Dace Bonka

INTERPRETĀCIJU METODE ELEMENTĀRAJĀ MATEMĀTIKĀ UN MATEMĀTIKAS SACENSĪBAS PAMATSKOLAS VECUMA SKOLĒNIEM

Promocijas darbs
matemātikas doktora zinātniskā grāda iegūšanai

Zinātnes nozare: matemātika
Zinātnes apakšnozare: modernā elementārā matemātika
un matemātikas didaktika

Zinātniskais vadītājs
Dr.habil.mat., LU profesors
Agnis Andžāns

Latvijas Universitāte

Rīga, 2008

SATURS

VISPĀRĪGA INFORMĀCIJA PAR DARBU

1. DARBA FORMA: disertācija.

2. PUBLIKĀCIJAS: raksti, referātu tēzes.

   1.piezīme. Darba rezultāti atspoguļoti arī citās referātu tēzēs, kas publikāciju sarakstā nav iekļautas.

   2.piezīme. Darba rezultāti izmantoti, izstrādājot vairākus mācību līdzekļus. Svarīgākie no tiem minēti autores publikāciju saraksta beigās atsevišķā sadaļā.

3. DARBA SATURS

PĒTĪJUMA PRIEKŠMETS: interpretāciju metode, tās apgūšanas un lietošanas jautājumi skolā, matemātikas sacensības pamatskolas vecuma skolēniem un interpretāciju metodes lietojumi tajās.

PĒTĪJUMA MĒRĶIS: matemātikas padziļinātas mācīšanas sistēmas saglabāšana un pilnveidošana Latvijā.

PĒTĪJUMA UZDEVUMS: apzināt iespējas pilnveidot matemātikas kursu, iekļaujot tajā jēdzienu par interpretāciju metodi, paplašināt matemātikas padziļinātas apguves iespējas pamatskolas klašu skolēniem ar matemātisko sacensību palīdzību.

PĒTĪJUMA METODES: literatūras studijas, konsultācijas ar izglītības darbiniekiem Latvijā un ārzemēs, tiešs pedagoģiskais darbs ar skolēniem un skolotājiem dažāda tipa un līmeņa skolās Latvijā, ārpusklases pasākumu organizēšana un to rezultātu apkopošana, teorētisku vispārinājumu veikšana, secinājumu aprobācija praksē un zinātniskos kontaktos.

GALVENIE REZULTĀTI. Pirmo reizi sistematizētas interpretāciju metodes izpausmes matemātiskajās sacensībās. Pirmo reizi izpētītas iespējas izmantot interpretāciju metodi skolas kursā un veidot metodisko nodrošinājumu tās apguvei. Apzinātas matemātikas sacensību iespējas pamatskolas klašu skolēniem un izveidots jauns starptautisks konkurss 4.klašu skolēniem.

4. DARBA APROBĀCIJA KONGRESOS UN KONFERENCĒS

4.1. Pasaules mēroga kongresos

- 10. starptautiskajā matemātikas izglītības kongresā Kopenhāgenā (Dānija) 2004.gadā (2 ielūgtie referāti)
- Pasaules matemātikas sacensību federācijas (WFNMC) 5. kongresā Kembridžā (Lielbritānija) 2006.gadā
- 11. starptautiskajā matemātikas izglītības kongresā Monterejā (Meksika) 2008.gadā

4.2. Starptautiskās konferencēs

- III starptautiskajā konferencē „Dabaszinātnes un skolotāju izglītība” Rīgā 2001.gadā
- 2. starptautiskajā konferencē „Conference on Creativity in Mathematics Education and Education of Gifted Students” Rīgā 2002.gadā

- Starptautiskajā konferencē „The Development and Perspectives of General and Higher Education (Physics, Mathematics, Computer Sciences)" Šauļos (Lietuva) 2003.gadā
- 5. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Liepājā 2004.gadā
- Starptautiskajā konferencē „Latvijas i-Sabiedrības Tehnoloģiju Ekspozīcija LatSTE 2004" Ogrē 2004. gadā
- 3. starptautiskajā konferencē "Teachers' Training in the 21st Century: Changes and Perspectives" Šauļos (Lietuva) 2004.gadā
- 39. Matemātikas didaktikas biedrības konferencē Bīlefeldē (Vācija) 2005.gadā
- 6. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Viļņā (Lietuva) 2005.gadā
- 7. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Tartu (Igaunija) 2006.gadā
- 4. starptautiskajā konferencē „Conference on Creativity in Mathematics Education and Education of Gifted Students" Česke Budejovicē (Čehija) 2006.gadā
- 6. starptautiskajā konferencē „APLIMAT" Bratislavā (Slovākija) 2007.gadā
- 8. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Rīgā 2007.gadā
- Starptautiskajā konferencē „Gifted Children: Challenges and Possibilities" Kauņā (Lietuva) 2007.gadā
- 5. starptautiskajā konferencē „Conference on Creativity in Mathematics Education and Education of Gifted Students" Haifā (Izraēla) 2008.gadā
- 9. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" Viļņā (Lietuva) 2008.gadā

4.3. Citās konferencēs

- Konferencē „LatSTE '99" Smiltenē 1999.gadā
- Konferencē „LatSTE 2000" Aucē 2000.gadā
- Konferencē „Matematika ir matematikos destymas – 2004" Kauņā (Lietuva) 2004.gadā
- Konferencē „Matematika ir matematikos destymas – 2005" Kauņā (Lietuva) 2005.gadā
- LU 65.konferencē Rīgā 2007.gadā

5. IEGŪTO REZULTĀTU PRAKTISKIE PIELIETOJUMI

Pētījumā iegūtie rezultāti izmantoti sekojošās jomās:

- Latvijas Izglītības Informatizācijas sistēmas valsts investīciju projekta izstrādē (1997.-2005.)

- Valsts pasūtīta pētījuma „Kritēriju izstrāde matemātikas mācību sasniegumu novērtēšanai atbilstoši vispārizglītojošā, humanitārā un sociālā virziena izglītības programmu prasībām” (pasūtītājs LR IZM ISEC, izpildītājs LU) izstrādē (2000.g.)
- Matemātikas sacensību sistēmas pilnveidošanā un Latvijas jauno matemātiķu izlases sagatavošanas procesa pilnveidošanā, tā ietvaros sekojošos projektos:
    - LU pētniecības projektā „Matemātikas padziļinātas mācīšanas zinātniskais un metodiskais nodrošinājums” 2006.gadā
    - LU Akadēmiskās attīstības projektā „Latvijas 33.atklātā matemātikas olimpiāde” 2006. gadā
    - LZP pētījumu projektā "Matemātikas padziļinātas mācīšanas zinātniskais un metodiskais nodrošinājums" 2007.gadā
    - LU zinātniskās infrastruktūras attīstības projektā „Latvijas skolēnu zināšanu un kompetenču paaugstināšana matemātikā, attīstot matemātisko sacensību sistēmu un skolēnu pētniecisko darbu” 2007.gadā
    - Projektā „Vidzemes matemātikas skola” 2004.-2007. gados
    - LZP pētījumu projektā "Matemātikas padziļinātas mācīšanas zinātniskais un metodiskais nodrošinājums" 2008.gadā
    - LU Akadēmiskās attīstības projektā „LU FMF centra - A.Liepas Neklātienes matemātikas skolas – darbība” 2008.gadā
- Matemātikas padziļinātai apguvei domātu mācību līdzekļu izstrādē
    - Latvijas – Islandes kopprojekta LAIMA ietvaros
    - NORD PLUS NEIGHBOUR projekta „Matemātikas padziļināta mācīšana” ietvaros 2004.-2005. un 2006.-2007. gados

6. PRAKTISKO PIELIETOJUMU SABIEDRISKAIS NOVĒRTĒJUMS

Par rezultātiem matemātikas padziļinātas mācīšanas sistēmas attīstīšanā Latvijā darba autorei piešķirtas

- Adas Lavleisas prēmija 1998.gadā
- Ata Kronvalda prēmija 2008. gadā

7. PATEICĪBA

Promocijas darbs izstrādāts ar ESF atbalstu LU projekta „Doktorantu un jauno zinātnieku atbalsts Latvijas Universitātē” ietvaros.

IEVADS

Izglītība būtiski ietekmē sabiedrības attīstības perspektīvu, tautas vietu un nozīmi pasaules kultūrtautu saimē. Valsts ģeopolitiskais stāvoklis, ierobežotie izejvielu un enerģētiskie resursi nosaka, ka galvenie Latvijas konkurences spēju nodrošinošie faktori ir un būs augstvērtīgi izglītoti, kvalificēti iedzīvotāji un intelektuāli ietilpīga tautsaimniecība. Izglītība rada vienīgo iespēju Latvijai savlaicīgi iekļauties pasaules civilizācijas attīstības trešajā vilnī, ko raksturo sabiedrības un atsevišķu personu intelektuālās darbības nozīmības ievērojams pieaugums.

Izglītības pamatprincipi ir humanitātes, demokrātisma, individualizācijas, radošās darbības, tautiskuma, profesionalitātes, zinātniskuma, sistemātiskuma un mūsdienīguma principi. Humanitātes principa būtība ir cilvēka atzīšana par pamatvērtību. Tas prasa veidot vispusīgu personību, kopt humānus uzskatus, jūtas un attieksmes.

Arī eksaktās zinātnes – dabaszinātnes, matemātika, datorzinātnes – pilnībā atbilst humanitātes principam izglītībā un audzināšanā. Šīs zinātnes ir senas. Laika gaitā gūtās praktiskās atziņas ir pamatotas ar cilvēces gadu tūkstošiem ilgu praksi. Eksaktās zinātnes ir objektīvas un nesatur pretrunas. Tās audzina skolēnos precizitāti un kārtību, māca domāt un savus spriedumus pamatot, māca būt godīgiem, jo melus un maldus var atklāt un atspēkot. Dabaszinātnes māca izprast un ievērot pasaulē valdošās likumsakarības, māca izturēties pret apkārtējo dabu un sabiedrību ar cieņu un labestību.

Cilvēks pasauli iepazīst ar dažādiem izziņas paņēmieniem - empīrisko, emocionālo, racionālo izziņu un modelēšanu. Viena no svarīgākajām eksaktajām zinātnēm ir matemātika. Skolas kursā tā ir praktiski vienīgā zinātne, kurā pasaules iepazīšanai tiek lietota racionālā izziņa, t.i., pasaule tiek iepazīta caur sakarībām un attieksmēm, nevis tiešā kontaktā (kā empīriskā izziņas procesā) vai caur emocijām un jūtām (kā emocionālā izziņas procesā). Modelēšanas galvenais „pārstāvis" skolas kursā ir informātika, taču tās izpausmes sastopamas arī matemātikas apguves procesā. Tieši matemātika attīsta cilvēka analītiskās spējas, kas ir tik nepieciešamas ne tikai eksakto zinātņu darbiniekiem, bet arī daudzu citu profesiju pārstāvjiem - uzņēmumu vadītājiem, finansu darbiniekiem, ārstiem u.c.

Savā darbā esmu pievērsusies jautājumiem, kā rosināt skolēnu interesi par matemātiku un attīstīt viņu matemātiskās spējas ar matemātikas sacensību palīdzību. Esmu arī pētījusi, kāda loma izglītības procesā ir vai varētu būt interpretāciju metodei – vienai no svarīgākajām vispārīgajām matemātikas metodēm.

I NODAĻA.
INTERPRETĀCIJU METODE MATEMĀTIKĀ ĪSĀ VĒSTURISKĀ SKATĪJUMĀ

1.1. Interpretāciju metodes būtība

Par INTERPRETĀCIJU METODI elementārajā matemātikā sauksim tādu uzdevumu risināšanas vispārīgu paņēmienu, kad doto vienas apakšnozares uzdevumu „pārtulko" (interpretē) kādas citas apakšnozares „valodā", atrisina iegūto uzdevumu un atrisinājumu „tulko" atpakaļ, iegūstot dotā uzdevuma risinājumu. Runājot precīzāk, interpretāciju metodes lietošanas gaitā uzdevumu aizstāj ar tam izomorfu uzdevumu un risina to.

Jēdziens ‘elementārā matemātika' bieži vien tiek uztverts kā „skolas matemātika", taču šis jēdziens ir daudz plašāks. A.Andžāns darbā [1] dod šādu jēdziena ‘elementārā matemātika' skaidrojumu:

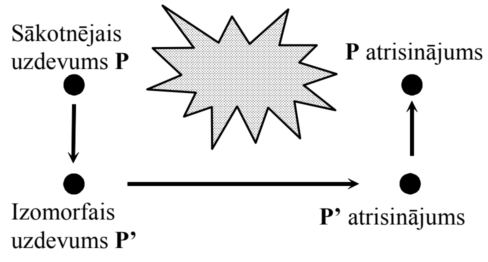
Elementārā matemātika ir 1) to spriešanas paņēmienu kopums, kurus plaša matemātiskā sabiedrība uzskata par pašsaprotamiem, neatkarīgiem no kādas specifiskas matemātikas nozares un bez īpašas atsauces uz tiem lieto tos visdažādākajās, arī ļoti tālu viena no otras stāvošās matemātikas nozarēs, 2) uzdevumi, kas atrisināmi ar šo metožu palīdzību.

Interpretāciju metode, bez šaubām, ir elementārās matemātikas (šādā traktējumā) sastāvdaļa – tā ir spriešanas paņēmiens, kas nav atkarīgs no kādas specifiskas matemātikas nozares un plaši lietojams visdažādākajās matemātikas nozarēs. Pat vēl vairāk – interpretāciju metode parāda matemātikas vienotību, atklāj dažādo matemātikas nozaru savstarpējo saistību. Tā ir interpretāciju metodes galvenā izglītojošā nozīme.

Interpretāciju metodes būtība tēlaini izsakāma šādā cilvēces dzīves pieredzē gūtā secinājumā:

„*ja ceļā ir šķērslis, var mēģināt nevis lauzties tam cauri, bet apiet apkārt*",
kas intuitīvi skaidrs jebkuram cilvēkam.

1. zīm. Interpretāciju metodes būtība



Tiesa, ne vienmēr izdodas ātri un veiksmīgi atrast vieglāko apkārtceļu. Bieži vien gadās nomaldīties tālu prom no pareizā ceļa. Tāpat kā ceļojot pieredzējis un ar intuīciju apveltīts ceļotājs apkārtceļu atrod veiksmīgāk, tā arī uzdevumu risināšana daudz raitāk sokas pieredzējušam, augstu matemātiskās kultūras līmeni sasniegušam risinātājam.

Risinot uzdevumu ar interpretāciju metodi, rīkojas pēc sekojoša plāna.

1. Izvēlas atbilstošu interpretāciju.

2. "Pārtulko" visus dotos objektus un sakarības.

