Gunta Lāce

LATVIJAS PAMATSKOLAS MATEMĀTIKAS SKOLOTĀJU KOMPETENCE MATEMĀTIKAS DIDAKTIKĀ

Promocijas darbs

matemātikas doktora zinātniskā grāda iegūšanai

Zinātnes nozare: matemātika

Zinātnes apakšnozare: modernā elementārā matemātika un matemātikas didaktika

Zinātniskais vadītājs
Dr. habil. mat., LU profesors
Agnis Andžāns

Latvijas Universitāte

Rīga, 2010

Saturs

Vispārīga informācija par darbu 3

Ievads 6

Pētījuma metodoloģija 8

1. nodaļa. Eiropā populārākie matemātikas skolotāju profesionālās kompetences modeļi 11

2. nodaļa. Matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra un to ietekmējošie faktori 14

2. 1. Matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra 14

2. 2. Matemātikas skolotāju kompetence matemātikā 15

2.3. Matemātikas skolotāju subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu 17

2.4. Ar matemātikas mācību procesu saistītās skolotāja personības iezīmes 19

3. nodaļa. Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā izvērtējums 20

3.1. Mērķtiecīga mācību procesa plānošana 20

3.2. Prasme daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem 23

3.3. Darbs ar uzdevumiem 27

3.3.1. Mērķtiecīga uzdevumu izvēle izmantošanai mācību procesā 27

3.3.2. Skolēnu problēmrisināšanas prasmju attīstīšana 31

3.3.3. Skolēnu kļūdu izmantošana mācību procesa uzlabošanai 35

3.4. Pamatota mācību metožu un darba formu izvēle 37

3.5. Diferencēts darbs ar dažādu spēju skolēniem 39

3.6. Izpratne par vērtēšanu un prasme to īstenot mācību procesā 44

3.7. Mērķtiecīga IT lietošana mācību procesā 50

4. nodaļa. Secinājumi un rekomendācijas 53

Literatūra 54

1. Autores publikācijas 54

2. Citu autoru darbi 57

3. Interneta resursi 59

Vispārīga informācija par darbu

1. DARBA FORMA: disertācija.
2. PUBLIKĀCIJAS: raksti, referātu tēzes.

1. piezīme. Darba rezultāti atspoguļoti arī citās referātu tēzēs, kas publikāciju sarakstā nav iekļautas.

2. piezīme. Darba rezultāti izmantoti, izstrādājot vairākus mācību līdzekļus. Svarīgākie no tiem minēti autores publikāciju saraksta beigās atsevišķā sadaļā.

3. DARBA SATURS

PĒTĪJUMA PRIEKŠMETS: Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā.

PĒTĪJUMA MĒRĶIS: iepazīstoties ar citu Eiropas valstu pieredzi, izveidot Latvijas skolotāju darba pienākumiem atbilstošu kompetences modeli un kvalitatīvi izvērtēt Latvijas pamatskolas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā.

PĒTĪJUMA UZDEVUMI: izstrādāt un aprakstīt Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūru, veikt Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā kvalitatīvu novērtējumu, apzināt iespējas uzlabot Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju profesionālo kompetenci matemātikas didaktikā.

PĒTĪJUMA METODES: literatūras studijas, intervēšana, anketēšana, stundu vērošana un analizēšana, skolotāju testēšana, teorētisku vispārinājumu veikšana, secinājumu aprobācija praksē un zinātniskos kontaktos.

GALVENIE REZULTĀTI: Pirmo reizi aprakstīta Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra. Pirmo reizi veikts Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā kvalitatīvs novērtējums. Pētot citu valstu pieredzi, apzinātas iespējas uzlabot Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju profesionālo kompetenci matemātikas didaktikā.

4. DARBA APROBĀCIJA KONGRESOS UN KONFERENCĒS

4.1.Pasaules mēroga kongresos

- 11. Starptautiskajā matemātikas izglītības kongresā (ICME11) Monterrejā (Meksika) 2008. gadā

4.2.Starptautiskās konferencēs

- 7. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Tartu (Igaunija) 2006. gadā
- 6. starptautiskajā konferencē „APLIMAT" Bratislavā (Slovākija) 2007. gadā
- 41. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Berlīnē (Vācija) 2007. gadā
- 8. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Rīgā (Latvija) 2007. gadā
- Starptautiskajā konferencē „Gifted Children: Challenges and Possibilities" Kauņā (Lietuva) 2007. gadā
- 42. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Budapeštā (Ungārija) 2008. gadā
- 43. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Oldenburgā (Vācija) 2009. gadā
- 10. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Tallinā (Igaunija) 2009. gadā
- 2. starptautiskajā konferencē „Gifted Children: Challenges and Possibilities" Rīgā (Latvija) 2009. gadā
- 44. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Minhenē (Vācija) 2010. gadā
- 8. Latvijas matemātikas konferencē Valmierā (Latvija) 2010. gadā

4.3.Citās konferencēs

- Konferencē „LatSTE 2008" Ogrē 2008. gadā

5. IEGŪTO REZULTĀTU PRAKTISKIE PIELIETOJUMI

Pētījumā iegūtie rezultāti izmantoti sekojošās jomās:

- mācību līdzekļu izstrādē:
    - France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 7. klasei., Lielvārds , 2007.
    - France I., Lāce G., Matemātika 7. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2007.
    - France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 8. klasei., Lielvārds , 2008.

    - France I., Lāce G., Matemātika 8. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2008.
    - France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 9. klasei., Lielvārds , 2009.
    - France I., Lāce G., Matemātika 9. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2009.
- Darbā ar matemātikā talantīgākajiem skolēniem Vidzemes reģionā, vadot Vidzemes matemātikas skolu 2004. – 2010. gadā
- Vadot Valmieras matemātikas skolotāju metodisko apvienību
- Izstrādājot tālākizglītības kursu programmas un vadot tālākizglītības kursus matemātikas skolotājiem.

6. PRAKTISKO PIELIETOJUMU SABIEDRISKAIS NOVĒRTĒJUMS

Par radošu darbu izglītībā darba autorei piešķirtas:

- Ata Kronvalda prēmija 2003. gadā
- IZM Gada balva izglītībā 2008. gadā
- Ata Kronvalda SEB reģionālā prēmija 2010. gadā

7. PATEICĪBA

Promocijas darbs izstrādāts ar ESF atbalstu LU projekta „Atbalsts doktora studijām Latvijas Universitātē” ietvaros.

Ievads

Kā liecina autores pieredze, liela daļa sabiedrības matemātiku uzskata par ārkārtīgi grūtu mācību, kuru izprast un apgūt ļauts tikai dažiem izredzētajiem. Cilvēki reti labprātīgi publiski atzīst, ka pēdējā laikā nav lasījuši nevienu grāmatu, turpretī visai bieži nākas dzirdēt, kā viņi ļoti pārliecināti izplata tādus paziņojumus kā: *„pilnīgi neko nesaprotu no matemātikas"* jeb *„mana māte neprot rēķināt, es biju gandrīz nesekmīga un mani bērni arī matemātiku nevar ne acu galā ieredzēt"*. Tā ir nopietna problēma, jo ģimenes un skolotāju attieksme pret matemātiku un skolēna spējām to apgūt var reāli šīs spējas ietekmēt, t.i., paaugstināt vai pazemināt. Ir pierādīts, ka spējas matemātikā nav tikai un vienīgi ģenētiski mantotas – katrs var mācīties matemātiku (Van de Walle u.c. 2010[7]). Tāpēc ir svarīgi stāties pretī šiem sabiedrībā iesīkstējušajiem uzskatiem, panākot to, ka cilvēki par sevi kā matemātiķiem domātu līdzīgi kā domā par sevi kā lasītpratējiem.

Ko šajā situācijā var darīt matemātikas skolotāji un didaktiķi? Tāda matemātikas mācību procesa nodrošināšana, kurā domāšana un runāšana par matemātiku aizstāj fokusēšanos uz vienīgās pareizās atbildes meklēšanu pēc algoritmiem, kurus skolēns neizprotot iemācās no galvas un aizmirst tūlīt pēc atbilstošā pārbaudes darba uzrakstīšanas, ir stratēģija, kura var palīdzēt izveidot sabiedrību, kurā visi tās locekļi ir pārliecināti, ka viņi var nodarboties ar matemātiku (Leuders 2003; Van de Walle u.c. 2010[7]). Protams, lai šādu procesu nodrošinātu, ir vajadzīgi kompetenti matemātikas skolotāji.

Izglītības likuma 51. pantā noteikts, ka viens no pedagoga pienākumiem ir pilnveidot savu profesionālo kompetenci, bet nevienā no normatīvajiem aktiem, kas regulē izglītības sistēmas darbību Latvijā, autorei neizdevās atrast, kas tiek saprasts ar vārdiem *pedagoga profesionālā kompetence*.

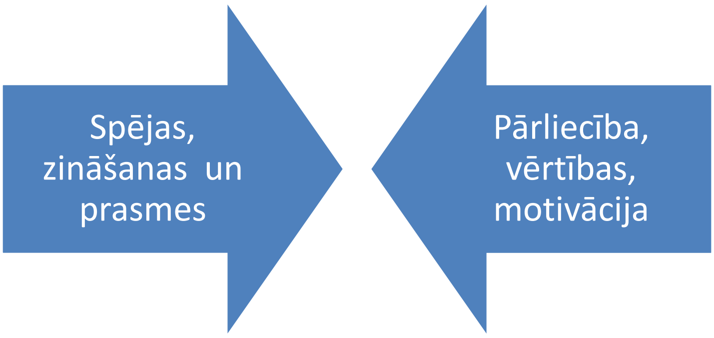
Šobrīd visā Latvijā saskaņā ar MK 01.09.2009. noteikumu Nr. 998 „Noteikumi par darbības programmas „ Cilvēkresursi un nodarbinātība" papildinājuma 1.2.2.1.5. apakšaktivitāti „Pedagogu konkurētspējas veicināšana izglītības sistēmas optimizācijas apstākļos"„ 15. punkta prasībām norit pasākumi pedagogu profesionālās darbības novērtēšanas sistēmas ieviešanai un tālākai attīstībai. Viens no novērtēšanas sistēmas ieviešanas mērķiem perspektīvā ir arī diferencētas darba samaksas ieviešana. Tomēr izstrādātā novērtēšanas sistēma vieš šaubas, jo tajā pēc vieniem un tiem pašiem kritērijiem paredzēts vērtēt gan vidusskolas matemātikas skolotāja, gan pirmsskolas izglītības iestādes jaunākās grupiņas audzinātāja darbu, kas šķiet absurdi, jo viņu darba pienākumi būtiski atšķiras.

Tātad Latvijā šobrīd nav noteikts, kas ir jāzina, jāprot un jādara kompetentam matemātikas skolotājam.

Šobrīd Eiropā aktuālākajos pētījumos par matemātikas skolotāju profesionālo kompetenci MT21 un COACTIVE (Blömeke u.c. 2008; Brunner u.c. 2006) matemātikas skolotāju profesionālā kompetence tiek vērtēta šādos aspektos - kompetence matemātikā, kompetence pedagoģijā un psiholoģijā un kompetence matemātikas didaktikā.

Dažādu autoru izstrādātie matemātikas skolotāju kompetences modeļi atšķiras, bet vienots ir viedoklis par to, ka kompetence sevī ietver zināšanas un prasmes, kas nepieciešamas veiksmīgai darba pienākumu izpildei. Viens no Latvijas matemātikas skolotāju darba pienākumiem ir nodrošināt skolēniem iespēju iegūt izglītību, kura atbilst izglītības standartos formulētajām prasībām. Izglītības standarts pamatskolā un vidusskolā ir atšķirīgs, tātad nedaudz atšķirīgas varētu būt arī tā īstenošanai nepieciešamās skolotāja kompetences. Promocijas darbā autore ir sīkāk strukturējusi pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā un veikusi tās kvalitatīvu izpēti.

Lai analizētu skolotāja profesionālo kompetenci, autore balstās uz to, kādi ir skolotāja galvenie profesionālie pienākumi, t.i., analizē viņa gatavību plānot, sagatavot un vadīt mācību procesu.



1. attēls. Skolotāja profesionālo kompetenci ietekmējošie faktori.

Pētot Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci, autore balstās uz pieņēmumu, ka kompetences pamatā esošās spējas, zināšanas un prasmes ietekmē arī skolotāju pārliecība, vērtības un motivācija (Helmke, 2009|).

Pētījuma metodoloģija

Savu pētījumu autore uzsāka, studējot literatūru par to, kas ir matemātikas skolotāju kompetence un kādi pētījumi šajā jomā šobrīd ir aktuāli pasaulē, kā arī literatūru matemātikas didaktikā, kurā zinātniski pamatoti aprakstīts, kādam būtu jābūt kvalitatīvam matemātikas mācību procesam. Autorei neizdevās atrast nevienu grāmatu latviešu valodā, kura atbilstu šai tematikai un būtu izdota pēdējo trīsdesmit gadu laikā. Izņēmums ir daudzskaitlīgie LU Neklātienes matemātikas skolas izdotie mācību līdzekļi darbam ar matemātikā spējīgākajiem skolēniem, tomēr arī tajos galvenā uzmanība pievērsta matemātiskajām metodēm, bet ne didaktikas un mācību metodikas jautājumiem. Tāpēc pētījuma teorētisko bāzi veido, galvenokārt, vācu valodā runājošo matemātikas didaktiķu atziņas. Kritiski izvērtējot to atbilstību Latvijas situācijai, autore atbildējusi uz jautājumu, **kādai būtu jābūt** pamatskolas matemātikas skolotāja kompetencei matemātikas didaktikā un kādi faktori šo kompetenci ietekmē.

Lai atbildētu uz jautājumu, **kāda ir** Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā, autore veica praktisko pētījumu, kurā tika iesaistīti skolotāji no dažādiem Latvijas reģioniem (bijušajiem Aizkraukles, Cēsu, Ludzas, Talsu rajoniem un Rīgas Vidzemes priekšpilsētas), kuri pasniedz matemātiku 5.-9. klašu skolēniem.

Kopā pētījumā tika iesaistīti 98 matemātikas skolotāji no minētajiem reģioniem. Tas nav pietiekams izlases lielums, lai par visiem pamatskolas matemātikas skolotājiem Latvijā varētu vispārināt pētījumā iegūtos kvantitatīvos datus, bet ir pietiekams, lai varētu izdarīt kvalitatīva rakstura secinājumus par vispārējām tendencēm.

Praktiskajā pētījumā aptaujātie skolēni ir Valmieras skolu 7. klašu audzēkņi. Tā kā nav pamata uzskatīt, ka viņu viedoklis par to, kāda būtu kvalitatīva matemātikas stunda, varētu būtiski atšķirties no citu reģionu skolēnu viedokļa, rezultāti tika vispārināti Latvijas mērogā.

Lai uzzinātu matemātikā īpaši talantīgu skolēnu viedokli par matemātikas mācību procesu, tika anketēti 39 skolēni, kuri ir uzaicināti piedalīties LU NMS rīkotajā matemātikas pulciņā, jo ir uzrādījuši īpaši labus rezultātus valsts un atklātajās matemātikas olimpiādēs.

Praktiskais pētījums sastāv no vairākām atsevišķām daļām, kuras tika īstenotas minētajos reģionos laika posmā no 2006. gada novembra līdz 2009. gada augustam. Datu vākšanu veica darba autore. Visi pētījuma instrumenti vispirms tika aprobēti darbā ar pamatskolu matemātikas skolotājiem Valmierā. Šādu autores izvēli noteica ģeogrāfiskais izdevīgums.

Skolotāju subjektīvās teorijas par to, kas ir matemātika, kā skolēni to mācās, kā matemātiku vajadzētu mācīt un kā viņi to māca, tika pētītas, izmantojot daļēji strukturētas intervijas. Pamatjautājumi intervijās bija vienādi, bet papildjautājumi bija atkarīgi no skolotāju atbildēm uz pamatjautājumiem. Kopumā tika intervēti 22 skolotāji. Katras intervijas ilgums bija apmēram 40 minūtes. Intervijas notika skolotāju izvēlētās telpās viņu skolā. Katras intervijas ilgums bija aptuveni 40 minūtes. Intervijas tika ierakstītas. Pēc tam tika veikta transkripciju satura analīze (Roth, 2005).

Lai varētu raksturot skolotāju kompetenci daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu, skolotāji tika lūgti rakstiski pēc iespējas vairāk veidos izskaidrot „skolēnam” trīs skaitliskas vienādības, par kurām, balstoties uz autores praktiskā darba pieredzi, skolēniem parasti rodas jautājumi. Pēc tam tika veikta skaidrojumu satura analīze (Mayring 2008). Šajā pētījuma daļā piedalījās 75 skolotāji.

Tie paši 75 skolotāji arī aizpildīja pašvērtējuma anketu, kurā izvērtēja savu kompetenci pēc 42 kritērijiem. Par katru kritēriju viņi atzīmēja savu vērtējumu uz skalas:

Nepiekrītu ⟷ Pilnīgi piekrītu

Pēc tam vērtējumiem tika piekārtotas skaitliskās vērtības skalā no 0 līdz 10, kur „nepiekrītu” atbilst 0, bet „pilnīgi piekrītu” atbilst 10. Tika veikta vērtējumu statistiska apstrāde.

Anketēšana notika skolotāju metodisko sanāksmju laikā. Pirms sanāksmēm skolotāji tika informēti, ka šāda anketēšana vai testēšana notiks. Autore ir vienojusies ar skolotājiem, ka viņi tiks iepazīstināti ar pētījuma rezultātiem.

Savu viedokli par matemātiku un matemātikas stundām pauda arī Valmieras skolu 8. klašu skolēni un īpaši talantīgie skolēni no LU NMS matemātikas pulciņa. Arī viņi stundas vērtēja pēc autores dotiem kritērijiem, par katru no tiem atzīmējot uz skalas, cik lielā viņi tam piekrīt. Matemātikas pulciņa dalībnieki piedalījās arī fokusgrupas diskusijā (Roth, 2005), kurā plašāk raksturoja savu darbību matemātikas stundās.

Lai izdarītu secinājumus par skolotāju kompetenci darbam ar uzdevumiem, tika pētīts, kādus uzdevumus skolotāji iekļauj mācību procesā, analizējot skolēnu pierakstu burtnīcas. Pētījumā piedalījās 32 skolotāji. Viņi tika lūgti iesniegt analizēšanai divu čaklāko, kārtīgāko un pēc skolotāja domām matemātikā iespējami spējīgāko skolēnu burtnīcas katrā viņu mācītajā klasē. Ja skolotājs mācību procesā izmanto arī kādus papildus materiālus, piemēram, darba burtnīcas, arī tās tika pievienotas pierakstu burtnīcām. Katrā klasē tika analizēti vienai tēmai atbilstošie uzdevumi. Piemēram, 6. klasē tēma „ Darbības ar pozitīviem un negatīviem skaitļiem” , 7. klasē tēma – „Nevienādības” u.c. Iegūtie rezultāti dažādās tēmās bija ļoti līdzīgi, kas ļauj secināt, ka tie raksturo vispārējās tendences. Šie paši skolotāji iesniedza satura analīzei pašu sastādītus pārbaudes darbus, katrs skolotājs divus darbus pēc savas izvēles.

Lai varētu raksturot to, kā skolotāji reāli māca matemātiku, kā viņi organizē mācību procesu, tika vērotas stundas. Stundas tika vērotas skolotājiem, kuri paši brīvprātīgi pieteicās, tāpēc pastāv iespēja, ka citu skolotāju stundas varētu būt metodiski vājākas, jo visticamāk, ka vadīt atklātās stundas piedāvāja skolotāji, kuri jūtas pārliecināti par savu kompetenci. Vērojot stundas, tika veikts to audioieraksts, kurš pēc tam tika analizēts kopā ar novērojuma protokolā fiksēto. Pilnīgākas iespējas stundu satura analīzei sniegtu to filmēšana, bet tā tehniski nebija iespējama. Kopā autore vēroja un analizēja 23 matemātikas stundas iepriekš minēto reģionu skolās. tas ir pietiekams skaits, lai varētu izdarīt kvalitatīva rakstura secinājumus par kopīgajām tendencēm. Turpmākajos pētījumos būtu ieteicams turpināt stundu vērošanu, kā arī veikt stundu videoierakstus, lai varētu izdarīt arī kvantitatīvus secinājumus.

1. nodaļa. Eiropā populārākie matemātikas skolotāju profesionālās kompetences modeļi

Skolotāju profesionālā kompetence ir galvenā tēma diskusijā par skolotāju izglītības modernizēšanu un reformām, ir izstrādātas vairākas kompetences modeļu un skolotāju izglītības standartu skices. Tālāk tiks nedaudz aplūkoti tie kompetenču modeļi, kuri starptautiskajās diskusijās tiek atzīti par teorētiski vislabāk pamatotajiem (Baumert / Kunter 2006) un no kuriem autore visvairāk ietekmējusies, formulējot, kādas ir kvalitatīvam darbam nepieciešamās matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā.

