bieži ir eliptiski.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ. 1986

УДК 521.24

В.А.Шефер

ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ РЕГУЛЯРИЗИРОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Многие объекты Солнечной системы, такие как кометы, особые малые планеты, метеорные частицы и др., обладают весьма сложным орбитальным движением. Наличие больших эксцентриситетов орбит и тесных сближений с большими планетами значительно усложняет задачу исследования движения этих объектов. В наших работах [1,2] было показано, что применение регуляризирующего и стабилизирующего преобразования Кустаанхеймо–Штифеля в этих случаях приводит к существенному повышению точности и быстродействия расчетов на ЭВМ. Особый интерес при этом представляет практическое исследование влияния различных временных преобразований на эффективность процесса численного интегрирования регуляризированных уравнений движения. Как показывает практика, эффективность применения того или иного временного преобразования оказывается в зависимости не только от модели действующих сил, но и от особенностей используемого метода численного интегрирования.

В настоящей работе на примере численного интегрирования регуляризированных уравнений движения ряда особых малых планет и комет методом Эверхарта одиннадцатого порядка исследована эффективность некоторых временных преобразований.

Введение новых независимых переменных осуществляется на основании дифференциального соотношения общего вида

$$\frac{dt}{ds} = \mu(\bar{q}, \bar{p}, t) \ , \ \mu \geq 0, \qquad (1)$$

которое связывает посредством так называемой масштабирующей функции μ время t с новой независимой переменной s. Здесь $\bar{q}$ и $\bar{p}$ - обобщенные координаты и импульсы. Надлежащим выбором функции μ в формуле (I) можно обеспечить так называемое аналитическое регулирование шага при численном интегрировании. Это означает, что при таком подборе функции μ величина шага по новой независимой переменной s становится постоянной.

На практике наиболее часто используется модификация временного преобразования Сундмана $dt = R\,ds$ в форме

$$\frac{dt}{ds} = CR^n , \tag{2}$$

где R - расстояние между сближающимися телами, а C и n - некоторые положительные константы. Влияние временного преобразования $dt = R^n ds$ на локальную ошибку дискретизации при численном решении дифференциальных уравнений небесной механики исследовано достаточно полно в ряде работ, обзор которых дан Накози [3] . С другой стороны, имеются работы [4-5] , в которых применяется в некоторой степени прямое обобщение преобразования Сундмана в виде

$$\frac{dt}{ds} = \lambda F^{-1} , \tag{3}$$

где F - силовая функция Пуанкаре, или отрицательный потенциал, λ - положительная постоянная. В окрестности двойных соударений такой выбор функции μ менее эффективен, чем преобразование Сундмана, зато в более сложных ситуациях временное преобразование в форме (3) оказывается весьма полезным. Дальнейшие обобщения преобразования Сундмана можно найти, например, в работе Заре и Себехея [6] . В настоящем исследовании мы ограничимся в основном временными преобразованиями вида (2) и (3).

Рассмотрим задачу о движении малого тела, массой которого можно пренебречь, под действием притяжения Солнца и больших планет. Для этого воспользуемся следующими двумя математическими моделями движения: возмущенной задачей двух тел и возмущенной ограниченной задачей трех тел. Уравнения движения записываются в прямоугольной системе координат и в параметрических переменных Кустаанхеймо-Штифеля [2] .

На основании вышеуказанных моделей движения были созданы алгоритмы и следующие программы численного интегрирования уравнений движения малого тела: программы интегрирования ньютоновских уравнений ([2] , формула (I)) и регуляризированных уравнений ([2] , формула (4)) в гелиоцентрической системе координат (NW и CR , соответственно), программы интегрирования ньютоновских уравнений ([2] , формула (I)) и регуляризированных уравнений ([2] , формула (4)) в гелиоцентрической и планетоцентрической системах координат (NWP и CRP , соответственно) и программы интегрирования регуляризированных уравнений ([2] , формулы (4) и (6)) в гелиоцентрической и барицентрической системах координат (DR I и DR 2). Программы NW и CR предназначены для численного интегрирования уравнений движения малого тела в случае отсутствия тесных сближений с большими планетами. Программы NWP и CRP в отличие от программ NW и CR позволяют вести численное интегрирование в зонах тесных сближений без существенных потерь точности путем перехода к соответствующей планетоцентрической системе координат. При этом в программах CR и CRP используется временное преобразование вида (2), где значения постоянных C и n задаются в зависимости от желания пользователя. Программы DRI и DR 2 предназначены в основном для исследования движения малого тела в области преобладающего влияния двух массивных тел (Солнце - большая планета). Алгоритм вычислений в этом случае основан на двойной регуляризации уравнений движения [7] . При необходимости в программах DRI и DR 2 предусмотрен переход к схеме вычислений, аналогично заложенной в программу CR . Кроме временного преобразования (2), в программах DRI и DR 2 используются соответственно следующие дифференциальные соотношения

$$\frac{dt}{ds} = R_0 R_k \quad . \qquad (4)$$

и

$$\frac{dt}{ds} = \frac{R_0 R_k}{\mu_0 R_k + \mu_k R_0} \; , \qquad (5)$$

где R_0 и R_k - расстояния между малым и основными телами (Солнце - k - тая большая планета) с массами m_0 и m_k , $\mu_0 = m_0/(m_0+m_k)$, $\mu_k = m_k/(m_0+m_k)$. Последнее из этих соотношений выводится из потенциала ограниченной задачи трех тел.

Вопрос об эффективности данного численного алгоритма решается в результате сравнения его с другими алгоритмами. Поэтому, наряду с алгоритмами, основанными на использовании уравнений движения в параметрических переменных Кустанхеймо-Штифеля, мы применяем алгоритмы, использующие уравнения в прямоугольных координатах.

Во всех указанных программах уравнения движения интегрируются неявным одношаговым методом Эверхарта одиннадцатого порядка с автоматическим регулированием шага [8] .

Координаты и скорости больших планет, а также постоянные движения взяты из работы Естервинтера и Коэна [9] . В процессе интегрирования уравнений движения малого тела координаты и скорости больших планет вычисляются по предварительно полученным и записанным на магнитную ленту таблицам координат и скоростей. При этом используются интерполяционные формулы Лагранжа различных порядков.

Все необходимые программные реализации были осуществлены на языке ФОРТРАН в рамках одинарной точности ЭВМ БЭСМ-6.

В качестве объектов численного эксперимента были выбраны особые малые планеты Икар и Географ, а также короткопериодические кометы Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3. Орбиты малых планет Икар и Географ имеют эксцентриситеты,равные 0,83 и 0,34, соответственно. На рассматрива-

Таблица I

Оскулирующие элементы орбит малых планет Икар и Географ
и комет Хонда–Мркос–Пайдушаковой и Герельса 3

Экватор и равноденствие I950.0

Название	Эпоха(E.T.)	a (a.e.)	e	i	Ω	ω	M_0	Литературный источник ж)
Икар	I969 Янв.I9	I.07788	0.82657	22°.94534	87°.63057	3I°.0403I	230°.8456I	AJ 76,7
	I974 Авг.25	I.07796	0.82664	22.92342	87.585I6	3I.08947	23I.04652	
Географ	I968 Май 24	I.2439	0.335	I3.325	336.874	276.340	75.403	ЭМП на
	I96I Июнь I6	I.244I5	0.3354	I3.3249	336.9252	276.2690	75.5762	I977 год
Хонда–Мркос–Пайдушакова	I938 Апр.I2	3.02884	0.80998	I3.I005	233.I930	I83.8082	354.98558	QJ I9,82
	I932 Окт.20	3.I2645	0.79499	2.IIII	224.2350	I99.6963	3I9.20244	
Герельс 3	I977 Апр. 7	4.03753	0.I5I87	I.I0I28	242.5502I	23I.48023	358.02960	NK 395
	I962 Дек. 2	6.95903	0.I8025	3.I3I4I	I30.48347	3I9.75458	302.44607	

ж) Сокращения обозначают: AJ – The Astronomical Journal, QJ – The Quarterly Journal of the Royal Astronomical society, NK – Nakano wa Kangaeru noda, ЭМП – Эфемериды малых планет емых отрезках времени Икар и Географ тесных сближений с большими планетами не имеют. Кометы Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3, обладающие также различными эксцентриситетами орбит, равными приблизительно 0,8 и 0,2, соответственно, представили для нас интерес главным образом в связи с различными условиями вхождения в сферу влияния Юпитера (радиус сферы влияния Юпитера равен 0.59 а.е.). Так, минимальные расстояния между кометами и Юпитером и длительности нахождения комет в сфере влияния Юпитера на рассматриваемых оборотах составляют 0.078 а.е. и 265 суток у кометы Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и 0.0014 а.е. и 2570 суток у кометы Герельса 3. Прохождения этих комет через сферу влияния Юпитера вызвали значительные трансформации их орбит (табл.I). В табл. I приводятся начальные системы оскулирующих элементов орбит указанных объектов. Для комет приводятся также значения элементов на конечный момент интервала интегрирования. Начальные системы элементов даются со ссылкой на литературный источник.

На первом этапе исследования изучалось влияние временных преобразований на процесс выбора шага интегрирования в методе Эверхарта. Уравнения движения рассматриваемых малых тел интегрировались на интервале, равном приблизительно одному обороту соответствующего малого тела вокруг Солнца.

Сначала проводилось интегрирование уравнений движения особых малых планет. Временное преобразование при этом бралось в форме (2) со значениями n = 0.75, 1.00, 1.25 и 1.50. Для удобства сравнения нормализующая постоянная c выбиралась таким образом, чтобы интервал интегрирования по фиктивному времени s был равен соответствующему интервалу по физическому времени t. Чтобы выявить основные закономерности в выборе шага интегрирования, рассматривалось невозмущенное движение малых планет. На рис. I-4 приводятся кривые, характеризующие выбор шага H при интегрировании уравнений невозмущенного движения особых малых планет Икар и Географ. Значения

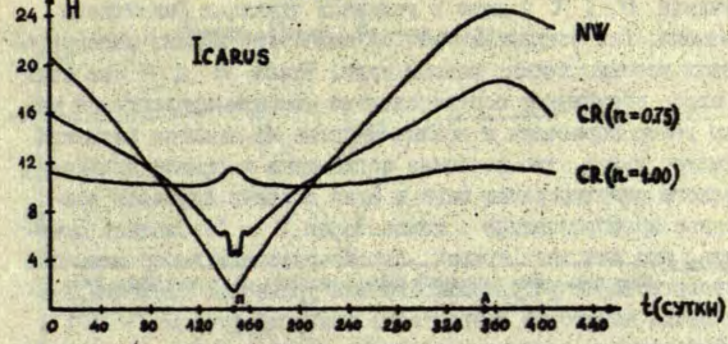


Рис. 1.

