



LATVIJAS UNIVERSITĀTES
ZINĀTNISKIE RAKSTI

ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS
556

АСТРОНОМИЯ

Анализ движения небесных тел

Министерство народного образования Латвийской Республики
Латвийский университет
Астрономическая обсерватория

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ПУБЛИЧНЫХ ТЕЛ
Научные труды
Том

Латвийский университет
Рига 1990

Ministry of National Education of Latvian Republic
Latvian University
Astronomical Observatory

ASTRONOMY
MOTION OF CELESTIAL BODIES
Works vol. 556

Latvian University
Riga 1990

Министерство народного образования Латвийской Республики
ЛАТВИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Астрономическая обсерватория

АСТРОНОМИЯ

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Научные труды

Том 556

Латвийский университет
Рига 1990

АСТРОНОМИЯ

Анализ движения небесных тел: Научные труды/ Отв.ред.
Л.Лауцениекс. Т.556. Рига: ЛУ, 1990. 178 с.

Сборник содержит научные работы по небесной механике, астрометрии и астрономическим приборам.

В публикуемых статьях представлены методы исследования и алгоритмы прогнозирования движения тел Солнечной системы, эволюция орбит комет, численные и качественные результаты по отождествлению малых планет и геостационарных спутников, определению вероятностных характеристик движения и наблюдения небесных тел. Представлены способы и методы управления и автоматизации процессов наблюдения за небесными телами.

Сборник рассчитан на специалистов соответствующего профиля.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Лауцениекс Л. (отв.ред.), Диряяс М., Мукин Э.

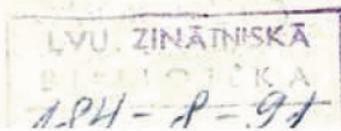
Печатается по решению Издательского совета ЛУ от 2 июня 1990 года.

A 430602I200-161y 32.90
M812(11)-90

©

Латвийский
университет,
1990

ISBN 5-7970-0032-6



J. Britāls
(AO LU)

THE USE OF PERTURBED ECCENTRIC ANOMALY AS AN INDEPENDENT
VARIABLE FOR CANONICAL EQUATIONS OF PERTURBED MOTION

1. Introduction

In this paper I shall investigate the perturbed elliptical motion for arbitrary values of eccentricity e . The perturbations are supposed to have a potential R . Let us remember how the problem is solved by the classical methods of planetary perturbations.

I. First we take the perturbing function R and develop it as a Fourier series depending on 4 trigonometric arguments:

$$R = \sum R_{jkmn}(a, e, t) \cos(jl + k\varphi + mh + nt). \quad (A)$$

Here l, φ, h are the corresponding Delauney elements; t is the time; coefficients R_{jkmn} depend on the eccentricity and the inclination of orbit. When the eccentricity is small the coefficients R_{jkmn} diminish rapidly allowing for a good convergence of series. However, for the moderate and great eccentricities the convergence of this series is extremely bad, rendering it useless. The problem is how to make it converge?

II. After that we take this expansion of the perturbing function and substitute it in the canonical dif-

Differential equations:

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dt} &= \frac{\mu^2}{L^3} + \frac{\partial R}{\partial L}, & \frac{dL}{dt} &= -\frac{\partial R}{\partial l}, \\ \frac{dg}{dt} &= \frac{\partial R}{\partial g}, & \frac{dG}{dt} &= -\frac{\partial R}{\partial G}, \\ \frac{dh}{dt} &= \frac{\partial R}{\partial h}, & \frac{dH}{dt} &= -\frac{\partial R}{\partial H}. \end{aligned} \quad (B)$$

Now we can integrate these equations using the appropriate analytical algorithm (e.g. the small parameter method of Poincaré or the method of Lie transforms). The integration is possible, because the right sides of the equations (B) are developed in series of type (A) containing as trigonometrical variables the 3 angular elements of the system: l, g and h , and the independent variable t .

But let us suppose that the eccentricity of the perturbed orbit is substantial, say 0.5 or greater. In this case the above scheme does not work. How to change it?

Usually the perturbing function can be expressed in closed form as a function of true or eccentric anomaly: v or u . The corresponding expansion of R in a Fourier series, depending on eccentric anomaly u instead of l , can be obtained for all eccentricities: $0 \leq e < 1$ (the report on subject is in preparation by author). The difficulties arise when we are solving the Kepler's equation:

$$l = u - e \sin u.$$

The solution of this equation is:

$$u = l + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} J_k(ke) \sin kl. \quad (C)$$

This series is satisfactorily convergent only for small values of e : $0 \leq e < 0.1-0.2$. So the main problem lies here. If we could postpone the solving of the Kepler's equation after the integration of system (B) is completed, we would have the perturbing function R in a well convergent form for all values of e . But in this case R

would now depend on u instead of l :

$$R = \sum_{jkmn} R'_{jkmn} \cos(ju + kg + mh + nt), \quad (D)$$

and this fact changes the whole picture. For as can be shown the elements u, g, h do not make a part of a system of the action-angle type (for a reference see [1],[2]). And this fact does not allow us to use the above mentioned methods of integration. What now? I propose to choose the element u as an independent variable in the canonical equations (B) and to introduce a new set of action-angle type elements so that the canonical form of the equations would be preserved. I shall remark that the new independent variable so introduced differs both from the one used in the Hansen's theory [3] and from the one used in the theory of regularization [4]. In these theories the independent variable s is equal to the eccentric anomaly u only at one fixed moment of time. Before and after it the difference $|s - u|$ is of the order of the perturbing mass α . In my theory the new independent variable u is the perturbed osculating eccentric anomaly all the time.

2. The general theory of transformations

Most of the authors of the books on analytical dynamics dealing with the phase space transformations limit themselves to the contact transformations and regard the change of the independent variable as a separate item. But let us view them both together.

Suppose we have defined in a $2n+1$ dimensional space a system of coordinates: $(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n, t)$ or shortly (q, p, t) ; and a function of these coordinates: $H(q, p, t)$. Taking this function as a hamiltonian we can solve the corresponding canonical equations:

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = - \frac{\partial H}{\partial q} \quad (E)$$

We can regard the integral curves of the equations (E) as a flow in the space (q, p, t) . Let us call this flow ξ .

There is a very important property of this flow which is known as the theorem of equivalence. I shall quote it from [5].

The theorem of equivalence.

If the general solution of the canonical equations (E) is written in such a form:

$$q = q(t, \vec{\gamma}), \quad p = p(t, \vec{\gamma}), \quad (F)$$

where $\vec{\gamma}$ is a $2n$ -dimensional vector of arbitrary constants: $\vec{\gamma} = (\gamma_1, \dots, \gamma_{2n})$, then the pfaffian form $pdq - Hdt$ in the new variables $t, \vec{\gamma}$ would be:

$$pdq - Hdt = d\psi + \sum_{i=1}^{2n} K_i d\gamma_i, \quad (G)$$

where functions K_i depend only on $\vec{\gamma}$, and not on t :

$$K_i = K_i(\gamma_1, \dots, \gamma_{2n}). \quad (H)$$

And vice versa: if the flow g in the space (q, p, t) is such that with a help of an appropriate transformation (F) it can be written in a form: $\vec{\gamma} = \text{const}$, and the transformation (F) satisfies the relation (G) with the condition (H), then this flow is created by the canonical equations (E).

We can use this theorem when we are building the canonical transformations. Suppose that we are making a complete substitution of all the $2n+1$ coordinates:

$$q = q(Q, P, T), \quad p = p(Q, P, T), \quad t = t(Q, P, T). \quad (I)$$

This transformation must not be singular, so we can write the reverse transformation: $Q=Q(q, p, t)$, $P=P(q, p, t)$, $T=T(q, p, t)$. With the help of (F) and this reverse transformation we can express the flow g in the new coordinates:

$$Q = Q(T, \vec{\gamma}), \quad P = P(T, \vec{\gamma}). \quad (J)$$

Suppose that in the new coordinates this flow is also hamiltonian, i.e. that there exists such a hamiltonian function $H^*(Q, P, T)$ that the flow (J) is the solution

of the canonical equations:

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{\partial H^*}{\partial P}, \quad \frac{dP}{dT} = - \frac{\partial H^*}{\partial Q} \quad (K)$$

Then from the theorem of equivalence we can conclude that there exists functions $\varphi(T, \vec{\gamma})$ and $K_i^*(\vec{\gamma})$ which satisfy the following relation:

$$PdQ - H^* dT = d\varphi + \sum_{i=1}^{2n} K_i^* d\gamma_i \quad (L)$$

Comparing the relations (G) and (L) we can write down the following relation:

$$pdq - Hdt - PdQ + H^* dT = d(\psi - \varphi) + \sum_{i=1}^{2n} (K_i - K_i^*) d\gamma_i,$$

or, denoting $\psi - \varphi = S$, $K_i - K_i^* = \alpha_i$:

$$pdq - Hdt = PdQ - H^* dT + dS + \sum_{i=1}^{2n} \alpha_i d\gamma_i \quad (M)$$

α_i and γ_i are integrals of the equations (E) (or (K)), which is the same).

Thus the transformation (I) is a canonical transformation only if it satisfies the condition (M). If we do not know any integrals of the motion beforehand we can put $\alpha_i \equiv 0$ and write the condition (M) in a shortened form:

$$pdq - Hdt = PdQ - H^* dT + dS \quad (N)$$

This sufficient (but, not necessary) condition of canonicity can be found in [6]. Note that the transformation thus obtained depends on the hamiltonian function H .

3. The unperturbed case

Let us now consider the unperturbed keplerian motion. In this case the argument u is the same in my theory and in the theory of regularization, so we can use the results of [7]. We shall use the denominations from this paper. $L_D, G_D, H_D, l_D, \varepsilon_D, h_D$ are a set of ordinary Delaunay elements:

$$\begin{aligned} L_D &= \sqrt{\mu a}, & l_D &= u - e \sin u, \\ G_D &= \sqrt{\mu p}, & \xi_D &= \omega, \\ H_D &= \sqrt{\mu p} \cos i, & h_D &= \Omega. \end{aligned}$$

F_D is the hamiltonian expressed in terms of the Delauney elements:

$$F_D = -\frac{\mu^2}{2L_D^2} + R_D.$$

In unperturbed case $R_D \equiv 0$. L, G, H, l, g, h is a new set of elements satisfying the following differential equations:

$$\begin{aligned} \frac{dl}{du} &= \frac{\partial F}{\partial L}, & \frac{dL}{du} &= -\frac{\partial F}{\partial l}, \\ \frac{dg}{du} &= \frac{\partial F}{\partial G}, & \frac{dG}{du} &= -\frac{\partial F}{\partial g}, \\ \frac{dh}{du} &= \frac{\partial F}{\partial H}, & \frac{dH}{du} &= -\frac{\partial F}{\partial h}. \end{aligned} \quad (P)$$

The transformation binding the two sets of elements looks like this:

$$\begin{aligned} L_D &= \frac{\mu}{\sqrt{2L}}, \\ G_D &= G, \\ H_D &= H, \\ l_D &= u - e \sin u, \\ \xi_D &= \xi, \\ h_D &= h, \\ t &= l - \frac{\mu}{\sqrt{2L}^3} e \sin u. \end{aligned} \quad (Q)$$

The right sides of these formulae depend only on the new elements and the new independent variable u . Eccentricity e must have its osculating value:

$$e = \sqrt{1 - \frac{G_D^2}{L_D^2}} \quad (R)$$

The new hamiltonian $F = -\frac{\mu}{\sqrt{2L}}$

To check that this transformation leads to canonical

equations we may use the criterion (N). We must have:

$$l_D dL_D + g_D dG_D + h_D dH_D + F_D dt - \\ - l dL - g dG - h dH - F du = dS, \quad (S)$$

4. The perturbed case

Now suppose we have $R_D \neq 0$ and we have expressed R_D as a series (D). We can introduce the new independent variable by the same formula as in the previous chapter: $l_D = u - e \sin u$. If e is the osculating eccentricity (R) then u is exactly the osculating eccentric anomaly. The transformation of other elements and time I shall express as power series in α , where α is the small parameter proportional to the perturbing masses.

Let us introduce the following denominations:

$$e_0 = \sqrt{1 - \frac{2LG^2}{\mu^2}} \\ n_0 = \frac{\sqrt{2L}^3}{\mu}, \quad (T) \\ t_0 = t - \frac{e_0}{n_0} \sin u,$$

As a basis for our perturbed transformation we can take the unperturbed transformation (Q). Then, using Greek letters to represent small quantities of the order α developed as power series in α , this transformation may

be written in the following form:

$$\begin{aligned}
 L_D &= \frac{\mu}{\sqrt{2(L+\Lambda)}}, \\
 G_D &= G + \Gamma, \\
 H_D &= H + \Theta, \\
 l_D &= u - e \sin u, \\
 \xi_D &= \xi + \gamma, \\
 h_D &= h + \theta, \\
 t &= t_0 + \tau.
 \end{aligned} \tag{II}$$

Then the hamiltonian F_D will take the form:

$$F_D = -\frac{\mu}{2L_D^2} + R_D = -L - \Lambda + R_D(L, G, H, u, g, h, t_0)$$

Now, using the substitutions (U), the above expression of F_D and the following expression of the new hamiltonian: $F = -L_D + R$, we can write the condition of canonicity (S) in the following form:

$$\begin{aligned}
 &(u - e \sin u) dL_D + (g + \gamma) d(G + \Gamma) + (h + \theta) d(H + \Theta) + \\
 &+ (-L - \Lambda + R_D) d(t_0 + \tau) - \left(t_0 + \frac{e_0}{n_0} \sin u\right) dL - \\
 &- g dG - h dH - (-L_D + R) du = dS.
 \end{aligned} \tag{V}$$

Here we must express the osculating values of mean motion n and eccentricity e in the new variables:

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{\mu^2}{L_D^3} = \frac{\sqrt{2(L+\Lambda)}^3}{\mu} = \frac{\sqrt{2}L^3}{\mu} + \nu = n_0 + \nu, \\
 e &= \sqrt{1 - \frac{G_D^2}{L_D^2}} = \sqrt{1 - \frac{2(L+\Lambda)(G+\Gamma)^2}{\mu^2}} = \\
 &= \sqrt{1 - \frac{2LG^2}{\mu^2}} + \epsilon = e_0 + \epsilon.
 \end{aligned}$$

From the first formula of (U) follows:

$$-e \sin u \, dL_D = e \sin u \frac{\mu}{\sqrt{2(L+\Lambda)}} (dL+d\Lambda) = \\ = \frac{e}{n} \sin u (dL+d\Lambda) = \left[\frac{e_0}{n_0} + \beta \right] \sin u (dL+d\Lambda).$$

In these formulae ν, ϵ and β are functions of the quantities Λ and Γ : $\nu = \nu(\Lambda)$, $\epsilon = \epsilon(\Lambda, \Gamma)$, $\beta = \beta(\epsilon, \nu) = \beta(\Lambda, \Gamma)$.

Substituting these expressions in relation (V) we get the following relation:

$$\beta \sin u \, dL + \left[\frac{e_0}{n_0} + \beta \right] \sin u \, d\Lambda + \gamma dG - \Gamma dg + d(g\Gamma) + \\ + \gamma d\Gamma + \theta dH - \epsilon dh + d(h\theta) + \theta d\theta + \tau dL + d(F_D \tau) - \\ - (\Lambda - R_D) dt_0 + \tau d(\Lambda - R_D) - R du = d(S - L_D u + Lt_0).$$

After simplifications, rearranging of terms and denoting $\Sigma = S - L_D u + Lt_0 - g\Gamma - h\theta + F_D \tau$, we can finally write this relation in the following form:

$$(-\Lambda + R_D) dt_0 - \Gamma dg - \epsilon dh + \gamma dG + \theta dH - R du + \\ + (\tau + \beta \sin u) dL + \frac{e_0}{n_0} \sin u \, d\Lambda + \gamma d\Gamma + \quad (W) \\ + \theta d\theta - \tau dR_D + (\tau + \beta \sin u) d\Lambda = d\Sigma$$

This condition, if satisfied, insures that the transformation (U) leads to a set of canonical equations (P). It contains 3 arbitrary functions: $\Lambda, \Gamma, \theta, \gamma, \epsilon, \tau, R$ and Σ , that are under our "jurisdiction", i.e. we must define them so that the relation (W) remains valid. To find them we can compare coefficients by the 7 independent differentials that enter in (W). For the sake of convenience I shall put $\Sigma = \frac{e_0}{n_0} \Lambda \sin u$. Then we would get from (W) 7 equations stating that the coefficient by each of the differentials dt_0, dg, dh, dG, dH, dL and du is equal to zero. To better understand the structure of these equations I in-

introduce the following designation:

$$X_a = \gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial a} + \theta \frac{\partial \Theta}{\partial a} + (\tau + \beta \sin u) \frac{\partial \Lambda}{\partial a} - \tau \frac{\partial R_D}{\partial a}.$$

These 7 equations are:

$$\Lambda = R_D + X_{l_0},$$

$$\Gamma = X_g,$$

$$\theta = X_h,$$

$$\gamma = \frac{\partial \left(\frac{e_0}{n_0} \right)}{\partial G} \Lambda \sin u - X_a, \quad (X)$$

$$\theta = -X_H,$$

$$\tau = \frac{\partial \left(\frac{e_0}{n_0} \right)}{\partial L} \Lambda \sin u - \beta \sin u - X_L,$$

$$R = -\frac{e_0}{n_0} \Lambda \sin u + X_u.$$

We can solve this system step by step according to the powers of α . How can it be done? Let us suppose that we have found the developments of all unknown functions until the $(n-1)$ -st order of α . Notice that the functions X_a are of the second order in α , so that when all developments are known to the $(n-1)$ -st order, the functions X_a are known to the n -th order in α . The n -th order terms in R_D can be found by the replacing the Delauney variables e_D, h_D, G_D, H_D, L_D and t with their expressions of the $(n-1)$ -st order. Then from the first equation of (X) we find the n -th order terms of Λ . After that from the next 4 equations of (X) we find the n -th order terms of Γ, θ, γ and θ . Using Γ and Λ we find the n -th order terms of β and then of τ . And finally we can find R . So we have all the n -th order terms of our transformation.

5. Conclusions

It is clear from the preceding discussion that we

can build the transformation (U) and the new perturbing function R as trigonometric series with 4 arguments: u, g, h and i_0 . The only problem remaining is to replace i_0 with its expression (T). To achieve this we have to make the corresponding substitutions in the terms like this: $\cos(ju + ki_0 + B)$, where B denotes a combination of g and h . After this substitution we get the following series (I am using the designation $x = \frac{\mu}{\sqrt{2L^3}} e_0$):

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(kx) \cos((j-m)u + kl + B). \quad (Y)$$

At first glance the expression (Y) does not differ much from the expression (C), but really the difference is very significant. In the expression (Y) the arguments of Bessel's functions do not increase with the number of the function and for this reason the series (Y) converge very rapidly, regardless of the value of e .

Now we have all that is necessary for a successful integration of the system (P). Combining the results of this integration with the formulae (U), we shall get the ultimate expressions that give the Delauney elements and the time as functions of the parameter u : $L_D = L_D(u)$, $G_D = G_D(u)$, $H_D = H_D(u)$, $I_D = u - e(u) \sin u$, $g_D = g_D(u)$, $h_D = h_D(u)$, $t = t(u)$. Solving the modified Kepler's equation $t = t(u)$, we can find the elements as functions of time. One can object that solving of this equation is not a bit easier than solving of the original Kepler's equation. The answer is that it may be done numerically, because we already have the analytical expressions of the elements. Whereas when we use the classical methods of perturbations we have to solve the Kepler's equation analytically to get the analytical formulae of motion.

What is the practical value of the method described above? I think that it may successfully be used in the determination of the orbits of the small planets, disturbed by Jupiter. Of course it involves tedious analyt-

ical computations which can be performed only with a computer. But if it were possible to get a fairly precise analytical theory it would pay off the trouble.

References

1. T.Levi-Civita. Nuovo sistema canonico di elementi ellittici // Annali di matematica (3). - Milano, 1913. - vol.20 - p.153
2. W.de Sitter. On canonical elements // Proceedings of the section of sciences. - Amsterdam, 1913. - vol.16 p.279.
3. P.A.Hansen. Auseinandersetzung einer zweckmäßigen Methode der absoluten Störungen der kleinen Planeten. Abh. I-III // Abh.d.K.S.Ges.d.Wiss. III-V. - Leipzig, 1857-1861.
4. E.L.Stiefel, G.Scheifele. Linear and regular celestial mechanics // Springer-Verlag - Berlin, Heidelberg, New York, 1971
 (Е.Штифель, Г.Шейфеле. Линейная и регулярная небесная механика // Наука. - Москва, 1971.)
5. L.A.Pars. A treatise on analytical dynamics // Wiley. - New York, 1965
 (Л.А.Парс. Аналитическая Динамика // Наука. - Москва, 1971.)
6. W.D.MacMillan. Dynamics of rigid bodies // McGraw-Hill - New York, London, 1936.
7. V.R.Bond, G.Janin. Canonical orbital elements in terms of an arbitrary independent variable // Celest.Mech. - Dordrecht, Holland, 1981. - vol.23, No.2 p.159.

Summary

J. Britāls

THE USE OF PERTURBED ECCENTRIC ANOMALY AS AN INDEPENDENT VARIABLE FOR CANONICAL EQUATIONS OF PERTURBED MOTION

This paper studies the generalized canonical transformations when the independent variable, too, is transformed. The transformation is built as power series in perturbing masses. It is shown how, using this procedure, it is possible to build a completely analytical theory for a body moving in a very eccentric orbit.

Kopsavilkums

J. Britāls

PERTURBĒTA EKSCENTRISKĀ ANOMĀLIJA KĀ NEATKARĪGAIS MAINĪGAIS PERTURBĒTĀS KUSTĪBAS KANONISKAJOS VIENĀDOJUMOS

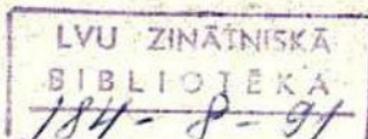
Sajā rakstā tiek pētītas vispārējas kanoniskās transformācijas, kad arī neatkarīgais mainīgais tiek transformēts. Šī transformācija tiek veidota kā pakāpju rindas pēc perturbējošo masu pakāpēm. Tiek parādīts, kā, lietojot šādu metodi, var izveidot pilnīgi analītisku teoriju tādām ķermeņiem, kuru orbita ir ļoti ekscentriska.

Резюме

Я. Бриталс

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОЗМУЩЕННОЙ ЭКЦЕНТРИЧЕСКОЙ АНОМАЛИИ КАК НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ В КАНОНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

В данной статье рассматриваются обобщенные канонические преобразования, когда преобразуется также независимая переменная. Это преобразование строится как степенной ряд по возмущающим массам. Показывается, как, используя такой метод, можно построить полностью аналитическую теорию для тела, которое движется по орбите с очень большим эксцентриситетом.



УДК 518.5

Павенис А.К.
(АО ЛУ)

О ВЫПОЛНЕНИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ НАД ЭШЕЛОНИРОВАННЫМИ РЯДАМИ НА ЭВМ

Многие задачи небесной механики решаются путем построения аналитических теорий движения небесных тел. Такая теория представляет собой набор выражений, которые позволяют вычислять координаты и скорости как функции времени. Построение таких теорий с учетом сегодняшних требований к точности практически невозможно без использования ЭВМ для проведения необходимых аналитических выкладок.

Для выполнения аналитических операций над математическими выражениями на ЭВМ разработан целый ряд систем аналитических вычислений (САВ), как универсальных, так и специализированных, т.е. ориентированных на конкретный достаточно узкий класс функций и решение определенных задач. Применение универсальных САВ (например REDUCE [7]) для построения аналитических теорий движения очень ограничено в основном из-за малого быстродействия таких САВ. По этой причине в задачах небесной механики используются главным образом специализированные САВ, значительная часть которых, так называемые Пуассоновские процессоры, разработаны для выполнения операций над рядами Пуассона [2, 5, 8, 9].

В задачах небесной механики мы можем разложить возмущающую функцию в ряд Пуассона, однако выполнение аналитических операций над рядами, необходимыми для вывода аналитической теории движения, приводит к выходу за рамки рядов Пуассона - появлению делителей при интегрировании рядов по времени, а

при использовании методов канонических преобразований — также производных частот. В некоторых случаях разложением делителей в ряд по отношениям частот удается получить результат в виде ряда Пуассона, однако это осуществимо далеко не всегда. Таким образом, ряды Пуассона оказываются слишком узким классом функций для решения многих задач небесной механики. Из других специализированных САВ следует отметить [6], в которой используются также делители. В этой САВ число как тригонометрических и полиномиальных индексов, так и число частот фиксировано, т.е. система была ориентирована на очень узкий класс задач.

Рассмотрим в качестве примера задачу о движении материальной точки в нецентральной поле тяготения. В этом случае возмущающая функция имеет следующий вид:

$$R = \frac{f_{lm}}{a} \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\ell} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{\ell} \sum_{p=L}^{\ell} F_{\ell mp}(i) \sum_{q=-\infty}^{\infty} G_{\ell pq}(e) \times$$

$$\times \left\{ \begin{bmatrix} C_{\ell m} \\ -S_{\ell m} \end{bmatrix} \cos D_{\ell mpq} + \begin{bmatrix} S_{\ell m} \\ C_{\ell m} \end{bmatrix} \sin D_{\ell mpq} \right\}; \quad (I)$$

где $D_{\ell mpq} = (\ell - 2p + q)M - (\ell - 2p)\omega + m\Omega - mS$,

$F_{\ell mp}(i)$ — функция наклона, $G_{\ell pq}(e)$ — функция эксцентриситета, $C_{\ell m}$ и $S_{\ell m}$ — коэффициенты разложения потенциала. При этом верхнее значение в квадратных скобках берется в случае четного значения $\ell - m$, а нижнее — в случае нечетного значения.

Если мы в (I) вместо $F_{\ell mp}(i)$ и $G_{\ell pq}(e)$ подставим их выражения через i и e , то получим возмущающую функцию в форме ряда Пуассона. Такое преобразование приводит к значительному увеличению числа членов в ряде. Если мы хотим в этой задаче при выводе аналитической теории движения сохранить также $F_{\ell mp}(i)$, $G_{\ell pq}(e)$, $C_{\ell m}$ и $S_{\ell m}$ в буквенном виде, то используемая САВ должна обеспечить возможность работы со следующими функциями, входящими в ряды:

- постоянные с индексами или без них (например $C_{\ell m}$);
- тригонометрические члены ($\sin \sum i_k x_k$, $\cos \sum i_k x_k$);

- делители $(\sum i_k \omega_k)^{-n}$;
- производные частот (например $\partial^2 \omega_i / \partial a \partial e$);
- производные функций наклона $d^k F_{emp}(i) / di^k$
- производные функций эксцентриситета $d^k G_{emp}(e) / de^k$;
- степенные члены $\Pi \omega_k^{n_k}$;
- численные коэффициенты.

Очевидно, что для решения других задач необходимый набор функций, входящих в ряды, может быть другим.

В общем случае такие ряды могут быть представлены в виде эшелонированных рядов:

$$S = c_0^{(0)} = c_0^{(1)} + \sum_{i_1} c_{i_1}^{(1)} \varphi_{i_1}^{(1)}, \quad (2)$$

где $\varphi_{i_1}^{(1)}$ - некоторые функции, зависящие от мультииндекса i_1 . Коэффициенты первого уровня $c^{(1)}$ (мультииндекс i_1 опущен) выражаются рядами по функциям второго уровня $\varphi_{i_2}^{(2)}$ с коэффициентами 2 уровня, те в свою очередь - через функции и коэффициенты 3 уровня и т.д. до $N-1$ уровня. Будем считать, что коэффициенты N -ого уровня $c_{i_N}^{(N)}$ - численные постоянные.

$$\begin{aligned} c^{(1)} &= c_0^{(2)} + \sum_{i_2} c_{i_2}^{(2)} \varphi_{i_2}^{(2)} \\ c^{(2)} &= c_0^{(3)} + \sum_{i_3} c_{i_3}^{(3)} \varphi_{i_3}^{(3)} \\ &\dots \end{aligned} \quad (3)$$

$c^{(N)}$ - численные коэффициенты.

В (3) часть мультииндексов опущена.

Ряд (2) мы можем простой подстановкой привести к следующей форме:

$$S = c_{0 \dots 0}^{(N)} + \sum_{q=1}^{N-1} \sum_i c_i^{(N-q)} \varphi_i^{(N-q)} \quad (4)$$

Аналогичным образом для коэффициентов $c^{(k)}$ при $1 \leq k < N$ получаем:

$$c^{(k)} = c_{0 \dots 0}^{(N)} + \sum_{q=1}^{N-k-1} \sum_i c_i^{(N-q)} \varphi_i^{(N-q)} \quad (5)$$

Целью рассматриваемой работы было разработать алгоритмы для выполнения на ЭВМ аналитических операций над

эшелонированными рядами в форме (4,5). Подходящей структурой данных для представления таких рядов являются деревья. Один из предлагаемых видов представления рядов связан с использованием бинарных деревьев.

Рассмотрим случай рядов Пуассона с одной тригонометрической и одной полиномиальной переменной.

$$S = \sum_{i,k} (A_{ik} y^i \cos kx + B_{ik} y^i \sin kx) \quad (6)$$

Пусть

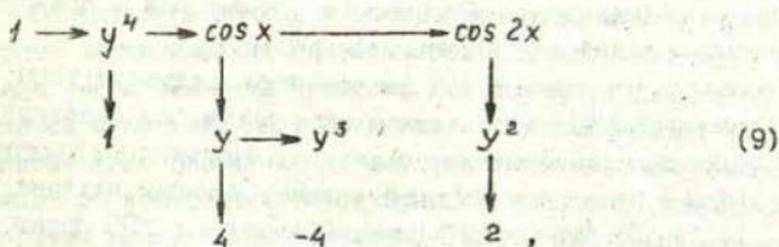
$$\varphi_k^{(1)} = \begin{cases} \cos kx & \text{при } k > 0 \\ \sin(-kx) & \text{при } k < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\varphi_k^{(2)} = y^k, \quad N=3$$

Таким образом ряд (6) приводится к виду (3). Рассмотрим в качестве примера следующее простое выражение:

$$S = 1 + y^4 + (4y - 4y^{-1})\cos x + 2y^2\cos 2x \quad (8)$$

Выражению (8) мы можем сопоставить следующее бинарное дерево:



где ссылка вниз указывает на коэффициент, а ссылка направо - на следующий узел данного уровня вложенности.

Мы можем также использовать другое представление деревьев - перечислим все узлы в порядке прямого прохождения дерева с одновременным указанием степени узла. В данном случае вместо степени узла можно использовать также уровень узла в соответствии с (2,3):

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 3 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\
 1 & y^4 & 1 & \cos x & y & 4 & y^3 & -4 & \cos 2x & y^2 & 2.
 \end{array} \quad (10)$$

Выполнение таких операций как умножение на численную постоянную, вычисление производной, интегрирование по времени и аналогичных им сводится к вычислению локально определенной на дереве функции [1].

Алгоритмы бинарных операций (сложение, вычитание и умножение рядов) являются более сложными. Разработанные алгоритмы выполнения аналитических операций над эшелонированными рядами не зависят от функций, входящих в ряды. Это дает возможность при создании специализированной САВ выделить ядро САВ, которое организует выполнение аналитических операций, и которое остается неизменным при решении разных задач. Настройка САВ на решение конкретной задачи осуществляется путем включения дополнительных программных модулей, которые выполняют операции над представлениями конкретных функций входящих в ряды.

Упомянутые выше алгоритмы реализованы на ЕС ЭВМ (2 ряд) в системе ПДО. При этом в процессе выполнения некоторой операции результирующий ряд строится в форме бинарного дерева (9) в рабочей области. В то же время ядро САВ организует собственную виртуальную память, в которой в представлении (10) хранятся все остальные ряды.

На данный момент в САВ реализованы следующие типы функций: постоянные в буквенном виде с или без индексов, тригонометрические функции, делители, производные частот, коэффициенты Ганзена и их производные, функции наклона и их производные, степенные члены. Сравнение с УПП показывало, что в случае работы с рядами Пуассона данная система 2-4 раза по быстрдействию превосходит УПП.

Библиографический список

1. Кнут Д. Искусство программирования на ЭВМ, Т. I; Основные алгоритмы. 1976, М., Мир.
2. Тарасевич С.В. УПП - универсальный Пуассоновский процессор. Алгоритмы небесной механики, 1979, № 7, Институт теор. астрон. АН СССР.
3. Брумберг В.А. Аналитические алгоритмы небесной механики. 1980, М., Наука.

4. Емельянов Н.В. Методы составления алгоритмов и программ в задачах небесной механики. 1983, М.: Наука.
5. Rom A. Mechanized Algebraic Operations (MAO). *Celest. Mech.*, 1970, vol.1, p.301-319.
6. Rom A. Esheloned series processor (E.S.P). *Celest. Mech.*, 1971, vol.3, p.331-345.
7. Hearn A.S. REDUCE user's manual, version 3.0.: Rand. Publ. CP 78(4/33), 1983.
8. Frumberg V.A., Tarasevich S.V., Vasiliev N.N. Specialized celestial mechanics systems for symbolic manipulation. *Celest. Mech.*, 1988/89, vol.45, p.149-162
9. Henrard J. A survey of Poisson series processors. *Celest. Mech.*, 1988/89, vol.45, p.245-253

Резюме

А.К.Павенис

О ВЫПОЛНЕНИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ НАД
ЭШЕЛОНИРОВАННЫМИ РЯДАМИ НА ЭВМ

Обсуждается подход к построению специализированной системы аналитических преобразований для более широкого класса рядов чем ряды Пуассона для применения в задачах небесной механики. Разработанные алгоритмы выполнения аналитических операций над эшелонированными рядами не зависят от конкретных типов функций, входящих в ряды. Алгоритмы реализованы в системе ЦДО на ЭВМ ЕС.

Kopsavilkums

A. Pavēnis

PAR ANALĪTISKU OPERĀCIJU IZPILDĪŠANU
AR BĒSLONĒTĀM RINDĀM UZ ESM

Aplūkots viens no iespējamajiem ceļiem kā izveidot debess mehānikas uzdevumu risināšanai domātu specializētu analītisku pārveidojumu sistēmu plašākai rindu klasei nekā Puasona rindas. Izstrādātie algoritmi analītisku operāciju

veikšanai ar ešeloniētām rindām nav atkarīgi konkrētajām rindās ietilpstošajām funkcijām. Šie algoritmi ir realizēti sistēmā CMS uz VS ESM.

Summary

A. Pavenis

ON THE EXECUTION OF ANALYTICAL OPERATIONS WITH ECHELONED SERIES BY COMPUTER

An approach to development of a specialized computer algebra system for more general class of series than Poisson series for applications in celestial mechanics is discussed. The algorithms of symbolic operations on echeloned series doesn't depend on types of functions the series contain. These algorithms are realized in system CMS on computer ES-1037 (IBM/370).

УДК 521.73

Салитис А.Л.
(Даугавпилский педагогический
институт)

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Долгопериодические кометы обладают принципиальными особенностями, которые накладывают определенные ограничения на выбор методов исследований.

Во-первых, они удаляются на большие расстояния от Солнца, где существенное влияние на движение, а следовательно и эволюцию орбит, оказывает гравитационное действие мимо проходящих звезд.

Во-вторых, они, как правило, имеют по одному наблюдаемому сближению с Солнцем.

Первый фактор не позволяет осуществить непосредственное интегрирование уравнений движения кометы, так как обычно неизвестны расстояния до ближайших звезд и траектории их движения. Второй фактор лишает нас возможности объединения повторных появлений, на основании которого можно делать выводы о ходе эволюции.

По этим причинам в качестве основных методов приходится использовать статистический метод и методы численного моделирования. Критерием достоверности результатов, полученных на основе того или другого модельного исследования, является совпадение полученных результатов с результатами эмпирических данных.

Таким критерием в кометной космогонии является совпадение распределения комет по величинам элементов орбит, следующее из численного эксперимента, с распределением, получен-

ным на основе анализа результатов наблюдений.

В последнее время, благодаря широкому внедрению ЭВМ в решение проблем космогонии, на основе большого набора гипотетических комет достигнуты значительные успехи в численном исследовании эволюции орбит долгопериодических комет. В частности Дж. Фернандесом [1] было получено распределение долгопериодических комет по значениям элементов орбит, учитывая при этом гравитационное действие как планет гигантов, так и соседних звёзд.

Позднее нами [2] было найдено распределение долгопериодических комет по обратным значениям больших полуосей орбит ($\frac{1}{a}$) в рамках обобщённой теории диффузии комет. Полученные таким путём результаты могут представлять интерес для кометной космогонии лишь в том случае, если они сравниваются с эмпирической статистикой, которая свободна от эффектов селекции открытия. Для исследования динамической эволюции комет наиболее важной является статистика по $\frac{1}{a}$. Целью настоящей работы является выяснение зависимости статистики по $\frac{1}{a}$ от эффектов селекции.

В первую очередь следует отметить, что статистика по $\frac{1}{a}$ в меньшей мере искажена эффектами селекции, чем статистика по другим элементам. Так, например, на эту статистику не влияет распределение наблюдателей по земному шару. Маловероятно также влияние момента времени суток (утренняя или вечерняя видимость) на вероятность открытия. Единственным серьёзным фактором, который может искажать статистику по $\frac{1}{a}$, является возможный различный абсолютный блеск комет с различными значениями $\frac{1}{a}$. Согласно современным представлениям об облаке комет, кометы с меньшими $\frac{1}{a}$, это более молодые и поэтому ярче по блеску. Исходя из этого Уиппл [3], например, считает, что эти так называемые новые кометы из облака Оорта открываются чаще, поскольку они имеют больший абсолютный блеск H_{10} . В то же время Кресак [4] считает, что различия блеска старых и новых комет небольшие и поэтому на статистику оказывают малое влияние.

В настоящей работе мы делали попытку выяснить этот вопрос, пользуясь данными каталогов комет. Нами были исполь-

зованы 203 почти параболические кометы, точные значения которых были получены Б.Марсденом, З.Секаниной и Э.Эверхартом [5, 7]. Применяя статистический критерий, вытекающий из правила Стерджеса, мы разбили интервал изменения $\frac{1}{a}$ от 10^{-6} а.е. до $24\,562 \cdot 10^{-6}$ а.е. на девять интервалов. Для каждого из этих интервалов нашли число комет и их среднюю абсолютную звёздную величину H_{10} , используя данные статистического каталога параметров орбит долгопериодических комет В.В.Радзиевского и В.П.Томанова [6].

Кроме этого мы также нашли средний период обращения и число оборотов кометы вокруг Солнца по каждому из упомянутых интервалов. Результаты подсчётов приведены в таблице.