Īpašu vietu ieņem Friča Ozera 2001. gadā izstrādātais kompetenču modelis (Oser 2001). Ozers pats arī formulējis četrus kritērijus, kuriem jāizpildās, pirms kompetenču modeli var izmantot izglītības standarta veidošanai: teorētiskais pamatojums, empīriska pārbaude, vērtēšanas skalas iespējamība un praktiska lietojamība, t.i., kompetences ir tādas, ka skolotājs tās var apgūt. Ozers, aptaujājot ekspertus, izstrādājis katalogu, kurā ietilpst 88 kompetences, kas apvienotas 12 grupās. Ieskatam iepazīsimies ar to, kādām jābūt skolotāja zināšanām un prasmēm par skolēnu mācīšanās stratēģijām un skolotāja iespējām atbalstīt skolēna mācību procesu. Skolotājs ir apguvis (Oser 2001):

- kā skolēni apgūst mācīšanās stratēģijas; kā skolotājs var pārraudzīt viņu mācīšanos un pārdomāt viņu mācīšanās ieradumus;
- kā skolēni var individuāli apgūt zināšanas;
- kā ar skolēniem pārrunāt kļūdas, lai viņi no tām mācītos;
- kā skolēniem demonstrēt iespēju sadalīt mācīšanās procesu soļos un pamatot, kāpēc tas nepieciešams;
- kā parādīt skolēniem, ka viņi var paši sevi kontrolēt;
- kā parādīt skolēniem, ka viņi var ieviest un izmantot mācīšanās dienasgrāmatu - konspektu;
- kā skolēni mācās, cenšoties individuāli bibliotēkā apgūt kādu svešu tēmu;
- kā iespējams novērst to, ka skolēni apgūto ātri aizmirst un kā sistemātiski atbalstīt atcerēšanos;
- kā sistemātiski un plaši iekļaut mācību procesā apgūstamā dažādas reprezentācijas formas (verbāla informācija, grafiks, formula u.c.), lai tā nodrošinātu apgūto zināšanu noturību;
- kā novērst to, ka spēcīgākie skolēni vienmēr attīstās straujāk, bet vājākie – mazāk (diferencēšana);
- kāda ir motivācijas teoriju ietekme, ir gatavs izmēģināt un īstenot tās;

Ozers formulējis arī prasības skolotāja kompetencei saistībā ar mācību procesa plānošanu un metožu izvēli. Skolotājam jāprot:

- veidot mācību procesu tā, lai skolēniem būtu iespējams darboties daudzveidīgi – rakstīt, lasīt, runāt utt.;
- skaidri un viennozīmīgi noteikt/ nodalīt mācību fāzes, kurās skolēni apgūst jaunas zināšanas un prasmes, nostiprina tās un kurās tiek kontrolēti;
- novērtēt projektā orientētas mācīšanās piedāvātās iespējas un to robežas;
- īstenot individuālu un patstāvīgu mācīšanos dažādās formās;
- dalīt klasi grupās, ievērojot dažādus principus un kritērijus; organizēt dažāda veida grupu darbus;
- mācīt ilgtermiņā, t.i., neievērojot mācību gada robežas;
- sagatavot kooperatīvās mācīšanās darbnīcu (semināru) un tajā jēgpilni organizēt darbu;
- auglīgi vadīt un rezultatīvi pabeigt spontāni izraisījušos diskusiju ar skolēniem;
- variēt mācību metodes un pamatot konkrētas metodes lietojumu (sk. tālāk).

Ozera dizainētajā modelī nav pievērsta uzmanība katra mācību priekšmeta īpatnībām. Arī kompetences priekšmeta didaktikā ir vispārdidaktiskas un tām vajadzīgs tulkojums konkrētajam mācību priekšmetam. Šo modeli raksturo balstīšanās empīriski pierādītās pedagoģijas un psiholoģijas teorijās un vienlaicīgi tam ir augsts praktiskā lietojuma līmenis.

Vācvalodīgajā Eiropas daļā populārs ir arī Terharta izstrādātais skolotāja profesionālo kompetenču modelis (Terhart 2002). Tajā ir trīs dimensijas:

- konkrētās zināšanas un prasmes,
- zināšanu un prasmju taksonomija;
- laiks, jeb kompetences attīstība profesionālās biogrāfijas aspektā.

Galvenās šī modeļa priekšrocības ir precīza mācību priekšmeta didaktikas aprakstīšana un biogrāfiskās perspektīvas ieviešana. Balstoties uz šo modeli, uzskata, ka prasmes nav skolotāju akadēmiskās izglītības mērķis. Tās tiek attīstītas praksē un tad pilnveidotas tālākajos izglītības posmos. Tomēr šim modelim, kurš plaši tiek izmantots praksē, trūkst metateorētiskās bāzes (Baumert / Kunter 2006).

Angliski runājošajā Eiropas daļā lielākoties atsaucas uz ASV Nacionālās Izglītības Standartu Padomes (NBPTS) izstrādātajiem standartiem [I1], kuru galvenās idejas ir šādas:

- skolotājiem ir uzticēti (un skolotāji labprātīgi to ir uzņēmušies) skolēni un viņu mācīšana;
- skolotājs pārzina savu mācību priekšmetu un to, kā to iemācīt skolēniem;
- skolotāji atbild par skolēnu mācību procesa vadību un pārraudzību;
- skolotāji sistemātiski domā par savu praksi un mācās no pieredzes;
- skolotāji ir mācību kopienas dalībnieki, t.i., regulāri mācās un apmainās ar pieredzi kopā ar saviem kolēģiem;
- profesionālā kompetence veidojas šādu faktoru mijiedarbībā – specifiskas, pieredzē balstītas deklaratīvas un procesuālas zināšanas (zināšanas un prasmes);
- kompetenci ietekmē profesionālās vērtības, uzskati, subjektīvās teorijas, normatīvās preferences un mērķi;
- kompetenci ietekmē skolotāja motivācija.

Pastāv pilnīga vienprātība par to, ka zināšanas un prasmes veido centrālo kompetences komponenti, bet trūkst vienotības par to, kādām šīm zināšanām jābūt, kā arī ir ļoti maz empīrisku pētījumu par to, kādas šīs zināšanas tiešām ir.

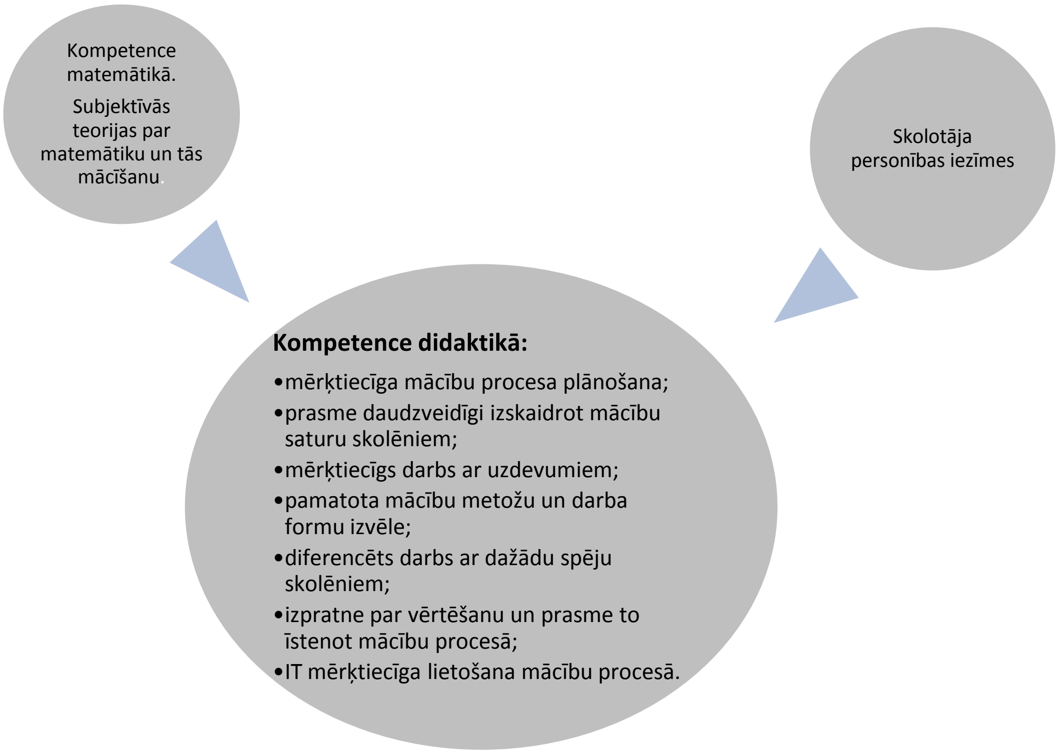
Starptautiski pazīstamākā ir Šūlmana klasifikācija (Shulman, 1986), kuru savos darbos izmanto arī citi autori (Bromme 1992, 1997; Baumert/Kunter 2006). Viņš izšķir :

- zināšanas mācāmajā priekšmetā;
- vispārējās pedagoģiskās zināšanas, piemēram klasvadībā;
- mācāmā priekšmeta didaktikas zināšanas;
- standarta zināšanas (mācāmā priekšmeta standarts, programmu uzbūves loģika);
- izpratni par mācāmā priekšmeta filozofiju.

2. nodaļa. Matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra un to ietekmējošie faktori

2. 1. Matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra

Balstoties uz iepriekš minētajiem starptautiski atzītajiem skolotāju kompetences modeļiem (Oser, 2001; Terhart, 2002; Baumert / Kunter 2006; I1), kognitīvo izziņas teoriju (Edelmann 2006[6]; Geidžs / Berliners, 1999) , Izglītības likumā formulētajiem skolotāja darba pienākumiem Latvijā un Ministru kabineta noteikumiem nr.1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem, autore piedāvā šādu pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences modeli matemātikas didaktikā (sk.2. attēlu).



2. attēls. Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences modelis matemātikas didaktikā

Matemātikas skolotāja kompetence matemātikas didaktikā nozīmē mērķtiecīgu mācību procesa plānošanu, prasmi daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem, mērķtiecīgu darbu ar uzdevumiem, pamatotu mācību metožu un darba formu izvēli, diferencētu darbu ar dažādu spēju skolēniem, izpratni par vērtēšanu un prasmi to īstenot mācību procesā un IT mērķtiecīgu lietošanu mācību procesā. Skolotāja kompetenci matemātikas didaktikā ietekmē viņa kompetence matemātikā, subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu, kā arī ar mācību procesu saistītās skolotāja personības iezīmes.

2. 2. Matemātikas skolotāju kompetence matemātikā

Paši elegantākie mācīšanas/ mācīšanās scenāriji neko nedos, ja skolotājiem trūks matemātikas zināšanu. Ir pierādīts (Bromme, 1997), ka kaut arī nav tiešas sakarības starp skolotāja priekšmeta zināšanām un klases mācību sasniegumiem, jo skolotāji savu zināšanu trūkumu var dažādi kompensēt, tomēr netieši zināšanu trūkums ietekmē mācību procesa vadīšanu.

Ir ļoti maz pētījumu, kuri fokusējušies uz mācību kvalitāti tieši matemātikas ziņā. Tomēr ir pētījumi, kuros parādās ļoti spēcīgs priekšmeta zināšanu efekts uz skolēnu mācību sasniegumu izaugsmi (Brunner u.c., 2006). Panākumiem bagātākos skolotājus, t.i., skolotājus, kuru skolēnu mācību sasniegumi visstraujāk progresē, raksturo izcilas priekšmeta zināšanas, kuras var sadalīt četros komponentos:

- akadēmisko pētījumu zināšanas;
- skolā mācāmā satura dziļa izpratne;
- skolas matemātikas kursa satura pārvaldīšana skolas beigās sasniedzamajā līmenī;
- pieaugušo ikdienā nepieciešamās matemātikas zināšanas, kuras tiek izmantotas arī pēc skolas beigšanas.

Tas, ka skolotāja nepietiekamās matemātikas zināšanas ietekmē stundu kvalitāti, novērojams arī Latvijas matemātikas skolotāju stundās. Piemēram, autores vērotajā stundā, kurā skolēns neatlaidīgi centās izprast, *„Kāpēc tiek definēts, ka $5^0=1$?”*, skolotājas matemātikas zināšanu trūkuma dēļ viņai nācās no šī jautājuma izvairīties, kas izraisīja pārējo skolēnu neapmierinātību un tai sekojošas disciplīnas problēmas.

Šis, kā liecina autores praktiskā darba pieredze, visai tipiskais skolēna jautājums tika iekļauts arī empīriskā pētījumā, kurā piedalījās 75 pamatskolas matemātikas skolotāji. Diemžēl vairums skolotāju uz to varēja atbildēt tikai vienā veidā: *„Tā vienkārši ir un viss.”* Šo pašu atbildi pētījumā iesaistītie skolotāji sniedz arī uz jautājumu, kurā tika lūgts pēc iespējas daudzos veidos sniegt atbildi skolēnam, kurš cenšas izprast, kāpēc $(-6)\cdot(-5)=30$.

No visiem 75 pētījumā iesaistītajiem skolotājiem tikai viena skolotāja prata pierādīt, ka pirmskaitļu ir bezgalīgi daudz. Pārējie skolotāji uzdevumā „*Cik ir pirmskaitļu? Pamato savu viedokli!”* pareizu pamatojumu nesniedz. Daļa skolotāju zina, ka pirmskaitļu ir bezgalīgi daudz, bet atzīst, ka nezina pamatojumu un to ātri izdomāt nespēj. Pēc autores domām vēl negatīvāk vērtējamas šāda tipa atbildes*: „Pirmskaitļu ir bezgalīgi daudz, jo naturālo skaitļu ir bezgalīgi daudz”* vai arī *„Pirmskaitļu ir bezgalīgi daudz, jo tie ir naturāli skaitļi, kuri dalās tikai ar 1 un paši ar sevi. Skaitlis 1 nav pirmskaitlis.”*, jo tās liecina, ka skolotājam nav skaidrs, kas matemātikā uzskatāms par pamatojumu. Šāda tipa atbildes sniedza 33 no 75 pētījumā iesaistītajiem skolotājiem.

Novērotajās matemātikas stundās parādījās tendence, ka visai bieži skolotāji neprecīzi un pat nepareizi lieto matemātiskos jēdzienus un matemātikas pierakstu. Piemēram, lietojot vārdus kvadrāttrinoms un kvadrātvienādojums kā sinonīmus, vai pat cenšoties iemācīt skolēniem, ka „ *Lietojot kosinusa teorēmu gadījumos, kad tajā izmantotais leņķis ir 120^o, izdevīgi pierakstīt šādi:* $a^2 = b^2 + c^2 + b \cdot c \cdot cos120^o, jo\ cos120^o$ *ir negatīvs.”*

Šāda tipa matemātikas kompetences trūkums varētu būt ļoti grūti labojams, jo katram skolotājam, kuram ir šādas problēmas, tās ir atšķirīgas, tāpēc tās nevar labot kopīgos tālākizglītības kursos. Autore uzskata, ka vienīgais veids, kā var labot šādas nepieļaujamas nepilnības, ir konsultantam kopā ar skolotāju analizēt viņa stundu, vislabāk – tās ierakstu. Tomēr arī šāda kļūdu labošana varētu nedot vēlamo rezultātu, jo skolotājs savas „nepareizās zināšanas matemātikā” ir labi iemācījies, daudzkārt tās izmantojot. Tāpēc šīs nepareizās zināšanas ir ļoti stabilas un grūti labojamas.

Savas zināšanas matemātikā pētījumā iesaistītie skolotāji paši 10 ballu skalā vidēji vērtē ar 7. Vismaz 25% no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem savas zināšanas nevērtē augstāk par 6.

Tomēr nepietiek tikai ar to, ka skolotājs pārvalda matemātikas saturu, ja tajā pašā laikā detaļās nezina, kā šo saturu mācīt dažāda vecuma skolēniem, dažādu spēju skolēniem un skolēniem ar dažādām priekšzināšanām. Tātad skolotāja kompetence sevī ietver ne tikai matemātikas zināšanas, bet to ietekmē arī pedagoģijas un psiholoģijas zināšanas, kuras nepieciešamas, lai konkrēto matemātikas saturu prasmīgi un izziņas darbību stimulējoši nodotu skolēnam, kā arī attīstības psiholoģijas zināšanas, kuras nepieciešamas, lai izprastu, kādi ir tipiskākie skolēnu priekšstati par katru konkrēto matemātikas satura jautājumu, kādas varētu būt naivās un intuitīvās skolēnu teorijas un priekšstati, ar kuriem jāsaista un uz kuriem jābalsta skolēnu mācības.

Plānojot mācību procesu topošajiem matemātikas skolotājiem, īpaša uzmanība veltāma tam, lai viņi studiju laikā iegūtu ne tikai zināšanas augstākajā matemātikā, bet arī padziļinātu izpratni par skolas kursā aplūkojamo matemātikas saturu. Šis jautājums īpaši aktuāls šobrīd, kad par matemātikas skolotājiem izvēlas kļūt arī jaunieši, kuru zināšanas matemātikā, skolu beidzot, nav bijušas izcilas. Ļoti iespējams, ka viņi paši nemaz neapzinās nepilnības savās matemātikas zināšanās, tāpēc var mācīt skolēniem nepareizu matemātiku.

2.3. Matemātikas skolotāju subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu

Tiek uzskatīts, ka skolotāja profesionālo kompetenci būtiski ietekmē viņa subjektīvās teorijas un pārliecība par to, kas ir matemātika un kā skolēni to apgūst (Keiser / Vollsted, 2007; Helmke, 2009). Subjektīvās teorijas ir būvētas un strukturētas līdzīgi kā zinātniskās teorijas, tomēr tām trūkst rūpīga izvērtējuma, lielākoties tās balstītas vienīgi personiskajā pieredzē, t.i., tās skaidro skolotāja mācīšanas un mācīšanās pieredzi. Ir izpētīts, ka skolotāja darbību tās ietekmē vairāk nekā zinātniskās teorijas (Bromme u.c., 2006).

Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju subjektīvās teorijas par to, kas ir matemātika, kā skolēni mācās matemātiku un kā vajadzētu mācīt matemātiku, tika analizētas, izmantojot intervijas ar skolotājiem. Autores iegūtie rezultāti saskan ar rezultātiem, kādi iegūti, kvalitatīvi pētot skolotāju subjektīvās teorijas Vācijā (Kaiser/ Vollstedt, 2007). Balstoties uz skolotāju izteikumiem, var secināt, ka vairums pamatskolas matemātikas skolotāju matemātiku uzskata par kaut ko neatkarīgi no cilvēka pastāvošu un nemainīgu, ko skolēnam vienkārši ir jāiemācās. Skolotāju teorijās parādās pretruna, kura var tieši ietekmēt mācību procesu. No vienas puses skolotāji uzskata, ka matemātika ir kā no cilvēka neatkarīgi pastāvoša celtne - muzejs, kurā var iepazīties ar definīcijām, aksiomām, dažādām sakarībām un spriedumiem, un skolotāja uzdevums ir stāstot iepazīstināt skolēnus ar to. Tātad skolotāja darbību varētu tēlaini salīdzināt ar gida darbību muzejā. No otras puses skolotāji vēlas, lai skolēni aktīvi darbotos, paši atklājot sakarības un risinot matemātiskas problēmas. Salīdzinot varētu teikt, ka no skolēna tiek sagaidīta radoša darbība, kura atgādina mākslinieka darbību viņa darbnīcā. Tā ir acīmredzama pretruna. Ja skolotāji vēlas, lai skolēni būtu aktīvi, viņiem ir jāmaina sava uz instrukcijām un formālismu balstītā mācīšana uz tādu, kura stimulētu skolēnu aktivitāti.

Otrs lielākais subjektīvo teoriju virziens ir teorijas, kuras matemātiku uzskata par instrumentu, kurš palīdz pētīt un aprakstīt realitāti ap mums. Šo virzienu vairāk pārstāv skolotāji, kuri nesen pabeiguši augstskolu, tāpēc var secināt, ka šis virziens nostiprinās izglītības reformu iespaidā. Šī virziena pārstāvji atzinīgi izsakās par dažādu pētniecisku metožu izmantošanu stundās, par tādu uzdevumu risināšanu, kuri saistīti ar reālās dzīves problēmām, bet riskanti šķiet tas, ka viņi nenovērtē deduktīvo spriedumu nozīmību matemātikas stundās. Tā kā cilvēka domāšanai dabiska ir induktīva spriešana, bet deduktīvo spriešanu viņam ir īpaši jāiemācās, galvenokārt, matemātikas stundās (Leuders, 2003), tad pastāv risks, ka skolēni varētu to vispār neapgūt.

Tika pētītas arī skolotāju subjektīvās teorijas par skolēnu mācību motivāciju, mācību grūtībām un dažādu metožu lietošanas nepieciešamību stundās.

Lielākoties skolotāji uzskata, ka mācību procesa neveiksmēs vainojama zema skolēnu mācību motivācija, kuras pamatā ir vecāku neieinteresētība, slikta audzināšana ģimenē un sabiedrībā valdošais noskaņojums, kurš nenovērtē izglītības nozīmi. Skolotāji uzskata, ka viņi skolēnu mācību motivāciju var ietekmēt tikai, izmantojot vērtēšanu ar atzīmi. Tikai atsevišķi skolotāji piemin iespēju motivēt skolēnus, organizējot stundas tā, lai skolēniem būtu interesanti. Kopumā skolotāji uzskata, ka viņu iespējas ietekmēt skolēnu mācību motivāciju ir ļoti mazas.

Agnese Braune rakstu krājumā (Kiel, 2008), balstoties uz daudzskaitlīgiem skolēnu motivācijas pētījumiem, norāda, ka skolēnu iekšējo motivāciju iespējams attīstīt, stundās veidojot viņu patstāvības un kompetences pieredzi.

Veidot patstāvības jeb autonomijas pieredzi nozīmē radīt skolēnam iespaidu, ka viņam tiek dota rīcības brīvība savus mācību darba uzdevumus pildīt saskaņā ar saviem plāniem. Skolā šīs pieredzes rašanās iespējama, ja skolotājs stundā izmanto tādas mācību metodes, kuras paredz skolēna patstāvīgu darbošanos un dod viņam iespēju pašam plānot savu darbu un izvēlēties mācību uzdevumus, protams, skolotāja vadībā.

Kompetences pieredze skolēnam rodas, ja viņš var uzdotos uzdevumus veikt atbilstoši prasītajam. Kompetences pieredzi skolēns var gūt tikai strādājot ar savam spēju un priekšzināšanu līmenim atbilstošu mācību saturu. Tātad skolēna kompetences pieredzi un līdz ar to viņa mācību motivāciju tieši ietekmē skolotāja kompetence strādāt diferencēti un dot skolēnam savlaicīgu un konstruktīvu atgriezenisko saikni par viņa paveikto.