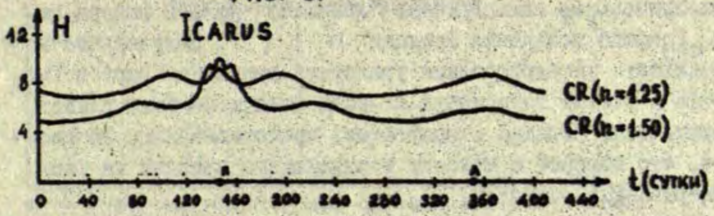


Рис. 2.

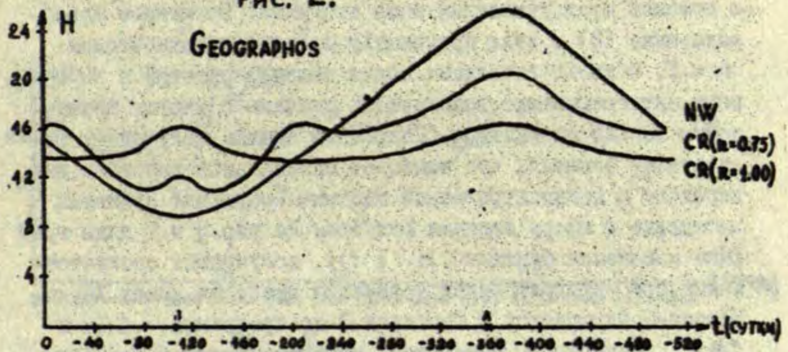


Рис. 3.

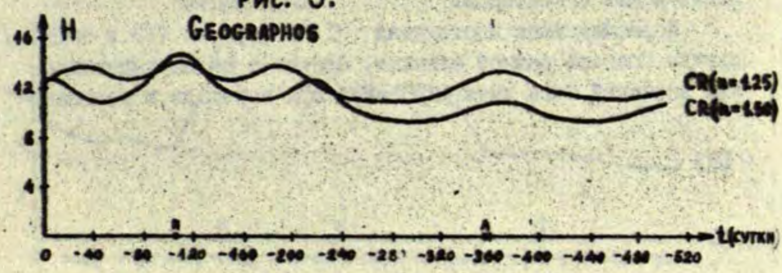


Рис. 4.

функции $H(t)$ даны в условных единицах фиктивного времени. Для сокращения записи начальный момент интегрирования условно принят равным нулю. Буквы П и А на осях абсцисс обозначают соответственно моменты прохождения малым телом перигелия и афелия орбиты. Из анализа рисунков следует вывод, что наиболее подходящим в смысле аналитического регулирования шага в этих случаях является временное преобразование с показателем $n = 1$. Следует отметить, что для всех кривых, характеризующих выбор шага при интегрировании регуляризированных уравнений движения, имеет место некоторое возрастание значений функции $H(t)$ в окрестности перигелия и афелия. При $n \neq 1$ появляются дополнительные симметричные "всплески" кривой выбора шага. Графики поведения функции $H(t)$, полученные в результате интегрирования уравнений движения Икара и Географа с учетом возмущений от всех девяти больших планет, практически совпали с графиками, представленными на рис. 1-4, что говорит о малости возмущающего влияния на рассматриваемых оборотах.

Интегрирование уравнений движения комет проводилось с помощью всех указанных выше программ. Временное преобразование (2) в этих программах бралось с показателем $n = 1$. С целью выявления общих закономерностей в выборе шага интегрирование выполнялось сначала с учетом возмущения только от Юпитера. Подробный анализ полученных результатов показал, что наиболее оптимальным условием для перехода к иовицентрической системе координат является вхождение в сферу влияния Юпитера. На рис.5 и 7 даны графики изменения функции $H(t)$, полученные соответственно при интегрировании уравнений движения комет Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3 по программам CR и CRP. Буквой M обозначены моменты максимальных сближений комет с Юпитером.

Нормализующая постоянная C в формуле (2) в общем случае бралась равной единице, однако с целью выравнивания значений шага интегрирования при переходе к иовицент-

HONDA-MRKOS-PAJDUSAKOVA

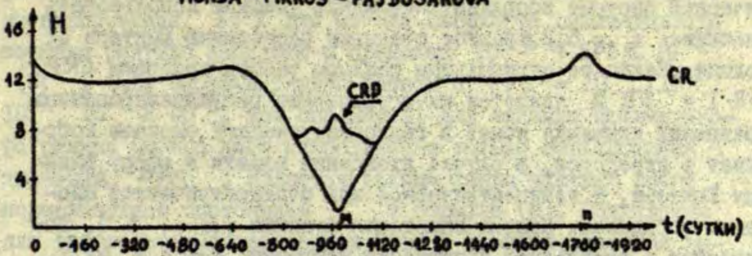


Рис. 5.

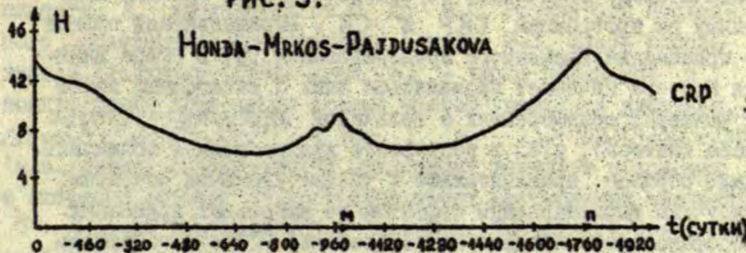


Рис. 6.

GEHRELS 3

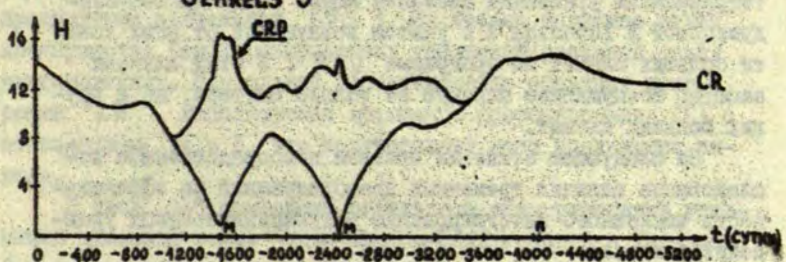


Рис. 7.

GEHRELS 3

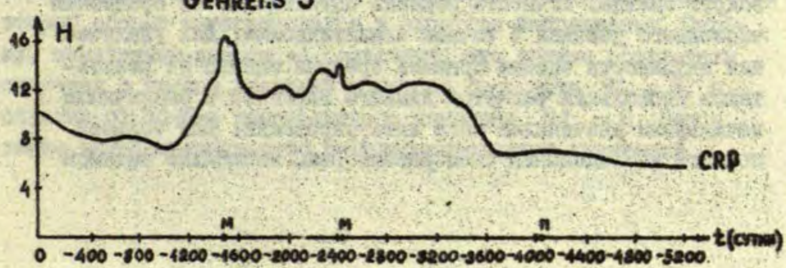


Рис. 8.

рической системе координат оказалось удобным использовать значение c = 5.2, равное среднему расстоянию Юпитера от Солнца. Наиболее оптимальным режимом работы программ CRP, DR I и DR 2 является интегрирование регуляризированных уравнений движения комет в гелиоцентрической системе координат с переходом, в случае вхождения кометы в сферу влияния Юпитера, к иовицентрической или барицентрической системам координат. Кривые изменения функции $H(t)$, полученные в результате применения программ DR I и DR 2, незначительно отличаются от соответствующих кривых, полученных по программам CRP и CR. Выравнивающий эффект от применения временного преобразования (5) в сфере влияния Юпитера начинает проявляться лишь с расстояний комет от Юпитера, соизмеренных с величиной $m_5 R_0/m_0$ (m_5 - масса Юпитера), т.е. в результате крайне тесных сближений. Таким образом, применительно к рассматриваемым объектам, наилучшим выравнивающим эффектом из выбранных временных преобразований обладают преобразование (2) с показателем n = I и преобразование (4). На рис.6 и 8 приведены соответственно кривые, характеризующие выбор шага при интегрировании уравнений движения комет Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3 с учетом возмущений от всех девяти больших планет по программе CRP. В этих случаях заметно возмущающее влияние не только Юпитера, но и других больших планет.

На следующем этапе мы провели непосредственное исследование влияния временных преобразований на эффективность численного интегрирования регуляризированных уравнений движения.

Невозмущенное движение Икара и Географа рассматривалось на интервале, равном десяти оборотам малых планет вокруг Солнца. Точность решения оценивалась из сравнения численного решения с точным аналитическим. Для увеличения надежности оценки бралась средняя оценка из результатов нескольких расчетов данного варианта с различными начальными значениями шага интегрирования. Для большей полноты исследования были рассмотрены несколько режимов работы интегратора. Учитывая, что относительную точность интегрирования EPS для метода Эверхарта одиннадцатого порядка разумно выбирать в пределах $10^{-\frac{4}{3}} \leqslant EPS \leqslant 10^{-\frac{33}{4}}$ [8] , были выбраны режимы работы с $EPS = 10^{-4}$, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7} и 10^{-8}. Как оказалось, для задания оптимального режима выбора шага недостаточно только варьирования значения EPS . Является важным также удачный выбор нормализующей постоянной C в формуле (2). Подходящим для такого рода объектов, как Икар и Географ, оказался выбор постоянной C такой, что в течение одного оборота планеты S изменяется от 0 до π . Результаты численного эксперимента представлены в табл. 2-3. Здесь используются следующие обозначения: NF - число обращений к подпрограмме вычисления правых частей уравнений движения, $\Delta q=\sqrt{\Delta q_1^2+\Delta q_2^2+\Delta q_3^2}$ (а.е.) и $\Delta p=\sqrt{\Delta p_1^2+\Delta p_2^2+\Delta p_3^2}$ (а.е./сутки) характеризуют отклонения векторов положения и скорости объекта от соответствующих контрольных значений, T - время счета на ЭВМ в секундах. Прочерки в некоторых графах таблиц означают, что в данных случаях точность интегрирования либо заведомо низкая (при малых значениях EPS), либо изменяется несущественно (по сравнению с предыдущими значениями EPS). Из таблиц наглядно видны преимущества регуляризированных уравнений движения перед ньютоновскими. Наибольшей эффективностью обладает программа CR , использующая временное преобразование (2) с показателем $n = 1$, что подтверждает наши предыдущие выводы.