Таблица

Средние значения параметров долгопериодических комет по интервалам изменения $\frac{1}{a}$.

Интервал	$1/a$ (а.е.) ⁻¹ ($\times 10^{-6}$)	Число комет	H_{10}	Период (в годах)	Число оборотов
1.	1365,5	143	6,13	19818	50459
2.	4094,5	17	6,25	3817	266986
3.	6823,5	14	6,52	1774	563698
4.	9552,5	6	7,65	1071	933707
5.	12281,5	6	5,90	735	1360544
6.	15010,5	2	7,40	544	1838235
7.	17739,5	7	8,10	423	2364066
8.	20468,5	3	5,20	341	2932551
9.	23197,5	5	8,02	283	3533569

Из данных таблицы, а также из анализа значений H_{10} для каждой индивидуальной кометы, можно сделать вывод, что статистика по $\frac{1}{a}$ мало искажена эффектами селекции открытия комет. При переходе из интервала со значениями $\frac{1}{a}$ от 10^{-6} а.е. до $2,7 \cdot 10^{-3}$ а.е. к интервалу с $\frac{1}{a}$ от $2,7 \cdot 10^{-3}$ а.е. до $5,5 \cdot 10^{-3}$ а.е., средняя звёздная величина меняется лишь на 0,12. В то же время число объектов в первом интервале в 8,4 раз больше чем во втором, что подтверждает слабую зави-

симось N_{10} от $\frac{1}{a}$.

Таким образом, анализ N_{10} лишний раз подтверждает реальность максимума в распределении комет по $\frac{1}{a}$ около значения $\frac{1}{a} = 0$. Это обстоятельство указывает на то, что долгопериодические кометы в зону видимости вводятся возмущениями со стороны соседних звёзд и постепенно переходят на короткопериодические орбиты. По мере перехода на менее вытянутые орбиты, происходит медленное падение блеска, что также подтверждается данными, приведёнными в таблице.

Библиографический список

1. Fernandez J. Evolution of comet orbits under perturbing influence of the giant planets and nearby stars. *Icarus*, 1980, vol.42, p. 404-421.
2. Штейнс К.А., Салитис А.Л. Некоторые усовершенствования теории диффузии комет. *Бюлл. ИТА АН СССР*, 1984, т. 15, № 6 /169/, с. 350-353.
3. Whipple F.L. Photographic meteor studies. III. The Taurid shower. *Proc. Amer. Phil. Soc.*, 1940, vol.83, Nr. 5, p. 711-745.
4. Kresak L. The origin and brightness decrease of comets. *Bull. Astr. Inst. Czech.*, 1974, vol.25, Nr. 2, p. 87-112.
5. Marsden B.G., Sekanina Z., Everhart B. New osculating orbits for 110 comets and analysis of original orbits for 200 comets. *Astron. Journal*, 1978, vol.83, Nr. 1, p. 64-71.
6. Радзиевский В.В., Томанов В.П. Статистический каталог орбит долгопериодических комет в Лапласовой системе координат. 1985, М., 132 с.
7. Everhart B., Marsden B. New original and future cometary orbits. *Astron. Journal*, 1983, vol.88, Nr. 1, p. 135-137.

Резюме

А.Л.Салитис

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Приведено распределение долгопериодических комет по $\frac{1}{a}$.

Исследована зависимость статистики по $\frac{1}{a}$ от H_{10} . Установлено, что максимум в распределении $\frac{1}{a}$ около $\frac{1}{a} = 0$ реален.

Kopsavilkums

A. Salitis

PAR ILGPERIODA KOMĒTU EVOLŪCIJU

Dots ilgperioda komētu sadalījums pa $\frac{1}{a}$. Pētīta statistikas pa $\frac{1}{a}$ atkarība no H_{10} . Ir konstatēts, ka maksimums $\frac{1}{a}$ sadalījumā pie $\frac{1}{a} = 0$ ir reāls.

Summary

A. Salitis

ON THE EVOLUTION OF LONG-PERIOD COMETS

The distribution of long-period comets has been given by $\frac{1}{a}$. The dependence of statistics on $\frac{1}{a}$ has been investigated according to H_{10} . It has been established the maximum of distribution according $\frac{1}{a}$ near $\frac{1}{a} = 0$ is real.

УДК 521.3:519.85

Кельман Е.С. (ИМИ)
Назарова А.П. (АО ЛУ)

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ОБ УЛУЧШЕНИИ ОРБИТ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Введение

Настоящая работа возникла в связи с проводящимися в Астрономической обсерватории при ЛУ расчетами по определению орбит малых планет. В § I приведена постановка задачи об улучшении орбиты малой планеты - она сводится к безусловной минимизации функции шести переменных. При решении этой задачи численными методами нередко сходимость к решению была медленной или вообще не имела места. В связи с этим требовалось установить причины медленной сходимости, и если возможно, дать рекомендации по ускорению работы численных методов.

Ниже проведено численное исследование и даны рекомендации на основе одной конкретной задачи - задачи об улучшении орбиты малой планеты § 3155. Выбор этой задачи обусловлен тем, что, с одной стороны, при ее решении наблюдалась плохая сходимость численных методов и, следовательно, эта задача представляет интерес для исследования. С другой стороны, ее решение найдено и, следовательно, есть возможность отработать методику численного исследования и проверить ее выводы.

Предлагаемая методика численного исследования подобных задач и используемый пакет программ описан в [2]. Они основаны на сравнении в окрестности исследуемой точки x_0 целевой функции минимизации Q и квадратичной функции F , определенной

$$F(x) = Q(x_*) + (\nabla Q(x_*), x - x_*) + \frac{1}{2}(x - x_*, G(x_*)(x - x_*)) \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем будем придерживаться следующих обозначений. Вектор-аргумент функций F и Q обозначим буквой x . Нижние индексы будут обозначать различные вектора, верхние - различные компоненты. Например, x_i^j - это j -ая компонента вектора x_i . Градиент функции Q в точке x обозначим $\nabla Q(x)$. Линиями уровня функции, число переменных которой не менее двух, будем называть линии уровня этой функции, в какой-либо плоскости, проведенной через фиксированную точку x , т.е. линии уровня функции $\varphi(\alpha, \beta) = Q(x + \alpha p + \beta q)$, где p и q везде в настоящей работе будет предполагаться ортонормированными векторами. Поверхностью уровня будем называть множество точек пространства, в которых функция Q имеет одно и то же значение. Таким образом, линия уровня функции - это сечение ее поверхности уровня плоскостью. Матрица $G(x) = (\partial^2 Q(x) / \partial x^i \partial x^j)$ - матрица Гессе функции в точке x , через (x, y) обозначим скалярное произведение векторов x и y .

Рассмотрим сужение функции (1) на плоскость, проходящую через точку x_* параллельно ортонормированным векторам p и q . Квадратичная функция, определенная на этом сечении, имеет вид: $\varphi(\alpha, \beta) = F(x_* + \alpha p + \beta q) = a\alpha^2 + 2b\alpha\beta + c\beta^2 + 2d\alpha + 2h\beta + f$, где $a = \frac{1}{2}(p, G(x_*)p)$, $b = \frac{1}{2}(p, G(x_*)q)$, $c = \frac{1}{2}(q, G(x_*)q)$, $d = \frac{1}{2}(\nabla Q(x_*), p)$, $h = \frac{1}{2}(\nabla Q(x_*), q)$, $f = Q(x_*)$.

Чтобы не усложнять дальнейшее изложение, предположим, что $G(x_*)$ положительно определена. Тогда нетрудно доказать:

$$\begin{aligned} \varphi(\alpha, \beta) = & \mu_1 [(\alpha - \alpha_*) \cos \nu + (\beta - \beta_*) \sin \nu]^2 + \\ & + \mu_2 [-(\alpha - \alpha_*) \sin \nu + (\beta - \beta_*) \cos \nu]^2 + \delta_2 \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\mu_1 = \frac{a+c+\sqrt{(a-c)^2+4b^2}}{2}, \mu_2 = \frac{a+c-\sqrt{(a-c)^2+4b^2}}{2}, \quad (3)$$

$$\mu_1 \geq \mu_2 > 0,$$

$$\alpha_* = -\frac{\begin{vmatrix} d & b \\ h & c \end{vmatrix}}{D}, \quad \beta_* = -\frac{\begin{vmatrix} a & d \\ b & h \end{vmatrix}}{D}, \quad \delta_* = \frac{\begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & h \\ d & h & f \end{vmatrix}}{D}, \quad D = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} \neq 0; \quad (4)$$

если $b=0$ и $a \geq c$, то $\nu = \frac{\pi}{2}$; в остальных случаях

$$\cos \nu = \frac{b}{\sqrt{b^2 + (a - \mu_1)^2}}, \quad \sin \nu = \frac{a - \mu_1}{\sqrt{b^2 + (a - \mu_1)^2}}. \quad (5)$$

Таким образом, линии уровня функции φ со значениями больше δ_* - эллипсы с центром в точке (α_*, β_*) , отношение их осей $\sqrt{\mu_1/\mu_2}$, направления осей составляют угол ν с векторами p и q в рассматриваемой плоскости. Если p и q собственные вектора с собственными значениями $\lambda_i > \lambda_j$, то

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \lambda_i, \quad \mu_2 = \frac{1}{2} \lambda_j. \quad (6)$$

Наиболее вытянутые эллипсы будут в плоскостях, параллельных собственным векторам с наибольшим разбросом собственных значений. Результаты численного исследования функций F и Q приведены в § 2.

Постановка задачи об улучшении орбит малых планет и основные обозначения

Улучшение предварительной орбиты малой планеты при помощи использования всех имеющихся наблюдений можно свести [4] к задаче безусловной минимизации, имеющей в стандартных обозначениях вид:

$$\min Q(\varepsilon),$$

$$Q(\varepsilon) = \sum_{j=1}^k [(\alpha^0(t_j) - \alpha(\varepsilon, t_j))^2 \cos^2 \delta(\varepsilon, t_j) + (\delta^0(t_j) - \delta(\varepsilon, t_j))^2],$$

где ε - 6-мерный вектор мгновенных элементов орбиты,

$$\varepsilon = (M_0, \omega, \Omega, i, e, a),$$

M_0 - положение планеты на орбите в момент начала отсчета (начальная эпоха) $[0 \leq M_0 \leq 2\pi]$,

- ω - расстояние перигелия от узла [$0 \leq \omega \leq 2\pi$]
 Ω - долгота восходящего узла [$0 \leq \Omega \leq 2\pi$]
 i - наклонение орбиты [$-\frac{\pi}{2} \leq i \leq \frac{\pi}{2}$]
 e - эксцентриситет орбиты [$0 \leq e \leq 0.5$]
 a - длина большой полуоси [$1.9a \cdot e \leq a \leq 4.0a \cdot e$],
 $\alpha^{\circ}(t_j), \delta^{\circ}(t_j)$ - прямое восхождение и склонение малой планеты во время j -го наблюдения,
 $\alpha(\lambda, t_j), \delta(\lambda, t_j)$ - прямое восхождение и склонение в момент времени t_j , полученные из решения неоднородной системы дифференциальных уравнений возмущенного движения [4],
 K - число наблюдений, используемых для коррекции первоначально найденной орбиты.

В квадратных скобках приведены типичные значения элементов орбиты малых планет. Достаточная точность минимизации - $Q < 10^{-8}$, все вычисления производились на ЭВМ ЕС-1060, время одного вычисления значения целевой функции Q - 10-12 сек. центрального процессора. Оно обусловлено длительностью решения уравнений возмущенного движения. Решение этих уравнений и вычисление целевой функции осуществляются с двойной точностью. Для минимизации функции Q были опробованы различные программы. Наилучшими оказались программы, реализующие метод оврагов и метод Флетчера-Пауэлла [1, 3, 5]. Вычисление частных производных функции Q производилось только по конечно-разностным формулам. В задаче об улучшении орбиты малой планеты № 3155, рассматриваемой в работе, использовалось 13 наблюдений, сделанных в период с 1982 по 1984 гг. В уравнениях возмущенного движения учитывалось воздействие восьми планет Солнечной системы (без Плутона). Начальные приближения вычислялись по методике [4].

Численные результаты

Численные результаты настоящего параграфа приведены в табл. 1-5 и на рис. 1-5 и относятся к задаче улучшения орбиты малой планеты № 3155, сформулированной в § 1. В нескольких известных решениях этой задачи совпадали три зна-

Таблица 1.

Приближение точки минимума и матрица Гессе в этой точке

\tilde{x}	Матрица Гессе $G(\tilde{x})$					
0.575E+01	0.107E+03	0.935E+02	0.928E+02	-0.521E+00	0.360E+02	0.153E+03
0.494E+00	0.935E+02	0.823E+02	0.816E+02	-0.114E+00	0.375E+02	0.141E+03
0.491E+00	0.928E+02	0.816E+02	0.816E+02	0.105E+01	0.372E+02	0.140E+03
0.126E+00	-0.521E+00	-0.114E+00	0.105E+01	0.429E+02	0.144E+01	-0.333E+01
0.999E-01	0.360E+02	0.375E+02	0.372E+02	0.144E+01	0.220E+03	0.279E+03
0.234E+01	0.153E+03	0.141E+03	0.140E+03	-0.333E+01	0.280E+03	0.471E+03

Таблица 2.

Собственные значения и собственные вектора матрицы Гессе в точке \tilde{x}

λ_i	0.12E-04	0.12E-01	0.45E+00	0.43E+02	0.19E+03	0.77E+03
e_i	-0.61E+00	0.43E+00	-0.33E+00	0.61E-02	-0.51E+00	0.27E+00
	0.79E+00	0.22E+00	-0.29E+00	0.14E-01	-0.43E+00	0.25E+00
	0.92E-02	0.14E-01	0.87E+00	0.41E+00	-0.43E+00	0.25E+00
	-0.14E-01	-0.62E-01	-0.44E-01	1.00E+00	0.26E-02	-0.26E-02
	0.66E-01	0.64E+00	0.15E+00	0.47E-01	0.60E+00	0.44E+00
	-0.81E-01	-0.59E+00	-0.16E+00	-0.43E-01	0.11E+00	0.78E+00

Таблица 3

Коэффициенты канонического вида квадратичных форм и отношение длин осей эллипсов, получающихся в сечениях, параллельных координатным плоскостям

Номера координатных ор- тов		К о э ф ф и ц и е н т ы		Отношение осей эллипса
		μ_1	μ_2	
1	2	0.19E+03	0.96E-01	0.44E+02
1	3	0.19E+03	0.46E+00	0.20E+02
1	4	0.11E+03	0.43E+02	0.16E+01
1	5	0.23E+03	0.96E+02	0.15E+01
1	6	0.53E+03	0.50E+02	0.32E+01
2	3	0.16E+03	0.32E+00	0.23E+02
2	4	0.82E+02	0.49E+02	0.14E+01
2	5	0.23E+03	0.73E+02	0.18E+01
2	6	0.52E+03	0.36E+02	0.38E+01
3	4	0.82E+02	0.43E+02	0.14E+01
3	5	0.23E+03	0.72E+02	0.18E+01
3	6	0.52E+03	0.36E+02	0.38E+01
4	5	0.22E+03	0.43E+02	0.23E+01
4	6	0.47E+03	0.43E+02	0.33E+01
5	6	0.65E+03	0.39E+02	0.41E+01

Таблица 4

Отношение длин осей эллипсов сечений,
проходящих через главные оси

Номера собственных векторов		Отношение осей эллипсов
1	2	0.32E+02
1	3	0.19E+03
1	4	0.19E+04
1	5	0.39E+04
1	6	0.79E+04
2	3	0.60E+01
2	4	0.59E+02
2	5	0.12E+03
2	6	0.25E+03
3	4	0.98E+01
3	5	0.20E+02
3	6	0.42E+02
4	5	0.21E+01
4	6	0.42E+01
5	6	0.20E+01

Таблица 5

Последовательные приближения x_i , значения функции $Q(x_i)$ и собственные значения матриц Гессе при одном из процессов минимизации

i	0	1	3	5	9
x_i	0.576E+01	0.575E+01	0.574E+01	0.575E+01	0.575E+01
	0.506E+00	0.500E+00	0.493E+00	0.495E+00	0.494E+00
	0.506E+00	0.500E+00	0.493E+00	0.491E+00	0.491E+00
	0.133E+00	0.132E+00	0.126E+00	0.126E+00	0.126E+00
	0.900E-01	0.878E-01	0.978E-01	0.987E-01	0.100E+00
	0.235E+01	0.234E+01	0.234E+01	0.234E+01	0.234E+01
$Q(x_i)$	0.95E-01	0.27E-01	0.11E-04	0.13E-06	0.88E-09
λ_i	-0.69E+01	-0.87E+00	-0.57E-01	0.15E-03	0.12E-04
	0.33E+00	0.34E+00	0.13E-01	0.16E-01	0.12E-01
	0.17E+01	0.16E+01	0.43E+00	0.44E+00	0.45E+00
	0.43E+02	0.43E+02	0.43E+02	0.43E+02	0.43E+02
	0.17E+03	0.17E+03	0.19E+03	0.19E+03	0.19E+03
	0.70E+03	0.77E+03	0.77E+03	0.77E+03	0.77E+03

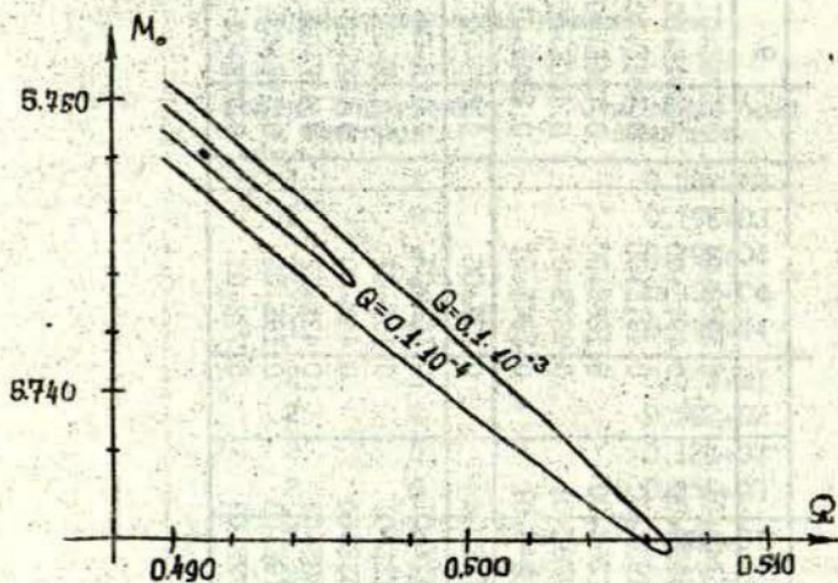


Рис. 1. Линии уровня в координатной плоскости x^3, x^1 .

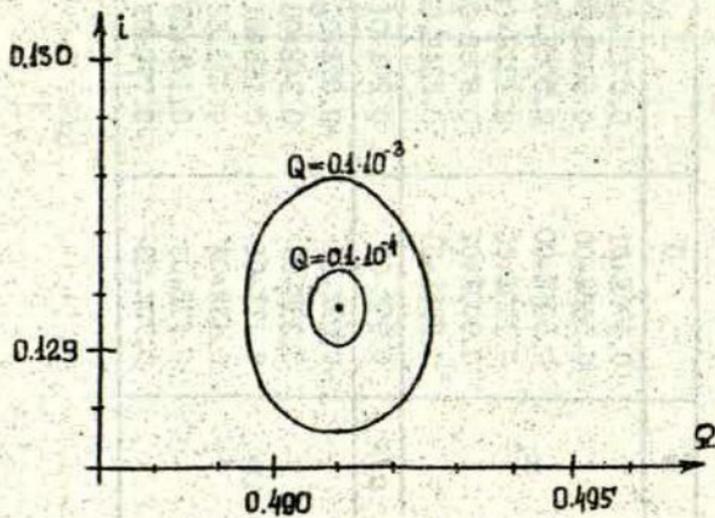


Рис. 2. Линии уровня в координатной плоскости x^3, x^4 .

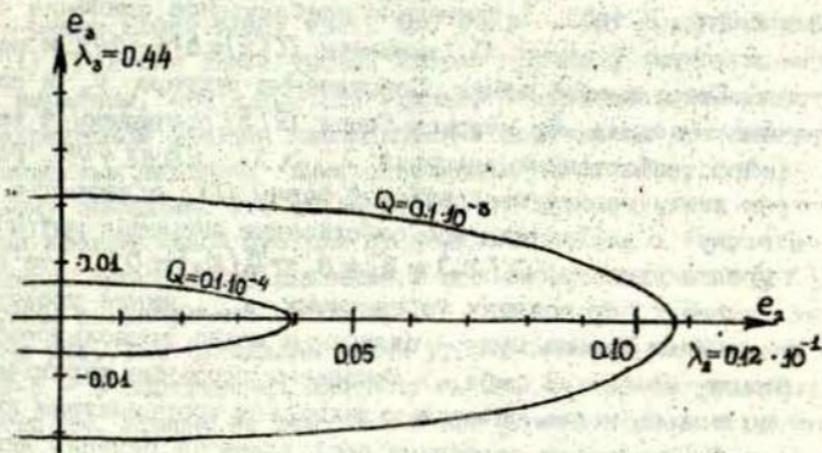


Рис. 3. Линии уровня в собственной плоскости e_2, e_3

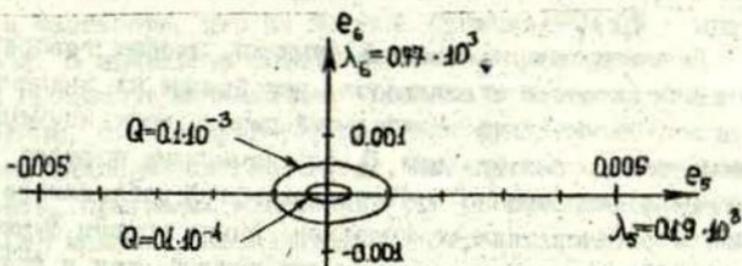


Рис. 4. Линии уровня в собственной плоскости e_5, e_6

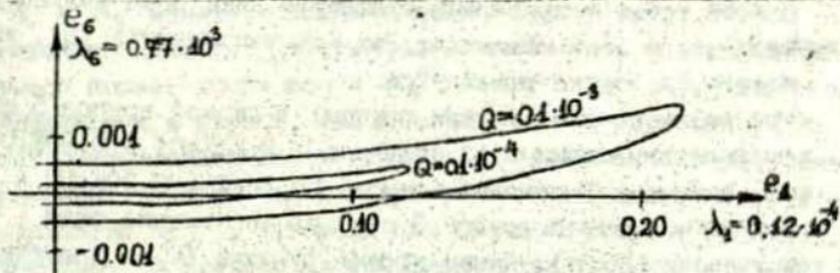


Рис. 5. Линии уровня в собственной плоскости e_1, e_6

чащие цифры. В табл. 1 приведены приближенное значение \tilde{x} точки минимума функции Q (значение $Q(\tilde{x}) \approx 0.1E - 0.8$) и ее матрица Гессе в этой точке. Собственные вектора e_i и собственные значения λ_i матрицы Гессе $G(\tilde{x})$ приведены в табл. 2. Разброс собственных значений $\lambda_{max} \setminus \lambda_{min} = 0.6E + 08$. Рассмотрим линии уровня квадратичной формы (1), в качестве x_* взяв точку \tilde{x} . Так как все собственные значения матрицы $G(x_*)$ положительны, $Q(x_*) = \delta_* \approx 0$, $\nabla Q(x_*) \approx 0$, то во всех сечениях, проходящих через точку \tilde{x} , линии уровня со значениями больше нуля - эллипсы и можно воспользоваться формулами (2)-(5). В табл. 3 приведены основные характеристики эллипсов, когда сечения параллельны координатным плоскостям. По величинам отношения осей эллипсов сечения делятся на две группы: для 12 сечений первой группы отношения осей заключены в пределах 1.4 ± 4.1 , для 3 сечений второй группы - 20 ± 44 .

Линии уровня нелинейных функций, вообще говоря, тем больше отличаются от эллипсов, чем больше их значения отличаются от минимума. Наибольший смысл имеет изучение поверхностей уровня функции Q со значениями порядка 10^{-4} , так как вблизи именно этих поверхностей наблюдались замедление и останов хода минимизации. Линии уровня функции Q с этими значениями в сечениях как первой, так и второй группы незначительно отличались от соответствующих эллипсов. По-другому обстоит дело в сечениях, проходящих через главные оси. В табл. 4 приведены отношения длин осей эллипсов, получающихся в этих сечениях. Так как выполняется (6), коэффициенты μ_1, μ_2 не приводятся.

Разделим сечения на три группы: в первой группе 5 сечений (отношение длин осей эллипсов - $0.20E+01 \pm 0.98E+01$); во второй группе 7 сечений (отношение осей - $0.20E+02 \pm 0.25E+03$); в третьей группе 3 сечения (отношение осей - $0.19E+04 \pm 0.79E+04$). Линии уровня функции Q со значениями порядка 10^{-4} в сечениях первой группы незначительно отличаются от соответствующих эллипсов. Линии уровня третьей группы отличаются от эллипсов длиной (короче в $10-30$ раз), по форме (концы эллипсов загнуты в виде серпа), не всегда

угол ψ - угол между малой полуосью эллипса и осью абсцисс - равен (хотя ввиду того, что $b=0$, это следует из (2)-(5)). Отличия линий уровня второй группы почти всегда менее выражены, чем в третьей группе. Наибольшие отличия от квадратичной функции наблюдаются в собственных сечениях с собственным вектором e_1 , отвечающим наименьшему собственному значению. Это объясняется, по-видимому, как отличиями квадратичной функции от нелинейной, так и тем, что наименьшее собственное значение и его собственный вектор вычислены с наибольшей ошибкой.

На рис. 1-2 приведены линии уровня в координатных, на рис. 3-5 - в собственных плоскостях. Так как линии уровня симметричны, кривые на рис. 3 и 5 изображены только в одной полуплоскости. Вытянутость линий уровня на рис. 5 в 20 раз меньше, чем в "реальности", так как отношение масштабов осей - 20:1. Из невыпуклости линий уровня на рис. 5 следует, в частности, что не выпукла функция $Q(x_1)$.

В табл. 5 приведены последовательные приближения одного из процессов минимизации (решение в котором, как видно из таблицы, было получено), значения функции $Q(x_i)$ и собственные значения матриц $G(x_i)$. Как показали численные эксперименты, при малых изменениях x_i собственные значения матриц $G(x_i)$ менялись незначительно. Отрицательные собственные значения в точках $x_0 + x_3$ не являются, таким образом, погрешностью эксперимента и подтверждают невыпуклость функции. Начиная с точки x_2 , все собственные значения, кроме λ_1 и λ_2 меняются незначительно. Так же ведут себя и собственные векторы. Собственные значения λ_1 и λ_2 стабилизируются позже, после точки x_5 . Аналогичные результаты наблюдались и в других, как удачных, так и неудачных процессах минимизации. Таким образом, хотя вдали от минимума собственные вектора e_1, e_2 могут значительно меняться, подпространство $P_{1,2}$, которому они принадлежат, меняется незначительно. В случаях плохой сходимости требовались значительные смещения в направлениях, принадлежащих подпространству $P_{1,2}$. Однако, как показал анализ векторов $\Delta x = x_{i+1} - x_i$, направления Δx_i и их проекции на $P_{1,2}$

отличались значительно.

Полученные результаты позволяют наметить продолжение исследований и сформулировать рекомендации по улучшению сходимости процессов минимизации: если при решении задач улучшения орбит малых планет такие особенности целевых функций типичны, можно рекомендовать контролировать в некоторых точках x ; собственные значения матриц Гессе (возможно, вместо матриц Гессе можно использовать матрицы квадратичной модели, на которой основан метод минимизации) и при необходимости минимизацию во всем пространстве прерывать минимизацией в подпространствах меньшей размерности (типа $R_{1,2}$). Подтверждение этих рекомендаций, естественно, требует дополнительных экспериментов.

Авторы выражают благодарность Л.К.Лауцениексу за многочисленные консультации.

Библиографический список

1. Гельфанд И.М., Вул Е.Б., Гинзбург С.А. и др. Метод оврагов в задачах рентгеноструктурного анализа. 1966, М.; Наука.
2. Кельман Е.С., Назарова А.П. Численное исследование целевых функций задач оптимизации. Латв. мат. ежегодник, 1991, вып. 35 (в печати).
3. Гринберг Э.Я., Кацнельсон Л.З., Ваняг А.А. и др. Математическое и программное обеспечение для автоматизации проектирования электронных схем (Численные методы анализа и оптимизации. Анализ линейных схем. Анализ статических состояний БИС методом узловых потенциалов и подсхем). 1984, Рига, :ЛГУ.
4. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. 1968, М., :Наука.
5. Fletcher R., Powell M.J.D. A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization. Comp. J., 1963, vol.6, No. 2, p. 153-168.

Резюме

Е.С.Кельман
А.П.Назарова

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ
ОБ УЛУЧШЕНИИ ОРБИТ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Описана методика численного исследования целевых функций задачи оптимизации. Даны рекомендации по ускорению сходимости численных методов на примере исследования задачи об улучшении орбиты малой планеты № 3155. Такое исследование целесообразно применять при медленной сходимости метода или её отсутствии.

Kopsavilkums

J. Kelmans
A. Nazarova

KĀDA UZDEVUMA PAR MAZO PLANĒTU ORBITU
UZLABOŠANU SKAITLISKĀ PĒTĪŠANA

Aprakstīta optimizāciju uzdevumu mērķu funkciju skaitliskās pētīšanas metodika. Izstrādāta rekomendācijas skaitlisko metožu konverģences paātrināšanai. Tās ilustrētas mazās planētas Nr. 3155 orbītas uzlabošanas uzdevuma risināšanas gadījumā. Šādus pētījumus ieteicams izmantot tajos gadījumos, kad metode lēni konverģē vai vispār nekonverģē.

Summary

E. Kelman
A. Nazarova

NUMERICAL RESEARCH OF ONE PROBLEM OF THE
IMPROVEMENT OF ASTEROIDAL ORBITS

The numerical research procedure of the optimization problem aim functions is described. The present paper contains recommendations of the convergence acceleration on

the basis of the minor planet Nr. 3155 orbit improvement problem. This investigation is appropriated in the case if the convergence of the method is slow or if it does not converge at all.

УДК 521.24

Дирикс М.А.
(АО ЛУ)

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ВЭЙСЭЛЭ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Финский астроном и геодезист Ирjö Вэйсэлэ (Yrjö Väisälä, 1891–1971) в 1939 г. опубликовал несколько методов для определения орбит малых планет [1]. Среди них особенно интересным является метод определения эллиптических орбит по двум наблюдениям. Как указывает Вэйсэлэ, этот способ применялся уже с 1935 года, когда начались интенсивные наблюдения малых планет в обсерватории в Турку при помощи анастигматического фотографического телескопа, сконструированного самим Вэйсэлэ. За несколько лет Вэйсэлэ и его сотрудники таким образом определили несколько сотен орбит с целью быстрого вычисления эфемерид на срок видимости планеты.

Некоторое обобщение и анализ метода Вэйсэлэ дается в статье Паула Кустаанхеймо [2]. Метод описан также и в некоторых учебниках по небесной механике [3, 4]. В дальнейшем, когда во всем мире наступил некоторый период уменьшения интереса к малым планетам, этот простой, но весьма целесообразный метод незаслуженно был почти забыт. Теперь же, в связи со значительным расширением работ по малым планетам, этот несложный способ может быть рекомендован наблюдателям. Особенно удобно его применять, если в обсерватории имеется персональный компьютер или небольшая ЭВМ.

Рассмотрим кратко принцип метода Вэйсэлэ. Если обозначить прямоугольные гелиоцентрические координаты планеты в моменты t_1 и t_2 через x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 , то, используя

ряд Тэйлора, можно написать:

$$x_1 = x_2 + x_2' \tau + \frac{1}{2} x_2'' \tau^2 + \frac{1}{6} x_2''' \tau^3 + \dots \quad (1)$$

и аналогично для y_1 и z_1 . Здесь обозначено

$$\tau = \kappa (t_1 - t_2)$$

где постоянная Гаусса

$$\kappa = 0.0172021.$$

Через x_2', x_2'', \dots обозначены производные по τ . Дифференциальные уравнения движения

$$x'' = -\frac{x}{a^3}$$

(аналогично для y'' и z'') позволяют исключить из выражений (1) все вторые и высших порядков производные:

$$x_2''' = -\frac{x_2'}{a^3} + 3 \frac{x_2 x_2'}{a^4} \quad (2)$$

Тогда выражение (1) преобразуется в

$$x_1 = f x_2 + g x_2' \quad (3)$$

где

$$f = 1 - \frac{\tau^2}{2a^3}, \quad g = \tau - \frac{\tau^3}{6a^3} \quad (4)$$

Здесь в (2) опущен малый член, содержащий z' ; в большинстве случаев малые планеты открываются вблизи перигелиев своих орбит. В дальнейшем принято, что малая планета находится в перигелии в момент второго наблюдения. И. Вэйсэлз и Л. Отерма назвали такую орбиту перигельной орбитой.

Переходим теперь к геоцентрическим координатам планеты: α_i, δ_i - наблюдения в моменты t_i ($i = 1, 2$); соответственно X_i, Y_i, Z_i - прямоугольные координаты Солнца, Δ_i - геоцентрическое расстояние планеты. Введем величины

$$b_i = \Delta_i \cos \delta_i \quad (5)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} b_i \cos \alpha_i &= f x_2 + g x_2' + X_i \\ b_i \sin \alpha_i &= f y_2 + g y_2' + Y_i \\ b_i \operatorname{tg} \delta_i &= f z_2 + g z_2' + Z_i \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

При наличии персонального компьютера или ЭВМ координаты Солнца можно удобно и быстро вычислять, а не выписывать из Ежегодников. Пригодные выражения для определения координат Солнца имеются в разных источниках. Мы применяем выражения, приведенные Х.-Г. Рейманном [5]. Однако необходимо здесь сказать, что наш опыт показал, что выражение для Z , приведенное в статье [5], оказалось менее точным, чем выражения для X и Y ; мы рекомендуем определять Z как $Y_* \operatorname{tge}$:

$$Z = Y_* (\theta.4338227 - 2.6965 E - \theta4 * T),$$

где

$$T = (J - 15020) / 36525,$$

J - время в Юл. днях, уменьшенное на 24.

Для величины δ_2 принимаются обычно разные значения в пределах от 1,0 до 1,6; тогда

$$x_2 = \delta_2 \cos \alpha_2 - X_2$$

$$y_2 = \delta_2 \sin \alpha_2 - Y_2$$

$$z_2 = \delta_2 \operatorname{tg} \delta_2 - Z_2$$

Теперь можно определить r_2 ; далее f, g из (4).

Помножив выражения (6) соответственно на x_2, y_2, z_2 и сложив их, получаем

$$\delta_1 = \frac{f r_2^2 + X_1 x_2 + Y_1 y_2 + Z_1 z_2}{x_2 \cos \alpha_1 + y_2 \sin \alpha_1 + z_2 \operatorname{tg} \delta_1},$$

ибо вследствие вышесказанного

$$x_2 x_2' + y_2 y_2' + z_2 z_2' = 0.$$

Производные из (6) получаются:

$$x_2' = (\delta_1 \cos \alpha_1 - f x_2 - X_1) / g$$

$$y_2' = (\delta_1 \sin \alpha_1 - f y_2 - Y_1) / g$$

$$z_2' = (\delta_1 \operatorname{tg} \delta_1 - f z_2 - Z_1) / g$$

Квадрат скорости

$$w^2 = x_2'^2 + y_2'^2 + z_2'^2$$

дает возможность определить большую полуось a и эксцентриситет e орбиты:

$$a = 1 / (2/r_2 - w^2)$$

$$e = r_2 w^2 - 1$$

Найденных величин достаточно, чтобы можно было вычислить эфемериды вперед и назад на период видимости в одной оппозиции. Для каждого из нужных моментов эфемериды t_j необходимо вычислить

$$r_j = \kappa (t_j - t_2),$$

$$f_j = 1 - r_j^2 / 2r_2^3, \quad g_j = r_j - r_j^3 / 6r_2^3$$

далее получаем α_j и δ_j из:

$$\begin{aligned} \Delta_j \cos \delta_j \cos \alpha_j &= f_j x_2 + g_j x_2' + X_j \\ \Delta_j \cos \delta_j \sin \alpha_j &= f_j y_2 + g_j y_2' + Y_j \\ \Delta_j \sin \delta_j &= f_j z_2 + g_j z_2' + Z_j \end{aligned}$$

Разные выбранные значения параметра δ_2 позволяют получить семейство эфемерид. Приведем несколько примеров таких семейств. Они наглядно показывают, что выбранные значения δ_2 не являются критическими, т.е., в пределах интервала видимости одной оппозиции эфемеридные положения мало зависят от этого параметра.

В качестве примеров приведем четыре разных случая:

- 1) планета со сравнительно большим e , 2) планета с малым e ,
- 3) оба наблюдения находятся далеко от перигелия, 4) пример, показывающий, что метод Вэйсэла помогает установить принадлежность наблюденного положения к определенному объекту.

1987 SA 14 (H-1629)

Использованы наблюдения 870922, 870925 (MPC I5143).

В последнем столбце для сравнения приведена эфемерида, вычисленная по эллиптическим элементам, полученным по всем трем наблюдениям этой планеты (MPC I5215).

Epoch	870922 = 47060.5		
δ_2	1.0	1.2	1.4
a	2.5057	2.7813	3.0195
e	0.1841	0.1873	0.1797

870902	$1^h 17^m 0 + 23^\circ 24'$	$1^h 17^m 8 + 23^\circ 33'$	$1^h 18^m 5 + 23^\circ 40'$
0912	1 14.5 24 32	1 14.8 24 36	1 14.9 24 38
0922	1 08.8 25 14	1 08.8 25 14	1 08.8 25 14
1002	1 00.7 25 23	1 00.7 25 24	1 00.8 25 25
1012	0 51.3 25 00	0 51.6 25 07	0 51.8 25 12
1022	0 42.4 24 09	0 42.8 24 25	0 43.1 24 37
1101	0 35.4 23 00	0 35.6 23 27	0 35.8 23 47
1111	0 31.5 21 47	0 31.2 22 23	0 31.0 22 52

ζ_2	1.6	(ВЛ. МРС 15215)
a	3.2170	3.2199
e	0.1624	0.1627

870902	$1^h 19^m 0 + 23^\circ 46'$	$1^h 19^m 1 + 23^\circ 46'$
0912	1 15.1 24 40	1 15.1 24 40
0922	1 08.8 25 14	1 08.8 25 14
1002	1 00.8 25 26	1 00.8 25 26
1012	0 52.0 25 16	0 52.0 25 16
1022	0 43.4 24 46	0 43.4 24 47
1101	0 36.0 24 03	0 36.0 24 04
1111	0 30.8 23 15	0 30.8 23 15

Приведенный выше пример хорошо иллюстрирует сравнительно слабую зависимость эфемериды от параметра ζ_2 . Поэтому дальнейшие примеры приведем в сокращенном виде - только для некоторых значений ζ_2 (в составленной нами программе берутся значения 1.0, 1.2, 1.4 и 1.6, однако в случае необходимости их можно легко изменять). Следующий пример показывает, что иногда в результате получается даже $e < 0$, но при этом эфемерида остается вполне приемлемой.