Skolēnu mācību grūtības skolotāji skaidro ar iedzimtību, nelabvēlīgiem sociālajiem faktoriem un to, ka „*skolēni vienkārši nemācās*”, līdz ar to netieši norādot, ka skolotājs šajās grūtībās nevar palīdzēt un nav par tām atbildīgs.

Matemātikas skolotāju subjektīvā pārliecība par to, kādas metodes vajadzētu izmantot matemātikas mācību procesā un kā vajadzētu vērtēt skolēnu sasniegumus, tiks analizētas tālāk darba trešajā nodaļā.

2.4. Ar matemātikas mācību procesu saistītās skolotāja personības iezīmes

Atšķirībā no skolēnu motivācijas pētījumiem ir visai neskaidrs, kā mācību procesu ietekmē skolotāja motivācija pēc panākumiem, atzinības un dalības. Pirmajā brīdī varētu domāt, ka skola ir lieliska vieta skolotājiem ar panākumu motivāciju, tomēr tā nav taisnība. Cilvēki ar spēcīgu panākumu motivāciju ir piemēroti situācijām, kurās saņem tiešu atgriezenisko saiti par savas darbības efektivitāti (paša nospēlēts skaņdarbs, skrējiena laiks u.c.). Skolā darba rezultāts ir atkarīgs no veiksmīgas sadarbības.

Mācību procesu būtiski ietekmē arī skolotāja uzcītība un gribasspēks. Piemēram, vairums skolotāju zina, ka skolēnu pārbaudes darbus būtu jānovērtē tik ātri, lai nākamajā stundā pēc to uzrakstīšanas skolēni varētu analizēt rezultātus, bet praksē šīs zināšanas realizēt, kā atzīst skolotāji intervijās, traucē gribasspēka trūkums.

Vairums autoru par ļoti būtisku skolotāja kompetences sastāvdaļu atzīst viņa gatavību izvērtēt un uzlabot savu darbu, kā arī sadarboties ar kolēģiem, lai mācītos no viņu pieredzes un kopīgi analizētu aktuālās problēmas(Helmke, 2009). Analizējot intervijās paustos skolotāju viedokļus, autore secina, ka Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju sadarbība visbiežāk izpaužas kā apmainīšanās ar izstrādātajiem mācību materiāliem. Daudz retāk vērojama kopīga stundu analīze, jo skolotāji atzīst, ka viņiem ir kauns aicināt kolēģus vērot stundas, lai gan viņi labprāt dzirdētu citu cilvēku viedokli par savu darbu. Tas, ka Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāji baidās kļūdīties, izrādīties nepietiekami kompetenti un tāpēc nevēlas kopā ar kolēģiem vai metodiķiem pēc būtības analizēt savu darbu, varētu būt viens no nopietnākajiem šķēršļiem skolotāju kompetences uzlabošanai.

Kad skolēniem tika lūgts raksturot labu skolotāju, viņi par būtisku uzskatīja skolotāja aizrautību un entuziasmu. Stundās par skolotāja aizrautību un entuziasmu liecina atvērti žesti, mainīga intonācija, noturīgs acu kontakts, bieža atrašanās vietas maiņa pie tāfeles, humors un atdzīvinoši piemēri. Tomēr jāatzīst, ka šajā ziņā skolotājiem, lai nekļūtu „nogurdinoši histēriski", nevajadzētu tiekties uz maksimumu, bet gan optimumu. Skolēni bieži uzsvēra humora izjūtu (pretstatā ironijai) kā ļoti būtisku laba skolotāja iezīmi. Arī pētījumā iesaistītie skolotāji bieži pieminēja humora nozīmi labas mācību vides radīšanā. Riskanti ir tas, ka bieži skolotāji nenošķir labsirdīgu humoru no aizskarošas ironijas, kas ir nepieļaujama mūsdienīgā, uz savstarpēju cieņu balstītā mācību procesā, bet bija vērojama pētījuma laikā vērotajās stundās.

2. nodaļas tematika aplūkota arī autores darbos [A2], [A8], [A11], [A12], [A13], [A18], [A19], [A22] un [A23].

3. nodaļa. Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā izvērtējums

Turpmāk tiks analizēta Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā, izmantojot autores izstrādāto skolotāja kompetences modeli matemātikas didaktikā (sk. 2. attēlu). Secinājumi par to, **kādai būtu jābūt** kompetencei didaktikā, izdarīti balstoties uz kognitīvo izziņas teoriju(Edelmann, 2000[6]; Geidžs / Berliners, 1999) un vācu valodā pieejamo teorētisko literatūru matemātikas didaktikā (Leuders, 2003, 2001; Bruder u.c., 2008; Zech 2002[10] u.c.) un to, kādi ir ar matemātikas mācīšanu saistītie Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāja pienākumi. Kvalitatīvie secinājumi par to, **kāda ir** Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā, iegūti, analizējot autores veikto empīrisko pētījumu – interviju, stundu novērojumu, skolotāju un skolēnu aptauju, testēšanas un skolēnu pierakstu satura analīzes rezultātus.

3.1. Mērķtiecīga mācību procesa plānošana

Tā kā Ministru Kabineta noteikumi nr. 1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem (turpmāk tekstā – standarts) nosaka tikai skolēnam sasniedzamo rezultātu konkrēta izglītības posma noslēgumā, tad skolotājs ir tas, kurš plāno mācību procesu katra konkrētā izglītības posma ietvaros. Viņš, ievērojot standartā noteikto, izvēlas sabiedriski un matemātikas ziņā nozīmīgu mācību saturu, piemēram - uzdevumus, un sagatavo to izmantošanai mācību procesā. Skolotājs izvirza mācību mērķus un plāno mācību satura apguvi tā, lai tā būtu loģiska gan no izziņas darbības, gan no matemātikas satura viedokļa. Skolotājam jāveido mācību procesu tā, lai matemātika tiktu apgūta no vieglākā uz grūtāko un no konkrētā uz abstrakto (sevišķi – pamatizglītības posmā). Katra mācību stunda jāplāno, ievērojot skolēnu priekšzināšanas konkrētajā jautājumā. Vairums pētījumā iesaistīto Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju atzina, ka viņi plāno mācību procesu, vadoties no mācību grāmatas, t.i., matemātikas satura izvēlē pilnībā paļaujas uz mācību grāmatu autoriem. Vērojot stundas, var secināt, ka šādi plānojot stundas, skolotāji bieži iekļauj tajās grāmatās dotu, ārpus standarta esošu matemātikas saturu. Tas nav aizliegts, ja to dara apzināti un situācijā, kad vairums skolēnu ir ļoti labi apguvuši standartā paredzēto. Novērotajās stundās bija vērojama citāda situācija – ārpus standarta esošais matemātikas saturs tika piedāvāts klasēs ar ļoti zemu sasniegumu līmeni. Tātad laiks, kuru varēja izmantot standartā paredzēto prasmju apguvei, tika izmantots nelietderīgi.

Skolotājiem mācību process jāorganizē saskaņā ar savu mācību plānu, tomēr elastīgi reaģējot uz iepriekš neparedzamo. Pretējā gadījumā iespējama situācija, ka tiek iekavēta mācību satura apguve vai arī skolēni vēl nav apguvuši kādas svarīgas prasmes, bet skolotājs uzsāk jaunu tēmu, jo to paredz viņa stundu tematiskais plāns. Pētījumā iesaistītie skolotāji paši uzskata, ka viņi ir elastīgi, bet par galveno iemeslu, kas liek novirzīties no iepriekš saplānotā, nosauc dažādas organizatoriskas lietas, piemēram, stundu nenotikšanu no skolotāja neatkarīgu apstākļu dēļ. Tikai daži no skolotājiem minēja, ka nākas mainīt plānus, jo skolēniem nav izdevies plānotajā laikā sasniegt to, kas ir iepriekš paredzēts. Gan intervijas ar skolotājiem, gan stundu vērojumi liecina par to, ka tikai atsevišķi matemātikas skolotāji plāno savu darbu, balstoties uz skolēnam sasniedzamo rezultātu. Vairumā gadījumu mācību process tiek plānots tikai matemātikas satura dimensijā, nerēķinoties ar konkrēto apmācāmo skolēnu izziņas vajadzībām, t.i., nepieciešamību veidot saistītas zināšanas, vispirms aktualizējot priekšzināšanas un stundas beigās pārdomājot, kā jauniegūtās zināšanas saistās ar skolēnu pieredzi. Skolotāji bieži sāk stundu apmēram šādi: *„Vakar beidzām ar xx uzdevuma 3. piemēru. Atveram klades un risinām ceturto piemēru”*. Tā kā katrs sevi cienošs skolotājs stundās, kurās piedalās novērotāji, cenšas visu izdarīt tik labi, cik vien iespējams, atliek secināt, ka skolotāji šādu darba plānošanas veidu uzskata par pareizu. Vērojot stundas, nerodas pārliecība, ka skolotāji balsta mācību procesu uz skolēnu priekšzināšanām un ka viņi pārliecinās, ka skolēniem neveidojas kļūdainas stratēģijas.

Tā kā standarts nosaka skolēnam sasniedzamo rezultātu izglītības posma beigās, tad izmantojot mācību plānus un mācību grāmatas, skolotājam jāprot skaidri sastrukturēt apgūstamo matemātikas saturu vairāku gadu skatījumā. Viņam jānovērtē dažādu pieejamo mācību grāmatu priekšrocības un trūkumi, jānovērtē un atbilstoši mācību plānam jāizmanto dažādi mācību līdzekļi.

Lai palielinātu skolēnu atbildību par viņu mācību procesu un tā rezultātiem un līdz ar to paaugstinātu viņu mācību motivāciju, skolotājam būtu jāiesaista skolēni pārskatāmu un reālistisku dienas, nedēļas, pusgada un gada plānu veidošanā.

Intervētajiem skolotājiem tika jautāts, kādi, viņuprāt, ir galvenie matemātikas mācīšanas mērķi pamatskolā. Atbildes, pirmkārt, liecina par to, ka vairums skolotāju ikdienas darbā par šo jautājumu nedomā, balstoties uz teorētiskām zināšanām didaktikā. Par to liecina tas, ka viņi, runājot par matemātiku un tās mācīšanu, lieto ļoti ikdienišķu, nezinātnisku valodu. Arī izvirzītie mērķi gan satura, gan formas ziņā ievērojami atšķiras no tiem, kurus apraksta matemātikas didaktikas grāmatās un izglītības standartā. Lūk, daži tipiski interviju fragmenti:

„Mērķi, mērķi... nezinu, tā jau neesmu domājusi. Varbūt iemācīt loģiski domāt?”

„Galvenais ir iemācīt bērnus rēķināt. Tā, lai var eksāmenā patstāvīgi uzdevumus izrēķināt.”

„Mērķi? Ir viens man mērķis – pamatskolas eksāmens. Tas skolēniem ir svarīgs, lai viņi varētu pēc tam iestāties tajā skolā, kurā grib.”

Minētie mērķi liecina arī par to, ka skolotāji matemātiku nemāca kā pašu par sevi vērtīgu un interesantu zinātni, bet gan kā līdzekli, lai varētu īstenot sabiedrībā pieņemtos karjeras mērķus. Šī nav tikai Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju problēma. Vācijas matemātikas didaktikas biedrības konferencēs, par šo problēmu runājot, pat tiek lietots speciāls jēdziens „eksāmena mācīšanās”.

Tika izvirzīti arī precīzāki mērķi, kas lielākoties bija saistīti ar konkrēta matemātikas satura apguvi, piemēram: *„Pamatskolā galvenais, lai skolēni apgūst skaitļošanu. Piektajā un sestajā klasē iemācās skaitļot – rēķināt galvā un rakstos. Septītajā un astotajā klasē – iemācās rēķināt vienādojumus, nevienādības, zīmēt grafikus.”*

Tika minēti arī konkrēti uzdevumu veidi, īpaši tika uzsvērti ar realitāti saistīti, praktiska satura uzdevumi, dažkārt – modelēšanas uzdevumi. Šos uzdevumu veidus biežāk minēja skolotāji, kuri nesen ieguvuši izglītību. Viņi arī bez intervētāja papildjautājumiem paši pieminēja prasmi argumentēt un pamatot: *„Pats galvenais, manuprāt, nu, es nezinu, bet man tā šķiet, ir matemātiku prast pielietot. Jā, galvenais ir risināt tādus ar dzīvi saistītus uzdevumus. Pašam veidot modeļus, nevis tikai rīkoties pēc iepriekš iemācīta plāna.”*

Bez intervētāja papildjautājumiem, lielākoties, tika nosaukti tikai mērķi, kuri saistīti ar pamatzināšanu, prasmju apguvi un problēmrisināšanas prasmju attīstīšanu, dažkārt arī emocionāli, ar motivāciju saistīti mērķi, piemēram: *„Īstenībā svarīgākais ir tas, lai stundas skolēniem patiktu, lai viņi labi pavadītu laiku. Svarīgi ir ieinteresēt. Lai paši vēlāk mācītos.”*

Pēc tam, kad skolotāji bija nosaukuši savus mērķus, tika uzdoti precizējoši jautājumi par to, kā skolotājs saskata problēmrisināšanas, matemātiskās modelēšanas, argumentēšanas un pierādīšanas vietu pamatskolas matemātikas kursā.

Argumentēšana, pamatošana un pierādīšana, lielākoties, tika saistīta ar ģeometrijas kursu. Izrādījās, ka skolotāji ļoti vāji izprot matemātiskās modelēšana jēdzienu. Intervijās bieži modelēšana tika skaidrota tikai kā zīmējuma veidošana vai telpiskas figūras modeļa pagatavošana.

3.2. Prasme daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem

Pagājušā gadsimta deviņdesmitie gadi, iespējams, ieies zinātnes vēsturē kā laika posms, kad tika iegūti ļoti daudzi jauni zinātniski rezultāti neirobioloģijā par to, kā strādā cilvēka smadzenes. Šie rezultāti nav tieši izmantojami matemātikas mācīšanai, tomēr tie dod dabaszinātnisku apstiprinājumu tādām mācību teorijām kā kognitīvisms un konstruktīvisms, saskaņā ar kurām zināšanas tiek uzskatītas par shematisku garīgu konstrukciju, bet mācīšanās par izmaiņām šajā shēmā (Leuders, 2003). Tāpat apstiprinās pieņēmums, ka mācības notiek, skolēnam pašam aktīvi konstruējot savas zināšanas, jebkuru jaunu informāciju izvērtējot savu iepriekšējo zināšanu kontekstā (tas nenozīmē, ka skolēns mācās bez skolotāja piedalīšanās, bet gan to, ka arī katra skolotāja sniegtā informācija tiek pārbaudīta saistībā ar skolēna individuālo pieredzi). Dabaszinātnisku apstiprinājumu ieguvuši arī tādi sen zināmi pedagoģiskie principi kā atkārtošanas nepieciešamība, motivācijas nozīmīgums, neliela stresa pozitīvā ietekme uz mācību procesu (Leuders, 2003). Balstoties uz kognitīvajām mācību teorijām, sekmīgs mācību process iespējams tikai veidojot savstarpēji saistītas zināšanas.

Tas, ka faktu vai algoritmu zināšanas nav atsevišķi glīti sapakotas un noliktas kādā faktu glabātavā, no kuras tās cilvēks nepieciešamības gadījumā viegli paņem, bet gan veido tīklveida struktūru, nav nekas jauns. Herbšes likums apgalvo, ka tīkla dažādu apgabalu, kuri reprezentē kādu noteiktu situāciju, jēdzienu, īpašības utt., vienlaicīga aktivitāte nodrošina konkrēto neironu grupu ciešāku saistību. Saistītajām neironu grupām nav smadzenēs fiziski jāatrodas blakus, tās var būt novietotas dažādos smadzeņu apgabalos (atbildīgos par redzi, dzirdi, ožu, atmiņu …). Jo spēcīgāka saistība ir izveidojusies starp dažādām iedomātā zināšanu tīkla daļām, jo vieglāk ir aktivizēt sakarību, ja kāda no tās daļām tiek aktivizēta. Šis likums formulēts jau pagājušā gadsimta vidū, šobrīd to apstiprina arī pētījumi neiroloģijā. Izmantojot neironu tīklu simulācijas, ir pierādīts, ka šādi semantiskie tīkli veidojas paši, pie tam tie realitāti atspoguļo subjektīvi. Jēgpilna mācīšanās notiek, ja katrs jaunais jēdziens tiek sasaistīts ar jau esošo tīklu. Nepieciešamā jēdziena atrodamība un lietojamība tiek uzlabota, piedāvājot skolēniem dažādas iespējas piesaistīt jauno jēdzienu savai kognitīvajai struktūrai (Leuders, 2003; Edelmann 2000[6]). Šī atziņa saistās ar vairākiem jau no senatnes zināmiem mācību principiem:

- skolotājam jāpiedāvā informācija tā, lai tiktu iesaistīti pēc iespējas vairāki uztveres kanāli (redze, dzirde, tauste). Nozīmīgs ir arī mācību emocionālais fons;
- jo daudzveidīgākas ir saites, kurās matemātiskais jēdziens vai likumsakarība ir iesaistīta, jo vieglāk ir to nepieciešamības gadījumā aktivizēt. Tāpēc ir ļoti svarīgi, lai

trenējot kādas konkrētas prasmes, piemēram, daļu rēķinus vai vienādojumu risināšanas algoritmus, tas tiktu darīts, izmantojot dažādus kontekstus.

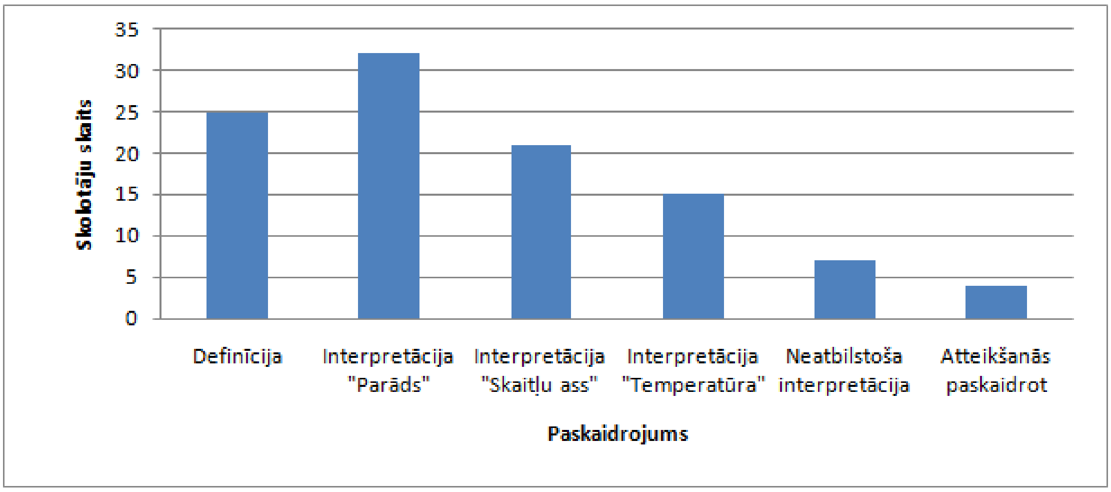
Vēl svarīgāka par kvalitatīvu mācīšanu ir skolēnu jau esošā kognitīvā struktūra jeb priekšzināšanas. Tāpēc, ja klases lielā skolēnu skaita dēļ nav iespējams ievērot katra atsevišķā skolēna priekšzināšanas, vismaz jāpiedāvā daudzveidīgas mācīšanās iespējas, lai skolēni individuāli un aktīvi varētu tās izvēlēties atkarībā no savām izziņas vajadzībām.

Kaut arī jaunākie pētījumi par to, kā cilvēks mācās, uzsver, ka svarīgākais mācību procesā ir tas, kurš mācās, jo viņš pats veido savas zināšanas, nenoliedzami svarīgi ir arī tas, kādā veidā un kādu informāciju viņam piedāvā skolotājs.

75 pētījumā iesaistītie skolotāji tika lūgti pēc iespējas vairākos veidos izskaidrot skolēniem šādas matemātiskas sakarības:

1) $(-6) + (-5) = -11$
2) $(-6) \cdot (-5) = 30$
3) $5^0 = 1$

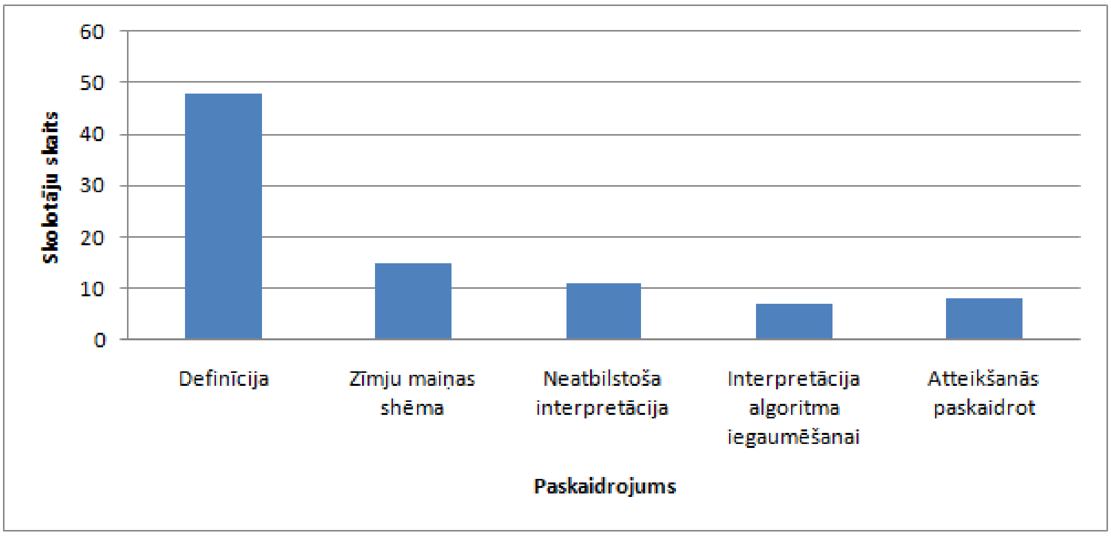
Analizēsim, kādus skaidrojumus viņi piedāvā.