В табл. 4-5 приведены результаты интегрирования уравнений движения комет Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3 с учетом возмущения от Юпитера на интервале времени, равном приблизительно двум оборотам комет вокруг Солнца. Для того, чтобы оценить точность численного интегрирования, второй оборот интегрировался в обратном направлении. Строки, помеченные знаком +), означают, что данные результаты получены с числом итераций в методе Эверхарта $NI = 3$, в отличие от обычно используемого значения $NI = 2$. Здесь также видно преимущество регуляризированных уравнений

Таблица 2

Сравнительные характеристики эффективности программ при интегрировании уравнений невозмущенного движения малой планеты Икар на интервале 4087.50786399 эф.суток (I0 оборотов)

Программа	EPS = I0^{-4}				EPS = I0^{-5}			
	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
NW	—				5I20	4.I0^{-5}	5.I0^{-7}	33
CR(n = 0.75)	I7I0	2.I0^{-6}	2.I0^{-8}	I6	2370	2.I0^{-7}	3.I0^{-9}	24
CR (n = I.00)	I500	I.I0^{-9}	2.I0$^{-\mathrm{II}}$	I3	2030	I.I0^{-9}	2.I0$^{-\mathrm{II}}$	I8
CR (n = I.25)	I990	4.I0^{-8}	6.I0$^{-\mathrm{I0}}$	I9	2740	3.I0^{-9}	3.I0$^{-\mathrm{II}}$	25
CR (n = I.50)	2230	I.I0^{-8}	2.I0$^{-\mathrm{I0}}$	2I	3I40	5.I0^{-9}	6.I0$^{-\mathrm{II}}$	28

Продолжение таблицы 2

EPS = $I0^{-6}$				EPS = $I0^{-7}$				EPS = $I0^{-8}$			
NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
7I0C	$2.I0^{-7}$	$3.I0^{-9}$	44	9880	$9.I0^{-8}$	$I.I0^{-9}$	66	I3750	$8.I0^{-8}$	$I.I0^{-9}$	89
3330	$4.I0^{-9}$	$4.I0^{-II}$	30	46I0	$4.I0^{-9}$	$5.I0^{-II}$	43	———			
———				———				———			
3770	$4.I0^{-9}$	$5.I0^{-II}$	36	———				———			
4320	$3.I0^{-9}$	$4.I0^{-II}$	38	6070	$4.I0^{-9}$	$5.I0^{-II}$	56	———			

Таблица 3

Сравнительные характеристики эффективности программ при интегрировании уравнений невозмущенного движения малой планеты Географ на интервале

5067.49I24I27 эф.суток (I0 оборотов)

Программа	EPS = 10^{-4}				EPS = 10^{-5}			
	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
NW	2730	7.10^{-7}	9.10^{-9}	I8	3790	3.10^{-8}	4.10^{-10}	25
CR (n = 0,75)	I340	2.10^{-7}	2.10^{-9}	I2	I820	6.10^{-8}	7.10^{-10}	I7
CR (n = I.00)	I340	2.10^{-9}	2.10^{-11}	I2	I860	5.10^{-9}	6.10^{-11}	I8
CR (n = I.25)	I570	3.10^{-8}	4.10^{-10}	I6	2I30	3.10^{-9}	4.10^{-11}	I9
CR (n = I.50)	I700	1.10^{-8}	1.10^{-10}	I6	2350	3.10^{-9}	4.10^{-11}	2I

Продолжение таблицы 3

$EPS = 10^{-6}$				$EPS = 10^{-7}$				$EPS = 10^{-8}$			
NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
5250	2.10^{-8}	3.10^{-10}	35	7300	3.10^{-8}	4.10^{-10}	48	—			
2500	9.10^{-9}	1.10^{-10}	23	3460	9.10^{-9}	1.10^{-10}	31	—			
—				—				—			
2940	7.10^{-9}	9.10^{-11}	26	—				—			
3270	8.10^{-9}	9.10^{-11}	30	—				—			

Таблица 4

Сравнительные характеристики эффективности программ при интегрировании уравнений движения кометы Хонды-Мркоса-Пайдушаковой с учетом возмущения от Юпитера на интервале 4000 эф.суток

Программа	EPS = IO^{-4}				EPS = IO^{-5}			
	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
NW	I530	I.IO^{-6}	2.IO^{-8}	47	2II0	5.IO^{-7}	I.IO^{-8}	57
NWP	I680	2.IO^{-6}	3.IO^{-8}	50	2230	5.IO^{-7}	I.IO^{-8}	64
CR	—				I620	2.IO^{-6}	5.IO^{-8}	5I
CRP	I590	I.IO^{-8}	2.IO^{-IO}	55	20I0	4.IO^{-9}	7.IO^{-II}	68
DR1	I570	I.IO^{-8}	2.IO^{-IO}	64	2030	6.IO^{-9}	I.IO^{-IO}	74
DR2	I480	I.IO^{-8}	2.IO^{-IO}	57	I920	8.IO^{-9}	I.IO^{-IO}	70

Продолжение таблицы 4

EPS = I0^{-6}				EPS = I0^{-7}				EPS = I0^{-8}			
NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
29I0	3.I0^{-8}	5.I0^{-I0}	75	4000	3.I0^{-8}	6.I0^{-I0}	I0I	—			
3000	4.I0^{-8}	7.I0^{-I0}	84	4I20	3.I0^{-8}	6.I0^{-I0}	III	—			
22I0	8.I0^{-9}	I.I0^{-I0}	67	3020	6.I0^{-9}	I.I0^{-I0}	85	4I50	6.I0^{-9}	I.I0^{-I0}	II5
2730	5.I0^{-9}	I.I0^{-I0}	9I	37I0	5.I0^{-9}	I.I0^{-I0}	II2	—			
2750	I.I0^{-8}	2.I0^{-I0}	98	—				—			
2640	I.I0^{-8}	2.I0^{-I0}	85	—				—			

Таблица 5

Сравнительные характеристики эффективности программ при интегрировании уравнений движения кометы Герельса 3 с учетом возмущения от Юпитера на интервале I0480 эф.суток

Программа	EPS= I0^{-4}				EPS= I0^{-5}			
	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
NW	———				———			
NWP	———				———			
CR	———				———			
CRP	2650	2.I0^{-8}	5.I0^{-II}	II2	3530	6.I0^{-9}	8.I0^{-I2}	I20
CR1	2640	4.I0^{-8}	I.I0^{-I0}	I25	3490	5.I0^{-8}	I.I0^{-I0}	I49
CR2	2620	I.I0^{-6}	3.I0^{-9}	I23	3520	4.I0^{-8}	I.I0^{-I0}	I5I

Продолжение таблицы 5

EPS = 10^{-6}				EPS = 10^{-7}				EPS = 10^{-8}			
NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T	NF	Δq	Δp	T
—				5820	1.10^{-4}	4.10^{-7}	152	8030 +) 11650	9.10^{-6} 1.10^{-5}	3.10^{-8} 3.10^{-8}	204 271
—				6020	1.10^{-4}	5.10^{-7}	165	+) 8220 11810	2.10^{-6} 5.10^{-8}	7.10^{-9} 1.10^{-10}	227 289
—				5400	2.10^{-4}	7.10^{-7}	155	+) 7550 10950	5.10^{-6} 4.10^{-6}	2.10^{-8} 1.10^{-8}	211 288
4800	2.10^{-8}	6.10^{-11}	149	—				—			
4740	6.10^{-8}	2.10^{-10}	190	—				—			
4860	9.10^{-8}	2.10^{-10}	191	—				—			

движения перед ньютоновскими. Наибольшей эффективностью обладает программа CRP , в которой наряду с преобразованием (2) с показателем n = I используется йовицентрическая система координат при движении комет внутри сферы влияния Юпитера. Преимущество этой программы особенно заметно в случае интегрирования уравнений движения кометы Герельса 3, глубоко проникающей в сферу влияния Юпитера. Программы DR I и DR 2 могут давать точность интегрирования, сравнимую с точностью, даваемой программой CRP , но при этом возрастают затраты машинного времени. Если сравнивать между собой программы DR I и DR 2, то в данном случае предпочтение следует отдать программе DR I, что подтверждает наши выводы, относящиеся к выбору шага интегрирования этими программами. Кроме того, некоторое ухудшение точности результатов, полученных по программам DR I и DR 2, по сравнению с программой CRP связано с использованием системы координат, в которой основные тела (в данном случае Солнце и Юпитер) подвижны.

И, наконец, в табл.6 представлены результаты интегрирования уравнений движения особых малых планет Икар и Географ, а также комет Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3 с учетом возмущений от всех девяти больших планет. В скобках ниже названий объектов приводятся интервалы интегрирования в эфемеридных сутках. Результаты получены по программам CR и CRP как наиболее эффективным из вышеописанных, в оптимальных для них режимах. Для сравнения приводятся результаты интегрирования ньютоновских уравнений движения по программам NW и NWP . Полученные результаты подтверждают высокую эффективность программ, использующих уравнения движения в регуляризированной форме. Эта эффективность тем выше, чем больше эксцентриситет орбиты исследуемого тела. Так, например, точность результатов, полученных при интегрировании уравнений движения Икара по программе CR , более чем на порядок выше соответствующей точности, полученной по программе NW . Время, затраченное на интегрирование при этом, короче более чем в два раза.