1987 SD14 (H-1636)

Использованы наблюдения 870922, 870925 (МРС 15143).

В последнем столбце - эфемерида по эллиптическим элементам (полученным по трем наблюдениям) (МРС 15215).

Epoch 870922 = 47060.5

	1.2	1.4	(El. MPC 15215)
θ_2			
a	2.2771	2.4323	2.2994
e	0.0170	-0.0082	0.0164

870902	1 ^h 38 ^m .4 +21°53'	1 ^h 39 ^m .2 +21°59'	1 ^h 38 ^m .6 +21°53'
0912	1 35.0 23 00	1 35.2 23 02	1 35.0 23 00
0922	1 28.2 23 47	1 28.2 23 47	1 28.2 23 47
1002	1 18.6 24 09	1 18.7 24 10	1 18.7 24 09
1012	1 07.4 24 04	1 07.8 24 09	1 07.5 24 05
1022	0 56.0 23 34	0 56.6 23 46	0 56.1 23 36
1101	0 46.0 22 47	0 46.7 23 07	0 46.2 22 50
1111	0 38.7 21 52	0 39.1 22 21	0 38.8 21 56

Для следующего примера избрана планета, наблюдения которой находятся далеко от перигелия (в эпоху оскуляции 870912 для орбиты по трем наблюдениям $M = 275^{\circ}45'$). В первом столбце дана эфемерида, полученная по двум наблюдениям с интервалом 1 сутки (870916 и 870917), во втором - с интервалом 7 суток (870916 и 870923). В последнем столбце, как и в предыдущих примерах, эфемерида по эллиптическим элементам (по трем наблюдениям) (MPC 15216).

1987 SP17 (X-1310)

Epoch 870912 = 47050.5

Observations	870916, 870917	870916, 870923	3 obs.
θ_2	1.2	1.4	(El. MPC 15216)
a	2.4790	2.4388	2.7044
e	0.1119	0.1015	0.2259

870923	23 ^h 35 ^m .3 +4°02'	23 ^h 35 ^m .6 +4°02'	23 ^h 35 ^m .2 +4°09'
0902	23 28.4 3 34	23 28.6 3 34	23 28.2 3 36
0912	23 20.0 2 49	23 20.1 2 49	23 20.0 2 49
0922	23 11.6 1 54	23 11.5 1 54	23 11.5 1 54
1002	23 04.3 0 57	23 04.0 0 57	23 03.7 0 55
1012	22 59.1 +0 06	22 58.8 +0 06	22 57.4 +0 05
1022	22 56.8 -0 32	22 56.4 -0 32	22 53.2 -0 45

Наконец, приводим пример, где описанный метод Вэйсälэ позволяет решить принадлежность объекта. Использованы 2 наблюдения планеты 1979 RZ (K-8749) - 790914 и 790928; наблюдатели приписали еще наблюдение 791014.78090 $22^{\text{h}}23^{\text{m}}40^{\text{s}}.34 + 06^{\circ}42'03''.6$ этому объекту; впоследствии оказалось, что это положение принадлежит другой планете, а на той же пластинке объект с координатами $22^{\text{h}}25^{\text{m}}13^{\text{s}}.50 + 04^{\circ}47'39''.9$, вначале обозначенный K-8751 = 1979 TN, тождественен с 1979 RZ. Применение метода Вэйсälэ это наглядно показывает, - для этого достаточно сравнить указанные наблюдения со следующими эфемеридами. Приводим эфемериды для крайних значений β_2 .

1979 RZ = 1979 TN

Epoch 790914 = 44130.5

	β_2	1.0	1.6
	a	2.4144	2.9404
	e	0.1912	0.1347
790825	$22^{\text{h}}53^{\text{m}}2$	$+10^{\circ}52'$	$22^{\text{h}}52^{\text{m}}0$ $+11^{\circ}16'$
0904	22 45.7	10 16	22 45.1 10 23
0914	22 38.1	9 11	22 38.1 9 11
0924	22 31.8	7 47	22 32.0 7 46
1004	22 28.1	6 17	22 27.7 6 18
1014	22 27.6	4 53	22 25.7 4 54
1024	22 30.4	3 44	22 26.2 3 41

В заключение можно сказать, что метод Вэйсälэ оказался особо пригодным для непосредственного использования в обсерваториях и наблюдательных пунктах, - после вынужденного перерыва наблюдений (яркая Луна, плохая погода и т.д.) этот метод позволяет уверенно найти или отождествить объекты.

Библиографический список

- I. Väisälä Y. Eine einfache Methode der Bahnbestimmung.
 Annales Acad. Scient. Fennicæ, Ser. A, LII, 2,
 p.32 = Mitt. Sternw. Univ. Turku, Nr. 1, 1939.

2. Kustaanheimo P. Über die Bahnbestimmung aus zwei Beobachtungen. *Annales Acad. Scient. Fennicas*, 1961, Ser. A, III, 61, Helsinki, p. 155-168.
= Publ. of the Astr. Obs. Helsinki, 1961, No. 87.
3. Орлов А.Я., Орлов В.А. Курс теоретической астрономии. 1940, М.-Л., ГИИТЛ, 200 с.
4. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. 1968, М., Наука, 800 с.
5. Reizmann H.-G. Bahnbestimmung mit dem Heimcomputer. *Die Sterne*, 1987, b.63, n.3, s.145-157.
6. *Minor Planets Circulars* (= *Minor Planets and Comets*, MPC). Cambridge, Mass., U.S.A.

Резюме

М.А. Дирикис

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ВЭЙСЭЛЭ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИТ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Подробно описывается метод определения перигелийных орбит, разработанный И. Вэйсэлэ. Для иллюстрации приводятся четыре примера, показывающие свойства метода и его целесообразность в различных случаях. Метод особенно пригоден для нахождения и отождествления объектов после некоторого перерыва наблюдений.

Kopsavilkums

M. Dirikis

PAR VEISELES METODES LIETOŠĀNU MAZO PLANĒTU ORBĪTU NOTĪKŠANĀ

Aprakstīta Veiseles metode t. s. perihēlija orbītu noteikšanai. Ievietoti četri skaitliski iemēri, kas ilustrē metodes īpašības un priekšrocības dažādos gadījumos. Metode īpaši noderīga objektu atrašanai un identificēšanai, ja novērojumu gaitā ir bijis pārtraukums.

M. Dirikis

ON THE USE OF VAISALA'S METHOD FOR ASTEROID
ORBIT DETERMINATION

The method of perihelion orbit determination developed by Y. Väisälä is presented in detail. It is illustrated with four numerical examples showing characteristic features of the method and its suitability for different cases, especially for search and identification of objects after a certain period of interruption of observations.

УДК 521.61

Зариньш А.Я.
(АО ЛУ)

О МОДЕЛИРОВАНИИ ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ

По орбитам, близким к геостационарной, в настоящее время движется более ста ИСЗ, их число неуклонно увеличивается. Часть их (активные ГСС) поддерживаются вблизи определенных точек геостационарной дуги путем регулярных маневров. Эволюция орбит остальных (пассивных) ГСС происходит только под влиянием естественных причин, их положение сравнительно изменчиво. Поскольку движение ГСС подвержено значительным возмущениям от Луны, Солнца, гармоник гравитационного поля Земли и других возмущающих факторов, точное описание их движения требует привлечения сложной математической модели. Для вычисления параметров этой модели (т.е., элементов орбиты) необходимо довольно большое количество наблюдений, причем процесс определения элементов орбиты часто оказывается чувствительным к неоптимальному расположению наблюдений, наличию в них ошибок. Поэтому при решении ряда практических задач (в том числе задач, возникающих при производстве фотографических наблюдений ГСС - вычислении прогнозов видимости, отыскании изображений ГСС на снимках и их отождествлении) представляется целесообразным применять более простые модели движения ГСС. В настоящей работе предложена несложная в реализации модель движения ГСС, основанная на описании изменения их координат в вращающейся вместе с Землей геоцентрической системе координат. ГСС по своему назначению призваны быть по возможности малоподвижными относительно тела Земли. Их остаточное дви-

жение в связанной с Землей системе координат можно рассматривать как следствие отличий оскулирующих орбит ГСС от идеально геостационарной (круговой экваториальной с сидерическим периодом равным звездным суткам), а также изменения во времени оскулирующей орбиты вследствие возмущений. Последние для ГСС имеют в основном долгопериодический (с периодом в несколько лет и больше) характер [1, 2] и в пределах интервала времени порядка месяца большинство из них можно считать линейными функциями времени.

Для описания остаточного движения ГСС относительно Земли удобно использовать их географические (геоцентрические) координаты: долготу λ , широту φ и геоцентрическое расстояние r , которые у идеально геостационарного спутника должны оставаться неизменными. Изменение этих координат реального ГСС можно разделить на несколько составляющих. Во-первых, наклон его орбиты к экватору i (значение которого обычно находится в пределах градуса дуги) является причиной колебания широты спутника φ :

$$\sin \varphi = \frac{z}{r} = \sin i \sin u, \quad (1)$$

где $u = \vartheta + \omega = \vartheta - M + \omega - M$ - аргумент широты спутника. Во-вторых, отличие от нуля эксцентриситета орбиты вызывает неравномерность движения спутника по орбите, вследствие чего долгота колеблется вокруг некоторого среднего значения λ'_0 . Для близэкваториальной орбиты это колебание имеет вид:

$$\lambda - \lambda'_0 \approx \vartheta - M. \quad (2)$$

Кроме того, следствием отличия среднего движения ГСС от скорости вращения Земли ω_E является медленный дрейф средней долготы:

$$\lambda'_0 = \lambda_0 + \dot{\lambda}_0 \Delta t, \quad (3)$$

где скорость дрейфа $\dot{\lambda}_0 = n - \omega_E$.

Зависимость от времени колебаний (1) и (2) определяется

линейно зависящей от времени средней аномалией M , а также разностью $\psi - M$. Последнюю, ввиду малости эксцентриситета орбит ГСС, целесообразно представить в виде нескольких первых членов разложения $\psi - M$ по степеням эксцентриситета:

$$\psi - M \approx 2e \sin M + \frac{5}{2} e^2 \sin M \cos M. \quad (4)$$

Тогда (1) в зависимости от требуемой точности можно представить в одном из видов:

$$\sin \varphi = \sin i \sin (\omega + M) \quad (1')$$

или

$$\sin \varphi = \sin i \sin (\omega + M + 2e \sin M) \quad (1'')$$

или, учитывая изменение i во времени (согласно [1, 2], i имеет типичную скорость изменения порядка $10''$ в сутки):

$$\sin \varphi = (\sin i_0 + (\dot{\sin i}) \Delta t) \sin (\omega + M) \quad (1''')$$

или

$$\sin \varphi = (\sin i_0 + (\dot{\sin i}) \Delta t) s \quad (1''')$$

Аналогичная подстановка (4) и (3) в (2) дает:

$$\lambda = \lambda_0 + \dot{\lambda} \Delta t + 2e \sin M \quad (2')$$

или

$$\lambda = \lambda_0 + \dot{\lambda} \Delta t + 2e \sin M (1 + \frac{5}{4} e \cos M). \quad (2'')$$

Приближения (1') в предположении постоянности элементов орбиты имеет точность не хуже 1'' при $i \lesssim 1^\circ$ и $e \lesssim 0,00015$; приближение (1'') имеет ту же точность при $i \lesssim 1^\circ$ и $e \lesssim 0,015$ или $i \lesssim 16^\circ$ и $e \lesssim 0,004$. Точность приближения (2') составляет 1'' при $e \lesssim 0,0022$; ту же точность приближение (2'') имеет при $e \lesssim 0,012$. Дополнительные члены, содержащие $\dot{\lambda}$ и $(\dot{\sin i})$, дают возможность учесть часть изменения эле-

ментов орбит во времени вследствие возмущений.

Таким образом, движение ГСС по оскулирующей кеплеровской орбите можно с точностью порядка I представить формулами вида (1) и (2), точность представления ими реального движения ГСС несколько хуже, но в течении интервалов времени не превышающих нескольких недель, обычно не больше нескольких секунд дуги. Согласно модели (1), (2), ГСС относительно тела Земли в течении сидерического периода обращения (практически - звездных суток) описывает медленно дрейфующий вдоль экватора эллипс с линейно меняющимися размерами по широте. Характерные размеры траектории ГСС - порядка одного градуса геоцентрической дуги. Принципиальное преимущество этой модели относительно Кеплеровских элементов орбиты заключается в линейности соотношений (1') и (2') относительно параметров $\sin i \cos(\omega + M_0)$, $\sin i \sin(\omega + M_0)$, λ_0 , λ , $e \sin M_0$ и $e \cos M_0$. Ввиду этого, систему условных уравнений, составленную из соотношений вида (1') и (2'), (в предложении известного начального приближения дрейфа λ) можно решить способом наименьших квадратов. Уточнение λ , а также учет дополнительных нелинейных членов в формулах (1''), (1''') и (2'') можно провести путем нескольких (2 - 4) итераций. Таким образом, модель движения (1) и (2) позволяет весьма просто оценить элементы орбиты ГСС по наблюдениям, приведенным к координатам подспутниковых точек φ и λ .

На практике, однако, результатом фотографических наблюдений ГСС являются экваториальные топоцентрические координаты спутников α и δ (т.е., топоцентрические вектора направления на спутник $\vec{\rho}^c$). Для получения геоцентрического вектора направления на спутник $\vec{r} = \vec{R} + \vec{\rho}^c \cdot \rho$, (где \vec{R} - радиус-вектор обсерватории, - следует заметить, что векторы \vec{R} и $\vec{\rho}^c$ должны быть представлены в одной и той же системе координат), не хватает топоцентрического расстояния до ГСС ρ , или геоцентрического расстояния r , т.к. можно написать:

$$\rho = \sqrt{(\vec{R} \cdot \vec{\rho}^c)^2 + r^2 - R^2} - \vec{R} \vec{\rho}^c \quad (5)$$

Поскольку значение r для ГСС близко к $r_0 = 42\ 146$ км (отличается от этого значения на $\approx 0,1\%$ для активных ГСС и несколько больше — для пассивных), то, подставляя в (5) r_0 вместо r , можно получить приближение координат подспутниковой точки ГСС φ и λ с точностью обычно порядка $10''$, т.е., на порядок хуже точности самих наблюдений. Более точное значение r можно получить в ходе итеративного определения параметров орбиты (1), (2) по известной формуле

$$r = a(1 + e \cos M),$$

где a определяется по уточненному периоду обращения. Это в конечном итоге обеспечивает точность определения φ и λ (без учета ошибок исходных наблюдений и координат обсерватории порядка одной угловой секунды).

Так как в количество определяемых параметров в моделях (1'') и (2') не превышает четырех, достаточно 4 наблюдений (значений φ и λ в различных моментах времени), чтобы однозначно определить модельную орбиту ГСС. Если применить более простой вариант модели (1') и (2') без λ , достаточно двух наблюдений. Следует, однако, заметить близости наблюдения, разделенные промежутком времени, близким к целому числу периодов обращения ГСС (суток), порождают систему условных уравнений, плохо обусловленную относительно параметров, определяющих размеры и фазу траектории. Особенностью фотографических наблюдений ГСС является сосредоточение всех наблюдений в части витка (максимальный размер которой несколько превышает половину витка), которая видна с наземных обсерваторий ночью. Поэтому состав наблюдений часто неблагоприятный для экстраполяции траектории ГСС на другую (дневную) половину витка.

Для проверки свойств предложенной модели движения ГСС и возможностей его применения, были проведены численные исследования. Мы воспользовались результатами фотографических наблюдений ГСС, проведенных в июле и августе 1966 г. на станции Мапуту (Мозамбик) камерой АФУ-75. На каждом кадре этих наблюдений зафиксировано обычно несколько (до десяти) ГСС. Они имеют, в зависимости от режима съемки, от двух до

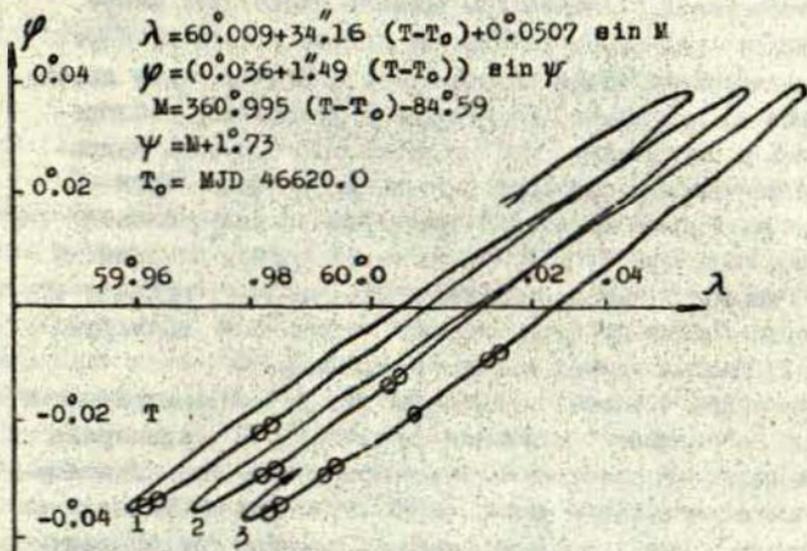


Рис. 1

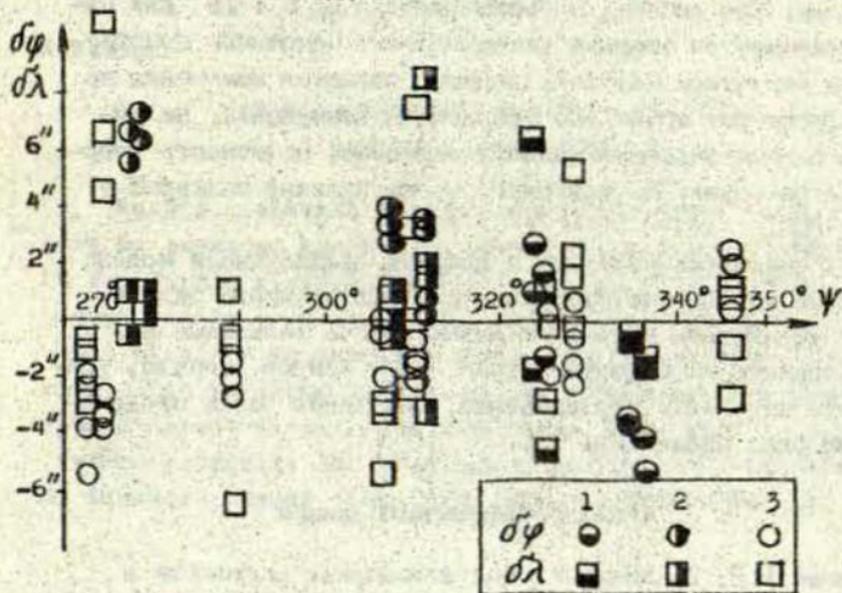


Рис. 2

шести изображений с интервалом времени около двух минут. Был выделен ряд серий наблюдений одного и того же спутника, максимальный объем которых достигает несколько десятков кадров на протяжении до месяца. К сожалению, наблюдения велись с перерывами, что не позволило получить непрерывные серии наблюдений продолжительностью более трех-четырех суток. Пример модельной траектории подспутниковой точки ГСС, полученной по одной из таких серий, показан на рис. 1. Распределение соответствующих невязок координат ψ и λ в зависимости от фазы движения спутника ψ приведено на рис. 2. Данный пример является типичным.

Внутренняя точность наблюдений при их астрометрической обработке оценивалась величиной порядка $1'' + 3''$, примерно такая же величина разброса невязок получена и при аппроксимации рассматриваемой моделью. В то же время практически во всех сериях, имеющих протяженность во времени больше двух-трех суток, присутствует систематический ход невязок аппроксимации. Его амплитуда увеличивается до $5'' + 10''$ для серий протяженностью порядка десяти суток. Основными причинами такого характера невязок, видимо, являются изменения во времени элементов орбит ГСС вследствие возмущений, не учтенные в рассматриваемой модели, возможно, неточность координат обсерватории. Не исключено также наличие маневров у активных ГСС.

Представляется реальным с помощью предложенной модели при наличии достаточно однородного и протяженного ряда наблюдений установить наличие и локализовать возможные маневры и оценить их характеристики. Этот вопрос, однако, требует более детальных исследований, привлекая более представительные ряды наблюдений ГСС.

Библиографический список

1. Социлина А.С. О движении геостационарных спутников в гравитационном поле Земли. Бюл. ИТААН СССР, 1983, т.15, № 4, с. 225-233.
2. Социлина А.С. Об использовании геостационарных спутников для определения параметров геопотенциала. Набл. ИСЗ, 1984, Прага, № 23, с. 211-231.

А.Я.Зариньш

О МОДЕЛИРОВАНИИ ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ

В статье предложена модель движения ГСС, основанная на описании изменения их координат во вращающейся вместе с Землей геоцентрической системе координат, т.е., координат подспутниковой точки. Такое описание, в первом приближении представляющее собой наложение взаимно независимых синусоидальных колебаний по широте и по долготе с суточным периодом, представляет реальное движение ГСС в интервале времени порядка десяти суток, с точностью до нескольких секунд дуги. Подобная модель может найти применение при краткосрочном прогнозировании движения ГСС, отождествлении их наблюдений, локализации момента и величины маневра.

Kopsavilkums

A.Zariņš

PAR ĢEOSTACIONĀRO PAVADOŅU REDZAMĀS KUSTĪBAS MODELEŠANU

Raketā piedāvāts ģeostacionāro ZMP kustības modelis, kurā šo pavadoņu koordinātu izmaiņas aprakstītas ģeocentriskā koordinātu sistēmā, kurā rotā kopā ar Zemi. Firmajā tuvībā tas ir divu neatkarīgu sinusoidālu svārstību (meridionālā virzienā un paralēli ekvatoram) superpozīcija un aproksimē reāla pavadoņa kustību ar dažu loka sekunžu precizitāti vienas desmit dienu laika intervālā. Šāds modelis var tikt lietots īslaicīgi ZMP kustības prognozēšanai, to novērojumu identificēšanai, iespējamo manevru lokalizācijai.

A. Zarinsh

ON MODELLING OF GEOSTATIONARY SATELLITE'S VISIBLE
MOTION

A model, describing geostationary satellite's visible motion in a geocentric coordinate system rotating together with the Earth, has been proposed. In the first approach such a model consists of two independent sinusoidal oscillations (along latitude and longitude) with period close to one sidereal day. It can be used to provide short-term forecasts of satellite's position, identify observations of geostationary satellite's, detect and estimate possible active manoeuvres.

УДК 521.61

Магар Ю.Х.
(АО ЛУ)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ЗАТМЕНИЙ ТОЧЕК СБЛИЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВИДИМОСТЕЙ ИСЗ

1. Введение

В задачах прогнозирования видимостей ИСЗ, основы которых изложены в работах [1, 2, 3], одним из изучаемых явлений является погружение наблюдаемого участка орбиты спутника в тень Земли. В работе [3] показано, что в случае круговой орбиты ($e=0$) и цилиндрической ($\delta=0$) модели тени решение этой задачи сводится к алгебротригонометрическому уравнению четвертой степени относительно звездного времени s . Применение изложенной в [3] методики для случая $e \neq 0$ и $\delta \neq 0$ нецелесообразно, так как приводит к громоздкому решению, малоприспособленному для практических приложений. Однако впоследствии были найдены сравнительно простые тригонометрические решения данной задачи (для случая $e \neq 0$, $\delta \neq 0$), изложению которых посвящается эта работа.

2. Тригонометрическое решение для углового сближения

Допустим, что нами определены E'_T и E''_T - значения эксцентрической аномалии ИСЗ в моменты входа и выхода спутника из (в общем случае конусообразной) тени Земли. Это выполнимо по общеизвестным алгоритмам изложенным в [4] или [5]. Тогда, если эксцентрическая аномалия E_0 рассматриваемой точки сближения [6] удовлетворяет условию

$$E_0 \in [E''_T, E'_T], \quad (I)$$

то можем считать, что наблюдаемый участок орбиты находится вне тени Земли. Соответствующие моменты входа и выхода из тени, например, точки углового сближения в этом случае могут быть определены из уравнения углового сближения [6] в форме

$$\vec{R}\vec{P}\sqrt{1-e^2}\sin E_T - \vec{R}\vec{Q}\cos E_T + e\vec{R}\vec{Q} = 0, \quad (2)$$

где E_T — одно из значений E_T' или E_T'' ,

\vec{P}, \vec{Q} — орты орбитальной системы координат,

\vec{R} — радиус-вектор обсерватории,

e — эксцентриситет орбиты спутника.

Введем вторую экваториальную систему координат [7], что после несложных преобразований, позволяет записать (2) в виде

$$\begin{aligned} & \cos(s-\Omega)[\sqrt{1-e^2}\sin E_T \cos \omega + (\cos E_T - e)\sin \omega] + \\ & + \sin(s-\Omega)[\sqrt{1-e^2}\sin E_T \sin \omega - (\cos E_T - e)\cos \omega] \cos i = (3) \\ & = \operatorname{tg} \psi \sin i [(\cos E_T - e)\cos \omega - \sqrt{1-e^2}\sin E_T \sin \omega], \end{aligned}$$

где ψ и S — географическая широта и местное звездное время обсерватории

i, Ω, ω — угловые элементы орбиты спутника.

Введем следующие обозначения

$$\begin{aligned} B_T \sin \beta_T &= (\cos E_T - e)\sin \omega + \sqrt{1-e^2}\sin E_T \cos \omega, \\ B_T \cos \beta_T &= [(\cos E_T - e)\cos \omega - \sqrt{1-e^2}\sin E_T \sin \omega] \cos i, \end{aligned} \quad (4)$$

согласно которым

$$\beta_T = \operatorname{arctg} \frac{(\cos E_T - e)\sin \omega + \sqrt{1-e^2}\sin E_T \cos \omega}{[(\cos E_T - e)\cos \omega - \sqrt{1-e^2}\sin E_T \sin \omega] \cos i} \quad (5)$$

Формулы (4) и (5) определяют два возможных значения угла β_T , из которых, для определенности, будем пользоваться тем значением, которому соответствует $B_T > 0$. Тогда, при помощи (4), уравнение (3) легко преобразовать к виду

$$\sin(\beta_T - s + \Omega) = \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} i \cos \beta_T \quad (6)$$

Для каждого E_T (т.е. E_T' и E_T'') уравнение (6) имеет два решения

$$s_{T1} = \beta_T + \Omega - \gamma_T, \\ s_{T2} = \beta_T + \Omega - (\pi - \gamma_T), \quad (7)$$

где $\gamma_T = \arcsin(\operatorname{tg} \psi \cdot \operatorname{tgi} \cdot \cos \beta_T)$. (8)

Из полученных, не более чем четырех решений, надо исключить прежде всего те, для которых

$$\vec{R}_0(s_{Ti}) \vec{R}(s_{Ti}) < 0 \quad (9)$$

где \vec{R}_0 - вектор углового сближения. Практический интерес часто не представляет также решения, для которых

$$\vec{R}_0(s_{Ti}) \vec{R}(s_{Ti}) > 0 \quad (10)$$

где \vec{R}_0 - радиус-вектор центра Солнца, т.к. в этом случае Солнце в обсерватории находится над горизонтом.

Неравенствам (9) и (10) удовлетворяют, как правило, не более двух решений уравнения (6), соответствующих значениям $E_T = E_T'$ и $E_T = E_T''$. Далее, при помощи общеизвестных формул [7], находятся моменты t , солнечного времени, соответствующие входу (и выходу) точки углового сближения в тени Земли. Отметим также, что решение рассматриваемой задачи в форме (7), (8) является действительным, если

$$|\operatorname{tg} \psi \cdot \operatorname{tgi} \cdot \cos \beta_T| \leq 1 \quad (11)$$

В обратном случае точка углового сближения находится или постоянно в тени, или постоянно вне тени. Какой конкретный случай имеет место можно установить по знаку соответствующей функции видимости.

Подобным рассмотренному образом может быть исследовано и затмение точки вертикального сближения [6] ИСЗ и обсерватории. Этот случай отличается от изложенного только определением вспомогательных величин B_T и β_T согласно формулам

$$B_T \sin \beta_T = \sqrt{1 - e^2} \cos E_T \sin \omega + \sin E_T \cos \omega, \\ B_T \cos \beta_T = (\sqrt{1 - e^2} \cos E_T \cos \omega - \sin E_T \sin \omega) \cos i, \quad (12)$$

по которым

$$\beta_T = \arctg \frac{\sqrt{1-e^2} \cos E_T \sin \omega + \sin E_T \cos \omega}{(\sqrt{1-e^2} \cos E_T \cos \omega - \sin E_T \sin \omega) \cos i}. \quad (13)$$

Другие формулы изложенного выше решения остаются без изменений.

3. Прикладные особенности алгоритма

Ввиду того, что часто приходится иметь дело с орбитами, близкими к круговым, рассмотрим этот случай более подробно. Рассмотренные выше два тригонометрических решения (для углового и вертикального сближения) в этом случае ($e=0$) совпадают и приобретают особенно простой вид, т.к.

$$\beta_T = \arctg (\tg E_T \sec i), \quad (14)$$

а квадраты углов E_T и β_T совпадают. Все остальные формулы изложенного метода остаются без изменений.

При построении реально действующих алгоритмов прогнозирования видимостей орбит ИСЗ приобретает практическую значимость легкая проверка условия (9) для того, чтобы различать верхние и нижние сближения [8]. Поэтому остановимся на этом условии немного подробнее. При $e=0$ очевидно имеем

$$\vec{r}_0 = a (\vec{P} \cos E_T + \vec{Q} \sin E_T). \quad (15)$$

Следовательно, согласно (9), для верхнего сближения должно удовлетворяться

$$\bar{R} \bar{P} \cos E_T + \bar{R} \bar{Q} \sin E_T > 0. \quad (16)$$

Учитывая, что при $e=0$ можно полагать и $\omega = 0$, т.е.

$$\vec{P} = \begin{Bmatrix} \cos \Omega \\ \sin \Omega \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{Q} = \begin{Bmatrix} -\sin \Omega \cos i \\ \cos \Omega \cos i \\ \sin i \end{Bmatrix}, \quad (17)$$

и подставляя (17) в (16) можем построить следующую контрольную функцию

$$\Phi = \cos E_T \cos (s - \Omega) + \sin E_T \sin (s - \Omega) \cos i + \tg \psi \sin i \sin E_T \quad (18)$$

которая положительна $\Phi > 0$ для верхних и отрицательна

$\varphi < 0$ для нижних сближений. Контрольную функцию (18) легко вычислить, т.к. φ и $\dot{\epsilon}$ являются константами, а каждому E_T соответствуют два значения разности $(s - \Omega)$, которые согласно (?) равны

$$\begin{aligned}(s - \Omega)_1 &= \beta_T - \gamma_T, \\(s - \Omega)_2 &= \beta_T - (\pi - \gamma_T).\end{aligned}\tag{19}$$

Итого следует проверять всего четыре значения $(s - \Omega)$, соответствующие как E_T' , так и E_T'' , имея ввиду, что возможны случаи, когда для них всех контрольная функция положительна $\varphi > 0$. Если $\varphi \neq 0$, то алгоритм вычисления аналогичной контрольной функции является гораздо более сложным.

4. Заключение

В заключении отметим, что изложенные алгоритмы были реализованы и включены в программную систему АНТАРЕС [9] математического обеспечения наблюдений ИСЗ. Их эффективность (как по быстрдействию, так и точности) подтверждена многолетними результатами эксплуатации упомянутой программной системы.

Библиографический список

1. Арнольд К. Методы спутниковой гелдезии. 1973, М.,:Недра.
2. Diana W. Scott. Predicting satellite visibility. Planetary and Space Science, 1976, vol.15, Nr.12.
3. Загар В.Х. Прогнозирование видимости спутников. Научные информации Астросовета АН СССР, 1988, № 55.
4. Эскобед П.Р. Методы определения оронит. 1970, М.,:Мир.
5. Загар В.Х. Видимость ИСЗ на фоне неба. Анализ движения небесных тел и оценка точности их наблюдений, 1988, Рига.

6. Жагар В.Х., Зариньш А.Я. Экстремальные задачи сближения ИСЗ и наблюдателя. - Навигационная привязка и статистическая обработка космической информации. 1983, М. : Наука.
7. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике/Под ред. Г.Н.Дубошина. 1976, М. :Наука.
8. Зариньш А.Я., Жагар В.Х. Решение уравнений сближения ИСЗ и обсерватории. Анализ движения небесных тел и их наблюдений. 1982, Рига.
9. Жагар В.Х. Эфемеридная подсистема программной системы АНТАРЕС математического обеспечения наблюдений ИСЗ. 1985, Рига :ЛГУ

Резюме

В.Х.Жагар

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ЗАТМЕНИЙ ТОЧЕК СБЛИЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВИДИМОСТЕЙ ИСЗ

В работе изложены сравнительно простые тригонометрические решения задачи о погружении наблюдаемого участка орбиты ИСЗ в тень Земли. Рассмотрены также некоторые прикладные аспекты изложенного алгоритма, реализованного в программной системе АНТАРЕС.

Kopsavilkums

J.Žagars

TUVOŠANĀS PUNKTU APTUMSUMA MOMENTU NOTEIKŠANA ZMP REDZAMĪBAS PROGNOZĒŠANAS UZDEVUMOS

Darbā aplūkoti relatīvi vienkārši trigonometriski risinājumi uzdevumam par ZMP orbitas redzamās daļas ielešamu Zemes ēnā. Uzmanība pievērsta arī analizētā algoritma lietīškajiem aspektiem, kas realizēti programmu sistēmā ANTARES.

Summary

J. Zhagars

DETERMINATION OF ECLIPSE AND REEMERGENCE MOMENTS
OF THE SATELLITE APPROACH POINTS IN SATELLITE
VISIBILITY PREDICTION TASKS

Relatively simple trigonometric solutions for conditions providing for the observable part of a satellite's orbit to enter the Earth's shadow, are given in this paper. Some attention is paid to application aspects of this algorithm which has been implemented into a computer code and integrated into the ANTARES software package.

УДК 521.24

Задунаев В.М.
Евдокимова Л.С.
(ЛВМА)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
РАДИОВИДИМОСТИ НКА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИФ-
ФЕРЕНЦИАЛЬНОГО РЕЖИМА

Рассматривается система навигационных космических аппаратов (НКА), которая используется для определения координат местоположения контрольной станции и потребителя. Цель работы - исследовать эффективность дифференциального метода определения координат, а именно, возможность наблюдения потребителем одних и тех же космических аппаратов.

В общем случае дифференциальный режим работы предполагает наличие контрольных передаточных станций (рис. 1), основными элементами которых являются приёмник радионавигационных сигналов системы космических аппаратов, работающий от геодезически привязанной антенны, ЭВМ, определяющая координаты станции по принятым радионавигационным сигналам и вычисляющая дифференциальные поправки навигационных определений относительно известных координат станций, и передатчик, с помощью которого эти поправки передаются на борт потребителя. Дифференциальные поправки в реальном масштабе или при последующей обработке используются бортовой аппаратурой потребителей, находящихся в районе контрольной станции для коррекции общей систематической погрешности СКНС, позволяя ей потребителям улучшать собственные навигационные определения.

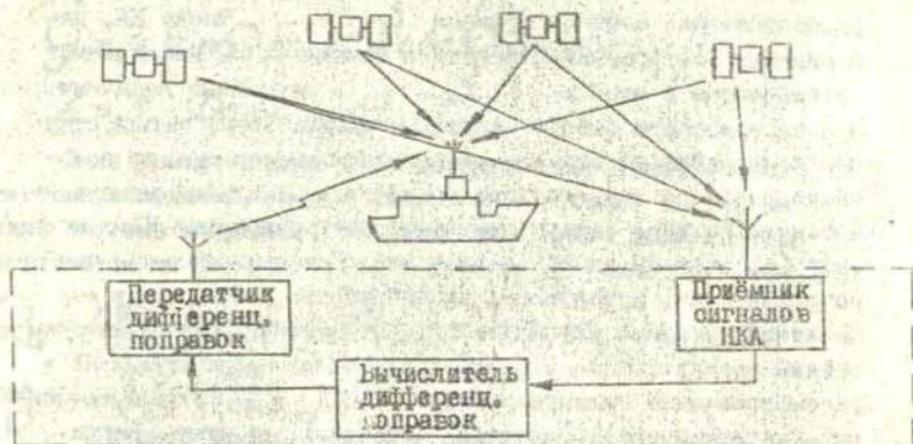


Рис. 1. Схема дифференциального режима работы СКНС.

§ I. Постановка задачи

Изучается сеть космических аппаратов, расположенных в нескольких равномерно расставленных плоскостях с одним и тем же наклоном и с одинаковым числом равномерно расставленных аппаратов в каждой плоскости. Первый аппарат в последующей плоскости относительно первого аппарата в предыдущей плоскости сдвинут на угол, величина которого равна углу между аппаратами в одной плоскости, деленному на число плоскостей. Предполагаем, что космические аппараты движутся в центральном поле тяготения Земли по невозмущенным круговым орбитам. Возмущения за счет несферичности Земли учитываются только в веколом движении узла орбиты космического корабля.

Случайным образом выбираем положение опорного космического аппарата в начальный момент времени t_0 и вычисляем координаты остальных НКА системы. Далее находим те НКА, которые попадают в зону радиовидимости контрольной станции в начальный момент времени. При движении потребителя по траектории часть этих КА выходит из зоны его радиовидимости. Нужно определить, сколько КА из числа наблюдаемых контрольной

станцией в начальный момент сможет наблюдать потребитель в равноотстоящие моменты времени t_1, t_2, \dots . Число КА, наблюдаемых контрольной станцией в момент t_0 и наблюдаемых потребителем в моменты t_1, t_2, \dots - случайные величины. При определенном выборе начальных данных контрольной станции и потребителя эти случайные величины зависят от положения опорного космического аппарата в начальный момент времени. Решение задачи для некоторого положения КА в момент t_0 назовём одной реализацией. Выполним большое число реализаций, достаточное для обработки результатов вычислений методами математической статистики. Затем находим оценки вероятностных характеристик числа наблюдаемых КА в рассматриваемые моменты времени t_0, t_1, t_2 : точные оценки - математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение - и интервальные оценки - доверительные интервалы при заданной доверительной вероятности.