3. attēls. Skolotāju paskaidrojumi par vienādības $(-6) + (-5) = -11$ patiesumu.

Skaidrojot negatīvu skaitļu saskaitīšanu, vairums skolotāju izmanto dažādas interpretācijas, piemēram, interpretē negatīvus skaitļus kā parādus vai negatīvu temperatūru. 21 skolotājs skaidro, izmantojot skaitļu asi. 25 skolotāji atsaucas uz definīciju, tomēr lielākā daļa no viņiem piedāvā arī kādu no minētajām interpretācijām. 7 no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem piedāvā interpretācijas, kuras, iespējams, labi izraisa skolēnu asociācijas, tomēr nav uzskatāmas par matemātiski korektām, piemēram, *„Paskaidroju ar piemēriem no dzīves, piemēram, ar beigtām mušām (varbūt tas nav īsti labi), bet bērni spēj iedomāties - uz galda ir gan 6, gan 5 beigtas mušas un kopā ir 11 beigtas mušas”* vai *„Ja pie 6 zēniem pieiet 5* *zēni ir 11 zēni. Meiteņu neiznāk nu nekādi."* Četri skolotāji raksta, ka viņi neko neskaidrotu, bet liktu skolēnam izlasīt atbilstošo paskaidrojumu mācību grāmatā.

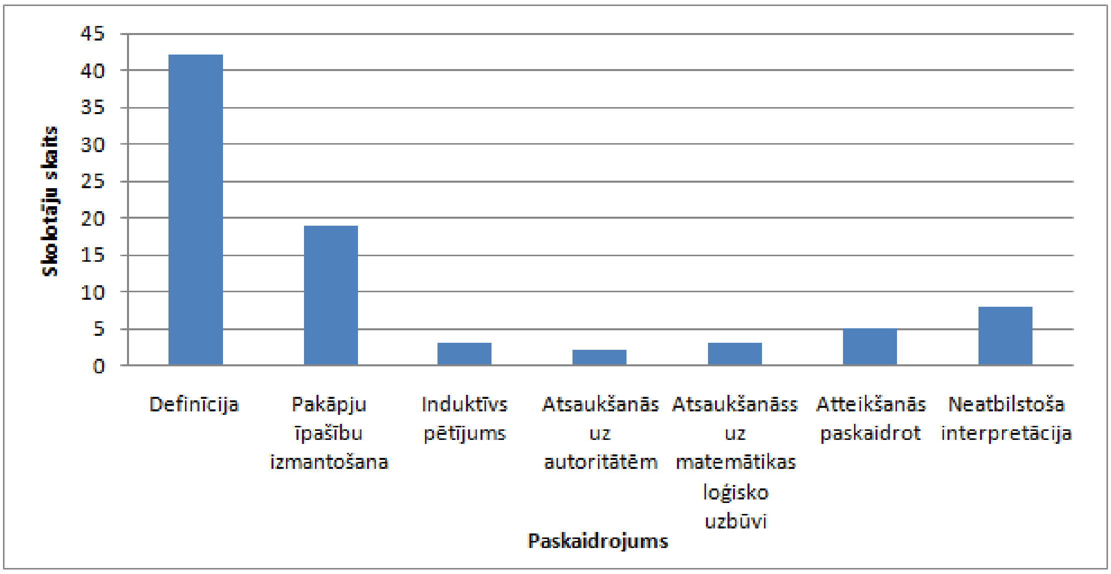
Ievērojami atšķiras skolotāju piedāvātie paskaidrojumi otrajam piemēram, kurā sareizināti divi negatīvi skaitļi.



4. attēls. Skolotāju paskaidrojumi par vienādības $(-6) \cdot (-5) = 30$ patiesumu.

Šajā piemērā neviens no skolotājiem nepiedāvā interpretāciju, kura pēc būtības atbilstu aplūkotajai vienādībai. Septiņi skolotāji piedāvā interpretācijas, kuras ir asociācijas raisošas un varētu palīdzēt atcerēties zīmju maiņas algoritmu, bet pēc būtības aplūkojamajai situācijai neatbilst, piemēram, *„mana ienaidnieka ienaidnieks ir mans draugs"* vai *„nedarīt nedarbus ir labi"*. 15 skolotāji atsaucas uz uzskatāmi noformētu shēmu, kurā ilustrēts, kādas ir sakarības starp reizinātāju un reizinājuma zīmēm. Astoņi skolotāji paskaidrojuma vietā liek skolēniem meklēt informāciju mācību grāmatā. Pats par sevi šis paņēmiens ir pieņemams, jo māca skolēnu meklēt atbildes pašam, autorei nepieņemams šķiet nelaipnais izteiksmes veids, kādā tiek izteikts ieteikums meklēt grāmatā, piemēram, *„Nāc šurp, skaties: mācību grāmatā autori ir parādījuši, kāpēc reizinot dažādzīmju skaitļus rezultātā ir mīnus zīme. Izlasi!".*

Arī skaidrojot vienādību $5^0 = 1$, skolotāji lielākoties vienkārši atsaucas uz definīciju. Tikai septiņi skolotāji šajā piemērā piedāvāja vairāk nekā vienu paskaidrojumu. Divi skolotāji skaidrojuma vietā atsaucas uz autoritātēm: *„Gudrie matemātiķi tā ir apgalvojuši un citiem šis fakts ir jāpieņem neapstrīdot."* Līdzīgi izteikumi bija bieži sastopami arī novērotajās stundās un ir uzskatāmi par nepieņemamiem, jo mazina skolēnu vēlmi uzdot jautājumus un pēc būtības izprast matemātiskās sakarības.



5. attēls. Skolotāju paskaidrojumi par vienādības $5^0 = 1$ patiesumu.

Gan šis pētījums, gan autores veiktie stundu vērojumi liecina par to, ka skolotāji cenšas skaidrot matemātikas saturu, izmantojot interpretācijas no reālās dzīves. Tas uzskatāms par labu paņēmienu, ja skolotājs ir pārliecināts, ka skolēni ir sapratuši, kāds ir sakars starp aplūkoto interpretāciju un matemātisko saturu, kurai šī interpretācija atbilst. Stundu vērojumi liecina, ka skolotāji šīs izpratnes veidošanai nevelta pietiekamu vērību. Viņi savā skaidrojumā „ lēkā" no matemātiskā satura uz interpretāciju un otrādi, nepārliecinoties vai skolēni vispār saprot, kāds ir sakars starp dzīves situāciju, par kuru runā skolotājs un aplūkojamo matemātisko sakarību. Kā liecina pētījumi, īpaši lielas problēmas šāds skaidrošanas stils var sagādāt matemātikā vājākajiem skolēniem (Bromme, 1995).

Stundu vērojumi liecina par to, ka skolotāji nepilnīgi izmanto skolā esošo uzskates līdzekļu un tehnoloģiju piedāvātās iespējas padarīt skaidrojumu uzskatāmu. Tāpat nepietiekami tiek izmantotas arī iespējas ieviest jaunos jēdzienus un sakarības, skolēniem praktiski darbojoties. Līdz ar to netiek izmantotas iespējas iesaistīt mācību procesā pēc iespējas daudzus uztveres kanālus.

Autore piedāvā divus ceļus skolotāju kompetences uzlabošanai šajā jautājumā. Pirmkārt, ir nepieciešams mācību līdzeklis didaktikā, kurā būtu aplūkotas gan teorētiskās nostādnes, kuras pamato to, kā skolotājiem vajadzētu skaidrot dažādus matemātikas satura jautājumus, gan konkrēti piemēri. Šāds mācību līdzeklis palīdzētu atrisināt problēmu, ka skolotāji nezina, kā varētu paskaidrot dažādus jautājumus. Prasmi skaidrot iespējams uzlabot tikai praktiski strādājot un kopā ar kolēģiem vai konsultantu kritiski analizējot savu darbu. Šāda analīze būtu īpaši efektīva, ja analizēts tiktu nofilmēts stundas fragments, jo tas ļautu skolotājam paskatīties uz sevi no malas.

3.3. Darbs ar uzdevumiem

Lai varētu attīstīt skolotāju kompetenci strādāt ar matemātikas uzdevumiem, tiek uzskatīts, ka skolotāji uzdevumus izvēlas apzināti, pie tam tā, lai uzdevumu izvēle būtu jēgpilna un sekmētu viņu mācību mērķu sasniegšanu. Darbs ar uzdevumiem ir skolotāja centrālā darbība, plānojot un vadot uz uzdevumiem bāzētu mācību procesu (Bruder 2008)

Darbs ar uzdevumiem nozīmē mērķtiecīgu uzdevumu izvēli, to attīstīšanu un variēšanu, uzdevuma saturam atbilstoša pasniegšanas veida un mācību metodes izvēli, lai skolēni sasniegtu standartā paredzētos rezultātus. Skolotājs izvēlas ne tikai, kurus uzdevumus iekļaut stundās, bet arī, kā to darīt. Pētījumā tika analizēta Latvijas pamatskolas skolotāju kompetence izvēlēties uzdevumus, kurus iekļaut matemātikas mācību procesā.

3.3.1. Mērķtiecīga uzdevumu izvēle izmantošanai mācību procesā

Dati par to, kādus uzdevumus skolotāji iekļauj mācību procesā, tika iegūti, analizējot skolēnu pierakstu burtnīcas. Pētījumā piedalījās 32 skolotāji no dažādām Latvijas vietām. Viņi tika lūgti iesniegt analizēšanai divu čaklāko, kārtīgāko un matemātikā iespējami spējīgāko skolēnu burtnīcas katrā viņu mācītajā klasē. Ja skolotājs mācību procesā izmanto arī kādus papildus materiālus, piemēram, darba burtnīcas, arī tās tika pievienotas pierakstu burtnīcām. Katrā klasē tika analizēti vienai tēmai atbilstošie uzdevumi. Piemēram, 6. klasē tēma „ Darbības ar pozitīviem un negatīviem skaitļiem” , 7. klasē tēma – „Nevienādības” u.c. Iegūtie rezultāti dažādās tēmās bija ļoti līdzīgi, kas ļauj secināt, ka tie raksturo vispārējās tendences.

Uzdevumus ir iespējams klasificēt dažādi. Autore izmantoja klasifikāciju, uz kuru bieži atsaucas vācu matemātikas didaktiķi (Bruder/ Büchter / Leuders, 2008). Šī klasifikācija piedāvā katru uzdevumu sadalīt trīs komponentēs:

- sākuma situācija, t.i., sākuma nosacījumi, dotie lielumi;
- transformācijas, kuras pārveido sākotnējo situāciju par beigu situāciju, vai kuru rezultātā no dotajiem lielumiem var iegūt prasītos lielumus, t.i., risināšanas algoritmi, spriedumu ķēde pierādījumā..
- beigu situācija, t.i., meklētie lielumi, secinājumi, rezultāti.

Uzdevumus iedala pēc tā, kuras no šīm komponentēm katrā konkrētā uzdevumā ir zināmas (x) vai nezināmas (-) (Bruder, 2008:28):

Uzdevuma tipa apraksts	Sākuma situācija	Transformācijas	Beigu situācija	Piemēri
1) Atrisināti uzdevumi, risinājumu paraugi, uzdevumi, kuros jāmeklē kļūda risinājumā.	x	x	x	*Vai uzdevums atrisināts pareizi?....* *Atrodi kļūdu!*
2) Vienkārši aprēķinu uzdevumi jeb pamatuzdevumi	x	x	-	*Atrisini kvadrātvienādojumu:* $3x^2 - 7x = 8$. *Atrodi tilpumu puslodei, kuras rādiuss ir 5 cm.*
3) Vienkārši apvērsti uzdevumi	-	x	x	*Sastādi kvadrātvienādojumu, kura saknes ir skaitļi 2 un -3.* *Nosaki rādiusu lodei, kuras tilpums ir 30 cm^2.* *Skaitļu mīkla: Ar iedomātu skaitli tika veiktas dotas darbības un iegūts zināms rezultāts. Atrodi iedomāto skaitli!*
4) Pierādījuma uzdevumi, spēļu stratēģijas meklēšanas uzdevumi.	x	-	x	*Uz galda atrodas 20 sērkociņi. Divi spēlētāji pēc kārtas izdara gājienus. Vienā gājienā var paņemt no galda vienu, divus vai trīs sērkociņus. Uzvar tas spēlētājs, kurš paņem pēdējo sērkociņu. Franks šajā spēlē vienmēr uzvar. Kā viņš to dara?*
5) Sarežģīti aprēķinu uzdevumi	x	-	-	*Vai piena tetrapaka ir optimāls iepakojums?*
6) Sarežģīti apvērsti uzdevumi, modelēšanas problēmas, kurās dots iegūstamais rezultāts	-	-	x	*Uzzīmē dotās formas dīķa plānu, ja zināms, ka dīķa virsmas laukums ir 10 m^2.*
7) Uzdevums, kurā jāsastāda uzdevums, kuru var atrisināt ar doto paņēmienu.	-	x	-	*Sastādi uzdevumu piemērus, kas atbilst trīs tipisko procentu uzdevumu veidiem.*
8) Pilnībā atvērta situācija	-	-	-	*Izveido aptauju saviem klasesbiedriem par doto tēmu, aptaujā viņus un prezentē aptaujas rezultātus.*

Šī uzdevumu tipoloģija ir izmantojama, lai konstatētu, cik daudzpusīgi tiek strādāts ar uzdevumiem. Visu astoņu uzdevumu tipu iekļaušana mācību procesā padara iespējamu palūkošanos uz vienu un to pašu matemātikas saturu no dažādiem skatu punktiem, kas sekmē plašāka un noturīgāka zināšanu tīkla veidošanos par konkrēto tēmu. 2. tipa uzdevumi (sk. tabulu) tiek uzskatīti par pamatuzdevumiem jeb uzdevumiem konkrēta risināšanas algoritma trenēšanai. Tiek uzskatīts, ka kvalitatīvā mācību procesā to attiecībai pret citu tipu uzdevumiem, kurus autore turpmāk sauks par izpratnes veidošanas uzdevumiem, būtu jābūt 1:2 (Bruder/ Büchter / Leuders, 2008).

Pētot skolēnu pierakstus, tika secināts, ka pētījumā iesaistīto Latvijas pamatskolas skolotāju stundās tikai 34% no visiem uzdevumiem varētu tikt klasificēti kā izpratnes veidošanas uzdevumi, bet 66% no visiem ir uzdevumi algoritma trenēšanai.

Pētījuma dalībnieku izvēle būtiski atšķiras - izpratnes uzdevumu procentuālais īpatsvars dažādu skolotāju vadītā mācību procesā svārstās no 9% - 56%. Intervijās skolotāji atzīst, ka mācību grāmatās, izņemot [AM1], [AM3] un [AM5], ir maz interesantu, ar praktisko dzīvi un skolēnu interesēm saistītu problēmuzdevumu, bet izmantot internetā un ārzemju mācību literatūrā publicētos uzdevumus traucē nepietiekamas svešvalodu zināšanas.

Vērojams, ka uzdevumu izvēli ļoti stipri ietekmē mācību grāmatas izvēle. Vairums skolotāju izmanto stundās uzdevumus tikai no vienas konkrētas mācību grāmatas. Tādēļ paralēli tam, kurus uzdevumus skolotājs izmanto stundās, tika pētīts arī tas, kuri uzdevumi „ tiek izbrāķēti" . Interesanti, ka tiek izrēķināti gandrīz pilnīgi visi grāmatās iekļautie algoritmu trenēšanas uzdevumi, bet izlaisti uzdevumi, kuru mērķis ir dziļākas izpratnes veidošana. Tas liecina par skolotāju zemu kompetenci izvēlēties uzdevumus, jo viņi neapzinās izpratnes veidošanas nozīmīgumu, bet piedāvā risināšanai ļoti vienveidīgus uzdevumus. Arī stundu vērojumos šī tendence apstiprinās. Šāda rīcība sākotnēji var dot maldīgu priekšstatu, ka skolēni ir konkrēto jēdzienu vai algoritmu ļoti labi apguvuši, bet tā kā šīs zināšanas nav sasaistītas (vai ir ļoti vienveidīgi sasaistītas) ar pārējām skolēna zināšanām, tās vēlāk ir grūti atcerēties un lietot.

Tika analizēta arī izvēlēto uzdevumu potenciālā grūtības pakāpe, kas, protams, ir ļoti subjektīvs lielums, jo atkarīga no konkrētajiem skolēniem, kuri uzdevumu risina. Uzdevumu grūtības pakāpe tika vērtēta pēc sešiem kritērijiem – uzdevumu konteksta, atvērtības, pamatojuma nepieciešamības, skaitlisko aprēķinu un algebrisko pārveidojumu sarežģītības, uzdevuma veikšanai nepieciešamās izziņas darbības un tā, cik daudz citu matemātikas standarta zināšanu nepieciešams uzdevuma sekmīgai izpildei. Šie kritēriji izvēlēti saskaņā ar didaktiskajām teorijām par uzdevumu grūtības pakāpes prognozēšanas iespējām (Bruder/ Büchter / Leuders, 2008). Vērtējot katra konkrētā uzdevuma prognozējamo grūtības pakāpi katrā no minētajiem kritērijiem, autore to saskaņā ar savu pieredzi novērtēja kā zemu, vidēju vai augstu.

Tikai 20% pētījuma dalībnieku izvēlēto uzdevumu bija ar realitāti, ārpus matemātikas dzīvi saistīts konteksts. 33% izvēlēto uzdevumu bija ar triviālām norādēm - *Aprēķini!, Vienkāršo!* utml.

Saskaņā ar TIMSS un PISA pētījumiem pēdējos gados visā pasaulē tiek akcentēta nepieciešamība mācību procesā pēc iespējas vairāk izmantot atvērtus uzdevumus. Uzdevuma atvērtība tiek vērtēta pēc tā, cik no iepriekš aplūkotajām uzdevuma komponentēm ir dotas (x) vai nezināmas jeb atvērtas (-). Par īpaši vērtīgiem matemātikas zināšanu un izpratnes konstruēšanai tiek uzskatīti uzdevumi, kuros ir nepieciešams pamatot savu viedokli, kā arī uzdevumi, kuros iespējami dažādi risinājumi.(Leuders, 2003; Van de Walle 2010[7]).

Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāji izvēlas uzdevumus ar zemu atvērtības pakāpi. 85% uzdevumu bija tikai viena „atvērtā" pozīcija, parasti – rezultāts. Uzdevumos reti redzami rakstiski pamatojumi. Tā kā pētījumā tika izmantotas čaklāko skolēnu pierakstu burtnīcas, var spriest, ka tādi vienkārši netiek pieprasīti. Satraucoši šķiet tas, ka rakstiski pamatojumi tiek veikti tikai ģeometrijas uzdevumos. Tomēr vairākas pierakstu burtnīcas liecina par to, ka mutiski pamatojumi tiek veikti arī risinot aritmētikas un algebras uzdevumus, jo daži no pētījumā iesaistītajiem skolēniem tos ar zīmuli vai kā citādi konspektējuši „savai zināšanai".

Visaugstākā grūtības pakāpe tradicionāli ir kritērijā „aprēķinu sarežģītība". Par nepietiekamu kompetenci uzdevumu izvēlē liecina tas, ka vairāki skolotāji jau tēmas apguves sākumposmā, pirms izveidojusies skolēnu izpratne par jauno jēdzienu jēgu, izvēlas uzdevumus ar augstu aprēķinu sarežģītības pakāpi. Piemēram, 6. klasē, apgūstot darbības ar pozitīviem un negatīviem skaitļiem, izpratnes veidošanai tiek atrisināts tikai viens uzdevums par temperatūru un tās izmaiņām. Tūlīt pēc tam tiek risināti uzdevumi, kuros jāsaskaita un jāatņem pozitīvi un negatīvi daļskaitļi. Šāda situācija uzskatāma par nepieļaujamu, jo gadījumā, ja kādam skolēnam ir nepilnīgas priekšzināšanas vai prasmes darbībām ar daļām, viņš nevar apgūt arī jauno mācību saturu – darbības ar pozitīviem un negatīviem skaitļiem.

Analizējot uzdevumu izpildei nepieciešamo izziņas darbību, redzams, ka 23% no visiem uzdevumiem notiek reproducēšana, 61% - lietošana vienkāršās situācijās, 12% - lietošana jaunās, nepazīstamās, ar reālo dzīvi saistītās situācijās. Tikai 4% no uzdevumiem skolēni vispārina. Ļoti reti skolotāji izvēlējušies uzdevumus, kuru izpildei nepieciešamas arī standarta zināšanas, kuras ir ārpus apgūstamās tēmas (izņēmums, protams, ir skaitļošana un vienkārši algebriski pārveidojumi, kurus izmanto gandrīz visās tēmās pēc tam, kad tie apgūti). Ar labiem nodomiem, lai skolēnam nebūtu par grūtu, mācību viela tiek sadalīta nelielās porcijās, bet lai izveidotu saites starp šīm „ porcijām", skolotājiem nepietiek laika.

Tā veidojas atsevišķas „zināšanu salas”, kuras savā starpā ir nepietiekami saistītas, tāpēc nevar tikt efektīvi izmantotas, risinot problēmas.

Par skolotāju nepietiekamu kompetenci liecina arī tas, ka tikai 12% izvēlēto uzdevumu kādā no kritērijiem bija augstā grūtības pakāpē. Īpaši zems šis rādītājs šķiet tāpēc, ka pētījumā tika izmantotas matemātikā pēc skolotāju domām spēcīgu skolēnu pierakstu burtnīcas.