Таблица 6

Сравнительные характеристики работ программ при интегрировании уравнений движения особых малых планет Икар и Географ, а также комет Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3 с учетом возмущений от девяти больших планет

Название	Программа	EPS	NF	Δq	Δp	T
Икар (4088 эф. суток)	NW	10^{-7}	9950	$3.6 \cdot 10^{-8}$	$5.1 \cdot 10^{-10}$	234
	CR	10^{-7}	4010	$1.4 \cdot 10^{-9}$	$1.1 \cdot 10^{-11}$	111
Географ (5068 эф. суток)	NW	10^{-5}	3860	$9.6 \cdot 10^{-9}$	$1.6 \cdot 10^{-10}$	104
	CR	10^{-7}	3620	$3.2 \cdot 10^{-9}$	$4.7 \cdot 10^{-11}$	105
Хонда-Мркос-Пайдушакова (4000 эф. суток)	NWP	10^{-7}	4260	$3.3 \cdot 10^{-8}$	$6.1 \cdot 10^{-10}$	111
	CRP	10^{-6}	3110	$6.1 \cdot 10^{-9}$	$1.2 \cdot 10^{-10}$	93
Герельс 3 (10480 эф. суток)	+) NWP	10^{-8}	14390	$1.4 \cdot 10^{-7}$	$4.0 \cdot 10^{-10}$	347
	CRP	10^{-6}	6290	$9.6 \cdot 10^{-8}$	$2.2 \cdot 10^{-10}$	188

Таким образом, проведенное численное исследование говорит о высокой эффективности рассмотренных временных преобразований при интегрировании регуляризированных уравнений движения особых малых планет и комет методом Эверхарта. Сравнение полученных результатов позволяет отдать предпочтение программам, использующим временное преобразование в форме (2) с показателем $n = 1$. Использование данного преобразования при интегрировании уравнений движения особых малых планет и комет в переменных Кустаанхеймо-Штифеля значительно повышает точность результатов и уменьшает затраты машинного времени.

Список литературы

I. Шефер В.А. Исследование движения особой малой планеты Икар //Бюл. ИТА АН СССР. - 1984. - Т.I5. - № 6. - С.347-349.
2. Шефер В.А. Сравнительная эффективность численных алгоритмов, основанных на KS - регуляризации уравнений движения комет //Астрономия и геодезия. - Томск,1980.- Вып.I4.
3. Nacozy P. A discussion of time transformations and lokal truncation errors //Celest.Mech. - 1976. - Vol.13. - N.4.- P.495-501.
4. Heggie D.C. A multi-particle regularization technique.- Astrophys. and Space Sci. - 1971. - Vol.14. - N.1. - P.35-39.
5. Baumgarte J., Stiefel E. Examples of transformations improving the numerical accuracy of the integration of differential equations //Lect.Not. in Math. - 1974. - N.362. - P.207-236.
6. Zare K., Szebehely V. Time transformations in the extended phase-space //Celest.Mech. - 1975. - Vol.11. - N.4.- P.469-482.
7. Шефер В.А. Алгоритм численного исследования движения особых малых планет, основанный на двойной регуляризации уравнений движения //Астрономия и геодезия. -Томск, 1980. - Вып.8. - С.8I-9I.
8. Everhart E. An efficient integrator of very high order and accuracy with appendix listing of RADAU. - Denver, 1974. - P.20.
9. Oesterwinter C., Cohen C. New orbital elements for Moon and planets //Celest.Mech. - 1972. - Vol.5. - N.3. - P.317-395.

Р е з ю м е

В.А.Шефер

ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ РЕГУЛЯРИЗИРОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

На примере численного интегрирования регуляризированных уравнений движения ряда особых малых планет и комет методом Эверхарта одиннадцатого порядка исследована эффективность некоторых временных преобразований.

Таблиц 6, иллюстр. - 8, библиогр. - 9 названий.

S u m m a r y

V.Shefer

INFLUENCE OF TIME TRANSFORMATIONS UPON EFFICIENCY OF NUMERICAL INTEGRATION OF REGULARIZED MOTION EQUATIONS

Efficiency of certain time transformations for the case of numerical integration of regularized motion equations of several minor planets and comets using Everhart's method of 11th order, has been investigated.

K o p s a v i l k u m s

V.Šefers

LAIKA PĀRVEIDOJUMA IETEKME UZ REGULARIZĒTO KUSTĪBAS VIENĀDOJUMU SKAITLISKĀS INTEGRĒŠANAS EFEKTIVITĀTI

Ņemot par piemēru vairāku īpašu mazo planētu un komētu kustību, pētīta dažu laika pārveidojumu efektivitāte regularizēto kustības vienādojumu skaitliskajā integrēšanā ar vienpadsmitās kārtas Everharta metodi.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ. 1986

УДК 521.73

В.В.Радзиевский
(Горьковский
пединститут)

О СУЩЕСТВОВАНИИ ТРАНСПЛУТОНОВЫХ МАССИВНЫХ ТЕЛ С ОБРАТНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

(новые небесно-механические обоснования первого закона диффузии)

Карл Августович Штейнс является одним из признанных пионеров в создании и развитии теории диффузии комет. Он обобщил первый закон диффузии, учтя дезинтеграцию комет в зависимости от перигелийного расстояния, и открыл второй и третий законы диффузии.

Как известно, первый закон диффузии, установленный статистическими методами, говорит о наличии положительной корреляции между большой полуосью орбит комет (a) и углом наклона (i) их орбит. Такая корреляция может быть записана в одной из двух эквивалентных форм.

$$C_1' a \approx C_2' + C_3' i , \quad C_1 z \approx C_2 + C_3 \cos i, \quad \text{(I)}$$

где $z = a^{-1}$, C - константы.

Корреляция (I) означает, что с уменьшением a , т.е. с увеличением z , уменьшается i , т.е. увеличивается $\cos i$ или наоборот.

Этот закон был подтвержден многочисленными статистическими данными в работах К.А.Штейнса /I, 2/ и других авторов /3, 4/, и потому не может вызывать сомнения.

И тем не менее, место для сомнений оставалось: ведь в процессе диффузии происходит постепенное накопление случайных малых планетных возмущений. Но как бы ни мало было возмущение от планеты, оно не может изменить константу Тиссерана, которая в произвольной системе единиц записывается так:

$$C' = \frac{\mu}{a} + 2\omega\sqrt{\mu(1-e^2)a}\cos i, \qquad (2)$$

где μ - гравитационный параметр центрального тела (Солнца),
ω - постоянная угловая скорость второго массивного тела (планеты),
e - эксцентрисет орбиты малого тела (кометы),
a и i уже упоминались.

При применении (2) к различным планетам обычно пренебрегают отклонением их орбит от плоскости эклиптики.

Константа Тиссерана (2) имеет энергетическую размерность. Разделим обе части (2) на квадрат линейной скорости планеты μA^{-1}, где A - радиус ее орбиты. Учитывая, что $\omega = \mu^{1/2} A^{-3/2}$ находим величину C' в безразмерном выражении

$$C = \frac{a}{A} + 2\sqrt{(1-e^2)\frac{a}{A}}\cos i. \qquad (3)$$

Наконец, вводя перигелийное расстояние q и осуществляя замены: $a(1-e^2) = q(1+e)$; $a^{-1} = z$, получаем формулу Тиссерана в нужном нам виде;

$$Az = C - 2\sqrt{(1+e)qA^{-1}}\cos i. \qquad (4^-)$$

Для почти параболических комет $e \cong 1$, а величину q К.А.Штейнс полагал постоянной в процессе диффузии от планет.

Формула (4^-) предписывает отрицательную корреляцию между z и $\cos i$ (с ростом z уменьшается $\cos i$ и наоборот), что противоречит закону (I).

Чтобы снять это противоречие, в правой части (4^-) надо заменить знак "-" на "+" или, что то же самое, заменить $\cos i$ на $\cos(180-i)$. Физический смысл такой замены имеет однозначную интерпретацию.

Пусть в плоскости эклиптики движется планета или иное массивное тело в обратном направлении. Углы наклона i' всех кометных орбит по отношению к этой планете будут отличаться от каталожных значений i так, что $i'+i = 180^0$. Таким образом, заменяя правильное значение угла наклона i' каталожным значением i, мы получаем знак "-" в константе Тиссерана (2), записанной для планеты с обратным движением. Это и даст требуемый знак "+" в правой части (4):

$$Az = C + 2\sqrt{(1+e)qA^{-1}}\cos i. \qquad (4^+)$$

К выводу о существовании в солнечной системе массивного тела (или тел) с обратным движением автор этих строк пришел на основе других соображений. Однако теперь становится ясным, что результаты, изложенные в данной работе, являются новым небесно-механическим подтверждением первого закона диффузии, а этот закон, в свою очередь, является убедительным подтверждением факта существования в солнечной системе массивного тела с обратным движением.

Прежде чем переходить к детальному анализу данной проблемы, докажем следующие теоремы, связанные с критерием Тиссерана.

ТЕОРЕМА I

Если между двумя прохождениями через перигелий комета претерпела возмущением от одной планеты, в результате чего ее элементы z_1, q_1, e_1, i_1 приобрели значения z_2, q_2, e_2, i, то период обращения P возмутившей планеты определяется отношением приращения удельного момента количества движения кометы в проекции на ось эклиптики $K=\sqrt{(1+e)q}\cos i$ к приращению удельной механической энергии кометы (0,5 z), если положить μ = I. При этом у нас останется свобода в выборе единиц измерения длины и времени. В качестве таковых мы будем использовать астрономическую единицу и сидерический период Земли, соответственно. В выбранных единицах $P^2 = A^3$.

Для доказательства теоремы достаточно записать формулу (3) для двух наборов элементов, приравнять ее правые части, пользуясь неизменностью C, и решить полученное равенство относительно A. Это дает

$$P = A^{3/2} = \frac{2\sqrt{(1+e_2)q_2}\cos i_2 - 2\sqrt{(1+e_1)q_1}\cos i_1}{z_1 - z_2}. \qquad (5)$$

Следствие: Если правая часть (5) оказывается отрицательной, то это значит, что возмутившая планета имеет обратное движение. Для доказательства этого следствия достаточно повторить вывод формулы (5), используя формулу (3) со знаком "–".

ТЕОРЕМА 2

Если известны параметры кометы z и K в моменты $t_0\,(z_0, K_0)$ и $t_n\,(z_n, K_n)$, в промежутке между которыми комета подвергалась последовательным возмущениям со стороны нескольких планет с периодами P_1, P_2, ... P_n, то по формуле (5) мы получим среднее взвешенное значение периодов всех планет, причем под "весом" каждой планеты следует подразумевать ее вклад Δz в изменение удельной механической энергии кометы. В самом деле, как видно из (5), после каждого из возмущений возникают соотношения:

$$P_1(z_0 - z_1) = 2(K_1 - K_0)$$

$$P_2(z_1 - z_2) = 2(K_2 - K_1)$$

....

$$P_n(z_{n-1} - z_n) = 2(K_n - K_{n-1})$$,

Складывая эти равенства, получим:

$$2(K_n - K_o) = \sum_{o}^{n} P_i (z_{i-1} - z_i). \quad (6)$$

С другой стороны, применяя формулу (5) непосредственно к начальным и конечным значениям параметров z и K, мы запишем

$$P = \frac{2(K_n - K_o)}{z_o - z_n}, \quad (7)$$

Подставляя (6) в (7) и учитывая, что $z_o - z_n = (z_o - z_1) + (z_1 - z_2) + \ldots$, находим

$$P = \frac{\sum P_i \Delta z_i}{\Delta z_i}. \quad (8)$$

Следствие I: Если первое возмущение комета получила от планеты с обратным движением и очень большим периодом, а последующие соизмеримые возмущения получает от планет с относительно малыми положительными периодами, то неравенство $P < 0$ будет долго сохраняться в качестве реликтового фактора. Модуль P будет постепенно уменьшаться, пока не произойдет инверсия знака P.