§ 2. Расчётные формулы

Рассматриваем задачу в геоцентрической экваториальной системе координат. Начало системы совпадает с центром масс Земли. Ось Ox направлена в точку весеннего равноденствия γ , ось Oz совпадает с осью вращения Земли и направлена на Северный полюс P_N , ось Oy дополняет систему до прямоугольной правой (рис. 2).

Положение космического аппарата определяется с помощью элементов орбиты: наклона орбиты i , долготы восходящего узла Ω , аргумента перигея ω , большой полуоси a , эксцентриситета e , времени прохождения через перигей τ , или времени прохождения НКА через восходящий узел t_a . Аргумент перигея ω определяется по формуле $\omega = u - \vartheta$, где ϑ - истинная аномалия, u - аргумент широты НКА (рис. 2).

Прямоугольные координаты НКА выражаются через элементы орбиты по формулам:

$$\begin{aligned} X &= z(\cos \Omega \cos \mu - \sin \Omega \sin \mu \cdot \cos i), \\ Y &= z(\sin \Omega \cos \mu + \cos \Omega \sin \mu \cdot \cos i), \\ Z &= z \sin \mu \cdot \sin i \end{aligned} \quad (1)$$

Если решать задачу в геоцентрической прямоугольной системе координат, жестко связанной с Землей, в гринвичской системе координат, то координаты НКА в этой системе выражаются по формулам (1), в которых Ω заменено на $\Omega_{сб}$:

$$\Omega_{сб} = \Omega + \left[\Omega_3 + \frac{3}{2} \cdot 1098,08 \cdot 10^{-9} \left(\frac{R_3}{R_3 + h_{сб}} \right)^2 \cos i \cdot \omega_{сб} \right] (t - t_0), \quad (2)$$

где $\omega_{сб} = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}}$ ($\frac{рад}{сек.}$), $a = R_3 + h_{сб}$,

R_3 - радиус Земли, Ω_3 - угловая скорость вращения Земли, $(t - t_0)$ - время, истекшее от момента совпадения осей Ox (в точку γ) и Ox (в точку пересечения гринвичского меридиана), $h_{сб}$ - высота спутника над поверхностью Земли.

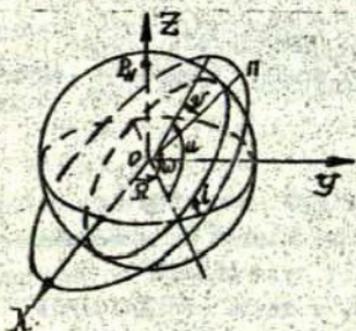


Рис. 2.

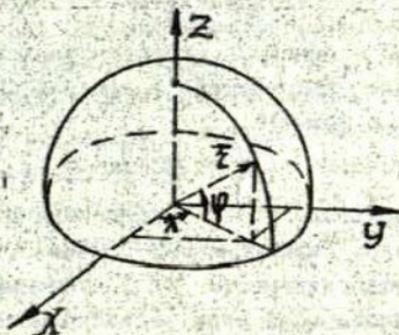


Рис. 3.

Положение корабля и потребителя на поверхности Земли будем задавать с помощью географических координат ρ и λ - широты и долготы (рис. 3).

Координаты корабля вычисляются по формулам

$$x = z \cos \rho \cos \lambda, \quad y = z \cos \rho \sin \lambda, \quad z = z \sin \rho, \quad (3)$$

где z - расстояние от центра Земли до потребителя. Предполагаем, что потребитель движется по круговой орбите. Пусть известны в начальный момент времени t_0 широта ρ , долгота λ , пеленг K потребителя. Введём следующие матрицы:

$$Z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R_3 + h_{cm} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad - \text{координаты потребителя}$$

$$P = \begin{pmatrix} \cos \omega(t-t_0) & 0 & \sin \omega(t-t_0) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega(t-t_0) & 0 & \cos \omega(t-t_0) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$B = \begin{pmatrix} (-\cos k \sin \rho \cos \lambda - \sin k \sin \lambda), & (-\cos k \sin \rho \sin \lambda + \sin k \cos \lambda), & \cos k \cos \rho \\ (-\sin k \sin \rho \sin \lambda + \cos k \sin \lambda), & (-\sin k \sin \rho \cos \lambda - \cos k \cos \lambda), & \sin k \sin \rho \\ (\cos \rho \cos \lambda), & (\cos \rho \sin \lambda), & \sin \rho \end{pmatrix}$$

где ω - угловая скорость потребителя и она вычисляется по формуле

$$\omega = \frac{v}{R_3}$$

Здесь v - линейная скорость движения потребителя. Тогда координаты потребителя в произвольный момент времени t выражаются по формуле:

$$X = B^T P Z$$

Определим условия радиовидимости НКА с корабля или потребителя. Радиогоризонт обычно ограничивается минимальным углом радиовидимости γ_r , отличным от нуля ($5^\circ - 10^\circ$). Наличие минимального угла радиовидимости, а также его значения определяются условиями распространения радиоволн и требованиями уверенного приёма сигналов от НКА. На рис. 4 изображена зона радиовидимости потребителя.

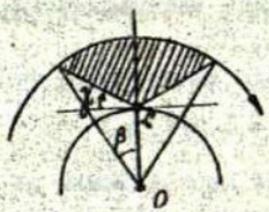


Рис. 4. Зона радиовидимости.

O - центр Земли, C - корабль (потребитель). Здесь β - геоцентрический радиус зоны радиовидимости (в угловой мере).

β определяется следующим образом:

$$\beta = \arccos \left(\frac{R_3 + h_n}{R_3 + h_{ка}} \cdot \cos(\gamma_i - \gamma) \right) - (\gamma_i - \gamma), \quad (5)$$

где $\gamma = \arccos \frac{R_3}{R_3 + h_n}$, $5^\circ \leq \gamma_i \leq 10^\circ$

При движении относительно Земли НКА будет наблюдаться кораблём, если он попадёт в полосу обзора, симметричную относительно трассы (линии OC) шириной 2β , то есть при выполнении условия

$$\cos(\widehat{\bar{n}_n, \bar{n}_{ка}}) \geq \cos \beta, \quad (6)$$

где \bar{n}_n - радиус-вектор потребителя, $\bar{n}_{ка}$ - радиус-вектор космического аппарата.

При обработке результатов вычислений случайных величин - находим точечные и интервальные оценки числовых параметров законов распределения: математического ожидания \tilde{x} , дисперсии $\tilde{D}(X)$, среднего квадратического отклонения $\tilde{\sigma}_x$.

Пусть при n независимых реализаций получены следующие значения случайной величины X : x_1, x_2, \dots, x_n . Состоятельные несмещённые оценки математического ожидания \tilde{x} , дисперсии $\tilde{D}(X)$, среднего квадратического отклонения $\tilde{\sigma}_x$ находим по формулам:

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j, \quad (7)$$

$$\tilde{D}(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \tilde{x})^2, \quad (8)$$

$$\tilde{\sigma}_x = k_n \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \tilde{x})^2}, \quad (9)$$

где k_n - поправочный коэффициент.

Интервальные оценки получим в предположении, что рассматриваемые случайные величины подчиняются нормальному закону. Доверительным интервалом называется интервал (x_n, x_f) , который с заданной доверительной вероятностью α покрывает оцениваемый параметр x , т.е.

$$P(x_n < x < x_i) = \alpha. \quad (10)$$

Для математического ожидания \bar{x} доверительный интервал

$$[\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon] \quad (11)$$

находим из условия

$$P(|\bar{x} - \bar{x}| < \varepsilon) = \alpha, \quad (12)$$

где

$$\alpha = \Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\hat{\sigma}_x}\right). \quad (13)$$

При n достаточно большим ($n > 20 + 30$) вместо в формуле (13) можно брать $\hat{\sigma}_x$.

Здесь

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \quad (14)$$

- интеграл вероятностей (функция Лапласа).

При заданной доверительной вероятности α по таблице для функций Лапласа найдем Z :

$$\Phi(z) = \alpha. \quad (15)$$

Затем, полагая $z = \frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\hat{\sigma}_x}$, определяем

$$\varepsilon = \frac{z \cdot \hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}} \quad (16)$$

При заданном α доверительный интервал для дисперсии

$\mathcal{D}(X)$

$$[\gamma_1^2 \tilde{\mathcal{D}}(x), \gamma_2^2 \mathcal{D}(x)], \quad (17)$$

где

$$\gamma_1^2 = \frac{n-1}{\chi_1^2}, \quad \gamma_2^2 = \frac{n-1}{\chi_2^2}, \quad (18)$$

а χ_1^2, χ_2^2 находятся из условия

$$P(Y^2 > \chi_1^2) = \frac{1}{2}(1+\alpha), \quad P(Y^2 > \chi_2^2) = \frac{1}{2}(1-\alpha) \quad (19)$$

Имеются таблицы, дающие значение χ^2 в зависимости от вероятности $P(Y^2 > \chi^2)$ и числа степеней $n-1$. Произведенный выбор постоянных γ_1 и γ_2 обеспечивает накрытие

оцениваемого значения $\mathcal{D}(X)$ доверительным интервалом (17) с вероятностью α , причём вероятности выхода $\mathcal{D}(x)$ за правую или левую границы этого интервала одинаковы и равны $\frac{1}{2}(1 - \alpha)$.

Итак,

$$P[\gamma_1^2 \tilde{\mathcal{D}}(x) < \mathcal{D}(x) < \gamma_2^2 \tilde{\mathcal{D}}(x)] = \alpha. \quad (20)$$

Отсюда следует:

$$P[\gamma_1 \sqrt{\tilde{\mathcal{D}}(x)} < \sigma_x < \gamma_2 \sqrt{\tilde{\mathcal{D}}(x)}] = \alpha, \quad (21)$$

то есть, при заданной вероятности α доверительный интервал для среднего квадратического отклонения σ_x будет

$$[\gamma_1 \sqrt{\tilde{\mathcal{D}}(x)}, \gamma_2 \sqrt{\tilde{\mathcal{D}}(x)}]. \quad (22)$$

§ 3. Алгоритмы решения задачи

В качестве модели рассматривается сеть НКА из 24 спутников, расположенных в трех равномерно расставленных плоскостях с одним и тем же наклоном, в каждой плоскости по 8 равномерно расставленных аппаратов. Изучается зависимость числа НКА, находящихся в зоне радиовидимости контрольной станции в начальный момент времени, и числа НКА, наблюдаемых потребителем в последующие моменты времени, от следующих параметров: расстановки космических аппаратов, координат контрольной станции, скорости потребителя, пеленга движения потребителя, времени движения потребителя, предельного угла радиовидимости.

Составлена программа на языке "Бэйсик". Все вычисления выполняем на ЭВМ "М-6000" в следующей последовательности:

1. Вводим исходные данные: координаты контрольной станции в начальный момент времени ρ , λ , пеленг движения, скорость движения потребителя, конечный момент времени t_k , величину шага; параметры орбиты КА, а именно, высоту КА, наклонение орбиты; предельный угол радиовидимости γ_i , значение доверительной вероятности α , а также вектор

$$K = [K_n, \alpha, z, X_1^2, X_2^2]$$

2. Разыгрываем положение опорного космического аппарата: координаты Ω_0 , U_0 ;

3. Вычисляем декартовы координаты всех аппаратов, исходя из координат опорного КА, проверяем условие радиовидимости контрольной станции для всех КА; запоминаем номера видимых КА;
4. Определяем координаты потребителя в момент t_1 , отстоящий от t_0 на величину Δt .
5. Определяем координаты тех КА, номера которых запомнили в пункте 3, и проверяем условия радиовидимости КА потребителем в момент t_1 , находим число КА, наблюдаемых потребителем в момент t_1 .
6. Далее выбираем следующий момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t$ и выполняем вычисления с пункта 3 до пункта 5. Этот процесс продолжаем, пока не дойдем до t_k .
7. Переходим к новой реализации (к пункту 2).
8. Выполнив заданное число реализаций, переходим к вычислению оценок вероятностных характеристик числа наблюдаемых КА в моменты времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t_k$ по формулам (18)-(24).

§ 4. Результаты вычислений

Вычисления проводились для следующих значений параметров: высота КА 20000 км, наклонение орбиты КА 65° ; координаты контрольной станции: широта $\varphi = 56^\circ$, долгота $\lambda = 39^\circ$; параметры потребителя значения пеленга $k = 0^\circ, 90^\circ, 200^\circ, 270^\circ$, скорость потребителя равна 800 км/час, 1500 км/час, 2000 км/час; интервал времени - 2 часа; величина шага = 15 мин. = 0,25 часа; минимальный угол радиовидимости $\chi = 5^\circ$.

Программа предусматривает выполнение расчетов как при одинаковых минимальных углах радиовидимости контрольной станции и потребителя, так и при разных углах.

Зависимость вероятностных характеристик числа наблюдаемых КА в различные моменты времени от значений параметров можно проиллюстрировать с помощью таблицы I и графика 5 (для 100 реализаций).

Из анализа результатов вычислений можно сделать следующие выводы.

- I. Число видимых КА практически не зависит от скорости удаления потребителя от контрольной станции для удаления меньшего 3000 км.

2. Основное влияние на уменьшение числа видимых КА оказывает время устаревания дифференциальных поправок, то есть интервал времени между выработкой поправок на контрольной станции и их использования потребителем.

$t, \text{гас}$	\tilde{x}	$\tilde{D}(x)$	$\tilde{\sigma}_x$	ε	$\tilde{x} - \varepsilon$
0.00	8.95	0.260	0.517	0.270	8.679
0.25	8.15	0.134	0.371	0.194	7.955
0.50	7.75	0.407	0.647	0.338	7.411
0.75	7.00	0.421	0.657	0.344	6.655
1.00	6.65	0.450	0.679	0.355	6.294
1.25	6.05	0.681	0.836	0.437	5.612
1.50	5.15	0.660	0.823	0.430	4.719
1.75	4.80	0.484	0.705	0.368	4.431
2.00	4.35	0.450	0.679	0.355	3.994

$\tilde{x} + \varepsilon$	$\gamma_1^2 \tilde{D}(x)$	$\gamma_2^2 \tilde{D}(x)$	$\gamma_3 \sqrt{\tilde{D}(x)}$	$\gamma_4 \sqrt{\tilde{D}(x)}$
9.220	0.136	0.648	0.369	0.805
8.344	0.070	0.344	0.265	0.578
8.088	0.214	1.015	0.462	1.007
7.344	0.220	1.048	0.470	1.023
7.005	0.236	1.120	0.485	1.058
6.487	0.357	1.697	0.598	1.302
5.580	0.346	1.644	0.568	1.262
5.168	0.254	1.205	0.504	1.098
4.705	0.236	1.120	0.485	1.058

Таблица I. Вероятностные характеристики числа наблюдаемых космических аппаратов для $V=800 \text{ км/час}$; $\varphi=56^\circ$ $\lambda=39^\circ$ $K=200^\circ$.

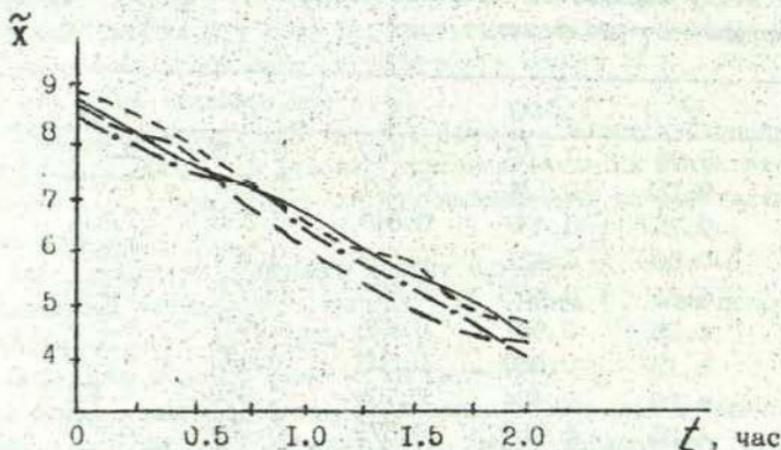


Рис. 5. Математическое ожидание числа наблюдаемых космических аппаратов \tilde{X} ($V=2000$ км/час; $\varphi=56^\circ$ с.ш.; $\lambda=39^\circ$ з.д.)
 — $k=0^\circ$; - - - $k=90^\circ$; — — — $k=200^\circ$;
 — · — $k=270^\circ$.

3. Число видимых аппаратов уменьшается примерно на два аппарата в час.

Библиографический список

1. Волосов П.С., Дубинко Д.С., Мордвинов Б.Г., Шинков В.Д. Судовые комплексы спутниковой навигации. 1976, Л., Судостроение.
2. Ширятов В.В. Радионавигационные системы и устройства. 1984, М., Радио и связь.
3. Ганин М.П. Теория вероятностей и ее применение для решения задач ВМФ. 1968, Л., ВМФЛА.

Резюме

В.М.Задунаев
Л.С.Евдокимова

Рассматривается система навигационных космических аппаратов /НКА/, используемая для определения координат местоположения контрольной станции и потребителя. Исследуется дифференциальный метод определения координат. Получены точечные и интервальные оценки вероятностных характеристик числа наблюдаемых КА в различные моменты времени.

Kopsavilkums

V.Zadunajevs
L.Jevdokimova

NKA RADIOREDZAMĪBAS VARBŪTISKO RAKSTUROJUMU
NOTEIKŠANA PIE DIFERENCIĀLĀ REŽĪMA REALIZĀCIJAS

Apskatīta navigācijas kosmisko aparātu (NKA) sistēma, kuru pielieto kontroles staciju un pasūtītāju vietas koordinātu noteikšanai. Tiek pētīta koordinātu noteikšanas diferenciālā metode. Iegūti novērojamo NKA skaita varbūtisko raksturojumu novērtējumi dažādiem laika momentiem.

Summary

V.Sadunaev
L.Evdokimova

DETERMINATION OF PROBABILISTIC CHARACTERISTICS
OF VISIBILITY OF SPACECRAFTS BY DIFFERENTIAL
PROCEDURE

A system of navigation spacecrafts, used for the determination of coordinates of the station and consumer, is considered. Differential method of the determination of the coordinates is investigated. Estimates for the probabilistic characteristics of the number of observed spacecrafts in various moments of time are obtained.

УДК 522.43

Гедровиц В.А.
(АО ЛУ)

К ВОПРОСУ О РЕГИСТРАЦИИ ЗВЕЗДНЫХ ПРОХОЖДЕНИЙ

В настоящее время службы времени в СССР имеют различные регистрирующие устройства. С развитием вычислительной техники все более широко применяется ЭВМ различной степени сложности. Кроме того более широкое применение получают интегральные микросхемы средней и большой степени интеграции. Это приводит к модификации способов определения средних моментов прохождений звезд.

Настоящая статья посвящена регистрирующим устройствам, обрабатывающим аналоговый сигнал от ФЭУ, т.е. по существу интегральный сигнал (причем постоянная интеграции многократно меньше периода изменений фототока, являющегося следствием модуляции светового потока). В устройствах этого типа регистрируются моменты времени прохождения фототока через отсчетный уровень (нуль уровень) или расстояние по времени от определенных меток времени (например, секундного сигнала). Непосредственная регистрация всех моментов времени пересечения этого уровня приводит к значительному потоку информации. Применяя ЭВМ проблем при обработке этой информации не возникает. При этом появляется возможность дополнительного статистического анализа результатов. Однако применение ЭВМ довольно высокого уровня не всегда оправдано получаемым эффектом. Кроме того это требует более квалифицированного обращения с аппаратурой.

Информационный поток можно сократить, если регистрируются один момент времени и средний фазовый угол фототока. В устройстве такого типа необходим генератор меток, относительно

которого измеряется фаза фототока (или дополнительный счетный канал). Применяя микросхемы средней степени интеграции, особенных схемотехнических проблем не возникает. Самое главное преимущество таких регистрирующих устройств - простота, надежность, невысокие материально-технические расходы при их осуществлении.

Далее остановимся на вопросе определения среднего транзитного момента устройством, регистрирующим один момент времени (по генерации средней метки) и фазового угла фототока. В принципе такое устройство работает как устройство Огриньша [1] по методу Штейнса-Огриньша с учетом выбросов, с тем лишь отличием, что дополнительно введены рабочие часы с блоком запоминания, в которое записываются показания часов при генерации средней (в общем случае K -той) метки.

Далее обратим внимание на рис. 1, где изображены эпюры сигналов: 1 - сигнал от ФЭУ, 2 - коммутирующие (стробирующие) импульсы, сформированные от импульсов меток 4 и счетные импульсы 3. В первом максимуме осуществляется запуск генератора меток (в моменте $T_{зп}$) периодом генерации T_m . Период фототока T_0 . По генерации K -той метки фиксируется показание часов $T_{к0}$. Момент прохождения средней щели (середины) визирной решетки $T_{ср}$ определяется из следующего соотношения: $T_{ср} = T_{к0} + \Delta t_k - \frac{T_e}{4}$. T_0 будем считать в этих выкладках известным. Δt_k определяется по результатам наблюдений. Причем рассмотрим общий случай, когда регистрация проходит не в нормальном режиме (т.е. на уровне 5), что всегда в той или иной степени имеет место при реальных наблюдениях. Коммутирующие сигналы 2 позволяют осуществлять счет импульсов опорной частоты f_0 в следующем порядке: при импульсе высокого уровня - счет во время нахождения напряжения от ФЭУ выше уровня регистрации, при низком - во время нахождения этого сигнала ниже уровня регистрации. По числу N на счетчике можно определить интервалы времени $M = \frac{N}{f_0}$. Далее обратим внимание на то (рис. 1), что ближайший до момента $T_{к0}$ интервал времени нахождения сигнала от ФЭУ ниже уровня регистрации больше чем в идеальном случае Δt_k на Δt . В свою очередь предшествующий, т.е. Δt_{k-1} - интервал времени нахождения фототока -

выше уровня регистрации, меньше идеального случая на ΔL . Очевидно, что их сумма $\Delta t_k + \Delta t_{k-1}$ исключает эту погрешность ΔL . Отсюда следует правило: влияние ненормального уровня регистрации можно избежать, проводя определение фазы фототока два раза в каждом полупериоде (в положительном и в отрицательном). Сумма этих двух интервалов в рассмотренном (в общем случае j -том) периоде:

$$M_j = \Delta t_k + \Delta L + t_{k+1} - \Delta L = \Delta t_k + \Delta t_{k-1}$$

Далее обратим внимание на Δt_k и Δt_{k-1} . В идеальном случае $T_0 = 2T_m$ и интегральные значения этих отрезков фототока одинаковы, т.е. $\Delta t_k = \Delta t_{k-1}$. Однако реально это условие выполняется только с некоторой погрешностью, т.е. имеется некоторая (хотя и небольшая) разница $2T_m - T_0$, отличная от нуля. Это приводит к следующему. Обратимся к рис. 2. Ради простоты примем, что счет импульсов 3 происходит только в положительном полупериоде фототока I. Если $T_0 > 2T_m$, то интервалы Δt , измеренные предложенным способом, будут различной длины в зависимости от того, измерены они до или после средней метки (T_{00}), т.е. $\Delta t^+ > \Delta t^0 > \Delta t^-$. Причем эта разница увеличивается в каждом следующем периоде. Если возвратиться к рис. 1, то можно отметить, что в упомянутом j -том периоде: $M_j = \Delta t_k + \Delta t_k + (2T_m - T_0)$. Так как моменты прохождения изображением края щели сопровождаются выбросами, то естественно желание интегрировать эти интегралы, т.е. осреднить путем суммирования. Тогда сумма интервалов до k -той метки (i -том периоде) равна:

$$M^- = 2j \Delta t_k + \sum_{i=0}^j [4(j-i)+1] \cdot (2T_m - T_0).$$

В свою очередь, сумма интервалов после этой метки:

$$M^+ = 2p \Delta t_k - \sum_{i=0}^p [4(p-i)+1] (2T_m - T_0).$$

При равенстве $p = j$ общая интегральная сумма $M = M^+ + M^- = 4j \Delta t_k$ где j — номер среднего периода (равный $k/2$). Следовательно, если число периодов одинаково (до и после k -той метки), то погрешность из-за несовпадения периодов T_0 и $2T_m$ не возникает. Таким образом, осуществляя измерение интервалов подсчетом импульсов частотой в каждом периоде фототока в интервалах, в которых фототок после генерации очередной метки находит-

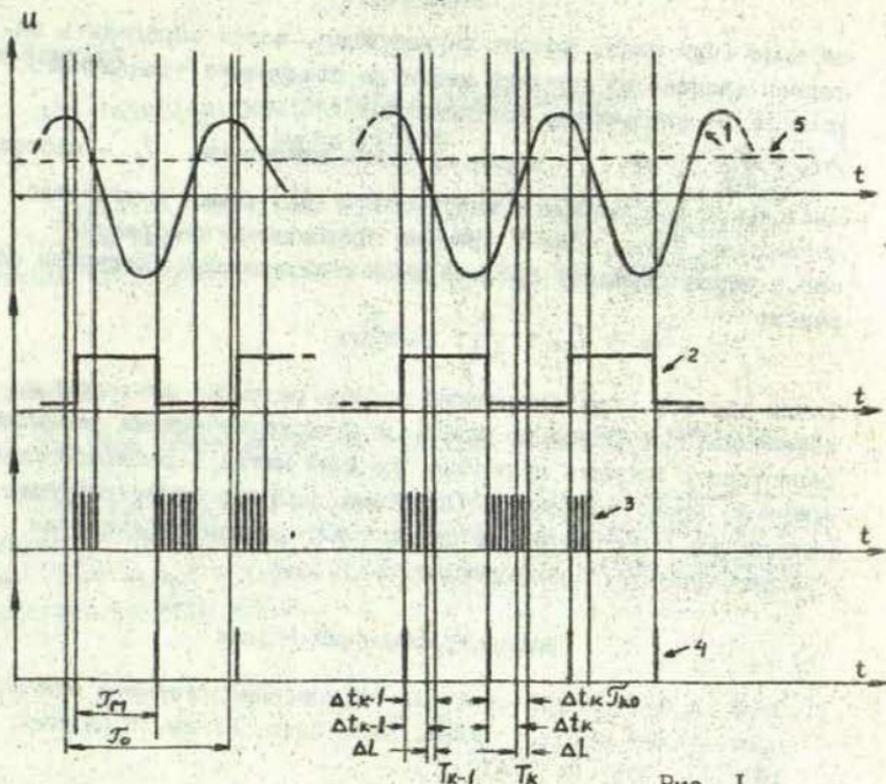


Рис. 1

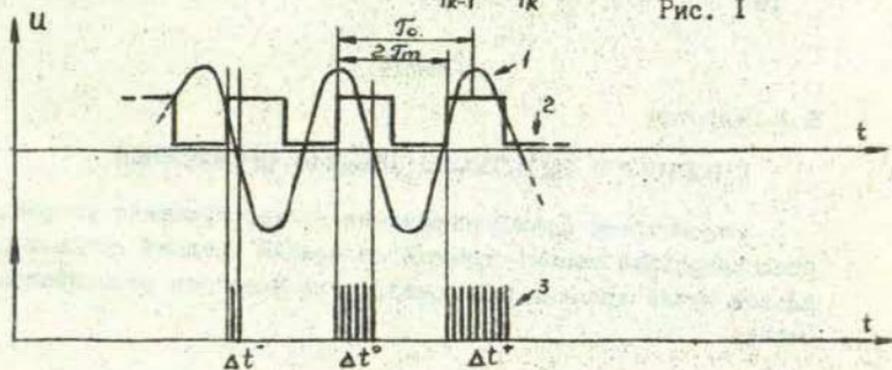


Рис. 2

ся выше (или ниже) уровня регистрации, можно определить интервал времени от средней метки до следующего транзитного момента по следующему соотношению:

$\Delta t_k = \frac{N}{f_0 4j}$, где j - число среднего максимума, f_0 - частота следования подсчитанных импульсов и N - общее количество последних. Тогда момент времени прохождения изображения звезд через середину средней щели определяется следующим образом:

$$T_{cp} = T_{ko} + \frac{N}{f_0 4j} - \frac{T_0}{4}$$

Таким образом, при сегодняшнем уровне развития электроники, обеспечивающем довольно простыми схемотехническими решениями регистрацию момента генерации средней метки в реальной шкале времени, можно осуществить довольно простое регистрирующее устройство с относительно простым алгоритмом определения среднего момента прохождения.

Библиографический список

1. Огриньш М.П. Устройство для определения среднего момента прохождения звезд. Учен. зап. Латв. ГУ им. П.Стучки, 1972, т. 163, с. 3-17.

Резюме

В.А.Гедровиш

К ВОПРОСУ О РЕГИСТРАЦИИ ЗВЕЗДНЫХ ПРОХОЖДЕНИЙ

Рассмотрено функционирование регистрирующего устройства регистрирующей момент времени генерации средней метки в реальной шкале времени и фазового угла фототока относительно меток.

Kopsavilkums

V.Gedrovics

PIE JAUFĀJUMA PAR ZVAIGŽŅU TRANZĪTMOMENTU
REGISTRĀCIJU

Apskatīta tādas registrējošās iekārtas funkcionēšana, kas nosaka reālā laika skalā vidējās iezīmes ģenerēšanas momentu un fotostrāvas fāzes leņķi pret šīm iezīmēm.

Summary

V.Gedrovics

ON THE QUESTION OF STAR TRANSIT MOMENT REGISTERING

The paper describes the functioning of a device registering the instant of generation of a mid-signal in a real time scale and the phase angle of a photocurrent in relation to this signal.

УДК 529.71

Горшков В.Л.
Щербакова Н.В.
(ГАО АН СССР)

О НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ И РЕФРАКЦИОННЫХ ОШИБОК ТЕРМИЧЕСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

В наблюдениях служб определения параметров вращения Земли присутствуют довольно значительные «ошибки вечера». В большинстве исследований полагают их главным образом инструментально обусловленными, хотя не исключают также влияния метеопараметров. На примере наблюдений на пассажном переключаемом инструменте (ППИ) службы времени ГАО АН СССР попробуем оценить некоторые инструментальные и рефракционные ошибки, возникающие из-за наличия неравновесного относительно ППИ теплового поля. Эти оценки могут быть получены без привлечения каких-либо дополнительных данных кроме самих астрометрических наблюдений и штатных отсчетов уровня и температуры. В методическом плане проведенные на данном материале исследования могут быть использованы для переработки исходного материала наблюдений с ППИ при создании банка данных служб определения параметров вращения Земли (БД ПВЗ). Введение предлагаемых дополнительных неизвестных в структуру стандартных уравнений ППИ при перевычислениях с использованием БД ПВЗ и каталога HIPPARCOS может привести к некоторому уменьшению ошибок вечера в рядах наблюдений ПВЗ.

1. У любого пассажного инструмента, в котором ось уровня не совпадает с инструментальной (расстояние между ними h), возможна ошибка в наклонности при наличии градиента температуры в направлении первого вертикала $G = \Delta T / \Delta \rho$. Учет возникающей

наклонности осуществляется по простой формуле [1] :

$$\Delta i = \alpha h G \rho \quad (1)$$

где α - коэфф. линейного расширения материала, Δl - расстояние между цапфами для ППИ (для других ПИ - между подвесами уровня), $\Delta T_{\text{ин}} = T_{\text{ф}} - T_{\text{к}} \neq 0$ - разность температур стоек инструмента (подвесов уровня), $\rho = 206265$ ".

Пусть первоначальное расположение стоек ППИ "круг на W" и существует неизменный внешний температурный напор $T_{\text{в}} - T_{\text{о}} = \Delta T$. Тогда, используя данные теории теплопроводности, в фиксированный момент после перекладки можно записать: $T_{\text{к}} = T - \Delta T(1 - \theta_{\text{к}})$, $T_{\text{ф}} = T_{\text{о}} + \Delta T(1 - \theta_{\text{ф}})$ и, следовательно,

$$\Delta T_{\text{ин}} = \Delta T(1 - \theta_{\text{к}} - \theta_{\text{ф}}) \quad (2)$$

Здесь θ - средняя относительная температура тела ($\theta = (T - T_{\text{с}}) / (T_{\text{о}} - T_{\text{с}})$), где $T_{\text{с}}$ - температура окружающей среды, $T_{\text{о}}$ - начальная и T - текущая температуры тела, $0 \leq \theta \leq 1$, описываемая сложной функцией, зависящей от начального распределения температур, геометрии тела инструмента, времени и др. [3].

Существенно, что в практике астрономических наблюдений термические процессы протекают в стадии регулярного режима, характеризуемого независимостью от первоначального распределения температур в теле инструмента и экспоненциальной зависимостью температуры от времени в каждой точке. При определении наклонности достаточно знать среднюю температуру элемента конструкции (для ППИ - лагерьной стойки) в момент отсчета уровня. Таким образом, предполагая фиксированным темп наблюдения, достаточной является аппроксимация $\theta = k \cdot \exp(-t/\mu)$, где μ - постоянная времени. Величину μ можно оценить как из лабораторных экспериментов, так и приближенно, из расчетов, зная геометрию и тепловые характеристики конструкции.

Если инструмент радиационно симметричен, то $\theta_{\text{к}} = \theta_{\text{ф}} = \theta$. При постоянном темпе работы после нескольких перекладок имеем

$$\Delta T_{\text{ин}} = \Delta T(1 - 2\theta + 2\theta^2 - 2\theta^3 + \dots)$$

Поскольку наклонность для ППИ вычисляется как среднее по двум положениям инструмента, то и $\Delta T_{\text{ин}}$ тоже должно быть осреднено. Переходя затем к частным суммам ряда, для звезды ρ

получим:

$$\Delta T_{\text{ин}} = \Delta T(1-\theta)(1-(\theta)^n)/(1+\theta) \quad (3)$$

Таким образом, для ППИ ($\Delta l = 0,7$ м, $\Delta h = 0,3$ м), подставляя (3) в (1), имеем:

$$\Delta i_n = 0,028 \Delta T(1-\theta)(1-(\theta)^n)/(1+\theta) \quad (4)$$

Именно благодаря перекладке в (1) появляется сомножитель меньший единицы и влияние неучитываемой наклонности становится незначительным. Таким образом, перекладка не только исключает многие инструментальные ошибки геометрического характера, но также позволяет уменьшить влияние радиационной асимметрии окружения.

Для определения величины μ на ППИ проводились эксперименты, связанные с искусственным несимметричным обогревом инструмента и последующим его охлаждением в реальных наблюдательных условиях с перекладкой ППИ и параллельным отсчетом температуры в разных частях инструмента. Эксперименты дали следующие оценки: $\mu_k - \mu_{\phi} \approx 5$ мин., для среднего темпа наблюдений в 2,5 мин. $\mu \approx 40$ мин., $K \approx 1$ при данном μ . Расчетная величина μ для стоек ≈ 13 мин. и, следовательно, $\theta \approx 0,8$. Отличие экспериментальной μ от расчетной по [3] объясняется сильной экранировкой ППИ (т.е. уменьшением теплопроводности), а также рядом его конструктивных особенностей [4]. Анализируя уравнение (4), видно, что желательно $\theta \rightarrow 1$, т.е. максимально экранировать инструмент от внешнего теплового напора. В нашем случае $\theta \approx 0,94$. Подставляя это значение θ в (4) имеем:

$$\Delta i_n = 0,0009 \Delta T(1-(\theta)^n) \quad (5)$$

или при $\Delta T = 1^\circ$ получим для последовательных (n) наблюдений звезд поправки в регистрируемую наклонность, которые необходимо еще домножить на майеровский коэффициент наклонности:

K	1	2	3	4	8	9	16	17	24	25	49	50
Δi (в мсек)	1,7	0,1	1,6	0,2	0,3	1,4	0,5	1,2	0,7	1,0	0,9	0,8

Таким образом, этот источник ошибок не превосходит практически ошибку отсчета наклонности для ППИ. К тому же, в реальных наблюдениях внешний градиент также стремится к нулю за

счет естественного проветривания. Наличие в фотоблоке на одном из концов оси ППИ источников тепла (ФЭУ, элементы плат) не позволяет $\Delta T_{\text{ин}} \rightarrow 0$, но это не должно приводить при наблюдениях с перекладкой к ошибкам в наклонности. Как постоянный фактор данный теплоисточник лишь нарушает взаимную геометрию уровня и оси инструмента, что приводит к постоянному смещению нуля-пункта уровня М, несущественному при наблюдениях с перекладкой. Однако при общем охлаждении среды этот фактор также должен стать переменным. Ввиду этого необходимо оценить изменение и этого "внутреннего" градиента.

Используя свойство пузырька уровня стремиться к более теплому концу ампулы, можно оценить по результатам наблюдений скорость этого движения $\Delta M / \Delta t$, а лабораторные исследования могут дать величину $\Delta M / \Delta G$. Из лабораторных исследований получено $\Delta M / \Delta G = 0.76$ м/град., что хорошо согласуется с двумя другими известными нам исследованиями (1.65 и 0.82) [5, 6]. Из наблюдений можно получить линейную оценку величины $\Delta M / \Delta t = 0.2 / \text{час} \pm 0.03$, причем движение осуществляется в сторону фотоблока, как остывающего более медленно (или имеющего относительный нагрев). Сопоставляя две эти величины, можно найти часовое изменение градиента в ППИ. После приведения к базе опор переключавшейся части ППИ, получим часовое изменение разности температур $\Delta \Delta T_{\text{ф-к}} = 0.4 / \text{час}$.

Следовательно, принимая во внимание расчеты по формуле (5), можно считать данные систематические ошибки совершенно ничтожными. Заметим к тому же, что вышеотмеченное свойство пузырька уровня стремится к более теплому концу частично компенсирует неучитываемую наклонность. Таким образом, для исследуемого ряда возможно наличие малых ошибок вида $\partial w - w \partial$ и небольшого систематического хода поправок внутри вечера. При изменяющемся из вечера в вечер внешнем температурном напоре ΔT возможен также незначительный вклад в "ошибку вечера не более ± 2 мсек, т.к. измерявшаяся каждый вечер на стенках павильона разность $\Delta T = [T_w - T_0] \leq 1^\circ \text{C}$.

Отметим, что указанные выше ошибки, несущественные для ППИ, могут достигать значительных величин и играть главную роль в ряду систематических ошибок больших редко переключавшихся

инструментов. Другие инструментальные ошибки описаны в [1] и должны быть малы в ПШИ из-за конструктивных его особенностей [4]. Перейдем к оценке возможного влияния градиентного теплового поля вокруг инструмента на рефракционные ошибки.