Kā var uzlabot skolotāju kompetenci darbā ar uzdevumiem? Pētījuma rezultāti liecina par to, ka skolotājiem vajadzīgas gan didaktikas teorijas zināšanas, gan praktisks treniņš uzdevumu izvēlē. Nepietiekamo zināšanu līmeni iespējams uzlabot tālākizglītības kursos, kuros skolotāji apgūtu, kā

- sagatavot un sistemātiski iekļaut mācībās tādus uzdevumu tipus un kontekstus, kuri attīsta ilgstošu, iedarbīgu mācīšanos;
- formulēt uzdevumus ar augstu izziņas darbības aktivizēšanas potenciālu, pievēršot uzmanību tam, lai tie būtu „uzveicami” .
- izmantot tādus uzdevumu formātus, piemēram, pa soļiem strukturētus uzdevumus, lai visiem skolēniem būtu iespēja darboties savu spēju un panākumu līmenī;
- ne tikai pieļaut, bet arī stimulēt dažādu risināšanas ceļu izvēli.

Tomēr ikdienas darbam noderīgāks būtu metodisks matemātikas didaktikā, kuru varētu izmantot, izvēloties un veidojot uzdevumus. Vēlmi pēc šādas grāmatas vai elektroniska materiāla intervijās izsaka arī paši skolotāji.

Par skolēnu izpratni un saistīta zināšanu tīkla veidošanos veicinošiem uzdevumiem un to izmantošanas iespējām vairāk var lasīt autores darbos [A3], [A5], [A7], [A9], [A14], [A15], [A17].

3.3.2. Skolēnu problēmrisināšanas prasmju attīstīšana

Rīgā 2006. gada 19. decembrī izdotie Ministru Kabineta noteikumi Nr. 1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem paredz, ka mācību priekšmeta „matemātika” viens no uzdevumiem ir veicināt domāšanas attīstību, veidojot prasmi izteikt matemātiski pamatotus spriedumus un apgūstot problēmrisināšanas pieredzi. Standarts neapraksta sīkāk, kas tiek saprasts ar problēmrisināšanu. Autores veiktās intervijas liecina, ka skolotāji problēmrisināšanu saprot dažādi. Trīs biežāk minētie skolotāju viedokļi bija šādi:

- jebkurš matemātikas uzdevums ir problēma;

- problēmrisināšana notiek, ja tiek risināti ar praktisko dzīvi saistīti uzdevumi;
- problēmrisināšana ir pētniecisku uzdevumu risināšana, kuros jāizvirza hipotēze un tā jāpamato.

Didaktiskajā literatūrā ar problēmrisināšanu matemātikā saprot situācijas, kurās uzdevuma risināšanas stratēģija skolēnam nav acīmredzama un ir nepieciešama risinājuma stratēģijas plānošana, lai atrastu atrisinājumu. Skolēnu problēmrisināšanas prasmes galvenais aspekts ir prasme atrast, iedomāties risinājuma ideju, risināšanas gaitā pārbaudīt tās piemērotību konkrētajam uzdevumam. Lai šo ideju atrastu, skolēnam jāpārvalda dažādas heiristiskās stratēģijas (Bruder u.c., 2008; Blum u.c., 2006; Van de Walle u.c., 2010[7]), piemēram, problēmas sasmalcināšana *(Kādās mazākās problēmās es varu sadalīt doto problēmu?),* analoģiju meklēšana *(Vai esmu kādreiz risinājis līdzīgu problēmu?),* virzība no dotajiem datiem uz *rezultātu (Ko varu secināt, aprēķināt, izmantojot dotos lielumus?),* virzība no iegūstamā rezultāta uz dotajiem lielumiem *(Kādi dati, lielumi man ir nepieciešami, lai noskaidrotu prasīto?)*, sistemātisku mēģinājumu metode jeb gadījumu pilnā pārlase, dotās situācijas uzskatāma attēlošana, izmantojot zīmējumus, tabulas, skices u.c..

Tātad iepriekš minētie skolotāju viedokļi par to, kas ir problēmrisināšana ir tikai daļēji pareizi. Katrs uzdevums var būt problēmsituācija kādam konkrētam skolēnam, kurš nezina, kā šo uzdevumu atrisināt, tomēr mācību procesā iekļaujami arī uzdevumi, kuri mērķtiecīgi plānoti kā problēmuzdevumi visai klasei. Problēmuzdevumi var būt saistīti ar reālo dzīvi, bet tie var būt arī ar klasisku matemātisku kontekstu. Pētnieciskos uzdevumus, kuru mērķis ir likumsakarību saskatīšana un pamatošana, var uzskatīt par vienu no problēmuzdevumu veidiem.

Būtiskākā pazīme, kura problēmuzdevumus atšķir no uzdevumiem ar tipveida risināšanas algoritmu, ir nepieciešamība meklēt risināšanas stratēģiju. Tāpēc, mācot problēmrisināšanu, skolotāja galvenais uzdevums ir nevis iemācīt atrisināt katru konkrēto uzdevumu, bet gan iemācīt, kā atrast risināšanas ceļu. Lielākā autoritāte problēmrisināšanas jautājumos joprojām ir Džordžs Polja. Uz viņa darbiem, kuri sarakstīti pagājušā gadsimta vidū, joprojām atsaucas gan matemātikas didaktikas mācību līdzekļi [I4], gan zinātnieki savos rakstos. Atsaucoties uz Polju, Fridrihs Cehs norāda (Zech, 2002), ka problēmrisināšanu skolēns var apgūt tikai patstāvīgi risinot problēmas. Skolotājam jāpalīdz tikai gadījumos, ja skolēns nezina, ko tālāk darīt. Lai pēc iespējas stimulētu skolēna patstāvību, šādās situācijās skolotājam jārīkojas pēc „mazākās palīdzības principa”, t.i., vispirms jāsniedz tikai motivējoša palīdzība *(Uzdevums nav grūts, Tu to vari atrisināt!)*. Ja ar šādu palīdzību skolēnam nepietiek, tikai pēc tam sniedzama palīdzība atgriezeniskās saites *veidā (Tu esi uz pareizā ceļa! Pagaidām Tavs risinājums nav precīzs!)*. Tikai pēc tam sniedzama vispārēja stratēģiska palīdzība *(Mēģini savu ideju pamatot! Pārdomā, kas uzdevumā ir dots! Mēģini atcerēties kādu teorēmu, kurā minēti šajā uzdevumā dotie lielumi!)*. Pēc tam sniedzama ar dotās problēmas saturu saistīta stratēģiska palīdzība *(Mēģini uzdevumu atrisināt, zīmējot grafiku! Sastādi vienādojumu!)*. Par spēcīgāko palīdzību, kura sniedzama tikai galējas nepieciešamības gadījumā, tiek uzskatīta tiešu saturisku norāžu sniegšana *(Izmantojot kustības ātrumu un laiku, vari aprēķināt noieto attālumu! utml.)*.

Pētījumā iesaistītie skolotāji rakstiski plānoja, kā viņi mācītu skolēnus risināt trīs dažādus problēmuzdevumus – klasisku ģeometrijas uzdevumu, ar reālo dzīvi saistītu uzdevumu, kurš reducējams par klasisku ģeometrijas uzdevumu un pilnībā atvērtu reālās dzīves problēmu jeb tā saucamo Fermā tipa uzdevumu (Blum u.c., 2006).

1. uzdevums.

Taisnleņķa trijstūra viena katete ir par 3 cm garāka nekā otra. Trijstūra laukums ir 14 cm^2*. Nosaki, starp kuriem pēc kārtas ņemtiem veseliem skaitļiem atrodas hipotenūzas garums.*

2. uzdevums.

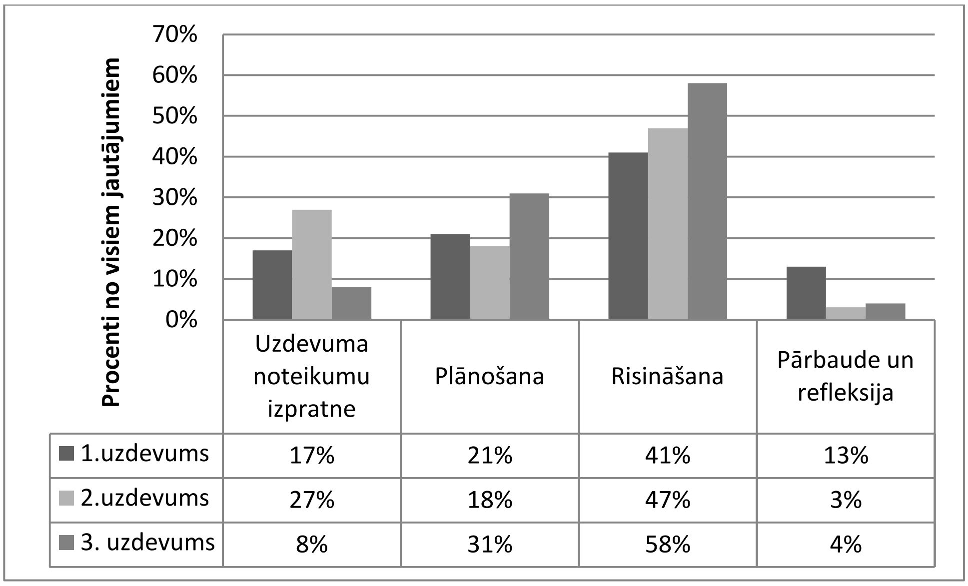
Kastē liek cilindrveida kārbas, kuru augstums ir 7 cm un diametrs ir 8 cm. Kastes augstums ir vienāds ar kārbas augstumu. Kastei ir taisnstūra paralēlskaldņa forma. Kastes platums ir 0,4 m, bet garums ir divas reizes lielāks par platumu.

- *Cik kārbas var ielikt kastē, ja tās liek rindās citu pie citas?*
- *Kāds ir kastē ievietoto kārbu kopējais tilpums?*

3. uzdevums.

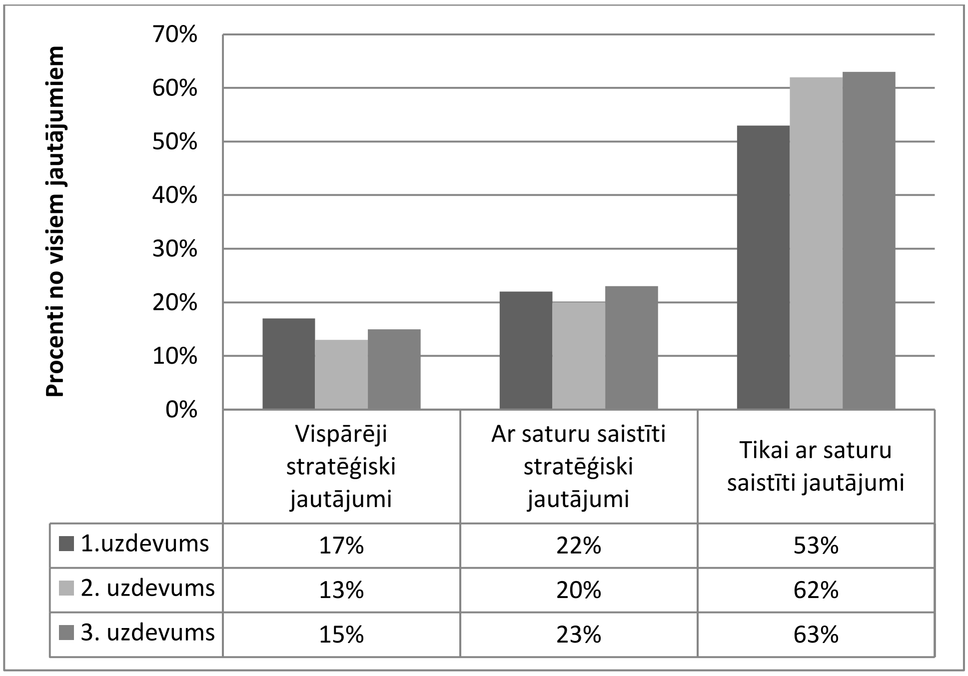
Vasarā Rīgā notiks Skolēnu dziesmu un deju svētki, kuros piedalīsies vairāk nekā 30 tūkstoši dalībnieku. Aprēķini, aptuveni cik cilvēku varēs klātienē noskatīties svētku gājienu, ja tas sāksies pie Brīvības pieminekļa, virzīsies pa Brīvības ielu un beigsies pie Dailes teātra?

Skolotājiem tika īpaši norādīts, ka šie trīs uzdevumi tiek iekļauti mācību procesā, lai uz to bāzes skolēni apgūtu **problēmrisināšanas paņēmienus jeb stratēģijas**. Skolotāji plānoja, kādi ir svarīgākie jautājumi, uz kuriem kopā ar skolēniem jāmeklē atbildes, lai skolēni sasniegtu iepriekšminēto rezultātu. Parasti didaktiskajā literatūrā problēmrisināšanas procesu iedala četros posmos – uzdevuma noteikumu izpratne, risinājuma plānošana, risināšana un atrisinājuma pārbaude jeb refleksija (Zech, 2002[10]). Lai skolēns katram konkrētam uzdevumam atbilstošo stratēģiju spētu sasaistīt ar citām savām zināšanām, par īpaši svarīgu tiek uzskatīts pārbaudes un refleksijas solis, kurā tiek pārbaudīts rezultāts un pārdomāts, vai izvēlētā stratēģija bija efektīva, vai būtu iespējams šo uzdevumu atrisināt arī citādi, kā arī pārdomāts, kur vēl varētu izmantot līdzīgu stratēģiju.



6. attēls. Skolotāju plānoto jautājumu sadalījums pēc atbilstības dažādiem problēmrisināšanas posmiem.

Redzams, ka skolotāji vislielāko vērību pievērš uzdevuma risināšanas daļai (sk. 6. attēlu), bet pārbaude un refleksija gandrīz netiek paredzēta. Izņēmums ir 1. uzdevums, kurā viena no iegūtā kvadrātvienādojuma saknēm nevar būt trijstūra katetes garums, jo ir negatīva, tāpēc skolotāji tai pievērš īpašu uzmanību.



7. attēls. Skolotāju plānoto jautājumu sadalījums pēc to satura.

Kaut arī īpaši tika norādīts, ka šie uzdevumi tiek apskatīti, lai skolēni apgūtu problēmrisināšanas stratēģijas, skolotāji tām pievērš salīdzinoši mazu uzmanību. Arī stundu vērojumi liecina, ka skolotāji ļoti mazu vērību velta tam, lai skolēni apgūtu pētīšanas un problēmrisināšanas stratēģijas. Iespējams tāpēc, ka viņiem pašiem trūkst zināšanu šajā jomā. Skolotāji paši kritērijā *„ Es pārzinu dažādas stratēģijas matemātiskai pētīšanai, šo stratēģiju lietošanas priekšrocības un ierobežojumus”* vidēji vērtē sevi ar 5, bet 25% vērtējumu nepārsniedz 4. Šis ir vienīgais kritērijs, kurā kāds no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem ir novērtējis sevi ar nulli, t.i., atzinis, ka viņam šādu zināšanu vispār nav.

Kritērijā *„ Padaru pieejamus dažādus paņēmienus pētīšanai un analizēšanai”* skolotāji vidēji sevi vērtē ar 7, bet kritērijā *„ Man ir zināmi dažādi veidi, kā stimulēt skolēnu iesaistīšanos un vadīt matemātikas procesu izpēti, problēmrisināšanu, pētniecību, pamatošanu, pierādīšanu, komunikāciju, secināšanu, prezentēšanu”* ar 6.

Balstoties uz sava pētījuma rezultātiem, autore secina, ka skolotājiem nepieciešamas zināšanas par to

- kādi ir svarīgākie problēmrisināšanas soļi un kā tos īstenot mācību procesā;
- kā skolēni iegūst problēmrisināšanas pieredzi, to pārdomā un saista ar iepriekšējām zināšanām.

Tā kā šo zināšanu trūkums ir vispārēja, ne atsevišķu skolotāju problēma, to var risināt, organizējot skolotājiem tālākizglītības kursus, kuros viņi paši risinātu dažādus problēmuzdevumus un paralēli risināšanai apgūtu metodiku tam, kā šādu uzdevumu risināšanu mācīt skolēniem. Tomēr lai problēmrisināšana reāli ienāktu ikdienas matemātikas stundās, skolotājiem jākonsultējas metodiskajās apvienībās, jādalās pieredzē vienam ar otru un jāanalizē sava pieredze.

Par skolēnu problēmrisināšanas prasmju attīstīšanu rakstīts arī autores darbos [A3], [A5], [A10], [A22], [AM2], [AM4], [AM6].

3.3.3. Skolēnu kļūdu izmantošana mācību procesa uzlabošanai

Izpratne par neironu tīklu veidošanos ļauj mums saprast arī to, cik svarīga loma izpratnes un mācīšanās procesā ir kļūdām. Ja skolēns ir apguvis nepareizu stratēģiju, to nevar izmainīt pavirši norādot, ka tā ir nepareiza, vai vienkārši aizvietot ar pareizo, jo kaut kad skolēns to ir iemācījies kā derīgu. Tātad nepietiek tikai norādīt uz kļūdu un parādīt, kā būtu pareizi rīkoties. Šādi piedāvāta pareizā stratēģija tomēr tiks pieņemta kā sveša. Stratēģijas, kuras vairs nav lietojamas ir jārekonstruē ar aktīvu skolēna piedalīšanos. Bioloģisko struktūru nevar vienkārši nojaukt un kā klucīšus salikt no jauna, to var tikai lēni pārstrukturēt

(Leuders, 2003). Šis fakts ir pamatā labi domātu, bet neprasmīgi īstenotu papildstundu neveiksmēm. Viens no populārākajiem šī fenomena atspoguļojumiem matemātikā ir tā saucamā rēķināšana skaitot. Jaunākajās klasēs bērni ar rēķināšanas problēmām risina vieglākos saskaitīšanas un atņemšanas piemērus, vienkārš skaitot uz priekšu un atpakaļ. Rēķinot ar nelieliem skaitļiem šī stratēģija ir ļoti efektīva. Arī risinot ar lielākiem skaitļiem viņi nevis lieto skaitļu decimālo sadalījumu, bet mēģina skaitīt. Bieži vien šādi skolēni kļūdās, piemēram, veicot darbību $12-5$. Viņi skaita 12, 11, 10,9,8 un iegūst rezultātā 8. Svarīgs atklājums kļūdu pētniecībā ir tas, ka kļūdas nav skolēnu bezjēdzīgi mēģinājumi, bet bieži rodas no sistemātiskas stratēģijas, kurai piemīt nojaušama izcelsme. Saskaņā ar iepriekš minēto Herbšes likumu, ja vairākas reizes pēc kārtas tiek lietots kāds modelis, tad to ir ļoti viegli atjaunot pilnībā, uztverot tikai pavisam mazu daļiņu no tās. Tas izskaidro, piemēram, šāda tipiska kļūdaina priekšstata rašanos: *„Es zinu, ka* $(a+b)\cdot 2 = a\cdot 2 + b\cdot 2, tātad\ (a+b)^2 = a^2 + b^2$*".* Šajā piemērā skolēna kļūda rodas vispārināšanas rezultātā. Lai to novērstu, skolēnam skolotāja vadībā būtu jāanalizē, kā kļūda radusies.

Pētījumā iesaistītajiem skolotājiem tika jautāts, kā viņi ikdienā strādā ar skolēnu kļūdām. Vairums skolotāju atzīst, ka pārbaudes darbos kļūdas tikai atrod un pasvītro. Daži raksta klāt pareizo risinājumu. Daži skolotāji pieprasa skolēniem veikt kļūdu labojumu. Tā būtu uzskatāma par pozitīvu pieredzi, ja skolēni, labojot kļūdas, tās arī skaidrotu, vai aprakstītu, kāpēc viņu piedāvātais risinājums ir nepareizs. Lūk, ļoti tipisks citāts no intervijas, kurš labi raksturo gan skolotāja, gan skolēna attieksmi un izpratni par kļūdu izmantošanu mācību procesā:

„Kļūdas? Jā, protams, ka es laboju kļūdas. Pēc kontroldarba izrunājam, kur ir bijušas kļūdas, es visos darbos pasvītroju kļūdainās vietas. Agrāk es vairāk strādāju, pierakstīju klāt, kā ir pareizi. Bet tāpat jau nelasa. Sāpīgi skatīties, ka visu vakaru esi rakstījis, bet skolnieks tikai apskatās savu slikto atzīmi, saņurca to lapu un izmet miskastē. Tagad tikai pasvītroju ar sarkanu."

Ļoti reti, tomēr parādījās arī šādi un līdzīgi atzinumi:

„Reizēm ļoti grūti saprast, ko tieši skolēns dara nepareizi, kāpēc viņam tā kļūda. Tomēr cenšos viņam izskaidrot.", kas liecina, ka skolotāji pievērš uzmanību kļūdu cēloņiem.

Vērojot stundas, tika konstatēts, ka arī situācijās, kad skolēns stundas laikā kļūdās, skolotājs lielākoties neizmanto šo situāciju, lai skolēns no tās varētu mācīties. Piemēram, ja skolēns sniedz nepareizu atbildi uz skolotāja jautājumu, skolotājs neuzdod loģisku papildjautājumu –

Kāpēc Tu tā domā?, bet gan izsauc nākamo skolēnu. Tā netiek labota skolēna izveidotā nepareizā mentālā shēma.

