

422

LATVIJAS  
ŪNIVERSITĀTES RAKSTI  
ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

---

MĒCHANIKAS FAKULTĀTES  
SERIJA

TOM. I. SĒJUMS  
FASC. 1. BURTNĪCA

---

R Ī G Ā, 1 9 2 9

P. 411  
1442

8

LIBRARY  
STOKA  
641-24-88

# LATVIJAS ŪNIVERSITĀTES RAKSTI MĒCHANIKAS FAKULTĀTES SERIJA

## ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

SERIES NOVA SECUNDUM ORDINES DIVISA

## MECHANICORUM ORDINIS SERIES

### I. SĒJUMS TOMUS

1. A. Višņis. Méthodes nouvelles de construction d'une station hydroélectrique sur le Brice de Dniepr en Lettonie: Profil de canal au barrage au point de vue cinématique.	265
2. N. Rozentāns. Einheitsweise Methode zur Bestimmung der Beschleunigungscentren in der komplexen Bewegung.	273
3. A. Lācis. Lehrbuch der Statik ebener Körper und Chordensysteme.	277
4. A. Višņis. Méthodes nouvelles de construction d'une station hydroélectrique sur le Brice de Dniepr: construction et le question du profil du barrage au point de vue hydrologique.	299
5. N. Rozentāns. Einheitsweise Methode zur Bestimmung der Beschleunigungscentren in der komplexen Bewegung.	305
6. A. Višņis. Eine Verallgemeinerung der Lehre von der potentiellen Energie elastischer Körper.	337
7. N. Rozentāns. Einheitsweise Methode zur Bestimmung der Beschleunigungscentren in der komplexen Bewegung.	344
8. A. Višņis. Eine Verallgemeinerung der Lehre von der potentiellen Energie elastischer Körper.	345

1929—1936

LATVIJAS  
UNIVERSITĀTES RAKSTI  
MEHĀNIKAS FAKULTĀTES SĒRIJA  
ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS  
MECHANICORUM ORDINIS SĒRIJS



Rīga, L. Maskavas ielā № 11.

UNIVERSITĀTE  
1920-1921

SATURS.  
INDEX.

	Lapp. Pag.
1. O. Habermann (Habermanis). Zur Berechnung raschlaufender Scheibenräder . . . . .	1
Ātri skrejošo ripu aprēķins . . . . .	92
Tabulas (Tafeln) . . . . .	93
2. A. Vitols. Essai d'établissement d'une forme rationnelle des lits des courants d'eaux dans le sol mobile . . . . .	97
Strāvu gultņu racionālā forma . . . . .	122
3. A. Vitols. Condition essentielle à suivre pour s'assurer des valeurs les plus exactes du coefficient de rugosité . . . . .	125
Svarīgs noteikums berzes koeficientu pareizai noteikšanai . . . . .	140
4. A. Vitols. De quelques éléments morphologiques des cours d'eau naturels dans le sol mobile . . . . .	145
Daži dabisko strāvu gultņu morfoloģiskie elementi izskalojamā gruntē . . . . .	162
5. A. Vitols. Essai de projet d'amélioration d'un cours d'eau naturel . . . . .	167
Dabisko strāvu regulēšanas projekta elementi . . . . .	184a
6. A. Vitols. Ein Beitrag zur Frage der Beweisführung der Sätze über die potentielle Energie deformierter Stäbe . . . . .	185
Daži apvienotāji elementi jautājumā par teorēmām, kas attiecas uz liekto siju potenciālo enerģiju . . . . .	199
7. A. Vitols. Matériaux concernant la construction d'une station hydroélectrique sur le fleuve Daugava en Lettonie: Projet du canal de flottage au point de vue cinématique . . . . .	201
Plostu kanāļa aplēse . . . . .	246
8. N. Rosenauers (Rosenauer). Grafoanalitiska metode paātrinājuma centra un centroidu noteikšanai komplānā kustībā . . . . .	249
Eine graphoanalytische Methode zur Bestimmung des Beschleunigungszentrums in der komplanen Bewegung . . . . .	275
9. A. Labutin (Labutins). Das Reziprozitätsgesetz in der Statik ebener Punkt- und Geradensysteme . . . . .	277
Reciprocitātes likums plakanu punktu un taisņu sistēmu statikā . . . . .	298
10. A. Vitols. Matériaux concernant la construction d'une station hydroélectrique sur le fleuve de Daugava: contribution à la question du profil du barrage au point de vue hydraulique . . . . .	299
Ķeguma stacijas sprostā hidrauliskais profils . . . . .	335
11. A. Vitols. Eine Verallgemeinerung der Sätze von der potentiellen Energie elastischer Körper . . . . .	337
Uz elastīgo ķermeņu potenciālo enerģiju attiecošos teorēmu apvienošana . . . . .	344
12. N. Rosenauers (Rosenauer). Analytiskais un grafoanalitiskais atrisinājums šarnīru četrstūra kustības noteikšanai . . . . .	345
Eine analytische und graphoanalytische Lösung zur Bewegung des Gelenkvierecks . . . . .	360

13.	N. Rozenauers (Rosenauer). Infleksijas un Bresa riņķu konstrukcija kinēmatiskās ķēdes locekļiem ar ātrumu un paātrinājumu vektoru palīdzību	361
	Eine Anleitung zur Konstruktion von Wendekreisen und Tangentialkreisen für die Glieder einer kinematischen Kette mit Hilfe von Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren . . . . .	366
14.	N. Rozenauers (Rosenauer). Jauns paņēmieni ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinēmatiskās ķēdēs	369
	Ein neues Verfahren zur Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten	373
15.	N. Rozenauers (Rosenauer). Heizingera (Heysinger von Waldegg) kulises mēchanisma tiešais ātruma konstrukcijas paņēmieni	377
	Eine unmittelbare Geschwindigkeits-Konstruktion der Heysingerschen Steuerung für Lokomotiven . . . . .	384
	Mēchanikas fakultātes mācības spēku darbi, kas iespiesti Latvijas Universitātes Rakstu iepriekšējos I—XX sējumos (pirmajā serijā resp. kopserijā, 1921.—1929.). In Actis Universitatis Latviensis (series prima generalis, tom. I—XX, 1921—1929) a mechanicorum ordinis professoribus scripta haec inveniuntur . . . . .	388

## Zur Berechnung raschlaufender Scheibenräder

Von Dozent *O. Habermann*

Die vorliegende Abhandlung basiert auf den Ergebnissen des Aufsatzes „Die Berechnung der Scheibenräder“ von H. Holzer in der „Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen“ 1913 und 1915 und auf dem gleichnamigen Abschnitt in „Dampf- und Gasturbinen“ von A. Stodola, V. Auflage. — Diesen Arbeiten sind auch die Bezeichnungen und Formeln entnommen. — Der Verfasser wird daher die allgemeine Theorie der raschlaufenden Scheibenräder nur ganz kurz streifen, hingegen das Zahlenbeispiel eines Scheibenrades detaillierter durchnehmen, um an ihm die vom Verfasser bei den folgenden Untersuchungen angewandten Änderungen, Vereinfachungen und Ergänzungen der recht komplizierten und langwierigen Berechnungen zu zeigen.

Die Praxis stellt die Aufgabe der Berechnung raschlaufender Scheibenräder in zweierlei Form:

1) Es wird das Scheibenprofil  $y = f(x)$  gegeben oder angenommen und man soll die Beanspruchungen und die Dehnung in einem beliebigen Punkte der Scheibe berechnen.

Hier unterscheidet man wieder 2 Fälle:

- a) es wird das Scheibenprofil, resp. die Funktion  $y = f(x)$  so gewählt, dass sie, eingeführt in die allgemeine Grundgleichung (Differentialgleichung 2. Grades), einen integrierbaren Ausdruck liefert, oder
- b) es wird das Scheibenprofil ganz beliebig gewählt, in eine Anzahl konzentrischer Ringe zerlegt und jeder einzelne Ring möglichst genau durch einen anderen Ring, dessen Profil aber den Bedingungen unter a) entspricht, ersetzt. —

Zu Pos. 1a) gehören die Scheiben gleicher Dicke und die hyperboloidischen Scheiben.

Die Scheiben der Pos. 1b) werden nach den Verfahren von Grübler, Donath u. a. berechnet.

2) Man schreibt die während der Drehung in der Scheibe auftretenden Spannungen vor, ferner die Scheibendicke an irgend einem Punkte der Scheibe (etwa die minimale Scheibendicke) und berechnet die Scheibenform, d. h.  $y=f(x)$ .

Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  einer umlaufenden Scheibe voneinander abhängig sind. — Diese Abhängigkeit der Spannungen voneinander wird nach Stodola durch die sog. „Verträglichkeitsbedingung“ ausgedrückt.

Zu Pos. 2. gehören:

- a) das Verfahren zur Berechnung der Scheiben gleicher Festigkeit mit der vorgeschriebenen Bedingung  $\sigma_r = \sigma_t = \sigma_o = \text{konst}$  für alle Punkte der Scheiben und
- b) das Verfahren von H. Holzer, welches der Verfasser seinen weiteren Untersuchungen zu Grunde gelegt hat.

Die unter 2.a. erwähnte Scheibe gleicher Festigkeit hat in allen Punkten gleiche und konstante radiale und tangentialen Spannungen,  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$ <sup>1)</sup>, weist daher die denkbar beste Materialausnutzung auf und eignet sich für die höchsten Umfangsgeschwindigkeiten; sie hat jedoch den Nachteil, dass sie, streng genommen, nur als „volle“ Scheibe (ohne Bohrung) ausgeführt werden kann, was aber in der Praxis nur in den seltensten Fällen anwendbar ist. — Auch muss die Scheibe gleicher Festigkeit beim Übergang zum äusseren Kranz die erwähnte konstante Spannung  $\sigma_o$  aufweisen, welche im Interesse einer besseren Materialausnutzung aber häufig ein noch zulässiges Maximum darstellt. — Es muss daher diese hohe Spannung  $\sigma_o$  (beim Übergang zum Aussenkranz) von der Fliehkraft des Aussenkranzes und der Schaufeln hervorgerufen werden, was oft grosse und unbequeme Aussenkranzabmessungen zur Folge hat.

Diese beiden Misstände der Scheiben gleicher Festigkeit vermeidet Holzer in seinem Verfahren, indem er sich bei der Wahl

<sup>1)</sup> Die in den raschlaufenden Scheiben auftretenden Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  sind streng genommen Normalspannungen in radialer resp. in tangentialer Richtung, doch sollen sie im Weiteren kurzweg die „radiale“ resp. die „tangentiale Spannung“ genannt werden.



der Spannungen innerhalb der Scheibe der Bedingung gleicher Festigkeit  $\sigma_r = \sigma_t = \sigma_o = \text{konst.}$  nur teilweise nähert, um die Spannungen in der Scheibenbohrung und beim Übergang zum Aussenkranz den jeweiligen gegebenen Verhältnissen anpassen zu können.

Gegenüber den Verfahren 1.a und 1.b weist das Holzer'sche Verfahren den grossen Vorteil auf, dass es ausgehend von den Spannungskurven gestattet „sehenden Auges“ auf das vorgesteckte Ziel hinzuarbeiten, während bei den Verfahren unter 1.a und 1.b die Berechnung einer günstigen Scheibenform nur durch umständliches und zeitraubendes Probieren zu erreichen ist.

Dieses sind in Kürze die charakteristischen Merkmale der einzelnen Verfahren zur Berechnung der raschlaufenden Scheiben. Nähere Details und den jeweiligen Rechnungsgang der einzelnen Verfahren findet man in den eingangs erwähnten Arbeiten von A. Stodola und H. Holzer.

Das Streben nach Vielstufigkeit und die grossen Umfangsgeschwindigkeiten moderner Dampfturbinen bedingen die grösste Sorgfalt beim Berechnen, Konstruieren und Anfertigen der Scheiben, stellen aber auch die Bedingung bei gegebener zulässiger Höchstbeanspruchung mit einem Minimum an Scheibengewicht auszukommen, wobei natürlich die aus konstruktiven Gründen vorgeschriebenen Abmessungen und Beanspruchungen eingehalten werden müssen. — Aus diesem Grunde ist es von grösster Wichtigkeit, die Abhängigkeit des Scheibengewichtes und bestimmter Abmessungen der Scheiben von dem Verlauf der Spannungskurven  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  zu kennen. — Diese Abhängigkeit lässt sich analytisch höchstwahrscheinlich nicht herleiten, weil die Gleichungen für die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungskurven und andererseits die Ausdrücke für das Gewicht oder Volumen der Scheibe sehr komplizierte, unbequeme Ausdrücke darstellen. — Der Verfasser hat es daher versucht dieser Abhängigkeit an einem Beispiel einer mehr oder weniger normalen Scheibe durch zweckentsprechende Variation der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungskurven rechnerisch näher zu kommen.

## ALLGEMEINE THEORIE.

Es wird, wie allgemein bei der Berechnung der raschlaufenden Scheiben:

- a) die zu übertragende Umfangskraft gegenüber der Fliehkraft vernachlässigt,
- b) das Scheibenrad in bezug auf eine zur Drehachse senkrechte Ebene symmetrisch angenommen und
- c) die Scheibendicke als wenig veränderlich vorausgesetzt, so dass die axialen Spannungen vernachlässigt werden können.

Es bezeichne:

$x$  — den radialen Abstand eines beliebigen Scheibenpunktes von der Achse,

$y$  — die Scheibendicke im Abstände  $x$  von der Achse,

$\sigma_r$  — die radiale Spannung,

$\sigma_t$  — die tangentielle Spannung,

$\gamma$  — das spezifische Gewicht des Scheibenmaterials,

$\mu = \frac{\gamma}{g}$  — die spezifische Masse des Scheibenmaterials,

$\omega$  — die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe,

$m = \frac{1}{\nu}$  — das Verhältnis der Längenausdehnung zur sog. Querkontraktion,

$\xi$  — die radiale Verschiebung eines Scheibenpunktes im Abstände  $x$  von der Achse während der Drehung,

$\epsilon_r$  — die radiale spezifische Dehnung und

$\epsilon_t$  — die tangentielle spezifische Dehnung.

Das Gleichgewicht der Kräfte am Massenelement während der Drehung der Scheibe ergibt sich dann nach Stodola (Aufl. V. Seite 313) zu:

$$\frac{d(xy\sigma_r)}{dx} - y\sigma_t + \mu\omega^2x^2y = 0 \dots\dots\dots 1.$$

Diese sog. Grundgleichung der Scheibentheorie drückt die Beziehung zwischen den Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  und den Grössen  $x$  und  $y$  aus, unter der Voraussetzung, dass die Scheibe den Be-

dingungen a), b) und c) entspricht. — Verbindet man diese Grundgleichung 1. mit dem Grundgesetz der Elasticität, wonach:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu \sigma_t) = \frac{d\xi}{dx} \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu \sigma_r) = \frac{\xi}{x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.$$

und hieraus:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2} \left( \nu \frac{\xi}{x} + \frac{d\xi}{dx} \right) \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{\xi}{x} + \nu \frac{d\xi}{dx} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.$$

so erhält man die für einige Berechnungsverfahren bequemere Form der Grundgleichung der Scheibenberechnung wie folgt:

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} + \left[ \frac{d(\ln y)}{dx} + \frac{1}{x} \right] \frac{d\xi}{dx} + \left[ \frac{\nu}{x} \cdot \frac{d(\ln y)}{dx} - \frac{1}{x^2} \right] \xi + Ax = 0, \dots\dots\dots 4.$$

$$\text{worin } A = \frac{(1-\nu^2)\mu\omega^2}{E} \text{ ist.}$$

Hierin ist die Beziehung zwischen der radialen Verschiebung  $\xi$  eines beliebigen Scheibenpunktes und den Grössen  $x$  und  $y$  dieses Punktes ausgedrückt.

Aus den Gleichungen 2 und 3 ist ersichtlich, dass zwischen den Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  eine Beziehung besteht. Diese Beziehung ist:

$$\frac{d\sigma_t}{dx} - \nu \frac{d\sigma_r}{dx} = (1+\nu) \frac{\sigma_r - \sigma_t}{x} \dots\dots\dots 5.$$

und wird von Stodola die „Verträglichkeitsbedingung“ genannt. — Mit Hilfe dieser Gleichung 5 kann man, wie man später sehen wird, stets eine der beiden Spannungen, z. B.  $\sigma_t$ , bestimmen, wenn die andere Spannung  $\sigma_r$  in Form einer Gleichung oder als Kurve gegeben ist. — Zu diesem Zweck schreibt Holzer die Gleichung 5

$$\frac{d\sigma_t}{dx} + (1+\nu) \frac{\sigma_t}{x} = \nu \frac{d\sigma_r}{dx} + (1+\nu) \frac{\sigma_r}{x} = F(x) \dots\dots\dots 5a.$$

und integriert sie nach dem Ansatz (Hütte)

$$f_1(x) \frac{dy}{dx} + f(x)y + \varphi(x) = 0 \text{ mit der Lösung:}$$

$$y = e^{-\int \frac{f(x)}{f_1(x)} dx} \left[ -\int \frac{\varphi(x)}{f_1(x)} e^{\int \frac{f(x)}{f_1(x)} dx} dx + C \right]$$

wobei:  $y = \sigma_t$ ;  $f_1(x) = 1$ ;  $f(x) = \frac{1+\nu}{x}$ ;  $\varphi(x) = -F(x)$

zu setzen sind. — Die Integration der Gleichung 5.a ergibt dann:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{\nu} x^{-\frac{1+\nu}{\nu}} \left[ \int F(x) \cdot x^{\frac{1+\nu}{\nu}} dx + C \right] \\ \sigma_t &= x^{-(1+\nu)} \left[ \int F(x) \cdot x^{1+\nu} dx + H \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots 6.$$

Wählt man hier für  $F(x)$  eine zweckentsprechende Function von  $x$ , so lassen sich  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  als Functionen von  $x$  leicht ermitteln. — Wie man später sehen wird, ist es aber bequemer und übersichtlicher nicht die Form der Function  $F(x)$  zu wählen, sondern direct die Function der Spannung  $\sigma_r$ , wie es auch Holzer durchführt. Wie dann  $\sigma_t$  berechnet wird, wird am folgenden Zahlenbeispiel gezeigt werden.