3. Pārliecinās, ka interpretācija ir korekta, t.i., iegūtais uzdevums ir izomorfs dotajam vai vismaz būtiskajai dotā uzdevuma daļai.

4. Atrisina jauno uzdevumu.

5. Rezultātu "tulko" atpakaļ.

Bieži vien atrisinājuma pierakstā šie etapi netiek precīzi nodalīti, un tas arī nav nepieciešams.

1.2. Interpretāciju nozīme

Interpretāciju metode, izprotot tās aprakstā minētos jēdzienus **ļoti brīvi**, ir tikpat veca kā pati matemātika. Jebkura matemātisku jēdzienu attēlošana ar vārdiem, cipariem vai specifiskiem matemātiskiem simboliem ir šo jēdzienu interpretācija. Neapšaubāmi ģeometrisko jēdzienu un situāciju interpretācijas ir zīmējumi. Kā zināms, Senajā Grieķijā visus matemātiskos jēdzienus centās attēlot ar zīmējumu palīdzību. Arī šodien, kaut arī mēs zinām, ka ģeometriskam spriedumam būtu jābūt neatkarīgam no zīmējuma, pat nopietnos zinātniskos darbos t.s. „sintētiskajā ģeometrijā" bieži sastopamas atsauces uz zīmējumiem, un uz autora sirdsapziņas paliek, kā arī lasītāja ziņā tiek atstāts, cik precīzi izmantotais zīmējums atspoguļo **visas** pētāmajā problēmā iespējamās nianses.

Cits spilgts interpretāciju lietojumu piemērs ir analītiskā ģeometrija. Mēs zinām, ka Renē Dekarts (1596-1650), pūlēdamies sistematizēt racionālās izziņas procesu, izstrādāja analītisko ģeometriju kā paraugu „ne tik precīzu" spriedumu pamatošanā ar „precīzu" spriedumu palīdzību, interpretējot neprecīzos spriedumus precīzo spriedumu valodā. No šiem pētījumiem vēlākajos gadsimtos izauga matemātiskās pamatošanas koncepcija, kuras realizācijas rezultātā visus matemātikas apgalvojumus var interpretēt Peano aritmētikā (vai citā līdzīgā „bāzes sistēmā").

Patiesībā jebkura matemātiska modeļa izstrāde ir dabas, sabiedrības vai domāšanas objekta vai procesa interpretācija matemātikas valodā.

Interpretācijas ir izdarījušas lielus pakalpojumus matemātikas svarīgākajām robežnozarēm – teorētiskajai fizikai un teorētiskajai datorzinātnei: lai atceramies kaut vai Maksvela elektromagnētiskā lauka modeli, Rezerforda un Bora atoma modeļus, ģeometriskos gravitācijas modeļus utt. Algoritmu teorijas un elektronisko skaitļotāju attīstībā izšķirošo lomu spēlēja A.Tjuringa 1936. gadā izstrādātā jebkura algoritmiska procesa interpretācija ar vienkāršas abstraktas ierīces – Tjuringa mašīnas – darbu. Šādu uzskaitījumu varētu turpināt ļoti ilgi.

Jāatzīmē, ka minētās interpretācijas fizikā principiāli atšķiras no interpretācijām matemātikas iekšienē: tās interpretē **ārpusmatemātiskus** objektus ar matemātisku jēdzienu palīdzību. Mūsu darba tēma ir pētīt, kā matemātikas mācīšanu var atvieglot un padziļināt, interpretējot **matemātiskus** jēdzienus un objektus, dažreiz pat ar ārpusmatemātisku jēdzienu palīdzību.

II NODAĻA.
INTERPRETĀCIJU METODES LIETOJUMI SKOLĀ

2.1. Interpretāciju metodes lietojumu iespējas mācību stundās

Pēdējos gadu desmitos notiek strauja zinātnes un tehnoloģiju attīstība, kas dziļi skar arī izglītības sistēmu, mainās galvenie izglītības mērķi un uzdevumi. Ja agrāk mērķis bija liela apjoma zināšanu un faktu apguve, tad tagad lielāks akcents tiek likts uz uzdevumu iemācīt skolēnam mācīties – attīstīt prasmes un iemaņas strādāt ar pieejamo informāciju.

Mācību priekšmeta "Matemātika" mērķis pamatskolā ir veidot skolēnu izpratni par matemātiskām metodēm un attīstīt prasmes tās lietot pasaules izzināšanā, citos mācību priekšmetos un daudzveidīgā darbībā.

Šī mērķa sasniegšanai mācību priekšmeta "Matemātika" uzdevumi bez citiem ir arī radīt skolēnam iespēju apgūt prasmes pētīt un risināt praktiskus uzdevumus, izmantojot matemātiskos modeļus, iegūstot, sakārtojot, analizējot datus un prognozējot iegūstamo rezultātu, veicināt domāšanas attīstību, veidojot prasmi izteikt matemātiski pamatotus spriedumus un apgūstot problēmrisināšanas pieredzi. [2, 2.pielikums]

Matemātikā ir izstrādāti daudzi simti metožu, kuras sekmīgi lieto dažādu uzdevumu risināšanā. Parasti katra metode paredzēta samērā šauras uzdevumu grupas risināšanai. Tomēr matemātikā ir arī tādas metodes, kuras nav saistītas ar kādu specifisku uzdevumu grupu, bet tiek lietotas visdažādākajās nozarēs. Tās nav tikai matemātikas metodes, bet domāšanas paņēmieni, kurus cilvēki lieto tiklab matemātisku problēmu risināšanai, kā arī citos dzīves gadījumos. Šīs metodes ir sekojošas:

1) *Kvantitatīvo un kvalitatīvo apgalvojumu savstarpējās atbilstības metode*; metodes būtība – uzdevumus par kvalitatīvu apgalvojumu (t.i., tādu, kas atbild uz jautājumu ar „jā” vai „nē”) pierādīšanu reducēt uz apskatāmo lielumu skaitlisko vērtību īpašību pamatošanu. Īpaši nozīmīga šī metode ir, piemēram, ģeometrijā, incidences teorēmu pierādījumos (skat., piem., [3]).

2) *Ekstremālā elementa metode*; metodes būtība - lai noskaidrotu kādas elementu kopas īpašības, aplūko tādu elementu no šīs kopas, kas ir kaut kādā nozīmē īpašs (ekstremāls) šajā kopā (skat., piem., [4]).

3) *Vidējās vērtības metode*; tā balstās uz sekojošu principu: “Lai paveiktu lielas lietas, vismaz vienā virzienā jāsakoncentrē pietiekami lieli līdzekļi”. Par šo metodi sīkāk skat., piem., [5].

4) *Invariantu metode*; šo metodi var lietot, pierādot kāda procesa rezultāta neiespējamību. Invariantu metodes būtība - atrast piemērotu īpašību, kas piemīt sākumā dotajiem lielumiem un nemainās procesa gaitā, savukārt nepiemīt iegūstamajam rezultātam. Invariantu metodes lietojumu iespējas savā promocijas darbā pētījusi Līga Ramāna (skat. [6]).

5) Iepriekš aprakstītā *interpretāciju metode*; tā balstās uz sekojošu dzīves patiesību: „Ja ceļā ir šķērslis, tad var mēģināt nevis lauzties tam cauri, bet apiet apkārt".

Šo metožu apguve skolā pilnībā atbilst jaunajām izglītības sistēmas nostādnēm. Arī interpretāciju metodes mācīšanai skolā ir liela pedagoģiskā vērtība: tā parāda matemātikas vienotību - katra atsevišķa matemātikas nozare daudzu faktu pierādīšanā un uzdevumu risināšanā pielieto citas nozares rezultātus. Tāpat šīs metodes apgūšana un pielietošana skolā veicina atsevišķu mācību priekšmetu integrētu mācīšanu, ļaujot arī ekonomēt laiku. Interpretāciju metode ir lietojama ne tikai matemātikas iekšienē, bet arī saistībā ar citām zinātnēm.

Interpretāciju metode ir spēcīgs „ierocis" augsta līmeņa elementārajā matemātikā, tās sekmīga lietošana prasa pamatīgas zināšanas dažādās jomās. Tomēr ar metodes būtību skolēnus iespējams un vēlams iepazīstināt jau pamatskolā, pakāpeniski paplašinot metodes lietojuma robežas.

Balstoties uz novērojumiem un pieredzi darbā ar skolēniem – gan vadot matemātikas stundas un pulciņu, gan LU A.Liepas NMS aktivitāšu ietvaros (matemātikas olimpiādēs, neklātienes konkursos, izbraukuma lekcijās un vasaras nometnēs) – ir apzināti interpretāciju tipi un izstrādāti konkrēti piemēri, kas veiksmīgi lietojami skolas matemātikas kursa apguves procesā. Tie ir sekojoši:

Pamatskolā:

1. Dažādu kombinatorisko struktūru (grafu, Eilera-Venna diagrammu u.c.) lietošana teksta uzdevumu risināšanā (skat., piem., [7]).
2. Laukuma jēdziena izmantošana saīsinātās reizināšanas formulu un algebrisku identitāšu pierādīšanā (skat., piem., [8]).
3. Pitagora teorēmas nestandarta pierādījumi (skat., piem., [9]).
4. Smaguma centra jēdziena izmantošana ģeometrijas teorēmu pierādījumos (skat., piem., [10] un [11]).

Vidusskolā bez iepriekš minētajām vēl arī:

5. Vienādojumu un nevienādību un to sistēmu risināšana grafiski.
6. Ģeometriskas interpretācijas algebrisku nevienādību pierādīšanā (skat., piem., [12]).

7. Leņķa trigonometrisko funkciju interpretēšana ar nogriežņu garumiem vienības riņķa līnijā (skat., piem., [8]).
8. Ģeometriskas figūras elementu interpretācijas citas figūras ietvaros (skat., piem., [13]).
9. Algebrisku izteiksmju interpretācija ar vektoriem (skat., piem., [14]).
10. Analītiskās ģeometrijas elementi (skat., piem., ievadparagrāfus no [15]).
11. Komplekso skaitļu ģeometriskā interpretācija (skat., piem., [16]).

Tiesa, ne visas minētās interpretācijas atvieglo tradicionālos risinājumus (it sevišķi jaunākās klasēs), taču tās parāda oficiālajā mācību programmā neaplūkotos risinājumu un pierādījumu paņēmienus, kas veiksmīgi var tikt lietoti sarežģītāku problēmuzdevumu risināšanā, attīsta prasmes un iemaņas matemātisko modeļu veidošanai praktisku uzdevumu risināšanā un zinātniski pētniecisku darbu veikšanai.

Nozīmīga ir arī interpretāciju metodes loma atsevišķu mācību priekšmetu (lielākoties – matemātikas un fizikas) integrētā apguvē. Apgūstot dažādas zinātnes integrēti, tiek parādīta konkrētā teorētiskā fakta nozīmība ne tikai vienas zinātnes ietvaros, bet arī praktiskais pielietojums un nozīmība vispār dzīvē un dabā. Tas ļauj konkrēto faktu labāk izprast un redzēt tā nozīmi, tādējādi radot motivāciju visas vielas apguvei un paaugstinot skolēnu sekmības rādītājus.

Skolēniem pieejamākās starpnozaru interpretācijas matemātikā ir fizikālu jēdzienu (piem., smaguma centra, inerces momenta) pielietošana ģeometrijas teorēmu pierādījumos un uzdevumu risināšanā. Plašāk par fizikālām interpretācijām ģeometrijā skat., piemēram, [11].

Kaut arī atsevišķi skolai piemēroti interpretāciju metodes lietojumu piemēri literatūrā sastopami daudzviet (skat., piem., iepriekš norādītos darbus), tie aplūkoti izolēti viens no otra, ar dažādiem nosaukumiem un nenorādot to idejisko vienotību. Mums nav izdevies atrast vienotu interpretāciju metodes aprakstu un vēl jo vairāk – sistemātisku izklāstu.

Par interpretāciju metodes lietojumu iespējām skolas kursā sīkāk rakstīts autores darbos [A2], [A3], [A22], [A23], [A24].

2.2. Interpretāciju metodes lietojumi ārpusstundu nodarbībās

Izglītības sistēma Latvijā kopš neatkarības atgūšanas piedzīvo nepārtrauktas reformas. Tas atstāj lielu, nebūt ne vienmēr pozitīvu, ietekmi uz izglītības kvalitāti, it īpaši eksakto priekšmetu jomā. Atsaucoties uz izglītības sistēmas humanizāciju (bet praktiski to uztverot kā humanitarizāciju), tika un tiek samazināts matemātikai un dabaszinātnēm atvēlēto mācību stundu skaits, līdz ar to samazinot arī satura apjomu. **Būtiskākais zaudējums, kas radies**

šajā procesā, ir pierādījuma prestiža katastrofālais kritums skolās. Pierādījums ir ne tikai matemātikas galvenais ierocis. Pierādīšanas un spriešanas prasmes un iemaņas un iekšēja nepieciešamība pēc pamatojuma ir būtiska vispusīgi attīstītas un patstāvīgi domājošas personības veidošanā. Neattīstot šīs prasmes un iemaņas, jaunie cilvēki tiek veidoti par pakļāvīgiem sabiedrības locekļiem, kas paši nav spējīgi analizēt un vērtēt notiekošos procesus, kam nav sava pamatota viedokļa un uzskatu. **Neskatoties uz to, prasme pamatot vairs netiek uzskatīta par vienu no pamatprasībām matemātikas apguvē skolā.**

Savukārt matemātikas sacensībās jau ilgus gadus saglabājas augsts zinātniskais līmenis. Izveidojies t.s. „olimpiāžu matemātikas standarts", kas matemātikas skolotājiem kalpo par vadlīnijām darbā ar spējīgākajiem skolēniem. Tomēr, tā kā matemātikas sacensību uzdevumu tematika stipri atšķiras no tradicionālā skolas kursa, skolēnu gatavošana tām pārsvarā notiek ārpusstundu nodarbībās – fakultatīvos, matemātikas pulciņos, individuāli.

Tā kā pamatskolas skolēniem vēl nav pietiekami plašu matemātisko faktu zināšanu, šim vecumam paredzēto matemātisko sacensību uzdevumiem jābūt tādiem, kuru atrisināšana balstās galvenokārt uz loģiskiem spriedumiem. Tādējādi olimpiādēs un konkursos galvenais uzsvars tiek likts uz kombinatoriska un algoritmiska satura uzdevumiem, kam savukārt skolas kursā tiek pievērsta minimāla uzmanība. Otrs apstāklis, kas nosaka kombinatorikas un algoritmikas uzdevumu īpatsvaru matemātikas sacensību uzdevumu komplektos, ir mūsdienu matemātikas attīstības tendences.