Vēl viena plaši izplatīta tendence, kura parādījās gan vērotajās stundās, gan intervijās ar skolotājiem, ir nepārdomāta kļūdu nodēvēšana par neuzmanības kļūdām. Piemēram, labojot uz tāfeles šādu skolēna risinājumu: $x^2 < 25; x < \pm 5$, skolotāja vienkārši ierosināja būt uzmanīgākam, uz ko skolēns reaģēja ar pilnīgu neizpratni, nodzēsa visu uzrakstīto un turpināja vienkārši stāvēt pie tāfeles, kamēr tika nomainīts ar citu skolēnu. Šajā gadījumā kļūda tika iegūta tāpēc, ka skolēns vispārināja uz nevienādībām nepilnā kvadrātvienādojuma risināšanas algoritmu, un visticamāk, turpinās tā darīt arī turpmāk, jo savu kļūdu nesaprata.

Stundu vērojumi un intervijas ar skolotājiem liecina, ka viņiem trūkst zināšanu par to, kā skolēns mācās un kāda ir kļūdu nozīme viņa mācību procesā. Lai uzlabotu matemātikas skolotāju kompetenci izmantot skolēnu kļūdas viņu mācību procesam, šim jautājumam jāvelta uzmanība, organizējot skolotāju tālākizglītības kursus. Apgūt prasmi strādāt ar skolēnu kļūdām skolotāji var, sadarbojoties ar kolēģiem vai konsultantu, kurš viņiem palīdzētu saprast konkrētu skolēnu kļūdu rašanās cēloņus. Šim jautājumam būtu jāpievērš īpaša uzmanība arī augstskolās, sagatavojot topošos matemātikas skolotājus.

3.4. Pamatota mācību metožu un darba formu izvēle

Rīgā 2006. gada 19. decembrī izdotie Ministru kabineta noteikumi Nr. 1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem paredz, ka viens no pamatizglītības programmu uzdevumiem ir izkopt saskarsmes un sadarbības spējas. Standarts nosaka arī to, ka jomā „ Tehnoloģiju un zinātņu pamati", kurā ietilpst arī matemātika, tiks veicināta pētniecības darba pamatu apguve, vērojot parādības un procesus dabā, izmantojot matemātiskos modeļus un informācijas tehnoloģijas; tiks attīstīta daudzveidīga mācību pieredze. Tāpat standarts paredz, ka skolēniem jāapgūst prasme sadarboties, strādāt komandā, prasme patstāvīgi mācīties, arī plānot un organizēt mācīšanās procesu, dažādu zināšanu un prasmju apgūšana un lietošana praktiskā darbībā. Skolēniem jāapgūst arī prasme mācību procesā izmantot dažādu veidu informāciju, konsultēties, atrast palīdzību, prasme izmantot modernās tehnoloģijas. Lai īstenotu šīs prasības, skolotājiem būtu jāplāno mācības tā, lai tajās būtu iespējamas dažādas sociālās sadarbības formas, tomēr stundu novērojumi un arī intervijas ar skolotājiem liecina par to, ka matemātikas stundās dominē frontāls darbs. Lai skolēni apgūtu daudzveidīgu mācību pieredzi, arī apgūtu zināšanas un prasmes praktiskā darbībā, skolotājiem būtu jāizmanto stundās dažādas mācību metodes. Stundu novērojumi un intervijas ar skolotājiem liecina, ka stundās pārsvarā jaunā mācību satura apguvei tiek izmantots skolotāja stāstījums jeb lekcija, informāciju par to, kā skolēni sapratuši mācību saturu, skolotāji iegūst mācību dialogā, bet pārējā laikā notiek uzdevumu risināšana, kuru frontāli pārrauga skolotājs. Arī skolotāji paši to atzīst: ”*Nu, nezinu, kā lai raksturo stundas. Dažādas jau ir stundas. Citreiz skolēni uzmanīgāk klausās, citreiz viņiem grūti koncentrēties. Bet tā, nu, rēķinām.”*

Intervijās skolotāji atzīst, ka vajadzētu stundās izmantot arī grupu darbu, bet viņiem tas neizdodas. Nepietiek praktiskās pieredzes interaktīvu mācību metožu lietošanā. Ne tikai Latvijā, bet arī citās Eiropas valstīs (Schlöglmann, 2005) matemātikas stundās joprojām dominē jaunā mācību satura apgūšana, skolotājam frontāli strādājot ar klasi, un jautājumu – atbilžu metode pārējā stundas laikā. Tas ir izskaidrojams ar to, ka vairums šobrīd Latvijas skolās strādājošo matemātikas skolotāju ir ieguvuši savu izglītību, nepiedaloties grupu darbos, viņiem trūkst pozitīvas personiskās pieredzes šajā ziņā.

Skolotāju teorētiskās zināšanas par dažādām sociālās sadarbības formām ir fragmentāras, lielākoties, iegūtas dažādos kursos. Tomēr galveno problēmu rada nevis zināšanu trūkums, bet tas, ka zināšanas netransformējas par prasmēm, jo skolotāji nemaz nemēģina zināšanas par dažādām mācību metodēm pielietot praksē vai arī pamēģina vienu reizi un neveiksmes gadījumā nevis analizē cēloņus, kāpēc metodes lietojums konkrētajā situācijā nebija veiksmīgs, bet atzīst, ka metode vispār nav piemērota matemātikas apguvei: „*HM, nezinu. Nē, nu es jau zinu, ko jūs gribētu! Nu, nepatīk man grupu darbs un viss. Pašai man nepatīk grupā strādāt. Ja kursos grupā jāstrādā es vienkārši noslinkoju (smejas). Klasē vispār tas neder. Vienreiz mēģināju. Zemē nomests laiks.”*

Skolotāju kompetence dažādu metožu un darba formu lietošanā ir ļoti dažāda. Ir arī skolotāji, kuri strādā ļoti daudzveidīgi un ar labiem panākumiem. Intervijās viņi atzīst, ka *„vienkārši patīk strādāt radoši”* vai *„ja pamaina mācību metodes skolēni aktivizējas, sevišķi, ja stunda ir pēcpusdienā un viņiem grūti koncentrēties darbam”.*

Intervijās skolotāji ļoti uzskatāmi parāda savu izpratni par matemātikas mācību procesu kā tādu, kurā skolotājs sniedz informāciju, bet skolēna uzdevums ir to vienkārši noklausīties, kas ir klajā pretrunā ar kognitīvo mācīšanās teoriju:

Kā es raksturotu savas stundas? Nu vispirms es stāstu. Cenšos visu izstāstīt. Tad vēlreiz atkārtot. Un tad rēķinām uzdevumus. Skolēni? Skolēni klausās. Tagad jau gan viņi ilgi nevar nosēdēt. Ja sāk taisīt troksni es apklustu, tad jau viņi arī apklust un es varu turpināt stāstīt.

Analizējot skolotāju lietotos vārdus šajā intervijas daļā, dominē *man jāiemāca.., ..mērķis ir iemācīt.., ..es stāstu, skolēni klausās.., ..svarīgi, lai skolēni klausās.., ..mans pienākums ir izstāstīt*.

Papildus skolotājiem tika lūgts paust savu viedokli par dažādām konkrētām darba formām, to lietošanas pozitīvajiem un negatīvajiem aspektiem. Izteikti iezīmējās tas, ka joprojām valdošajās pozīcijās ir tradicionāls, frontāls darbs ar klasi. Skolotāji pauž savu piekrišanu tradicionālām, „klusām" stundām:

Man patīk, ka ir kārtība klasē, klusums. Ja es stāstu pie tāfeles, visi klausās, tā var daudz vairāk izdarīt stundā. Nē, nu es jau zinu, ka labāk galvā paliek tas, ko pats esi izdomājis, bet cik tad ir tādu, kuri izdomā? Un cits tad tikai to stundu nosēž un visa grupa saņem vienotu vērtējumu. Un tad vēl tas troksnis...

Pašvērtējuma anketā pētījumā iesaistītie skolotāji kritērijā „ *analizēju, kā skolēni mācās, mācību laikā adaptējot vai mainot aktivitātes*" vidēji savu darbību vērtē ar 7, bet 25% aptaujāto vērtējums nepārsniedz 6.

lai uzlabotu skolotāju kompetenci dažādu mācību metožu un darba formu lietošanā, jāņem vērā, ka viņiem ir zināšanas par šo jautājumu, bet trūkst prasmju. Šo problēmu palīdzētu risināt kursu laikā uzdoti mājas darbi, kuros ir prasība lietot kādu konkrētu metodi un nākamajā nodarbībā dalīties pieredzē par to, kas izdevās un kas neizdevās. Ieteicama būtu savstarpēja stundu vērošana, kā arī filmētu, metodiski bagātu matemātikas stundu vērošana un analizēšana.

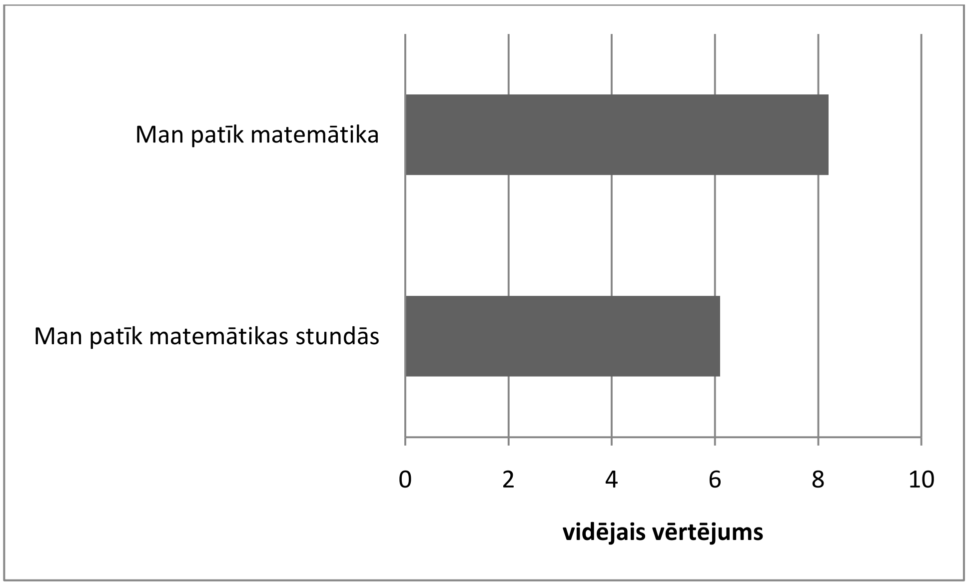
Par mācību metožu mērķtiecīgu lietošanu rakstīts arī autores darbos [A2], [A12], [A19], [A22].

3.5. Diferencēts darbs ar dažādu spēju skolēniem

Bērnu tiesību aizsardzības likuma 11. panta 1. punkts paredz, ka „Valsts nodrošina visiem bērniem vienādas tiesības un iespējas iegūt izglītību atbilstoši katra spējām". Līdz ar to būtiska skolotāja didaktiskās kompetences sastāvdaļa ir arī diferencēta darba organizēšana dažādu spēju skolēniem. Pastāv mīts, ka matemātikas stundas patīk tiem skolēniem, kuriem tā viegli padodas un kuri saņem labas atzīmes. Pētījuma rezultāti liecina, ka skolēnu vērtējums kritērijā *„ Man patīk matemātikas stundas"* un viņu vērtējums matemātikā korelē vāji – korelācijas koeficients 7. klašu skolēnu anketās ir 0,28. Tas vēlreiz apstiprina, ka it sevišķi pusaudžu vecuma skolēniem, process lielākoties ir svarīgāks par rezultātu. Skolotājiem paredzētajā literatūrā ir daudz atziņu par to, kā iesaistīt mācību procesā matemātikā vājākos skolēnus. Šis darbs Latvijā tiek arī apmaksāts, finansējot konsultāciju stundas matemātikā, kuras vairumā skolu tiek izmantotas, lai palīdzētu skolēniem, kuriem matemātikas apguve sagādā grūtības. Latvijā šobrīd ir vairākas skolas, kurās tiek apmaksāts palīgskolotāja darbs. Palīgskolotājs atrodas stundā kopā ar skolotāju, viņa pienākums ir stundas laikā individuāli palīdzēt skolēniem, kuriem matemātika sagādā grūtības. Pēc vērotajām stundām autore atzīst, ka šāda prakse ir ļoti atbalstāma.

Mazāk uzmanības tiek veltīts matemātikā spējīgāko skolēnu aktivitātes nodrošināšanai ikdienas matemātikas stundās, bet arī viņiem ir tiesības apgūt matemātiku atbilstoši savām spējām. Tāpēc autore vairāk uzmanības veltīja tam, lai pētītu skolotāju kompetenci darbam ar matemātikā spējīgākajiem skolēniem.

Lai noskaidrotu, ko par savām matemātikas stundām domā matemātikā talantīgākie skolēni, tika veikta anketēšana un fokusgrupas diskusija LU NMS organizētajā matemātikas pulciņā. Anketēšanā piedalījās 39 vidusskolēni, kuri sestdienās padziļināti apgūst matemātiku.



8. attēls. LU NMS matemātikas pulciņa dalībnieku attieksmes pret matemātiku un matemātikas stundām pašvērtējums.

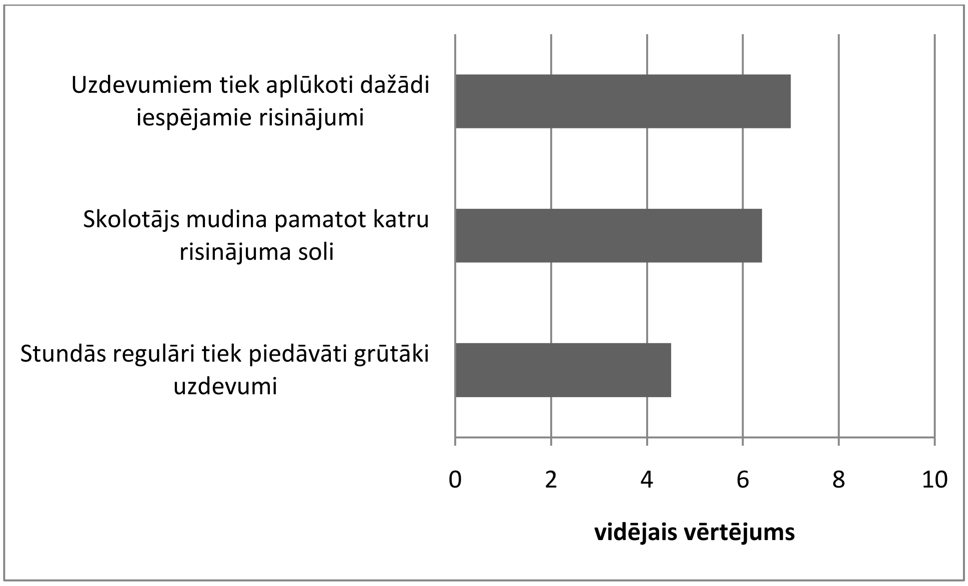
Skolēnu vidējais vērtējums apgalvojumam *„ man patīk matemātika”* ir 8,2 punkti no 10 iespējamiem, bet apgalvojumam *„man patīk matemātikas stundas”* – tikai 6,1 (sk. 8. attēlu). Fokusgrupas diskusijā piedalījās seši no pulciņa dalībniekiem. Viņi tika lūgti komentēt plašāk to, kā viņi paši strādā matemātikas stundās un kādus uzdevumus piedāvā matemātikas skolotājs. Tika noskaidrotas vairākas neefektīvas pieejas darbam ar spējīgākajiem skolēniem:

- ja skolēns pabeidz uzdoto darbu ātrāk nekā pārējie klasesbiedri, viņam tiek piedāvāts izrēķināt vēl citus uzdevumus, kuri būtiski neatšķiras no iepriekš risinātajiem. Šāda pieeja ir neefektīva, jo neveicina interesi un attīstību;

- ja skolēns pabeidz darbu ātrāk, viņš vienkārši gaida, lai darbu pabeidz pārējie. Skolēni atzīst, ka viņiem nav iebildumu dažkārt paslinkot, tomēr tas, protams, neveicina viņu progresu matemātikā;
- spējīgākie skolēni tiek aicināti palīdzēt sekmēs vājākajiem. Skolēniem nav emocionālu iebildumu palīdzēt klasesbiedriem, kuriem tas palīdz sasniegt labākus rezultātus. Viņi pat atzina, ka šādās situācijās jūtas noderīgi, tomēr arī šāda darbošanās neveicina viņu pašu progresu matemātikā.

Arī novērotajās stundās parādījās šīs trīs stratēģijas darbam ar spējīgākajiem skolēniem. Ja tika piedāvāti grūtāki uzdevumi, tad tie no visas klases risinātajiem uzdevumiem atšķīrās tikai ar aprēķinu sarežģītību, bet ne pēc izmantotās izziņas darbības.

Izvērtējot to, kā stundās tiek strādāts ar uzdevumiem (sk. 9.attēlu), matemātikā spējīgākie skolēni vidēji tikai ar 4,5 punktiem no 10 iespējamiem novērtēja apgalvojuma *„Stundās regulāri tiek piedāvāti grūtāki uzdevumi”* patiesumu, ar 6,4 punktiem apgalvojuma *„Skolotājs mudina pamatot katru risinājuma soli”* patiesumu, bet ar 7 punktiem apgalvojuma *„Uzdevumiem tiek aplūkoti dažādi iespējamie risinājumi”* patiesumu, kas liecina par to, ka viņu matemātikas skolotāji nepietiekami nodrošina stundās darbu spējīgākajiem skolēniem.



9. attēls LU NMS matemātikas pulciņa dalībnieku vērtējums darbam ar uzdevumiem matemātikas stundās.

Var prognozēt, ka citu skolotāju kompetence darbam ar spējīgākajiem skolēniem ir zemāka nekā aptaujāto skolēnu skolotājiem, jo aptaujāti tika Latvijas paši labākie matemātiķi savā vecuma grupā, kuru panākumi ir arī viņu skolotāju nopelns.

Skolotājiem būtu darbs jāorganizē tā, lai arī spējīgākie skolēni varētu stundās izjust prieku par to, ka strādājot ar pilnu atdevi, atrisinājuši kādu oriģinālu, sarežģītu problēmu pēc tam, kad tai veltījuši pietiekami daudz laika. Intervijās skolotāji atzīst, ka ir grūti vienlaicīgi nodarbināt gan matemātikā spējīgākos, gan vājākos skolēnus. Viena no iespējām ir matemātikas stundās aplūkot problēmas, kuras ir pietiekami vienkāršas, lai tās varētu pētīt visi skolēni un kuras iespējams vispārināt. Tas paver iespēju skolēnu patstāvīgiem pētījumiem. Daudz šādu problēmu ir kombinatorikā un kombinatoriskajā ģeometrijā. Piemēram,

Otto istabā ir piecas nostiprinātas lampiņas. Katru no tām iespējams ieslēgt vai izslēgt. Cik dažādus apgaismojumus Otto var iegūt, ja par atšķirīgiem uzskata tādus apgaismojumus, kuri atšķiras ar vismaz vienu ieslēgtu lampiņu?

Šādā formulējumā uzdevumu var risināt visi skolēni, bet spējīgākajiem skolēniem var piedāvāt atrast vairākus risināšanas paņēmienus vai rezultātu vispārināt *n* lampiņām.

Darbā ar spējīgākajiem skolēniem autore iesaka iekļaut šādas praktiski izmēģinātas stratēģijas:

- Piedāvāt viņiem strādāt individuāli vai mazās grupās, patstāvīgi apgūstot tēmai atbilstošo teorētisko materiālu, izmantojot grāmatu vai citus resursus. Pēc tam skolēni patstāvīgi risina atbilstošas problēmas. Šādi iespējams izlīdzināt laiku, kurš tēmas apguvei vajadzīgs matemātikā vājākajiem, strādājot skolotāja vadībā, un talantīgākajiem, strādājot patstāvīgi. Ja skolotājs izvēlas šādu stratēģiju, viņam ļoti rūpīgi jāpārdomā formatīvās vērtēšanas lietošana, lai visu laiku sekotu līdzi skolēnu sasniegumiem.
- Piedāvāt spējīgākajiem skolēniem grūtākus uzdevumus, kuri padziļina izpratni par aplūkojamo tēmu, neprasot ārpus standarta esošas zināšanas, bet paaugstinot nepieciešamo izziņas darbības līmeni uz lietošanu nestandarta situācijās vai vispārināšanu.
- Piedāvāt spējīgākajiem skolēniem paplašināt zināšanas par aplūkojamo tēmu. Piemēram, apgūstot saīsinātās reizināšanas formulas, spējīgākie skolēni var patstāvīgi atklāt arī kubu summas un starpības formulas utml..
- Spējīgākie skolēni var apgūt arī tādas matemātikas zināšanas un prasmes, kas nav saistītas ar klasē aplūkojamajiem jautājumiem, piemēram, modernās elementārās matemātikas speciālās metodes. Šī ir visbiežāk izmantotā pieredze. Tomēr tas gandrīz

vienmēr ir papildus darbs, kurš notiek ārpus stundu laika, bet arī talantīgākajiem matemātiķiem matemātika jāmācās, pirmkārt, matemātikas stundās. Pretējā gadījumā stundu laikā viņi garlaikojas, bet pēc stundām tik daudz papildus strādā, ka tas dažkārt pat apdraud viņu veselību.

Ļoti labi darbs stundās ar talantīgākajiem skolēniem organizēts Rīgas Valsts 1. ģimnāzijā. Šīs skolas skolēni parāda izcilus sasniegumus rajona matemātikas olimpiādēs, pie tam 8. klasē labākus kā 7. klasē. Tomēr viņu pieredze nav izmantojama parastā klasē, jo šajā skolā mācās tikai ļoti spējīgi matemātiķi. Tāpēc stundā var apgūt arī ārpus standarta esošas zināšanas vai attīstīt augstākā līmeņa prasmes, piemēram, dažādas pierādīšanas metodes ģeometrijā. To nevar izdarīt vai ir ļoti grūti izdarīt parastā skolā.