Nachdem die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven berechnet sind, schreitet man zur Berechnung des Scheibenprofils. Um das Scheibenprofil, d. h. die jedem  $x$ -Werte (und damit auch den für dieses  $x$  berechneten Werten von  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$ ) zugehörige Scheibendicke  $y$  zu bestimmen, integriert man die Gleichung 1 und erhält:

$$\ln \frac{y}{y_1} = \int_{x_1}^x \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{\sigma_r} \cdot \frac{dx}{x} - \ln \frac{x \sigma_r}{x_1 \sigma_{r1}} \dots\dots 7.$$

oder in Briggs'schen Logarithmen ausgedrückt:

$$\lg \frac{y}{y_1} = 0,4343 \int_{x_1}^x \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{\sigma_r} \cdot \frac{dx}{x} - \lg \cdot \frac{x \sigma_r}{x_1 \sigma_{r1}} \dots 7a.$$

Hierbei bedeuten:  $y_1$  — die Scheibendicke und  $\sigma_{r1}$  — die radiale Spannung für einen gegebenen Abstand  $x_1$  von der Scheibenachse. Wie man später sehen wird, gestaltet sich die analytische Berechnung der  $\sigma_t$ - und  $y$ -Werte einfacher für den mittleren Teil der

Scheibe (zwischen Nabe und Aussenkranz), für welchen man die höchstzulässige  $\sigma_r$ -Spannung  $\sigma_r = \sigma_{r0} = \text{konst.}$  für alle Punkte wählen kann.

Für eine genaue Berechnung der Scheibe ist es von Wichtigkeit denjenigen Wert von  $x = x_m$  zu bestimmen, in dem die Scheibe den vorgeschriebenen Mindestwert an Dicke, also  $y_m$ , aufweisen wird. Der Verfasser bestimmt diesen Wert  $x_m$  wie folgt: Die Gleichungen 7 resp. 7.a repräsentieren den analytischen Ausdruck für das Scheibenprofil; nimmt man die erste Derivierte hiervon und setzt sie gleich 0, so erhält man die Bedingung für das  $y_{\min} = y_m$ . Die erste Derivierte von Gl. 7 ist aber Gleichung 1.

Letzte Gleichung etwas umgeformt gibt:

$$\frac{d(xy\sigma_r)}{dx} - y(\sigma_t - \mu\omega^2x^2) = 0;$$

$$x\sigma_r \frac{dy}{dx} + y\sigma_r + y \cdot x \cdot \frac{d\sigma_r}{dx} - y\sigma_t + \mu\omega^2x^2 = 0.$$

Dividiert man diese Gleichung durch  $x\sigma_r$ , so erhält man:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} + \frac{y}{\sigma_r} \cdot \frac{d\sigma_r}{dx} - \frac{y}{x} \cdot \frac{\sigma_t}{\sigma_r} + \frac{y\mu\omega^2x}{\sigma_r} = 0$$

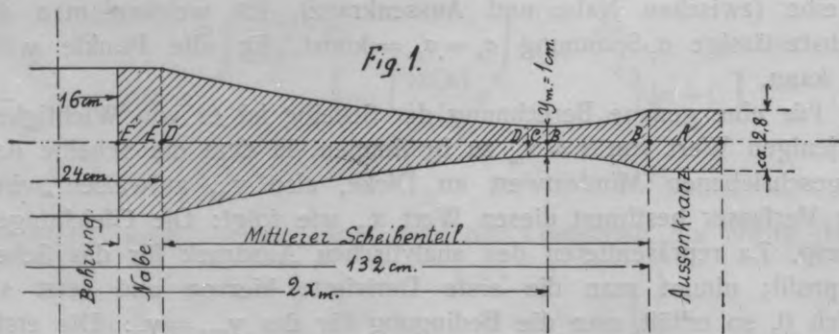
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \cdot \frac{\sigma_t}{\sigma_r} - \frac{y}{x} \cdot \frac{d\sigma_r}{\sigma_r dx} - \frac{y\mu\omega^2x}{\sigma_r} = 0$$

Dividiert man hier durch  $y$ , so erhält man die Bedingung für  $x_m$  zu:

$$\frac{\sigma_t}{x_m} - \frac{\sigma_r}{x_m} - \frac{d\sigma_r}{dx} - \mu\omega^2x_m = 0 \text{ oder}$$

$$x_m \left( \frac{d\sigma_r}{dx} \right)_m + \mu\omega^2x_m^2 = \sigma_{tm} - \sigma_{rm} \dots \dots 8.$$

worin  $x_m$ ,  $\sigma_{rm}$  und  $\sigma_{tm}$  sich auf die Stelle der kleinsten Scheibendicke beziehen. Setzt man hier für  $\sigma_{rm}$ ,  $\sigma_{tm}$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_m$  die allgemeinen algebraischen Ausdrücke aus den Gleichungen 6 ein, so erhält man eine Gleichung, aus der  $x_m$  zu bestimmen wäre. Leider ist diese Gleichung sehr kompliziert und kann analytisch nicht gelöst werden. Der Verfasser wird im späteren Beispiel zeigen, wie aus dieser Gleichung auf graphischem Wege mit grosser Annäherung  $x_m$  gefunden werden kann.



Die bisherigen Gleichungen galten nur dem mittleren Scheibenteil BBCDD. — Fig. 1.

Die Nabe EE und der Aussenkranz A sind meist Scheibenteile von konstanter Dicke und werden als solche berechnet. Zur Berechnung der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungen dieser Scheibenteile dienen die von Holzer aufgestellten Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\mu\omega^2 X_0^2}{8} \left\{ - (3+\nu) \left( \frac{x}{X_0} \right)^2 + 2(1+\nu) + (1-\nu) \left( \frac{x}{X_0} \right)^{-2} \right\} + \\ &\quad + \frac{\sigma_{ro} + \sigma_{to}}{2} + \left( \frac{x}{X_0} \right)^{-2} \frac{\sigma_{ro} - \sigma_{to}}{2} \\ \sigma_t &= \frac{\mu\omega^2 X_0^2}{8} \left\{ - (1+3\nu) \left( \frac{x}{X_0} \right)^2 + 2(1+\nu) - (1-\nu) \left( \frac{x}{X_0} \right)^{-2} \right\} + \\ &\quad + \frac{\sigma_{ro} - \sigma_{to}}{2} - \left( \frac{x}{X_0} \right)^{-2} \frac{\sigma_{ro} - \sigma_{to}}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots 9.$$

Diese Gleichungen haben den grossen Vorteil, dass die Integrationskonstanten  $\sigma_{ro}$  und  $\sigma_{to}$  in ihnen — vorgeschriebene oder bereits ermittelte Spannungen eines durch die Konstruktion gegebenen Punktes sind, dessen Entfernung von der Scheibenachse  $x_0$  ist.

Hat man die Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  für einen gegebenen Punkt der Scheibe, so lässt sich nach Gleichung 2:

$$\xi = \frac{x}{E} (\sigma_t - \nu\sigma_r)$$

die radiale Verschiebung  $\xi$  dieses Punktes berechnen. E ist hierbei der Elasticitätsmodul des Scheibenmaterials.

Im Folgenden wählt der Verfasser, um den Gang der Berechnung einer raschlaufenden Scheibe durchzuführen, das von H. Holzer angeführte Beispiel.

### ZAHLENBEISPIEL.

Es sind die Spannungen  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$ , die radialen Verschiebungen  $\xi$  und die Abmessungen einer Scheibe zu bestimmen für  $n=3000$  in der Minute; für eine maximale zulässige Beanspruchung nicht über  $1500 \text{ kg/cm}^2$ ; für  $y_m$  nicht unter  $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$  und für eine vom Aussenkranz und den Schaufeln auf die Scheibe übertragene radiale Spannung (an der Stelle des Ueberganges zum Aussenkranz) von  $400 \text{ kg/cm}^2$ . Die in Fig. 1 eingetragenen Abmessungen sind vorgeschrieben.

#### 1. Berechnung der $\sigma_r$ - und $\sigma_t$ -Spannungen.

Man beginnt mit der Berechnung der Nabe FF, siehe Taf. I, als Scheibe gleicher Dicke. Es kommen infolgedessen die Gleichungen 9 in Betracht. Angenommen wird, dass für  $x_0=8 \text{ cm}$ , also in der inneren cylindrischen Bohrungsfläche, der Montierungsdruck  $\sigma_{r_0}$  im umlaufenden Zustande der Scheibe verschwindet, d. h.  $\sigma_{r_0}=0$  wird. Mit der Tangentialspannung  $\sigma_{t_0}$  an dieser Stelle geht man bis zur zulässigen Beanspruchung  $\sigma_{t_0}=1500 \text{ kg/cm}^2$ .

$$\text{Mit } \omega = \frac{2\pi \cdot 3000}{60} = 100\pi; \quad \mu\omega^2 = \frac{\gamma}{g}\omega^2 = \frac{0,0078}{981} \cdot 10000\pi^2 = 0,79$$

und  $\nu=0,3$  erhält man für die Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -0,325875x^2 - \frac{47716,864}{x^2} + 766,432 \\ \sigma_t &= -0,187625x^2 + \frac{47716,864}{x^2} + 766,432 \end{aligned} \right\} \dots\dots 10.$$

In diese Gleichungen 10 die Werte  $x=8, 9, 10, 11$  und  $12$  der Reihe nach eingesetzt ergeben für die Spannungen in der Nabe:

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$
8 cm	0	1500.—
9 „	150,939	1340.331
10 „	256,676	1224.838
11 „	332,647	1138.084
12 „	388,139	1070.781

Diese Werte von  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$ , in die Tafel I als Ordinaten in den Endpunkten der zugehörigen  $x$  eingetragen, ergeben die Spannungs-

kurven a für das Bereich der Nabe. Uns interessieren für die Weiterberechnung die Spannungen der äusseren cylindrischen Nabenfläche d. i. für  $x=12$  —  $\sigma_{r12} = 388,139$  und  $\sigma_{t12} = 1070,781$ .

Von  $x=12$  an soll nach Holzer im Interesse eines möglichst kleinen Scheibengewichtes die  $\sigma_r$ -Kurve rasch ansteigen und, um im Scheibenprofil einen Knick zu vermeiden, allmählich in die Gerade  $\sigma_r = \sigma_{r0} = 1500 = \text{konst.}$  übergehen. Holzer wählt für den ansteigenden Teil der  $\sigma_r$ -Kurve als

Variante 1. — eine Kurve 3-ten Grades,

Variante 2. — eine Kurve 2-ten Grades (Parabel).

Die  $\sigma_r$ -Kurve 3-ten Grades gibt, wie wir auch später sehen werden, ein unbedeutend kleineres Scheibengewicht, wäre also in dieser Richtung günstiger, hat jedoch eine bedeutend kompliziertere Berechnung zur Folge. Da der Verfasser aber die von ihm bei den weiteren Untersuchungen angenommenen  $\sigma_r$ -Kurven-Varianten nur zu Vergleichszwecken nötig hat, so wählt er für das Zahlenbeispiel, in welchem diejenige Scheibe berechnet werden soll, die als Ausgangspunkt für die Untersuchungen dienen soll, — die Kurve 2-ten Grades — die Parabel.

Aus demselben Grunde (der Einfachheit der Berechnung wegen) wählt der Verfasser für den Scheitelpunkt  $M_3$  der ansteigenden Parabel  $x=20$ , obgleich diese Annahme einen für die Bedingung einer sich nicht zu stark ändernden Scheibendicke (da die axiale Spannung  $\sigma_a$  vernachlässigt wurde) nicht sehr günstigen Neigungswinkel des ansteigenden Zweiges gibt (siehe Scheibenprofil in Tafel I). — Ferner verlässt der Verfasser den von Holzer angeführten Weg der Aufstellung dreier Gleichungen zur Bestimmung der Konstanten der  $\sigma_r$ -Kurve, welcher insofern etwas umständlich ist, als diese Gleichungen für jede neue  $\sigma_r$ -Kurve von neuem aufgestellt und gelöst werden müssen, was viel Zeit beansprucht. Der Verfasser führt daher für den aufsteigenden, sowie auch für den weiteren abfallenden Zweig der  $\sigma_r$ -Kurve — direct die Gleichung der Parabel ein und findet die zu den einzelnen  $x$ -Werten zugehörigen  $\sigma_r$ -Werte rein geometrisch aus der Gleichung der Parabel. Dieser Weg hat den Vorteil, dass die erhaltenen Gleichungen für  $\sigma_r$  und auch für  $\sigma_t$  — allgemeine Gültigkeit haben.

Die Gleichung der Parabel zwischen  $x=12$  und  $x=20$  mit dem Scheitelpunkte bei  $x=20$  und  $\sigma_r = \sigma_{r0} = 1500$  und dem Parabelpunkt  $\sigma_{r1} = 388,139$  bei  $x=12$  wird sein:



$$(x_2 - x)^2 = 2p (\sigma_{ro} - \sigma_r) \dots \dots \dots 10$$

Hier müssen natürlich  $\sigma_{ro}$  und  $\sigma_r$  in demselben Maasstabe wie  $x_2$  und  $x$  eingesetzt werden, also in cm., und ist zu beachten, dass für die berechneten Werte von  $\sigma_r$  stets der Maasstab 1 cm = 100 kg/cm<sup>2</sup> gelten wird.

Die Grösse  $2p$  bestimmt man aus den Anfangsbedingungen bei  $x = 12$ .

$$2p = \frac{(x_2 - x)^2}{\sigma_{ro} - \sigma_r} = \frac{(20 - 12)^2}{15 - 3,88139} = 5,7561152,$$

wobei  $x = x_1 = 12$ ;  $x_2 = 20$ ;  $\sigma_{ro} = 1500 \text{ kg/cm}^2 = 15 \text{ cm}$ ;  
 $\sigma_r = \sigma_{r1} = 388,139 \text{ kg/cm}^2 = 3,88139 \text{ cm}$  ist.

Es ist somit aus Gleichung 10:

$$\sigma_r = \frac{2p\sigma_{ro} - (x_2 - x)^2}{2p} = 15 - \frac{(x_2 - x)^2}{5,7561152} \dots \dots \dots 11.$$

Der Neigungswinkel der Tangente irgend eines Punktes der Parabel ist:

$$\text{tg}\alpha_r = \frac{d\sigma_r}{dx} = \frac{x_2 - x}{p} \dots \dots \dots 12.$$

Für den Punkt  $x = 16$  erhält man z. B.

$$\sigma_{r16} = 15 - \frac{(20 - 16)^2}{5,7561152} = 12,220347 \text{ cm} = 1222,0347 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{und } \text{tg}\alpha_{16} = \frac{20 - 16}{2,8780576} = 1,389826.$$

Um die Gleichung für  $\sigma_t$  innerhalb  $x = 12$  und  $x = 20$  zu erhalten, nehmen aus den Gleichungen 11 und 12 die Werte für  $\frac{\sigma_r}{x}$  und  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ , setzen sie in die Verträglichkeitsbedingung 5a ein und den erhaltenen Ausdruck für  $F(x)$  wieder in Gleichung 6 für  $\sigma_t$ :

$$\frac{\sigma_r}{x} = \frac{2p\sigma_{ro} - (x_2 - x)^2}{2px}, \quad \frac{d\sigma_r}{dx} = \frac{x_2 - x}{p}$$

$$\frac{\nu(x_2 - x)}{p} + (1 + \nu) \frac{2p\sigma_{ro} - (x_2 - x)^2}{2px} = F(x)$$

$$\frac{(1 + \nu)(2p\sigma_{ro} - x_2^2)}{2p} \cdot \frac{1}{x} + \frac{(2\nu + 1) \cdot x_2}{p} - \frac{3\nu + 1}{2p} \cdot x = F(x).$$

Ersetzt man die konstanten Faktoren durch  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$ , so erhält man:

$$F(x) = \frac{a_0}{x} + a_1 - a_2 x$$

$$F(x)x^{1+\nu} = a_0 x^\nu + a_1 x^{1+\nu} - a_2 x^{2+\nu}$$

$$\int F(x)x^{1+\nu} dx = \frac{a_0 x^{1+\nu}}{1+\nu} + \frac{a_1 x^{2+\nu}}{2+\nu} - \frac{a_2 x^{3+\nu}}{3+\nu} + k$$

$$x^{-(1+\nu)} \int F(x)x^{1+\nu} dx = \frac{a_0}{1+\nu} + \frac{a_1}{2+\nu} \cdot x - \frac{a_2}{3+\nu} \cdot x^2 + kx^{-(1+\nu)} = \sigma_t$$

Die Werte für  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$  eingesetzt, erhalten

$$\sigma_t = \sigma_r - \frac{1}{2p} \left[ x_2^2 - \frac{2(2\nu+1)x_2}{2+\nu} \cdot x + \frac{3\nu+1}{3+\nu} \cdot x^2 \right] + kx^{-(1+\nu)} \dots 13.$$

Bei  $\nu = 0,3$  erhält man:

$$\sigma_t = \sigma_{r0} - \frac{1}{2p} \left[ x_2^2 - \frac{3,2 \cdot x_2}{2,3} \cdot x + \frac{1,9}{3,3} x^2 \right] + kx^{-(1+\nu)} \dots 13a.$$

Der Neigungswinkel der Tangente an die  $\sigma_t$ -Kurve ist:

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{d\sigma_t}{dx} = \frac{3,2 \cdot x_2}{2p \cdot 2,3} - \frac{3,8}{2p \cdot 3,3} x^{-(1+\nu)} + kx^{-(2+\nu)} \dots 14.$$

Für unser Beispiel  $x_2 = 20$  und  $2p = 5,7561152$  ist

$$\sigma_t = 15 - \frac{1}{5,7561152} \left[ 400 - \frac{64}{2,3} \cdot x + \frac{1,9}{3,3} \cdot x^2 \right] + kx^{-1,3}$$

Die Integrationskonstante  $k$  findet man aus der Anfangsbedingung  $x=12$  und  $\sigma_{t12} = 10,70781$ , wobei  $x^{-1,3} = 12^{-1,3} = 0,0395425$   
 $10,70781 = -54,4913125 + 4,83417826 \cdot x - 0,100025374 x^2 +$   
 $+ k \cdot 0,0395425,$

hieraus  $k = 546,06151$

und die endgültige Form unserer  $\sigma_t$ -Kurvengleichung ist

$$\sigma_t = -54,4913125 + 4,83417826 x - 0,100025374 x^2 +$$

$$+ 546,06151 x^{-1,3} \dots 13.b$$

und für die Tangente

$$\frac{d\sigma_t}{dx} = 4,83417826 - 0,200050748 \cdot x - 709,88 x^{-2,3} \dots 14.b$$

Die nach den Gleichungen 11, 12, 13 b und 14 b berechneten Werte  $\sigma_r$ ;  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ ;  $\sigma_t$  und  $\frac{d\sigma_t}{dx}$  für die verschiedenen Werte x zwischen  $x=12$  und  $x=20$  sind:

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$\frac{d\sigma_r}{dx}$	$\frac{d\sigma_t}{dx}$
12 cm	388,1390	1070,7810	2,77965	0,09437
13 „	648,7314	1090,7454	2,43220	0,28764
14 „	874,5782	1125,3797	2,08474	0,39254
15 „	1065,6793	1167,1264	1,73728	0,43326
16 „	1222,0347	1210,4483	1,38983	0,42636
17 „	1343,6445	1251,2009	1,04237	0,38340
18 „	1430,5087	1286,2061	0,69491	0,31269
19 „	1482,6272	1313,0175	0,34746	0,22029
20 „	1500,0000	1329,6912	0,00000	0,11070

Diese Werte von  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  in die Tafel I als Ordinaten in den Endpunkten der zugehörigen x eingetragen, ergeben die Spannungskurven b für den Scheibenteil zwischen  $x=12$  und  $x=20$ .