II. Рефракционное объяснение ошибок вечера наталкивается на сложности, связанные с плохо исследованными в обсерваториях локальными метеополями. Хотя само это влияние довольно просто описывается формулой

$$\Delta \tau = C(P, T) H \Delta T / L$$

где $C(P, T) = 0.22$ при $T^0 = 0$ и $P = 1013$ мбар, H и L высота и протяженность окружающего павильон объема, на горизонтальных границах которого существует $\Delta T \neq 0$. При этом истинное положение звезды оказывается смещенным в противоположном градиенту направлении. Предполагая $\Delta T \approx 0.5 \pm 1^\circ \text{C}$ и манипулируя разными объемами окружающего павильон пространства, можно для ошибок вечера получить любые искомые рефракционные объяснения. К сожалению, точно определить ΔT , H , L без соответствующих прецизионных измерений невозможно.

Существуют, однако, способы из самих наблюдений звезд определить предполагаемое влияние аномальной рефракции [7-9]. И хотя в работе [10] показано наличие методически значительных корреляций между инструментальными параметрами и $\Delta \tau$, однако, практические данные позволяют оценить это влияние даже при сильной корреляции.

Из наблюдений звезд в зените и на больших зенитных расстояниях можно оценить влияние на поправку часов величины аномальной рефракции по формуле [7]:

$$\Delta u_2 = \frac{1}{2} \Delta a_{NS} \operatorname{ctg} z \operatorname{sec} \varphi, \quad (6)$$

вытекающей из общего влияния наклона слоев атмосферы (J в минутах дуги) на моменты регистрации звезды в меридиане

$$\Delta T = 1.2 J \sin A_0 \operatorname{sec} z \operatorname{sec} \sigma \text{ мсек} \quad (7)$$

Здесь A_0 - азимут наклона нормали к слоям равной плотности, а $a_{NS} = a_N - a_S$ - разность азимутов звезд в нижней кульминации и экваториальных. Из ряда наблюдений ПШИ за 10 лет (71-80) были выделены вечера с достаточным количеством ($n > 5$) наблюдений звезд в нижней кульминации (согласно оценке, дан-

ной в [7], для уверенного определения величины ΔU_z необходимо наблюдать более 100 звезд за вечер и из них четверть звезд в нижней кульминации). Такие вечера составили почти четверть от общего количества наблюдений за 1066 вечеров. По ним, согласно (6) были вычислены соответствующие вечерние поправки ΔU_z , сопоставленные в дальнейшем с направлением ветра. Из рис. 1 видно, что эффект ветра в наших наблюдениях

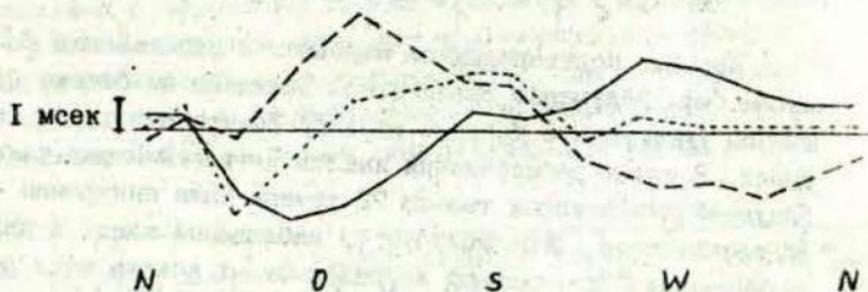


Рис. 1 Эффект ветра ($UTI_{ру} - UTI_{МВВ}$) для ПИ — — —
 ΔU_z —————
 Эффект ветра для ПИ после учёта ΔU_z - - - - -

(как и в других службах имеющий вполне закономерный характер) почти полностью объясняется рефракционным влиянием, что свидетельствует о надежности его определения по (6). Эффект ветра определялся относительно системы МВВ-1979. По уклонениям наблюдаемых поправок часов относительно этой же системы (RT) были получены внешние оценки данного ряда наблюдений: ошибка одного вечера b_1 и оцененные методом наименьших квадратов (МНК) амплитуды годичной (в,с) и полугодовой компонент (d,e), а также постоянной составляющей Q до и после введения поправок по (6). Данные, приведенные в таблице 1, позволяют говорить о том, что введение поправок по (6) в ряд $RT^П$ (1066 вечеров) приводит к ухудшению этих оценок ($RT^П \Delta U_z$). При использовании результатов наблюдений лишь тех вечеров, в которые наблюдалось больше пяти звезд

в нижней кульминации (ряд $RT \Delta U_2$ - 256 вечеров), наблюдается незначительное улучшение вышеуказанных оценок. Величины приведены в долях миллисекунды времени.

Таблица I.

	a	b	c	d	e	σ_1
RT^{Π}	0.9	0.8	0.9	0.4	-0.2	10.0
$RT^{\Pi} \Delta U_2$	0.9	0.6	1.2	1.1	-0.8	11.2
$RT \Delta U_2$	0.9	0.6	1.0	0.1	-0.2	9.6

Хорошим подтверждением надежности определения ΔU_2 могло бы быть получение аналогичной величины на близко расположенном инструменте того же типа по синхронным рядам наблюдений. В нашем распоряжении имелся пятилетний ряд таких наблюдений, из которых только 72 вечера были синхронны и имели достаточное (≥ 5) количество наблюдений звезд в нижней кульминации. Проведенный корреляционный анализ этих рядов ΔU_2^A и ΔU_2^B дал $r=0.396$, что даже на уровне значимости $\alpha=0.01$ подтверждает существование связи между полученными оценками. Если же выбрать вечера с $n_{нк} \geq 8$ (всего 10 вечеров), то $r=0.822$ с еще большей надежностью.

Наблюдения для определения ΔU_2 по (6) должны быть организованы так, чтобы было достаточно звезд в нижней кульминации. Как отмечалось выше, за 10 лет таких наблюдений оказалось лишь четверть от всех. Можно попытаться оценить МНК эту же величину по всем звездам вечера, добавляя классическое выражение для ПИ еще одно неизвестное из (7) $d = 1.2 J \sin A_0$. Но, поскольку решение без этого неизвестного уже имеется в виде поправок часов по каждой звезде u_i , то условные уравнения можно записать в виде:

$$u_i = u_0 + dD_i + \varepsilon_i \quad (8)$$

где $D_i = \sec Z_i \sec \delta_i$, при этом $\Delta U_2 = d\bar{D}$, где \bar{D} - осреднение \bar{D}_i по тем же звездам, что составляли фиктивную звезду. Для строго зенитной звезды $Z_i = 0$, $D_i = \sec \delta_i$.

Необходимо отметить, что так же как и в случае определе-

ния азимута, здесь мы получим оценку d отягощенную каталожными ошибками вида Δd_f . Поэтому данные таблицы 1 и приведенные ниже имеют в основном оценочное значение. Но отсюда можно сделать важный вывод, что только те ряды наблюдений, в которых имеется достаточное количество звезд, наблюдаемых в обеих кульминациях, в последующем могут быть переработаны с целью получения не только абсолютного каталога, но и для уточнения шкалы УТО.

Используя для каждого вечера систему условных уравнений (8) нами был переработан ряд из 1539 вечеров за 1971-1985 гг. Для сравнения с обработкой по (6) в таблице 2 приведены данные ΔU_z и $d\bar{D}$ для ряда наиболее продолжительных вечеров из периода наблюдений по программе МЕРИТ. Здесь же приведены результаты численного эксперимента на материале этих вечеров по определению $d\bar{D}$ из разных зон наблюдаемых звезд.

Таблица 2.

Дата	$n/n_{нк}$	ΔU_z	(-75 ± 75) $d\bar{D}$	(-60 ± 60) $d\bar{D}$	(-15 ± 75) $d\bar{D}$	(-15 ± 30) $d\bar{D}$	$\sigma^2/\sigma_{\Delta}^2$
84 04 06	126/14	0.3	3.5 \pm 2.2	5.7 \pm 2.8	22.4 \pm 3.7	29.8 \pm 4.1	1.02
84 04 11	122/11	-3.6	-3.3 1.7	-6.0 2.8	2.0 2.9	6.7 3.9	1.12
84 04 22	99/7	1.1	0.8 3.0	-2.9 3.8	0.1 4.7	6.3 5.5	1.15
84 04 27	112/11	-0.9	-3.0 2.0	-4.9 2.7	-1.0 3.9	2.7 4.6	1.00

Видно, что ΔU_z и $d\bar{D}$, полученные по всем звездам близки в пределах ошибок. В то же время сужение зоны, по которой определяется искомое неизвестное, сильно изменяет её величину. Это свидетельствует как о ненадежности определения d по узкой зоне, так и о влиянии ошибок Δd_f на её определение. В этой же таблице в последней колонке приведены отношения дисперсий одного наблюдения обычной обработки (σ^2) и с дополнительным неизвестным (σ_{Δ}^2). Для всего материала $\sigma^2/\sigma_{\Delta}^2 = 1.05$, что свидетельствует об улучшении внутренней сходимости при использовании дополнительного неизвестного. Улучшения внешней сходимости ряда не произошло ($\sigma_e^2/\sigma_{e\Delta}^2 = 1.0$).

Таблица 3

сезон	зима	весна	лето	осень
<i>N</i>	307	482	461	289
<i>d</i> (мс)	+3.3	+1.4	+1.7	+2.1

В таблице 3 приведены сезонные значения величины d , по которой можно вычислить среднюю для Пулковской проекции наклон слоёв равной плотности на плоскость первого вертикала ($I \sin A_0$). Несмотря на зависимость полученных результатов от ошибок опорного каталога, характер этого наклона ($I \sin A_0 \approx 1.6$) хорошо объясняется локальной ситуацией вокруг наблюдательной площадки. Все внешние относительно павильона источники тепла в первом вертикале в виде зданий расположены с западной стороны, начиная с расстояния 60 м. Они всегда будут вызывать именно такой по знаку эффект в наблюдениях и разный по величине в зависимости от отопительного сезона, что также находит отражение в данных таблицы 3.

Таким образом, несмотря на оценочный характер исследования, полученные результаты вполне согласуются с теоретическими представлениями и, следовательно, проведение переработки наблюдательного материала перекладывающихся пассажных инструментов по данной методике представляется целесообразным.

Библиографический список

1. Павлов Н.Н. О термических эффектах в перекладывающихся пассажных инструментах. АЖ, 1953, т. 30, № 1, с. 85-92.
2. Тавастерна К.Н. Исследование термических влияний на наблюдения с фотоэлектрическим пассажным инструментом. Вест. ЛГУ, 1954, № 5, с. 67 - 83.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. 1970, Новосибирск, Наука, 659 с.
4. Павлов Н.Н. О рациональном типе инструмента для определения точного времени. Труды 15 аст. ометр. конф. СССР, М., с. 246-265.
5. Милованович В. Об одном температурном влиянии на уровни. Труды 8 астрометр. конф. СССР, 1972, Л.; Наука, с. 221-229.

6. Mavatsugu O., Zeisuke K. On the characters of the Talcott's level. Proc. Int. Latitude Observ. Mizusava, 1973, 13, p. 159-178.
7. Павлов Н.Н. Задачи нового пассажного инструмента Пулковской службы времени. Труды 18 астрометр. конф. СССР, 1972, Л.; Наука, с. 151-158.
8. Andersson P. On the effect of the lateral refraction upon the astronomical determinations in the longitude. Bull. Geod., 1970, 96, p.163-167.
9. Teleki G., Sevarlic B. On the determination of anomalous refraction out astronomical measurments in the zenith zone. Publ. of the department of Astronomy, Beograd, 1971, 3, p. 5-16.
10. Milovanovic V., Pannwitz H. On the nigh errors in astronomical determinations. Bull. Geod., 1972, 104, p.185-193.

Резюме

В.Л.Горшков
Н.В.Щербакова

О НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ И РЕФРАКЦИОННЫХ ОШИБОК ТЕРМИЧЕСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

На примере астрономических наблюдений, отчётов уровня и температуры переключивающего пассажного инструмента Службы времени ГАО АН СССР даётся оценка некоторых инструментальных и рефракционных ошибок, возникающих из-за наличия неравновесного относительно инструмента теплового поля. Даётся оценка вклада величины аномальной рефракции ΔU_2 на поправку часов, вытекающей из общего влияния наклона слоёв атмосферы на момент регистрации звёзд в меридиане.

Kopsavilkums

V. Gorškova

N. Ščerbakova

PAR TERMISKAS IZCELSMES INSTRUMENTĀLO UN REFRAKCIJAS NOVĒROJUMU KĻŪDU NOVĒRTĒJUMU

Pamatojoties uz PSRS ZA GAO Laika dienesta asis pārliedzamā pasāžinstrumenta astronomisko novērojumu datiem, līmeņa un temperatūras nolasiņumiem dots dažū instrumentālo un refrakcijas kļūdu novērtējums. Kļūdu avots ir nehomogēn. temperatūras lauks ap instrumentu. Novērtēta anomālās refrakcijas ΔU_z , kuras cēlonis ir atmosfēras slāņu nolīce, ietekme uz pulksteņa korekciju.

Summary

V. Gorshkov

N. Shcherbakova

ON THE OBSERVATIONAL ESTIMATION OF THERMAL INSTRUMENTAL AND REFRACTIONAL ERRORS

From astronomical observations, level readings and temperature determinations with a transit instrument at the Pulkovo observatory, an estimation is obtained for some instrumental and refraction errors, caused by inhomogeneous thermal field around instrument. A Contribution of abnormal refraction ΔU_z on the time correction depending on the inclination of atmospheric level at the moment of star transit.

УДК 522.9

Горшков В.Л. (ГАО АН СССР)
Платайс В.К. (АО ЛУ)
Положенцев Д.Д. (ГАО АН СССР)

ОБ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ КАТАЛОГАХ RI-80 И RI-86 ПРЯМЫХ ВОСХОЖДЕНИЙ ЗВЁЗД СЛУЖБЫ ВРЕМЕНИ АО ЛУ

I. Наблюдательный материал.

На основании наблюдательного материала, полученного на пассажном инструменте АПМ - 10 с 1 января 1975 года по 31 декабря 1986 года, построено два каталога прямых восхождений звёзд Службы времени АО ЛУ. Первый каталог RI-80 относится к периоду наблюдений от 1 января 1975 года по 31 декабря 1980 года - 512 ночей наблюдений. Второй каталог RI-86 относится к периоду наблюдений от 1 января 1981 года по 31 декабря 1986 года и составил 733 ночи.

Для вычислений средневечерней поправки часов U_{0k} , азимута AZ_k , уклонений от средневечернего значения поправки часов каждой i звезды вечера k , $\Delta U_{ik} = U_{0k} - U_{ik}$, использовался комплекс программ, разработанный в ГАО АН СССР /1/. Комплекс программ позволил учитывать неустойчивость инструментального азимута при определении времени и прямых восхождений звёзд, характеристики которого описаны в /2/. При количестве азимутальных звёзд меньше 3 применялся МНК для однородной оценки U_{0k} , AZ_k . При использовании комплекса проведен статистический анализ наблюдений и получена оценка устойчивости инструментальных параметров, сказывающаяся на определение азимута. Так из 512 ночей RI-80 в 73 случаях отмечался ход азимута со временем, в 155 случаях потребовалось разбиение азимута на группы и в 284 случаях азимут принимался как среднее, из них в 104 случаях азимут считался МНК. Эти дан-

ные свидетельства о чувствительности инструмента как к перекладкам и случайным ударам, так и изменениям температуры. Второй период, который составил 713 ночей, характеризуется большей устойчивостью инструмента как к механическим воздействиям, так и к изменениям температуры, т.к. в 438 случаях азимут принимался как среднее (из них 243 - азимут считался МНК), в 71 случае изменялся со временем и в 224 потребовалось разбиение азимута на группы.

В таблице I приводится вклад каждого наблюдателя в общее число наблюдений. N - количество ночей, N_* - общее количество звёзд, σ_{Az} - ошибка азимута, σ_V - ошибка поправки часов. в мс.

Таблица I.

Наблюдатель	RI-80 (1975 - 1980 г.)				RI-86 (1981 - 1986 г.)			
	N	N_*	σ_V	σ_{Az}	N	N_*	σ_V	σ_{Az}
Каупш Э.Я.	106	2911	21,6	20,6	120	4339	23,5	21,4
Розе Л.Ф.	125	4432	19,9	22,0	148	5849	19,5	18,2
Розе Л.А.	96	2940	23,7	27,1	129	4742	25,3	22,2
Розенберг П.К.	36	890	22,5	37,9	142	3919	23,2	21,0
Рунгайне И.К.	149	6101	18,3	24,2	194	6418	19,5	19,6
Общее	512	172774	21,2	26,1	733	27267	22,2	20,4

Статистический анализ наблюдений позволил определить ночи, которые не использовались при каталожной обработке, это ночи с $\sigma_{Az} \geq 41,3$ мс и $\sigma_V \geq 31,5$ мс, а также количество звёзд меньше 10. Так было забраковано 74 ночи RI-80 и 44 ночи RI-86. В результате, в первом каталоге использовалось только 438 наблюдения, что соответствует наблюдению прохождения звёзд I5III через меридиан, во втором периоде 689 ночей, что соответствует наблюдению прохождения 26505 звёзд через меридиан.

2. Вычисление поправки в случайном отношении $\Delta\alpha_2$.

При вычислении поправки в случайном отношении использо-

валась оценка вида

$$\Delta \alpha_i = \frac{\sum_{k=1}^n \Delta U_{ik} P_k}{\sum_{k=1}^n P_k} \quad (1)$$

где n - число наблюдений данной i звезды, P_k - вес в случайном отношении данного вечера. Веса согласно /1/ задаются в зависимости от количества наблюдений звезд в данный вечер, или $p=1$, или пропорционально случайной ошибке $\tilde{\sigma}_k$ одного наблюдения звезды в данный вечер. В данной работе вес придавался $1/\tilde{\sigma}_k$, что позволило учитывать неоднородный наблюдательный материал, как по продолжительности наблюдений, так и по количеству звезд за вечер. В таблице 2 приводится среднеквадратическая ошибка одного наблюдения звезды, редуцированная к экватору $\tilde{\sigma}_i$ (мс), полученная по уклонениям отдельных значений $\Delta \alpha_i$, от средних по каждой звезде величины $\bar{\Delta \alpha}_i$, N - количество звезд в указанных зонах склонений, N_* - количество наблюдений звезд в этих зонах склонений, Z - зенитное расстояние.

Таблица 2.

RI-80 (1975-1980 г.)				RI-86 (1981-1986 г.)			
Z	N	N _*	$\tilde{\sigma}_i$	Z	N	N _*	$\tilde{\sigma}_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
-16°09'	3	45	7,5	-16°04'	4	72	8,4
-12 06	17	726	9,0	-12 05	21	1198	9,4
-7 22	43	1632	8,6	-7 21	46	2776	9,9
-2 23	52	1782	9,2	-2 23	57	2995	9,6
2 23	52	1915	9,9	2 24	52	3397	9,9
7 21	46	1608	10,2	7 16	47	2981	11,1
12 03	37	1654	11,7	12 03	39	2826	12,0
17 19	31	1015	12,9	17 25	39	1854	13,7
22 35	23	479	14,3	22 33	25	1130	14,8
27 35	21	612	16,1	27 37	23	1181	17,2

1	2	3	4	5	6	7	8
31° 48'	13	340	16,9	32° 03'	17	713	19,2
37 27	18	562	18,1	37 21	20	1099	20,2
42 23	27	724	14,9	42 19	29	1374	17,7
47 43	20	535	16,2	47 43	21	919	16,0
51 54	16	547	16,5	52 18	17	836	17,0
57 06	16	541	16,9	57 13	26	828	18,5
62 29	7	156	24,6	61 33	6	150	18,5
66 46	9	69	24,6	65 27	2	22	22,1

Приведенные ошибки одного наблюдения звезды (см. таблицу 2.) позволяют проследить их изменение за 12-летний период наблюдений. Увеличение ошибки за этот период позволяет судить о возможном ухудшении астроклиматических условий около инструмента, а также о возможном ухудшении инструментальной системы.

3. Выравнивание звезд зенитной зоны, определение поправки вида $\Delta \alpha_z$.

Для выравнивания звезд зенитной зоны применялся Свободный Цепной Метод - СЦМ /3/, и его модификация - МСЦМ /4/.

В случае каталога PI-80 выравнивание проводилось в различных зенитных зонах: широкой зенитной зоны $-15^{\circ}8 \leq Z \leq 18^{\circ}4$ и узкой зоны $-6^{\circ}6 \leq Z \leq 9^{\circ}8$. Вечера "склейки" для широкой и узкой зоны выбраны одни и те же. На рис. 1, 2, 3, 4 результаты уравнения обеих зенитных зон как СЦМ, так и МСЦМ. В таблице 3 приводятся данные вечеров "склейки", величина невязки замыкания δ (мс) и её ошибка σ_δ .

Таблица 3.

Дата	$-6^{\circ}6 \leq Z \leq 9^{\circ}8$		$-15^{\circ}8 \leq Z \leq 18^{\circ}4$	
	СЦМ	МСЦМ	СЦМ	МСЦМ
	δ σ_δ	δ σ_δ	δ σ_δ	δ σ_δ
751012	-18,6 0,3	-20,0 0,3	-5,1 0,2	0,9 0,1
760805	-22,7 0,4	-23,2 0,4	-5,3 0,4	-1,0 0,4
760930	-22,5 0,3	-24,0 0,4	-3,6 0,3	1,8 0,4

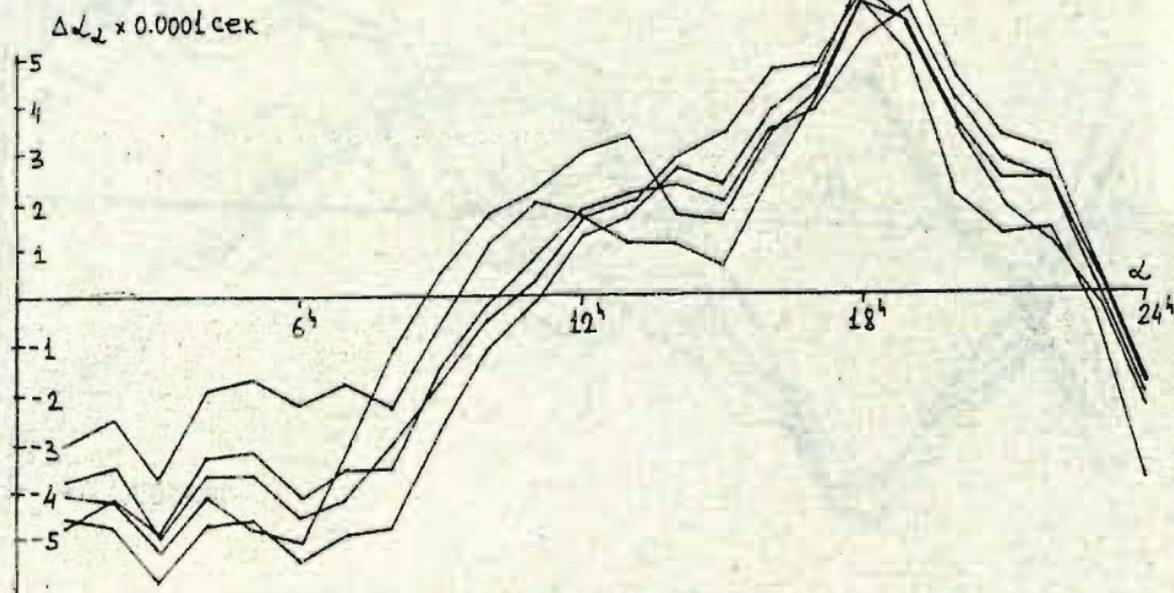


Рис. 1. СЛМ RI-80, зенитная зона $-6^{\circ}6 \leq Z \leq 9^{\circ}8$.

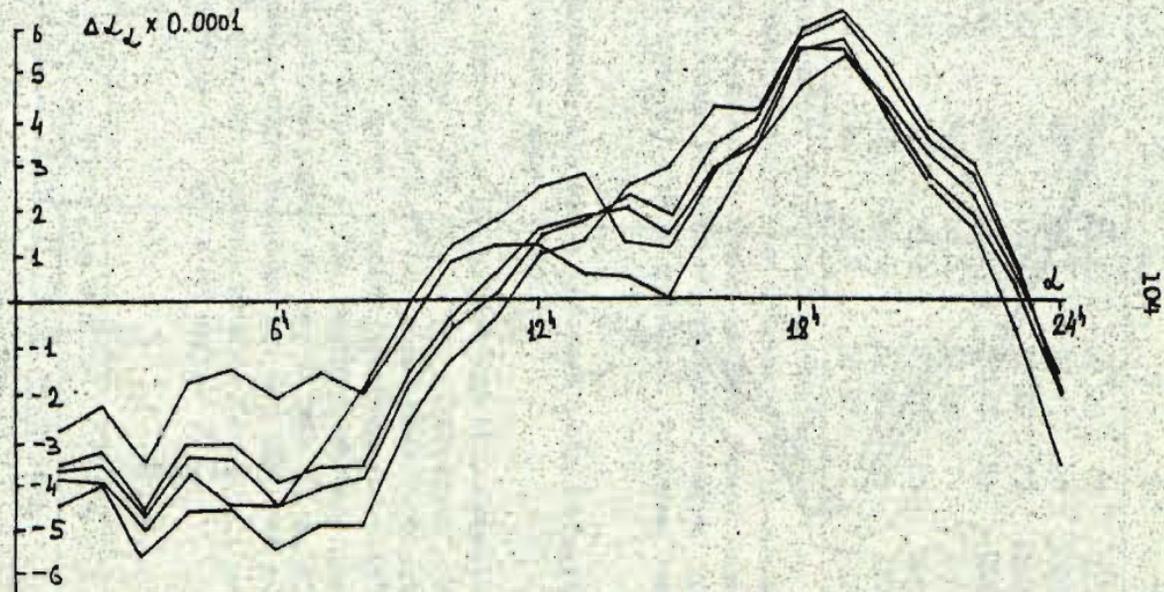


Рис. 2. МСЦМ RI-80, зенитная зона $-6^{\circ} \leq Z \leq 9^{\circ}8$.

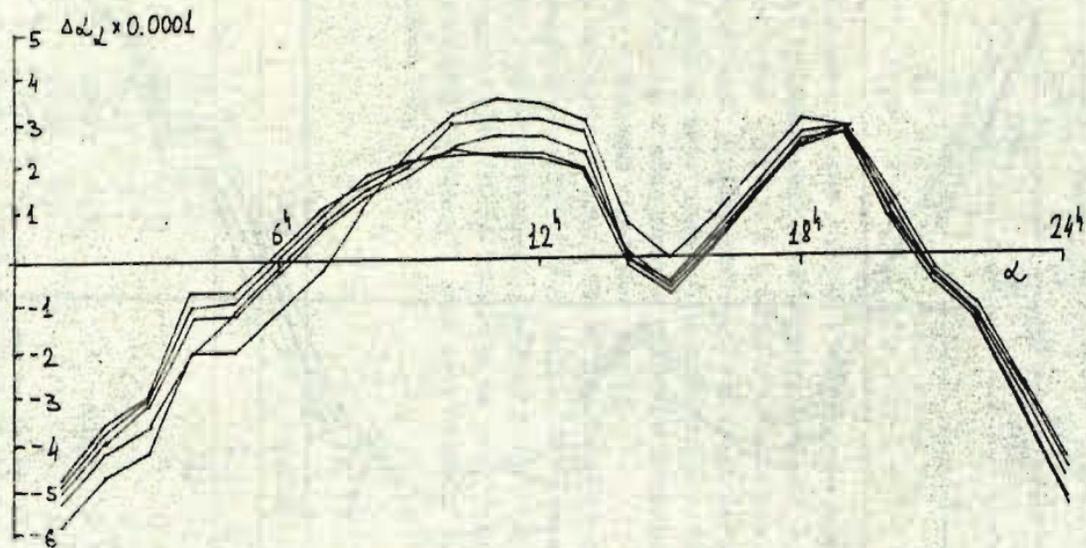


Рис. 3. СЦМ RI-80, зенитная зона $-15^{\circ}8 \leq Z \leq 18^{\circ}4$.

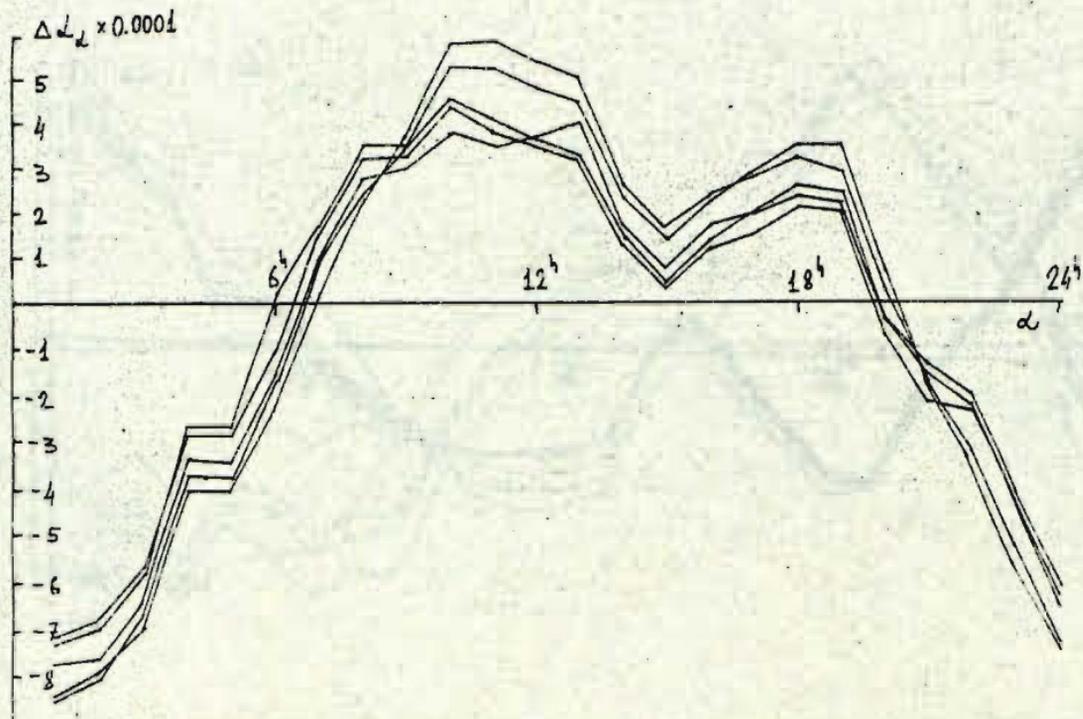


Рис. 4. МСЛМ RI-80, зенитная зона $-15^{\circ}8' < Z < 18^{\circ}4'$.

Продолжение таблицы 3.

Дата	$-6^{\circ}6$		$9^{\circ}8$		-15°		$18^{\circ}4$	
	СЦМ		МСЦМ		СЦМ		МСЦМ	
	δ	σ_{δ}	δ	σ_{δ}	δ	σ_{δ}	δ	σ_{δ}
79I015	-19,9	0,2	-21,0	0,2	-5,9	0,1	0,6	0,1
80II24	-17,7	0,3	-17,4	0,3	-5,3	0,1	0,7	0,3

В узкой зенитной зоне $-6^{\circ}6 \leq Z \leq 9^{\circ}8$ уравнивалось 160 звёзд, средний азимутальный коэффициент которых 0,0272. В широкой зенитной зоне $-15^{\circ}8 \leq Z \leq 18^{\circ}4$ уравнивалось 266 звёзд, средний азимутальный коэффициент -0,0125. Полученное расхождение результатов в двух зонах - незначительное (в пределах ошибок результатов) и объясняется наличием абсолютного азимута, а также возможными ошибками $\Delta\alpha_{\delta}$.

В случае второго каталога RI-86 уравнивание проводилось только в широкой зоне $-15^{\circ}9 \leq Z \leq 18^{\circ}4$, количество зенитных звёзд 279, средний азимутальный коэффициент 0,0081. Результаты выравнивания СЦМ и МСЦМ показаны на рис. 5.6. В таблице 4 данные вечеров "склейки", величина невязки замыкания δ (мс) и её ошибка σ_{δ} (мс).

Таблица 4.

Дата	СЦМ		МСЦМ	
	δ	σ_{δ}	δ	σ_{δ}
810405	-25,4	0,0	-25,8	0,1
850517	-23,7	0,3	-23,0	0,4
820404	-27,2	0,1	-31,7	0,1
820822	-27,8	0,1	-28,8	0,6
810728	-28,8	0,1	-32,1	0,7
82II03	-28,2	0,2	-30,5	0,8
83II22	-29,0	0,1	-29,8	0,1

Результаты выравнивания СЦМ и МСЦМ позволили провести сравнение этих методов. МСЦМ позволяет:

- 1) учитывать линейный суточный ход инструментально-ре-

фракционного происхождения в уравниваемых величинах,

2) получить дополнительную информацию об исходном наблюдательном материале. Так для RI-80 взаимный ход вечеров носит случайный характер в случае СЦМ, т.к. результаты, полученные МСЦМ при 1% уровне значимости близки к результатам СЦМ. Для материала RI-86 справедливо обратное - вполне определённо проявляется сезонное влияние на результаты уравнения, при 1% уровне значимости МСЦМ у 5,5% вечеров отмечается линейный суточный ход уравниваемых величин. На рис. 5,6 весенние даты показаны сплошной линией, осенне-зимние даты - пунктирной.

Но как в случае СЦМ, так и в случае МСЦМ однозначного окончательного результата получить нельзя, т.к. существует зависимость от выбранной даты "склейки". Поэтому для окончательного вывода поправки вида $\Delta\alpha_z$ применялся метод наименьших квадратов [5], программное обеспечение которого разработано в ГАО АН СССР. Уравнивание проводилось в широкой зенитной зоне $-15,8^\circ \leq Z \leq 18,4^\circ$ как для каталога RI-80, так и для RI-86, при этом вес задавался как $P_{ij} = P_i P_j$, где P_i - веса звёзд, пропорционально генеральной дисперсии зенитных звёзд, P_j - веса дат. У каталога RI-80 уравнивалось 268 зенитных звёзд, средний азимутальный коэффициент 0,012, у каталога RI-86 279 звёзд, средний азимутальный коэффициент которых 0,008. Результаты уравнивания показаны на рис. 7. В таблице 5,6 окончательные результаты поправки вида $\Delta\alpha_z$ RI-80, RI-86, усреднённые по 2 прямого восхождения, α - интервал прямого восхождения, N_* - количество звёзд в данном интервале, PC - вес.

Таблица 5.

α	N_*	PC	$\Delta\alpha_z$	α	N_*	PC	$\Delta\alpha_z$
1	2	3	4	5	6	7	8
0 ^h - 2 ^h	23	35,9	-2,6	12 ^h - 14 ^h	20	23,8	1,7
2 - 4	21	13,5	-2,2	14 - 16	24	36,3	0,6
4 - 6	23	16,7	-1,8	16 - 18	23	44,5	3,6

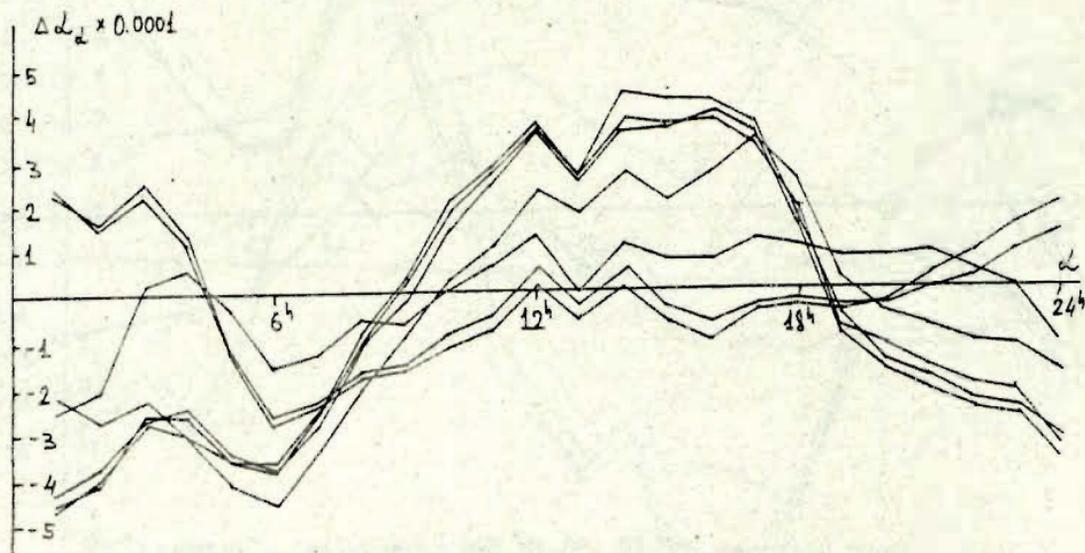


Рис. 5. СЛМ RI-8 6, зенитная зона $-15^{\circ}8 \leq Z \leq 16^{\circ}4$.

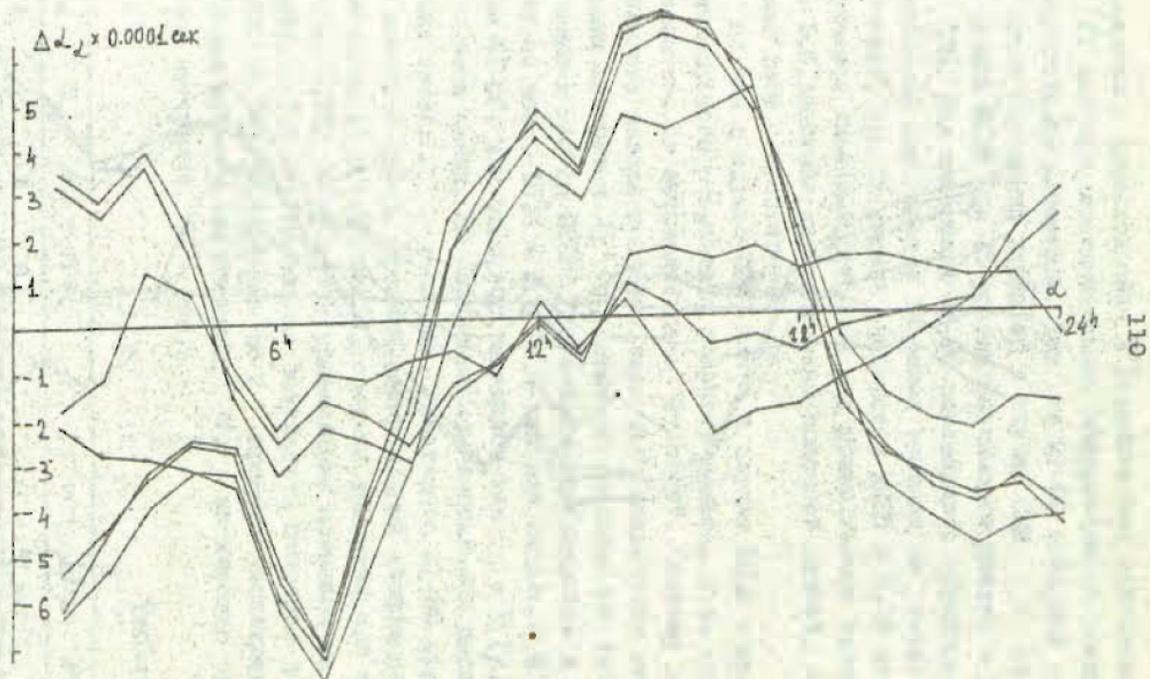


Рис. 6. МСИДМ RI-86, зенитная зона $-15^{\circ}8 \leq Z \leq 18^{\circ}4$.