Tāpēc vajadzīgas regulāras papildnodarbības darbam ar spējīgākajiem skolēniem. Šādas nodarbības prasa no skolotāja nopietnu darbu, tāpēc tām jābūt finansētām. Reti kura skola ziedo līdzekļus nodarbībām, kurās iesaistās tik maz bērnu. Viena no iespējām ir darbs ar spējīgākajiem skolēniem reģionā. Latvijā ir šāda pieredze. Sešus gadus darbojas reģionālā matemātikas skola Valmierā, kuru kopā ar LU NMS ir nodibinājusi un līdz šim brīdim vada darba autore. Spējīgākie un čaklākie šīs skolas audzēkņi uzrāda ļoti labus rezultātus olimpiādēs. Tomēr jāuzsver, ka labums no papildnodarbībām ir tikai tiem skolēniem, kuru skolotājs pēc tam ikdienas stundās nostiprina matemātikas papildnodarbībās gūtās zināšanas.

Vēl viena no iespējām matemātikā spējīgākajiem skolēniem strādāt savām spējām atbilstošā līmenī ir skolēnu pētniecisko darbu veikšana. To vadīšana prasa īpaši augstu skolotāju kompetenci. Pētījumus, kuri tiek prezentēti nacionālajā konferencē, var iedalīt trīs grupās:

- kompilatīvi darbi, kuru autori apkopojuši informāciju par kādu viņus interesējošu tēmu, piemēram, dažādiem Pitagora teorēmas pierādījumiem;
- darbi, kuri saistīti ar matemātikas mācīšanu. Piemēram skolēnu pašu izstrādāti testi par dažādām tēmām vai pašu veidotas spēles, kuras var izmantot matemātikas mācību procesā (skaitļu domino, trimino, bingo utml.);
- vislabākie parasti ir darbi, kuros skolēni pētījuši kādu līdz šim nepētītu vai pilnībā neizpētītu matemātisku ideju, tomēr šo darbu autori visbiežāk ir strādājuši, sadarbojoties ne tikai ar savu matemātikas skolotāju, bet arī ar LU pasniedzējiem.

Valstiski ir jārisina skolotāju motivācijas jautājums. Darbs ar talantīgākajiem ir milzīgs darbs, par kuru šobrīd nemaksā nemaz vai arī maksā ļoti maz. Tas jārisina valstij vai pašvaldībām.

Intervijās skolotāji atzīst, ka nezina, ko tieši darīt nodarbībās ar spējīgākajiem skolēniem. Latviski ir daudz materiālu, kurus var izmantot gatavojoties olimpiādei. Bet ir vajadzīga programma darbam ar spējīgākajiem skolēniem, kurā norādīts, kāds matemātikas saturs un kādas metodes jāapgūst 5., 6., 7., utt. klasē.

Par darbu ar matemātikā talantīgākajiem skolēniem rakstīts arī autores darbos [A3], [A4], [A5], [A6], [A8], [A10], [A14], [A16], [A21].

3.6. Izpratne par vērtēšanu un prasme to īstenot mācību procesā

Skolotāja diagnostiskā jeb vērtēšanas kompetence ir viena no pamatkompetencēm visos darba sākumā aplūkotajos skolotāja kompetenču modeļos. Diagnostiskā kompetence ietver zināšanu un prasmju komplektu, kas nepieciešams, lai prognozētu un novērtētu mācību sasniegumus, to dinamiku, atsevišķu skolēnu problēmas, uzdevumu grūtības pakāpi un savas mācīšanas darbības efektivitāti.

Didaktikai veltītajā literatūrā vērtējumam tiek izvirzīti šādi kritēriji (Helmke, 2009):

- objektivitāte – dažādi vērtētāji iegūs vienu un to pašu rezultātu;
- drošība – arī atkārtoti pārbaudot tiks iegūts tāds pats rezultāts;
- patiesums jeb validitāte – tiek pārbaudīts tieši tas, ko vēlas pārbaudīt;

Vērtēšanu pēc tās mērķa iedala summatīvajā (apkopojošajā) un formatīvajā (veidojošajā) vērtēšanā.

Summatīvā vērtēšana notiek kāda mācību posma beigās, lai noteiktu, kādā mērā šajā brīdī katra konkrētā skolēna mācību sasniegumi atbilst izglītības standarta prasībām. Vērtējums apliecina skolēna sasniegto zināšanu un prasmju līmeni, tas tiek fiksēts izglītības dokumentos (žurnālā, liecībā u.c.). Šis vērtējums var tikt izmantots būtisku lēmumu pieņemšanai, piemēram, pārcelt vai nepārcelt skolēnu nākamajā klasē. Summatīvais vērtējums tiek izmantots arī skolēnu ranžēšanai, piemēram, lai noteiktu, kurus skolēnus uzņemt ģimnāzijā vai augstskolā.

Saskaņā ar konstruktīvisma teorijas atziņām, kuras jau iepriekš tika aplūkotas, skolēns pats ir tas, kurš regulē savu mācīšanos. Tāpēc viņam ir svarīgas atbildes uz jautājumiem : *Ko es (par konkrēto matemātikas mācību saturu) zinu un protu? Ko es vēl neprotu? Ko darīt, lai mācību sasniegumus uzlabotu?* Arī skolotājam, lai sekmīgi plānotu un organizētu mācību procesu, ir svarīgas atbildes uz šiem jautājumiem gan par klasi kopumā, gan katru konkrēto skolēnu. Vērtēšanu, kuras mērķis ir uzdot šos jautājumus un iegūt uz tiem atbildes, sauc par formatīvo vērtēšanu. Tā notiek mācību procesa laikā – katru stundu vai, iespējams, pat vairākas reizes stundā.

No 1993. gada summatīvais vērtējums Latvijā tiek izteikts ballēs, izmantojot skalu no 1 līdz 10 (sākumskolā arī aprakstošu vērtējumu). Vērtējumi centralizētajos eksāmenos tiek izteikti līmeņos no F(zemākais līmenis) līdz A (augstākais līmenis). Kopš 1999. gada, ar IZM rīkojumu formatīvā vērtējuma fiksēšanai var tikt izmantots novērtējums *„ieskaitīts/neieskaitīts”.*

Ir vairāki iemesli, kāpēc formatīvai vērtēšanai nav izmantojamas atzīmes. Viens no tiem ir vērtēšanas ētiskais aspekts. Dažādiem skolēniem ir nepieciešams dažāds laiks, lai apgūtu kādu konkrētu jautājumu, tāpēc jau pirmajā vai otrajā tematam atbilstošajā stundā vērtējot skolēnu sasniegumus ar atzīmi (kā tas praksē nereti notiek), tiek diskriminēti tie skolēni, kuriem ir nepieciešams ilgāks laiks un papildus darbs. Savukārt nepamatoti labus vērtējumus bieži iegūst apķērīgākie, bet slinkākie skolēni. Temata noslēgumā viņu mācību sasniegumi bieži vien ir izlīdzinājušies.

Vērtējums 10 ballēs paredz, ka skolēnam katrā pārbaudes darbā jādod iespēja šādu vērtējumu nopelnīt. Saskaņā ar MK 2005. gada 5. decembra noteikumiem nr. 463 deviņas vai desmit balles skolēns var iegūt, ja viņš *”ir apguvis zināšanas un prasmes tādā līmenī, ka mācību saturu uztver, iegaumē, reproducē, to izprotot, kā arī spēj to patstāvīgi izmantot jaunu zināšanu apguvei un radošu uzdevumu risināšanai; prot risināt dažādas problēmas, saskatīt un izveidot likumsakarības; spēj patstāvīgi izteikt savu viedokli; definēt vērtējuma kritērijus, paredzēt sekas.”* Tātad pārbaudes darbā jāiekļauj uzdevums, kas šādu skolēna darbību paredz. Tāpat jāiekļauj arī uzdevumi, kas paredz zemāku izziņas darbības līmeni. Tāpēc darbs, kura rezultātus pēc būtības iespējams novērtēt 10 ballu skalā, neizbēgami ir visai apjomīgs. Tātad tā paveikšana aizņem daudz laika, un ir ļoti nopietni jāizvērtē, kam noderīgāk tērēt laiku – mācībām vai kontrolei.

Daudzi no pētījuma ietvaros aptaujātajiem skolotājiem atzina, ka viņi izmanto mācību procesā arī tādus pārbaudes darbus, kuros maksimālais iespējamais vērtējums ir 8 vai pat 7. Tas liecina par skolotāju zemu kompetenci, jo šāda rīcība ir ne tikai nelikumīga, bet arī absurda un diskriminējoša attiecībā uz spējīgākajiem skolēniem, jo viņiem netiek dota iespēja saņemt savām patiesajām zināšanām un prasmēm atbilstošu vērtējumu. It īpaši, ja semestra noslēgumā vērtējums tiek aprēķināts kā semestra laikā iegūto vērtējumu aritmētiskais vidējais.

Atzīme nesniedz atbildi uz jautājumiem, kuru dēļ formatīvā vērtēšana vispār mācību procesā tiek izmantota - *Ko es (par konkrēto matemātikas mācību saturu) zinu un protu? Ko es vēl neprotu? Ko darīt, lai mācību sasniegumus uzlabotu?* Vispilnīgāk atbildi uz tiem var sniegt skolotāja rakstisks vai mutisks komentārs, kas nozīmē, ka jālegalizē aprakstoša vērtējuma iespējamība. Jāatzīst, ka noderīgu informāciju, lai uzlabotu mācīšanos, nesniedz arī *„ieskaitīts/neieskaitīts*”, tāpēc daudzi skolotāji intervijās atzīst, ka to lieto reti vai nelieto vispār.

Turpmāk tiks analizēta pētījumā iesaistīto skolotāju kompetence sagatavot un īstenot katru no vērtēšanas veidiem.

Lai kvalitatīvi īstenotu summatīvo vērtēšanu skolotājiem jāprot izstrādāt kvalitatīvu noslēguma pārbaudes darbu. Pozitīvās iezīmes pētījumā iesaistīto skolotāju izstrādātajos pārbaudes darbos ir šādas:

- pārbaudes darbs pārbauda visu, ko konkrētajā tematā skolēniem bija paredzēts apgūt;
- vērtēšanas kritēriji atbilst darbā iekļautajiem uzdevumiem;
- pārbaudes darbos tiek iekļauti uzdevumi, kuros radoši jāizmanto standartā paredzētās zināšanas.

Analizējot pārbaudes darbus, parādās šādas negatīvas tendences:

- bieži pārbaudes darbos nav iekļauti uzdevumi, kurus var atrisināt, reproducējot vienkāršas zināšanas un prasmes vai arī reproducēšana uzdevumā iespējama tikai pēc augstāka izziņas līmeņa darbības veikšanas (piemēram, pirms kvadrātvienādojuma atrisināšanas tas pašam jāsastāda atbilstoši uzdevuma nosacījumiem). Šādos pārbaudes darbos vājākajiem skolēniem netiek dota iespēja parādīt savas zināšanas un prasmes;
- bieži pārbaudes darbā viena un tā pati prasme tiek pārbaudīta daudzas reizes, tā nevajadzīgi palielinot pārbaudes darba apjomu;
- pārbaudes darbos tiek iekļauti uzdevumi, kuri patiesībā nepārbauda to, ko skolotājs ir paredzējis. Piemēram, uzdevumā, kurā skolotājs paredzējis pārbaudīt, kā 6. klases skolēni apguvuši likumus, pēc kuriem tiek saskaitīti divi pozitīvi, divi negatīvi vai divi dažādzīmju skaitļi, tiek izmantoti daļskaitļi. Līdz ar to nav vairs iespējams noteikt, kāpēc skolēns kļūdās – tāpēc, ka nezina pārbaudāmās sakarības vai tāpēc, ka neprot salīdzināt pēc lieluma daļas vai veikt darbības ar tām;

- pārbaudes darbos tiek iekļauti uzdevumi, kuru izpildei nepieciešamas zināšanas, kuras nav iekļautas standartā. Šī tendence parādās pārbaudes darbos, kurus skolotāji nekritiski pārņem no dažādiem pārbaudes darbu krājumiem;
- uzdevums, kuru skolotājs ir paredzējis, lai pārbaudītu skolēnu prasmi radoši lietot zināšanas un prasmes, tikai skaitliski atšķiras no iepriekšējās stundās risinātajiem, tāpēc no skolēna radoša darbība patiesībā netiek pieprasīta;
- ļoti maz ir uzdevumu, kuros paredzēta nepieciešamība kaut ko izskaidrot, pamatot, argumentēt, līdz ar to netiek vērtēta skolēnu prasme lietot matemātisko valodu (šīs prasmes ir paredzētas standartā, tātad tās ir jāiekļauj pārbaudes darbos).

Intervijās skolotāji atzīst, ka summatīvās vērtēšanas principi viņiem ir skaidri, tomēr kvalitatīva pārbaudes darba sastādīšana, īpaši, ja tas jāizdara divos līdzvērtīgos variantos, ir ļoti laikietilpīgs process, tāpēc viņi labprātāk izmanto jau gatavus pārbaudes darbus. Tas ir riskanti, jo tas, ka pārbaudes darbs ir izdots kādā no izdevniecībām, vēl negarantē šī darba kvalitāti un atbilstību izglītības standarta prasībām.

Aptaujātie skolēni uz jautājumu *„Ko Tu vēlētos mainīt matemātikas mācību procesā?”* bieži atbild ar vēlmi ātrāk uzzināt vērtējumu par veikto pārbaudes darbu. Tas liecina, ka skolēni vērtējumu nesaņem nākamajā stundā pēc darba veikšanas, bet gan vēlāk, kas samazina rezultātu analīzes jēgu, jo skolēni, iespējams, jau ir aizmirsuši risinātos uzdevumus.

Vērotajās stundās bija vairāki izcili paraugi tam, kā skolotājs var uzreiz pēc pārbaudes darba dot skolēniem atgriezenisko saiti par viņu darba rezultātiem, kurus vajadzētu popularizēt skolotāju tālākizglītības kursos. Piemēram, gadījumā, ja dienā ir divas matemātikas stundas, tad pirmajā no tām skolēni raksta pārbaudes darbu (novērotajā gadījumā skolēni to darīja uz paškopējošā papīra, bet ja tāda nav, skolotājs pārbaudes darbus starpbrīdī var nokopēt). Otrajā stundā skolēni saņēma atpakaļ sava darba kopiju. Skolotāja, izmantojot projektoru, demonstrēja pareizo risinājumu un vērtēšanas kritērijus, bet skolēni, strādājot pāros, izvērtēja savus darbus. Šajā brīdī summatīvā vērtēšana veica arī formatīvās vērtēšanas funkcijas, jo skolēni saņēma atbildes uz jautājumiem, ko viņi jau zina un ko vēl ne. Sadarbojoties pārī un palīdzot klasesbiedram izprast neskaidros risinājuma soļus, notika īpaši efektīva mācīšanās, jo kā jau minēts tā veiksmīgi realizējas nedaudz paaugstināta stresa apstākļos, kad skolēns ir ļoti ieinteresēts rezultātā [Leuders, 2003], un šajā gadījumā tas bija vērojams.

Gan kritērijā *„Nodrošinu skolēniem regulāru atgriezenisko saiti par viņu mācību procesu un tā rezultātiem”,* gan kritērijā *„Es zinu un protu lietot dažādus vērtēšanas paņēmienus”* skolotāji vidēji savu darbību novērtē ar 7.

Intervijās skolotāji ļoti negatīvi izsakās par nepieciešamību atskaitīties vecākiem un skolas administrācijai par skolēnu sekmēm un to dinamiku, uzsverot, ka ne vecāki, ne administrācija nav matemātikas speciālisti. Šāda atskaitīšanās tomēr ir skolotāju pienākums, tāpat kā vērtējuma skaidrošana un pamatošana.

Skolotāji paši kritērijā *„ Analizēju, kā skolēni mācās, aprakstot un komentējot katra skolēna vecākiem un administrācijai, kā tas notiek”* vērtē savu darbību vidēji ar 5, bet 25 % vērtējumu ir zemāki nekā 4. Tas ir viens no zemākajiem vērtējumiem visā aptaujā.

Šobrīd pamatskolas matemātikas skolotāju izpratne par formatīvo vērtēšanu un prasme to lietot mācību procesā ir ļoti atšķirīga. Intervijās skolotāji bieži jēdzienu formatīvā vērtēšana aizstāj ar *„mazie pārbaudes darbiņi”.* Tas liecina, ka apzināti viņi formatīvo vērtēšanu stundās iekļauj galvenokārt vai tikai nelielu pārbaudes darbu veidā. Novērotajās stundās bija redzams, ka bieži skolotāji aprakstošu formatīvo vērtēšanu lieto intuitīvi, paši nemaz neapzinoties, ka to dara. Pozitīvi, ka stundās tiek attīstītas skolēnu pašnovērtēšanas prasmes – skolēniem tūlīt pēc uzdevuma veikšanas ir iespēja redzēt pareizu atrisinājumu un salīdzināt to ar savu, kā arī saņemt atbildes uz neskaidrajiem jautājumiem. Tā tiek līdz minimumam samazināta iespēja, ka skolēni kļūdās, neuzzina, ka viņu risinājums ir kļūdains un vairākkārt atkārtojot, pamatīgi iemācās savu nepareizo risināšanas paņēmienu. Ja tas tomēr noticis, saskaņā ar jau aplūkotajām mācīšanās teorijām, kļūdaino zināšanu aizstāšana ar pareizajām var notikt tikai tad, ja vispirms apzināti un ar izpratni tiek izjaukta kļūdaini izveidotā mentālā shēma, tikai pēc tam iespējams to pārliecinoši aizstāt ar pareizo (Leuders, 2003).

Pēdējo gadu laikā formatīvā vērtēšana ir viens no populārākajiem tematiem dažādos skolotāju tālākizglītības kursos, tāpēc vairums skolotāju par to ir informēti un lielākoties intervijās arī formāli atzīst, ka šāda vērtēšana ir nepieciešama, lai skolotājs visu laiku varētu kontrolēt, cik veiksmīgi noris skolēnu mācīšanās. Tomēr stundās vērojams, ka zināšanas par formatīvo vērtēšanu neīstenojas veiksmīgā darbībā. Piemēram, skolotājs zina, ka uzsākot jauna jēdziena apguvi, jānoskaidro skolēnu priekšzināšanas par šo tēmu un turpmākajā procesā tās jāizmanto, lai dotu skolēniem iespēju veiksmīgi jaunās zināšanas piesaistīt vecajām. Stundas sākumā viņš šīs priekšzināšanas noskaidro, bet turpmākajā stundas gaitā tās nekā neizmanto, līdz ar to priekšzināšanu noskaidrošana nesniedz vēlamo un iespējamo efektu.

Pārsvarā stundās vērojams, ka skolotāji vērtē tikai reproduktīva līmeņa prasmes, bet pamatojumus un skaidrojumus pieprasa tikai noslēguma pārbaudes darbos. Skolēnam šādā gadījumā temata apguves laikā var rasties maldīgs priekšstats, ka viņš visu nepieciešamo zina, bet noslēguma pārbaudes darbā viņš saņems zemāku vērtējumu nekā gaidījis.

Laikā, kas skolēni patstāvīgi vai grupās risina uzdevumus, skolotājs tradicionāli staigā pa klasi un vēro skolēnu darbību, atbild uz viņu uzdotajiem jautājumiem. Arī tā skolēni varētu saņemt atbildi uz jautājumiem par to, ko zina, ko nezina un ko vajadzētu darīt. Diemžēl bieži skolotāji neizmanto iespēju šajās individuālajās konsultācijās rosināt skolēnu domāšanu. Viņi uzreiz pasaka priekšā, kā skolēnam vajadzētu risināt (dažkārt pat uzraksta skolēna vietā viņa burtnīcā) vai arī uzdod skolēnam jautājumus, kuri mudina tikai reproducēt nevis izprast, piemēram, *„Atceries, nu, kā tur bija?”*

Skolotāja uzdevums ir vērtēt ne tikai skolēna mācību sasniegumus, bet arī savu profesionālo darbību, lai to varētu uzlabot. Vairums autoru par ļoti būtisku skolotāja profesionālās kompetences sastāvdaļu atzīst viņa gatavību pašrefleksijai un pašrefleksijas prasmes (Oser,2001; Helmke, 2009; Baumert / Kunter, 2006; Blömeke u.c. 2008). Jāatzīst, ka pat tad, ja skolotājs ir gatavs pārdomāt un analizēt savu darbību, tehniski to nav viegli izdarīt. Darbības laikā, piemēram, stundā, skolotājam ir maz iespēju pārdomāt savas rīcības efektivitāti, jo tam gluži vienkārši neatliek laika, bet pēc stundas jau ir grūti atcerēties notikušo sīkumos, tāpēc bieži vien skolotājiem ir problēmas ar to, lai konstatētu tādas nepilnības savā darbā kā, piemēram, pārāk īss laiks skolēna atbildes gaidīšanai, skolotāja runas laiks stundā, skolotāja uzdoto jautājumu skaits. Analizējot skolotāju izteikumus intervijās un viņu izteikto pašvērtējumu pēc autores vērotajām stundām, var secināt, ka Latvijas pamatskolas matemātikas skolotājiem ir maza sava darba apspriešanas pieredze, to pēc būtības izvērtējot. Viņi notikušo stundu, lielākoties, vērtē tikai kategorijās „*labi – slikti*” vai „*patika – nepatika*”, neuzdodot jautājumus „*Kāpēc?*”. Par pozitīvu tendenci un skolotāju kompetences apliecinājumu uzskatāms tas, ka skolotāji analizē, kā vajadzētu uzlabot stundā iekļautās aktivitātes, lai citā klasē līdzīga stunda izdotos labāk.