Olimpiāžu un konkursu uzdevumu risinājumos prasība pēc pierādījumiem un pamatojumiem visos uzdevumos ir obligāta. Tāpēc ļoti liela nozīme šo uzdevumu risinājumos ir vispārīgajām matemātikas metodēm, tai skaitā arī interpretāciju metodei. Olimpiāžu un konkursu uzdevumos interpretāciju metodes pielietojuma iespējas ir daudz plašākas nekā matemātikas standarta satura ietvaros, sīkāk tās aplūkotas nākamajā apakšnodaļā.

2.3. Matemātikas sacensībās skolēniem biežāk lietoti interpretāciju veidi

Balstoties uz autores personīgo darba pieredzi LU A.Liepas NMS – darbošanās matemātikas olimpiāžu žūrijas komisijās, neklātienes konkursu pamatskolēniem organizēšana un vadīšana, neklātienes nodarbību vidusskolēniem vadīšana, lekciju un nodarbību skolēniem vadīšana Mazajā Matemātikas un Informātikas Universitātē un atsevišķos Latvijas reģionos – ir apzināti galvenie interpretāciju veidi, kas veiksmīgi izmantojami matemātikas sacensību uzdevumos.

1. Interpretācijas ar grafu palīdzību.
    1.1. Spriedumi par grafa virsotņu pakāpēm.

1.2. Ciklu eksistence grafā.

1.3. Grafu krāsošana.

1.4. Planāra grafa īpašību lietojumi.

1.5. Spēļu interpretācija ar grafu palīdzību.

2. Interpretācijas ar citu kombinatorisku struktūru palīdzību.

2.1. Interpretācijas, balstoties uz minimaksa teorēmu lietošanu.

2.2. Interpretācijas ar matricu palīdzību.

2.3. Interpretācijas ar ģeometriski regulārām struktūrām.

2.4. Spēļu interpretācijas rūtiņu tīklā.

2.5. Identitāšu pierādīšana, lietojot speciālas interpretācijas.

3. Ģeometriskas interpretācijas.

3.1. Interpretācijas skaitīšanas uzdevumos.

3.2. Nevienādību pierādīšanā:

3.2.1. garuma jēdziena lietojumi,

3.2.2. laukuma jēdziena lietojumi,

3.2.3. vektora jēdziena lietojumi,

3.2.4. jaukta veida interpretācijas.

3.3. Planimetrijas teorēmu stereometriski pierādījumi:

3.3.1. paralēlā projekcija,

3.3.2. centrālā projekcija,

3.3.3. plaknes figūru stereometriska interpretācija.

3.4. Ģeometriskas interpretācijas elementārās skaitļu teorijas uzdevumos.

4. Viena procesa aizstāšana ar citu.

4.1. Algoritma neiespējamības pierādījumos.

4.2. Algoritma analīzē:

4.2.1. algoritma darbības rezultāta noteikšanā,

4.2.2. algoritma galīguma pierādījumos.

5. Varbūtību teorijas lietojumi algebrisku nevienādību pierādīšanā.

6. Komplekso skaitļu interpretācijas ar vektoriem un otrādi.

7. Trigonometriskās interpretācijas.

7.1. Vienādojumu un to sistēmu risināšanā.

7.2. Nevienādību pierādīšanā.

8. Interpretācijas uzdevumos par funkcionālvienādojumiem un aksiomātiku.

8.1. Neatkarības pierādījumos.

8.2. Neeksistences pierādījumos.

9. Fizikālās interpretācijas.

9.1. Smaguma centra jēdziena lietojumi:

9.1.1. incidences teorēmās,

9.1.2. nevienādību pierādījumos,

9.1.3. summu aprēķināšanā.

9.2. Enerģijas nezūdamības likums.

9.3. Potenciālās enerģijas minimuma princips un līdzsvara stāvoklis statikā.

9.4. Fizikālo procesu nepārtrauktības pielietojumi, ja procesi tiek izmantoti kā matemātisko problēmu modeļi.

Vēl vairāk nekā 2.2. punktā aplūkoto stundās lietojamo interpretāciju gadījumā šeit apskatītajā „augstākajā līmenī" gandrīz nevienam tematam nevar norādīt daudzmaz izsmeļošu mācību līdzekli. Bagātīgs interesantu piemēru klāsts atrodams olimpiāžu uzdevumu krājumos; īpaši šeit izceļas Austrumeiropā izdotie. Tomēr šis materiāls nav sistematizēts.

Kā labus mēģinājumus šeit var minēt sekojošus:

- tematam 1. – darbs [17]
- tematam 2.5. – 1980-os gados rakstu krājumos „Lecture Notes in Computer Science" publicēto rakstu sērija „The Tales of County Club"; darbs [8] no literatūras saraksta
- tematiem 3.3.1. un 3.3.2. – darbs [18]
- tematam 5. – darbs [19]
- tematam 6. – darbs [16]
- tematam 9. – darbi [10] un [11]

Pamatskolas skolēniem paredzētos uzdevumos tiek lietotas un ir pieejamākas 1., 2., 3.1., 3.4., 4., 9.1., 9.4. veidu interpretācijas. Citu veidu interpretāciju lietojumi bāzējas uz tādiem matemātikas vai dabaszinātņu jēdzieniem un faktiem, kas pamatskolas matemātikas kursā netiek mācīti.

Lai gan matemātikas sacensību uzdevumu saturs stipri atšķiras no skolas tipveida uzdevumiem, tomēr to sastādīšanā tiek ievērots princips, ka uzdevumu formulējumos ietilpstošie matemātiskie jēdzieni, objekti un to īpašības nedrīkst pārsniegt to attiecīgajā vecumā apgūstamo zināšanu apjomu, kas noteikts pamatizglītības standartā [2]. Galvenās atšķirības ir apstākļī, ka olimpiāžu un konkursu uzdevumu risināšanā bieži vien jāpielieto tādi spriešanas paņēmieni, kas skolas kursā netiek īpaši akcentēti. Tāpēc skolēnu iepazīstināšana ar svarīgākajiem šādu paņēmienu piemēriem ir būtiska gan viņu matemātiskās kultūras attīstībai, gan no psiholoģiskā viedokļa. Ja pirmā saskaršanās ar šāda veida uzdevumiem skolēnam, pat varbūt ļoti spējīgam, notiek tikai olimpiādē, gandrīz droši var apgalvot, ka rezultāti būs vāji. Tas savukārt skolēnā var izraisīt mazvērtības kompleksus un pašvērtējuma krišanos, kā arī mazināt interesi par matemātiku un motivāciju mācīties.

Interpretāciju metodes lietojumi matemātikas sacensībās apskatīti autores darbos [A4], [A9], [A10], [A12], [A13], [A16], [A17], [A18], [A27], [A28], [A35], [A36].

Vairāki ar interpretāciju metodi saistīti uzdevumi atrodami autores izstrādātajos mācību līdzekļos [AM1], [AM2], [AI1], [AI2], [AI3], [AI4], [AI5].

2.4. Interpretāciju metodes plusi un mīnusi

Par interpretāciju metodes pozitīvajām pusēm jau tika rakstīts iepriekš. Vēlreiz uzskaitīsim iemeslus, kāpēc interpretāciju metode pelnījusi nozīmīgu vietu matemātikas apguves procesā:

A *tā ir efektīvs ierocis daudzu sarežģītu uzdevumu/ problēmu risināšanā*;

B *metodes lietošana attīsta spējas analizēt un sintezēt informāciju*;

C *interpretāciju metode demonstrē dažādu matemātikas apakšnozaru vienotību*;

D *tā rada iespējas matemātikas un citu zinātņu integrētai mācīšanai*;

E *ar interpretāciju metodes palīdzību neformālā, skolēnus aizraujošā veidā var ieviest un demonstrēt tādus vispārīgus matemātikas jēdzienus kā izomorfisms, modelēšana, aksiomu neatkarība, aksiomu sistēmas saderība*;

F *metodes lietojumi var radīt arī estētisku baudījumu*;

G *interpretāciju metode ir pieejama arī jaunāko klašu skolēniem, tā stimulē radošu attieksmi pret matemātiku un patstāvīgus pētījumus*.

Taču šīs metodes lietojumos bieži var novērot arī dažus trūkumus. Daudzos gadījumos uzskatāmais un vienkāršais pierādījums ar interpretāciju metodi tomēr nav pietiekami matemātiski korekts. Te gan būtu jāatceras, ka neviens pierādījums šodienas matemātiķu darbos no formālā viedokļa nav **absolūti** precīzs. Matemātika nesastāv tikai no formāliem pierādījumiem, tās galvenais mērķis ir radīt izpratni, un tas it īpaši jāņem vērā izglītības procesā.

Tālāk aplūkosim biežāk sastopamās nepilnības un trūkumus interpretāciju metodes lietojumos un ceļus, kā tos novērst.

A *Interpretācija neiekļauj visas situācijas, ko pieļauj dotā uzdevuma formulējums.*

Šāda veida trūkumi raksturīgi 2.4., 2.5., 3.2., 3.3., 4., 7., 9. veidu interpretācijās. Piemēram, algebrisku vienādību interpretējot ar ģeometriskiem vai fizikāliem lielumiem, tiek apskatīts tikai nenegatīvu skaitļu gadījums; interpretējot ar trigonometriskiem lielumiem, jāņem vērā, ka sinusa un kosinusa funkciju vērtību apgabals ir [-1; 1], utml.

Lai risinājums būtu korekts, interpretācijas nenosegtie gadījumi jāapskata atsevišķi. Bieži šajos gadījumos viegli atrast atrisinājumu vai pamatot atrisinājuma neiespējamību ar matemātikas specifiskās apakšnozares līdzekļiem.

B *Interpretācijā lietotais modelis eksistē tikai kādā formālā sistēmā un neatbilst realitātei.* Taču šis modelis skolēniem ir pazīstams un intuitīvā līmenī labi izprotams.

Šāda veida situācijas raksturīgas 1., 3., 4.2., 8., 9. veidu interpretācijās. Fizikālās interpretācijās šādi modeļi un pieņēmumi ir, piemēram,

(a) ūdens līmeņa virsma tiek uztverta kā plakne / plaknes daļa (īstenībā tā ir mazliet izliekta),

(b) homogēna materiāla plāksnīte tiek uzskatīta kā plaknes figūra (realitātē katra materiāla viela sastāv no atomiem, tāpēc, lai cik plāna arī nebūtu plāksnīte, tā ir telpisks ķermenis, kā arī neeksistē materiāls ķermenis ar absolūti gludu virsmu); līdzīgi arī tievs homogēns stienītis tiek uzskatīts par taisnes daļu,

(c) tiek pieņemts, ka fizikālie procesi notiek nepārtraukti (īstenībā, tā kā visas vielas sastāv no molekulām, kuru diametri ir pozitīvi, tas nav iespējams).

Lai risinājumi, lietojot šāda veida interpretācijas, būtu korektāki, nepieciešama sīkāka analīze par apskatāmo modeļu būtiskajām un nebūtiskajām īpašībām. Tas veicina starppriekšmetu saikni un radošu attieksmi pret mācību procesu.

C *Pati interpretācijā lietotā modeļa eksistence var tikt apšaubīta.*

Šāda veida situācijas raksturīgas 4., 5., 9. veidu interpretācijās.

Piemēram, 5.veida interpretācijās bieži tiek aplūkotas noteikta veida figūru (parasti sastāvošu no sīkākām vienībām – rūtiņām, trijstūriem utml.) krāsošanas divās vai vairāk krāsās, pieļaujot atšķirīgas varbūtības vienībai tikt nokrāsotai katrā no krāsām. Pierādāmās nevienādības abas puses tiek interpretētas kā varbūtības iegūt kāda konkrēta tipa krāsojumu. Taču skolā tiek mācīti tikai vienkārši varbūtību teorijas elementi un tādā līmenī, kas nerada pārliecību par vēlamā modeļa eksistenci (varbūtība tiek definēta „naivā" veidā kā labvēlīgo gadījumu skaita attiecība pret kopējo gadījumu skaitu, tātad *apriori* varbūtība skolā ir racionāls skaitlis).

Šādu risinājumu apskatīšana un sīkāka analīze var kalpot par labu sākuma punktu skolēnu dziļākai iepazīstināšanai ar apskatāmajiem matemātiskajiem jēdzieniem/ teorijām.

Arī gadījumos, kad interpretācija nevar kalpot par stingru pierādījumu, tā tomēr var uzskatāmi ilustrēt doto situāciju, var palīdzēt izvirzīt hipotēzes, kuru pierādīšanai pēc tam var pielietot citas metodes – ja ir zināms, kurā virzienā jādodas, pareizo ceļu atrast ir vieglāk.

Šie jautājumi aplūkoti autores darbos [A2], [A3], [A9], [A16], [A17], [A22], [A23], [A24], [A36].

III NODAĻA.
MATEMĀTIKAS SACENSĪBU SISTĒMAS PILNVEIDOŠANA

3.1. Matemātikas sacensības kā izglītības sistēmas būtiska sastāvdaļa

Lai iespējami vairāk jauniešu izvēlētos par savu nākotnes specialitāti eksaktās un inženierzinātnes, tādējādi veicinot Latvijas izaugsmi, jau agrīnā vecumā jārada interese par matemātiku un dabaszinātnēm. Arī dažādu veidu matemātikas sacensības ir pasākumi, kuru mērķis ir atklāt un attīstīt skolēnu matemātiskās spējas un vairot interesi par matemātiku.

Dažādas sacensības patlaban un jau ilgus gadus ir ļoti nopietns stabilizējošs faktors matemātikas padziļinātas izglītības sistēmā Latvijā. Lai gan pēdējos gados matemātikas mācību saturs vairākkārt mainījies (ar tendenci vienkāršoties), matemātikas sacensību *standarti* saglabājušies nemainīgi augsti, pēc kā daudzi pedagogi orientējas savā darbā. Šodien skolotājiem nav brīvi pieejami dažādi augsta līmeņa metodiski izdevumi, tāpēc sacensību uzdevumu krājumi ar izvērstiem atrisinājumiem bieži vien ir vienīgā literatūra, ko skolotāji izmanto darbā ar spējīgākiem skolēniem.

Pozitīvs faktors ir arī olimpiāžu un konkursu regularitāte. Jau vairākus gadu desmitus matemātikas olimpiādes notiek vienā un tajā pašā laikā, gadu no gada pamatā saglabājas to organizēšanas *forma*, kas rada skolotājos un skolēnos noteiktības sajūtu un ļauj optimāli plānot ilglaicīgu darbu, lai sasniegtu iespējami labākus rezultātus.