Следствие 2: Если в формуле (5) используются два набора элементов орбиты коротко-периодической кометы в появлениях, разделенных ее многими прохождениями через перигелий, то будет получено среднее взвешенное значение периодов всех планет, принявших участие в возмущениях.

ТЕОРЕМА 3

Если две различные кометы с одинаковыми начальными значениями z_o и K_o претерпели одновременно или в разное время возмущения от одной и той же планеты, то подстановка новых значений этих параметров (z_1, K_1 и z_2, K_2) в формулу (5) определит период возмущающей планеты.

В самом деле, после возмущения параметров каждой из комет возникнут соотношения

$$P_0(z_0 - z_1) = 2(K_1 - K_0),$$

$$P_0(z_0 - z_2) = 2(K_2 - K_0).$$

Вычитая первое из второго, получим:

$$P_0 = \frac{2(K_2 - K_1)}{z_1 - z_2},$$

что эквивалентно (5).

ТЕОРЕМА 4

Если афелийное расстояние орбиты малого тела $Q = A$, а эксцентриситет его орбиты $e \to 1$, то константа Тиссерана малого тела не зависит от других элементов его орбиты: она всегда будет равна приблизительно двум. В самом деле, при $e \to 1$, $Q = a(1+e) \to 2a = A$. Таким образом, первый член правой части (3) стремится к двум, а второй – к нулю.

Следствие: Если афелии подмножества долгопериодических комет размещаются на приблизительно одинаковом расстоянии от Солнца и на этом же расстоянии движется по круговой орбите массивное тело, то по отношению к этому телу константы Тиссерана данных комет будут одинаковы. Таким образом, применение формулы (5) не к одной комете, в разных появлениях, а к двум разным кометам, инжектированным в сторону Солнца из области их афелиев массивным телом, в силу равенства $C_1 = C_2 = 2$, должно было бы, в принципе, показать период возмутившего тела. Но здесь возникает одна трудность. Формула (5) перестает работать для очень больших значений P. Большая величина P требует либо очень большого знаменателя, либо очень малого числителя в правой части (5). В первом случае открытие одной из комет, образующих пару, было бы невозможным, во втором случае ошибка в вычислении z намного превосходила бы величину разности Δz .

Поэтому, применяя (5) к почти параболическим кометам, нам придется довольствоваться определением знака $\pm\ P$, что позволит установить, какая именно корреляция, отрицательная (4^-) или положительная (4^+), господствует в процессе эволюции кометных орбит. При этом можно заранее ожидать, что эффект преобладания того или иного знака P будет сильно "разжижен" теми парами, у которых знак P окажется случайным.

В то же время для комет с уверенно определенными значениями a , формула (5) работает превосходно. Применяя эту формулу к короткопериодическим кометам, можно было бы даже открыть Юпитер, если бы мы не знали о его существовании.

В работе /5/ были скомбинированы все соседние появления всех короткопериодических комет, наблюдавшихся неоднократно по данным каталога Марсдена /6/. Всего получено 391 значение радиусов орбит (A) возмущающих планет. Распределение этих пар по величине A представлено на рис. 1. Исключительно резко выраженный максимум кривой $N(A)$ приходится на A = 5.2 а.е. Для 10 пар получено $P < 0$. Это можно было бы приписать влиянию негравитационных эффектов, если бы не то обстоятельство, что во всех 10 случаях разность Δz , стоящая в знаменателе правой части (5), была меньше вероятных ошибок измерения z .

Кривая $N(A)$ позволяет сделать вывод о безраздельном господстве Юпитера в процессе эволюции кометных орбит и об отсутствии заметного вклада Сатурна и других планет, который проявляется лишь в редких случаях.

Любопытный результат дает применение формулы (5) к комете Галлея.

В интервале между 1682 и 1759 годами, как известно, Сатурн внес значительный вклад в возмущение кометы. Подстановка в формулу (5) элементов орбит для этих двух эпох дает P = 17,41 года. Пренебрегая влиянием других планет, по формуле (8) будем иметь

$$17.41 = \frac{11.86\,\Delta z_4 + 29.46\,\Delta z_2}{\Delta z_4 + \Delta z_2},$$

откуда $\Delta z_2 = \pm\, 0.46\,\Delta z_4$, причем знак "+" соответствует одноименному вкладу обеих планет в изменение энергии кометы.

Если только что полученный результат представляется вполне правдоподобным, то применение формулы (5) к появлениям кометы Галлея в 295 г. и в 1910 г. приводит к поразительному выводу. Средний взвешенный период возмущающих планет за эти 1600 лет оказывается равным 4,47 года (A = 2,7 а.е.), т.е. точно соответствует среднему периоду астероидов.

С формальной точки зрения возможны три интерпретации этого феномена:

1) огромный вклад Земли и Венеры в изменение z ,

2) таинственный вклад астероидов,

3) ошибка в данных для элементов орбиты кометы Галлея на 295 год.

Для оценки порядка относительных вкладов Юпитера и Земли (пренебрегая вкладом Венеры) в изменение z кометы, подставим в формулу (8) P = 4,47 года и периоды указанных планет. Мы получим Δz_3 = 2,13 Δz_4 . Чтобы вклад Земли вдвое превосходил вклад Юпитера, тем более невероятно, что, как уже говорилось выше, влияние планет группы Земли на все остальные 390 значений P для короткопериодических комет практически не проявилось.

Влияние кольца астероидов требует введения дополнительных гипотез (например, о наличии мощных кулоновых или ударных взаимодействий), которые мы пока рассматривать не станем. Заметим только, что в случае правильности второго предположения элементы орбиты кометы Галлея могут существенно измениться осенью 1985 г. после ее очередного прохождения через нисходящий узел орбиты, лежащий внутри кольца астероидов.

Вернемся теперь к обсуждению основной проблемы данного исследования - к доказательству того, что наблюдаемые кометы инжектировались в сторону Солнца массивным телом с обратным движением.

Запишем формулу (5) для двух наугад выбранных долгопериодических комет:

$$P = \frac{2(K_j - K_i)}{z_i - z_j}. \qquad (9)$$

Если эти кометы генетически не связаны друг с другом, пришли из разных точек облака Оорта и не подвергались возмущениям одной и той же планеты, то знак P с равной вероятностью может быть положительным и отрицательным.

В самом деле, $P > 0$,

если

$$K_j > K_i \quad \text{и} \quad z_i > z_j \qquad (10)$$

или наоборот.

Если

$$K_j > K_i \quad \text{а} \quad z_i < z_j \qquad (11)$$

или наоборот, то $P < 0$.

Если не существует корреляции между изменениями K и z, то неодинаковая вероятность (10) и (11) могла бы быть следствием только эффектов селекции. Однако важным свойством синтетического параметра является независимость от него вероятности открытия данной пары комет. На вероятность открытия каждой кометы косвенным образом (через посредство q и i) может влиять величина K. Что же касается величины z, то она у долгопериодических комет настолько мала, что ее влияние на скорость кометы в перигелии (единственный фактор, который мог бы иметь связь с вероятностью открытия), совершенно ничтожно.

В худшем для нас случае параметр (9), записанный для произвольной пары параболических комет, не имеющих генетической близости, ни о чем не говорит. Формально он определяет период движущейся в плоскости эклиптики гипотетической и, скорее всего, несуществующей планеты, по отношению к которой константы Тиссерана этих двух комет были бы одинаковыми.

Для выявления статистического значения параметров (9) проведем следующий качественный анализ эволюции кометной системы.

Пусть в начальный момент все кометы имеют средние значения параметров K_0 и z_0. Взаимодействие каждой из них с прямой планетой согласно критерию (4^-) будет приводить либо к росту z и уменьшению K, либо наоборот. И в том и в другом случае, если оказалось, что $K_1 > K_0$, то более вероятно, что $z_1 < z_0$ или, если $K_1 > K_2$, то более вероятно, что $z_2 > z_1$. В этом случае формула (9) даст $P > 0$. Если кометы провзаимодействовали с обратной планетой, то мы получим $P < 0$, т.к. согласно критерию (4^+) такое взаимодействие приводит к одновременному увеличению или уменьшению и K и z.

Взаимодействие с прямыми планетами и прежде всего с Юпитером можно считать достоверным. Поэтому, если бы не существовало обратных возмущающих масс, статистическое множество параметров (9) должно было бы характеризоваться неравенством $\mathcal{N}^+ > \mathcal{N}^-$, где $\mathcal{N}^+$ - число пар, давших $P > 0$, $\mathcal{N}^-$ - число пар, давших $P < 0$.

В результате последовательного взаимодействия с обратной, а затем с прямыми планетами, существенное неравенство $\mathcal{N}^+ < \mathcal{N}^-$ может возникнуть только в случае огромной удаленности обратной планеты. Лишь в этом случае, согласно (8), ее весовой вклад в изменение z может стать соизмеримым с суммарным вкладом прямых планет.

В порядке первой рекогносцировки, для сокращения вычислительной работы мы не стали образовывать всевозможные сочетания долгопериодических комет, а использовали лишь кометы с "пологими" орбитами ($i < 20^0$ и $i > 160^0$). Именно эти кометы имеют максимальные шансы провзаимодействовать с эклиптическими планетами. Указанные кометы позволили образовать 650 пар со знаменателем в (9), отличным от нуля. Распределение всех пар по знаку P привело к следующему результату: $\mathcal{N}^+ = 237$; $\mathcal{N}^- = 413$. Таким образом, можно считать установленным эффект резко выраженного преобладания пар с отрицательным значением p.