Jetzt schreitet man zur Berechnung der Spannungen  $\sigma_t$  im mittleren Teil der Scheibe, d. i. zwischen  $x=20$  und  $x=60$ , in welchem die Bedingung besteht, dass

$$\sigma_r = \sigma_{ro} = \text{konst.} \dots \dots \dots 15$$

Man benutzt wieder die Verträglichkeitsbedingung, wobei diesmal

$$\frac{d\sigma_r}{dx} = 0 \text{ ist. Es ist sodann}$$

$$F(x) = (1+\nu) \frac{\sigma_{ro}}{x}$$

$$F(x)x^{1+\nu} = (1+\nu)\sigma_{ro}x^\nu; \int F(x)x^{1+\nu} dx = \sigma_{ro}x^{1+\nu} + H$$

$$\sigma_t = x^{-(1+\nu)} \int F(x)x^{1+\nu} dx = \sigma_{ro} + Hx^{-(1+\nu)} \dots \dots \dots 16.$$

Die Gleichung der Tangente an diese  $\sigma_t$ -Kurve ist

$$\frac{d\sigma_t}{dx} = -(1+\nu)Hx^{-(2+\nu)} \dots \dots \dots 17.$$

Für unser Beispiel ist:

$$\sigma_t = 15 + H \cdot x^{-1,3} \dots\dots\dots 16a.$$

$$\frac{d\sigma_t}{dx} = -1,3 \cdot H \cdot x^{-2,3} \dots\dots\dots 17a.$$

Die Integrationskonstante H findet man aus den Anfangsbedingungen:

$$x=20; \sigma_{t20}=13,296912, \text{ wobei } x^{-2,3} = 20^{-2,3} = 0,00101773$$

$$13,296912 = 15 + H \cdot 20^{-1,3}$$

$$H = -83,671326$$

$$\sigma_t = 15 - 83,671326 x^{-1,3} \dots\dots\dots 16b.$$

$$\frac{d\sigma_t}{dx} = 1,3 \cdot 83,671326 \cdot x^{-2,3} = 108,772724 \cdot x^{-2,3} \dots\dots 17b.$$

Setzt man hier für x die Werte x=20, x=25, x=30, x=35, x=40, x=45, x=50, x=55 und x=60 ein, so erhält man:

x	$\sigma_t$	$\frac{d\sigma_t}{dx}$
20	1329,6912	1,010701
25	1372,5753	0,066261
30	1399,4647	0,043565
35	1417,7210	0,030561
40	1430,8331	0,022479
45	1440,6528	0,017145
50	1448,2493	0,013455
55	1454,2803	0,010807
60	1459,1700	0,008846

Diese Werte von  $\sigma_t$  in die Tafel I als Ordinaten in den Endpunkten der zugehörigen eingetragen, ergeben die Spannungskurve c für den mittleren Teil der Scheibe zwischen x=20 und x=60.

Wie bereits oben erwähnt, muss die  $\sigma_t$ -Kurve auch zum Aussenkranz hin fallen, weil der Aussenkranz und die Schaufeln nicht imstande sind bei der Drehung die hohe maximale zulässige Spannung  $\sigma_r = \sigma_o$  hervorzurufen. Für unser Beispiel ist der Anfangspunkt der fallenden Kurve der Punkt  $M_4$  entsprechend x=60. — Bei x=66 beginnt bereits der Aussenkranz. Die fallende Kurve muss also die Gerade  $\sigma_{r0} = \text{konst.}$  im Punkte  $M_4$  tangieren und im Punkte

$M_5$  mit der vorgeschriebenen Spannung  $\sigma_{r66} = 400 \text{ kg/cm}^2$  enden. Auch für diesen fallenden Zweig der  $\sigma_r$ -Kurve verwenden wir die Parabel 2-ten Grades. Von der Wahl des Punktes  $M_4$  bei vorgeschriebenem Punkte  $M_5$  wird es, wie wir später sehen werden, abhängen, wie breit der Aussenkranz wird und ob der Scheibenteil CBB schlank genug ist, d. h. nicht zu stark veränderliche Dicken aufweist. Die Gleichung der Parabel zwischen  $M_4$  und  $M_5$  ist (siehe Tafel I):

$$(x-x_3)^2 = 2p(\sigma_{ro} - \sigma_r); \quad \sigma_r = -\frac{(x-x_3)^2 - 2p\sigma_{ro}}{2p} = \frac{2p\sigma_{ro} - (x-x_3)^2}{2p} \dots 18$$

$$\frac{d\sigma_r}{dx} = -\frac{x-x_3}{p} \dots \dots \dots 19$$

$$\frac{\sigma_r}{x} = \frac{2p\sigma_{ro} - (x-x_3)^2}{2px}$$

Der weitere Rechnungsgang ist analog wie bei der steigenden Parabel zwischen  $x=12$  und  $x=20$ .

$$\frac{-\nu(x-x_3)}{p} + (1+\nu) \frac{2p\sigma_{ro} - (x-x_3)^2}{2px} = F(x)$$

$$\frac{(1+\nu)(2p\sigma_{ro} - x_3^2)}{2p} \cdot \frac{1}{x} + \frac{(2\nu+1)x_3}{p} - \frac{(3\nu+1)}{2p} \cdot x = F(x)$$

$$F(x) = \frac{a_0}{x} + a_1 - a_2 x$$

$$x^{-(1+\nu)} \int F(x)x^{1+\nu} dx = \sigma_t = \frac{a_0}{1+\nu} + \frac{a_1}{2+\nu} \cdot x - \frac{a_2}{3+\nu} x^2 + kx^{-(1+\nu)}$$

$$\sigma_t = \sigma_{ro} - \frac{1}{2p} \left[ x_3^2 - \frac{2(2\nu+1)x_3}{2+\nu} x + \frac{3\nu+1}{3+\nu} x^2 \right] + kx^{-(1+\nu)} \dots 20$$

Bei  $\nu = 0,3$  ist

$$\sigma_t = \sigma_{ro} - \frac{1}{2p} \left[ x_3^2 - \frac{3,2x_3}{2,3} \cdot x + \frac{1,9}{3,3} x^2 \right] + kx^{-1,3} \dots \dots \dots 20. a$$

$$\text{tg} \alpha_t = \frac{d\sigma_t}{dx} = \frac{1}{2p} \left[ \frac{3,2 \cdot x_3}{2,3} - \frac{3,8}{3,3} x \right] - (1+\nu)kx^{-2,3} \dots \dots \dots 21a$$

Für unser Beispiel:

$$x_3 = 60 \text{ ist } 2p = \frac{(x-x_3)^2}{\sigma_{ro} - \sigma_r} = \frac{(66-60)^2}{15-4} = 3,272727 \dots$$

$$\sigma_t = 15 - \frac{1}{3, (27)} \left[ 3600 - \frac{192}{2,3} x + \frac{1,9}{3,3} x^2 \right] + kx^{-1,3} \dots\dots\dots 20. b$$

$$\text{tg}\alpha_t = \frac{d\sigma_t}{dx} = \frac{1}{3, (27)} \left[ \frac{192}{2,3} + \frac{3,8}{3,3} x \right] - 1,3 kx^{-2,3} \dots\dots\dots 21b$$

Bei  $x=60$  ist  $\sigma_t = 14,5917$ ;  $x^{-1,3} = 60^{-1,3} = 0,00487981$

$$x^{-2,3} = 60^{-2,3} = 0,000813302$$

$$14,5917 = 15 - 1100 + 1530, 4347824 - 633,33 \dots + k \cdot 0,00487981$$

$$k = 41495,519441$$

$$\sigma_t = -1085 + 25,5072464 \cdot x - 0,17(592)x^2 + 41495,519441 x^{-1,3} \dots\dots\dots 20c$$

$$\text{tg}\alpha_t = \frac{d\sigma_t}{dx} = 25,5072464 - 0,35(185)x - 53944,175272 x^{-2,3} \dots\dots\dots 21c$$

In diese Gleichungen die  $x$ -Werte zwischen  $x=60$  und  $x=66$  eingesetzt, gibt:

$x$	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$\frac{d\sigma_r}{dx}$	$\frac{d\sigma_t}{dx}$
60	1500,—	1459,1701	0,00000	+ 0,00884
61	1469,4444	1450,7580	- 0,61111...	- 0,17935
62	1377,7778	1423,0530	- 1,2222...	- 0,37616
63	1225,0000	1375,2266	- 1,8333...	- 0,58100
64	1011,1111	1306,5723	- 2,4444...	- 0,79335
65	736,1111	1216,3425	- 3,0555...	- 1,01271
66	400,—	1103,8340	- 3,6666...	- 1,23863

Diese Werte von  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  in die Tafel I als Ordinaten in den Endpunkten der zugehörigen  $x$  eingetragen, ergeben die Spannungskurve  $d$  für den mittleren Scheibenteil zwischen  $x=60$  und  $x=66$ .

Die Spannungen bei  $x=66$ , d. i. beim Uebergang zum Aussenkranz, sind:  $\sigma_{r66} = 400$ ;  $\sigma_{t66} = 1103,834$ . Von diesen Spannungen ausgehend, berechnet man die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungen im Aussenkranz als Scheibenteil gleicher Dicke nach Gleichung 9. Man erhält:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -0,325875x^2 - \frac{221321,826}{x^2} + 1870,32 \\ \sigma_t &= -0,187625x^2 - \frac{221321,826}{x^2} + 1870,32 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 22$$

Setzt man in diese Gleichungen  $x = 66, 67, 68$  u. s. w., so erhält man die Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  im Aussenkranz:

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$
66	400,—	1103,834
67	358,164	1077,374
68	315,610	1050,606
69	272,343	1023,524
70	228,365	996,125
71	183,680	968,407
72	138,291	940,365
73	92,200	911,998
74	45,412	883,302
75	—2,073	854,275

Diese  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Werte, in Tafel I eingezeichnet, ergeben die Spannungskurven e. —

Setzt man in Gleichung 22  $\sigma_t = 0$ , so erhält man die Gleichung  $-0,325875 \cdot x_a^4 + 1870,32x_a^2 - 221321.826 = 0 \dots 23$

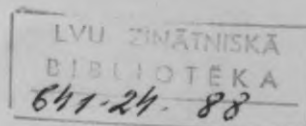
Löst man diese Gleichung, so erhält man den Durchmesser  $2x_a$  der „freien“ Scheibe (ohne Schaufeln) unter den angeführten Bedingungen.

## 2. Berechnung der Scheibendicken y.

Bevor man an die Berechnung des Scheibenprofils resp. an das Ermitteln der Scheibendicken  $y$  in den verschiedenen  $x$ -Endpunkten schreitet, ist es notwendig denjenigen Scheibenradius  $x_m$  zu finden, für den die Scheibendicke  $y_m$  das vorgeschriebene Minimum ist. Dieser Punkt  $(x_m, y_m)$  des Scheibenprofils ist der Ausgangspunkt der Integration der Gleichung 7a. Um  $x_m$  zu finden, verwendet man die Gleichung 8:

$$x_m \underbrace{\left( \frac{d\sigma_r}{dx} \right)_m + \mu \omega^2 x_m^2}_m = \sigma_{tm} - \sigma_{rm}$$

Man müsste also in diese Gleichung, da der Endpunkt von  $x_m$  stets in das Gebiet der fallenden  $\sigma_r$ -Kurve fällt, für die Werte  $\sigma_{rm}$ ,



$\sigma_{tm}$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_m$  die entsprechenden allgemeinen Werte  $\left(\sigma_r; \sigma_t \text{ und } \frac{d\sigma_r}{dx}\right)$  aus den Gleichungen 18, 19 und 20 einsetzen.

Leider gibt dieser Weg eine analytisch nicht lösbare Gleichung. Es lässt sich jedoch mit beliebig grosser Annäherung der Wert  $x_m$  mit Hilfe der Gleichung 8 folgendermaassen finden: Man trägt die Differenz  $\sigma_t - \sigma_r = -(\sigma_r - \sigma_t)$  in der Nähe des Punktes  $M_4$  von der Abscissenaxe nach unten auf und erhält die Kurve n. Hierauf berechnet man für verschiedene Werte von  $x$  (in der Nähe des Punktes  $M_4$ ) die Werte des Ausdruckes  $m$  der linken Seite der Gleichung 8 und trägt die so erhaltenen Werte auf den entsprechenden  $x$ -Endpunkten auf. Die so erhaltenen Punkte verbindet man und erhält die Kurve m. Die Abscisse des Schnittpunktes der Kurven n und m ist das gesuchte  $x_m$ . Durch rechnerisches Nachprüfen und eventuelle kleine Änderung des graphisch gefundenen Wertes von  $x_m$  ist man imstande den Wert von  $x_m$  mit beliebiger Genauigkeit zu finden. Hierbei müssen natürlich für die angenommenen Werte von  $x_m$  sowohl die linke Seite, wie auch die rechte Seite berechnet werden und einander möglichst gleich sein.

Für unser Beispiel erhalten wir das  $x_m$  wie folgt: In Gleichung 8 setzt man den Wert von  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  aus Gleichung 19, d. i.  $\frac{d\sigma_r}{dx} = -\frac{x_m - x_3}{p}$  ein. Wie bereits erwähnt, wird  $x_m$  stets auf den abfallenden Zweig (Parabel) der  $\sigma_r$ -Kurve führen, d. h. zwischen den Abscissen für  $M_4$  und  $M_5$ , meist in der Nähe von  $M_4$  liegen. Berücksichtigt man, dass für den abfallenden Zweig  $M_4M_5$   $2p = 3,27$  und somit  $p = 1,63$  ist, ferner dass  $x_3 = 60$ , so erhält man aus Gleichung 8.

$$\begin{aligned} -\frac{x_m - x_3}{p} \cdot x_m + \mu\omega^2 x_m^2 &= \sigma_{tm} - \sigma_{rm} \\ \mu\omega^2 x_m^2 - \frac{x_m^2 - x_3 x_m}{p} &= \sigma_{tm} - \sigma_{rm} \end{aligned}$$

Setzt man jetzt die linke Seite gleich  $m$ , so erhält man die obigen Angaben berücksichtigend:

$$\left(0,79 - \frac{1}{1,63}\right)x_m^2 - \frac{60}{1,63}x_m = m$$

$$\text{oder } 0,17(8)x_m^2 + \frac{60}{1,63}x_m = m.$$



Wählt man jetzt für  $x_m$  probeweise  $x_m = 60, 60,3, 60,6, 60,9$  u. s. w., so erhält man für  $m$

$$\begin{array}{rcccc} x_m = & 60 & 60,3 & 60,6 & 60,9 \\ m = & +2844 & +1767 & +679 & -420 \end{array}$$

Trägt man diese Werte in Tafel I auf, so erhält man die  $m$ -Kurve. Der Schnittpunkt der beiden Kurven  $n$  und  $m$  hat in der Tafel I eine Ordinate von ca.  $-30$ . Es wird also  $x_m$  zwischen  $60,6$  und  $60,9$  liegen, und zwar näher zu  $60,9$ . Man kann die Kurve  $m$  als Gerade auffassen und aus den geometrischen Verhältnissen dieser Geraden den genaueren Wert von  $x_m$  berechnen. Sollte dieses Resultat nicht genau genug sein, so kann man noch den Wert  $x_m$  im oben angedeuteten Sinne rechnerisch nachprüfen. Auf diese Weise erhält man für unser Beispiel  $x_m = 60,791$ . — Nach der Ermittlung von  $x_m$  schreitet man zur eigentlichen Berechnung des Scheibenprofils.

Abhängig vom Verlauf der  $\sigma_r$ -Kurve und von der Lage der dünnsten Scheibenstelle ( $x_m$ ) teilt man das Profil der mittleren Scheibe (zwischen Nabe und Aussenkranz) zwecks Berechnung der jeweiligen Dicken  $y$  in die Teile: BB, C, DD und EE (siehe Tafel I).

Teil BB zwischen  $x = 60,791$  und  $x = 66$ . — Beide Spannungskurven sind durch Kurven  $d$  dargestellt. Als Ausgangspunkt dient die dünnste Stelle der Scheibe mit  $y_m = 1$  cm.

Die Berechnung der Scheibendicke geschieht nach Formel 7a, wobei

$$x_1 = x_m, y_1 = y_m \text{ und } \sigma_{r1} = \sigma_{rm}$$

den Radius, die Scheibendicke und die radiale Spannung in der engsten Stelle bedeuten.

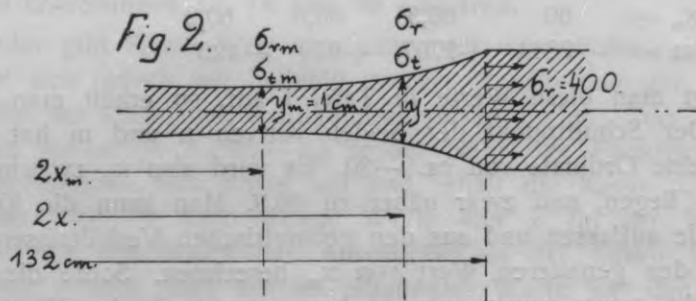
$$\lg \frac{y}{y_m} = 0,4343 \int_{x_m}^x \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x\sigma_r} dx - \lg \frac{x\sigma_r}{x_m\sigma_{rm}}$$

Man setzt den Ausdruck hinter dem Integralzeichen

$$= z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x\sigma_r}$$

und bestimmt zuerst für die  $x$ -Werte zwischen  $x = 60,791$  bis  $x = 66$  diese Größen  $z$  (siehe Anhang, Schema I, Rubriken 1 bis 7 incl.). Hierzu benutzt man die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungskurven. Die erhaltenen  $z$ -Werte trägt man in Tafel I als Ordinaten in den zugehörigen  $x$ -Endpunkten auf, verbindet die Endpunkte dieser Ordinaten und erhält

die sog. z-Kurve für den Scheibenteil BB. Um nun die Scheibendicke  $y$  für irgend einen Wert von  $x$  zwischen  $x_m = 60,791$  und  $x = 66$



zu finden, hat man in erster Linie das Integral  $\int_{x_m}^x z dx$  zwischen den Grenzen  $x_m = 60,791$  und dem beliebig gewählten  $x$  zu lösen. (Siehe Fig. 2). Den erhaltenen Wert des Integrals (Rubrik 12) multipliziert man mit 0,4343 (siehe Rubrik 13). Daraufhin berechnet man den zweiten Summanden  $\lg \frac{x \sigma_r}{x_m \sigma_{r_m}}$  (Rubrik 16), wobei wieder  $x$  und  $\sigma_r$  sich auf den gewählten  $x$ -Wert,  $x_m$  und  $\sigma_{r_m}$  sich auf die engste Scheibenstelle beziehen. Man subtrahiert algebraisch die beiden Summanden und erhält das Verhältnis  $\frac{y}{y_m}$ ; da aber in unserem Beispiel  $y_m = 1$  cm ist, so ergibt die Subtraction in unserem Falle direct den zu dem gewählten  $x$  gehörigen Wert  $y$ , d. i. die Scheibendicke an dieser Stelle.