Tāpat matemātikas olimpiādes un konkursi spēlē lielu lomu dažādu jaunu matemātikas sasniegumu, ideju un metožu iedzīvināšanā skolā. Matemātika ir dzīva zinātne, tā pastāvīgi attīstās, tiek atklāti jauni fakti, sakarības, metodes, pilnveidojas uzdevumu risināšanas paņēmieni utt. Skolēni matemātiskās zināšanas un prasmes apgūst galvenokārt tikai mācību stundās valsts noteiktā standarta ietvaros, kā arī ārpusstundu nodarbībās, gatavojoties matemātikas konkursiem un olimpiādēm. Mācību priekšmeta standartā jauninājumus strauji ieviest ir neiespējami, savukārt matemātikas olimpiādes un konkursi ir labs veids, kā plaši iedzīvināt jaunas idejas. Bijušie „olimpieši” – skolēni, kas savulaik guvuši izcilus panākumus pat pasaules līmeņa matemātikas sacensībās – kļuvuši par starptautiski atzītiem zinātniekiem dažādās nozarēs: matemātikā, datorzinātnēs u.c. Daudzi no viņiem joprojām saglabājuši saikni ar matemātikas olimpiāžu kustību, piedaloties olimpiāžu žūrijas komisijas darbā, piedāvājot konkursiem savus uzdevumus, kas lielā mērā balstās uz patreizējām zinātnes aktualitātēm. Tādējādi caur konkursu uzdevumiem šīs novitātes nonāk pie labākajiem skolēniem un skolotājiem, kuri tās pakāpeniski izplata tālāk.

Ļoti būtiska izglītības sistēmā ir matemātisko sacensību psiholoģiskā ietekme. Apstākļos, kad mācību programmas un vērtēšanas kritēriji tiek vienkāršoti un atviegloti, centīgam un apdāvinātam skolēnam ļoti bieži skolā pietrūkst grūtību, ar ko cīnīties un kuras pārvarēt. **Pārprasta** humānisma gaisotnē („galvenais, lai bērns būtu laimīgs") šāda skolēna dotības var palikt nerealizētas. Matemātisko sacensību sistēma ir kā kalnu masīvs, kurā katrs var izvēlēties sev dotajā brīdī vispiemērotāko virsotni kāpšanai, skaidri saskatot arī nākošās, vēl augstākās smailes.

Minēto tematiku autore skārusi darbos [A1], [A5], [A6], [A7], [A18], [A19], [A20], [A21], [A29], [A30], [A31], [A37].

3.2. Matemātikas sacensības pasaulē

Dažāda veida prāta sacensības pasaulē pazīstamas jau sen. Tā, piemēram, senie grieķi sacentās, risinot ģeometrijas uzdevumus, viduslaikos itāļu matemātiķi sacentās kubisko vienādojumu risināšanā u. tml.. Taču par pirmajām matemātikas sacensībām skolēniem mūsdienu izpratnē var uzskatīt Etveša konkursu, kas Ungārijā tiek organizēts kopš 1894.gada (skat., piem., [I1]). Savukārt pirmā skolēnu matemātikas olimpiāde mūsdienu izpratnē notika 1934.gadā Ļeņingradā, to organizēja B.N. Delonē un G.M. Fihtengolcs. 1959.gadā Rumānijā tika organizēta 1. Starptatutiskā matemātikas olimpiāde, kurā piedalījās 7 Austrumeiropas valstis: Bulgārija, Čehoslovākija, Polija, PSRS, Rumānija, Ungārija un VDR. Kopš tā laika starptautiskās skolēnu matemātikas olimpiādes notiek regulāri katru gadu (izņemot 1980.gadu). 2007.gadā Vjetnamā notika 48. Starptautiskā matemātikas olimpiāde, tajā piedalījās 93 valstu komandas (skat., piem., [I2]).

Mūsdienās daudzās pasaules valstīs ir izplatītas šāda veida matemātikas sacensības skolēniem:

A ***klātienes sacensības:*** matemātikas olimpiādes – visi olimpiādes dalībnieki ierodas vienuviet, visus darbus labo viena žūrijas komisija. Daudzās valstīs, arī Latvijā, notiek nacionālās matemātikas olimpiādes vairākās kārtās, kas ir kā atlases posmi valsts komandas izveidei startam Starptautiskajā matemātikas olimpiādē.

Matemātikas olimpiādes pārsvarā ir individuālas sacensības, taču sastopamas arī komandu sacensības. Piemēram, sacensības „Baltijas Ceļš", kas notiek kopš 1991.gada un kurās piedalās Baltijas jūras reģiona valstis, tai skaitā arī Latvija, ir vienīgā starptautiskā skolēnu komandu matemātikas olimpiāde.

B ***neklātienes sacensības:*** uzdevumu rubrikas žurnālos vai laikrakstos – skolēni uzdevumus var risināt ilgāku laiku (vairākas nedēļas); risinājumus iesūta konkursa organizatoriem, kas darbus izlabo, un laureātu vārdi parasti vēlāk tiek publicēti.

Pie neklātienes sacensībām pieskaitāmi arī tādi konkursi, kuros tiek piedāvātas neatrisinātas problēmas un uzdevumi. Tādi uzdevumi atkarībā no sarežģītības tiek publicēti, sākot ar izklaides un atjautības uzdevumu žurnāliem, līdz pat augsta līmeņa zinātniskiem izdevumiem. Latvijā populārākie šāda veida uzdevumi ir t.s. izklaidējošās matemātikas uzdevumi, bieži vien par kombinatoriskās ģeometrijas tematiku. Uz šādu uzdevumu bāzes ir izstrādāti daudzi kvalitatīvi skolēnu zinātniski – pētnieciskie darbi (skat., piemēram, [20]).

C ***jaukta tipa sacensības:*** parasti – reģionālas matemātikas olimpiādes, kas notiek vairākās vietās vienlaicīgi, darbi tiek laboti norises vietās, bet pēc tam tiek apkopoti kopējie rezultāti. Tādas, piemēram, ir Ziemeļvalstu olimpiāde, Āzijas un Klusā okeāna valstu olimpiāde (skat. [I3]), arī starptautisks konkurss „Pilsētu turnīrs", konkurss „Kenguru" u.c.

Augsti attīstītas un plaša mēroga matemātikas sacensību sistēmas izveidotas vairākās valstīs, kā, piemēram, Krievijā, Kanādā, Austrālijā, Bulgārijā, Rumānijā, Ungārijā u.c.. Arī Latvija iekļaujama šī saraksta augšgalā (skat. nākošo punktu)

Matemātisko sacensību kustība pasaulē attīstās ciešas starptautiskas sadarbības gaisotnē. Tas noveda pie Pasaules nacionālo matemātisko sacensību federācijas (World Federation of the National Mathematical Competitions – WFNMC) nodibināšanas 1984.gadā 5. Pasaules matemātiskās izglītības kongresā Adelaidā. WFNMC ir viena no četrām ar Starptautisko matemātiskās apmācības komisiju (International Commission on Mathematics Instruction – ICMI) asociētajām organizācijām; savukārt ICMI ir vadošā starptautiskā organizācija matemātiskās izglītības jomā.

Starptautiskā sadarbība matemātisko sacensību jomā sevišķi aktivizējās pēc t.s. „sociālistiskās" sistēmas sabrukuma, kad daudzi simti Austrumeiropas matemātiķu pārcēlās uz dzīvi Rietumos un cita starpā sāka tur iedzīvināt efektīvas metodes matemātikas padziļinātā mācīšanā.

3.3. Matemātikas sacensības un to atbalsta sistēma Latvijā

38 gadu laikā pie mums ir izveidota plaša un stabila sistēma padziļinātas matemātikas izglītības jomā, kura būtiski balstās uz matemātiskajām sacensībām. Par to ir referēts vairākās starptautiskās konferencēs un kongresos, kā arī tas atspoguļots daudzās publikācijās.

Atzīmēsim tikai dažus izteiksmīgus faktus:

- Latvijas Universitātes A.Liepas Neklātienes Matemātikas skolai ir uzticēta vairāku augsta līmeņa starptautisku kongresu un konferenču rīkošana padziļinātas matemātikas mācīšanas un apdāvinātu bērnu izglītības jomā: Pasaules matemātisko sacensību federācijas 6. kongress 2010.gadā, 2. starptautiskā konference „Conference on Creativity in Mathematics Education and Education of Gifted Students" 2002.gadā, 6. starptautiskā konference „Conference on Creativity in Mathematics Education and Education of Gifted Students" 2010.gadā, 2. starptautiskā konference „Gifted Children: Challenges and Possibilities" 2009.gadā;
- Latvija ir viena no pirmajām valstīm pasaulē, kurā *Modernā elementārā matemātika un matemātikas didaktika* ir oficiāli atzīta kā *Matemātikas* zinātnes apakšnozare; ir izveidotas maģistra studiju programma un doktora studiju programma šajā apakšvirzienā;
- pēdējo 4 gadu laikā no WFNMC oficiālajā žurnālā „Matemātikas sacensības" (WFNMC Journal „Mathematics Competitions") publicētajiem 27 „lielajiem" rakstiem 3 raksti ir no Latvijas (visos tajos disertācijas autore Dace Bonka ir starp līdzautoriem; skat. [A6], [A15], [A18]);
- pēc LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skolas iniciatīvas un ar tās tiešu līdzdalību nodibinātas trīs plaša mēroga starptautiskas sacensības matemātikā:
  - „Pilsētu turnīrs" – kopš 1979. gada; patlaban tajā piedalās ~50 valstis
  - komandu olimpiāde „Baltijas Ceļš" – notiek kopš 1990.gada; patlaban tajā piedalās 10 valstis (visas valstis ap Baltijas jūru un Islande kā pirmā valsts, kas atzina Latvijas, Lietuvas un Igaunijas neatkarību 1991. gadā)
  - starptautisks konkurss visa mācību gada garumā „Tik vai... Cik?" 4.klašu skolēniem – notiek kopš 2004.gada, piedalās ~2000 skolēnu.

Par matemātikas padziļinātas mācīšanas kvalitāti liecina arī mūsu skolēnu sasniegumi starptautiskajās matemātikas olimpiādēs – nevienu gadu mūsu komanda nav palikusi bez apbalvojumiem. Var šķist, ka sagatavot elitāru 6 skolēnu komandu ar vienu mērķi – gūt labus panākumus vienā olimpiādē – nav valstiski svarīgs uzdevums. Dažās valstīs galvenais darbs tiešām tiek veikts tikai ar izcilākajiem skolēniem –viņi mācās speciālās klasēs, universitātēs viņiem ir atvēlētas speciālas telpas, kur studēt literatūru, konsultēties ar pasniedzējiem, brīvlaikos viņiem tiek rīkotas speciālas nometnes, kurās tiek aicināti arī ārzemju lektori (ļoti bieži arī no Latvijas), utml. Bet aiz šīs elitārās grupas ir tukšums.

Latvijā matemātikas padziļinātas izglītības sistēmu koordinē un attīsta LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola (NMS). NMS un līdz ar to arī matemātikas padziļinātas mācīšanas sistēmas galvenais mērķis ir plašos mērogos paaugstināt Latvijas sabiedrības matemātisko kultūru, veidot to par intelektuālu, patstāvīgi un loģiski spriest spējīgu sabiedrību. Tāpēc arī NMS organizēto pasākumu kopums ietver pasākumus gan skolēniem, gan matemātikas skolotājiem visdažādākajos līmeņos.

Sīkāk apskatīsim katru no šīm aktivitātēm.

A *Matemātikas olimpiādes*.

1. <u>Valsts matemātikas olimpiāde.</u> Vidusskolu matemātikas olimpiāžu pirmsākumi Latvijā veidojās 1945./46. mācību gadā, kad LVU (tagad LU) matemātikas katedras organizēja pirmo olimpiādi. Regulāras šīs skolēnu - matemātiķu sacensības kļuva, sākot ar 1949./50. mācību gadu, bet olimpiāžu numerācija sākās ar 1950./51. mācību gadu, kad to organizēšanā iesaistījās arī Rīgas Pionieru pils (tagad Skolēnu pils). Vēlākajos gados, Izglītības ministrijas stimulētas, olimpiādes aptvēra visu Latviju. Tagad valsts matemātikas olimpiāde notiek 3 posmos – sagatavošanās olimpiāde 5. – 12.klašu skolēniem (parasti notiek skolas līmenī; šis posms nav obligāts), rajona olimpiāde 5. – 12.klašu skolēniem un valsts olimpiāde 9. – 12. klašu skolēniem divās kārtās. Trešā posma 2. kārtā – atlases sacensībās – aicināti piedalīties skolēni, kas 1.kārtā uzrādījuši labākos rezultātus, lai sacenstos par vietu Latvijas komandas sastāvā startam Starptautiskajā matemātikas olimpiādē. Olimpiādes organizēšanu reglamentē IZM ISEC apstiprinātais „Mācību olimpiāžu nolikums". Pēc nolikuma, olimpiādes 1. un 2. posmā drīkst piedalīties jebkurš skolēns, neatkarīgi no sasniegumiem matemātikā; savukārt dalībai 3. posmā rajona olimpiādes žūrijas komisija izvirza reglamentētu skaitu dalībnieku – 2.posma uzvarētājus. Valsts matemātikas olimpiādi organizē IZM sadarbībā ar NMS. NMS pārziņā ir uzdevumu un atrisinājumu komplekta sastādīšana visiem posmiem, valsts līmeņa posma norises nodrošināšana un žūrijas darbs. IZM pārziņā ir citi organizatoriskie jautājumi.

   Katrā Latvijas valsts olimpiādes posmā (izņemot atlases sacensības) skolēniem risināšanai tiek piedāvāti 5 uzdevumi – katrai klašu grupai savi. Risināšanas laiks parasti ir 4-5 astronomiskās stundas. Katru uzdevumu vērtē ar 0-10 punktiem.

2. <u>Atklātā matemātikas olimpiāde.</u> 1974. gadā LU Fizikas un matemātikas fakultātes 5. kursa studentiem radās ideja organizēt republikas mēroga matemātikas olimpiādi, kurā varētu piedalīties katrs skolēns, kurš interesējas par matemātiku,

neatkarīgi no panākumiem rajona olimpiādēs. Otrs mērķis bija - dot iespēju piedalīties olimpiādē arī jaunāku klašu skolēniem. 1974.gadā notika 1. atklātā matemātikas olimpiāde, kurā piedalījās 316 dalībnieki - 7. - 11. klašu skolēni no visas Latvijas. Turpmākajos gados olimpiādēs piedalījās arī vēl jaunāki skolēni. Atklāto olimpiāžu ideja izrādījās auglīga un vilinoša; turpmākajos gados līdzīgas olimpiādes sāka rīkot arī fiziķi, astronomi, ģeogrāfi, filologi u.c. Latvijā, kā arī ārvalstu izglītības organizatori. Latvijas atklātās matemātikas olimpiādes ieguvušas arī starptautisku autoritāti; vairākkārt tajās piedalījušās citu valstu delegācijas. Tagad matemātikas atklātā olimpiāde kļuvusi par vispopulārāko mācību olimpiādi Latvijā. Kopš 1998./99. m.g. ik gadus dalībai atklātajā matemātikas olimpiādē tiek saņemti ap 4000 pieteikumu; dalību 5.-12.klašu matemātikas olimpiādē, kas notiek aprīļa beigās, svētdienā, ņem ap 3000 skolēnu, daži arī no 3. un 4.klasēm (risinot 5.klašu uzdevumus). Tas ir vairāk nekā visās pārējās valsts mēroga mācību olimpiādēs kopā ņemot.