Величину эффекта будем оценивать отношением

$$W = \frac{\mathcal{N}^+ - \mathcal{N}^-}{\mathcal{N}^+ + \mathcal{N}^-} . \qquad (12)$$

Вероятность случайности найденного распределения пар можно определить по формуле

$$p(W) = 2\left[\Phi(\sqrt{\mathcal{N}}) - \Phi(|W|\sqrt{\mathcal{N}})\right], \qquad (13)$$

где $$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt .$$

Для найденного распределения формулы (12) и (13) дают $W = -0{,}271$; $p(W) < 10^{-7}$, т.о. случайность здесь практически исключена.

Итак, мы получили первое весомое указание на то, что в солнечной системе существует по крайней мере одно массивное возмущающее тело с обратным движением на чрезвычайно большом расстоянии от Солнца.

Попытаемся ответить на вопрос, где может находиться это тело и является ли оно единственным?

Можно было бы привести многие десятки литературных ссылок на работы, в которых устанавливается наличие двух максимумов в распределении перигелиев долго-периодических комет по их эклиптической долготе $\mathcal{L}$. Главный максимум имеет своим центром $\mathcal{L} = 270^0$, второй максимум наблюдается при $\mathcal{L} = 90^0$.

Нетрудно было бы предположить, что первый максимум образуется кометами с афелиями, имеющими $\mathcal{L} = 90^{\circ}$, где находилось возмущающее тело, движущееся в пределах внутренней части облака Оорта и своим воздействием на кометы, вызывающее их разброс, в том числе в направлении Солнца. Кстати сказать, такое предположение недавно было высказано несколькими авторами, сторонниками существования карликового спутника Солнца - звезды Немезиды /7/. Предполагается, что эта звезда производит разброс комет при прохождении через свой перигелий по внутреннему краю облака Оорта. При периоде обращения вокруг Солнца в 30.10^{6} лет эта звезда находится в районе перигелия $\pm 10^{\circ}$ около миллиона лет. Движение в области перигелия может быть с достаточной точностью апроксимировано движением по отрезку окружности при повышенной редуцированной массе Солнца. Как известно /8/, различие редуцированных масс Солнца для второго и третьего тел в ограниченной задаче трех тел не влияет на форму интеграла Якоби, и в данном случае может лишь немного повлиять на величину редуцированной константы Тиссерана.

Однако пока мы не будем себя связывать гипотезой о существовании "Немезиды", тем более, что наличие двух максимумов перигелиев позволяет думать о существовании двух возмущающих тел в Солнечной системе.

Для проверки этого предположения выделим две группы комет с долготой перигелия, заключенной в пределах $\mathcal{L} = 270^{\circ} \pm 45^{\circ}$ и $90^{\circ} \pm 45^{\circ}$. Резкое уменьшение статистического материала придется скомпенсировать увеличением крутизны наклона орбит ($i < 60^{\circ}$ и $i > 120^{\circ}$). Сочетать в пары (9) будем только кометы, принадлежащие к одной из 4-х групп, разделенных по признаку $\mathcal{L}$ и по знаку $\cos i$.

Всего таким путем было получена 1141 пара с конечными значениями P, из которых $N^{+} = 484$, $N^{-} = 657$. Величина эффекта несколько уменьшилась: $W = -0,152$, что могло произойти благодаря привлечению комет с крутыми наклонами. У таких комет взаимодействие с Юпитером вблизи перигелия остается актуальным, а взаимодействие в афелии с массой, движущейся в плоскости эклиптики, резко снижается.

Анализ образованных пар дает еще один убедительный аргумент в пользу существования в Солнечной системе возмущающих масс с обратным движением.

Как известно, малое тело, входящее в сферу действия Лапласа, подвергается тем большему возмущению гелиоцентрических элементов, чем меньше его относительная скорость на границе сферы действия. Отсюда следует, что попутные, в смысле направления гелиоцентрического движения, тела подвержены более значительным возмущениям, чем встречные.

Для Юпитера попутными телами являются кометы с $i < 90^0$, а для гипотетической массы с обратным движением кометы с $i > 90^0$. Исходя из этих соображений, можно думать, что эффект (I2), вычисленный отдельно для комет с прямым и обратным движением, уменьшится, по сравнению со средней величиной, для первых и возрастет для вторых. Соответствующий подсчет, результаты которого приведены в первых двух строчках таблицы I, полностью подтвердил это предположение; эффект для прямых комет не только уменьшился по модулю, но и изменил свой знак на обратный.

Таблица I

Распределение комет по знаку осредненного периода гелиоцентрического движения возмущающих масс

$\Delta\mathcal{L}$	Δi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}^+ (p>0)$	$\mathcal{N}^- (p<0)$	W	$p(W)$
Все $\mathcal{L}$	120^0-180^0	606	197	409	-0,350	10^{-7}
-"-	$0-60^0$	535	287	248	+0,073	0,09
-"-	Все i	1141	484	657	-0,152	10^{-7}
225^0-315^0	-"-	760	310	450	-0,184	10^{-7}
45^0-135^0	-"-	381	174	207	-0,087	0,09
225^0-315^0	120^0-180^0	435	119	316	-0,453	10^{-8}

В третьей строчке таблицы I указан средний эффект для всех использованных пар, а в 4-й и 5-й строчках отдельно для квадрантов эклиптики с вершинами $\mathcal{L} = 270^{\circ}$ и $\mathcal{L} = 90^{\circ}$.

Вероятность случайности распределения, приведенного в 5-й строчке, согласно (13), увеличилась до $p(W) = 0,09$, что не позволяет с большой уверенностью говорить о существовании второго массивного тела с обратным движением, находившегося в эпоху разброса комет в направлении $\mathcal{L} = 270^{\circ}$.

В последней строчке таблицы I приведено распределение пар по знаку P для комет с обратным движением и перигелиями в квадранте с вершиной $\mathcal{L} = 270^{\circ}$. Для этих комет величина эффекта достигает максимального по модулю, поразительно большого значения.

Если исходить из предположения, что максимум перигелиев орбит на участке неба со средними координатами $\mathcal{L} = 270^{\circ}$, $B = 0^{\circ}$ вызван притоком комет из противоположной точки, где располагается перигелий орбиты массивного тела с обратным, не слишком медленным движением, то можно ожидать, что максимум перигелиев комет, открытых в XIX веке, будет смещен в прямом направлении по сравнению с кометами XX века. Выполненная нами проверка не подтвердила этого предположения: максимум перигелиев в обоих случаях приходится на долготу $270^{\circ} \pm 15^{\circ}$. Это означает, что даже в перигелии гипотетическое тело движется со скоростью менее 15° в 100 лет и, следовательно, его период превосходит 2400 лет, а большая полуось $a > 180$ а.е.

В заключение данной статьи сопоставим полученные результаты с упомянутой выше гипотезой о Немезиде. Допустим, что сгущение афелиев комет в сегменте небесной сферы с координатами вершины $\mathcal{L} = 90^{\circ}$. $B = 0^{\circ}$ (граница созвездий Близнецов и Ориона) совпадает с перигелием Немезиды, которая была здесь II миллионов лет назад. Самое слабое место этой гипотезы связано с вопросом: как могло так долго сохраняться известное нам распределение перигелиев? Однако, если это так, то сейчас Немезида должна находиться

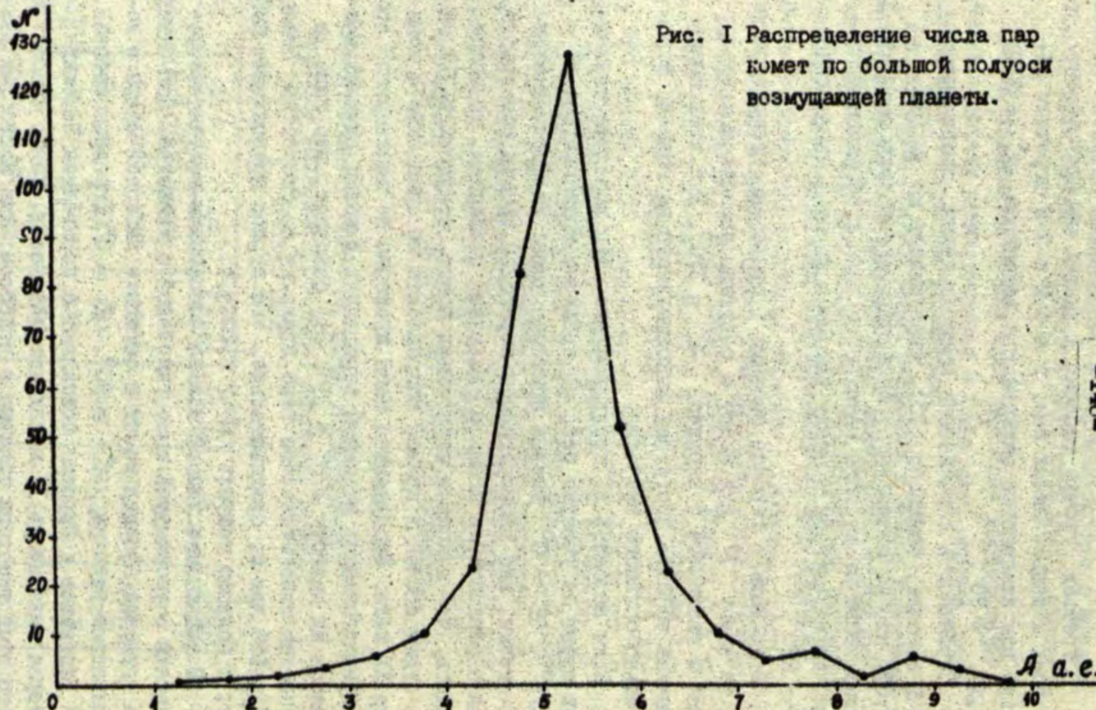


Рис. I Распреоеление числа пар комет по большой полуоси возмущающей планеты.

вблизи своего афелия в точке с координатами $\mathcal{L} = 270^\circ \pm 15^\circ$, $B = 0^\circ \pm 15^\circ$ (созвездие Стрельца).

В настоящее время на ЭВМ Горьковского и Вологодского пединститутов выполняется работа по определению наклонов орбит комет по отношению ко всевозможным плоскостям и поиску плоскости, для которой эффект W окажется максимальным. Когда такая плоскость будет найдена, останется найти направление максимума-максиморума данного эффекта.

Результаты этой работы будут изложены в следующей статье.