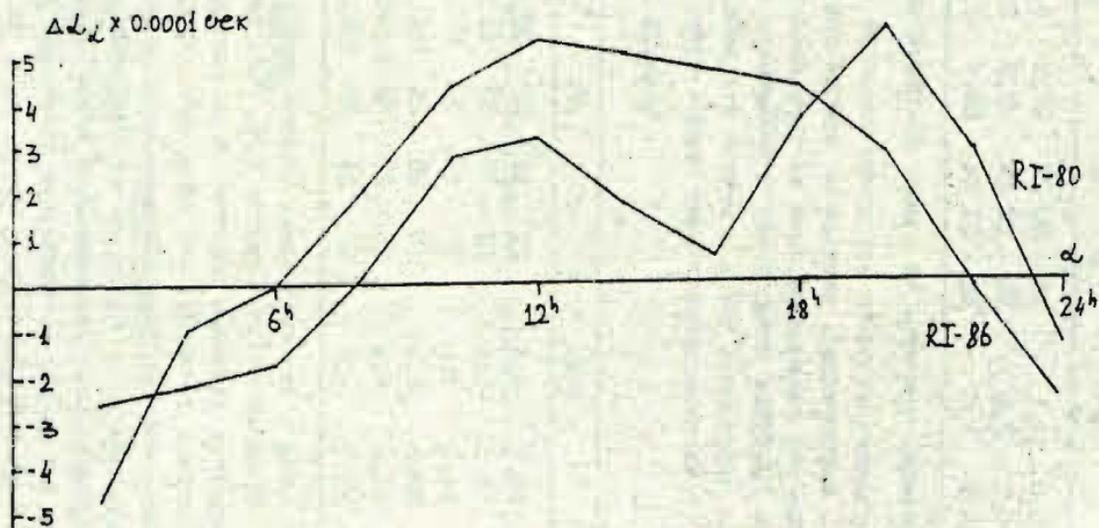


Рис. 7. Уравнивание МНМ RI-80, RI-86, зенитная зона $-15^{\circ}8 \leq Z \leq 18^{\circ}4$.

Продолжение таблицы 5.

1	2	3	4	5	6	7	8
6 ^h - 8 ^h	20	15,0	0,1	18 ^h - 20 ^h	22	47,2	5,5
8 - 10	25	33,7	2,8	20 - 22	23	72,9	2,9
10 - 12	20	29,9	3,2	22 - 24	24	58,4	-1,5

4. Определение поправок за цапфы, поправка вида $\Delta\alpha_s$.

После улучшения поправок исходного каталога в отношении ошибок $\Delta\alpha_x$, определялись каталожные ошибки вида $\Delta\alpha_s$, которые обусловлены главным образом инструментальными и рефракционными ошибками наблюдений. К сожалению, ввиду того, что регулярных наблюдений звезд в нижних кульминациях не проводилось, то из вышеперечисленных ошибок можно оценить

Таблица 6.

α	N_*	PC	$\Delta\alpha_x$	α	N_*	PC	$\Delta\alpha_x$
0 ^h - 2 ^h	24	58,4	-4,6	12 ^h - 14 ^h	22	35,3	5,1
2 - 4	22	18,8	-0,9	14 - 16	25	51,9	4,8
4 - 6	25	24,0	0,0	16 - 18	23	58,7	4,4
6 - 8	18	26,6	2,1	18 - 20	23	104,8	2,9
8 - 10	26	43,0	4,4	20 - 22	25	148,8	-0,2
10 - 12	24	38,7	5,4	22 - 24	26	104,3	-2,5

только ошибки цапф в зенитной зоне. Оценка качества цапф определялась согласно работе Павлова Н.Н. /6/. На рис. 8 приводится поправка за цапфы зенитной зоны каталогов RI-80 и RI-86. Из рисунка очевидно, что произошло ухудшение качества цапф. К сожалению, исследование цапф за исследуемый период не проводилось, но цапфы не перешлифовывались и в лагерах не перемещались, следовательно можно предположить, что за длительный период эксплуатации произошло ухудшение их качества. Аналогичная ситуация имела место на пассажном инструменте А0 Ленинградского университета, где после исследования цапф, показавших их значительный износ, была проведена их перешлифовка и в отдельных зонах произошло изменение ошибок $\Delta\alpha_s$ на 35 мс /7/.

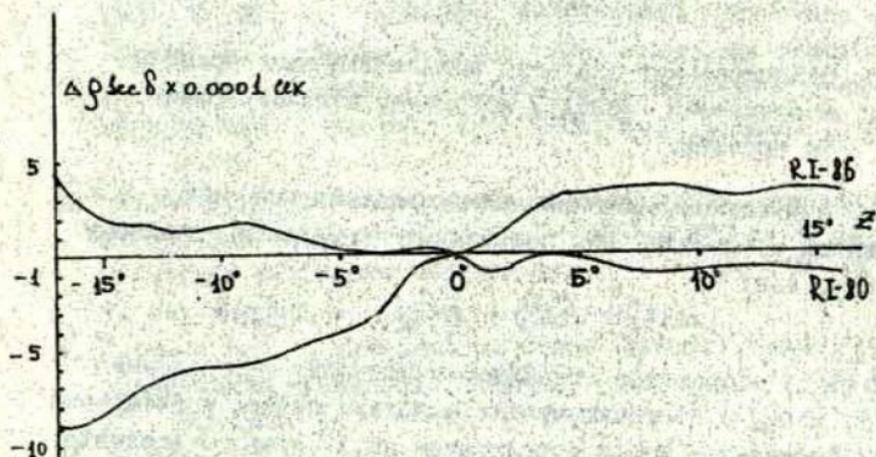


Рис. 8. Поправка за цапфы RI-80, RI-86.

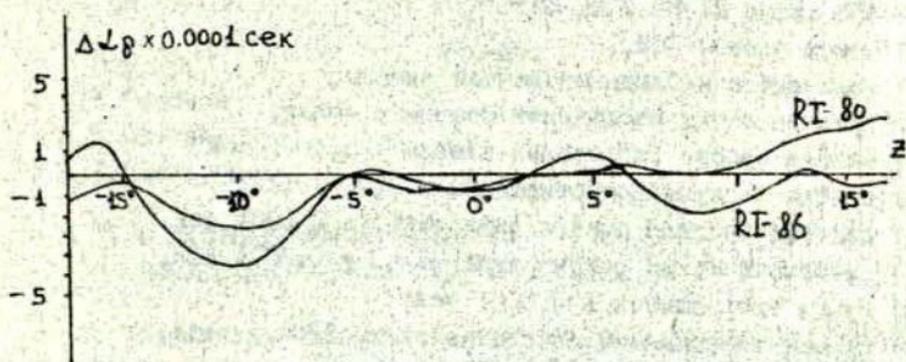


Рис. 9. Систематическая поправка вида $\Delta \alpha \delta$ для RI-80, RI-86.

После учёта поправок за цапфы получена ошибка вида зенитной зоны, которая представлена на рис. 9. Расхождение результатов первого и второго периодов в пределах ошибки полученных результатов.

- Б. Окончательные значения вывода поправок прямых восхождений звёзд к исходному каталогу службы времени.

Окончательные значения прямых восхождений звёзд $\Delta\alpha_i^k$ получались путём сложения полученных поправок к исходному каталогу, т.е.

$$\Delta\alpha_i^k = \overline{\Delta\alpha}_i + \Delta\alpha_{\alpha_i} + \Delta\alpha_{\delta_i},$$

где $\overline{\Delta\alpha}_i$ - поправка в случайном отношении, определённая по (I), $\Delta\alpha_{\alpha_i}$ - систематическая поправка прямых восхождений звёзд, полученная МНК и осреднённые по I^k прямого восхождения, для звёзд зенитной зоны и, в данном случае, распространяемая на все зоны, $\Delta\alpha_{\delta_i}$ - систематическая поправка прямых восхождений звёзд, исправленная за погрешности цапф в зенитной зоне.

Полученный каталог звёзд на период наблюдений 1975-1980 г. и период наблюдений 1981-1989 г. записан на магнитном диске ЭВМ ЕС-1060 в машиночитаемом виде, где содержится информация для 453 звёзд RI-80 и RI-86:

- 1) номер звезды КСВ,
- 2) количество наблюдений данной звезды,
- 3) средняя эпоха наблюдений звезды в годах,
- 4) ошибка одного наблюдения звезды в 0,0001 сек,
- 5) ошибка в случайном отношении в 0,0001 сек,
- 6) систематическая ошибка вида $\Delta\alpha_{\alpha_i}$ в 0,0001 сек,
- 7) систематическая ошибка вида $\Delta\alpha_{\delta_i}$ в 0,0001 сек,
- 8) сумма всех ошибок в 0,0001 сек,
- 9) прямое восхождение звезды на эпоху 2000,0 года,
- 10) склонение звезды на эпоху 2000,0 года.

Библиографический список

1. Горшков В.Л. Автоматизация обработки наблюдений Службы времени с пассажным инструментом. Изв. ГАО АН СССР, 1980, № 198, с. 150-155.
2. Горшков В.Л., Кияев В.И. Об учёте изменения азимута пассажного инструмента при определении времени и прямых восхождений. Вестник ЛГУ, 1988, сер. I, вып. 2, № 8, с. 86-92.
3. Павлов Н.Н. Предварительный каталог прямых восхождений звёзд, наблюденных в Пулковке во время МГГ на фотоэлектрическом пассажном инструменте Ф-3. Изв. ГАО АН СССР, т. 22, вып. 3, № 168, с. 2-24.
4. Горшков В.Л. О возможности учёта сезонных ошибок при уравнивании звёзд СДМ. Письма в АЖ, 1983, т. 9, № 8, с. 500-503.
5. Горшков В.Л., Малкин З.М. Уравнивание наблюдений Службы времени МНК. Астрономический циркуляр, 1983, № 1263.
6. Павлов Н.Н. Об исследовании цапф переносных пассажных инструментов. Изв. ГАО АН СССР, 1951, № 146, с. 82-104.
7. Ширяев А.В., Мищенко М.П. Завершение 4-летнего ряда наблюдений на ФПИ и предварительные результаты его обработки. Учёные записки ЛГУ, 1962, № 307, с. 210-229.

Резюме

В.Л. Горшков
 В.К. Платайс
 Д.Д. Положенцев

О ИНДИВИДУАЛЬНЫХ КАТАЛОГАХ Р1-80 И Р1-86 ПРЯМЫХ
 ВОСХОЖДЕНИЙ ЗВЕЗД СЛУЖБЫ ВРЕМЕНИ АО ЛУ

Используя наблюдательный материал за период 1975.Ф-1986.Ф г., полученный на пассажном инструменте АЛМ-ГФ Службы времени ЛГ, построено два каталога прямых восхождений звёзд. Для определения поправки вида $\Delta\alpha$ проводилось сглаживание свободно-цепным методом, а также модифицированным свободно-цепным методом и методом наименьших

квадратов (МНК). Для окончательного вывода поправок вида $\Delta\alpha_\alpha$ использовались результаты сглаживания МНК.

Kopsavilkums

V. Gorškova
V. Platais
D. Poloshenceva

PAR INDIVIDUĀLIEM ZVAIGŽŅU REKTASCENSIJU KATALOGIEM RL-80 UN RI-86 PĒC LU AO. LAIKA DIENESTA DATIEM

Izmantojot 1975. g. - 1986. g. gadu novērojumu materiālus, kas iegūti ar LU Laika dienesta pasāžinstrumentu A M-10, izveidoti divi zvaigžņu rektascensiju katalogi. Labojums $\Delta\alpha_\alpha$ atrasts, izlīdzinot rezultātus pēc brīvo ķēžu, modificētas brīvo ķēžu un mazāko kvadrātu metodes. Rezultējošais labojums $\Delta\alpha_\alpha$ iegūts, izdarot izlīdzināšanu pēc mazāko kvadrātu metodes.

Summary

V. Gorshkov
V. Platais
D. Poloshencev

ON INDIVIDUAL CATALOGUES RI-80 AND RI-86 OF RIGHT ASCENSIONS OF STARS OBTAINED AT THE LATVIAN UNIVER- SITY ASTRONOMICAL OBSERVATORY TIME SERVICE

The two catalogues of right ascensions of stars have been calculated by the analysis of time observations obtained with the photoelectric transit instrument of the observatory of Latvian University in the period 1975. g. - 1986. g. In order to define the right ascension corrections has been applied an interval adjustment of the free chain method and its modifications, and a least-squares solution. For the final conclusion of the right ascension correction has been used the method of least-squares solution.

УДК 521.24

Абакумов И.Е.
(АО ЛУ)

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ РЕЖИМА СЪЁМКИ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ ДЛЯ КАМЕРЫ АФУ-75

Введение

Спутниковая фотокамера АФУ-75 уже более 10 лет используется для фотографирования геостационарных спутников (ГСС). В своё время для камеры АФУ-75 не нужен был режим съёмки ГСС, и она в основном разрабатывалась как следящая установка. В настоящее время возникла необходимость разработать и такой вид съёмки, как режим ГСС. Для фотографирования ГСС на камере АФУ-75 используется режим слабого спутника без отслеживания суточного вращения Земли, то есть экваториальная платформа (ЭП) камеры выключена. Поэтому изображения звёзд на негативе получаются в виде длинных штрихов с оборотными краями — это существенный недостаток, что влияет на точность измерений.

В данной работе показано, как можно сделать и какие провести изменения в соответствующих узлах камеры, чтобы в режиме съёмки слабого спутника для ГСС вместо оборванных краёв штрихов звёзд получились бы точечные изображения этих звёзд. Изменения, которые нужно сделать в камере АФУ-75 несложны, и их может провести каждый оператор камеры на станции наблюдений.

Схема построена так, что можно использовать и режим слабого спутника и дополнительный усовершенствованный режим ГСС в отдельности.

1. Изменения в пульте управления

В пульте управления камеры АФУ-75 необходимо установить три дополнительных реле: P41 (PCM1), P42 (PCM2) и P43 (PCM3) и подключить их согласно схеме (рис. 1). Для этого предварительно изготавливается и монтируется основной узел этой логической схемы, обозначенный на рис. 1 прерывистой линией. На отдельной металлической планке устанавливаются и крепятся: эти три реле (P41, P42, P43), конденсаторы на 50 мкф и на 3200^к мкф (K50 - 3А, 3Б), два диода Д14 и Д15 (Д226) и два резистора на 39 ом и на 200 ом и по схеме (рис. 1) делают соответствующие соединения. Емкость конденсатора, отмеченного звездочкой, подобрана для времени экспозиции звезд в 6 сек. (оптимальное время). Для удобства привязки с остальной частью схемы пульта управления можно использовать контактные соединения. Пульт управления вынимается из передней коробки камеры.

Этот дополнительный релейный блок крепится в пульте управления над основным релейным блоком к плате, на которой расположены сопротивления для сигнальных лампочек пульта. Ввиду того, что переключатель режима работы (ПРР) не имеет свободного, необходимого нам шестое положение, необходимо установить дополнительный переключатель В₁₀ (ТВ2-1), который крепится к общей плате переключателей пульта и должен быть выведен на лицевую панель пульта управления. Этим переключателем устанавливается новый режим съёмки ГСС:

3к В₁₀ подключают к свободному контакту В₆ /положение П.А.Я./ переключателя установки стола (ПУС), а 4к В₁₀ на вход дополнительного релейного блока. На плате, где расположены сигнальные лампочки пульта управления устанавливается дополнительная сигнальная лампочка (ЛН₁₆) для режима ГСС. Произвести подключения, согласно схеме (рис. 1):

цепь 4к P22 → P24 разорвать - восстановить через 1,2к P42;
 цепь 3к Ш21 → к.В₆ разорвать - восстановить через 1,2к P43;
 цепь в точке соединения 3к P28 - к.В₆ → 4к Ш21 разорвать - восстановить через 3,4к P43;
 цепь 1к Ш15 → P31 разорвать - восстановить через 1,2к до-

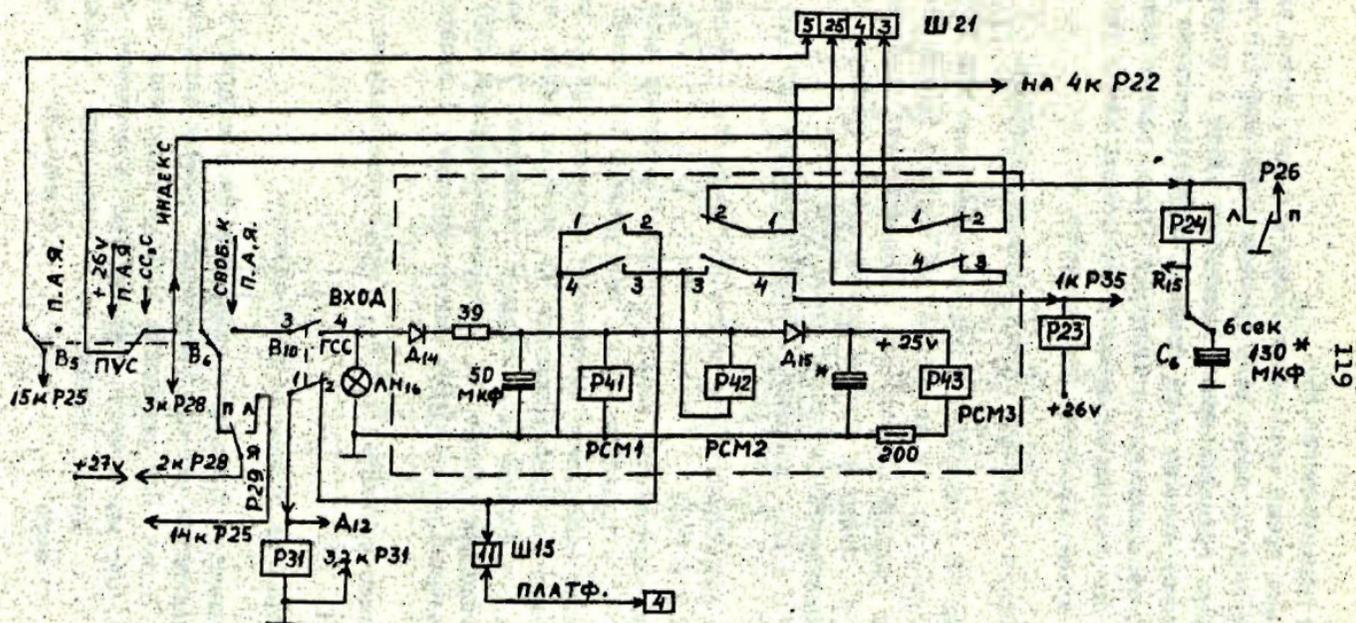


Рис. 1. Изменения в пульте управления

полнительного переключателя B_{10} .

Чтобы иметь время экспозиции звёзд в 6 сек. можно заменить конденсатор C_6 блока реле времени с 200 мкф (10 сек.) на 130 мкф. Если оставить время экспозиции звёзд в 10 сек., то надо увеличить ёмкость конденсатора в дополнительном реле в блоке, обозначенного звёздочкой. Здесь только важно помнить, что при увеличении времени экспозиции звёзд увеличивается и время подсветки стоп-индекса (+).

2. Изменения в приводе экваториальной платформы

В приводе ЭП установить дополнительное реле Р40 (РСМ2). Это реле крепится на той же скобке, на которой закреплены основные реле привода. Установить дополнительный переключатель B_{12} (MT-1), вывести его на панель или на крышку привода ЭП. Всё подключить, согласно схеме (рис. 2):

цепь к. B_3 — 2 к. KB_3 разорвать — восстановить через 1,3 к. B_{12} ;

цепь в точке соединения Д5 — муфта B_3 разорвать — восстановить через 1,2 к Р40;

установить дополнительный диод D_{13} (Д226) в разрыв цепи к. B_4 — 1 к Р15 и подключить его, как указано на схеме.

Желательно установить сигнальную лампочку (ЛН₁₇, рис. 2), выведенную также на крышку привода ЭП, которая будет сигнализировать о возврате ЭП в исходное положение, так как в усовершенствованном режиме ГСС сигнальная лампочка (ЭП) на пульте управления уже не будет сигнализировать о возврате ЭП.

Замыканием контактов 1,2 B_{12} /вкл./ устанавливается режим ГСС ЭП.

3. Уменьшение подсветки стоп-индекса

Необходимость уменьшения подсветки стоп-индекса в режиме ГСС выявляется уже при увеличении времени экспозиции звёзд более 3 сек. При установке времени экспозиции звёзд в 6 сек (то, что нам нужно), стоп-индекс на негативе не различим. Для уменьшения подсветки индекса и для того чтобы исключить али-

ление на качество изображения индекса в режиме слабого спутника, лучше всего уменьшить напряжение $+27\text{ В}$, поступающее на лампочку подсветки (ЛН₅). Здесь предлагается вариант микропереключателя галетного типа. В блоке фотохронографа находим место установки и крепим его к задней стенке крышки фотохронографа. Контакт (1) ЛН₅ разорвать - восстановить через микропереключатель (рис. 3).

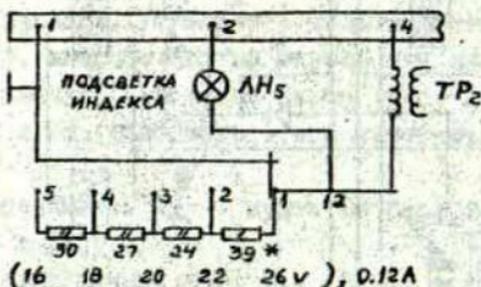


Рис. 3. Уменьшение подсветки стоп-индекса

Для плёнки, светочувствительностью в 5000 ед. ГОСТ, при установке: экспозиция звёзд: 6 сек. (ГСС), напряжение на подсветку стоп-индекса установить 18-20 В.

4. Методика фотографирования ГСС

1. Установить камеру по горизонтальным координатам на точку "стояния" ГСС. Независимо от выбранного варианта установки камеры на ГСС: по углу β , или по значениям А (азимут) и Н (высота) точки "стояния" ГСС /зд. $\beta = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$ / , телескоп-гид устанавливается параллельно камере.

2. Установить режим слабого спутника:

- а) ПРР /род работы/ - в положении "СС" или "С";
- б) ПУС /установка стола/ - в положение "СС", "С";
прижимной стол: левое положение (северное полушарие).

3. Установить режим ГСС:

- а) переключатель ГСС (B_{10}) на пульте управления в положение "вкл.";
- б) переключатель ГСС (B_{12}) на приводе ЭП в положение "вкл." (переключатель "платформа" на блоке питания и на приводе ЭП в положение "вкл.").

4. Переключатель "компенсация" - 3 мм.

5. Переключатель "экспозиция звёзд" - 6 сек.

6. Переключатель "диапазон скорости отслеживания" (для установки скорости перемещения прижимного стола) - 9-й диапазон.

При наступлении программного момента начала фотографирования включается тумблер "съёмка", начало съёмки произойдёт также как и в режиме слабого спутника, но во время второй остановки прижимного стола необходимо тумблер ПУС перевести в положение "П", "А", "Я" - сделать это надо аккуратно (затвор камеры открыт). Как только закончилось время остановки стола (6 сек.), автоматически отключается ЭП и загорается сигнальная лампочка ЛН₁₆ /режим ГСС/ - начинается экспозиция ГСС (стол стоит на месте). По истечении времени экспозиции ГСС (2-5 мин.) ПУС переводится обратно в положение "СС", "С". Лампочка ГСС гаснет, прекращается экспозиция первой точки ГСС, начинает работать ЭП. По истечении 6 сек. прижимной стол приходит в движение и, пройдя следующий интервал в 3 мм, снова останавливается (ЭП работает); опять переключаем ПУС в положение "П", "А", "Я": подготавливается начало экспозиции второй точки ГСС. Обычно делается три подвижки стола. После окончания экспозиции третьей точки ГСС дать столу перейти на четвёртую остановку и выключить тумблер "съёмка". Далее происходит тоже, что и после окончания съёмки слабого спутника: ЭП и стол возвращаются в исходное положение, происходит перемотка плёнки. На рис. 4 и 5 показаны снимки режима ГСС, которые получают-ся до и после усовершенствования.

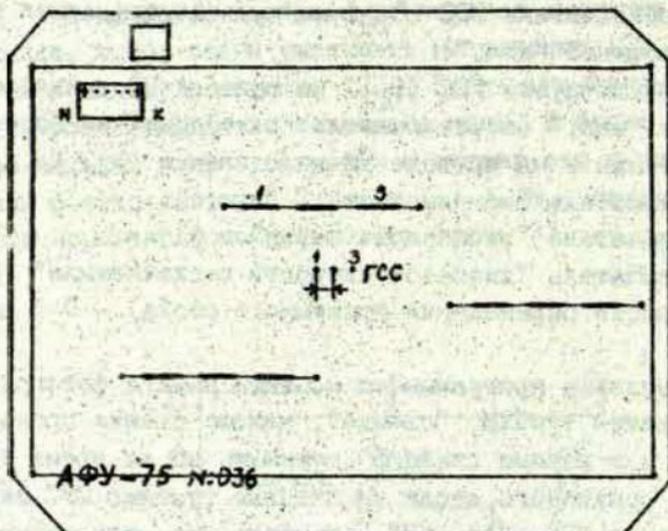


Рис. 4. Снимок, получаемый камерой АФУ-75 в режиме ГСС до усовершенствования

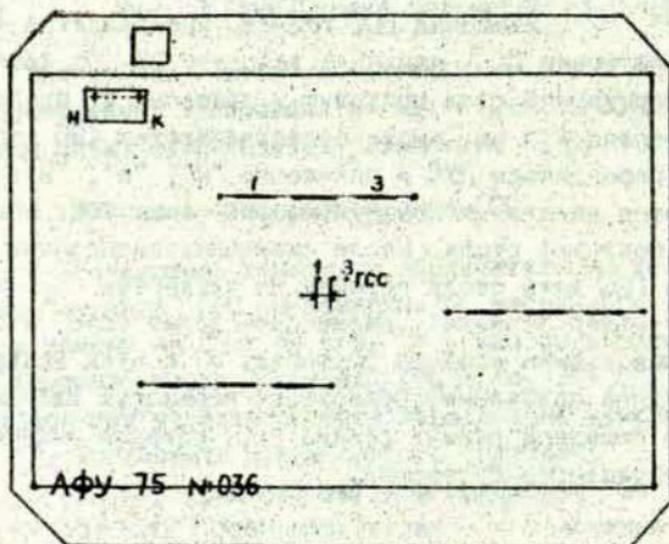


Рис. 5. Снимок, получаемый камерой АФУ-75 в новом, усовершенствованном режиме ГСС

Заклучение

Описанная в данной работе система изменений сделана и опробована на Рижской станции наблюдений спутников. Анализ снимков показал, что снимки, полученные в новом, усовершенствованном режиме съёмки ГСС позволят не только определять координаты ГСС с более высокой степенью точности, но и приводит режим съёмки ГСС к нормальному виду. Поэтому можно сделать вывод: спутниковая фотокамера АФУ-75 должна иметь этот усовершенствованный режим съёмки ГСС. Это позволит камере АФУ-75 обладать ещё одним, специальным для ГСС, режимом съёмки.

Резюме

И. Е. Абакумов

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ РЕЖИМА СЪЁМКИ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ
СПУТНИКОВ ДЛЯ КАМЕРЫ АФУ-75

В работе предложены и описаны неосходившие дополнения и изменения в определённых узлах камеры АФУ-75 для усовершенствования режима съёмки слабого спутника, используемого для съёмки ГСС, так, чтобы камера могла иметь свой оригинальный новый режим съёмки ГСС.

Kopsavilkums

I. Abakumova

PĀVADOŅU FOTOKAMERAS AFU-75 ĢEOSTACIONĀRO PĀVADOŅU
NOVĒROŠANAS REŽĪMA PILNVEIDOŠANA

Darba ieteiktas un izklāstītas izmaiņas un papildinājumi dažiem pavadonu fotokameras AFU-75 mezgliem, lai pilnveidotu vājo pavadonu uzņemšanas režīmu, kurš tiek izmantots ģeostacionāro pavadonu novērošanai, un tādejādi realizētu oriģinālu ģeostacionāro pavadonu novērošanas režīmu.

Summary

I. Abakumov

SOME IMPROVEMENTS OF THE AFU-75 SATELLITE TRACKING
CAMERA FOR IMAGING GEOSTATIONARY SATELLITES

Changes and additions to certain parts of the AFU-75 satellite tracking camera have been proposed and implemented in order to improve the faint satellite imaging mode, used to track geostationary satellites, in fact an original geostationary satellite tracking mode has been developed.

УДК 521.6:681.783.25

Мапко Н.М.

Уштан Н.В.

Кудак К.А.

(Ужгородский госуниверситет)

МОДЕРНИЗАЦИЯ ПЕРЕДАТЧИКА ЛАЗЕРНОГО ДАЛЬНОМЕРА ЛД-2 В УЖГОРОДЕ

Как показывает опыт эксплуатации лазерного дальномера ЛД-2, временные и энергетические характеристики зондирующего импульса имеют значительный разброс. Это отрицательно влияет на точность измерений расстояний. Исследования показали, что наибольшее влияние на стабильность зондирующих импульсов передатчика с электромеханическим модулятором добротности оказывает режим предионизации ламп накачки. Предионизация наполнения ламп накачки создается высоковольтным импульсом блока поджига, имеющим, как правило, форму затухающей синусоиды с частотой около 100 кГц [1]. Если выходная мощность данного устройства не достаточна для образования пробоя междуэлектродных промежутков ламп в течение длительности первой полуволны выходного напряжения, то пробой может происходить на следующих полуволнах. Наилучшим режимом предионизации следует считать возникновение пробоя в течение переднего фронта первой полуволны импульса поджига при минимальной её длительности. В этом случае наблюдается минимальный временной разброс задержки между синхроимпульсом поворота призмы модулятора и передним фронтом импульса тока основного разряда в лампах. Измеренные нами отклонения этой задержки находились в пределах ± 10 мкс. При этом наблюдались существенные колебания длительности переднего фронта импульса тока разряда в лампах, что вместе

с первым явлением приводило к несовпадению максимума инверсной населенности активной среды лазера по времени с максимумом добротности резонатора.

После проведенных исследований в состав лазерного передатчика ЛД-2 вместо ранее эксплуатировавшегося блока поджига был введен новый блок, разработанный в лаборатории лазерно-оптических измерений КГМИ, со значительно большей выходной мощностью и существенно повышенной частотой заполнения выходного импульса (до 3 МГц). Данный блок поджига обеспечивает в течение первой полуволны выходного напряжения ток в лампах не менее 40 А при её длительности не более 0,5 мкс [2]. В этом случае, в пределах указанного временного промежутка, создается предионизация ксенонового наполнения ламп накачки, достаточная для возникновения основного разряда. Естественно, что при этом колебания задержки между импульсом синхронизации, подаваемым на блок поджига, и импульсом основного разряда в лампах не превышает $\pm 0,25$ мкс. Световые импульсы ламп накачки имеют повторяющиеся с высокой точностью параметры и практически не отличаются друг от друга.

После установки нового блока поджига энергия выходного импульса лазерного передатчика уменьшилась на 5-7%. Это объясняется тем, что индуктивность, вносимая новым блоком поджига в разрядный контур ламп, несколько увеличилась по сравнению со старым блоком.

На рис. 1 и рис. 2 показаны осциллограммы зондирующих импульсов передатчика соответственно до и после установки нового блока поджига. Видно, что повторяемость формы зондирующего импульса после установки нового блока поджига существенно увеличилась при укорочении его длительности в 1,5 раза. После усовершенствования передатчика были проведены измерения расстояний до ИСЗ, что дало возможность получить сравнительную характеристику точности измерений старого и модернизированного лазерного дальномера. Среднеквадратическая погрешность измерений уменьшилась от значений 3 - 4 до 1,5 - 2 м.

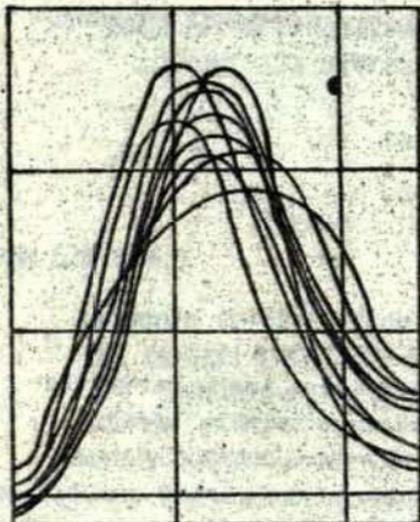


Рис. 1.

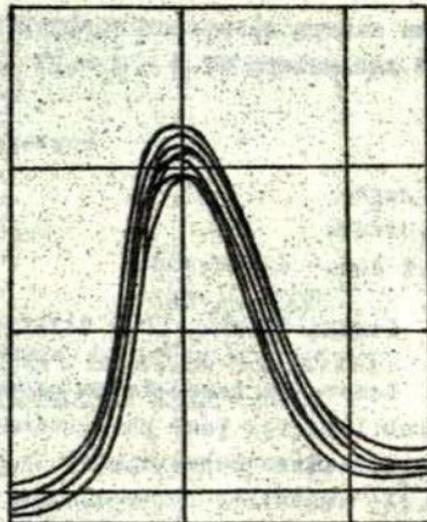


Рис. 2.

Таким образом, экспериментально установлено, что стабилизация параметров импульса накачки активной среды передатчика ЛД-2 путем улучшения временных и энергетических характеристик импульса предионизации ламп позволяет существенно повысить точность измерений дальности.

Библиографический список

1. Батраков А.С. и др. Лазерные измерительные системы. 1981, М.; Радио и связь.
2. Денищик В.С. Формирователь импульсов поджига ламп накачки твердотельных лазеров. Приборы и техника эксперимента, 1985, № 3.

Резюме

Н.М.Мапко
Н.В.Уштан
К.А.Кудак

МОДЕРНИЗАЦИЯ ПЕРЕДАТЧИКА ЛАЗЕРНОГО ДАЛЬНОМЕРА ЛД-2 В УЖГОРОДЕ

Стабилизация параметров импульса предионизации ламп на-

качки лазера позволяет повысить точность измерения спутникового дальномера от 3 - 4 м до 1,5 - 2 м.

Koršavilkums

N. Moko
N. Uštans
K. K' daks

LÄZERA TÄLMĒRA LD-2 RAIDĪTĀJA MODERNIZĀCIJA UŽGORODĀ

Lāzera ierosmes lampu pirmsjonizācijas lampu parametru stabilizācija ļauj paaugstināt pavadopa tālmēra mērījumu precizitāti no 3-4 līdz 1,5-2 m.

Summary

N. Matsko
N. Ushtan
K. Kudack

MODERNIZATION OF THE TRANSMITTER OF THE LASER
RANGE-FINDER LD-2 IN UZHGOROD

Impulse parameters stabilization of the preionization of the laser pumping lamps allows to raise the measurement accuracy of the laser range-finder from 3-4 m to 1,5-2 m.

УДК 520.874.7

Топольников В.А.
(ИФ АН УССР)

УЧЕТ ОШИБОК НАВЕДЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ЛОКАТОРА ПРИ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Оценку эффективности лазерной локации космических объектов обычно производят с помощью локационного уравнения [1]. Такая оценка приемлема при локации медленно движущихся объектов, например Луны, поскольку величину ошибок наведения можно сделать существенно меньше ширины угловой диаграммы излучения локатора. При локации быстро движущихся космических объектов возможность уменьшить ошибки наведения до приемлемой величины имеется не всегда и может возникнуть необходимость учитывать эти ошибки. В данной работе предлагается математическая модель, учитывающая ошибки наведения локатора на объект.

Ошибки наведения обычно содержат случайную составляющую, обусловленную дискретным характером корректирующего воздействия оператора на угловое положение оптической оси локатора, а также систематическую составляющую, обусловленную разъюстировкой оптических осей лазерного пучка и визирующего устройства.

Предположим, что распределение угловой ошибки наведения оптической оси локатора на объект имеет нормальный вид.

$$N(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[- \frac{(x - \mu_x)^2 + (y - \mu_y)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (1)$$

где x, y - угловые координаты оптической оси локатора,
 σ - среднеквадратическая ошибка наведения,

M_x, M_y - составляющие систематической ошибки наведения.

Предположим также, что диаграмма направленности излучения локатора в дальней зоне также имеет нормальный вид

$$N(x, y, \theta) = \frac{1}{2\pi\theta^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\theta^2}\right), \quad (2)$$

где θ - полуширина углового распределения плотности энергии излучения.

Поскольку оба распределения (1) и (2) взаимно независимы, то суммарное распределение плотности энергии излучения в плоскости лоцируемого объекта определяется сверткой этих двух нормальных распределений, которая, как известно [2] имеет вид нормального распределения.

$$S(x, y, \theta, \sigma) = \frac{1}{2\pi(\theta^2 + \sigma^2)} \exp\left[-\frac{(x - M_x) + (y - M_y)^2}{2(\theta^2 + \sigma^2)}\right].$$

Так как объект локации расположен в точке с координатами $X = 0, Y = 0$, то выражение для плотности энергии \bar{p} на объекте запишется в виде:

$$\bar{p} = \frac{1}{2\pi(\theta^2 + \sigma^2)} \exp\left[-\frac{M_x^2 + M_y^2}{2(\theta^2 + \sigma^2)}\right], \quad (3)$$

где E - энергия импульса излучения.

Интересной особенностью полученного выражения (3) является то, что θ и σ в него входят симметрично. Отсюда следует важный практический результат, что на эффективность локации эти параметры влияют в равной мере. Поэтому способ повышения эффективности путем уменьшения θ , как это следует из локационного уравнения [1], без соответствующего уменьшения σ может оказаться неэффективным, если $\sigma \geq \theta$.

Сравним полученную зависимость $\bar{p} = f(\theta)$ с аналогичной зависимостью в локационном уравнении [1], где $\rho \sim \frac{1}{\theta^2}$. На рис. 1 показаны графики функций $\bar{p} = f(\theta)$, где кривая I

соответствует локационному уравнению, 2 - выражению (3),
 когда $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 0$, и 3 - выражению (3), когда $M \neq 0$.
 Экстремальная точка $\theta = \sqrt{M^2 - \sigma^2}$ найдена из условия
 $\rho' = 0$.