Atklātā matemātika olimpiāde ir NMS iniciatīva, tāpēc visi ar tās organizēšanu saistītie jautājumi ir NMS pārziņā. Uzdevumu komplekta uzbūve un vērtēšana ir līdzīga kā valsts olimpiādē: katrai klašu grupai paredzēts savs uzdevumu komplekts, kas sastāv no 5 uzdevumiem; risināšanai atvēlētas 5 astronomiskās stundas. Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-10 punktiem.

Autores ieguldījums matemātikas olimpiāžu attīstībā ir atsevišķu uzdevumu sastādīšana, olimpiādes darbu labošanas un vērtēšanas kritēriju izstrāde, atsevišķu klašu žūrijas komisiju darba vadīšana, uzdevumu komplektu rediģēšana, izvērstu atrisinājumu izstrāde, kā arī olimpiāžu norises un organizatorisko darbu optimizēšana. Par šiem jautājumiem rakstīts autores publikācijās [A1], [A5], [A6], [A18], [A20], [A31].

B *Neklātienes konkursi jaunāko un vidējo klašu skolēniem.*

Viens no pasākumiem, kas skolēnu mudina strādāt visa gada garumā, ir neklātienes matemātikas konkursi, kas tiek izplatīti ar laikrakstu un žurnālu palīdzību, bet pēdējos gados, attīstoties Informācijas un komunikāciju tehnoloģijām (IKT), arī caur Internetu. Ir daudzi skolēni, kam savu psiholoģisko īpatnību dēļ uzdevumu atrisināšana prasa ilgāku laiku nekā olimpiādē atvēlētās 5 stundas. Šādiem skolēniem neklātienes konkursi ir piemērots veids savu zināšanu pārbaudei. Bez tam šie konkursi ir ne tikai sacensības, tiem ir arī liela izglītojoša nozīme. Tā kā konkursu uzdevumu risināšanu skolēni veic mājās (vai skolā) un drīkst izmantot visus pieejamos izziņas līdzekļus, uzdevumu iedvesmoti, skolēni var apgūt jaunas zināšanas. Būtisks apstāklis ir arī uzdevumu atrisinājumu publicēšana pēc darbu iesūtīšanas termiņa beigām. Ir vērts iepazīties ar uzdevumu autoru piedāvātajiem risinājumiem pat tad, ja uzdevums ir atrisināts pareizi, jo tie var atklāt netradicionālu pieeju uzdevumam, demonstrēt svarīgu spriešanas un pamatošanas paņēmienu, kas veiksmīgi var tikt izmantots arī citu uzdevumu risināšanā. Un, visbeidzot, labas iemaņas uzdevumu, t.sk. nestandarta, risināšanā var gūt tikai prakses rezultātā, atrisinot pēc iespējas vairāk uzdevumu. Skaidrs, ka konkursā, kas notiek 5-6 kārtās, šādu uzdevumu skaits ir daudz lielāks nekā vienā vai divās olimpiādēs gada laikā.

1. Profesora Cipariņa klubs (PCK). Tā tapšanā liela nozīme bija 1.atklātajai matemātikas olimpiādei, pareizāk sakot – tās rezultātu publicēšanai presē. Šo informāciju izlasīja avīzes "Pionieris" toreizējā skolu daļas vadītāja Velta Juršēvica un griezās pie A. Andžāna (toreiz - LVU Skaitļošanas centra jaunākā zinātniskā līdzstrādnieka) ar lūgumu, vai viņš nevēlētos ko līdzīgu olimpiādei organizēt visa mācību gada garumā. Tā 1974. gada rudenī tika publicēti pirmās "Profesora Cipariņa kluba" nodarbības uzdevumi. Sākumā nodarbībā tika iekļauti 3 uzdevumi, bet ar laiku to skaits palielinājās un skolēniem mēnesī nācās risināt vidēji 6 līdz 8 uzdevumus. PCK ieguva lielu popularitāti un atsaucību. Laikā gaitā ir mainījusies nodarbību struktūra - sākot no 1989./90. mācību gada, katrā nodarbībā uzdevumi tika sadalīti divās grupās: A grupā - vieglāki uzdevumi, B grupā - sarežģītāki uzdevumi; katrā grupā pa sešiem uzdevumiem. Skolēns pats varēja izvēlēties, kuras grupas uzdevumus risināt; varēja risināt arī abu grupu uzdevumus. Tomēr laika gaitā PCK dalījums grūtākos un vieglākos uzdevumos (A un B grupās) kļuva arvien mazāk aktuāls - ja gribēja vieglākus uzdevumus, varēja piedalīties Jauno matemātiķu konkursā (skat. tālāk). Līdz ar to, sākot ar 2006./07.m.g, PCK atkal ir tikai viens uzdevumu komplekts, kas sastāv no 10 dažādas grūtības pakāpes uzdevumiem. Kopš PCK pirmsākumiem uzdevumus var risināt gan individuāli, gan arī matemātikas pulciņā vai kopā ar draugiem un atrisinājumus iesūtīt kolektīvi. PCK lielākais pluss ir tas, ka tas domāts tieši vidējo klašu skolēniem, kuriem ir mazāk iespēju piedalīties lielāka mēroga matemātiskos pasākumos, nekā tas ir vecāko klašu skolēniem. Lai arī šis konkurss ir domāts tieši 5. - 9. klašu skolēniem, patīkamus pārsteigumus sagādā arī daži 1.-4. klašu skolēni ar savu entuziasmu un drosmi mēģināt risināt šos uzdevumus, un viņu neatlaidība bieži vien arī vainagojas ar panākumiem. Piemēram, tādi izcili zinātnieki kā Andris Ambainis un Līga Ramāna Profesora Cipariņa kluba uzdevumu risināšanā iesaistījās jau kopš 1. klases, bet Kārlis Čerāns – kopš 2.klases.

Autores ieguldījums PCK darbībā ir atsevišķu uzdevumu sastādīšana, uzdevumu komplektu rediģēšana, izvērstu atrisinājumu sagatavošana (skat., piemēram, mācību līdzekļus [AM1], [AM2], [AI1], [AI4]), vērtēšanas kritēriju izstrāde un skolēnu darbu labošana. Par šiem jautājumiem rakstīts arī autores publikācijās [A1], [A4], [A5], [A6], [A18], [A20], [A29], [A31], [A33], [A37].

2. Jauno matemātiķu konkurss (JMK). Ideja par šādu konkursu 90.-to gadu sākumā radās Mārītei Seilei – toreizējai Preiļu 1.vidusskolas skolotājai. Tajā laikā Latvijā jau bija populārs PCK, kura uzdevumi tika publicēti laikrakstā „Pionieris", vēlāk avīzē „LaBA". Latgale ir vienmēr bijusi ekonomiski vājāk attīstīta nekā pārējie Latvijas novadi, bet 90.-to gadu sākumā, kad Latvija ieguva neatkarību un sākās ekonomiskā krīze, tā īpaši smagi skāra tieši Latgali. Prese kļuva dārgāka, un arī "LaBA" vairs nebija pieejama daudziem skolēniem. Laukos parasti abonēja vienīgi rajona laikrakstu. Šis bija viens no iemesliem, kāpēc radās ideja par JMK. Ļoti būtisks konkursa tapšanas apstāklis bija arī skolēnu psiholoģiskā attieksme pret PCK nodarbībām. Daudziem skolēniem, it sevišķi jaunākiem, PCK uzdevumi ir par grūtiem. Viņi nespēj tikt galā pat ne ar vienu uzdevumu, nonākot diskomfortā paši ar sevi. Tādējādi skolēnam vispār var zust interese par matemātiku un ne tikai par to, viņam var rasties mazvērtības komplekss. Preiļu 1.vidusskolas organizētā "Jauno matemātiķu konkursa" mērķis bija ne tik daudz celt matemātisko kultūru augstā līmenī, bet tieši attīstīt skolēnu pašapziņu.

JMK 1. kārtas uzdevumi tika publicēti 1993. gada 7. janvārī. Sākumā konkurss notika tikai Preiļu rajonā. 1994./95. mācību gadā konkursam pievienojās arī Krāslavas, Daugavpils, Ludzas un Balvu rajoni. Bet 1996./97. mācību gadā konkurss aptvēra Preiļu, Ludzas, Krāslavas, Daugavpils un Rēzeknes rajonus. Pateicoties uzdevumu izplatīšanai caur INTERNET kopš 1999.gada, tagad konkursa risinātāji ir ne tikai no Latgales, bet arī no citiem Latvijas novadiem.

JMK ir paredzēts 4. - 7. klašu skolēniem, taču citreiz savus risinājumus atsūta pat 2. klašu skolēni. Šī konkursa uzdevumu komplektā ir vismaz 1 - 2 pavisam vienkārši uzdevumi, ar kuriem var tikt galā katrs skolēns. Skolēnam tas ir ļoti svarīgi, ka viņš spēj atrisināt uzdevumu – tātad viņš kaut ko var! Un vēl lielāks stimuls tālākajai darbībai ir skolēna uzvārda publicēšana laureātu sarakstā. Tas ceļ ne tikai skolēna pašapziņu, tas ir liels pagodinājums un prieks arī bērna vecākiem un skolotājiem.

Mācību gada laikā parasti notiek 5 konkursa kārtas, katrā kārtā skolēniem patstāvīgai risināšanai tiek piedāvāti 5 uzdevumi. Konkursa uzdevumi tiek publicēti dažos Latgales novada laikrakstos un arī internetā NMS mājas lapā Līdzīgi kā PCK, arī JMK piedāvātos uzdevumus skolēni var risināt gan individuāli, gan kolektīvi.

Kopš 1996.gada JMK organizēšanu – uzdevumu komplektu sastādīšanu un atrisinājumu sagatavošanu, konkursa darbu vērtēšanas kritēriju izstrādi un darbu pārbaudi – ir pārņēmusi disertācijas autore Dace Bonka. Sīkāk par JMK organizatorisko pusi un uzdevumu tematiku rakstīts autores publikācijās [A1], [A4], [A5], [A6], [A18], [A19], [A20], [A29], [A30], [A31], [A33], [A37]. JMK uzdevumus un atrisinājumus var atrast arī disertācijas autores izstrādātajos mācību līdzekļos [AM1], [AM2], [AI1], [AI3], [AI4].

C *Matemātikas konkurss 4.klašu skolēniem „Tik vai... Cik?”* (TVC).

2003.gadā konferencē „The Development and Perspectives of General and Higher Education (Physics, Mathematics, Computer Sciences)” (Šauļos, Lietuvā) Šauļu Universitātes profesors Arkadijus Kiseliovas, Lietuvas 4.klašu olimpiādes rīkotājs, piedāvāja sadarboties, rīkojot starptautisku olimpiādi 4.klašu skolēniem. Šis piedāvājums bija interesants arī Latvijai vairāku iemeslu dēļ. NMS rīkotie pasākumi – olimpiādes, konkursi u.c. – galvenokārt paredzēti skolēniem sākot no 5.klases (lai gan dalībai konkursos PCK un JMK nav vecuma apakšējā ierobežojuma, tomēr tikai atsevišķiem izcili spējīgiem 4.klases skolēniem tie ir pa spēkam; bieži vien uzdevumu formulējumi satur matemātiskus jēdzienus, kas 4.klases skolēniem vēl nav zināmi); līdz tam skolēni praktiski nesaskaras ar “olimpiāžu matemātiku”. Taču daudzi matemātikas skolotāji, skolēni un vecāki ir izrādījuši interesi par matemātikas konkursiem arī jaunākiem skolēniem. Tāpēc pēc disertācijas autores Daces Bonkas ierosinājuma tika nolemts Latvijā izveidot konkursu 4.klašu skolēniem “Tik vai... Cik?”, kura galvenais mērķis ir iepazīstināt bērnus ar olimpiāžu tipa uzdevumiem. Savukārt Lietuvas 4. – 5. klašu skolēnu matemātikas olimpiādes galvenais mērķis ir skolēnu matemātisko spēju diagnostika un salīdzināšana (skat., piem., [21]). Arī uzdevumu tematika Latvijas un Lietuvas konkursos ir atšķirīga – Lietuvas 4.klašu olimpiādē pārsvarā tiek piedāvāti skolas standarta uzdevumi, taču Latvijas konkursā bez skolā apskatāmām tēmām – aritmētikas, ģeometrijas elementiem, algebras pamatiem un statistikas – tiek iekļauti arī kombinatoriska satura un loģikas uzdevumi. Konkursa TVC organizēšanā liela loma ir skolām un matemātikas skolotājiem – tas nav nedz neklātienes konkurss kā PCK vai JMK, nedz olimpiāde tradicionālā izpratnē. TVC būtībā ir jaukta tipa sacensības – konkursa darbu rakstīšana un labošana notiek atsevišķi katrā skolā, bet pēc tam tiek apkopoti visu dalībnieku rezultāti. Mācību gada sākumā tiek izsludināta skolu pieteikšanās dalībai konkursā. Tālākā sadarbība notiek starp konkursa organizatoriem NMS Daces Bonkas vadībā un skolu kontaktpersonām, kas parasti ir matemātikas skolotāji vai/un skolas administrācijas pārstāvji. NMS pārziņā ir uzdevumu komplekta un vērtēšanas kritēriju izstrāde un nosūtīšana skolu kontaktpersonām, kā arī rezultātu apkopošana. Savukārt skolu kontaktpersonām jānoorganizē skolēnu darbs un darbu labošana, kā arī pēc tam rezultāti jāatsūta NMS. Sadarbība ar skolu kontaktpersonām notiek pa e-pastu. Mācību gada laikā notiek 4 konkursa TVC kārtas. Pirmajās trīs kārtās drīkst piedalīties jebkurš 4. klases skolēns. 4.kārta ir konkursa noslēdzošā kārta, kas tiek organizēta vairākos (~13-14) "centros", kas tiek izvēlēti pēc skolu ģeogrāfiskā izvietojuma. Dalībai 4.kārtā no katras skolas tiek uzaicināti skolēni, kas uzrādījuši labākos rezultātus pirmo trīs kārtu kopvērtējumā. 4. kārtas uzdevumu komplekts tiek veidots kopīgi ar Lietuvas kolēģiem, un tas sakrīt ar Lietuvas 4.klašu valsts olimpiādes uzdevumiem. Pēc šīs kārtas rezultātiem tiek noteikti gan starptautiskā 4.klašu skolēnu konkursa uzvarētāji, gan Latvijas konkursa TVC uzvarētāji kopvērtējumā par visu mācību gadu.