Список литературы

1. Штейнс К.А. Эволюция орбит комет // Уч. зап. Латв. гос. ун-та.- 1964.- Вып.68.- С. 39-64.
2. Shteins K.A. Diffusion of Comets from Parabolic into Nearly Parabolic Orbits // IAU Symp.- N45.- P. 347, 972.
3. Oort Y.H. Origin and Development of Comets // The Observatory.- 1951.- N71.- P. 129.
4. Таманов В.П.// Астрон. журнал.- 1981.- Вып.58.- С. 408.
5. Marsden B.G. Catalogue of Cometary Orbits // Cambridge, Mass.- 1982.
6. Simon Sh.// Sci News.- 1984.- N125.- P. 116.
7. Радзиевский В.В. Астрон. журн.- 1950.- № 27.- С. 250.

Аннотация

Б.В.Радзиевский

О СУЩЕСТВОВАНИИ ТРАНСПЛУТОНОВЫХ МАССИВНЫХ ТЕЛ С ОБРАТНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Доказаны 4 теоремы, вытекающие из критерия Тиссерана. Введен новый "синтетический" параметр для кометных орбит, распределение по которому не зависит от эффектов селекции.

На основе анализа распределения комет по этому параметру получены веские аргументы в пользу существования в Солнечной системе массивных трансплутоновых тел с обратным движением.

Высказано предположение о месте нахождения одного из них. Показано, что первый закон диффузии вытекает из критерия Тиссерана в применении к планете с обратным движением и является свидетельством в пользу существования таковой.

Summary

V.Radzijevsky

ON EXISTENCE OF MASSIVE TRANS-PLUTONIAN BODIES WITH RETROGRADE MOTION

Four theorems resulting from Tisserand's criteria have been proved. A "synthetic" comet orbit parameter, distribution by which does not depend upon selection effects, has been introduced.

While analysing distribution of comets by this parameter, significant proofs of existence of massive trans-plutonian bodies with retrograde motion have been obtained. Possible whereabouts of such a body have been supposed. The first comet diffusion law has been shown to be deductable from Tisserand's criterion, as applied to a planet with retrograde motion. In this way, it represents some proof of existence of such a planet.

K o p s a v i l k u m s

V.Radzijevskis

PAR MASĪVU RETROGRĀDĀ VIRZIENĀ RIŅĶOJOŠU ĶERMEŅU PASTĀVĒŠANU AIZ PLUTONA ORBĪTAS

Pierādītas 4 teorēmas, kas izriet no Tiserāna kritērija. Ieviests jauns "sin+ētisks" komētu orbītu parametrs, pēc kura sadalījums nav atkarīgs no selekcijas efektiem.

Analizējot komētu sadalījumu pēc šī parametra, iegūti svarīgi argumenti par labu masīvu retrogrādā virzienā riņķojošu ķermeņu pastāvēšanai aiz Plutona orbītas. Norādīts, kur varētu atrasties viens šāda veida ķermenis. Parādīts, ka pirmais komētu difūzijas likums izriet no Tiserāna kritērija, kas piemērots planētai ar retrogrādu kustību un tādējādi liecina par šādas planētas pastāvēšanu.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ
АСТРОНОМИЯ.1986

УДК 521.73

А.Л.Салитис
(Даугавпилсский пединститут)

ОБ УТОЧНЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Для решения задач космогонии комет методами небесной механики важно знать точные элементы их орбит. Исходные элементы, если они определены с высокой степенью точности, позволяют подробно исследовать эволюцию орбит и выявить целый ряд факторов, оказывающих влияние на параметры траекторий движения комет.

Бурное развитие счетно-вычислительных средств за последние десятилетия позволило проводить всеобъемлющие исследования комет с точки зрения небесной механики. Параллельно исследованию эволюции реальных комет, особенно для долгопериодических комет, проводятся исследования гипотетических объектов с определенными начальными характеристиками орбит, которые допускает та и или другая гипотеза о происхождении комет. Такой метод, в частности, применяли Дж.Фернандес [I], С.Ябусита [2], П.Вейссман [3] и другие. Естественно, что результаты, полученные на основе такой модели с гипотетическими кометами, будет зависеть от реальности выбранной модели и методов ее исследований, поэтому выводы, вытекающие из такого рода теоретических исследований необходимо проверить на реальных объектах. В связи с этим к определению параметров траекторий движения комет выдвигаются высокие требования. Иметь точные значения элементов орбит безусловно важно и для статистических исследований долгопериодических комет, так как большие погрешности могут существенно изменить распределение комет по значениям элементов.

Наиболее достоверные значения элементов, как известно, получают путем улучшения орбиты. Точность элементов орбиты будет тем выше, чем больше наблюдений участвует в окончательном улучшении и чем большую дугу наблюдений они охватывают. Как правило, часть наблюдений отбрасывается уже в предворительной обработке, так как они обладают низкой точностью. В последующем в ходе улучшения орбиты отбрасывается еще некоторая часть наблюдений, поскольку они дают большие O – C (наблюденные координаты минус вычисленные). В тех случаях, когда имеем мало наблюдений, важно по возможности больше наблюдений сохранить для дальнейшего улучшения. Особенно актуальна проблема количества используемых в улучшении наблюдений для долгопериодических комет, которые, как правило, имеют одно сближение с Солнцем и поэтому в данном случае нельзя применить метод объединения.

Методами улучшения орбит, которые применяют в ИТА АН СССР, в первоначальном этапе улучшения отброшенные наблюдения в последующем улучшении не участвуют. Однако повторное использование отброшенных наблюдений в некоторых случаях может дать некоторое улучшение. Например, И.Ю.Евдокимов и Ю.В.Евдокимов [4] при повторном улучшении элементов орбит двух появлений кометы, интегрируя вторично уравнения движения , включали все наблюдения и получали все O – C опять для всех наблюдений, включая отброшенные. Такой способ отбора оказался оправданным, так как часто отброшенные наблюдения после улучшения давали незначительные O – C и могли быть использованы при следующем улучшении.

Мы в своих исследованиях применяли несколько иной метод использования отброшенных наблюдений. В окончательном этапе улучшения отброшенные наблюдения по алгоритму ИТА, мы включали заново после некоторой дополнительной обработки.

Согласно нами предложенному способу улучшения [5] , включение бракованных наблюдений повторно зависит от характера их ошибок, в основе которого - видимая форма кометы, отличающаяся от точечной.

Мы исследовали, как рассеиваются O – C для отброшенных наблюдений кометы Беннета I970 II в фиксированной системе координат с осями $\Delta\alpha\cos\delta$ и $\Delta\delta$ (рис.I). Оказалось, что O–C отброшенных наблюдений для данной кометы рассеиваются вдоль некоторого направления, названного нами осью максимального разброса наблюдений. Такой характер рассеивания O - C указывает на различную дисперсию ошибок наблюдений по разным направлениям или, в некоторых случаях, даже о систематическом характере ошибок наблюдений. Как показали исследования фотоснимков кометы Беннета и описания ее видимой формы, ось максимального разброса наблюдений совпадает с ориентацией хвоста кометы для данного периода наблюдений. Этот факт подтверждает нами высказанную идею о влиянии видимой формы на точность измерений положений [5].

Такая дополнительная обработка O - C кометы 1970 II позволила из 16 отброшенных наблюдений включить заново в улучшении 6 наблюдений . O - C для этих наблюдений располагаются на расстоянии, не превосходящем 3σ от оси максимального разброса наблюдений и 8σ от начала системы координат $\Delta\alpha\cos\delta\, O\, \Delta\delta$, где σ - средняя квадратическая ошибка.

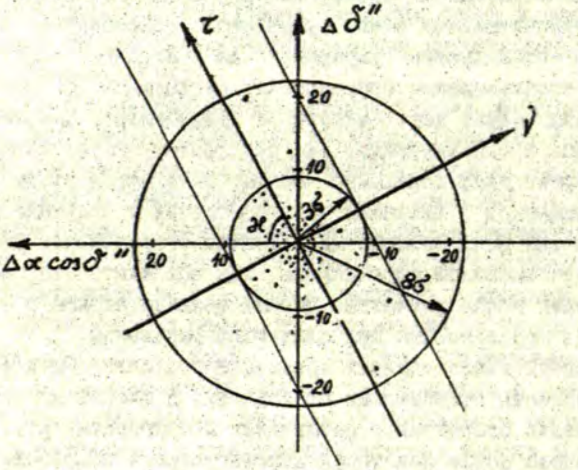


Рис.1

Затем спроецировали эти бракованные наблюдения на ось максимального разброса наблюдений τ и направление, перпендикулярное оси разброса наблюдений ν. Проекцию по оси τ в улучшении не учитывали, так как она является грубоошибочной, а использовали лишь проекцию по оси ν . Это позволило для каждого повторно в улучшении включенного наблюдения составить по одному условному уравнению. Условное уравнение для проекции на ось ν можно получить из классических условных уравнений (I) и (2), в которых a_{nk}, b_{nk} обозначают коэффициенты, получаемые общеизвестными методами небесной механики, а Δe_k обозначает поправки элементов орбиты M_0, i, Ω, ω, a, e.

$$\sum_{k=1}^{6} a_{nk}\Delta e_k = \Delta\alpha_n \cos\delta_n \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{6} b_{nk}\Delta e_k = \Delta\delta_n \qquad (2)$$

Для этого уравнение (I) умножаем на $(-\sin\varkappa)$, а уравнение (2) на $\cos\varkappa$, где $\varkappa$ - угол между осью максимального разброса наблюдений и положительным направлением оси $\Delta\alpha\cos\delta$ определяется графически (рис.I). Полученное уравнение можно записать в форме

$$\sum_{k=1}^{6} c_{nk}\Delta e_k = d_n, \qquad (3)$$

где $$c_{nk} = -a_{nk}\sin\varkappa + b_{nk}\cos\varkappa,$$

а $$d_n = -\Delta\alpha_n\cos\delta_n\sin\varkappa + \Delta\delta_n\cos\varkappa.$$

Прибавляя таким образом полученные 6 уравнений вида (3) к обыкновенной системе условных уравнений,мы получили расширенную систему условных уравнений, состоящую из I28 условных уравнений, используя при этом 67 наблюдений.