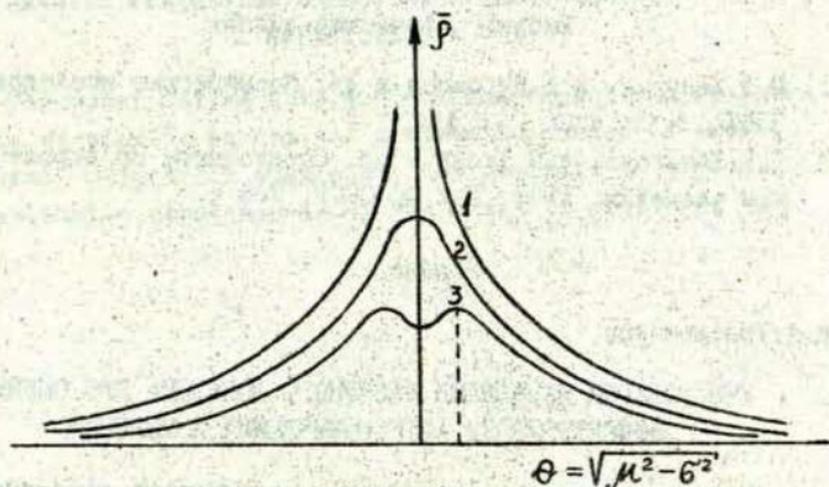


Рис. 1.

Качественным отличием полученного выражения является то, что при $\theta \rightarrow 0$, оно стремится к конечной величине

$$\bar{\rho}(0) = \frac{E}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{M^2}{2\sigma^2}\right)$$
, а не к бесконечности. Другим существенным отличием является то, что не всегда уменьшение θ приводит к увеличению $\bar{\rho}$. При $M \neq 0$ и

$\theta \leq \sqrt{M^2 - \sigma^2}$, уменьшение θ приводит к снижению эффективности локации. Практически это означает, что максимальный отраженный сигнал приходит тогда, когда лоцируемый объект несколько смещен относительно перекрестия визирующего устройства. Такая ситуация иногда наблюдается в локационной практике. Физической причиной этого ($M \neq 0$) является расхождение оптических осей лазерного пучка с направлением визирования объекта. Это может быть следствием деформации конструкции локатора при вращениях.

Таким образом, предложенная модель позволяет количественно анализировать влияние ошибок наведения. Это дает возможность при разработке локационных систем обосновано

соотносить затраты и усилия на улучшение параметров составных частей локатора. Кроме того, модель позволяет формировать обоснованные требования к точности совмещения оптических осей, а также стабильности их взаимоположения.

Библиографический список

1. В.Л.Кокурин, В.В.Курбасов и др. Космические исследования, 1966, т.IV, вып.3, с.414.
2. Г.Г.Абезгауз, А.П.Тронь и др. Справочники по вероятностным расчетам. 1966, Изд.МО СССР, 206 с.

Резюме

В.А.Топольников

УЧЕТ ОШИБОК НАВЕДЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ЛОКАТОРА ПРИ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Приведена модель, учитывающая зависимость эффективности локационного процесса от случайных и систематических угловых ошибок наведения локатора на космические объекты.

Проведен анализ следствий, вытекающих из модели, которые могут иметь значение для локационной практики.

Kopsavilkums

V. Topolnikovs

LĀZERA LOKATORA UZVADĪŠANAS KĻŪDU KOREKCIJA ASTRO- NOMISKO MĒRĪJUMU EFEKTĪVITĀTES NOVĒRTĒŠANĀ

Sniegta modelis, kas ievēro lokācijas procesa efektivitātes atkarību no gadījuma un sistemātiskām lokatora uzvadišanas uz kosmiskiem aparātiem leņķiskām kļūdām. Dota no modeļa izrietoša secinājumu analīze, kam var būt zināma nozīme lokācijas praksē.

V. Topolnikov

CONSIDERATION OF AIMING ERRORS OF THE LASER
RANGING ESTIMATING ASTRONOMICAL MEASUREMENTS
EFFECTIVITY

The model taking into account the dependence of laser remote sensing on random and systematic errors of aiming at cosmic objects is suggested. The analysis of practically applicable consequences of the model is provided.

УДК 522.5

Рубанс А.Д.
(АО ЛУ)

ПРИМЕНЕНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ В УСТАНОВКАХ ОТСЛЕЖИВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Сложные вычисления в реальном времени для достаточно точной аппроксимации видимого углового движения космических объектов обуславливают применение ЭВМ. Исполнительные двигатели таких установок могут управляться частотой. В частности, для управления шаговыми двигателями в действующих установках используется управляющая частота, достигающая 15 кГц. Возложение на ЭВМ, при некоторой доработке, задачи непосредственно выдавать управляющую частоту является неприемлимой. В этом случае применение делителей частоты с управляемым коэффициентом деления позволяет разгрузить системный канал ЭВМ до $1 \cdot 10^4$ раз. Схема применения такого делителя для одной из управляемых осей вращения приведена на рис. 1.

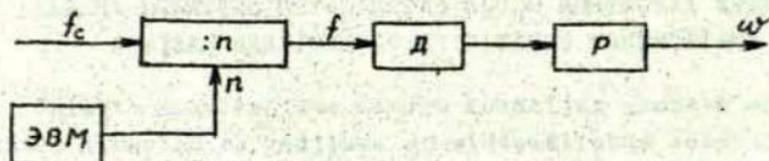


Рис. 1. Схема применения управляемого делителя частоты.

Угловая скорость ω пропорциональна частоте f :

$$f = i \cdot \omega, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности i учитывает угол поворота вала двигателя D при частоте 1 гц и передаточное отношение механического редуктора P . Для получения необходимой частоты f рассчитанный коэффициент деления n опорной частоты f_c задает ЭВМ.

Угловая скорость ограничивается некоторым диапазоном, внутри которого оно может принимать любое значение, соответственно и вычисленные значения коэффициента деления будут целые числа с дробной частью. Дробная часть в применяемых делителях не может быть реализована, что вызовет ошибку в частоте на выходе делителя. Проанализируем возникшую ошибку.

Необходимая частота обратно пропорциональна коэффициенту деления:

$$f = \frac{f_c}{n}. \quad (2)$$

На рис. 2 представлен график функции (2) - равностоянная гипербола.

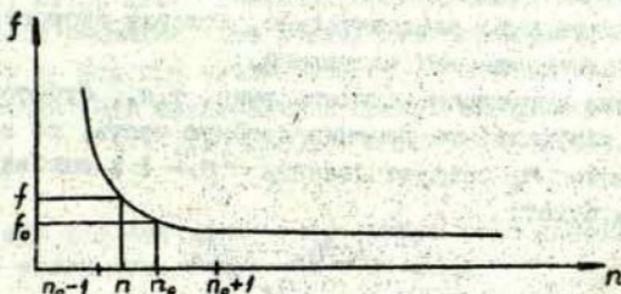


Рис. 2. График зависимости частоты от коэффициента деления.

Согласно рис. 2, ошибка выходной частоты равна:

$$\Delta f' = f - f_0 = \frac{f_c}{n} - \frac{f_c}{n_0} = \frac{f_c (n_0 - n)}{n \cdot n_0}, \quad (3)$$

где n_0 - коэффициент деления частоты не вносящий ошибки, т.е., целое число без дробной части.

В интервале $n_0 - t \leq n \leq n_0$ максимальное значение ошибки достигает при $n = n_0 - t$. Согласно выражению (3) имеем:

$$\Delta f'_{max} = \frac{f_c}{n_0(n_0 - t)} \quad (4)$$

График выражения (3) представлен на рис. 3 кривой

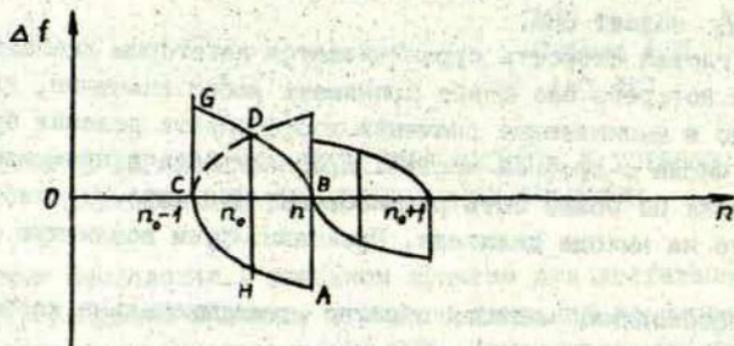


Рис. 3. Графики ошибок частоты.

В данном случае округление коэффициента деления сделано вверх до ближайшего целого числа. Ошибка в частоте всегда положительна, следовательно, угловая скорость будет всегда несколько меньше расчетной.

Если округление сделать вниз, т.е., отбросить в рассчитанном коэффициенте деления дробную часть, то в выражении (3) вместо n_0 следует ставить $n_0 - 1$ и ошибка выходной частоты будет:

$$\Delta f'' = \frac{f_c(n_0 - n - t)}{n(n_0 - 1)} \quad (5)$$

Максимальное значение ошибки частоты достигает при $n = n_0$, согласно выражению (5) имеем:

$$\Delta f''_{max} = - \frac{f_c}{n_0(n_0 - 1)} \quad (6)$$

График зависимости (5) представлен на рис. 3 кривой АНА. В данном случае ошибка всегда отрицательна, ее следовало вычесть из частоты на выходе делителя. Угловая скорость будет больше расчетной.

В обоих случаях по модулю максимальные ошибки одинако-

вы, однако, как показывают анализ и данные расчета, кривая GDB более пологая. Для уменьшения средней ошибки следует пользоваться округлением вверх.

Оба варианта приводят к накоплению ошибки. Для предотвращения одностороннего накопления ошибки, согласно рис. 3, разными коэффициентами деления при отслеживании объекта ошибка частоты будет в среднем компенсироваться, если при расчете, до достижения некоторого значения n_c , коэффициент деления округлять вниз, а при больших — вверх. Значение n_c определяется из условия, что значения n_c по модулю в выражениях (3) и (5) равны. Решение дает:

$$n_c = \frac{n_o(n_o - 1)}{n_o - 0,5} \quad (7)$$

При вводе через равные промежутки времени коэффициенты деления могут отличаться друг от друга на несколько целых чисел. В этом случае выражение (7) имеет вид:

$$n_c = \frac{n_o(n_o - k)}{n_o - 0,5k} \quad (8)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ в реальных применениях $k \ll n_o$.

Обратим внимание, что увеличение передаточного отношения i в m раз при неизменной опорной частоте f_c приводит к увеличению максимальной ошибки частоты в t раз,

$$t = \frac{m^2(n_o - 1)}{n_o - m} \quad (9)$$

в результате вносимая делителем ошибка угла направления на объект увеличится более чем в m раз.

Принципиального решения вопроса об отсутствии ошибки, вносимой делителем с управляемым коэффициентом деления, можно добиться при вводе коэффициентов деления в виде только целых чисел. При аппроксимации реального движения космического объекта это потребует ввода таких коэффициентов деления в строго рассчитанные моменты времени.

A. D. Rubans

ПРИМЕНЕНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ В УСТАНОВКАХ
ОТСЛЕЖИВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Рассмотрены вносимые ошибки делителем частоты с управляемым коэффициентом деления в установках отслеживания космических объектов.

Kopsavilkums

A. Rubans

VADĀMU FREKVENCES DALĪTĀJU IZMANTOŠANA IEKĀRTĀS
KOSMISKO OBJEKTU SEKOŠANAI

Apskatītas kļūdas, ko frekvences dalītāji ar maināmu dalījuma koeficientu ienes iekārtās kosmisko objektu sekošanai.

Summary

A. Rubans

APPLICATION OF CONTROLLED FREQUENCY DIVIDERS
TO TRACKING DEVICES

Deviations, introduced into tracking devices by controlled frequency dividers are shown.

УДК 521.3:621.378.325

Денищик Ю.С., Денищик С.С.,
Мединский А.Г., Эссельбах В.С.
(Коммунарский Горно-металлур-
гический институт)

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОЙ ПРИЕМНОЙ АППАРАТУРЫ ЛАЗЕРНОЙ СПУТНИКОВОЙ ДАЛЬНОМЕТРИИ НА БАЗЕ СЕРИЙНЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Приемные устройства спутниковых лазерных дальномеров в большинстве астрономических подразделений разрабатываются и изготавливаются собственными силами. При этом, в связи с постоянно возрастающими требованиями по точности измерений, решение задачи создания эффективной приемной аппаратуры сталкивается со всё большими трудностями, преодоление которых становится под силу лишь отдельным коллективам специалистов. Кроме этого, надежность экспериментальных образцов приемников получается недостаточно высокой.

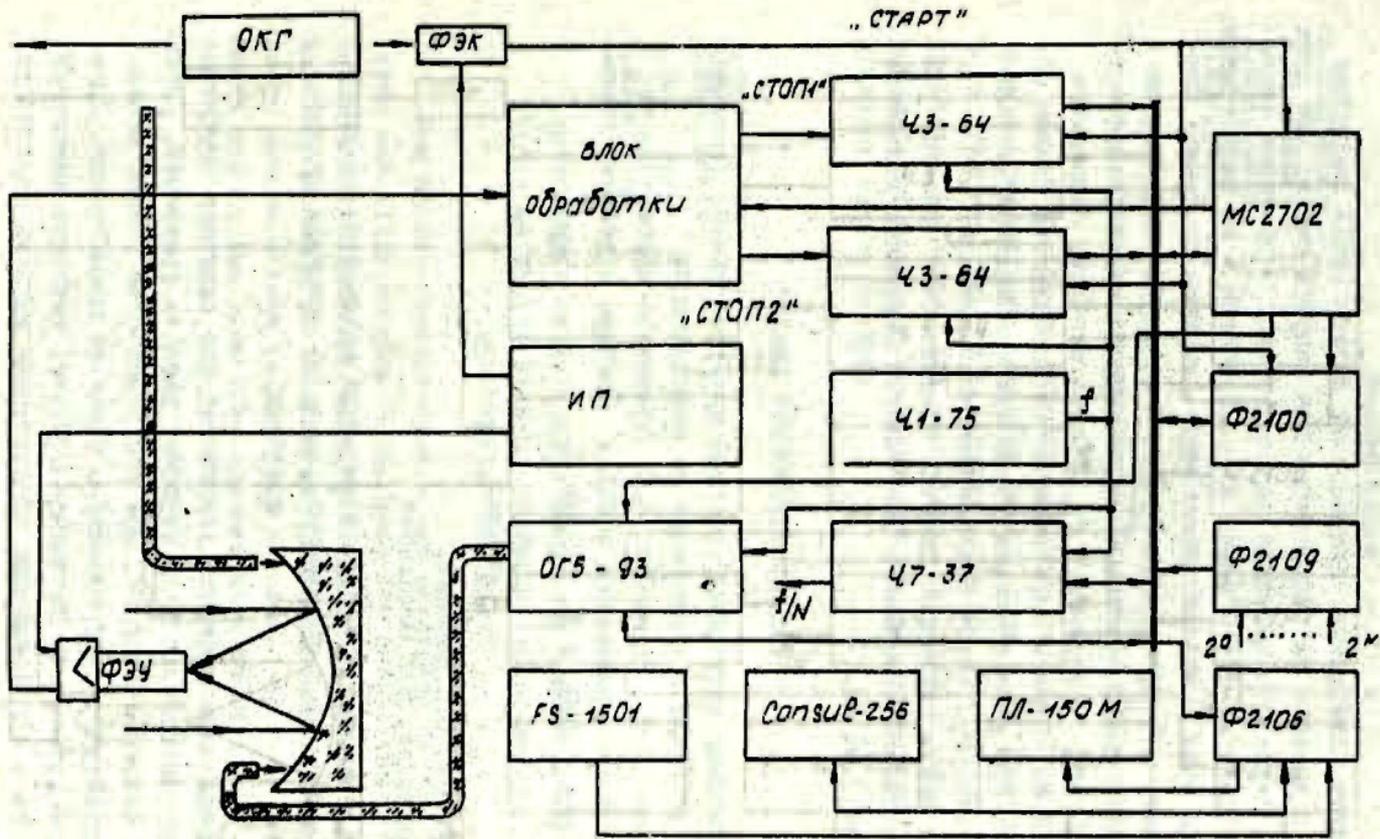
В последнее время наблюдается значительный прогресс в освоении промышленного выпуска высокоточных средств измерений времени и частоты. Так например, Госстандартом СССР освоен выпуск частотомеров-измерителей временных интервалов ЧЗ-64 с временным разрешением 1 нс в однократном режиме. Основная погрешность частотомера обусловлена погрешностью его внутреннего кварцевого генератора, которая может быть уменьшена на несколько порядков путем подключения более стабильного осциллятора - рубидиевого стандарта, например Ч1-75. В приборе ЧЗ-64 предусмотрена автоматическая минимизация погрешности внутреннего интерполятора нониусного типа. Кроме этого, возможен учет нестабильности привязки к фронтам стартовых и стоповых сигналов. Таким образом, возможно получение точности измерений временных интервалов лучше 1 нс [1].

На рисунке показана функциональная схема предлагаемого нами приемного комплекса аппаратуры лазерной дальнометрии с использованием серийных средств измерений. В комплексе применяются два прибора ЧЗ-64, что позволяет не только измерять дальность, но и осуществлять непрерывный контроль аппаратурной задержки. От стандарта частоты ЧИ-75 подается опорный сигнал с частотой 5 МГц на частотомеры ЧЗ-64, на кварцевый синхрометр Ч7-37 для получения синхроимпульсов, обеспечивающих работу всего устройства, а также - на генератор световых импульсов ОГ5-93.

Генератор световых импульсов ОГ5-93 запускается с частотой 2 МГц, и от него наносекундные оптические импульсы подаются по световоду через зеркало телескопа на ФЭУ. При этом определяются усредненные за интервал времени в 1 мс погрешности привязки внутренних компараторов частотомеров к фронтам сигналов, поступающих от блока обработки, в десятых долях наносекунды. Одновременно с такой же точностью определяется разброс показаний частотомеров. Съем данных с частотомеров и с кварцевого синхрометра осуществляется серийным комплектом приборов, работающих, как и частотомеры ЧЗ-64, с каналом общего пользования (КОП). Комплект включает в себя устройство управления Ф2100, устройство связи Ф2109 и устройство регистрации Ф2106. Координацию работы отдельных узлов осуществляет микропроцессорный контроллер МС2702. Регистрация результатов измерений и текущего времени с целью обеспечения возможности их дальнейшей обработки на ЦВМ производится перфоратором ПЛ-150. Устройство "Consul -256" используется для визуального контроля работы дальнометра.

Приемник содержит два нестандартных устройства - усилитель ФЭУ [2] и блок обработки принимаемых сигналов, разрабатываемый под конкретную решаемую задачу. Он может быть выполнен в виде блока обнаружения сигнала и, при необходимости, - с дополнительным устройством определения центра энергии импульса для повышения точности измерений. Источники питания "ИП" могут быть как разработанные под конкретные устройства, так и стандартные.

Работа приемного устройства заключается в следующем.



Часть оптического импульса от лазера (ОКГ) поступает на ФЭК и далее – на частотомеры для запуска счета. Ещё одна часть оптического импульса через световод и приемное зеркало поступает на ФЭУ и через блок обработки – на частотомеры. При этом счет в первом частотомере (верхнем по схеме) прекращается, и значение аппаратурной задержки выводится на перфоратор и цифропечать. Второй частотомер останавливается по приходу отраженного от объекта сигнала. Раздельное прекращение счета в частотомерах обеспечивается блоком обработки. При этом возможна установка необходимой длительности временных ворот для принимаемого сигнала.

По предварительным оценкам предлагаемое приемное устройство сможет обеспечить погрешность измерений дальности не более ± 10 см.

Библиографический список

1. Частотомер электронно-счетный вычислительный. Техническое описание и инструкция по эксплуатации.
2. Денищик Ю.С., Эссельбах В.С. Повышение эффективности оптических приемников с ФЭУ. Приборы и техника эксперимента, 1989, № 2, с. 174.

Резюме

Ю.С.Денищик, С.С.Денищик,
А.Г.Мединский, В.С.Эссельбах

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОЙ ПРИЕМНОЙ АППАРАТУРЫ ЛАЗЕРНОЙ СПУТНИКОВОЙ ДАЛЬНОМЕТРИИ НА БАЗЕ СЕРИЙНЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Предложено приемное устройство для лазерной спутниковой дальнометрии на базе серийных средств измерений, управляемое микропроцессором. При его разработке учтены основные аппаратурные погрешности с целью их минимизации. Предложенное устройство позволяет повысить точность измерений дальности с одновременным обеспечением высокой надежности.

Kopsavilkums

J. Deniščiks
 S. Deniščiks
 A. Medinskis
 V. Esselbahs

.. EFEKTĪVAS LĀZERU PAVADOŅUTĀLMĒRU UZTVEROŠĀS IEKĀRTAS
 IZSTRĀDE UZ SĒRIJVEIDA MĒRĪJUMU LĪDZEKĻU BĀZES

Ieteikta lāzera pavadoņu tālmēra uztverošā iekārta uz sērijveida mērījumu iekārtas bāzes, kuru vada mikroprocesors. Tās realizācijā ievērotas galvenās aparatūras neprecizitātes ar nolūku tās minimizēt. Ieteiktā iekārta ļauj paaugstināt attālumu mērījumu precizitāti vienlaicīgi saglabājot augstu drošību.

Summary

Y. Denichchik
 S. Denichchik
 A. Medinskiy
 V. Essel'bah

DEVELOPMENT OF EFFICIENT RECEIVING HARDWARE FOR
 LASER SATELLITE RANGING ON THE BASIS OF SERIAL
 MEASUREMENT EQUIPMENT

The microprocessor-controlled receiving device for laser satellite ranging based upon the serial measurement equipment is presented. The main equipment errors are taken into account in its design to minimize them. The proposed device allows to increase precision of range measurements and at the same time ensures high stability,

Денищик Ю.С.

(Коммунарский Горно-металлургический институт)

УДК 521.3:621.378.325

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВ ЛАЗЕРНЫХ СПУТНИКОВЫХ ДАЛЬНОМЕРОВ С ПОЗИЦИЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Прием сигналов в лазерной локации космических объектов характеризуется малым числом регистрируемых "сигнальных" фотонов. При этом основной характеристикой обнаружения сигнала на фоне помех является коэффициент правдоподобия Λ - отношение апостериорных вероятностей событий на интервале наблюдения соответственно при наличии и отсутствии сигнала. В случае превышения этой величиной порогового значения Λ_0 , реализация отождествляется с сигнальной, в противном случае принимается альтернативное решение. Частным случаем данного классического метода обнаружения является стратегия, основанная на критерии Неймана-Пирсона ($P_D = P_{D, \max}$ при $P_F = \text{const}$). P_D - вероятность правильного обнаружения, P_F - вероятность ложной тревоги. Классический метод обнаружения удовлетворяет критерию Неймана-Пирсона при условии, что значение Λ_0 выбрано так, чтобы вероятность принятия решения "сигнал есть" при отсутствии сигнала равнялась заданному значению P_F [1].

При сравнении по нескольким показателям качества двух основных видов приемных устройств, применяемых в лазерной локации космических объектов, - дискретных, работающих в режиме счета фотонов, и аналоговых, реагирующих на огибающую оптического импульса, очевидно следующее.

Дискретные приемники обладают наибольшей чувствительностью и находят широкое применение как единственно приемлемые при ограниченных энергетических параметрах передачи-

ка, несмотря на довольно низкую оперативность и относительную сложность аппаратного обеспечения. Аналоговые приемные устройства обладают сравнительно низкой чувствительностью, но они просты и наиболее оперативны, что позволяет широко использовать их для съема информации в реальном временном масштабе в жестких условиях эксплуатации.

Представляет большой интерес рассмотреть возможность разработки для лазерной спутниковой дальнометрии методов и средств приема оптических сигналов, позволяющих в определенной степени совместить преимущества обоих применяемых в настоящее время методов, т.е. высокую чувствительность, оперативность и простоту реализации.

В основу предлагаемого варианта решения поставленной задачи положен метод бинарного квантования с последующим накоплением. Его сущность заключается в следующем.

На достаточно длительном временном интервале наблюдения T в течение каждого из N подинтервалов τ_i подсчитывается количество фотоэлектронов n_i и определяется количество K из N подинтервалов, на которых $n_i \geq n_0$, где фиксированный порог по числу фотоэлектронов на подинтервалах τ_i . В общем случае может быть несколько фиксированных порогов по n_i . Затем сравнивают K с K_0 для нескольких интервалов T , где K_0 - порог по числу подинтервалов τ_i с $n_i \geq n_0$. Если на каком-либо интервале T наблюдается ситуация, когда $K > K_0$, то реализацию, имеющую место в течение этого интервала T , относят к "сигнальной", в противном случае принимают альтернативную гипотезу. Логарифм отношения правдоподобия имеет для данного метода следующий вид:

$$L = \ln \left[\left(\frac{P_{сш}}{P_{ш}} \right)^K \left(\frac{1 - P_{сш}}{1 - P_{ш}} \right)^{N-K} \right], \quad (1)$$

где $P_{сш}$ и $P_{ш}$ - вероятности превышения порога по числу фотоэлектронов соответственно при наличии "сигнальной" реализации и "шумовой".

При $K_0 = 1$ стратегия принятия решений подчиняется критерию, называемому "хотя бы один из N " [2].

Приняв, что распределения сигнальных и шумовых фотоэлектронов на интервале наблюдения T пуассоновские, шум стационарный, выборочные значения реализации статистически независимы и средняя интенсивность сигнала, соответствующая различным выборочным значениям, одна и та же, поступим следующим образом.

За интервал наблюдения T примем промежуток времени, в течение которого излучается N лазерных посылок. За подинтервал τ_i примем временной промежуток $\tau_i' = \alpha \tau_i$, где τ_i - длительность зондирующего импульса передатчика, α - коэффициент, учитывающий уширение этого импульса в атмосфере Земли. Принятые длительности интервалов T и τ_i не противоречат статистической теории, т.к. фотоэлектроны сигнала и шума принципиально не различимы, а пуассоновское распределение обладает свойством аддитивности.

Т.к. алгоритм обработки реализаций уже задан (описан выше), определим основные характеристики обнаружения сигнала в соответствии с критерием Неймана-Пирсона - P_D и P_F при заданном пороге N_0 по количеству фотоэлектронов на подинтервале τ_i . Для критерия "хотя бы один из N "

$$P_D = 1 - (1 - P_{сш})^N, \quad (2)$$

$$P_F = 1 - (1 - P_{ш})^N. \quad (3)$$

После подстановок $P_{ш}$ и $P_{сш}$ для распределений Пуассона в формулы (2) и (3), получим:

$$P_D = 1 - \left\{ \sum_{n=0}^{N_0-1} \frac{(\bar{n}_c + \bar{n}_ш)^n}{n!} \exp[-(\bar{n}_c + \bar{n}_ш)] \right\}^N, \quad (4)$$

$$P_F = 1 - \left[\sum_{n=0}^{N_0-1} \frac{\bar{n}_ш^n}{n!} \exp(-\bar{n}_ш) \right]^N. \quad (5)$$

Обозначим: $\bar{J}_ш$ (имп/сек) - средняя интенсивность фотоэлектронов шума на интервале T ; $S = \bar{J}_c / \bar{J}_ш$, где \bar{J}_c - средняя интенсивность сигнальных фотоэлектронов на том же интервале при допущении, что лазер излучает с постоянной интенсивностью. Тогда S характеризует условия приема по

аналогии с отношением сигнал/шум в радиодиапазоне. Среднее количество однофотозлектронных импульсов на подинтервале τ_i соответственно при наличии и отсутствии сигнала следующее:

$$\bar{n}_e + \bar{n}_w = \bar{J}_w \tau'_3 (1 + \bar{S}), \quad \bar{n}_w = \bar{J}_w \tau'_3$$

при $\tau_i = \tau'_3$.

Тогда выражения (4) и (5) можно переписать в следующем виде

$$P_D = 1 - \left\{ \sum_{n=0}^{n_0-1} \frac{[\bar{J}_w \tau'_3 (1 + \bar{S})]^n}{n!} \exp[-\bar{J}_w \tau'_3 (1 + \bar{S})] \right\}^N \quad (6)$$

$$P_F = 1 - \left[\sum_{n=0}^{n_0-1} \frac{(\bar{J}_w \tau'_3)^n}{n!} \exp(-\bar{J}_w \tau'_3) \right]^N \quad (7)$$

Положим $n_0 = 2$, тогда в пределах подинтервала τ_i могут регистрироваться как сигнальные три вида пороговых реализаций: 1 фотозлектрон (ф.э.) шума + 1 ф.э. сигнала; 2 ф.э. шума; 2 ф.э. сигнала. Ориентируясь на типичную длительность гигантского импульса лазера, примем $\tau'_3 = 30$ нс.

На рис. 1 приведен график зависимости $P_D = f(S)$ при однократном режиме работы дальномера ($N = 1$). $\bar{S}_{max} = 3,3 \cdot 10^4$, что соответствует $(\bar{n}_e + \bar{n}_w) = 10$ на подинтервале $\tau_i = \tau'_3$ при $\bar{J}_w = 1 \cdot 10^4$ имп/сек. Вероятность ложной тревоги $P_F = 1 \cdot 10^{-7}$.

Из графика рис. 1 видно, что в заданных условиях приема сигнал, обеспечивающий в среднем два фотозлектрона на подинтервале τ_i , обнаруживается с вероятностью 0,6; три - 0,8; четыре - 0,9; пять - 0,95 и т.д. Весьма малая величина P_F объясняется принятым минимально возможным значением τ_i , что позволяет получить хорошие результаты при использовании многократного режима, когда шум накапливается.

На рис. 2 приведены графики зависимости $P_D = f(S)$ при той же средней интенсивности шумов и в десять раз меньшей интенсивности сигнала для одной и десяти лазерных посылок ($N = 1, 10$). $\bar{S}_{max} = 3,3 \cdot 10^3$, что соответствует

в среднем одному фотоэлектрону на подинтервале τ_i при той же интенсивности шумов $\bar{J}_w = 1 \cdot 10^4$ имп/сек. Такой сигнал обнаруживается при $N = 1$ с вероятностью 0,28 и при $N = 10$ с вероятностью 0,97. При этом вероятности ложного обнаружения соответственно $P_F = 1 \cdot 10^{-7}$ и $P_F = 1 \cdot 10^{-6}$.

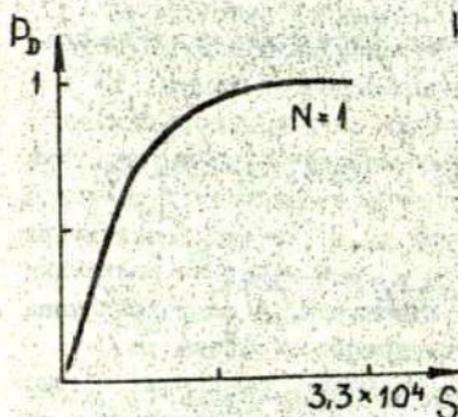


Рис. 1

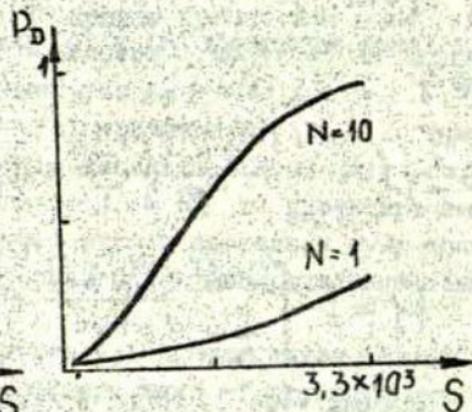


Рис. 2

Для сравнения предлагаемого метода обнаружения с дискретным методом, описанным выше, были рассчитаны характеристики обнаружения для условий приема, имевших место при лазерной локации Луны. В [3] приведены следующие характеристики условий приема: $\bar{N}_c = (0,02 + 0,2)$ имп. на одну лазерную посылку; $N_{int} = 0,2$ имп. на интервале 20 мкс, т.е.

$$\bar{J}_w = 1 \cdot 10^4 \text{ имп/сек.}$$

Расчеты по формулам (6) и (7) показали, что в первом случае ($\bar{N}_c = 0,02$ имп.) для обеспечения $P_D = 0,96$ при $P_F = 1,5 \cdot 10^{-3}$ необходимо 16384 лазерных посылок. Это практически пока не выполнимо по затратам времени. Во втором случае ($\bar{N}_c = 0,2$) для обеспечения $P_D = 0,9$ при $P_F = 1,2 \cdot 10^{-5}$ необходимо 128 посылок, что, по всей видимости, является пределом для предлагаемого метода по пороговой энергии принимаемого сигнала. В [3] количество лазерных посылок изменялось примерно от 100 до 200, но те же 128 посылок дают в этом случае $P_F = 0,92$ при длительности "временных ворот" 2 мкс, а отношение $P_D/P_F \approx 1$ при

$\bar{N}_e = (0,02 + 0,2)$ имп. на одну лазерную посылку.

Таким образом, можно считать, что чувствительность предлагаемого метода в многократном режиме на порядок ниже, чем метода счета фотонов. Но надо учесть, что в отличие от него, достаточно всего одного отклика на N лазерных посылок, чтобы можно было сделать вывод "сигнал есть" с вероятностью, что данное утверждение справедливо, на несколько порядков превышающей вероятность его ошибочности. Например для рассмотренных выше случаев при $N = (1 + 16384)$ отношение этих вероятностей P_D/P_F находится в пределах от 10^7 до 10^3 . Вероятность пропуска сигнала $P_D' = 1 - P_D$ может быть уменьшена путем увеличения количества лазерных посылок в процессе обнаружения. При этом практически трудно достичь неприемлемой величины P_F при реально возможных N .

При сравнении с аналоговым приемом предлагаемый метод следует рассматривать в однократном режиме работы. Если принять, что для регистрации аналогового сигнала необходимо наличие в отклике не менее 10 фотоэлектронов для превышения порога по амплитуде, как это показано в [4], то в соответствии с расчетами, иллюстрируемыми графиками рис. 1, предлагаемый метод эффективнее в два - три раза по минимально возможному энергетическому порогу принимаемого сигнала. При этом обеспечивается $P_D = (0,95 + 0,8)$. Но так как аналоговый порог должен устанавливаться с учетом флуктуаций амплитуды сигнала из-за вероятностного характера появления фотоэлектронов на интервале наблюдения, эта минимальная величина (10 ф.э.) не может считаться реальным пороговым значением, обеспечивающим приемлемую различимость сигнала на фоне помех. Поэтому, как это следует из [4], пороговое значение по числу фотоэлектронов в отклике будет находиться в пределах от 10 до 100 ф.э. В этом случае предлагаемый метод обладает энергетической чувствительностью в $(3 + 30)$ раз большей при $P_D = 0,8$ и в $(2 + 20)$ раз большей при $P_D = 0,95$. Вероятность ложной тревоги в любом случае ниже, чем при аналоговом приеме, на несколько порядков.

В отношении возможной реализации предложенного мето-

да можно сказать следующее.

Практически полное соответствие описанному выше алгоритму обеспечивается в случае последовательного перебора всех однофотозлектронных импульсов, поступающих от фотодетектора, и "просмотра" временного интервала, начало которого совпадает с началом каждого из этих импульсов, а длительность которого равна τ_2' . Если на данном интервале обнаруживается ещё один однофотозлектронный импульс, то данную реализацию относят к сигнальной. Все остальные реализации считают шумовыми. Фотодетектор в этом случае должен обеспечивать разрешение по времени в пределах длительности τ_2' как можно большего количества однофотозлектронных импульсов. Нами разработан усилитель для фотозлектронного умножителя, обладающий весьма низким входным сопротивлением, обеспечивающий при работе с ФЭУ-79 длительность однофотозлектронного импульса не более 2,5 нс по уровню 0,5 [5]. Все остальные тракты должны быть построены в СВЧ-исполнении. Счетчик фотозлектронов одноканальный со стробированием. Необходимы "временные ворота", к длительности которых не предъявляется особых требований. Достаточно только отсечки шумов обратного рассеяния в начале трассы. Желательно применение аналогового управляемого ключа, пропускающего сигнальную реализацию без искажений на дальнейшую обработку, например, для отыскания центра энергии импульса. Эту возможность следует предусмотреть для сигналов, существенно превышающих энергетический порог. В этом случае точность измерения дальности во многом зависит от дальнейшей обработки реализаций. При пороговых уровнях сигнала точность определяется преимущественно длительностью зондирующего импульса передатчика.

Даже приближенное рассмотрение функциональной схемы, реализующей метод, позволяет сделать вывод о её простоте по сравнению со схемами многоканальных приемников - счетчиков фотонов, например, описанного в [3]. Устройство, реализующее предложенный метод приема, может быть выполнено в виде дополнительного блока - обнаружителя сигналов к штатному приемнику любого спутникового дальномера.

Библиографический список

1. Коростелев А.А., Клеев Н.Ф., Мельник Д.А. и др. Теоретические основы радиолокации. 1978, М.
2. Шереметьев А.Г. Статистическая теория лазерной связи. 1971, М.
3. Кокурин Д.Л. Лазерная локация Луны. Труды ФИАН СССР. Лазеры и их использование в научных исследованиях. 1977, т.91, с. 159 - 225.
4. Гамал К. Состояние и перспективы исследований техники лазерной локации искусственных спутников Земли. Квантовая электроника, 1976, т. 3, с. 1158-1160.
5. Денищик Ю.С., Эссельбах В.С. Повышение эффективности оптических приемников с ФЭУ. Приборы и техника эксперимента, 1989, № 2, с. 174.

Резюме

Ю.С. Денищик

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВ ЛАЗЕРНЫХ СПУТНИКОВЫХ ДАЛЬНОМЕРОВ С ПОЗИЦИЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Рассмотрены методы и средства приема оптического излучения в лазерной спутниковой дальнометрии. Предложен оптимальный метод, позволяющий в определенной степени совместить преимущества дискретного приема и аналогового. Проанализированы его потенциальные возможности с позиций статистической теории.

Kopsavilkums

J. Deniščiks

LĀZERA PAVADOŅU TĀLMĒRU UZTVEROŠO IĒKĀRTU
OPTIMIZĀCIJA NO STATISTISKĀS TEORIJAS VIE-
DOKĻA

Aplūkotas metodes un līdzekļi lāzera pavadoņu tālmēru optisko izstarojumu uztveršanai. Ieteikta optimālā metode, kas ļauj līdz noteiktam līmenim savietot diskrētās un analogās uztveres priekšrocības. Izeanalizētas tās potenciālās iespējas no statistiskās teorijas pozīcijām.