TVC uzdevumu izpildei skolēniem paredzēta 1 mācību stunda 1. – 3. kārtās un 2 mācību stundas 4.kārtā. Aizraujoša un bērniem saistoša darba forma ir testa uzdevumi ar piedāvātiem atbilžu variantiem. Šāda uzdevumu forma tiek vērtēta pretrunīgi – testi ir lietderīgi ātrai zināšanu un izpratnes pārbaudei mācību procesā, taču tie neatklāj skolēna prasmes un iemaņas pamatot un pierādīt, kas ir būtiskākais matemātikas sacensību diagnostikas objekts. Tomēr, lai rosinātu bērnu interesi, TVC 1.kārtas un daļa 2.kārtas uzdevumu tiek piedāvāti tieši testa veidā. Lai mazinātu vēlmi atbildi atzīmēt "uz labu laimi", par nepareizu atbildi tiek piešķirts negatīvs vērtējums. Citos uzdevumos skolēniem nepieciešams uzrādīt arī risinājuma gaitu un īsus pamatojumus.

Konkurss TVC ir disertācijas autores oriģināls ienesums Latvijas matemātikas sacensību sistēmā no idejas līdz realizācijai. Par šiem jautājumiem rakstīts autores publikācijās [A8], [A11], [A18], [A20], [A26], [A29], [A31], [A37]. Skat. arī autores izstrādātos mācību līdzekļus [AM1], [AM2], [AI1].

D *Mazā matemātikas un informātikas universitāte* (MMIU) ir klātienes nodarbības 9. – 12. klašu skolēniem. Tomēr bieži tās apmeklē arī jaunāku klašu skolēni. Tās tiek organizētas 1 reizi mēnesī sestdienās, tādējādi ir pieejamas arī attālāku skolu skolēniem. MMIU parasti notiek lekcijas par dažādām matemātikas un datorzinātnes tēmām, kā arī praktiskās nodarbības datorklasē. Lekcijas vada gan pieredzējuši LU mācībspēki, gan studenti – bijušie olimpiāžu laureāti. Arī disertācijas autore ir novadījusi vairākas lekcijas MMIU par nestandarta uzdevumu risināšanas metodēm.

Par šo NMS aktivitāti rakstīts autores darbos [A1], [A5], [A6], [AI1].

E *Neklātienes nodarbības vidusskolēniem* (NNV) ir vecākā NMS darbības forma. 1969.gadā grupa toreizējās LVU Fizikas un matemātikas fakultātes studentu dekāna Aivara Liepas vadībā nolēma organizēt neklātienes matemātikas skolu vidusskolēniem – matemātikas padziļinātu mācīšanu "pa pastu". Savas pastāvēšanas laikā NNV darbības forma nav būtiski mainījusies, atskaitot to, ka, attīstoties IKT, paplašinājušās komunikācijas iespējas. Neklātienes nodarbībām drīkst pieteikties jebkurš 9. – 12. klašu skolēns. Visa mācību gada garumā notiek NMS darbinieku sarakste (gan pa pastu, gan pa e-pastu) ar skolēniem. Skolēni saņem teorijas materiālus, uzdevumu risināšanas piemērus un uzdevumus patstāvīgai risināšanai. Tos skolēniem ir jāizrēķina un jāsūta NNV vadītājiem, kas izlabotos darbus kopā ar jauniem materiāliem sūta atpakaļ skolēniem, utt. Mācību gada laikā parasti notiek 4 – 6 NNV nodarbības.

Autores ieguldījums NNV darbības norisē ir mācību materiālu sagatavošana, iesūtīto darbu pārbaude un korespondence ar skolēniem. Par NNV rakstīts autores darbos [A1], [A7], [A25], [A33], [A34], [A37], [AI1].

F Viens no NMS kūrētiem pasākumiem ir arī *Latvijas skolēnu izlases gatavošana startiem starptautiskajās sacensībās*. Darbs ar labākajiem skolēniem notiek visa mācību gada garumā. Reizi nedēļā nodarbības Latvijas izlases kandidātiem – 60-70 vidusskolēniem, kas iepriekšējos gados uzrādījuši labus rezultātus matemātikas olimpiādēs – vada profesionālu lektoru komanda.

G *Vasaras matemātikas nometnes* ir lieliska iespēja attālāku rajonu bērniem kvalificētu pasniedzēju vadībā padziļināti apgūt matemātiku. Pirmā vasaras matemātikas nometne ar NMS darbinieku piedalīšanos notika 1987. gadā Cēsīs. Kopš tā laika ar retiem izņēmumiem katru gadu tiek rīkotas 1 – 3 vasaras nometnes dažādos Latvijas rajonos. Viena nometne parasti ilgst 1 – 2 nedēļas, katru dienu notiek matemātikas lekcijas un praktiskās nodarbības (6 – 8 akadēmiskās stundas), kā arī citas aktivitātes –

datornodarbības, viktorīnas un erudīcijas konkursi, šaha vai dambretes turnīri, sporta nodarbības, ekskursijas u.c. Nometnes beigās tradicionāli tiek rīkota nometnes olimpiāde (individuāla vai komandu) par nometnē apgūtajām tēmām.

Šādas nometnes tika rīkotas Cēsīs, Drustos, Līgatnē, Preiļos, Rudzātos, Mazsalacā, Valmierā, Rēzeknē.

Autores ieguldījums tajās ir programmas izstrāde, lektoru kolektīvu organizēšana un konsultēšana, tieša līdzdalība nometņu darbā.

H *Kursi un semināri matemātikas skolotājiem*. NMS kolektīvs nav spējīgs strādāt ar **visiem** Latvijas spējīgajiem un matemātikā apdāvinātiem skolēniem, šis darbs būtu jāveic skolotājiem katrā skolā. Taču diemžēl ne katrā skolā ir pietiekami kvalificēti skolotāji. **Tāpēc viens no svarīgākajiem NMS darbības virzieniem ir matemātikas skolotāju izglītošana matemātikas padziļinātas mācīšanas jomā.** Arī skatoties no ekonomiskā skatu punkta, darbs ar skolotājiem ir auglīgāks nekā darbs ar katru individuālu skolēnu – skolēni izaug un aiziet dzīvē, tikai neliela daļa no tiem varbūt atgriezīsies strādāt skolā, taču skolotājs savas iegūtās zināšanas varēs nodot vairākām skolēnu paaudzēm. Kursi „Paaugstinātas grūtības pakāpes uzdevumu risināšana" (apjoms 36 stundas) tiek organizēti Liepājā, Liepājas rajonā, Smiltenē, Preiļos, Rēzeknē, Limbažos, Valmierā, Ludzā. Autores ieguldījums šajā jomā ir līdzdalība kursu programmas izstrādē un realizācijā. Par šīm aktivitātēm rakstīts autores darbos [A1], [A32].

I *Mācību un metodisko līdzekļu izstrāde matemātikas padziļinātas mācīšanas jomā*. Balstoties uz veiktajiem pētījumiem un uzkrāto pieredzi matemātikas padziļinātas izglītības jomā, tiek izstrādāti dažādi mācību līdzekļi. To mērķauditorija ir gan matemātikas skolotāji, gan skolēni, gan citi interesenti, piemēram, studenti.

1. <u>Olimpiāžu un konkursu uzdevumu krājumi.</u> Visiem uzdevumiem tiek doti detalizēti atrisinājumi, daudziem uzdevumiem ir doti ievaduzdevumi vai ieteikumi risinājuma meklēšanai. Savukārt risinājumos tiek īpaši akcentēti tādi spriešanas paņēmieni un netradicionālas risināšanas metodes, kas plaši pielietojamas arī citu uzdevumu atrisināšanā. Tāpēc šie krājumi der arī skolēnu individuālajam darbam, pat ja nav pieejamas skolotāja konsultācijas. Uzdevumu krājumos parasti tiek dota uzdevumu klasifikācija pēc tēmām vai risināšanas metodēm, tāpēc tie ir ērti izmatojami arī matemātikas pulciņu un fakultatīvu nodarbībās, meklējot uzdevumus par attiecīgo tēmu. Šāda tipa mācību līdzekļi ir arī disertācijas autores Daces Bonkas kopā ar līdzautoriem izstrādātās grāmatas [AM1] un [AM2].

2. <u>Atsevišķām tēmām veltītie mācību līdzekļi.</u> Tie satur gan teorijas izklāstu, gan piemērus tās pielietojumam uzdevumu risināšanā, gan uzdevumus patstāvīgai risināšanai. Teorijas izklāsts tiek veidots tā, lai tas būtu pieejams arī skolēniem ar minimālām priekšzināšanām. Savukārt uzdevumu grūtības līmenis mainās no pavisam vienkāršiem līdz sarežģītiem problēmuzdevumiem.

Izstrādātie mācību līdzekļi tiek publicēti gan tradicionālā papīra formātā, gan elektroniski. Elektroniski publicētie materiāli ir gan dažāda veida teksta dokumenti (publicētu un nepublicētu grāmatu elektroniskās versijas), gan dažādas demonstrāciju vai testa programmas. Liels darbs izglītības satura informatizācijas jomā (gan izglītības standarta ietvaros, gan padziļinātai izglītībai dažādos mācību priekšmetos) tika izdarīts LIIS projekta ietvaros 1997. – 2005. gados (skat. [I4]). Diemžēl valstiski nesaimnieciskas rīcības dēļ tagad daudzi no labi izstrādātajiem materiāliem vairs nav pieejami. Matemātikas padziļinātas izglītības jomā izstrādātie elektroniskie mācību līdzekļi ir pieejami NMS tīmekļa vietnē [AI1], kuras izveide bija disertācijas autores Daces Bonkas iniciatīva. Minētā tīmekļa vietne satur arī gan vispārīgo un aktuālo informāciju par NMS rīkotajiem pasākumiem, gan visu Latvijas matemātikas olimpiāžu un konkursu uzdevumu un to risinājumu arhīvu.

Lielākā daļa minēto pasākumu paredzēta vidējo un vecāko klašu skolēniem un viņu skolotājiem. Tam ir objektīvi izskaidrojumi. Vecāku klašu skolēniem ir lielāka matemātisko zināšanu bāze, augstāk attīstīta matemātiskā kultūra, tādējādi uzdevumos ir pieļaujama plašāka tematika, lielākas iespējas variēt ar uzdevumu grūtības pakāpi. Tas ļauj augstāka līmeņa sacensību uzdevumu komplektos iekļaut arī aktuālu zinātnes problēmu elementus (piemēram, pēdējos gados, pateicoties datorzinātnes straujai attīstībai, lielāku lomu olimpiāžu un konkursu uzdevumu komplektos ieņem algoritmikas un kombinatorikas uzdevumi). Tātad šī vecumposma matemātikas padziļināta izglītība ir interesantāka no zinātniskā viedokļa.

Lai sasniegtu augstu matemātisko kultūru vidusskolas klasēs, skolēni jāsāk izglītot jau jaunākajās klasēs. Arī pamatskolas skolēniem paredzēto olimpiāžu un konkursu uzdevumu komplektos veiksmīgi tiek iekļauti daudzi uzdevumi, kuri cēlušies no kādas uz to brīdi aktuālas zinātnes problēmas. Bieži to risināšanā tiek izmantotas vispārīgās kombinatoriskās metodes, tai skaitā interpretāciju metode. Tā kā šo metožu būtība balstās uz cilvēces ilgā dzīves pieredzē gūtām atziņām un principiem, formāli ņemot, to lietošana, vismaz vienkāršākajos gadījumos, neprasa īpašas matemātiskās zināšanas. Tāpēc jaunāko klašu skolēniem paredzētajos uzdevumu komplektos lielāko daļu sastāda tieši kombinatoriska un algoritmiska satura uzdevumi – tie ir aizraujoši pēc satura, to risināšana iespējama konstruktīvā ceļā, ar "mēģinājumu – kļūdu" vai pilnās pārlases metodi

Daudzu gadu pētījumi rāda, ka apmēram 30% jaunāko klašu skolēnu ir spējīgi tikt galā ar diezgan augsta līmeņa matemātikas sacensību uzdevumiem. Īpaši būtiski šiem secinājumiem ir novērojumi lauku rajonos rīkotajās vasaras nometnēs. Pie tam 5. – 6. klasēs labākos rezultātus matemātikas sacensībās gūst skolēni, kam labāk attīstītas valodas spējas un prasme izteikties. Jaunāko klašu skolēni neizjūt nepieciešamību pamatot savu atbildi, tāpēc, ātri izprotot uzdevumu un uzrakstot atbildi, viņi uzskata, ka uzdevums paveikts. Savukārt ne tik apķērīgie vai šaubīgie skolēni mēģina rakstīt gari un plaši cerībā, ka kaut kas būs pareizi. Un bieži vien tur tiešām ir uzrakstītas vērtīgas idejas un pat pareizs risinājums. Taču vecākās klasēs (jau 7. – 8. klasēs) ar prasmi skaisti apcerēt vien vairs nepietiek, nepieciešamas arī matemātikas zināšanas un spēja loģiski spriest. Šajā vecumā daudzu skolēnu interese par matemātiku samazinās arī tāpēc, ka paplašinās iespēju un interešu loks: skolā parādās jauni mācību priekšmeti – fizika, ķīmija u.c. Jaunie dabaszinātņu priekšmeti, tā kā tie pamatā balstās uz pasaules izzināšanu empīriskā ceļā, satur arī "izklaidējošus" elementus – demonstrējumus un eksperimentus. Tāpēc daudzi matemātikā spējīgi skolēni aizraujas ar citām zinātnēm un mazāk uzmanības velta matemātikai. Arī matemātikas mācīšanā šajā vecumā notiek izmaiņas – parādās (formāli vai neformāli) jauni priekšmeti „algebra" un „ģeometrija", apgūstamie jēdzieni un fakti kļūst abstraktāki. Līdz ar to kritiskais vecums jauno matemātikas talantu saglabāšanā un attīstīšanā ir 7. – 8. klases, tāpēc šim vecumposmam tiek veltīta liela uzmanība – viņiem tiek piedāvātas iespējas piedalīties divos neklātienes konkursos JMK un PCK, matemātikas olimpiādēs, daudzviet reģionos tiek organizētas sestdienas matemātikas skolas vai nodarbības arī šī vecuma skolēniem. Matemātikas sacensības ir īpaši piemērota darbības forma jaunāku klašu skolēniem, jo cilvēkam raksturīgais sacensības gars šajā vecumā vēl ir ļoti izteikts un kalpo par labu motivāciju jaunu zināšanu apguvei.