Решение расширенной системы условных уравнений позволило найти элементы орбиты кометы Беннета I970 II, которые даны в таблице. Из данных таблицы следует, что нами полученные элементы орбиты ближе к элементам Б.Марсдена [6], полученным на основе I53 наблюдений, чем элементы, полученные общеизвестным способом. О применимости предлагаемого метода улучшения орбит свидетельствует также средняя квадратическая ошибка σ, которая получилась меньше средней квадратической ошибки при улучшении классическим методом.

В заключение можно сделать вывод, что предлагаемый способ улучшения с использованием бракованных наблюдений, при учете видимой формы кометы, может быть успешно приме-

Таблица I

Элементы орбиты кометы Беннета 1970 II

Элементы / Автор и способ вычислений	M_0	ω	Ω	i	e	$\frac{1}{a}$	σ
Б.Марсден	0°,008784	354°,15100	223°,95890	90°,04370	0,996193	0,007081	—
А.Л.Салитис, по программе ИТА АН СССР	0°,008785	354°,14777	223°,95789	90°,04325	0,996193	0,007082	2″,64
А.Л.Салитис, используя ось максимального разброса наблюдений	0°,008785	354°,15037	223°,95799	90°,04416	0,996193	0,007081	2″,43

нен для улучшения орбит комет со сложной видимой формой. Данный способ может оказаться ценным для улучшения орбит долгопериодических комет с малым числом точных наблюдений.

Список литературы

I. Fernandez J.A. Evolution of comet orbits under the influence of the giant planets and nearby stars // Icarus, 1980.- V.42,N.3.- P. .06-421.

2. Yabushita S. Stellar perturbations of orbits of long-period comets // Astron. and Astrophys.- 1972.- V.16.- P. 395-403.

3. Weissman P.R. Stellar perturbations of the cometary cloud // Nature.- 1980.- V.288.- N.20.- P. 242-243.

4. Евдокимов И.Ю., Евдокимов Ю.В. О негравитационных эффектах в движении кометы Брукса 2 // Кометы и метеоры, 1980.- № 29-31.- С. 73-81.

5. Салитис А.Л. Зависимость точности измерений от формы объекта // Анализ движения небесных тел и их наблюдений.- Рига, 1982.- С. 37-43.

6. Marsden B.G. Catalogue of cometary orbits.- Cambridge, Mass.- 1979.

Резюме

А.Л.Салитис

ОБ УТОЧНЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Предложен способ улучшения орбит, позволяющий использовать часть бракованных наблюдений с ошибками определенного характера, в основе которого - видимая форма объекта. Данным способом проведено улучшение орбиты кометы Беннета 1970 II. Полученные элементы орбиты сравниваются с элементами, полученными другими методами.

K o p s a v i l k u m s

A.Salītis

PAR ILGPERIODA KOMĒTU ORBĪTU ELEMENTU UZLABOŠANU

Izstrādāts paņēmiens orbītu uzlabošanai, kurš dod iespēju izmantot uzlabošanā kļūdainus novērojumus ar noteiktu kļūdas raksturu, kuras pamatā objekta redzamā forma. Ar šo paņēmienu uzlabota Beneta 1970 II komētas orbīta. Iegūtie orbītas elementi salīdzināti ar orbītas elementiem, kuri aprēķināti ar citām metodēm.

S u m m a r y

A.Salitis

ABOUT THE IMPROVEMENT OF ORBITAL ELEMENTS OF LONG-PERIOD COMETS

This paper deals with an orbit improvement method which enables the use of those low-accuracy observations, whose errors are introduced by object's non-pointlike appearance. The orbit of Bennet's 1970 II comet has been improved by this method, and the results are compared with those obtained by other methods.

Содержание

C o n t e n t s

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И ИХ НАБЛЮДЕНИЯ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

Рецензенты: Н.Цимахович, ст. науч. сотр. Радиофизической обсерватории АН ЛатвССР, канд. физ.-мат. наук

Астрономическая Обсерватория ЛГУ им. П. Стучки

Редакторы: Л.Лауцениекс, Н.Терентьева

Техн. редактор И.Юмаре

Корректор П.Розенбергс

Подписано к печати 04.02.86 ЯТ 09018 Ф/б 60x84/16.
Бумага № I. 10,3 физ.печ.л. 9,6 усл.печ.л. 7,7 уч.-изд.л.
Тираж 500 экз. Зак. № 772 Цена I р. 20 к.

Латвийский государственный университет им. П.Стучки
226098 Рига, б. Райниса, 19
Отпечатано в типографии, 226050 Рига, ул.Вейденбаума,5
Латвийский государственный университет им. П.Стучки

УДК 521.6I

Видимая траектория ИСЗ в случае круговой орбиты/ Жагар Ю.Х., Зариньш А.Я. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.- Рига:ЛГУ им.П.Стучки.- 1985 .-С. 3-I2.

В работе приведены упрощения уравнения и тензора видимой траектории ИСЗ, справедливые в случае круговых орбит спутника. Выведены приближенные формулы, представляющие практический интерес.

Ил.I. Библиогр.: 5 назв.

УДК 521.6I

Влияние вращения Земли на видимые траектории ИСЗ / Зариньш А.Я., Жагар Ю.Х. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.- Рига: ЛГУ им. П.Стучки, I985.-С. I3-24.

В работе исследовано влияние вращения Земли на видимые траектории ИСЗ в системе координат, используемой в четырехосных монтировках для спутниковых телескопов. Основное внимание уделено оценке точности приближенных формул, представляющих указанное влияние с погрешностью порядка I"- 3". Приводятся результаты численных расчетов.

Ил.5. Библиогр.: I0 назв.

УДК 521.6I

О представлении лазерных наблюдений ИСЗ полиномами / Зариньш А.Я. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.- Рига: ЛГУ им. П.Стучки. I985 .-С. 25-30.

Приведены результаты численных исследований свойств интерполяции и экстраполяции полиномов, апроксимирующих квадрат топоцентрического расстояния до ИСЗ, измеренный лазерными дальномерами.

Ил.3. Библиогр.: 3 назв.

УДК 521.312 : 528

К учету влияния светового давления при численном прогнозировании орбит геодезических ИСЗ / Кужелев С.В., Сурнин Ю.В. // . Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.- Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1985.- С. 31-40.

Для прогнозирования орбит ИСЗ предложено учитывать и аппроксимировать локальным эрмитовым сплайном область земной полутени. Приведены результаты и сравнения.

Ил.I. Табл.I. Библиогр.: 9 назв.

УДК 521.24

Влияние случайных ошибок вывода космического аппарата на вероятность его обнаружения в момент восхода / Беляев С.Н., Дегтярев В.Г., Эвентаве Ю.М. // . Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр. - Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1985.-С. 41-49.

Изучено влияние случайных ошибок вывода космического аппарата (КА) на вероятность его обнаружения в момент входа КА в зону радиовидимости наземной станции. Для оценки вероятности обнаружения КА предлагается использовать представление плотности вероятности азимута восхода КА в виде ряда Шарлье.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 522.53
522.6

Исследование устройства отслеживания и системы отсчета угловых координат для ПСТ-150 / Вятер Я.В. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.- Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1985.-С. 50-62.

Приводится методика и результаты лабораторных исследований прецизионного спутникового теодолита ПСТ-150 с фокусным расстоянием 2100 мм.

Ил.6. Библиогр.: 5 назв.

УДК 522.43

Расчет эфемерид для автоматизированной зенитной трубы/ Гедровиц В.А. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.- Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1985.-С. 63-69.

Дан количественный анализ информационного потока вычислительный центр - зенитная труба, представлены формулы расчета необходимых данных для проведения наблюдений.

Ил.4. Библиогр.: 2 назв.

УДК 522.43

Оптимальный способ интеграции фототока на автоматизированной зенитной трубе / Гедровиц В.А. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч. тр.- Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1985.-С. 70-76.

Выведены формулы редукции результатов регистрации фототока на автоматизированной зенитной трубе АО Латв. ГУ.

Библиогр.: I назв.

УДК 522.928

Исследование точности автоматического наведения пассажного инструмента по зенитному расстоянию /Бичевска Г.М. / // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.-Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1985.- С. 77-84.

В статье описывается действие системы автоматического наведения пассажного инструмента по зенитному расстоянию путем отсчета расстояния по меткам лимба. Алгоритм установки выбран исходя из того, что вращение трубы происходит с ускорением и замедлением.

Ил.I. Табл.I. Библиогр.: 4 назв.

УДК 519.25 : 521.73

Оценка вероятностных характеристик ошибок наблюдений короткопериодических комет / Шапорев С.Д. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.– Рига: ЛГУ им. П.Стучки, 1985.–С. 85-96.

Предложена методика оценки статистической корреляционной функции случайной составляющей ошибок астрономических наблюдений комет, составлена программа на языке ФОРТРАН и приведены примеры.

Ил.2. Табл.1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 521.73

Тесные сближения короткопериодических комет с Юпитером/ Емельяненко Н.Ю. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.–Рига: ЛГУ им. П.Стучки.– С. 97-102.

Выделяются виды сближения и анализируются случаи временных спутниковых захватов короткопериодических комет Юпитером.

Ил.2. Табл.2. Библиогр.: 9 назв.

УДК 521.24

Влияние временных преобразований на эффективность численного интегрирования регуляризированных уравнений движения /Шефер В.А. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.– Рига: ЛГУ им. П.Стучки.– С.103-125.

На примере численного интегрирования регуляризированных уравнений движения ряда особых малых планет и комет методом Эверхарта одиннадцатого порядка исследована эффективность некоторых временных преобразований.

Табл.6. Библиогр.: 9 назв.

УДК 521.73

О существовании трансплутоновых массивных тел с обратным движением /Радзиевский В.В. // .Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения: Сб.науч.тр.-Рига: ЛГУ им. П.Стучки.-С.I26-I43.

Доказаны 4 теоремы, введен новый параметр для кометных орбит. На основе анализа распределения комет с учетом нового параметра выдвинуто предположение о существовании в Солнечной системе массивных трансплутоновых тел с обратным движением. Указано возможное место нахождения одного из них.

Табл.I. Ил.I. Библиогр.: 8 назв.

УДК 521.73

Об уточнении элементов орбит долгопериодических комет / Салитис А.Л. // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения. Сб.науч.тр. Рига: ЛГУ им. П.Стучки.-С.I44-I50.

Предложен способ улучшения орбит, дополняя материал наблюдений с ранее бракованными наблюдениями, связанными с видимой формой объекта. Данным способом проведено улучшение орбиты кометы Беннета I970 II.

Табл.I. Ил.I. Библиогр.: 6 назв.

1 р. 20 к.