Um ein umständliches und ungenaues Planimetrieren der  $z$ -Flächen (beim Integrieren) zu vermeiden, hat der Verfasser das Integrieren rechnerisch nach Schema I durchgeführt. Dieses rechnerische Integrieren genügt vollständig für die vergleichenden Zwecke der vorliegenden Untersuchungen; umso mehr, weil es einheitlich für alle Varianten durchgeführt worden ist.

In diesem Schema I sind die vertikalen Spalten 1 bis 7 ohne weiteres klar und ergeben die  $z = \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$ -Werte. Die Spalte 8 enthält für jedes  $x = x_n$  die Summe des zu diesem  $x_n$  gehörigen  $z_n$ -Wertes und des  $z_{n+1}$ -Wertes für das folgende  $x_{n+1}$  — d. i.

$2z_m = z_n + z_{n+1}$ . Die Spalte 9 enthält die Hälften der jeweiligen Summen, d. i.  $z_m = \frac{z_n + z_{n+1}}{2}$ .

Bei sehr flachen z-Kurventeilen kann dieses  $z_m$  mit für unsere Zwecke genügender Annäherung als mittlere Dicke des zwischen  $x_n$  und  $x_{n+1}$  liegenden Scheibenteils gelten; bei z-Kurventeilen, die eine starke Krümmung besitzen, wie z. B. zwischen  $x=64$  und  $x=66$  (siehe Tafel 1), weichen die so errechneten Werte von  $z_m$  beträchtlicher ab von den tatsächlichen mittleren Scheibendicken, und um genauere z-Mittelwerte zu erhalten, rechnet der Verfasser für diese Teile der z-Kurve wie folgt: es werden in unserem Falle (Scheibenteil BB) für  $x=64,5$  und  $x=65,5$ , die Werte  $z$  — berechnet ( $z = -0,03557985$  für  $x=64,5$  und  $z = -0,05904288$  für  $x=65,5$ ; siehe Spalte 7) und von den entsprechenden Mittelwerten  $z_m$  ( $z_m = -0,03707532$  und  $z_m = -0,06643760$  siehe Spalte 9) subtrahiert; die erhaltenen Differenzen ( $-0,03707532 - (-0,03557985) = -0,00149547$  und  $-0,06643760 - (-0,05904288) = -0,00739472$ ) werden je durch 3 dividiert und die erhaltenen Drittel  $-0,00049849$  und  $-0,00246491$  zu den obigen z-Werten addiert.  $-0,03557985 + (-0,00049849) = -0,03607834$  und  $-0,05904288 + (-0,00246491) = -0,06150779$ ).

Die so erhaltenen Werte sind dann mit grosser Annäherung die faktischen Mittelwerte der entsprechenden Scheibenteile und sind in der Spalte 10 als „korrigierte Werte“ ( $z_m$ ) für die in Betracht kommenden x-Grössen eingetragen.

Die Spalte 11 enthält die Breiten  $b$  der zwischen den einzelnen x-Werten (Spalte 1) liegenden cylindrischen Scheibenringen. Die Spalte 12 gibt für jeden x-Wert die Flächeninhalte des Scheibenprofils zwischen  $x$  und der engsten Scheibenstelle  $x_m$ , d. i. die

Werte des Integrals  $\int_{x_m}^x z \cdot dx$ . — Spalte 13 enthält die Werte des ersten

Gliedes  $0,4343 \int_{x_m}^x \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{\sigma_r \cdot x} dx$  der Gleichung 7a. Die Spalten 14,

15 und 16 ergeben die Werte des zweiten Gliedes  $-\lg \frac{x \sigma_r}{x_m \sigma_{rm}}$ .

Die Spalte 17 enthält die Werte  $\lg \frac{y}{y_m}$  nach Gleichung 7.a als algebraische Summen der zugehörigen Spaltenwerte 13 und 16. Die Spalte 18 enthält den Wert  $y_m$  der engsten Stelle der Scheibe; Spalte 19 die Scheibenbreiten  $y$  an den jeweiligen  $x$ -Stellen. Wie aus der in dieser Weise errechneten Tabelle (resp. Schema I) ersichtlich, ist die Scheibenbreite  $y$  bei  $x=66$  gleich  $y=2,8886$  cm. Dieses ist demnach die Breite des Aussenkranzes der Scheibe unter Zugrundelegung der obigen  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungskurven.

Teil C zwischen  $x=60,791$  und  $x=60$ . Beide Spannungskurven sind durch Kurven dargestellt. Als Ausgangspunkt dient wieder die dünnste Stelle  $y_m$  der Scheibe. Der Berechnung ist wieder die Gleichung 7a zu Grunde gelegt. Das Integrieren vollzieht sich hier von  $y_m$  aus, jedoch nach der entgegengesetzten Seite, wie im Teil BB. Im Übrigen bleibt das Schema I (der Berechnung) dasselbe wie bei BB. Die Scheibendicke  $y$  bei  $x=60$  errechnet sich hier zu  $y_{60}=1,01288$  cm. Diesen Wert  $y_{60}=1,01288$  cm. legen wir der Berechnung des Teiles DD der Scheibe zu Grunde.

Teil DD zwischen  $x=60$  und  $x=20$ . Die Spannungskurve  $\sigma_r$  ist hier eine Horizontale  $\sigma_r = \sigma_{r_0} = \text{konst.} = 1500$ , die  $\sigma_t$ -Kurve eine schlanke Kurve. Die Berechnung der Scheibendicken könnte auch hier nach Formel 7a vollzogen werden, doch ist es bequemer die Bedingung  $\sigma_r = \sigma_{r_0} = \text{konst.}$  zu benutzen und die hierfür abgeleitete Formel 16:  $\sigma_t = \sigma_0 + Hx^{-1,3}$  anzuwenden. Setzt man diese Formel in Gleichung 7a, so wird das Integral lösbar und man erhält an Stelle von Gleichung 7a nach Holzer:

$$\frac{y}{y_1} = e^{-\left[ \frac{H}{(1+\nu)\sigma_0} (x^{-(1+\nu)} - x_1^{-(1+\nu)}) + \frac{\mu\omega^2}{2\sigma_0} (x^2 - x_1^2) \right]} \dots \dots \dots 24$$

Hierin sind  $x_1=60$  und  $y_1=1,01288$ . Den Wert der Integrationskonstante  $H$  erhält man aus den Bedingungen des Punktes  $x=20$ , in welchem

$$\sigma_{t20} = 1329,6912 \text{ ist.}$$

Es ist dann  $1329,6912 = 1500 + H \cdot 20^{-1,3}$  und hieraus

$$H = -\frac{170,3088}{20^{-1,3}} =$$

Die Werte  $x_1$ ;  $y_1$  und  $H$  in Gleichung 24 eingesetzt, ergibt:

$$\frac{y}{y_1} = e^{-\left[ -\frac{170,3088}{1950} \left\{ \left(\frac{x}{20}\right)^{-1,3} - \left(\frac{60}{20}\right)^{-1,3} \right\} + \frac{0,79}{3000}(x^2 - 60^2) \right]}$$

$$\frac{y}{y_1} = e^{-\left[ -\frac{170,3088}{1950} \left\{ \left(\frac{x}{20}\right)^{-1,3} - 3^{-1,3} \right\} + \frac{0,79}{3000}(x^2 - 60^2) \right]}$$

Schema II (siehe Anhang) erleichtert die Berechnung der Werte  $\frac{y}{y_1}$ . Es genügt vollkommen für die Werte  $x = 60, 55, 50, 45, 40, 35, 30, 25$  und  $20$  die Werte  $\frac{y}{y_1}$  zu finden. Aus Tabelle II (resp. Schema II) ersieht man, dass der Wert  $y_{20} = 2,51400$  ist. Diesen Wert legen wir der Berechnung des Scheibenprofils zwischen  $x = 20$  und  $x = 12$  zu Grunde.

Teil EE zwischen  $x = 20$  und  $x = 12$ . Beide Spannungskurven  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  sind hier wieder durch Kurven gegeben; wenden daher zwecks Berechnung der Scheibendicken die allgemeine Gleichung 7a an. Es werden zuerst die Werte  $z$  berechnet und aufgetragen (siehe Tafel I). Da die  $z$ -Kurve zwischen  $x = 16$  und  $x = 12$  sehr stark gekrümmt ist, so berechnet man auch die  $z$ -Werte für  $x = 12,5, 13,5, 14,5$  und  $15,5$ , um das rechnerische Integrieren wieder leichter ausführen zu können. Im Übrigen ist der Gang der Berechnung wie bei den Teilen BB und C, d. i. nach Schema I. Für den Radius  $x = 12$  erhält man die Scheibendicke  $y_{12} = 9,4856$ , was auch die Nabenbreite der Scheibe sein wird.

Damit wäre das Scheibenprofil berechnet. In Tafel I ist dasselbe in natürlicher Grösse gezeichnet. Den analytischen Ausdruck  $\frac{dy}{dx}$  für die Tangente an die  $y$ -Kurve (nicht zu verwechseln mit der Tangente an das Scheibenprofil) erhält man aus Gleichung 1 (siehe Seite 4) wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{y}{x} \cdot \frac{\sigma_t}{\sigma_r} - \frac{y}{x} \cdot \frac{d\sigma_r}{\sigma_r \cdot dx} - \frac{y \cdot \mu \omega^2 x}{\sigma_r} = \\ &= \frac{y}{x} \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_r} - 1 \right) - \frac{y}{\sigma_r} \left( \frac{d\sigma_r}{dx} + \mu \omega^2 x \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{y}{x} \left( \frac{\sigma_t - \sigma_r}{\sigma_r} \right) - \frac{y}{\sigma_r} \left( \frac{d\sigma_r}{dx} + \mu\omega^2 x \right) =$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sigma_r} \left( \frac{\sigma_t - \sigma_r}{x} - \frac{d\sigma_r}{dx} - \mu\omega^2 x \right) \dots \dots \dots 25$$

Hieraus ersieht man, dass bei gegebenen  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven für ein beliebiges  $x$  — der Wert  $\frac{dy}{dx}$  stets proportional der Scheibenbreite  $y$  an dieser Stelle ist. Es wird also  $\frac{dy}{dx}$  nicht nur von dem jeweiligen  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -Werte (siehe Holzer), sondern noch von der Scheibenbreite an dieser Stelle abhängen. Die Scheibenbreite  $y$  einer Scheibenstelle ist aber bei gegebenen  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven direct proportional dem angenommenen  $y_m$ -Werte an der dünnsten Scheibenstelle. Dieses ist zu berücksichtigen bei der Beurteilung der Schlankheit der Scheiben, insbesondere beim Uebergang zur Nabe und zum Aussenkranz.

Wie wir später sehen werden, enthält die  $y$ -Kurve unter Umständen auch Wendepunkte, deren Stellen man leicht aus der 2-ten Derivierten der Gl. 1 finden könnte. Im Falle des Vorhandenseins eines Wendepunktes in der  $y$ -Kurve muss die Tangente in diesem als Maasstab für die Schlankheit der Scheibe in Betracht gezogen werden.

### 3. Berechnung der radialen Verschiebungen $\xi$ der Scheibe.

Falls die radialen Verschiebungen  $\xi$  der einzelnen Scheibenpunkte gewünscht werden, so lassen sich diese nach der früher angeführten Gleichung 2

$$\xi = \frac{x}{E} (\sigma_t - \nu\sigma_r)$$

mit Hilfe der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven Taf. I berechnen. Für unser Beispiel sind diese  $\xi$ -Werte von einer Horizontalen nach oben abgetragen (siehe Taf. I) und ergeben die sog.  $\xi$ -Kurve.

**Graphische Bestimmung der  $\sigma_t$ -Spannungen für den mittleren Teil der Scheibe (zwischen  $x=12$  und  $x=66$ ) auf Grund der graphisch konstruierten  $\sigma_r$  und  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  und der analytisch berechneten Werte  $\frac{d\sigma_t}{dx}$  mit Hilfe der Verträglichkeitsbedingung.**

Die vorherigen Berechnungen zeigen, wie zeitraubend das analytische Ermitteln der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven insbesondere für den mittleren Teil der Scheibe (zwischen  $x=12$  und  $x=66$ ) ist. Wollte man, um den Verlauf der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven genauer verzeichnen zu können, noch die Neigungswinkel der Tangenten in den einzelnen Kurvenpunkten berechnen, so würde solches den Rechnungsgang noch langwieriger gestalten. Es wäre daher sehr wünschenswert, die  $\sigma_t$ -Werte und wenn zugänglich auch die  $\frac{d\sigma_t}{dx}$ -Werte graphisch aus dem vorgeschriebenen Verlauf der  $\sigma_r$ -Kurve zu ermitteln unter Berücksichtigung gegebener Anfangsbedingungen. Hierfür wäre wohl die Verträglichkeitsbedingung

$$\frac{d\sigma_t}{dx} - \nu \frac{d\sigma_r}{dx} = (1 + \nu) \frac{(\sigma_r - \sigma_t)}{x} \dots \dots 5$$

die geeignetste Basis.

Eine einfache graphische Lösung dieser Differentialgleichung in dem oben erwähnten Sinne wäre daher eine dankenswerte Aufgabe für die Mathematiker. Der Verfasser begnügt sich mit einer teilweise graphischen Lösung dieser Aufgabe, indem er die  $\sigma_r$ -Kurven und deren Tangenten als Parabelkonstruktionen graphisch ermittelt, die  $\frac{d\sigma_t}{dx}$ -Werte aus den früheren Gleichungen analytisch berechnet und auf Grund der so ermittelten  $\sigma_r$ ,  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  und  $\frac{d\sigma_t}{dx}$ -Werten mit Hilfe der Verträglichkeitsbedingung die Werte für  $\sigma_t$  durch eine einfache graphische Konstruktion findet. Diese Konstruktion gestaltet sich für die einzelnen Scheibenteile EE, DD und C+BB (siehe Tafel I) wie folgt:

Teil EE zwischen  $x=12$  und  $x=20$ . Die  $\sigma_r$ -Kurve ist eine Parabel 2-ten Grades mit dem Scheitelpunkte in  $M_3$  und einem gegebenen Parabelpunkt  $M_2$ . Die bekannte graphische Konstruktion der Parabel und deren Tangenten geschieht wie folgt: man verbindet den Parabelpunkt  $M_2$  mit dem Mittelpunkt 8 der Abscisse  $M_3M_2^1$  des

Punktes  $M_2$ . Die so erhaltene Gerade  $M_28$  ist die Tangente in  $M_2$ . Die Strecken  $8.M_2$  und  $M_38$  teilt man (da man für die Parabel 8 Punkte für  $x=12$  bis  $x=20$  wünscht) je in 8 gleiche Teile. Die Teilpunkte der Strecke  $8.M_2$  — 1', 2', 3', 4'... verbindet man mit den Teilpunkten der Strecke  $M_38$  — 1, 2, 3, 4... Die Geraden 1'1, 2'2, 3'3, 4'4... schneiden die Ordinaten in  $x=19$ ,  $x=18$ ,  $x=17$ ,  $x=16$ ... in den gesuchten Parabelpunkten und bilden selber die Tangenten an die Parabel (resp.  $\sigma_r$ -Kurve zwischen  $x=12$  und  $x=20$ ) in diesen Punkten. Somit wären die  $\sigma_r$ - und  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -Werte graphisch gefunden.

Auch ist die analytische Berechnung dieser Werte  $\sigma_r$  und  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  nach den Gleichungen 11 und 12 nicht kompliziert und kann in Fällen, in denen die graphische Konstruktion (der  $\sigma_r$ - und  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -Werte) Schwierigkeiten macht (wenn z. B. die Strecke  $M_2'M_3$  eine Bruchzahl ergibt) angewandt werden.

Hierauf berechnet man analytisch die  $\frac{d\sigma_t}{dx}$ -Werte für die einzelnen  $x$ -Werte zwischen  $x=12$  und  $x=20$  nach Gl. 14. Hierzu dient die beigegefügte Tabelle der  $x^{-2,3}$  Werte.