Par minētajiem jautājumiem rakstīts autores darbos [A4], [A7], [A9], [A11], [A12], [A13], [A14], [A18], [A21], [A25], [A29], [A37].

3.4. Uzdevumu tematika matemātikas sacensībās pamatskolas vecuma skolēniem

Matemātikas konkursu un olimpiāžu uzdevumi būtiski atšķiras no skolas tipveida uzdevumiem. Lai gan to atrisināšanai nepieciešamās matemātisko faktu zināšanas nepārsniedz skolas kursā apgūstamās, tomēr šo uzdevumu risināšanā bieži vien jāpielieto tādi spriešanas paņēmieni, kas skolas kursā netiek īpaši akcentēti. Tās ir zemāk minētās vispārīgās matemātikas metodes.

A Vidējās vērtības metode (*lai paveiktu lielas lietas, vismaz vienā virzienā jāsakopo pietiekami lieli līdzekļi*). Pamatskolēniem pieejamākie ir Dirihlē principa vienkāršāko formu lietojumi, t.sk. Dirihlē principa lietojumi ekstremālo vērtību atrašanā.

B Invariantu metode (*meklē pastāvīgo!*). Apskatāmajā vecuma grupā biežāk lietotie invarianti ir summas neatkarība no skaitīšanas kārtības, atlikuma pēc moduļa n jēdziens (visbiežāk gadījumā n=2) un lietojumi.

C Ekstremālā elementa metode (*būtiskās īpašības visspilgtāk izpaužas ekstremālos apstākļos*). Biežāk izmantotie ekstremālie elementi ir skaitļu kopas lielākais vai mazākais elements, ģeometriskas figūras izliektais apvalks u.c.

D Interpretāciju metode (*ja ceļā ir šķērslis, var mēģināt to apiet*). Lietojuma iespējas aprakstītas šī darba II nodaļas 3. apakšnodaļā.

E Matemātiskās indukcijas metode (*būvē kāpnes!*). Šīs metodes elementi, kas izprotami arī jaunāka vecuma skolēniem, ir induktīvu konstrukciju un algoritmu veidošana vai analīze, vienkāršu rekursīvu sakarību pētīšana.

Matemātikas konkursu uzdevumu komplektu veidošanas pamatprincipi aprakstīti darbā [22] un autores darbos [A4], [A8], [A12], [A18], [A19], [A20], [A26], [A29], [A30], [A31]. Tie ir sekojoši:

A uzdevumu tematikai jāpārklāj visas galvenās skolas matemātikas apakšnozares: algebra, ģeometrija, skaitļu teorija, kombinatorika un algoritmika;

B jābūt pārstāvētiem gan deduktīvas dabas, gan algoritmiska rakstura uzdevumiem;

C jāatspoguļo gan diskrētā matemātika, gan nepārtrauktā matemātika;

D līdztekus uzdevumiem „*pierādi, ka..!*” jābūt uzdevumiem, kuros atbilde jāatrod pašam risinātājam.

Papildus šiem nosacījumiem, sastādot uzdevumu komplektu jaunāka vecuma skolēniem, tiek ievēroti vēl šādi principi:

E uzdevumu komplektā jābūt vismaz 1-2 viegliem uzdevumiem, ar ko būtu spējīgs tikt galā katrs dalībnieks (lai celtu skolēnu pašapziņu un radītu pozitīvu motivāciju turpmākajai darbībai), gan vismaz vienam grūtam uzdevumam;

F uzdevumu tekstiem jābūt iespējami interesantiem un aizraujošiem, tādējādi sniedzot arī estētisku baudījumu, kas veicina motivāciju darboties un attīstīties šajā jomā.

Vienā no 5 uzdevumiem sastāvošā komplektā (kādi parasti tiek piedāvāti matemātikas olimpiādēs) praktiski ir neiespējami realizēt visus augstāk minētos *laba uzdevumu komplekta* kritērijus, tomēr visa mācību gada laikā šādu līdzsvarošanu katrai klašu grupai var panākt, un tas tiek darīts.

Matemātikas uzdevumu klasifikācija var tikt veikta divējādi – pēc uzdevuma satura vai pēc risināšanas metodes. Biežāk olimpiāžu uzdevumu klasifikācija tiek veikta:

1) pēc satura pa apakšnozarēm (algebra, ģeometrija, skaitļu teorija, kombinatorika),
2) apakšnozares ietvaros pēc risināšanas metodēm.

Taču daudzos gadījumos abas klasificēšanas metodes nav nošķiramas viena no otras.

Lielu ieguldījumu matemātisko sacensību uzdevumu klasifikācijā devusi Līga Ramāna, skat., piemēram, [23].

Tālāk uzskaitītas uzdevumu grupas, kas visbiežāk sastopamas Latvijā rīkotajās jaunāko un vidējo klašu skolēniem paredzētajās matemātikas sacensībās.

A Aritmētika

- I Operācijas ar veseliem skaitļiem
  - i) izteiksmes vērtības atrašana
  - ii) racionāla aprēķinu veikšana
- II Skaitļu rēbusi

B Algebra

- I Algebriskas izteiksmes
- II Algebriski pārveidojumi
  - i) saskaitīšanas un reizināšanas darbību īpašības
  - ii) saīsinātās reizināšanas formulas
  - iii) grupēšana
- III Vienādojumi
- IV Vienādojumu sistēmas
- V Nevienādības
- VI Procenti
- VII Skaitļu virknes

C Skaitļu teorija

- I Naturālu skaitļu dalāmība
  - i) dalīšana ar atlikumu
  - ii) dalāmības pazīmes
  - iii) dalāmības īpašības
- II Aritmētikas pamatteorēma
  - i) pirmskaitļi

ii) skaitļa sadalījums pirmreizinātājos

III Diofanta vienādojumi

IV Skaitļa decimālais pieraksts

V Citas skaitīšanas sistēmas, īpaši binārā skaitīšanas sistēma

D Ģeometrija

I Figūru sagriešana un salikšana

i) figūras Eiklīda plaknē

ii) diskrētie gadījumi plaknē

a) kvadrātveida režģī

b) regulāru trijstūru režģī

c) regulāru sešstūru režģī

d) cita veida režģī

iii) telpiski ķermeņi

II Klasiskā ģeometrija

i) ģeometrijas pamatjēdzieni un vienkāršākās figūras

ii) laukuma jēdziens un īpašības

iii) leņķi

iv) metriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī

E Kombinatorika

I Skaitīšanas uzdevumi

II Grafi

i) interpretācijas ar grafu palīdzību

ii) Eilera grafi

iii) grafa virsotņu pakāpes

iv) planāri grafi

III Kombinatoriskās sistēmas

i) turnīri

ii) ģeometrisko objektu sistēmas

iii) maģiskie skaitļu kvadrāti

F Algoritmika

I Matemātiskās spēles

II Meklēšanas un kārtošanas uzdevumi

III Citi algoritmiski uzdevumi

i) Algoritma analīze

ii) Algoritma atrašana

IV Loģikas uzdevumi

Algebras un aritmētikas uzdevumi sastāda apmēram trešdaļu visu uzdevumu; ar aritmētiku tiek saprastas tikai aritmētiskās darbības ar veseliem skaitļiem, kas ir bieži sastopamas 4. -5. klašu skolēniem paredzētos uzdevumos.

Skaitļu teorijas uzdevumi sastāda apmēram sestdaļu visu uzdevumu.

Ģeometrijas uzdevumi sastāda apmēram ceturtdaļu visu uzdevumu. Tā kā ģeometriju kā atsevišķu priekšmetu skolā sāk mācīt tikai 7.klasē, jaunāko klašu skolēnu konkursos ~40% ģeometrijas uzdevumu ir kombinatoriskās ģeometrijas uzdevumi par figūru sagriešanu vai plaknes noklāšanu.

Kombinatoriska un algoritmiska satura uzdevumi sastāda apmēram ceturtdaļu visu uzdevumu, taču arī citu tēmu uzdevumu risinājumos tiek pielietotas vispārīgās matemātikas metodes un kombinatoriski spriedumi, tāpēc tādu uzdevumu, kuru risināšanā izmantotas kombinatoriskās pieejas, ir vairāk nekā 50%.

Apmēram 6% uzdevumu risinājumu var tikt izmantota interpretāciju metode.

Liela daļa uzdevumu veltīti tam, lai skolēnu apziņā precizētu atbilstošos matemātiskos jēdzienus, pievēršot viņu uzmanību niansēm, kas parasti tiek palaistas garām mācību stundās. Šādi uzdevumi parasti tiek formulēti, lietojot vārdus „Vai ir iespējams, ka...” un intuitīvi šķiet, ka atbilde ir „nē”. Negaidīta konstrukcija pārliecina par pretējo. Emocionālais efekts nodrošina gūto zināšanu noturību.

Otra uzdevumu grupa ar lielu izglītojošu nozīmi ir tādu tipu uzdevumi, kuru izpratnē bieži tiek pieļautas loģiska rakstura kļūdas. Galvenās šādu uzdevumu grupas ir:

A „atrodiet lielāko/ mazāko iespējamo vērtību...”. Šādi formulēts uzdevums pēc definīcijas satur divas daļas:

1) atrast prasīto vērtību un uzrādīt tās realizācijas piemēru,

2) pamatot, ka lielāka/ mazāka vērtība nav iespējama.

Skolēniem raksturīga kļūda ir otrās daļas iztrūkums risinājumā un pat neizpratne, ka otrā daļa ir nepieciešama;

B „kādas vērtības var pieņemt...”. Risinājumā nepieciešams

1) uzrādīt visas iespējamās vērtības un parādīt, ka tās sasniedzamas,

2) pamatot, ka neviena cita vērtība bez norādītajām nav sasniedzama.

Skolēniem raksturīgākās kļūdas ir:

1) tikai **nosaukt** (dažas vai visas) iespējamās vērtības, neparādot, kā tās iegūstamas,

2) ar piemēriem demonstrēt tikai dažas (biežāk vienu) iespējamās vērtības,

3) vispār atstāt bez ievērības jautājumu par to, kā pamatot citu vērtību neiespējamību.

C „vai ir iespējams, ka...”, ja atbilde patiesībā ir negatīva. Skaidrs, ka neiespējamība ir jāpamato. Tomēr ļoti bieži „pamatojums” aprobežojas ar spriedumu, kas pēc būtības saka „tas nav iespējams, jo tā nevar būt”. Citos gadījumos skolēns aplūko vienu (divus, trīs...) atsevišķus gadījumus, konstatē, ka tajos prasītais neizpildās, un bez sīkākas argumentācijas secina to pašu par vispārīgo gadījumu.

Šo tipu uzdevumiem un to atrisinājumiem visās Latvijā rīkotajās sacensībās tiek pievērsta īpaša uzmanība.

Labu priekšstatu par Latvijā notiekošajām sacensībām jaunāko un vidējo klašu skolēniem var gūt no autores darbiem [AM1] un [AM2].

Par autores pētījumiem un ieguldījumu šajā jomā rakstīts darbos [A8], [A18], [A19], [A26], [A29], [A30], [A31], [A20], [A36].

IV NODAĻA.
SECINĀJUMI UN REKOMENDĀCIJAS

4.1. Pamatojoties uz augstāk izklāstīto, varam secināt, ka interpretāciju metodes izmantošana mācību procesā ļauj būtiski uzlabot matemātikas mācīšanu.

1. Interpretāciju metode sakņojas pašos matemātikas pamatos. Tāpēc iepazīšanās ar to paaugstina skolēnu izpratni par matemātiku.

2. Interpretāciju metodes lietojumi rada pozitīvas emocijas un izjūtu par saskarsmi ar skaisto. Tāpēc tās apgūšana stimulē skolēnu interesi par matemātiku.

3. Interpretāciju metodes lietošana dod iespēju ātri un vienkārši pierādīt teorēmas un atrisināt uzdevumus, ko citādā ceļā varētu paveikt tikai ar lielu laika un pūļu patēriņu. Tāpēc tās izmantošana vairākos gadījumos ļauj uzlabot mācību procesu.

4. Interpretāciju metode demonstrē matemātikas vienotību un saskarsmi ar citām zinātnes nozarēm. Tāpēc tās apgūšana veicina dažādu matemātikas tēmu un dažādu priekšmetu integrētu mācīšanu un sekmē vienota pasaules skatījuma izveidi.

Tāpēc interpretāciju metodes elementu iekļaušana mācību programmā, kur tas iespējams, padarītu matemātikas mācīšanu dziļāku, vienkāršāku un aizraujošāku. Diemžēl, pastāvošajos apstākļos izdalīt tai speciālas mācību stundas nav iespējams. Tāpēc autore iesaka sekojošo:

- mācību paraugprogrammā, kuru paredzēts izveidot jaunajiem standartiem, atbilstošajās vietās iekļaut norādes uz interpretāciju metodes izmantošanas iespējām līdz ar emocionāli iedarbīgiem dažādu grūtības pakāpju piemēriem,
- regulāri piedāvāt ar interpretāciju metodi ērti risināmus uzdevumus matemātikas sacensībās un neklātienes nodarbībās skolēniem,
- lasīt lekcijas par interpretāciju metodi skolotāju kursos un matemātikas skolotāju profesionālo programmu studentiem,
- sarakstīt un pēc aprobācijas publicēt interpretāciju metodei veltītu mācību līdzekli,
- vidusskolas pēdējā klasē noslēdzošās atkārtošanas posmā iekļaut vismaz dažus interpretāciju metodes lietošanas piemērus.

4.2. Pamatojoties uz augstāk izklāstīto, varam secināt, ka matemātiskās sacensības ir būtiska matemātiskās izglītības sastāvdaļa gan Latvijā, gan pasaulē.

1. Matemātiskās sacensības iemantojušas lielu popularitāti skolēnu un skolotāju vidū, un ar to palīdzību plašās skolēnu masās tiek uzturēta interese par matemātiku.

2. Matemātiskās sacensības ļauj saglabāt izglītības apritē daudzas svarīgas skolas matemātikas tēmas, kas izglītības reformu gaitā ir izslēgtas no matemātikas standarta.

3. Matemātiskās sacensības ienes izglītības apritē daudzas matemātikas un teorētiskās datorzinātnes novitātes gan satura, gan metožu ziņā.

4. Matemātiskās sacensības un ar tām saistītās sagatavošanās aktivitātes ļauj daudziem simtiem attālos lauku apvidos dzīvojošu bērnu augstā līmenī iesaistīties matemātikas apguvē.