Summary

Y. Denishchik

OPTIMIZATION OF RECEIVING DEVICES OF THE LASER
SATELLITE RANGERS FROM THE POINT OF VIEW OF
STATISTICAL THEORY

The methods and means of receiving the optical radiation in laser satellite ranging are discussed. An optimum method is proposed, which to a certain degree allows us to link the advantages of discrete and analogous approaches. Its potential capabilities are analysed from the point of view of statistical theory.

Денищик С.С.
(Коммунарский Горно-металлур-
гический институт)

УДК 521.3:621.378.325

МОДИФИКАЦИЯ ПРИНЦИПА АДАПТИВНОГО ПРИЕМА ДЛЯ УСТРОЙСТВ ЛАЗЕРНОЙ ДАЛЬНОМЕТРИИ

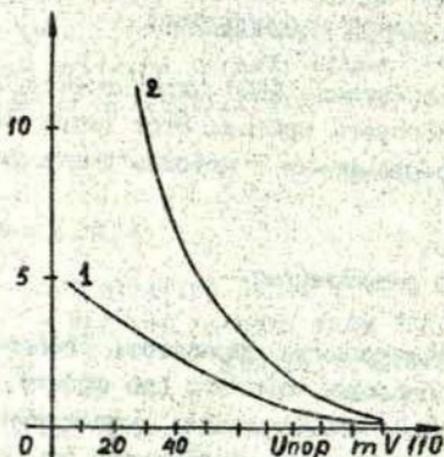
В лазерных локационных системах (ЛЛС) широкое распространение получил метод аналогового приема. Этот метод имеет следующие преимущества по сравнению с методом счета фотонов:

- высокая оперативность;
- простота аппаратурной реализации;
- меньшая стоимость.

Аналоговый прием дает возможность обработать огибающую оптического импульса различными методами (по фронту, по полуширине, по центру энергии), что позволяет существенно увеличить точность измерений дальности. Необходимо отметить и основной недостаток метода аналогового приема - меньшая чувствительность по сравнению с методом счета фотонов. Это объясняется тем, что при установленном уровне дискриминации возможны пропуски отраженных сигналов, или наоборот - может иметь место регистрация шумового импульса как отраженного. Поэтому, устанавливая постоянный уровень дискриминации, мы заранее ограничиваем чувствительность приемника, чтобы иметь как можно меньшее значение вероятности ложной тревоги P_f .

Постоянный уровень дискриминации не позволяет иметь максимально возможную точность измерений при обработке формы отраженного сигнала, т.к. все, что ниже этого уровня, не обрабатывается. Для оценки влияния данного обстоятельства на результаты измерения дальности был проведен следующий эксперимент.

На фотоприемник (ФЭУ) через разнесенные в пространстве диафрагмы подавался световой поток от He - Ne лазера с интенсивностью, соответствующей режиму счета фотонов. Предварительно измерялось амплитудное распределение импульсов при закрытом входном окне ФЭУ. Для более точного определения количества импульсов N был выбран достаточно продолжительный временной интервал отсчета равный 10 с. Результаты эксперимента иллюстрируются графиком на рисунке.



На графике кривая 1 — зависимость усредненного за 10 измерений количества однофотозлектронных импульсов шума ФЭУ от уровня дискриминации; кривая 2 — зависимость усредненного за 10 измерений количества однофотозлектронных импульсов смеси сигнала и шума ФЭУ от того же уровня. Эксперимент показал, что при измерении интенсивности светового потока можно наблюдать увеличение количества

однофотозлектронных импульсов смеси сигнала и шума для ФЭУ-79 при уровне дискриминации порядка 20 мВ в 5–6 раз по сравнению с количеством однофотозлектронных импульсов шума. При увеличении уровня дискриминации до значений более 110 мВ количество однофотозлектронных импульсов смеси и шума примерно одинаковы. Сигнал снимался с нагрузки ФЭУ, равной 50 Ом . Таким образом, при измерении малых интенсивностей светового потока необходимо учитывать вклад сигнальной составляющей со значительно меньшей, чем принято на практике, амплитудой однофотозлектронных импульсов. Поэтому, необходимо стремиться к минимально возможному порогу по уровню дискриминации, чтобы обрабатывать как можно большую часть принимаемого импульса для увеличения точности.

Нами был рассмотрен адаптивный аналоговый метод приема, который позволяет получить определенные преимущества по сравнению как с методом счета фотонов, так и с обычно принятым методом регистрации огибающей. Учитывая то, что статистические распределения шума и сигнала с шумом при строгом подходе неизвестны, можно применить непараметрическую процедуру обнаружения сигнала [1]. В этом случае будем задавать уровень дискриминации таким образом, чтобы обеспечивалась заданная вероятность ложной тревоги P_F на всем интервале времени прохождения объекта.

Для этого поступаем следующим образом. В промежутке между лазерными посылками измеряем среднюю интенсивность шумовых импульсов \bar{J}_w на достаточно длительном интервале наблюдения, максимально приближенном во времени к интервалу регистрации сигнала. Как и в большинстве случаев для аналогового приема, зададимся условием, что на интервале регистрации отраженного сигнала, равном длительности "временных ворот" τ_B , с вероятностью $(1 - P_F)$ не должно наблюдаться ни одного однофотозлектронного импульса шума. В этом случае выражение для вероятности ложной тревоги P_F при пуассоновском распределении шумовых однофотозлектронных импульсов на интервале, равном τ_B ,

$$P_F = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\bar{J}_w \tau_B)^n}{n!} \exp(-\bar{J}_w \tau_B), \quad (1)$$

преобразуется следующим образом

$$P_F = 1 - \exp(-\bar{J}_w \tau_B). \quad (2)$$

В течение каждого прохождения объекта, в соответствии с выражением (2), уровень дискриминации должен поддерживаться таким, чтобы при изменении интенсивности шумовых импульсов \bar{J}_w обеспечивалась заданная вероятность ложной тревоги P_F . В процессе работы, в зависимости от интенсивности шумовой составляющей, можно изменять в разумных пределах значения P_F и τ_B , что дает возможность более гибкого управления уровнем дискриминации для повышения

чувствительности приема и точности измерений.

Предложенный метод позволяет работать независимо от географического положения станции, а также времени суток, года и типа объекта при минимально возможном по вероятности ложной тревоги P_f уровне дискриминации, устанавливаемом в специальном блоке обработки принимаемого сигнала. В этом случае устройство, реализующее этот метод, может быть отнесено к оптимальным приемникам, ввиду учета статистической природы оптического излучения при обнаружении сигнала на фоне помех.

Библиографический список

1. Шереметьев А.Г. Статистическая теория лазерной связи. 1971, М.

Резюме

С.С.Денищик

МОДИФИКАЦИЯ ПРИНЦИПА АДАПТИВНОГО ПРИЕМА ДЛЯ УСТРОЙСТВ ЛАЗЕРНОЙ ДАЛЬНОМЕТРИИ

Рассмотрены методы и средства приема оптического излучения в лазерной спутниковой дальнометрии. Предложен оптимальный метод, позволяющий в определенной степени совместить преимущества дискретного приема и аналогового. Проанализированы его потенциальные возможности с позиций статистической теории.

Kopsavilkums

S. Deniščika

LĀZERA TĀLMĒRA IEKĀRTU ADAPTĪVĀS UZTVERES
PRINCIPA MODIFIKĀCIJA

Aplūkotas metodes un līdzekļi lāzera pavadopu tālmēra optisko izstarojumu uztveršanai. Ieteikta optimālā metode, kas ļauj līdz noteiktam līmenim savietot diskrētās un analogās uztveres priekšrocības. Izanalizētas tās potenciālās iespējas no statistiskās teorijas pozīcijām.

Summary

S. Denishchik

MODIFICATION OF THE PRINCIPLE OF ADAPTIVE
RECEIVING FOR LASER RANGING DEVICES

The methods and means of receiving the optical radiation in laser satellite ranging are discussed. An optimum method is proposed, which to a certain degree allows us to link the advantages of discrete and analogous approaches. Its potential capabilities are analysed from the point of view of statistical theory.

УДК 621.378.325

Мурга В.В.
(Коммунарский Горно-металлургический институт)

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ НАКАЧКИ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ЛАЗЕРОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В СПУТНИКОВЫХ ДАЛЬНОМЕРАХ

Энергетические параметры передающих устройств лазерных локационных комплексов оказывают существенное влияние на эффективность астрономических наблюдений искусственных небесных тел (ИНТ).

В работе [1] была приведена теоретическая модель, позволяющая установить критерий для оценки энергетической эффективности активной среды. Этот критерий описывает зависимость энергетической эффективности активного элемента от режима накачки лазера, работающего в режиме модулированной добротности. При этом он учитывает взаимное влияние суперлюминесценции и инверсии населенности уровней. Эффективность преобразования энергии в активной среде для предложенной модели оценивается при помощи целевой функции φ :

$$\varphi = \frac{E_r}{t \cdot \tau_u \int_{t=0} P_{cl} dt} , \quad (I)$$

где E_r - энергия моноимпульса;

$\int P_{cl} dt$ - потери на суперлюминесценцию.

Величина потерь на суперлюминесценцию определяется мощностью, затрачиваемой на усиление люминесценции, и зависит от таких характеристик активного элемента, как размеры, вид обработки поверхности, а также от параметров, зависящих от рода применяемой активной среды, концентрации активных частиц и др.

Использование твердотельных ОКГ для локации ИНТ предусматривает их эксплуатацию при режимах, близких к предельным. В этом случае необходим учет изменения спектральных, временных и энергетических характеристик излучения ламп накачки. Эти изменения могут существенным образом влиять на эффективность системы накачки в целом.

Ранее вопрос оптимизации режимов питания системы накачки твердотельных оптических квантовых генераторов исследовался авторами ряда работ. Однако практические рекомендации различных авторов имеют значительные отличия. Так, в работе [2] рекомендуется выбирать величину энергии, подводимой к лампам накачки приблизительно в 3 раза превышающую пороговую. Автором работы [3], посвященной энергетической эффективности преобразования энергии в активном теле, было показано, что для обеспечения оптимальных условий работы активного элемента превышение энергии накачки над пороговой должно составлять $1,5-2 E_{пор}$. Причем, согласно [1], укорочение импульсов накачки обеспечивает повышение эффективности преобразования энергии в активном элементе. Однако необходимо отметить, что, вследствие ограниченной скорости роста инверсии населенностей уровней [4], при чрезмерно коротком импульсе накачки невозможно получить максимальные значения энергии монсимпульса для данного активного тела.

Настоящая работа посвящена анализу условий при которых возможно получение максимального КПД лазера в широком диапазоне энергии, подводимой к лампам накачки.

На рис. 1 представлены экспериментальные кривые, соответствующие зависимости КПД (кривые 1) и выходной энергии (кривые 2) кристалла рубина диаметром 5,2 мм и длиной 75 мм от подводимой энергии при различных длительностях импульса накачки. Изменение длительности этого импульса осуществлялось путем изменения емкости накопителя энергии от 200 мкф до 600 мкф. В эксперименте использовалась наиболее широко распространенная трубчатая лампа с ксеноновым наполнением типа ИСП-5000. Если принять за единицу предельную энергию для данного типоразмера активного элемента, определяемую

плотностью энергии по торцу кристалла - $1,5 \text{ Дж/см}^2$ [5], то для значений энергии моноимпульса - порядка $(0,25+0,4)$ (рис. 1) целесообразно возбуждение активной среды ОКГ импульсом накачки длительностью порядка $0,1$ от времени жизни частиц на метастабильном уровне (T). Дальнейшее укорочение длительности импульса накачки связано с увеличением вклада ультрафиолетовой составляющей в спектре излучения лампы, которая инициирует переходы с метастабильного уровня на высокоэнергетические дублетные состояния [6]. Эти переходы не приводят к росту инверсии населенностей, но в то же время за счет безызлучательной релаксации увеличивается тепловыделение. При увеличении выходной энергии до $0,65 E_{пр}$ энергетически более выгодно будет использование импульса накачки с длительностью порядка $(0,1+0,2) T$. Дальнейшее увеличение выходной энергии моноимпульса возможно с большей энергетической эффективностью при увеличении длительности импульса накачки до $0,3$ от времени жизни на метастабильном уровне. Увеличение длительности импульса накачки для рубиновых элементов более чем $0,3 T$ и более чем $0,5 T$ для элементов с ионами неодима энергетически невыгодно из-за больших потерь на суперлюминесценцию [1, 3].

В настоящее время разработаны новые лампы с типоразмерами как и у ИСП-5000, позволяющие снизить вклад излучения плазмы разряда за пределами полосы поглощения активного элемента. Это позволяет получить более высокую яркость в спектральной области полосы поглощения большинства активных элементов, используемых в лазерной локации.

На рис. 2 приведены сравнительные характеристики спектральной плотности излучения ламп ИСП-5000 (кривые 1) и лампы типа ИСП-7/120 (кривые 2) с улучшенными спектральными характеристиками. Как видно из графиков, интенсивность излучения лампы ИСП-7/120 в спектральной области $3600-4400 \text{ \AA}$, соответствующей полосе поглощения активного элемента на 30% выше, чем у ИСП-5000. Это позволяет повысить КПД при тех же режимах питания приблизительно на 25% по сравнению с лампой ИСП-5000 (рис. 3).

Результаты данных исследований приобретают существен-

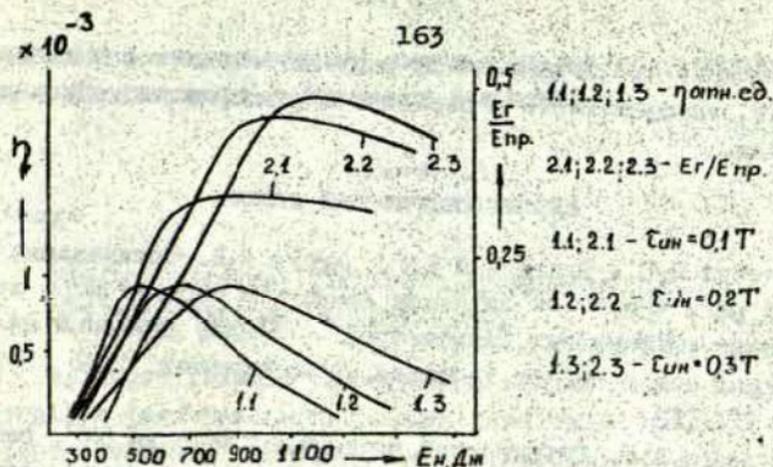


Рис. 1

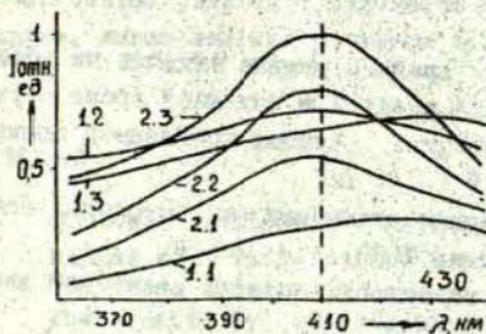


Рис. 2

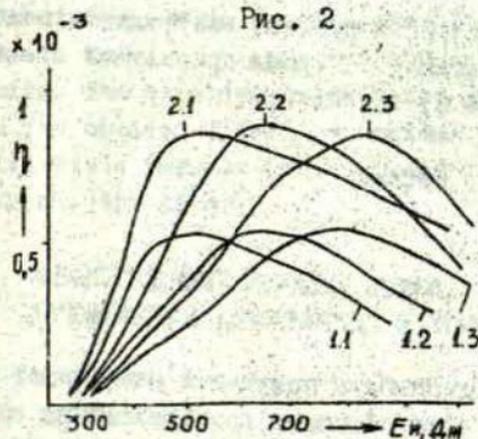


Рис. 3

1.1; 1.2; 1.3 - ИСП-5000
 2.1; 2.2; 2.3 - ИППЗ-7/120
 1.1; 2.1 - $E_n = 400 \text{ Дм}$,
 $\tau_{ли} = 250 \text{ мкс.}$
 1.2; 2.2 - $E_n = 800 \text{ Дм}$,
 $\tau_{ли} = 500 \text{ мкс.}$
 1.3; 2.3 - $E_n = 1200 \text{ Дм}$,
 $\tau_{ли} = 750 \text{ мкс.}$

1.1; 1.2; 1.3 - ИСП-5000
 2.1; 2.2; 2.3 - ИППЗ-7/120
 1.1; 2.1 - $E_n = 400 \text{ Дм}$,
 $\tau_{ли} = 250 \text{ мкс.}$
 1.2; 2.2 - $E_n = 800 \text{ Дм}$,
 $\tau_{ли} = 500 \text{ мкс.}$
 1.3; 2.3 - $E_n = 1200 \text{ Дм}$,
 $\tau_{ли} = 750 \text{ мкс.}$

ное значение при ограниченном ресурсе источников питания лазеров, имеющем место в передвижных лазерных локационных станциях.

Библиографический список

1. Денищик В.С., Мединский А.Г., Мурга В.В. Оптимизация по КПД режима накачки активных элементов передатчиков лазерных спутниковых дальномеров. Анализ движения небесных тел и оценка точности их наблюдений. 1988, Рига, с. 206-211.
2. Батраков А.С. Оптимизация параметров накачки ОКГ, работающих в режиме модуляции добротности. Вопросы радиоэлектроники. Сер. 12. "Общетехническая", 1966, № 2, с. 127-137.
3. Денищик В.С. Об оценке влияния режима накачки на эффективность преобразования энергии в активной среде с учетом усиления люминесценции. Журнал прикладной спектроскопии. 1987, т. 46, № 1, с. 164.
4. Методы расчета оптических квантовых генераторов / Под редакцией В.И. Степанова. 1966, т. 2, Минск.
5. Торопкин Г.Н. Основы надежности изделий квантовой электроники. 1983, М.
6. Рубинов А.Н. Баланс энергии рубина, возбуждаемого мощными световыми импульсами. Журнал прикладной спектроскопии, 1965, т. 2, № 6, с. 495-503.

Резюме

В.В. Мурга

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ НАКАЧКИ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ЛАЗЕРОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В СПУТНИКОВЫХ ДАЛЬНОМЕРАХ

Рассматривается возможность получения наибольшей для данного вида кристалла эффективности преобразования энергии накачки при режимах эксплуатации, близких к предельным. На основании экспериментальных данных приводятся практические рекомендации по выбору оптимальных режимов питания

ламп накачки твердотельных импульсных лазеров, используемых в передатчиках спутниковых дальномеров.

Kopsavilkums

V. Murga

.. PAVADOŅUTĀLMĒROS IZMANTOTO CIETĶĒRMĒŅU LĀZERU OPTIMĀLO IEROSMES REŽĪMU IZVĒLE

Aplūkota iespēja visaugstākās efektivitātes iegūšanai enerģijas ierosmes pārveidošanai dotā veida kristāļos eksploatacijas režīmos, kas tuvi robežai. Pamatojoties uz eksperimentu datiem dotas praktiskas rekomendācijas optimālo barošanas režīmu izvēlei cietķermēņu impulsu lāzeru ierosmes lampās, kuras izlieto pavadoņu tālmēru raidītājos.

Summary

V. Murga

CHOICE OF REGIMES OF CHARGING THE SOLID-STATE LASERS USED IN SATELLITE RANGING

The possibility of obtaining the maximum efficiency of charging energy transmission for a given type of crystals is examined near to the exploitative condition limits. The experimentally based practical recommendations for the choice of feeding regimes for charging valves of solid-state impulse lasers, used in transmitters of satellite rangars, are given.

УДК 621.378.325

Гинев И.П.
Стойнов А.В.
Тончева А.И.
(НПП Космос
Стара-Загора)

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРОДЕЛИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА
ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ СЕЛЕКЦИИ
ЛАЗЕРНОГО ДАЛЬНОМЕРА

В лазерном дальномере "УЛИС 630" сопровождение спутника во время наблюдения осуществляется посредством деления приемного канала на две части (рис. 1).

Первая из них ведет к окуляру и предназначена для визуального наблюдения и гидирования, а на второй поставлен фотодетектор, обеспечивающий регистрирование отраженного со спутника сигнала. Разделение двух трактов осуществляет вращающееся зеркало, частота вращения которого синхронизована с частотой лазерных импульсов и моментами их излучения.

Этому решению свойственны некоторые неудобства в связи с периодическим прохождением зеркала через поле зрения окуляра и необходимостью управления его вращением в реальном времени. С другой стороны - присутствие вращающихся механических частей сказывается на надежности узла, а следовательно и надежности всего изделия.

На входе фотоприемника поступает монохроматический сигнал ($\lambda = 532$ нм), значит нас интересует из отклоняемого вращающимся зеркалом светового импульса лишь эта длина волны. Селекция производится в установленном перед фотоприемником интерференционном фильтре, который подавляет шум в остальной части спектра.

Отношение сигнал/шум могло бы быть улучшено, если во время отражения светового импульса будет дополнительно подавлена часть вне рабочего участка спектра. Этого можно достичь заменой вращающегося алюминизированного зеркала дихроическим, которое имеет максимальное отражение для рабочей длины волны и максимальное пропускание в остальной части видимого спектра. Таким дихроическим зеркалом может быть коротковолновый спектроделитель со следующими параметрами:

- диапазон максимального отражения $510 \pm 550 \text{ nm}$;
- коэффициент максимального отражения $R_m \geq 85$;
- угол падения $\psi = 45^\circ$;
- коэффициент наклона спектральной кривой

$$C = \frac{\lambda_{80} - \lambda_5}{\lambda_5} \times 100 [\%] \leq 8\% :$$

- диапазон пропускания $610 \pm 780 \text{ nm}$;
- средний коэффициент пропускания в этой области $T_A \geq 70\%$;
- размер светового отверстия $\Phi \geq 75 \text{ mm}$.

Применяются разные комбинации оптических слоев, обеспечивающих требуемые характеристики, но некоторые из них трудно реализуются при фотометрировании непосредственно по получаемым элементам.

Поэтому как самый технологический был выбран вариант $S(NL)^m O, 5N$, где S - субстант, N и L - соответственно четвертьволновые слои с высоким и низким показателем преломления. Был сделан предварительный анализ этой структуры для комбинации окисных слоев - диоксид титана и диоксид кремния ($TiO_2 - n = 2,06$; $SiO_2 - n = 1,46$). Получена спектральная кривая, изображенная на графике (рис. 2, кривая 1) и ее характеристики:

$$R_m \geq 98\%, C = 7,8\%, T_A = 82\%.$$

Спектральная кривая реализованных электронно-лучевым испарением в вакууме спектроделителей представлена на рис. 2, кривая 2. Измеренные значения параметров соответственно:

$$R_m = 90\%, C = 7,2\%, T_A = 70\%.$$

Эти значения удовлетворяют требованиям к спектроделителю.

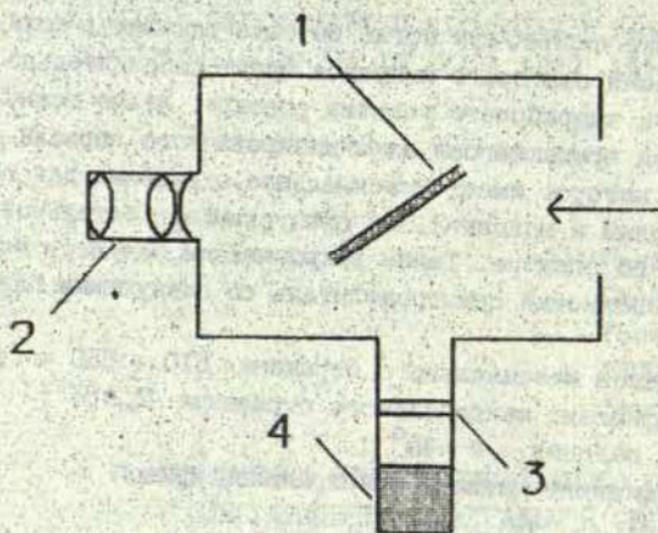


Рис. 1

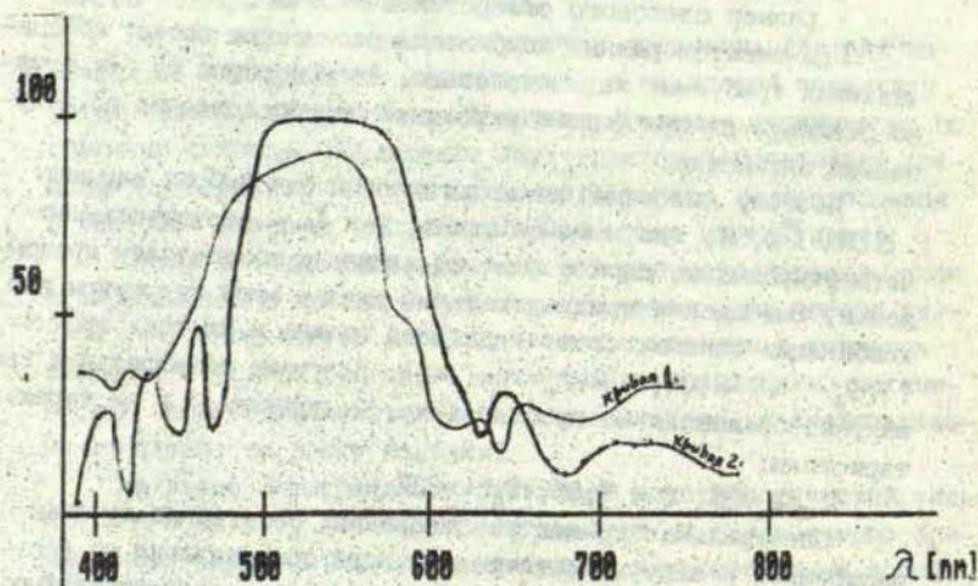


Рис. 2

Кроме того, в диапазоне от 380 до 450 нанометров тоже имеется высокое пропускание, среднее значение которого около 65%. Это создает дополнительное спектральное селектирование проходящего через интерференционный фильтр светового импульса. После суммирования отраженного от спектроделителя и прошедшего через фильтр спектров получаем спектральную кривую дошедшего до входа фотоприемника излучения (рис. 3).

Поток фонового излучения у входа приемника можем записать следующим выражением:

$$P = A_s B T_A \Omega \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} T(\lambda) d\lambda$$

здесь A_s - площадь приемной антенны дальномера, B - яркость фонового источника, Ω - поле зрения приемной системы, $T(\lambda)$ - спектральный коэффициент пропускания приемной оптики, λ_1 и λ_2 - длины волн, которые определяют область чувствительности фотоприемника.

При наличии только интерференционного фильтра поток имеет вид:

$$P_1 = A_s B \Omega \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} T_1(\lambda) d\lambda$$

и если имеем и дихроическое зеркало:

$$P_2 = A_s B \Omega \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} T_2(\lambda) d\lambda$$

Запишем отношение между двумя шумовыми потоками:

$$\tilde{P} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} T_2(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} T_1(\lambda) d\lambda} \approx \frac{\sum_{i=1}^n T_{2i} \Delta\lambda}{\sum_{i=1}^n T_{1i} \Delta\lambda} \approx 0,73,$$

где $n = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\Delta\lambda}$ - целое.

Для отношения между сигналами соответственно имеем:

$$\tilde{S} = \frac{S_2}{S_1} = 0,9.$$

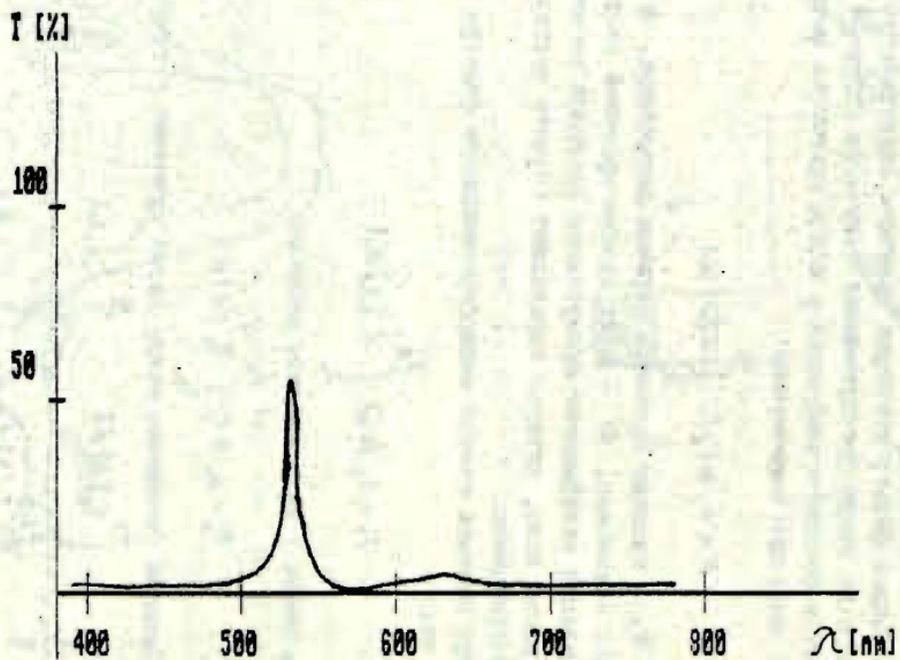


Рис. 3

Сравнивая обе отношения сигнал/шум, получим:

$$\frac{S_2/P_2}{S_1/P_1} = \frac{\tilde{S}}{\tilde{P}} = 1,23,$$

т.е. если заменим вращающееся зеркало дихроическим, отношение сигнал/шум улучшается на 23%.

Библиографический список

1. Фурман Ш.А. Тонкослойные оптические покрытия. 1977, М.: Машиностроение.
2. Воробьев В.И. Оптическая локация для радиоинженеров. 1983, М.: Радио и связь.
3. Малашин М.С., Каминский Р.П., Борисов Ю.Б. Основы проектирования лазерных локационных систем. 1982, М.: Высш.школа.

Резюме

И.П. Гинев
А.В. Стойнов
А.И. Тончева

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРОДЕЛИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ СЕЛЕКЦИИ ЛАЗЕРНОГО ДАЛЬНОМЕРА

Статья посвящена вопросу подавления нерабочей части спектра приемного канала в лазерном дальномере. Предлагается заменить вращающееся аллюминизированное зеркало дихроическим. Для образования оптических слоев используется диоксид титана и диоксид кремния; отношение сигнал/шум улучшается на 23%.

Kopsavilkums

I. Gipevs
A. Stoikovs
A. Tončeva

SPEKTRA DALĪTĀJA PIELIETOŠANA LĀZERA TĀLMĒRA
SPEKTRĀLĀS SELEKCIJAS UZLABOŠANAI

Raksts veltīts lāzera tālmēra uztveršanas kanāla spektra blakus joslu vājināšanas problēmai. Tiek piedāvāts rotējošo alumīnizēto spoguļi aizstāt ar dihroisku. Optisko slāņu veidošanai izmanto silīcija un titāna dioksīdus. Attiecība signāls/troksnis uzlabojas par 23%.

Summary

I. Ginev
A. Stoikov
A. Toncheva

THE USE OF A SPECTRUM PARTITIONING ELEMENT
FOR IMPROVING OF LASER RANGER'S SPECTRAL
SELECTION

The article is devoted to the problem of suppressing the unused part of the spectrum in the receiving channel of laser vanger. The substitution of the rotating aluminised mirror by a dichroic one is proposed. For the formation of optical layers titanium dioxide and silicium dioxide are used. The ratio signal/noise improves by 23%.

С 1960 года по 1990 год в Астрономической обсерватории Латвийского университета по вопросам астрономии изданы следующие научные работы (ученые записки Латвийского государственного университета им. П.Стучки (ЛГУ им. П.Стучки) или сборники научных трудов):

1. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, Том 38, Астрономия, выпуск 1, 1960. (Отв. ред. К.А.Штейнс).
2. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 68, Астрономия, выпуск 2, 1964. (Отв. ред. К.А.Штейнс).
3. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 96, [Астрономия,] выпуск 3, "Земля вращается неравномерно", 1967. (Ред. М.А.Дирикс).
4. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 121, [Астрономия,] выпуск 4, "Теория астрономических приборов", 1969, (Ред. Э.Каупш).
5. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 137, [Астрономия,] выпуск 5, "Иррегулярные силы в движении комет", 1970. (Ред. Э.Каупш).
6. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 148, [Астрономия,] выпуск 6, "Точность моментов прохождения звезд", 1971. (Ред. Э.Каупш).
7. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 169, [Астрономия,] выпуск 7, "Автоматизация пассажного инструмента", 1972. (Ред. Э.Каупш).
8. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 175, Астрономия, выпуск 8, "Точность орбит комет и ИСЗ", 1973. (Ред. Э.Каупш).
9. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 190, Астрономия, выпуск 9, "АСУ пассажного инструмента", 1973. (Ред. Э.Каупш).
10. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 202, Астрономия, выпуск 10, "Оптимизация обработки наблюдений ИСЗ и времени", 1974. (Ред. Э.Каупш).
11. Ученые записки ЛГУ им. П.Стучки, том 220, Астрономия, выпуск 11, "Учет влияния астроклимата на определение точного времени", 1975. (Ред. Э.Каупш).

12. Республиканский межведомственный сборник научных трудов, *Астрономия*, выпуск 12, "Точность астрономических наблюдений малых тел и времени", 1977. (Отв. ред. Э.Каупш).
13. Межведомственный сборник научных трудов, *Астрономия*, [выпуск 13,] "Численные эксперименты в небесной механике и астрометрии", 1978, (Отв. ред. Э.Каупш).
14. Межведомственный сборник научных трудов, *Астрономия*, [выпуск 14,] "Определение координат небесных тел", 1981. (Отв. ред. Л.Лауцениекс).
15. Сборник научных трудов, *Астрономия*, [выпуск 15,] "Анализ движения небесных тел и их наблюдений", 1982. (Отв. ред. Л.Лауцениекс).
16. Сборник научных трудов, *Астрономия*, [выпуск 16,] "Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения", 1986. (Отв. ред. Л.Лауцениекс).
17. Сборник научных трудов, *Астрономия*, [выпуск 17,] "Анализ движения небесных тел и оценка точности их наблюдений", 1988, (Отв. ред. Л.Лауцениекс).

Содержание

- I. Бриталс Я.М. Возмущенная эксцентрическая аномалия как независимая переменная в канонических дифференциальных уравнениях 5
2. Павенис А.К. О выполнении аналитических операций над эшелонированными рядами на ЭВМ 18
3. Салитис А.Л. Об эволюции долгопериодических комет 25
4. Кельман Е.С., Назарова А.П. Численное исследование одной задачи об улучшении орбит малых планет 30
5. Дирикис М.А. О применении метода Вэйсэлэ для определения орбит малых планет 45
6. Зариньш А.Я. О моделировании видимого твижения геостационарных спутников 54
7. Жагар Ю.Х. Определение моментов затмений точек сближения в задачах прогнозирования видимостей ИСЗ .. 63
8. Задунаев В.М., Евдокимова Л.С. Определение вероятностных характеристик радиовидимости НКА при реализации дифференциального режима 70
9. Гедровиц В.А. К вопросу о регистрации звездных прохождений 82
10. Горшков В.Л., Щербакова Н.В. О наблюдательной оценке инструментальных и рефракционных ошибок термического происхождения 88
- II. Горшков В.Л., Платайс В.К., Положенцев Д.Д. О индивидуальных каталогах Р1-80 и Р1-86 прямых восхождений звезд службы времени А0 ЛУ 99
12. Абакумов И.Е. Усовершенствование режима съемки геостационарных спутников для камеры АФУ-75 117
13. Мацко Н.М., Уштан Н.В., Кудак К.А. Модернизация передатчика лазерного дальномера ЛД-2 в Ужгороде 127
14. Топольников В.А. Учет ошибок наведения лазерного локатора при оценке эффективности астрономических измерений 131
15. Рубанс А.Ю. Применение управляемых делителей частоты в установках отслеживания космических объектов 136

16. Денищик Ю.С., Денищик С.С., Мединский А.Г.,
Зесельбах В.С. Разработка эффективной прием-
лемой аппаратуры лазерной спутниковой даль-
нометрии на базе серийных средств измерений 141
17. Денищик Ю.С. Оптимизация приемных устройств лазер-
ных спутниковых дальномеров с позиций статис-
тической теории 146
18. Денищик С.С. Модификация принципа адаптивного при-
ема для устройств лазерной дальнометрии 155
19. Мурга В.В. Выбор оптимальных режимов накачки твер-
дотельных лазеров, используемых в спутниковых
дальномерах 160
20. Гинев И.П., Стойнов А.В., Тончева А.И. Применение
спектроразделительного элемента для улучшения
спектральной селекции лазерного дальномера 166

Contents

1. Britals J. A perturbed eccentric anomaly as an independent variable for canonical differential equations. 5
2. Pavonis A. On the execution of analytical operations with echeloned series by computer..... 18
3. Salitis A. On the evolution of long-period comets..... 25
4. Kelman E., Nazarova A. Numerical research of one problem of the improvement of asteroidal orbits..... 30
5. Dirikis M. On the use of Väisälä's method for asteroid orbit determination..... 45
6. Zarinsh A. On modelling of geostationary satellite's visible motion..... 54
7. Zhagars J. Determination of eclipse and reemergence moments of the satellite approach points in satellite visibility prediction tasks..... 63
8. Sadunaev V., Evdokimova L. Determination of probabilistic characteristics of visibility of spacecrafts by differential procedure..... 70
9. Gedrovics V. On the question of star transit moment registering..... 82
10. Gorchkov V., Shcherbakova N. On the observational estimation on thermal instrumental and refractive errors. 88
11. Gorshkov V., Platais V., Polozhentsev D. On individual catalogues RI-80 and RI-86 of right ascensions of stars obtained at the Latvian University Astronomical observatory Time Service..... 99
12. Abakumov I. Some improvements of the AFU-75 Satellite Tracking Camera for imaging geostationary Satellites 117
13. Matsko N., Ushtan N., Kudack K. Modernization of the transmitter of the laser range-finder LD-2 Uzhgorod 127
14. Topolnikov V. Consideration of aiming errors of the laser ranging estimating astronomical measurements effectivity 131
15. Rubans A. Application of controlled frequency dividers to tracking devices 136

16. Denishchik Y., Denishchik S., Medinskiy A., Essel'bah V.
Development of efficient receiving hardware for laser satellite ranging on the basis of serial measurement equipment 141
17. Denishchik Y. Optimization of receiving devices of the laser satellite rangers from the point of view of statistical theory 146
18. Denishchik S. Modification of the principle of adaptive receiving for laser ranging devices 155
19. Murga V. Choise of regimes of charging the solid-state lasers used in satellite ranging 160
20. Ginev I., Stoinov A., Toncheva A. The use of a spectrum partitioning element for improving of laser ranger's spectral selection 166