Mit Hilfe der so erhaltenen  $\sigma_r$ ,  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ - und der  $\frac{d\sigma_t}{dx}$ -Werte konstruiert man die  $\sigma_t$ -Werte auf Grund der Verträglichkeitsbedingung:

$$\frac{d\sigma_t}{dx} - \nu \frac{d\sigma_r}{dx} = (1 + \nu) \frac{(\sigma_r - \sigma_t)}{x} \text{ wie folgt:}$$

Man trägt von O, dem Mittelpunkt der Scheibe auf der Abscissenachse im beliebigen Maasstabe die Länge = 1 auf. In unserem Beispiel ist  $1=0.10$ . Hat man z. B. für den Parabelpunkt J ( $x=14$ ) den entsprechenden Punkt für  $\sigma_t$  zu finden, so zieht man durch O eine Parallele zu der Tangente J.6 im Punkte J. Der tangens des Neigungswinkels dieser Tangente, resp. der Wert  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  für diesen Punkt J ist dann A.10. Um den Wert  $\nu \frac{d\sigma_r}{dx}$  (bei  $\nu=0,3$ ) zu finden, zieht man im Teilpunkt 3 der  $x$ -Achse eine Vertikale 3.C bis zum Schnittpunkt C mit OA, dann ist  $3.C = \nu \frac{d\sigma_r}{dx} = 10.D$ , wenn CD parallel zur  $x$ -Achse gezogen ist. Nun trägt man den aus Gleichung 14



analytisch berechneten Wert von  $\frac{d\sigma_t}{dx} = 10.E = 0,39254$  auf 10A vom Punkte 10 nach oben auf. Es ist sodann:

$$DE = \nu \frac{d\sigma_r}{dx} - \frac{d\sigma_t}{dx} = - \left( \frac{d\sigma_t}{dx} - \nu \frac{d\sigma_r}{dx} \right).$$

Tabelle der  $x^{-2,3}$  - Werte

x	lg. $x^{-2,3}$	$x^{-2,3}$	x	lg. $x^{-2,3}$	$x^{-2,3}$
8	3,9228930	0,00837323	45	4,1976112	0,00015762
9	3,8052422	0,00638620	46	4,1756571	0,00014985
10	3,7000000	0,00501187	47	4,1541748	0,00014262
11	3,6047968	0,00402529	48	4,1331452	0,00013588
12	3,5178832	0,00329521	49	4,1125489	0,00012958
13	3,4379302	0,00274113	50	4,0923690	0,00012370
14	3,3639056	0,00231156	51	4,0725885	0,00011819
15	3,2949900	0,00197238	52	4,0531924	0,00011303
16	3,2305240	0,00170029	53	4,0341654	0,00010818
17	3,1699675	0,00147900	54	4,0154943	0,00010363
18	3,1128732	0,00129680	55	5,9971658	0,00009935
19	3,0588667	0,00114516	56	5,9791676	0,00009532
20	3,0076310	0,00101773	57	5,9614877	0,00009151
21	4,9588956	0,00090970	58	5,9441156	0,00008793
22	4,9124278	0,00081739	59	5,9270404	0,00008454
23	4,8680261	0,00073795	60	5,9102520	0,00008133
24	4,8255142	0,00066914	61	5,8937415	0,00007830
25	4,7847380	0,00060917	62	5,8774991	0,00007542
26	4,7455614	0,00055662	63	5,8615168	0,00007270
27	4,7078633	0,00051034	64	5,8457860	0,00007011
28	4,6715366	0,00046939	65	5,8302992	0,00006765
29	4,6364846	0,00043299	66	5,8150490	0,00006532
30	4,6026210	0,00040052	67	5,8000280	0,00006310
31	4,5698681	0,00037142	68	5,7852295	0,00006099
32	4,5381550	0,00034527	69	5,7706471	0,00005897
33	4,5074180	0,00032167	70	5,7562746	0,00005705
34	4,4775985	0,00030033	71	5,7421059	0,00005522
35	4,4486436	0,00028096	72	5,7281352	0,00005347
36	4,4205042	0,00026333	73	5,7143573	0,00005180
37	4,3931361	0,00024725	74	5,7007671	0,00005021
38	4,3664977	0,00023254	75	5,6873590	0,00004868
39	4,3405514	0,00021905	76	5,6741287	0,00004722
40	4,3152620	0,00020666	77	5,6610714	0,00004582
41	4,2905970	0,00019525	78	5,6481824	0,00004448
42	4,2665266	0,00018472	79	5,6354577	0,00004320
43	4,2430224	0,00017499	80	5,6228930	0,00004197
44	4,2200588	0,00016598			

Nun trägt man DE von 10. nach oben ab bis F, so dass  $10.F = ED$ . Verbindet man jetzt O mit F und verlängert OF bis zum Schnitt mit der Ordinate 14.J im Punkte G, so erhält man in der Strecke 14.G. den Ausdruck  $-(1+\nu)(\sigma_r - \sigma_t) = (1+\nu)(\sigma_t - \sigma_r)$ . Um die Differenz  $\sigma_t - \sigma_r$  zu finden, hat man die Strecke 14.G. durch  $1,3 = 1+\nu$  zu dividieren. Hierzu errichtet man in O ein rechtwinkeliges Dreieck B.O.10, dessen Katheten sich wie 1,3 zu 1,0 verhalten, und zieht durch G eine Parallele zur Hypotenuse B.10 dieses Dreiecks. Diese Parallele G.H schneidet die x-Achse im Punkte H und ergibt die Strecke 14.H die gesuchte Spannungsdifferenz  $\sigma_t - \sigma_r$  für den gesuchten Punkt mit  $x = 14$ . Trägt man diesen Wert  $\sigma_t - \sigma_r = 14.H = JK$  von J nach oben auf, so erhält man den Punkt K und damit in 14.K die gesuchte  $\sigma_{t14}$ -Spannung. Zieht man in K eine Parallele zu OE, so erhält man noch die Tangente in K. In dieser Weise ist in Tafel I noch der Punkt K' für  $x = 18$  graphisch bestimmt worden. Man erhält bei einigermaßen sorgfältigem Zeichnen — sehr genaue Resultate.

Teil DD zwischen  $x = 20$  und  $x = 60$ . Die  $\sigma_r$ -Kurve ist eine Parallele zur x-Achse. Es ist somit  $\sigma_r = \text{konst.}$  und  $\frac{d\sigma_r}{dx} = 0$ ;  $\nu \frac{d\sigma_r}{dx} = 0$  und  $\nu \frac{d\sigma_r}{dx} - \frac{d\sigma_t}{dx} = -\frac{d\sigma_t}{dx}$ . Als Beispiel wählen den Punkt K'' der  $\sigma_r$ -Kurve mit  $x = 50$ . Trägt man den aus Gl. 17 analytisch berechneten  $\frac{d\sigma_t}{dx}$ -Wert u. zw.  $\frac{d\sigma_t}{dx} = 0,013455 = \text{tg}\alpha_{150}$  für  $x = 50$  auf, so erhält man  $50.E'' = -(1+\nu)(\sigma_r - \sigma_t)$  und dividiert man  $50.E''$  durch  $-(1+\nu) = -1,3$  durch Ziehen einer Parallelen aus  $E''$  zu 10.B, so erhält man in der Strecke  $H''.50 = J''K'' = \sigma_r - \sigma_t$ . Dieser Wert  $\sigma_r - \sigma_t$  von K'' nach unten abgetragen, ergibt den zu K'' gehörigen Punkt J'' der  $\sigma_t$ -Kurve für  $x = 50$ .

Teil BB + C, zwischen  $x = 60$  und  $x = 66$ . Die  $\sigma_r$ -Kurve ist eine Parabel 2. Grades mit dem Scheitelpunkte in  $M_4$  und einem gegebenen Parabelpunkte  $M_5$  ( $x = 66$ ). Die Konstruktion der Parabel und der Tangenten zu den einzelnen Parabelpunkten geschieht analog wie im Teil EE. Als Konstruktionsbeispiel wählen wir den Punkt J''' der Parabel mit der zugehörigen Tangente J'''A. Man zieht aus O eine Parallele OC''' zur Tangente J'''A. Als Abscissen-einheit wählt man diesmal eine grössere Strecke 0.30. In dem Punkte

30 und im Punkte 9, dessen Entfernung von O  $0.9 = 0,3 \cdot 0.30$  ist, errichtet man Vertikalen nach unten. Den Schnittpunkt  $C'''$  der Geraden  $OC'''$  und der Ordinate  $9.C'''$  überträgt man durch eine Horizontale auf die Vertikale  $30.E'''$  und erhält Punkt  $D'''$ . Hierauf berechnet man analytisch den Wert  $\frac{d\sigma_t}{dx} = \operatorname{tg} \alpha_t$  nach Gleichung 21 und trägt diesen Wert auf der Vertikalen  $30.E'''$  auf. Die Differenz  $E'''D''' = F''' \cdot 30$  trägt man von 30 nach unten ab und verbindet den so erhaltenen Punkt  $F'''$  mit O, verlängert die Gerade  $OF'''$  bis zum Schnittpunkt  $G'''$  mit der verlängerten Ordinate  $J''' \cdot 64$  des Punktes  $x = 64$ . Von  $G'''$  zieht man eine Parallele zur Geraden  $B \cdot 10$  und erhält im Abschnitt  $H''' \cdot 64$  den Wert  $\sigma_t - \sigma_r$ . Trägt man  $H''' \cdot 64$  von  $J'''$  nach oben auf, so erhält man in  $K'''$  den zu  $J'''$  gehörigen Punkt der  $\sigma_t$ -Kurve für  $x = 64$ .

Die Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  der Scheibenteile gleicher Dicke A und FF, sowie die weitere Ermittlung der z-Kurven, die Integration derselben und die endgiltige Bestimmung der Scheibendicke y liessen sich zum grössten Teil gleichfalls graphisch lösen, doch würde solches wohl kaum Zeitersparnis bedeuten; auch wären die Resultate weniger genau. Es wird daher der 2. Teil der Scheibenberechnung, d. i. das Berechnen der z-Werte und daraus des Scheibenprofils nach Schema I ausgeführt.

Es sei zum Schluss noch darauf hingewiesen, dass die graphische Berechnung der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungen noch einen weiteren Vorteil bietet, u. zw.: es genügen, da das graphische Verfahren auch die Tangentenkonstruktion an die einzelnen Punkte der Spannungskurven liefert, zur genauen Aufzeichnung der letzteren — weniger Kurvenpunkte.

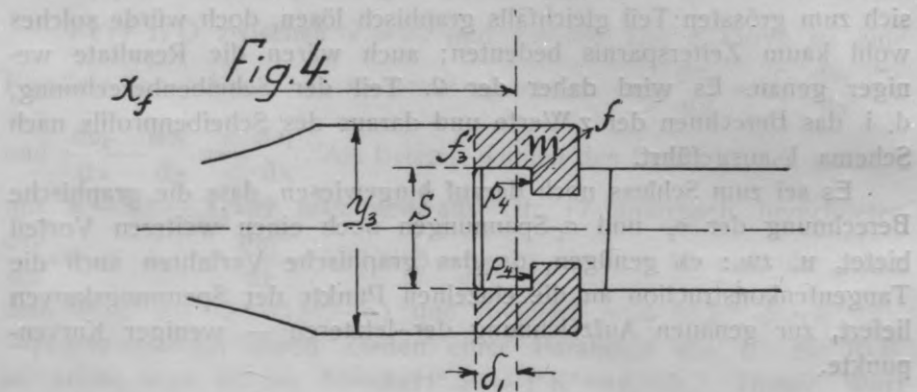
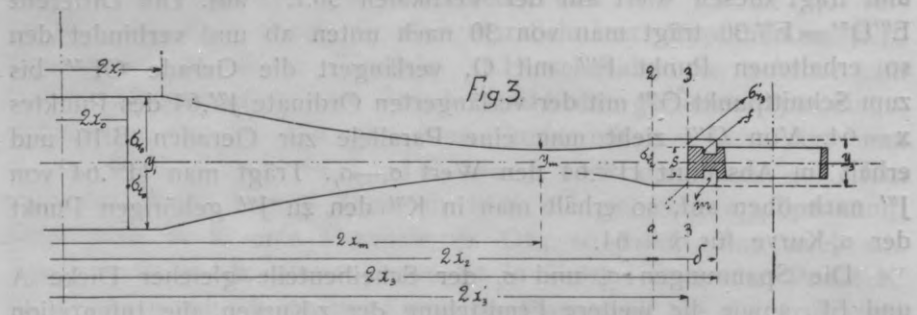
### Untersuchungen.

Die folgenden Untersuchungen haben den Zweck:

- 1) den Einfluss der Änderung des in unserem Beispiel angenommenen  $\sigma_t$ -Kurvenverlaufes auf einzelne Abmessungen des Scheibenprofils und auf das Scheibengewicht zu bestimmen und
- 2) einen Weg zu finden, um die Scheiben auf Grund der in

Wirklichkeit gestellten Anforderungen und Angaben berechnen zu können.

In unserem Beispiel, welches, wie bereits oben erwähnt wurde, dem Aufsatz von H. Holzer entnommen ist, sind die in Fig. 3 eingezeichneten Abmessungen und Spannungen:  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_m$ ,  $y_3$ ,  $\sigma_{r0}$ ,  $\sigma_{t0}$  und  $\sigma_{r2}$  als gegeben angenommen.



Von diesen Grössen wird:

- $x_0 = 8$  cm. durch den berechneten Wellendurchmesser festgelegt;
- $x_1 = 12$  cm. — der äussere Nabendurchmesser — rein konstruktiv angenommen; kann jedoch, falls nötig, in engeren Grenzen verändert werden;
- $y_m = 1$  cm. — als minimale Scheibendicke vorgeschrieben;
- $y_3 \cong 2,8$  cm. aus konstruktiven Überlegungen gewählt; kann aber gleichfalls in engen Grenzen verändert werden;

$\sigma_{r0} = 0$  — durch die Art der Scheibenbefestigung auf der Welle vorgeschrieben, und

$\sigma_{t0} = \sigma_{\max} = \sigma_0 = 1500 \text{ kg/cm}^2$  für die Scheibe gewählt.

Die übrigen von H. Holzer eingeführten 2 Werte:  $x_3$  und  $\sigma_{r2}$  (an der Übergangsstelle zum Aussenkranz) können bei der Berechnung einer Scheibe nicht von vornherein als gegeben angenommen werden. Als gegeben zu betrachten sind für den Aussenkranz eigentlich nur der äussere Durchmesser  $= 2x_3$ , die Kranzbreite  $= y_3$  und die radiale Spannung, hervorgerufen durch die Centrifugalkraft der Schaufelung.

Setzt man die in der Praxis am meisten vorkommende Befestigungsart der Schaufeln (durch erweiterten Schaufelfuss und Kranznute) Fig. 4 voraus, so endet der Aussenkranz in seiner vollen Breite  $y_3$  bereits mit dem Radius  $x'_3$ . Die Centrifugalkraft der Schaufelung wirkt nun auf die Nutenfläche  $f$  der cylindrischen Vorsprünge  $m$  der Scheibe mit einer Kraft  $p_4 \text{ kg/cm}^2$ . Diese Kräfte  $p_4$  wirken excentrisch ziehend auf die Flächen  $f'_3 = y_3 - s$ . Ausser diesen Kräften, herrührend von der Centrifugalkraft der Schaufeln, wirken auf die Ringflächen  $f'_3$  noch die Centrifugalkräfte der cylindrischen Vorsprünge  $m$ . Als Resultierende dieser beiden Centrifugalkraftwirkungen entsteht in den Ringflächen  $f'_3$  eine ungleichmässig verteilte radiale Spannung, welche bezogen auf die volle Kranzbreite  $y_3$  im cylindrischen Schnitt 3—3 ein sehr ungünstig verteiltes Spannungsbild darstellt. Vom Schnitt 3—3 zum Schnitt 2—2 übergehend, wird diese starke Ungleichförmigkeit der radialen Spannungen allmählich schwächer. Hierbei addieren sich aber noch die von den beiden obenerwähnten Centrifugalkraftwirkungen entstandenen radialen Spannungen — mit den radialen Spannungen des Aussenkranzes. Es dient somit der eigentliche Aussenkranz (zwischen 2—2 und 3—3) gewissermassen als Ausgleicher für die infolge der Schaufelbefestigung entstandenen Ungleichförmigkeit der radialen Spannungen des Aussenkranzes. Es ist daher zu empfehlen die radiale Höhe (2—2 bis 3—3) des Aussenkranzes nicht zu klein zu wählen, um den mittleren Teil der Scheibe von dem ungünstigen Einfluss dieser grossen Ungleichförmigkeit der radialen Spannungen im Aussenkranze möglichst zu schützen. Analytisch diese Änderung der radialen Spannungen im Aussenkranz zu verfolgen wäre unter den erwähnten Umständen wohl kaum durchführbar, oder würde günstigen Falls zu Resultaten führen, die man für die weitere Berechnung der Scheibe nicht verwenden

könnte. Es wird daher bei der Scheibenberechnung zu einer stark vereinfachten Annahme über die Verteilung der radialen Spannungen in dem Aussenkranze gegriffen und zwar:

- 1) man geht vom Scheibendurchmesser  $x_3'$  aus;
- 2) die beiden ringförmigen Vorsprünge  $m$  ersetzt man durch einen Ring von der Breite  $y_3$  und der Dicke  $\delta_1$ , so dass die Centrifugalkraft der Vorsprünge  $m$  gleich wird der Centrifugalkraft des Ringes vom Querschnitt  $y_3 \cdot \delta_1$ . Der Durchmesser  $2x_r = 2(x_3' + \delta_1)$  ist dann der unserer weiteren Rechnung zu Grunde zu legende theoretische äussere Scheibendurchmesser;
- 3) die Centrifugalkraft der gesamten Schaufelung, resp. die ihr äquivalente radiale Spannung  $\sigma_{r1}$  wird als gleichmässig auf der theoretischen cylindrischen Aussenfläche  $2\pi \cdot x_r \cdot y_3$  verteilt angenommen. Es wird also in unsere Rechnung nicht der faktische äussere Scheibendurchmesser  $= 2x_3$ , sondern der etwas kleinere theoretische äussere Scheibendurchmesser  $2x_r$  eingeführt.

Zur Berechnung des theoretischen Durchmessers  $2x_r$  und der Centrifugalkraft der Schaufelung muss natürlich die Konstruktion der Schaufelung und auch deren Befestigungsart detailliert gegeben sein.

Aus den eben erwähnten Gründen wird der Verfasser im Weiteren bei der Berechnung des Scheibenprofils nicht die Werte  $x_2$  und  $\sigma_{r2}$ , sondern die Werte  $x_r$  und  $\sigma_{r1}$  als gegeben betrachten. In der Tat können diese Grössen jederzeit leicht aus dem gegebenen äusseren Scheibendurchmesser  $x_3$  und der Schaufelkonstruktion, so wie deren Befestigungsart bestimmt werden.

Wir übergehen nun zum ersten Teil unserer Untersuchungen.