Tāpēc matemātisko sacensību sistēma, kas izveidota ap LU A.Liepas NMS, ir saglabājama un attīstāma. Īpaša vērība joprojām veltāma 7.-8. klasēm. Autore iesaka papildus veikt sekojošus pasākumus:

- visdrīzākajā laikā pabeigt veiksmīgi sākto mācību līdzekļu sistēmas izveidi, kas satur visu notikušo Latvijas matemātikas olimpiāžu un konkursu uzdevumus, izvērstus atrisinājumus un norādes,
- turpināt pilnveidot LU A.Liepas NMS izveidoto matemātikas uzdevumu un to risināšanas metožu klasifikāciju, veidojot atbilstošus mācību līdzekļus,
- iespējami paplašināt skolotāju izglītošanu matemātikas padziļinātas apmācības jomā, sevišķi lauku rajonos,
- sniegt metodisku atbalstu vairāku reģionu skolotāju metodisko apvienību iniciatīvām lokālo matemātikas sacensību un to atbalsta sistēmas veidošanā.

LITERATŪRA

1. Autores publikācijas

1.1. Zinātniskas publikācijas starptautiski recenzējamos izdevumos

[A1] D.Bonka. *Math Contests for Junior Students in Latvia*. – In: Conference of Creativity in Mathematics Education and Education of Gifted Students: Proceedings of the International conference. LU, Rīga, 2002. – pp. 17-18.

[A2] Д.Бонка. *Метод интерпретации в процессе обучения предметов естествознания.* – In: Selected Papers of the International Scientific Conference The Development and Perspectives of General and Higher Education (Physics, Mathematics, Computer Sciences). SU, Šiauliai, 2004. – pp. 22-27.

[A3] D.Bonka. *Interpretāciju metodes skolas matemātikas kursā.* – 5. starptautiskās zinātniskās konferences „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas" rakstu krājums. LPA, Liepāja, 2005. – 32.–38. lpp.

[A4] D.Bonka, A.Andžāns. *General Methods in Junior Contests: Successes and Challenges*. – In: Proceedings of The Topic Study Group 4: Activities and Programs for Gifted Students. The 10th International Congress on Mathematical Education. LU, Rīga, 2004. – pp. 56-61.

[A5] D.Bonka, A.Cibulis. *Advanced Math Education – Latvian Experiences*. – In: Proceedings of ICME-10, DG16: The Role of Competitions in Mathematics Education. Mācību grāmata, Rīga, 2004. – pp. 17–25.

[A6] D.Bonka, A.Cibulis. *Math Competitions in Latvia: E Pluribus Unum*. – WFNMC Journal "Mathematics Competitions", Volume 17 Number 2, 2004. – pp. 28-35.

[A7] D.Bonka. *IKT ietekme uz matemātikas padziļinātas izglītības sistēmu Latvijā*. – Starptautiskas konferences „LatSTE 2004" rakstu krājums. LU, Rīga, 2004. – 86.–91. lpp.

[A8] D.Bonka. *JIMO – Mathematikwettbewerb für die Schüler der vierten Klasse*. – In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2005 in Bielefeld. Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin, 2005. – s. 107-110.

[A9] A.Adžāns, D.Bonka. *The Evolution of Interpretation Method in Math Contests.* – In: Teaching of Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 6th International Conference. VU, Vilnius, 2005. – pp. 16–21.

[A10] Д.Бонка. *Интерпретации с помощью графов в конкурсных задачах для учеников основной школы.* – In: Teaching of Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 6th International Conference. VU, Vilnius, 2005. – pp. 40–44.

[A11] A.Andžāns, I.Bērziņa, D.Bonka. *Algorithmic Problems in Junior Contests in Latvia*. – The Montana Mathematics Enthusiast. Vol. 3 No. 1, 2006. – pp. 110–115. *Arī* http://www.montanamath.org/TMME/TMMEv31.html

[A12] I.Bērziņa, D.Bonka, G.Lāce. *Scillas and Haribdas in Developing Combinatorial Skills of Junior Students: Latvian Experience*. – Department of mathematics Report Series. Volume 14. USB, Česke Budejovice, 2006. – pp. 61–64.

[A13] D.Bonka. *Метод интерпретаций в олимпиадных задачах с алгоритмическим содержанием*. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 7th International Conference. TU, Tartu, 2006. – pp. 33-37.

[A14] D.Bonka. *Matemātikas skolotāji un modernās tehnoloģijas*. – In: Proceedings of The LatSTE'2006 Conference. Mācību grāmata, Rīga, 2006. – pp. 41-45.

[A15] A.Andžāns, I.Bērziņa, D.Bonka. *The "Baltic Way" Contest*. – WFNMC Journal "Mathematics Competitions", Volume 19 Number 2, 2006. – pp. 31-41.

[A16] A.Andžāns, D.Bonka, G.Lāce. *There are many Roads to the only Truth*. – Integral, Volume 9, Issue 6, November 2006. – pp. 10-14.

[A17] D.Bonka, A.Andžāns. *Discrete Analogs of continuous Processes in mathematical Competitions*. – In: Proceedings of the 6th International Conference APLIMAT, Part III. SUT, Bratislava, 2007. – pp. 271-275.

[A18] I.Bērziņa, D.Bonka, G.Lāce. *The Mathematical Content of Junior Contests: Latvian Approach*. – WFNMC Journal "Mathematics Competitions", Volume 20 Number 1, 2007. – pp. 25 - 35.

[A19] D.Bonka. *The first 15 Years of "Young Mathematicians' Contest"*. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings 8th International Conference. LU, Rīga, 2007. – pp. 43-47.

[A20] D.Bonka. *Opportunities for Mathematically Gifted Junior Students in Latvia*. – Selected Papers of International Scientific Conference Gifted Children: Challenges and Possibilities. Techonologija, Kaunas, 2007. – 4 pages.

[A21] D.Bonka. *How to save young talents in mathematics*. – In: Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students. CET, Telaviv, 2008. – pp. 427-428.

1.2. Starptautisku zinātnisku konferenču referātu tēzes

[A22] D.Bonka. *Interpretāciju metode dabaszinātņu integrētas mācīšanas procesā*. – Dabaszinātnes un skolotāju izglītība. III Starptautiskās konferences materiāli. RPIVA, Rīga, 2001. – 36.-37. lpp.

[A23] Д.Бонка. *Метод интерпретации в процессе обучения предметов естествознания.* – In: The Development and Perspectives of General and Higher Education (Physics, Mathematics, Computer Sciences). International Scientific Conference Programme and Thesis of Papers. SU, Šiauliai, 2003. – p. 22.

[A24] Д.Бонка. *Роль метода интерпретаций в школьном курсе математики*. – 5th International Conference Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Abstracts. LPA, Liepāja, 2004. – pp. 19-21.

[A25] D.Bonka. *IKT ietekme uz matemātikas padziļinātas izglītības sistēmu Latvijā*. – Starptautiskā konference LatSTE'04. Tēzes. LU, Rīga, 2004. – 34. lpp.

[A26] D.Bonka. *JIMO – Mathematikwettbewerb für die Schüler der vierten Klasse*. – In: 39. GDM Jahrestagung, Bielefeld, 2005. – s. 37.

[A27] Д.Бонка. *Интерпретации с помощью графов в конкурсных задачах для учеников основной школы*. – In: Abstracts 6th International Conference Teaching mathematics: Retrospective and Perspectives. VU, Vilnius, 2005. – pp. 18–20.

[A28] Д.Бонка. *Метод интерпретаций в олимпиадных задачах с алгоритмическим содержанием*. – In: Teaching mathematics: retrospective and perspectives. 7th International Conference. Abstracts. TU, Tartu, 2006. – p. 12.

[A29] D.Bonka. *The Mathematical Content of Junior Competitions: Latvian Approach*. – WFNMC Congress 2006. Robinson College, Cambridge (UK), 2006. – 1 page (*nav numurēts*)

[A30] D.Bonka. *The first 15 Years of "Young Mathematicians' Contest"*. – In: Teaching mathematics: retrospective and perspectives. Abstracts. 8th International Conference. LU, Rīga, 2007. – pp. 11-12.

[A31] D.Bonka. *Opportunities for Mathematically Gifted Junior Students in Latvia*. – In: Abstracts of International Scientific Conference Gifted Children: Challenges and Possibilities. Techonologija, Kaunas, 2007. – p. 19.

[A32] D.Bonka. *Math also on Saturday*. – In: IX International Conference Teaching mathematics: retrospective and perspectives. Abstracts. VPU, Vilnius, 2008. – p. 52.

1.3. Citas zinātniskās publikācijas

[A33] D.Bonka, S.Krauze. *Neklātienes konkursu un reģionālo pasākumu attīstības iespējas, pateicoties Internet*. – Latvijas Skolu Tehnoloģiju Ekspozīcija „LatSTE '99" konferences lasījumi. Smiltenes ģimnāzija, Smiltene, 1999. – 4 lpp.

[A34] D.Bonka. *NMS un tās mājas lapa Internetā*. – Latvijas Skolu Tehnoloģiju Ekspozīcija „LatSTE 2000". Auces vidusskola, Auce, 2000. – 2 lpp.

[A35] Д.Бонка. *Метод интерпретаций при решении задач Латвийских олимпиад по математике*. – In: Matematika ir matematikos destymas – 2004. KTU, Kaunas, 2004. – pp. 5-10.

[A36] D.Bonka, A.Andžāns. *The Method of Interpretations: Possible Failures*. – In: Proceedings International Conference Matematika ir matematikos destymas. KTU, Kaunas, 2005. – pp. 5-9.

[A37] A.Andžāns, I.Bērziņa, D.Bonka. *Advanced Math Education by Correspondence in Latvian Schools*. – In: Proceedings International Conference Matematika ir matematikos destymas. KTU, Kaunas, 2006. – pp. 5-7.

1.4. Tradicionālā formā izdoti mācību līdzekļi

[AM1] A.Andžāns, I.Bērziņa, D.Bonka, B.Johannessons. *Matemātikas sacensības 4. – 9. klasēm.* LU, Rīga, 2006.

[AM2] A.Andžāns, D.Bonka, Z.Kaibe, L.Rācene, B.Johannessons. *Matemātikas sacensības 4. –9. klasēm.* Mācību grāmata, Rīga, 2007.

1.5. Elektroniski publicēti mācību līdzekļi

[AI1] D.Bonka, K.Kiršteina, J.Kluša, S.Krauze, L.Ramāna, L.Strazdiņa, A.Andžāns. LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skolas mājas lapa. – http://nms.lu.lv, izveidota 1999.

[AI2] A.Andžāns, D.Bonka, S.Krauze. Ģeometrija 7.-9.klasei. Laukumi. – www.liis.lv, 1999.

[AI3] D.Bonka, S.Krauze. Jauno matemātiķu konkursa uzdevumi ar atrisinājumiem. – www.liis.lv, 1999.

[AI4] A.Andžāns, D.Bonka, S.Krauze. Matemātisko sacensību paplašināšana ar Internet palīdzību. Profesora Cipariņa klubs 1997./98. m.g., Jauno matemātiķu konkurss 1996./97., 1997./98. m.g. – www.liis.lv, 1997.

[AI5] A.Ambainis, A.Andžāns, D.Bonka, J.Smotrovs, K.Čerāns, A.Buiķis. Paaugstinātas grūtību pakāpes uzdevumu krājums ar atrisinājumiem vidusskolai. – www.liis.lv, 2000.

2. Citu autoru darbi

1. A.Andžāns. Vispārīgas kombinatoriskas metodes un to lietojumi elementārajā matemātikā. – LU, Rīga, 1995.

2. MK Noteikumi par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem. – MK, Rīga, 2006.

3. A.Andžāns, P.Zariņš, B.Johannessons. Leņķu ģeometrijas elementi. LIIS, Rīga, 1998. – [AI1].

4. A.Engel. Problem-Solving Strategies. – Springer, 1998.

5. A.Andžāns, L.Ramāna, J.Čakste, T.Larfeldts, M.Seile. Vidējās vērtības metode. – Mācību grāmata, Rīga, 1996.

6. L.Ramāna. Invariantu metode elementārajā matemātikā un tās loma vidusskolas matemātikas kursa pilnveidošanā. Promocijas darbs matemātikas doktora zinātniskā grāda iegūšanai. – LU, Rīga, 2004.

7. С.А.Генкин, И.В.Итенберг, Д.В.Фомин. Ленинградские математические кружки. – АСА, Киров, 1994.

8. R.Nelsen. Proofs without words. – MAA, 1993.

9. A.Andžāns, E.Falkenšteina, A.Grava. Ģeometrija. V daļa. – Zvaigzne, Rīga, 1997.

10. G.Polya. Mathematics and Plausible Reasoning. – Princeton University Press, 1954.

11. М.Б.Балк. Геометрические приложения понятия о центре тяжести. – ФИЗМАТГИЗ, Москва, 1959.

12. A.Ločmele u.c. Nevienādību pierādīšanas metodes. – Krauklītis, Aizkraukle, 1997.

13. S.Bilčev, E.Velikova. About some generators of new asymmetric triangle inequalities. – In: Proceedings of the 3rd International Conference „Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students". University of Rousse, Rousse, 2003. – pp. 57-66.

14. J.Michael Steele. The Cauchy-Schwarz Master Class. – Cambridge University Press, 2004.

15. C.J.Bradley. The Algebra of Geometry. – Highperception Ltd., Bath, 2007.

16. И.М.Яглом. Комплексные числа. – ГИТТЛ, Москва, 1963.

17. A.Ambainis. Uzdevumi kombinatorikā. – LIIS, Rīga, 2001. – [AI1].

18. И.М.Яглом. Геометрические преобразования II. – ГИТТЛ, Москва, 1956.

19. S.Vilciņa. Nevienādību pierādīšana ar varbūtību teorijas metodēm. Diplomdarbs. – LU, Rīga, 1988.

20. A.Cibulis. A review on research work of pupils of Latvia (2006-2007). – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings 8th International Conference. LU, Rīga, 2007. – pp. 55-60.

21. D.Kiseliova, A.Kiseliovas. Diagnostics of Mathematical Skills. Book 2. – Šiauliu universiteto leidykla, Šiauliai, 2004.

22. A.Andžāns, L.Ramāna. What Problem Set Should be Called Good for a Mathematical Olympiad? – In: Matematika ir matematikos destymas. Technologija, Kaunas, 2002. – pp. 5-8.

23. A.Andžāns, L.Ramāna, B.Johannessons. Das LAIMA-Projekt in Mathematikunterricht für Fortgeschrittene. – In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 39.Tagung für Didaktik der Mathematik. DIV Verlag Franzbecker, Hildesheim, 2005. – s. 61-64.

3. Interneta resursi

[I1] http://teo.elte.hu/fs/history/eotvcomp.html

[I2] http://www.imo-official.org/ - Starptautiskās matemātikas olimpiādes oficiālā mājas lapa

[I3] http://www.kms.or.kr/competitions/apmo/

[I4] http://www.liis.lv - Latvijas Izglītības informatizācijas sistēma