Tā kā izpratne par summatīvo vērtēšanu vidēji ir laba, un nepilnības darbu izstrādē ir raksturīgas atsevišķiem skolotājiem, viņiem uzlabot kompetenci vislabāk varētu palīdzēt sadarbība ar kolēģiem, piemēram, kopā veidojot pārbaudes darbus. Formatīvās vērtēšanas prasmes uzlabot varētu būt grūtāk, jo lai to izdarītu, skolotājiem ļoti rūpīgi jāizvērtē tas, kā viņi plāno un vada stundas. Tā kā lielākā daļa matemātikas skolotāju ir ar ievērojamu darba stāžu (pētījumā iesaistīto skolotāju vidējais vecums bija 46 gadi un vidējais darba stāžs - 22 gadi), viņi daudzas lietas stundā dara automātiski, paši to nemaz neapzinoties. Lai skolotājiem dotu iespēju redzēt sevi no malas un pašiem pamanīt nepilnības savā darbībā, pasaulē šobrīd tiek īstenota stundu ierakstīšana, izmantojot digitālās kameras. Latvijā šī pieredze pagaidām nav plaši izplatīta, bet visi autorei zināmie skolotāji, ieskaitot viņu pašu, kuriem ir bijusi iespēja vērot savu stundu ierakstus, viennozīmīgi atzinuši to par ļoti pamācošu pieredzi, kā arī atzinuši, ka ierakstā pamanījuši būtiskas savas darbības nianses, kuras pirms tam nav apzinājušies.

Par vērtēšanu arī autores darbos [A2], [A12], [AM2], [AM4], [AM6].

3.7. Mērķtiecīga IT lietošana mācību procesā

Standarts paredz IT lietošanu mācību procesā, tomēr šobrīd IT lietošana Latvijas pamatskolās bieži ir pieejamo iespēju nevis kompetences jautājums, jo nodrošinājums ar tehnoloģijām Latvijas skolās ir ļoti dažāds. Tāpēc ir ļoti grūti izteikt secinājumus par to, kāda ir pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence informācijas tehnoloģiju lietošanā. Tālāk iespējas iekļaut matemātikas mācību procesā modernās informācijas tehnoloģijas tiks aplūkotas no matemātikas didaktikas viedokļa.

Datoru izmantošana mācību procesā dod pieeju globālajiem informācijas un komunikāciju tīkliem, kas dod iespēju skolēniem izmantot dažādas tālmācības iespējas. Ir svarīgi, lai skolēni gūtu šādu pieredzi, jo tā viņiem atklāj iespēju apgūt matemātiku bez skolotāja piedalīšanās, kas īpaši nozīmīgi būs pēc skolas beigšanas. Tomēr skolas laikā skolēnu tālmācības ceļā iegūtās zināšanas skolotājam ir jāpārbauda, īpašu uzmanību pievēršot skolēnu potenciālajām kļūdām un izpratnes nepilnībām.

Datoru izmantošana dod labas iespējas prezentēt dažādus datus, arī skolēnu patstāvīgo darbu rezultātus. Bez ilgas rēķināšanas uz papīra vai, izmantojot kalkulatoru, ir iespējams apstrādāt lielas datu kopas, kas dod iespēju iekļaut mācību procesā reālus datus, piemēram, apgūstot statistiku vai dažādas funkcionālas sakarības. Tehnoloģijas dod iespēju popularizēt skolēnu darba rezultātus, piemēram, publicējot tos skolas mājas lapā. Tomēr šīm iespējām ir arī potenciālie riski – gan skolēni, gan skolotāji var sākt uzskatīt, ka glīts noformējums ir būtiskāks par saturu. Vērojot stundas, vairākkārt autore saskārās ar situācijām, kurās skolēni datu attēlošanai bija izvēlējušies bezjēdzīgas diagrammas, bet skolotāji šo kļūdu nepamanīja, iespējams, tādēļ, ka diagrammas izskatījās glītas un pārliecinošas. Didaktiskajā literatūrā tiek runāts arī par *„perfektuma paralizējošo efektu”* (Leuders, 2003) – ar datoru sagatavotie materiāli šķiet pilnībā pabeigti, tie nerosina apdomāties, meklēt un izskaust nepilnības. Šo trūkumu ir iespējams novērst, skolotājam apzināti organizējot materiālu analīzi, izmantojot līmlapiņas, krāsainus flomāsterus u.c. līdzekļus, kas darba procesā atņem ar datoru sagatavotajiem materiāliem to ”stindzinošo perfektumu”. Arī vērotajās stundās tika fiksēta šāda pieredze.

Kā liecina stundu vērojumi, arī Latvijas pamatskolas skolotāju vadītajās stundās daudzās skolās dators pamazām aizstāj visus agrāk lietotos mācību palīglīdzekļus. Uzskates materiāli, tai skaitā modeļi, tiek aizstāti ar kvalitatīviem attēliem, kuri tiek demonstrēti, izmantojot projektoru. Dažkārt dators aizstāj grāmatu - skolotāji mudina skolēnus pašiem izlasīt teoriju par kādu matemātikas jautājumu, piemēram projekta „Dabaszinātnes un matemātika” mājas lapā [I2].

Dators var kļūt arī par interaktīvu mācību partneri, piemēram, skolēnam pārbaudot savas zināšanas un prasmes. Tomēr pagaidām šādā paškontroles procesā netiek stimulēts darbs ar kļūdām, jo skolēns tikai uzzina, vai atbilde ir pareiza, bet nesaņem komentārus par to, kāpēc tā ir nepareiza. Izmantojot datoru, skolēns var pārbaudīt savas zināšanas strukturētu testveida uzdevumu risināšanā, uzreiz saņemot vērtējumu par to, kuros uzdevumos viņš ir kļūdījies. Arī matemātikas skolotājs var uzreiz saņemt atgriezenisko saiti par to, kuš skolēns kuru no dotajiem uzdevumiem ir izpildījis pareizi, bet kurš – kļūdījies, bet tikai atsevišķi matemātikas skolotāji atzīst, ka viņi ikdienas mācību stundās izmanto datoru, lai pārbaudītu skolēnu zināšanas.

Atšķirībā no citām Eiropas valstīm, piemēram, Vācijas un Nīderlandes, Latvijas skolās šobrīd nav populāra datoralgebras sistēmu lietošana. Neviens no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem tādas ikdienā nelieto. Aizvien populārāka Latvijas skolās kļūst dinamiskās ģeometrijas sistēmas GEONEXT lietošana, tomēr skolotāji atzīst, ka viņi šīs sistēmas iespējas izmanto nepilnīgi, lielākoties, tikai glīta zīmējuma izveidošanai.

Dators var tikt iekļauts matemātikas mācību procesā kā dinamisks instruments dažādu sakarību pētīšanai. Piemēram, jau pieminētais GEONEXT dod iespēju pārbaudīt dažādās planimetrijas situācijās, *„kas notiktu, ja…”* vai *„ kas mainītos, ja mainītos…”.* Šāda datora lietošana ļautu attīstīt skolēnu izpratni par funkcijām, palīdzētu pamatot skolēniem, kāpēc problēmuzdevumos ir nepieciešamas aplūkot visus iespējamos gadījumus, palīdzētu izstrādāt hipotēzes skolēnu pētījumos. Neviens no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem regulāri neizmanto šīs datora piedāvātās iespējas.

Tā kā Latvijas pamatskolu matemātikas skolotāji savās stundās datortehnikas piedāvātās iespējas pagaidām izmanto maz, tad Latvijā nav masveidā parādījušās datoru neprasmīgas lietošanas negatīvās blaknes, par kurām starptautiskās zinātniskās konferencēs runā aizvien biežāk. Tomēr, izglītojot skolotājus par iespējām lietot datorus matemātikas mācību procesā, jārunā arī par riskantajiem jautājumiem:

- tā kā dators ļoti ātri veic darbības arī ar ļoti lieliem (vai maziem) skaitļiem, skolēns neredz nepieciešamību aptuveni novērtēt rezultātu. Risināšana, izmantojot datoru, nemāca pārbaudīt un uzlabot risinājumus;
- dators, it īpaši ģeometrijā, piedāvā augstu „acīmredzamības" pakāpi. Piemēram, izmantojot GEONEXT, iespējams pārliecināties, ka konkrētā riņķa līnijā visi ievilktie leņķi, kas balstās uz diametra, ir taisni. Līdz ar to skolēns nesaredz pierādījuma nepieciešamību;
- ieviešot mācību procesā datorus, jānodrošina tehniskā izpildījuma un matemātikas satura izpratnes saistība. Piemēram, nepietiek ar to, ka skolēns iemācās, izmantojot datoralgebru, atrisināt vienādojumu sistēmu. Jāpanāk, lai viņš saprastu, kāpēc šī sistēma vispār jārisina.

Intervijās tie skolotāji, kuriem klasē ir pieejamas informācijas tehnoloģijas, pauda viedokli, ka labprāt izmanto tās. Autores novērotajās stundās tehnoloģijas visbiežāk tika izmantotas, lai demonstrētu zīmējumus ģeometrijā vai grafikus algebrā. Atsevišķi skolotāji izmantoja dokumentu kameras, lai organizētu klasē uzdevuma risinājumu salīdzināšanu, tā nodrošinot kvalitatīvu formatīvo vērtēšanu stundas laikā.

Vairums pamatskolas matemātikas skolotāju izglītību ir ieguvuši laikā, kad tehnoloģiju iespējas bija nesalīdzināmi zemākas nekā šobrīd, tāpēc viņi tehnoloģiju lietošanas prasmes ir apguvuši tālākizglītības kursos vai pašmācības ceļā. Autorei šķiet riskanta tendence tālākizglītības kursos galveno uzmanību pievērst tikai tehnoloģiju iespējām un tam, lai skolotāji šīs iespējas apgūtu, atstājot novārtā tehnoloģiju lietošanas didaktisko aspektu, t.i., atbildes uz jautājumiem, **kāpēc** iekļaut mācību procesā informācijas tehnoloģijas un **kā** to darīt. Autore ir izteikusi priekšlikumu akcentēt IT lietošanas didaktiskos aspektus projekta „Dabaszinātnes un matemātika" rīkotajos kursos, kuru sagatavošanā ir iesaistīta.

Par IT lietošanu stundās arī autores darbos [A1] un [A2].

Par 3. nodaļas tematiku arī autores darbi [A8], [A11], [A12], [A20], [A22], [A23].

4. nodaļa. Secinājumi un rekomendācijas

Pamatojoties uz iepriekšējās nodaļās izklāstīto, autore secina, ka:

- matemātikas skolotāja kompetence matemātikas didaktikā nozīmē mērķtiecīgu mācību procesa plānošanu, prasmi daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem, mērķtiecīgu darbu ar uzdevumiem, pamatotu mācību metožu un darba formu izvēli, diferencētu darbu ar dažādu spēju skolēniem, izpratni par vērtēšanu un prasmi to īstenot mācību procesā un IT mērķtiecīgu lietošanu mācību procesā;
- skolotāja kompetenci matemātikas didaktikā ietekmē viņa kompetence matemātikā, subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu, kā arī ar mācību procesu saistītās skolotāja personības iezīmes;
- Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāji izmanto pieredzes ceļā iegūto subjektīvo izpratni par labu matemātikas mācīšanu, viņiem trūkst izprastu teorētisko zināšanu matemātikas didaktikā;
- Latvijas pamatskolas matemātikas skolotājiem bieži ir grūti atzīt, ka viņu profesionālajā darbībā kaut ko būtu ieteicams mainīt un uzlabot;
- šobrīd Latvijā matemātikas skolotājiem tiek piedāvāts uzlabot savu kompetenci, izvēloties otrā līmeņa studijas kādā no augstskolām vai arī piedaloties tālākizglītības kursos. Tā skolotāji var iegūt nepieciešamās zināšanas matemātikas didaktikā, tomēr pastāv risks, ka tās netiks īstenotas praksē. Riskanti ir arī tas, ka skolotāju kompetence matemātikā un tās didaktikā ir ļoti dažāda, bet tālākizglītības kursu programmas nepiedāvā diferencēta darba iespējas;
- Latvijā ir nepieciešams zinātniski pamatots mācību līdzeklis matemātikas didaktikā.

Lai uzlabotu Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā, autore iesaka:

- organizēt matemātikas skolotāju tālākizglītošanos nelielās grupās, kuras veidotas no vienas skolas vai dažu tuvu esošu skolu skolotājiem un kuru darbu vada konsultants – cilvēks, kuram ir gan ļoti labas zināšanas matemātikā un tās didaktikā, gan darba pieredze skolā;
- tālākizglītības grupu darbu organizēt kā regulāras tikšanās, kuru laikā skolotāji apgūst jaunas zināšanas matemātikas didaktikā un analizē savu pieredzi iepriekšējā nodarbībā iegūto zināšanu izmantošanā.

Literatūra

1. Autores publikācijas

1.1. Zinātniskas publikācijas starptautiski recenzējamos izdevumos

[A1] Lāce. G. Daži IKT lietošanas aspekti matemātikas mācību procesā vispārizglītojošās skolās. Realitāte un vīzija. – In: Proceedings of The LatSTE'2005 Conference. Mācību grāmata, Rīga, 2005. – pp. 46.-47.

[A2] Lāce. G. Возможности мотировать учеников к изучению математики. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 7th Internetional Conference. TU, Tartu, 2006. – pp.124.-128.

[A3] Bērziņa I., Bonka D., Lāce G. Scillas and Haribdas in Developing Combinatorial Skills of Junior Students: Latvian Experience. – Department of mathematics Report Series. Volume 14. USB, Česke Budejovice, 2006. – pp.61.-64.

[A4] Andžāns A., Bonka D., Lāce G. There are Many Roads to the only Truth. – Integral, Volume 9, Issue 6, November 2006. – pp.10-14.

[A5] Andžāns A., Lāce G. What probability theory should be taught to bright high school students? – In: Proceedings of the 6th International Conference APLIMAT, Part III. SUT, Bratislava, 2007. – pp. 251.-256.

[A6] Bērziņa I., Bonka D., Lāce G. The Mathematical Content of Junior Contests: Latvian Approach. – WFNMC Journal „ Mathematics Competitions", Volume 20 Number 1, 2007. – pp.25. – 35.

[A7] Lāce G. Wie man die Elemente der Kombinatorik in den Mittelstufenmathematikunterricht integrieren kann? – Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik, DIV Verlag Francbecker, 2007

[A8] Lāce G. Achievements of 5th-8th graders at the Second round of the 57th latvian mathematical olympiad. Facts and lessons. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 8th Internetional Conference. Mācību grāmata, Rīga, 2007. – pp. 156.-161.

[A9] Lāce G. Natural based on Experience Teaching of Combinatorics at Elementary School. – Selected Papers of International Scientific

Conference Gifted Children: Challenges and Possibilities. Technologija, Kaunas, 2007. – 3 pages.

[A10] Cibulis A., Lāce G. The Experience of Development of Pupils' Creativity in Latvia. In: Proceedings of the Discussing Group9: Promoting Creativity for All Students in Mathematics Education. The 11th International Congress on Mathematical Education. University of Rousse, Bulgaria, 2008. – pp.217.-223.

[A11] Lāce G. Von den Schülern gewählten Strategien für die Lösung der Problemaufgaben in der Kombinatorik. – Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. Vorträge auf der 42. Tagung für Didaktik der Mathematik, Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster, 2008

[A12] Lāce G. Vorstellungen, Überzeugungen, Erwartungen und Anforderungen der Sekundarstufenlehrer/ innen in Lettland – Beiträge zum Mathematikunterricht 2009. Vorträge auf der 43. Tagung für Didaktik der Mathematik, Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster, 2008

1.2. Starptautisku zinātnisku konferenču referātu tēzes

[A13] Lāce. G. How to motivate students to learn mathematics. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. 7th Internetional Conference. Abstracts. TU, Tartu, 2006. – p. 32.

[A14] Andžāns A., Lāce G. What probability theory should be taught to bright high school students? – In: APLIMAT 2007. Book of abstracts. Bratislava, 2007.

[A15] Lāce G. Incorporating combinatorics into other topics of middle and high school curricula. Gemeinsame Jahrestagung der Deutschen Mathematiker – Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Vortragsprogramm mit Abstracts. Berlin, 2007 – p.334.

[A16] Lāce G. Achievements of 5th-8th graders at the Second round of the 57th latvian mathematical olympiad. Facts and lessons. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. 8th Internetional Conference. Abstracts,Mācību grāmata, Rīga, 2007. – pp. 28.-29.

[A17] Lāce G. Natural based on Experience Teaching of Combinatorics at Elementary School. – In: Gifted Children: Challenges and Possibilities.International Scientific Conference. Abstracts. Technologija, Kaunas, 2007. – p.48.

[A18] Lāce G., Von den Schülern gewählten Strategien für die Lösung der Problemaufgaben in der Combinatorik. – In: 42. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Abstracts. Budapest, 2008

[A19] Lāce G., Vorstellungen, Überzeugungen, Erwartungen und Anforderungen der Sekundarstufenlehrer/ innen in Lettland. –43. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Abstracts. , Oldenburg, 2009. – p.77.

[A20] Lāce. G. The Professional competence of primary school teachers of mathematics in didactics of mathematic. The choice of exercises. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. 10th Internetional Conference. Abstracts. TU, Tallinn, 2009.

[A21] Lāce G. The beliefs of students gifted in mathematics about learning processes in mathematics. – In: Gifted Children: Challenges and Possibilities. 2nd International Scientific Conference. Abstracts. University of Latvia, Rīga, 2009. – p.30.-31.

[A22] Lāce G. Lehrerfragen im Unterricht von Problemlösen. - Gemeinsame Jahrestagung der Deutschen Mathematiker – Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Vortragsprogramm mit Abstracts., München, 2010. – p.120.

[A23] Lāce G., The competence of primary school mathematics teachers in mathematics and didactics in Latvia. – In: 8. Latvijas matemātikas konference. Tēzes., Valmiera, 2010.- p. 42.

1.3. Tradicionālā formā izdoti mācību līdzekļi

[AM1] France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 7. klasei., Lielvārds , 2007.

[AM2] France I., Lāce G., Matemātika 7. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2007.

[AM3] France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 8. klasei., Lielvārds , 2008.

[AM4] France I., Lāce G., Matemātika 8. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2008.

[AM5] France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 9. klasei., Lielvārds , 2009.

[AM6] France I., Lāce G., Matemātika 9. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2009.

2. Citu autoru darbi

Baumert, J., & Kunter,M. (2006). Stichwort:Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 9,* 469–520.

Blőmeke, S., Kaiser, G., Lehmann, R., (2008). Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer (Hrsg.), Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher mathematikstudierender und –referendare; Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung. Münster: Waxmann.

Blum, W., Drüke – Noe, C., Hartung, R., Köller, O. (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bromme, R., Rheinberg, F., Minsel, B., Winteler, A., Weidenmann, B. (2006). Die Erziehenden und Lehrenden. In: A. Krapp& B. Weidenmann (Hrsg.), . *Pädagogische Psychologie (5., vollst. überarb. Aufl.).* -Weinheim: Beltz PVU, 269-355.

Bromme, R. (1997): Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In: Weinert,F.E. (Hrsg.): *Encyklopädie der Psychologie. Pädagogische Psychologie. Bd. 3: Psychologie des Unterrichts und der Schule.* – Göttingen, 177-212.

Bromme, R. (1995): Was ist ‚pedagogical content knowledge'? Kritische Anmerkungen zu einem fruchtbaren Forschungsprogramm. In: Hopmann, S./Riquarts, K. (Hrsg.): *Didaktik und/oder Curriculum. Zeitschrift für Pädagogik*, 33, 105-115.

Bromme, R. (1992). Der Lehrer als Experte: Zur Psychologie des professionellen Wissens. Bern: Huber.

Bruder, R., Büchter, A., Leuders, T. (2008). Mathematikunterricht entwickeln: Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Brunner, M., Kunter, M., Krauss, S., Klusmann, U., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Dubberke, T., Jordan, A., Löwen, K.& Tsai, Y.-M. (2006) Die professionelle Kompetenz von mathematiklehrkräften: Konzeptualisierung, Erfassung und Bedeutung für den Unterricht. Eine Zwischenbilanz des COACTIV-Projekts. In: M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG – Schwerpunktprogramms.* Münster: Waxmann, 54-82.

Edelmann, W. (2000[6]) Lernpsychologie. Weinheim: Beltz

Geidžs, N.-L., Berliners, D.-C. (1999.) Pedagoģiskā psiholoģija. Rīga: Zvaigzne ABC

Helmke, A. (2009). Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität – Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts. Seelze: Klett -Kallmeyer in.

Keiser, G., Vollstedt, M. (2007). Teachers'views on effective mathematics teaching: commentaries from a European perspective : *ZDM mathematics Education,* 39, 341-348.

Kiel, E. (Hrsg.) (2008) Unterricht sehen, analysieren, gestalten. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Leuders, T. (Hrsg.) (2003): Mathematik – Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Leuders, T. (2001): Qualität im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Mayring, P. (2008). Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Oser, F. (2001): Modelle der Wirksamkeit in der Lehrer- und Lehrerinnenausbildung. In: Oser, F./Oelkers, J. (Hrsg.): *Die Wirksamkeit der Lehrerbildungssysteme.* – Chur, 67-96.

Roth, W.-M. (2005): Doing Qualitative Research. Praxis of Method. Rotterdam/ Taipei: Sense Publishers.

Shulman, L. S. (1986): Those who understand: Knowledge growth in teaching. In: *Educational Researcher*, 15, No. 2, 4-14.

Terhart, E. (2006): Was wissen wir über gute Lehrer? In*: Pädagogik,* 58. Jg., H. 5, 42-47.

Terhart, E. (2002): Standards für die Lehrerbildung. *Eine Expertise für die Kultusministerkonferenz.* –Münster.

Terhart, E. (Hrsg.) (2000): Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland. *Abschlussbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Kommission*. Weinheim.

Van de Walle,J.A., Karp, K.S., Bay- Williams., J.M., (2010[7]) Elementary and midle school mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson.

Zech, F. (2002[10]): Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

3. Interneta resursi

[I1] http://www.nbpts.org

[I2] http://www.dzm.lv

[I3] http://nms.lu.lv

[I4] http://www.math.utah.edu/~pa/math/polya.html