#### Einfluss der Änderung der $\sigma_r$ -Kurve auf die Scheibenabmessungen und auf das Scheibengewicht.

Der Untersuchung ist die  $\sigma_r$ -Kurve unseres Beispiels zu Grunde gelegt, siehe Tafel I. Als unveränderliche Teile der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Spannungskurven bei allen in Frage kommenden Untersuchungsvarianten gelten die Kurventeile  $M_1M_2$  der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven innerhalb der Nabe und der Teil  $M_3M_4$  der  $\sigma_r$ -Kurve mit  $\sigma_r = 1500$ ; siehe Tafel I. Die Kurventeile  $M_2M_3$  und  $M_4M_5$  sind mit Ausnahme nur eines Falles Ab' (Tafel II) — wo für  $M_2M_3$  und  $M_4M_5$  Kurven 3. Grades zum Ver-

gleich herangezogen wurden — Kurven 2. Grades, d. h. Parabeln, wie in unserem Beispiel (Tafel I) durchgeführt. Die analytisch berechneten Resultate der einzelnen Untersuchungsvarianten sind in den Tabellen A, B, C, D und E und graphisch in den Tafeln II bis VI eingetragen. In den Tabellen sind nur die in den einzelnen Untersuchungsvarianten sich ändernden Spannungsgrößen aufgenommen, d. i. zwischen  $x=12$  und  $x=72$  cm. Die Spannungen zwischen  $x=8$  und  $x=12$ , als innerhalb der Nabendicke, sind, wie bereits oben erwähnt, in allen Varianten dieselben und daher in den Tabellen nicht aufgenommen. In den Tabellen, sowie auch in den Tafeln, sind ferner die in den dünnsten Scheibenstellen (bei  $x=x_m$ ) vorhandenen Spannungen und die zur Berechnung der Scheibenprofile nötigen  $z$ -Werte eingetragen.

Die vertikalen Reihen der Tabellen sind ohne Weiteres klar. Die Scheibenprofile der einzelnen Untersuchungsvarianten sind in den Tafeln eingezeichnet. In den Nebenfiguren VII bis XI (zu diesen Tafeln II bis VI) sind noch folgende uns interessierende charakteristische Scheibendimensionen und Scheibengewichte der einzelnen Varianten als Ordinaten aufgetragen. Hierin bedeuten:

Kurve  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$  den Tangens der aufsteigenden Parabel  $M_2M_3$ ;

Kurve  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$  den Tangens der abfallenden Parabel  $M_4M_5$ ;

Kurve  $y_1$  — die Nabenbreiten der einzelnen Scheibenvarianten;

Kurve  $y_3$  — die Breiten der Aussenkränze der einzelnen Scheibenvarianten;

Kurve  $A_1$  — die Scheibengewichte zwischen  $x=12$  und  $x=66$  cm.;

Kurve  $A_2$  — die Scheibengewichte zwischen  $x=8$  und  $x=69$  cm.;

Kurve  $A_3$  — die Scheibengewichte zwischen  $x=8$  und  $x=72$  cm.

Es wurden hier zu Vergleichszwecken die Werte  $A$  berechnet:

$A_1$  — für die Scheiben ohne Naben und ohne Aussenkränze;

$A_2$  — für die Scheiben mit Naben und Aussenkränzen und

$A_3$  — für die Scheiben mit Naben und Aussenkränzen.

Als Abscissen wurden in den Nebenfiguren VII bis XI entweder die  $x$ -Größen des variierten Punktes der  $\sigma_r$ -Kurve (siehe Taf. II,

III und IV) oder die variierten  $\sigma_r$ -Größen (siehe Taf. V und VI) in einem bequemen Maasstab angenommen. — Aus diesen Kurven  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}, y_1, y_3 \text{ und } A\right)$  ersieht man leicht den Einfluss der Veränderung des  $\sigma_r$ -Kurvenverlaufes auf die Scheibendimensionen  $y_1$  und  $y_3$  und auf das Scheibengewicht.

Die unserem Beispiele zu Grunde liegende Scheibe (siehe Tafel I) resp. deren  $\sigma_r$ -Kurve wurde vom Verfasser nach folgenden Richtungen hin abgeändert.

### Versuchsreihe A.

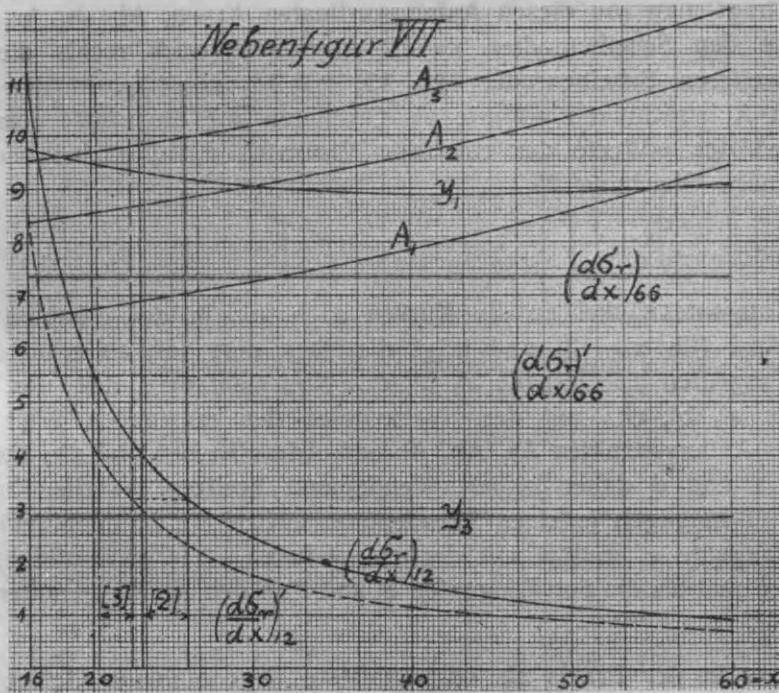
Hierzu Tafel II, Tabellen Aa, Ab, Ac, Ad, Ae, Af und Ab' und Nebenfiguren VII und XII.

Es wird in dieser Versuchsreihe die Lage des Punktes  $M_3$  der aufsteigenden Parabel  $M_2M_3$  verändert unter Beibehaltung aller übrigen Bedingungen unseres Beispiels. Die in unserem Beispiele berechnete Scheibe resp. deren  $\sigma_r$ -Kurve wird hier so variiert, dass  $M_3$  der Reihe nach in  $x=16$ ,  $x=20$ ,  $x=30$ ,  $x=40$ ,  $x=50$  und  $x=60$  angenommen wird. Die für diese 7 Varianten berechneten Werte von  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$ ,  $z$  und  $y$  sind in den Tabellen Aa bis Af zusammengestellt und in Tafel II durch die Kurven a, b, c, d, e, f und b' graphisch dargestellt. Ausserdem enthält Tafel II noch die  $\xi$ -Kurven der einzelnen Varianten. Die zu Tafel II gehörige Nebenfigur VII enthält für die einzelnen Varianten dieser Versuchsreihe als Abscissen die jeweiligen Werte von  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ ,  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ ,  $y_1$ ,  $y_3$  und  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  als Ordinaten aufgetragen. Die die Endpunkte der Ordinaten derselben Werte verbindenden Kurven geben uns die Möglichkeit für jeden Zwischenwert von  $x$  die zugehörigen  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -,  $y$ - und  $A$ -Werte durch Errichten einer Ordinate im  $x$ -Punkte zu finden.

Da bekanntlich die „Schlankheit“ des Scheibenprofils ein *conditio sine qua non* unserer ganzen analytischen Berechnung der raschlaufenden Scheiben ist und diese Schlankheit am meisten beim Übergange von der Nabe zum Mittelteile ( $x=12$ ) und beim Übergang vom Mittelteil zum Aussenkranz ( $x=66$ ) gefährdet ist, so ist zu trachten, dass an diesen 2 Stellen der Scheibe die sog. Profilwinkel,



die die Tangenten an das Scheibenprofil mit der Axenrichtung der Scheibe bilden, möglichst gross werden.



Aus den Scheibenprofilen der Tafel II ist zu ersehen, dass bei den Varianten a, b', b, c und d der Profilwinkel bei  $x=12$  am kleinsten ist, — bei den Varianten e und f hingegen der kleinste Profilwinkel sich nicht bei  $x=12$ , sondern etwas weiter nach rechts befindet. Nun gibt Holzer als Maassstab für die Schlankheit des Profils in  $x=12$  und auch in  $x=66$  — die Grösse des  $\frac{d\delta_r}{dx}$ -Wertes an diesen Stellen. Wir sehen aus Taf. II, dass dieses nur innerhalb der Varianten a bis d zutrifft; bei den übrigen Varianten befindet sich der für die Schlankheit der Scheibe maassgebende Profilwinkel im Wendepunkt des Scheibenprofils, d. i. bei  $x$  etwas grösser als 12. Diese Verhältnisse sind leichter zu übersehen in der Nebenfigur XII, in welcher die uns interessierenden Nabenbreiten  $y_1$  und die weiteren Profilbreiten  $y$  der Varianten A (Tafel II) nicht um die Mittellinie des Scheibenprofils, wie in Tafel II, sondern nur nach einer Seite als

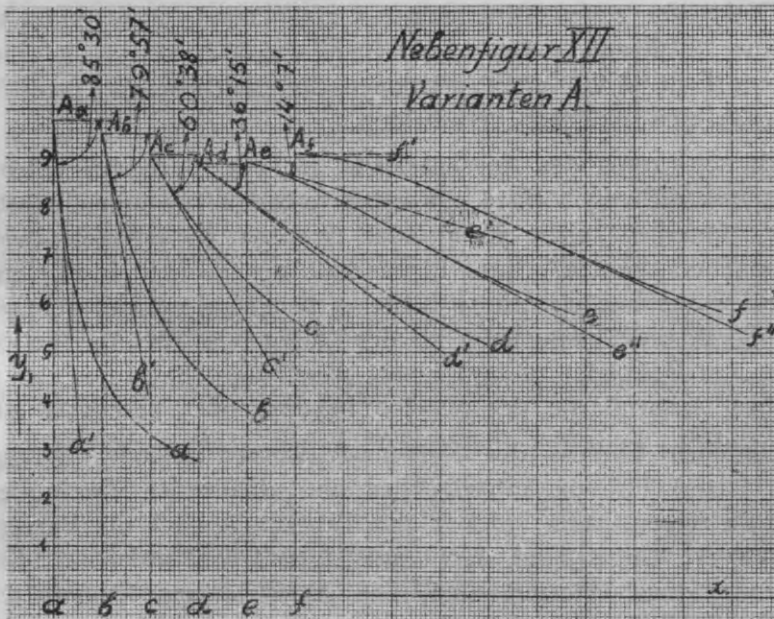
Ordinaten aufgetragen sind. In Fig. XII beginnt der Deutlichkeit halber jede Variante von einer neuen Ordinate. So erhält man als Ausgangspunkte für die einzelnen Varianten A die Punkte Aa, Ab, Ac... Nun trägt man von diesen Anfangsordinaten Aa—a, Ab—b, Ac—c..., welche den Scheibenradien  $x=12$  zugehören, nach rechts die für die weiteren Scheibenradien  $x=13$ ,  $x=14$ ,  $x=15$ ... in den Tabellen A berechneten  $y$ -Werte als Ordinaten auf. So erhält man die Kurven der  $y$ -Werte der einzelnen Varianten a, b, c... Berechnet man nach Gleichung 25

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sigma_r} \left[ \frac{\sigma_t - \sigma_r}{x} - \frac{d\sigma_r}{dx} - \mu \omega^2 x \right] = \operatorname{tg} \alpha$$

die Tangentenwinkel an die Kurven a, b, c... in den Punkten Aa, Ab, Ac... (für  $x=12$ ) und trägt dieselben dort auf, so erhält man die Tangenten als Geraden a', b', c'... Nun sieht man, dass die Tangenten a', b', c'... mit der Horizontalen den maximalen Winkel  $\alpha$  in den Anfangspunkten Aa, Ab, Ac und Ad aufweisen und die Kurven a, b, c und d daher keinen Wendepunkt besitzen, — die Kurven e und f hingegen je einen Wendepunkt aufweisen, in dem natürlich die Tangente e'' und f'' mit der Horizontalen -- Winkel bilden, die grösser sind als die der Tangenten e' und f' in den Anfangspunkten Ae und Af.

Das in der Praxis als vorteilhafteste angenommene Gebiet der aufsteigenden  $\sigma_r$ -Kurve liegt, wie wir gleich sehen werden, zwischen den Profilen b und c und zwar näher zu C — Wie aus Tafel II ersichtlich, ergeben die Varianten a und b wohl leichtere Scheiben, jedoch zu kleine Profilwinkel (mit  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 555$  und  $278$ ) und würden bedeutende axiale Spannungen erzeugen, die zu vernachlässigen riskant wäre, besonders in Variante a. Die Varianten c, d, e und f weisen wohl genügend grosse Profilwinkel  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 123,5, 79,4, 58,5$  und  $46,3$ , ergeben aber grössere Scheibengewichte, insbesondere die Varianten d, e und f. Die für die Praxis günstigsten  $\sigma_r$ -Kurven dürften daher wohl, wie bereits oben erwähnt, zwischen den Varianten b und c liegen, d. h. zwischen  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 123,5$ . Es dürften daher in unserem Falle die vorteilhaftesten Werte von  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$  zwischen

160 und 200 zu wählen sein. Holzer rechnet in seinem Beispiel mit  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 200$ .



Zieht man in der Nebenfigur VII auf der  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ -Kurve in den Punkten, die  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 160$  und  $200$  entsprechen, — Ordinaten, so erhält man ein Gebiet [2] der Scheibe (in unserem Falle zwischen  $x \cong 23$  und  $x \cong 26$ ), innerhalb welchen es am vorteilhaftesten sein wird den Endpunkt  $M_3$  der aufsteigenden  $\sigma_r$ -Parabel zu wählen. — Wir wollen dieses Gebiet kurz das Anwendungsgebiet nennen.

Aus der Nebenfigur VII ist zu ersehen, dass die Werte  $y_1$ ,  $y_3$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  innerhalb dieses Anwendungsgebietes sich nur unbedeutend ändern. Was die Änderungen dieser Werte innerhalb sämtlicher Variationen A (zwischen  $x = 16$  und  $x = 60$ ) betrifft, so lässt sich darüber folgendes sagen:

- a) die Nabenbreite  $y_1$  ändert sich um max. 9%,

- b) die cylindrische Breite des Aussenkranzes nur um ca.  $2\frac{1}{2}\%$  und  
 c) die Scheibengewichte  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  vergrössern sich fast linear mit  $x$  (für  $M_3$ ) bis maxim.  $30\%$ .

Die  $\sigma_r$ -Kurve des Mittelteiles — eine Gerade  $\sigma_r = 1500 = \text{konst.}$  und die abfallende  $\sigma_r$ -Kurve zwischen  $x=60$  und  $x=66$  sind in unserem Falle A für alle Variationen die gleichen; die zugehörigen  $\sigma_t$ -Kurven sind natürlich verschieden.

Die  $\sigma_r$ -Kurven des Aussenkranzes für alle Varianten fallen fast zusammen; die zugehörigen  $\sigma_t$ -Kurven verlaufen fast aequidistant und können innerhalb nicht allzugrosser Grenzen als parallele Geraden angenommen werden. Diese Eigenschaft der  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven des Aussenkranzes werden wir im Weiteren benutzen, um mit genügender Gegauigkeit die Spannung  $\sigma_r$  an der Übergangsstelle  $M_5$  (bei  $x=66$  in unserem Beispiele) zu bestimmen, wenn die  $\sigma_r$ -Spannung der theoretischen Aussenfläche der Scheibe bekannt oder berechnet ist.

Um den Einfluss der Kurvenart (Kurven 2. oder 3. Grades nach Holzer) für den aufsteigenden und abfallenden Zweig der  $\sigma_r$ -Kurve zu zeigen, ist in Tafel II und Tabellen A noch die Variante b' der  $\sigma_r$ -Kurve eingetragen, deren aufsteigende und abfallende Kurven 3. Grades (nach Holzer) sind. Die Anfangs- und Endpunkte der Parabeln in Variante b sind dieselben, wie bei den Kurven 3. Grades der Variante b'. Der Vergleich der hierfür berechneten Scheibengewichte zeigt, dass Variante b' eine um ca.  $1,4\%$  schwerere Scheibe ergibt, hingegen aber ein beträchtlich schlankeres Scheibenprofil (mit  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 200$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -275$  gegenüber  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$  bei Variante b) liefert. Hier sei aber bemerkt, dass der aufsteigende Zweig der b'-Kurve einen Wendepunkt besitzt, in dem  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  etwas grösser als  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 200$  sein wird. Selbstverständlich muss zum Vergleich der etwas grössere Wert von  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  (im Wendepunkt) herangezogen werden. In unserem Beispiele, Kurve b', liegt der Wendepunkt der aufsteigenden  $\sigma_r$ -Kurve aber ganz in der Nähe von  $M_2$  ( $x=12$ ), so dass die Scheibengewichte  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  und die Scheibenbreiten  $y_1$  und  $y_3$  für b' sich nur um verschwindend kleine Beträge von

den entsprechenden Werten für eine aufsteigende  $\sigma_r$ -Kurve 3. Grades, bei der aber der Wendepunkt in  $M_2$  ( $x=12$ ) fällt, unterscheiden werden. Diese kleinen Unterschiede werden wir im Weiteren ganz vernachlässigen. Einer aufsteigenden  $\sigma_r$ -Kurve 3. Grades mit dem Wendepunkt in  $M_2$  würde  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$  entsprechen, gegenüber dem Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 200$  bei  $b'$ .

In der Nebenfigur VII und in den Tabellen A sind zu Vergleichszwecken noch die Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}^1$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}^1$  für die aufsteigenden und abfallenden Kurven 3. Grades (nach Holzer) mit den Wendepunkten in  $x=12$  entspr.  $x=66$  für dieselben Varianten des Punktes  $M_3$  ( $x=16, 20, 30, 40, 50$  und  $60$ ), wie oben eingezeichnet. Die Bestimmung dieser Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)^1$  erfolgt nach folgender bei Holzer angeführten Formel: 
$$x_e = x_a + \frac{\sigma_{re} - \sigma_{ra}}{\frac{2}{3} \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_a} \dots \dots \dots 26$$

worin  $x_a$  — den jeweiligen Anfangspunkt,  $x_e$  — den jeweiligen Endpunkt (auf der Geraden  $\sigma_{ro} = 1500 = \text{konst.}$ ) der  $\sigma_r$ -Kurve,  $\sigma_{ra}$  — die radiale Spannung in  $x_a$ ,  $\sigma_{re}$  — die radiale Spannung in  $x_e$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_a = \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)^1$  — die Tangente in dem jeweiligen Anfangspunkt der  $\sigma_r$ -Kurve bedeutet.

Nimmt man auf den so berechneten  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}^1$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}^1$  — Kurven dieselben zulässigen Grenzwerte wie oben bei den Kurven 2. Grades, z. B. für  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}^1 = 160$  und  $200$ , so erhält man das zulässige Anwendungsgebiet [3] der Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}^1$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}^1$  für die Kurven 3. Grades mit den Wendepunkten in den Anfangspunkten  $M_2$  und  $M_5$  der Kurven.

Wie aus der Nebenfigur VII ersichtlich, wird durch Anwendung von Kurven 3. Grades (nach Holzer) mit den Wendepunkten in  $M_2$  (und  $M_5$ ) — das zulässige Anwendungsgebiet [3] beträchtlich

nach links verschoben gegenüber [2]. — Die Folge hiervon sei für einen Wert  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$  für den einen und den anderen Fall erläutert:

Bei Anwendung von Kurven 2. Grades entspricht diesem Wert  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$  ein  $A_1 \cong \frac{68800}{3} = 22933$  (der Nebenfigur maasstäblich entnommen), bei Anwendung von Kurven 3. Grades — ein Wert von  $A_1 = \text{ca } 22719$  (siehe Tabellen A Fall b), weil man hier den Wendepunkt der Variante b' nach oben erwähntem ohne weiteres in  $x=12$  annehmen kann. Es wäre somit in diesem Falle bei gleichschlanken Scheiben die Anwendung der Kurven 3. Grades, verglichen mit den Kurven 2. Grades, mit einer Scheibengewichtersparnis von  $\text{ca } \frac{22933 - 22719}{22933} \cong 0,013$ , d. i. 1,3% verbunden.

Die Resultate dieser Versuchsreihe A (Tafel II) sind insofern eindeutig, als bei gewählter Kurvenart ( $M_2M_3$ ) und gewähltem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$  Werte — die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Werte bis zum Punkt  $M_4$  festgelegt sind. — Für den Mittelteil der  $\sigma_r$ -Kurve ist eine Gerade  $\sigma_r = \sigma_{r_0} = \text{konst.}$  vorausgesetzt. Der Verlauf dieser  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven bis  $M_4$  gibt aber noch keinerlei Aufschluss über Nabenbreite und Scheibenprofil innerhalb dieses Scheibenteiles zwischen  $M_2$  und  $M_4$ . Das Scheibenprofil, sowie auch das Scheibengewicht und der Schlankheitsgrad der Scheibe hängen noch von der vorgeschriebenen Belastung des Aussenkranzes durch die Schaufeln, von der Befestigungsart der Schaufeln im Aussenkranz, von den Aussenkranzdimensionen in axialer und radialer Richtung und von der vorgeschriebenen minimalen Scheibendicke  $y_m$  ab. Sind diese Angaben vorhanden, so lässt sich, wie wir später sehen werden, bei vorgeschriebenem äusseren Durchmesser der Scheibe — die radiale Spannung im Punkte  $M_5$  leicht ermitteln. Ist nun die Lage des Punktes  $M_5$  (Übergang vom mittleren Teil der Scheibe zum Aussenkranz) und die in derselben herrschende radiale Spannung bestimmt, so ist dennoch bei gegebener Kurvenart des abfallenden Zweiges  $M_4M_5$  —  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  noch abhängig von der Bedingung der minimalen Scheibendicke  $y_m$ , welche in keinem Fall unterschritten werden darf. — Es ist somit bei gegebener Lage von  $M_5$ , bekannter radialer Spannung in  $M_5$  und gegebenen  $y_m$  und  $y_3$  — der Verlauf der ab-

fallenden  $\sigma_r$ -Kurve  $M_4M_5$  — eindeutig bestimmt. — Erweist es sich aber, dass die so erhaltene  $\sigma_r$ -Kurve ein ungünstiges Profil, oder ein ungünstiges Scheibengewicht, oder eine nicht befriedigende Schlankheit des Profils ergibt, so ist diesem Übel nur durch zweckentsprechende Änderung einer oder mehrerer der oben erwähnten Grössen ( $y_3$ ,  $y_m$ , Lage von  $M_5$  und radiale Spannung in  $M_5$ ) zu begegnen.

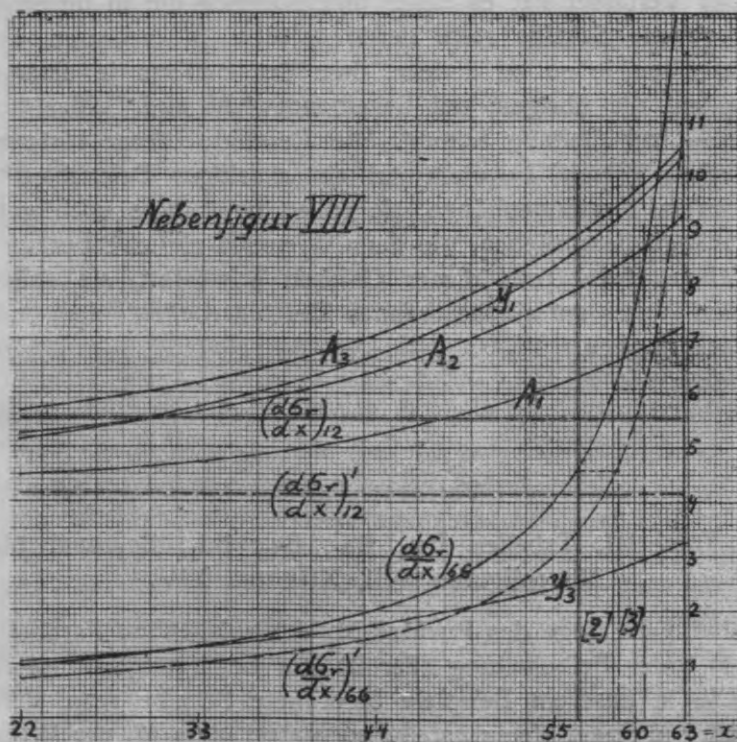
Den Zusammenhang dieser Grössen und des  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)$ -Wertes für die abfallende  $\sigma_r$ -Kurve analytisch auszudrücken dürfte in Betracht der sehr komplizierten Formeln für die einzelnen Grössen nicht möglich sein. Der Verfasser hat es daher unternommen die in unserem Beispiel gegebene Scheibe resp. deren  $\sigma_r$ -Kurve in mehreren weiteren Versuchsreihen je so zu ändern, dass der Einfluss je einer dieser Grössen auf die übrigen, auf Scheibengewicht und Schlankheit der Scheibe — zur Geltung kommt. Die Resultate dieser Untersuchungen machen keinen Anspruch auf ein allseitiges Beleuchten dieser komplizierten Zusammenhänge, sie sollen nur einige wichtigere Zusammenhänge hervorheben, die dann ihrerseits ein zweckentsprechendes Wählen eines Teils dieser Grössen erleichtert, sie sollen das „sehenden Auges auf ein bestimmtes Ziel hinarbeiten“ dem Anfänger zugänglich machen.

### Versuchsreihe B.

Hierzu Tafel III, Tabellen  $Ba_1$ ,  $Bb_1$ ,  $Bc_1$ ,  $Bd_1$ ,  $Be_1$  und  $Bf_1$  und Nebenfiguren VIII, XIII und XIV.

Es wird die Lage des Punktes  $M_4$  der abfallenden Parabel  $M_4M_5$  verändert unter Beibehaltung aller übriger Bedingungen unserer Aufgabe. Die in unserem Beispiele berechnete Scheibe resp. deren  $\sigma_r$ -Kurve wird in dieser Versuchsreihe so variiert, dass  $M_4$  der Reihe nach in  $x=22$ ,  $x=33$ ,  $x=44$ ,  $x=55$ ,  $x=60$  und  $x=63$  angenommen wird. Die für diese 6 Varianten berechneten Werte von  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$ ,  $z$  und  $y$  sind in den Tabellen  $Ba_1$ ,  $Bb_1$ ,  $Bc_1$ ,  $Bd_1$ ,  $Be_1$  und  $Bf_1$  zusammengestellt und in Tafel III durch die Kurven  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $d_1$ ,  $e_1$  und  $f_1$  graphisch dargestellt. Ausserdem enthält Tafel III noch die  $\xi$ -Kurven der einzelnen Varianten. Die zu Tafel III zugehörige Nebenfigur VIII enthält für die einzelnen Varianten mit  $M_4$  in  $x=22$ ,

33, 44, 55, 60 und 63 als Abscissen, die jeweiligen Werte von  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ ;  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ ;  $y_1, y_3$  und  $A_1, A_2, A_3$  als Ordinaten aufgetragen. Somit erhält man in Nebenfigur VIII analog wie in VII — die Kurven  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ ;  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ ;  $y_1, y_3$  und  $A_1, A_2, A_3$  für aufsteigende und abfallende Kurven 2. Grades. In Nebenfigur VIII sind analog wie in VII zu Vergleichszwecken noch die Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}^1$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}^1$  für die aufsteigende und abfallende Kurven 3. Grades (nach Holzer) mit den

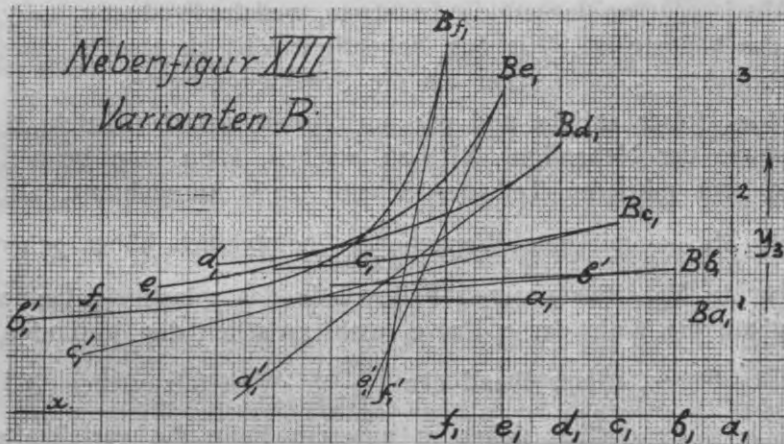


Wendepunkten in  $x=12$  resp.  $x=66$  für dieselben Varianten des Punktes  $M_1$  ( $x=22, 33, 44, 55, 60$  und  $63$ ) eingezeichnet. Die Bestimmung dieser Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)^1$  erfolgte wie in Nebenfigur VII.

Die für die Schlankheit des Scheibenprofils gefährliche Stelle ist in dieser Versuchsreihe der Punkt  $M_5$ , d. i. der Übergang zum



Aussenkranze der Scheibe bei  $x=66$ . Um diese Übergänge bei den einzelnen Varianten deutlicher darstellen zu können, zeichnen wir Nebenfigur XIII analog wie XII. Wie man aus dem Verlauf der Übergangskurven  $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1$  und  $f_1$  und der Lage der Tangenten in den Endpunkten  $Ba_1, Bb_1, Bc_1 \dots$  ersieht, haben die Kurven  $a_1, b_1, c_1 \dots$  keine Wendepunkte. Es sind daher die Winkel der Tangenten  $a'_1, b'_1, c'_1 \dots$  mit der Horizontalen direct maassgebend für die sog. Schlankheit der Scheiben. Wie aus Tafel III zu ersehen, entspricht hier im Gegensatz zu Tafel II der Variante  $Ba_1$  mit dem schlanken Überbange (also kleinstem Winkel  $\alpha$ ) — das kleinste Scheibengewicht und gleichfalls der schlankeste Übergang von der Nabe zum Mittelteil, also das in jeder Richtung hin vorteilhaftere Scheibenprofil und — dem der Variante  $Bf_1$  mit dem am wenigsten schlan-



ken Übergänge (also grösstem Winkel  $\alpha$ ) — das grösste Scheibengewicht und auch der am wenigsten schlanke Übergang von der Nabe zum Mittelteil, also das in jeder Richtung hin unvorteilhaftere Scheibenprofil. Hierbei darf jedoch nicht ausser Acht gelassen werden, dass die beiden Scheiben für ganz verschiedene Aussenkranzbelastungen berechnet sind.

Vergleicht man die Resultate der Versuchsreihe A (Tafel II) mit den Resultaten der Versuchsreihe B (Tafel III), so ersieht man, dass bei einer Änderung der Lage des Punktes  $M_3$  der aufsteigenden  $\sigma_r$ -Kurve mit grösser werdender Fläche zwischen der  $\sigma_r$ -Kurve und

der Abscissenaxe, also mit grösser werdendem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ -Werte — das Scheibengewicht, wie auch zu erwarten ist, unter sonst gleichen Umständen, kleiner wird, — bei Änderung der Lage des Punktes  $M_4$  der abfallenden  $\sigma_r$ -Kurve mit grösser werdender Fläche zwischen der  $\sigma_r$ -Kurve und der Abscissenaxe, also mit grösser werdendem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ -Werte — das Scheibenprofil unter sonst gleichen Umständen grösser wird. Dieses fällt im ersten Augenblicke auf, doch ist es erklärlich, wenn man bedenkt, dass im zweiten Falle (Varianten B) die Breite des Aussenkranzes sich bei konstant bleibender radialer Aussenspannung ( $\sigma_r = 400$ ) stark ändert. Die äussere Gesamtbelastung der Scheibe ist aber direct proportional dem Product  $y_3 \cdot \sigma_r = y_3 \cdot 400$ . Die Scheibe der Variante  $Ba_1$  ist trotz kleinster Fläche zwischen der  $\sigma_r$ -Kurve und der Abscissenachse deshalb die leichteste, weil das Product  $y_3 \cdot \sigma_r = y_3 \cdot 400$  hier das kleinste ist. Wie aus Nebenfigur VIII zu ersehen, wachsen die Produkte  $y_3 \cdot 400$  rascher als die Scheibengewichte.

Wie Holzer anführt und wie auch leicht aus den Tafeln II und III, sowie der Nebenfigur XIII zu ersehen, kann man beim Übergange vom mittleren Teil der Scheibe zum Aussenkranz, also im Punkte  $M_5$ , — mit dem Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$  beträchtlich höher gehen als im Punkte  $M_2$ . Für unseren Fall würde das günstigste Gebiet in bezug auf die Wahl der  $\sigma_r$ -Kurve, wohl zwischen den Varianten  $Bd_1$  und  $Be_1$  liegen, entsprechend den  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ -Werten zwischen 200 und 366,7. — Es dürften daher in unserem Falle die vorteilhaftesten  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ -Werte etwa zwischen 230 und 300 zu wählen sein. Dieses Gebiet als [2] in Nebenfigur VIII eingezeichnet, ergibt unser Anwendungsgebiet für diese Stelle  $M_5$  der Scheibe. Es befindet sich — bei Anwendung der Parabel 2. Grades für den abfallenden Zweig der  $\sigma_r$ -Kurve — zwischen  $x \cong 56,6$  und  $x \cong 58,3$ ; die Werte  $y_1$ ;  $y_3$ ;  $A_1$ ;  $A_2$  und  $A_3$  ändern sich innerhalb dieses Gebietes nur wenig. Die Änderung dieser Werte innerhalb der Varianten des Punktes  $M_4$  (zwischen  $x = 22$  und  $x = 63$ ) sind, wie Nebenfigur VIII zeigt, sehr bedeutend und alle im gleichen Sinne gerichtet. Die  $\sigma_r$ -Kurve des aufsteigenden Zweiges und die  $\sigma_r$ -Kurve des Mittelteiles  $\sigma_r = \sigma_{r0} = 1500 = \text{konst.}$  sind für alle Varianten die gleichen; die zu-

gehörigen  $\sigma_t$ -Kurven sind natürlich wieder verschieden. Die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven des Aussenkranzes verlaufen analog wie in Tafel II, Variante A.

In der Nebenfigur VIII und in den Tabellen B sind zu Vergleichszwecken nach dem Schema, wie unter A gezeigt, die Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}^1$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}^1$  für die aufsteigenden und abfallenden Kurven 3. Grades (nach Holzer) für alle Varianten B ausgerechnet und als Kurven  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)^1$  eingetragen. Zeichnet man das angenommene Anwendungsgebiet für die Werte  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  im Punkte  $M_5$  ( $x=66$ ) zwischen 230 und 300 in die eben erhaltenen  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)^1$ -Kurven ein, so erhält man das zulässige Anwendungsgebiet [3] der Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)^1$  für die Holzer'schen Kurven 3. Grades mit den Wendepunkten im Punkte  $M_5$  der  $\sigma_r$ -Kurven. Wie aus Nebenfigur VIII ersichtlich, wird auch in diesem Falle (B) durch Anwendung von Kurven 3. Grades (nach Holzer) das Anwendungsgebiet [3] beträchtlich nach links verschoben gegenüber [2]. — Während im Fall A bei gleicher Schlankheit  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$  der Scheibe durch Anwendung von Kurven 3. Grades (nach Holzer) nur ein unbedeutend kleineres Scheibengewicht erreicht wird, erreicht man im Fall B (ebenfalls bei gleicher Schlankheit der Scheiben) eine etwas grössere Breite des Aussenkranzes, was häufig erwünscht sein kann. Hierbei ist natürlich zu beachten, dass dem breiteren Aussenkranz eine dementsprechende grössere Aussenbelastung zu eigen sein wird. Um das eben Gesagte an einem Beispiel zu zeigen, überlegen wie folgt: bei  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}^1 = -275$  ist laut Tabelle Ab' — die Aussenkranzbreite  $y_3 = 2,8298$ , also nur etwas kleiner als  $y_3$  für den Fall Ab mit  $y_3 = 2,8886$ . Nimmt man aber  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -275$  auf  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)$ -Kurve 2. Grades, so erhält man aus Nebenfigur VIII hierzu eine Aussenkranzbreite von 2,65, also um  $0,18 \text{ cm} = 1,8 \text{ m/m}$  schmaler als bei den Kurven 3. Grades.

Als Beispiel für den Einfluss der Kurvenart (Parabel 2. Grades oder Holzer'sche Kurve 3. Grades) für den aufsteigenden und ab-

fallenden Zweig der  $\sigma_r$ -Kurve auf das Scheibenprofil und Scheibengewicht zu zeigen, diene der folgende Vergleich zwischen den Scheiben nach Ab und Ab'. Den zu diesem Zwecke notwendigen Umrechnungen liegen die Nebenfiguren VII und VIII zu Grunde. — Hier sei auf folgendes aufmerksam gemacht: wenn für eine Scheibe die Werte  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  für den aufsteigenden und abfallenden Zweig der  $\sigma_r$ -Kurve festgelegt sind und die Werte  $y_1; y_3; A_1$  für ein bestimmtes  $y_m$  berechnet sind, so findet man auf Grund der Gleichungen 7a und 24 für eine Scheibe mit anderem  $y'_m$  die zugehörigen Werte  $y'_1; y'_3; A'_1$  für die, wie oben erwähnt, festgelegten Werte von  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ , indem man die Werte  $y_1; y_3; A_1$  mit dem Verhältnis  $\frac{y'_1}{y_1}$  multipliziert.

#### Vergleich:

Variante	Kurvengrad	$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$	$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$	$y_1$	$y_3$	$A_1$
1) Ab	2	278	-366,7	9,4856	2,8886	22429
aus Tabellen A Fall b						
2) Ab'	3	200	-275	9,3071	2,8298	22719
aus Tabellen A Fall b'						

Denkt man sich jetzt im Falle b' den Wendepunkt der aufsteigenden  $\sigma_r$ -Kurve nach  $M_2$  verlegt und behält man die Lage des Punktes  $M_3$  in  $x=20$  bei, so muss

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{re} - \sigma_{ra}}{x_e - x_a} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1500 - 388,139}{8} \approx 208 \text{ betragen.}$$

Vernachlässigt man den verschwindenden Unterschied zwischen dieser neuen aufsteigenden  $\sigma_r$ -Kurve (mit  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$ ) und unserem Falle Ab', so erhält man

3) $\cong$ Ab'	3	208	-275	9,3071	2,8298	22719
----------------	---	-----	------	--------	--------	-------

Wie ersichtlich, ist hier in 3) die Breite des Aussenkranzes (2,8298) kleiner als im Falle Ab unter 1). Es wird also die Scheibe für 3) eine kleinere Aussenbelastung haben müssen; um sie mit Ab unter 1) vergleichen zu können, ohne die Werte

$\frac{d\sigma_r}{dx}$  zu ändern, muss man in 3) die dünnste Scheibenstelle im Verhältnis von  $\frac{2,8886}{2,8298}$  vergrössern; damit erhält man nach obigem

$$4) \quad 3. \quad 208 \quad -275 \quad 9,5005 \quad 2,8886 \quad 23191$$

Hieraus ersieht man, dass eine aufsteigende Kurve 3. Grades gegenüber einer solchen 2. Grades ein um  $\frac{23191-22429}{22429} = 0,034 \approx 3,4\%$  grösseres Scheibengewicht, auch eine unbedeutend grössere Nabenbreite bei gleicher Aussenkranzbreite aufweisen wird. Selbstverständlich wird die Scheibe, nach 4) berechnet, trotzdem schlanker sein als nach 1), weil ihre  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -Werte bedeutend kleiner sind.

Man könnte nun die Frage stellen, wie ändert sich  $y_1$  und  $A_1$ , wenn man den Fall 1) auf  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$  umrechnet. Dieses kann mit Hilfe der Nebenfiguren VII und VIII angenähert, wie folgt, geschehen:

$$5) \quad 2 \quad 208 \quad -366,7 \quad \left\{ \begin{array}{l} 9,4856 \frac{93,5}{94,8} = \\ = 9,3555 \end{array} \right. \quad 2,883 \quad \left\{ \begin{array}{l} 22429 \frac{68,8}{67,3} = \\ = 22929 \end{array} \right. \\ \text{(Interpoliert nach Nebenfigur VII.)}$$

Nimmt man nun an, dass beim Übergang von  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$  auf  $-275$  bei konstantem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$   $y_1$  und  $A_1$  sich analog ändern wie bei konstantem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$ , d. h. nach Nebenfigur VIII, so wird interpolierend erhalten:

$$6) \quad 2 \quad 208 \quad -275 \quad \left\{ \begin{array}{l} 9,3555 \cdot \frac{90}{95} = \\ = 8,8631 \end{array} \right. \quad 2,69 \quad \left\{ \begin{array}{l} 22929 \frac{64,5}{67,3} = \\ = 21975 \end{array} \right.$$

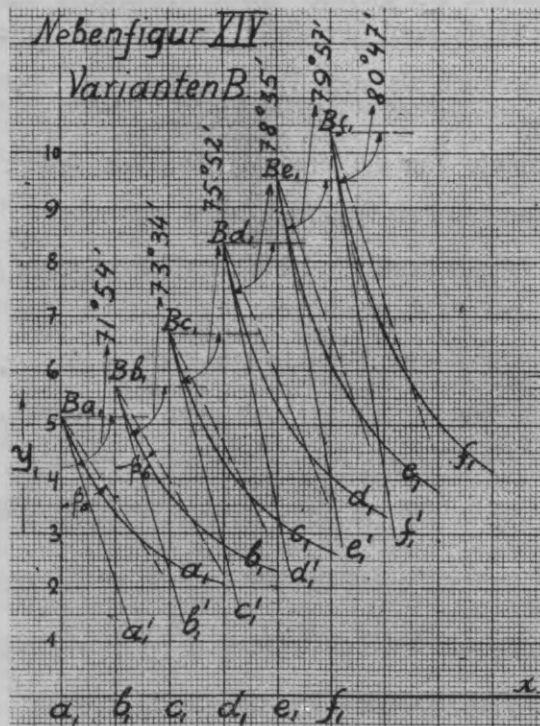
Will man nun unter Beibehaltung von  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 208$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -275$  die Scheibe zu 6) mit der unter 1) angeführten Aussenkranzbreite 2,8886 erhalten, so sind  $y_1$ ;  $y_3$  und  $A_1$  mit

dem Verhältnis  $\frac{2,8886}{2,69}$  zu multiplizieren, d. h. die dünnste Stelle der Scheibe etwas dicker machen und zwar  $\frac{2,8886}{2,69} = 1,07383$ .

Es wird dann:

$$7) \quad 2 \quad 208 \quad -275 \quad = 9,5175 \quad 2,8886 \quad 23597$$

a) Vergleicht man die Scheibe für 7) mit derjenigen für 1), so ersieht man, dass beide Scheiben für Kurven 2. Grades und für



gleiche Aussenkranzbreite, also für gleiche Aussenbelastung bestimmt sind. Die Scheibe für 7) weist aber bedeutend kleinere Werte von  $\frac{d\sigma_r}{dx}$  auf (208 und  $-275$  gegenüber 278 und  $-366,7$ ) und ist daher um  $\frac{23597-22429}{22429} \approx 0,05 \approx 5\%$  schwerer und um  $0,3\%$  breiter in der Nabe. — Hingegen ist sie aber „schlanker“.

b) Vergleicht man die Scheibe für 7) (mit Kurven 2. Grades) mit derjenigen für 4) (mit Kurven 3. Grades), so ersieht man, dass bei gleichen  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -Werten und gleichen Aussenkranzbreiten die Scheibe für 7) um  $\frac{23597-23191}{23191} \cong 0,017 \cong 1,7\%$  schwerer und um ca 0,2% breiter in der Nabe ist. — Die Schlankheit beider Scheiben wäre wohl die gleiche.

Aus diesem Beispiel ist zu ersehen, dass der Vorteil in der Anwendung von Kurven 3. Grades für die  $\sigma_r$ -Kurve von unbedeutendem Einfluss auf das Scheibengewicht und auf die Schlankheit der Scheiben ist. Diesem unbedeutenden Vorteil der Kurven 3. Grades steht die viel kompliziertere Berechnung dieser Scheiben gegenüber. Die Nabenbreite ändert sich in allen Scheiben nur unwesentlich.

In Figur XIV sind die Übergangsverhältnisse vom Mittelteil der Scheibe zur Nabe für die Varianten B (Tafel III) dargestellt analog wie in Fig. XII für die Varianten A. Hierbei sind die Übergangswinkel  $\alpha$  aus  $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha$  (zwischen  $\alpha = 71^\circ 54'$  und  $80^\circ 57'$ ) nach

$$\text{Gleichung 25: } \frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sigma_r} \left[ \frac{\sigma_t - \sigma_r}{x} - \frac{d\sigma_r}{dx} - \mu \omega^2 x \right] = \operatorname{tg} \alpha$$

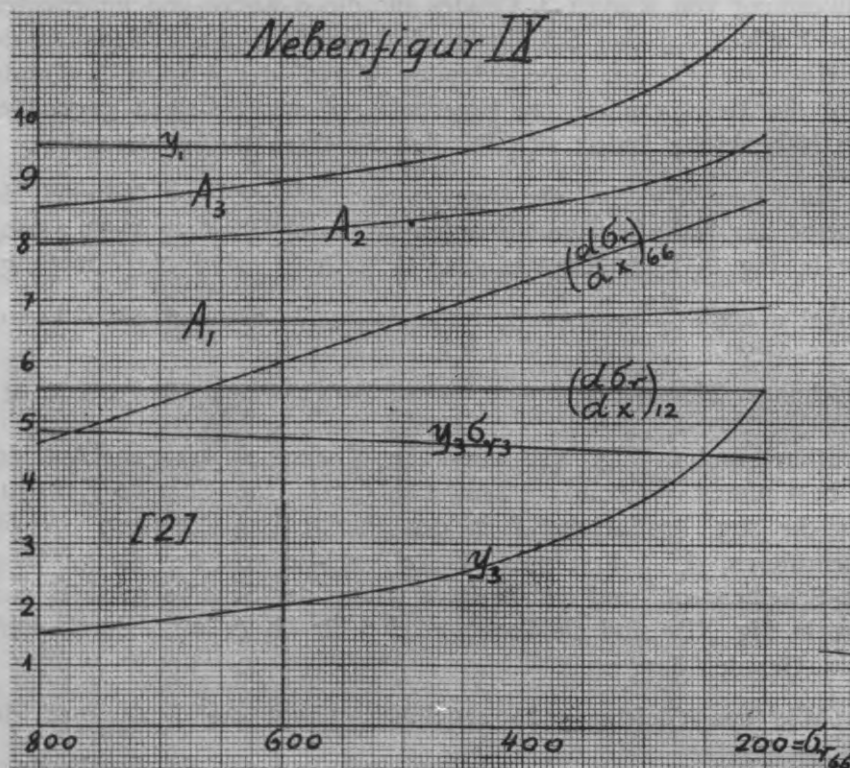
berechnet und in Fig. XIV mit vollen Linien eingetragen. Aus den so bestimmten Winkeln  $\alpha$  lassen sich durch eine einfache Konstruktion die sog. Profilwinkel  $\beta$  in den Punkten  $x=12$  (resp.  $x=66$ ) konstruieren, d. i. diejenigen Winkel, welche von der Tangente an das Scheibenprofil und der Breitenrichtung der Scheibe gebildet werden. In Fig. XIV sind die Profilwinkel  $\beta$  für  $M_2$  ( $x=12$ ) durch punktierte Geraden dargestellt.

Wie aus Gleichung 25 ersichtlich, hängt die Schlankheit der Scheibe nicht nur von  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ , sondern auch von der Scheibenbreite  $y$  ab. Dieses bestätigt sich in Fig. XIV: trotz gleicher Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  für alle Varianten ändern sich die Profilwinkel an dieser Übergangsstelle doch, wenn auch nur wenig.

## Versuchsreihe C.

Hierzu Tafel IV, Tabellen Ca<sub>2</sub>; Cb<sub>2</sub>; Cc<sub>2</sub> und Cd<sub>2</sub> und Nebenfiguren IX und XV.

Es sind für alle 4 Varianten dieser Versuchsreihe die aufsteigende  $\sigma_r$ -Kurve (2. Grades) für  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  und die  $\sigma_r = \sigma_{r0} = 1500$ -Gerade für den Scheibenmittelteil von  $x = 20$  bis  $x = 60$  — die-



selben. Der Punkt M<sub>4</sub> ist unverändert. Es ändert sich nur die radiale Spannung in M<sub>5</sub> (beim Übergang zum Aussenkranz) für die einzelnen Varianten Ca<sub>2</sub>; Cb<sub>2</sub>; Cc<sub>2</sub> und Cd<sub>2</sub>, u. zw. wird dieselbe entsprechend sein: 800; 600; 400 und 200 kg/cm<sup>2</sup>. Die zwischen M<sub>4</sub> und den jeweiligen Punkten M<sub>5</sub> der einzelnen Varianten verlaufenden abfallen-



den  $\sigma_r$ -Kurven 2. Grades erhalten die Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -233,3$ ;  $= -300$ ;  $= -366,7$  und  $= -433,3$ . — Die Tafel IV und die Tabellen Ca<sub>2</sub>; Cb<sub>2</sub>; Cc<sub>2</sub> und Cd<sub>2</sub> enthalten die für diese 4 Varianten berechneten Werte  $\sigma_r$ ;  $\sigma_t$ ;  $z$ ;  $y$  und  $\xi$ . Die diesen 4 Varianten entsprechende Kurven in Tafel IV sind mit a<sub>2</sub>; b<sub>2</sub>; c<sub>2</sub> und d<sub>2</sub> bezeichnet.

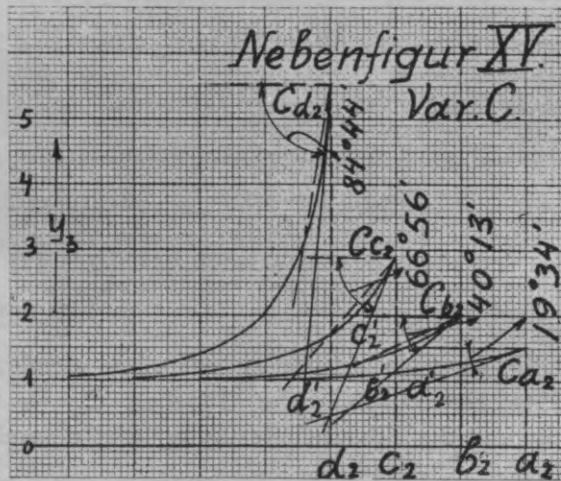
In Fig. IX sind die Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ ;  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ ;  $y_1$ ;  $y_3$ ; A<sub>1</sub>; A<sub>2</sub> und A<sub>3</sub> für die einzelnen Varianten als Ordinaten auf den Endpunkten der als Abscissen abgelegten radialen Spannungen in M<sub>5</sub> aufgetragen. Nimmt man für den Punkt M<sub>5</sub> als Anwendungsgebiet der  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ -Werte die bereits früher gewählten Zahlen  $-230$  bis  $-300$  und zieht durch die, diesen Werten der  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ -Kurve entsprechenden, Punkte Ordinaten, so erhält man das für diese Versuchsreihe zulässige Anwendungsgebiet [2] der Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ . — Wie aus Figur IX ersichtlich, ändert sich innerhalb des Anwendungsgebietes [2] (für unseren Fall zwischen den Werten  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -233,3$  und  $-300$ )  $y_1$  und A<sub>1</sub> fast garnicht, die Aussenkranzbreite  $y_3$  dagegen ziemlich stark, und zwar von 1,5145 bis 1,9780, siehe Tabellen C. — Verlangt die Aussenbelastung und die Schaufelbefestigung (bei demselben Schlankheitsgrade des Profils von  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -300$ ) einen breiteren Aussenkranz als z. B. 1,978 cm, so lässt sich solches nur erreichen durch entsprechende Vergrößerung von  $y_m$  auf  $y'_m$ , womit aber, wie bereits früher erwähnt, auch die Werte  $y_1$ ; A<sub>1</sub> und die Aussenbelastung im Verhältnis  $\frac{y'_m}{y_m}$  wachsen.

Betrachtet man in Fig. IX das ganze Untersuchungsgebiet zwischen den Aussenspannungen 800 und 200 kg/cm<sup>2</sup>, so ersieht man:

a) dass die  $y_1$ -Werte sich nur wenig ändern. In Tafel IV sind daher die Profilkurven zwischen M<sub>2</sub> und M<sub>4</sub> nicht einzeln verzeichnet, da sie fast zusammenfallen;

b) die Aussenkranzbreiten  $y_3$  sind annähernd umgekehrt proportional den radialen Spannungen in  $x=66$ , es sind daher auch die Producte  $y_3 \cdot \sigma_{r66}$  der einzelnen Varianten verhältnismässig wenig verschieden. Diese Producte  $y_3 \sigma_{r66}$  sind in Nebenfigur IX als punktierte Kurve eingetragen;

c) während die Werte der Producte  $y_3 \sigma_{r66}$  (welche ja direct proportional den Aussenbelastungen der einzelnen Varianten sind) von Variante  $a_2$  (mit  $\sigma_{r66} = 800$ ) bis Variante  $d_2$  (mit  $\sigma_{r66} = 200$ ) stetig



etwas kleiner werden, vergrössert sich das Scheibengewicht  $A_1$  in dieser Richtung um einen kleinen Betrag. Aus letzterem Umstande folgt, dass im Falle C mit grösser werdendem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ -Werte, also mit kleiner werdendem  $\sigma_{r66}$ , also mit kleiner werdender Fläche zwischen der  $\sigma_r$ -Kurve und der Abscissenaxe — die Scheibengewichte grösser werden, wie wir solches analog im Falle A hatten nur mit dem Unterschiede, dass dort die aufsteigende  $\sigma_r$ -Kurve, während hier die abfallende Kurve variiert wurde.

Wie aus Fig. XV ersichtlich, sind die oben gewählten Anwendungs-

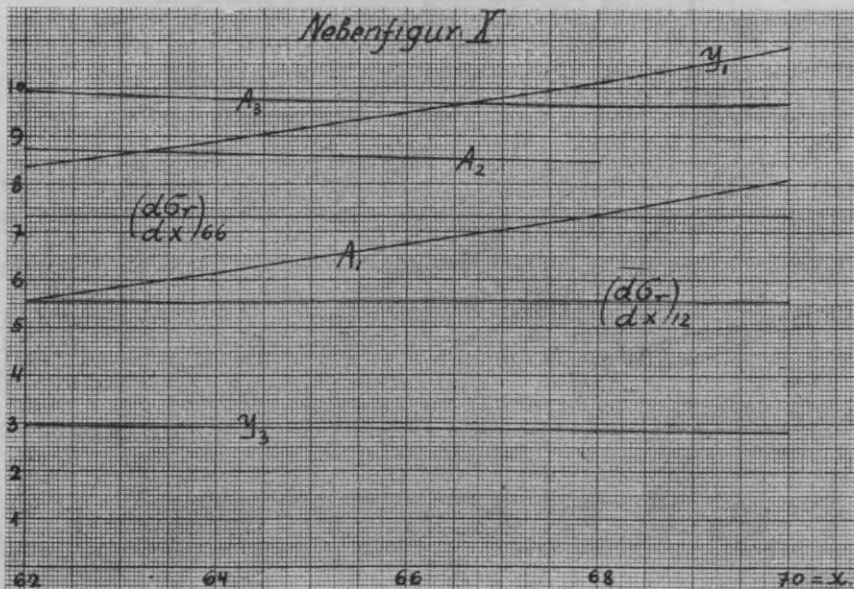
grenzen für  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -200$  bis  $-300$  auch für den Fall C vorteilhaft, da sie grosse Profilwinkel (punktiert) ergeben.

Die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven des Aussenkranzes haben einen ähnlichen Verlauf wie in den Fällen A und B.

#### Versuchsreihe D.

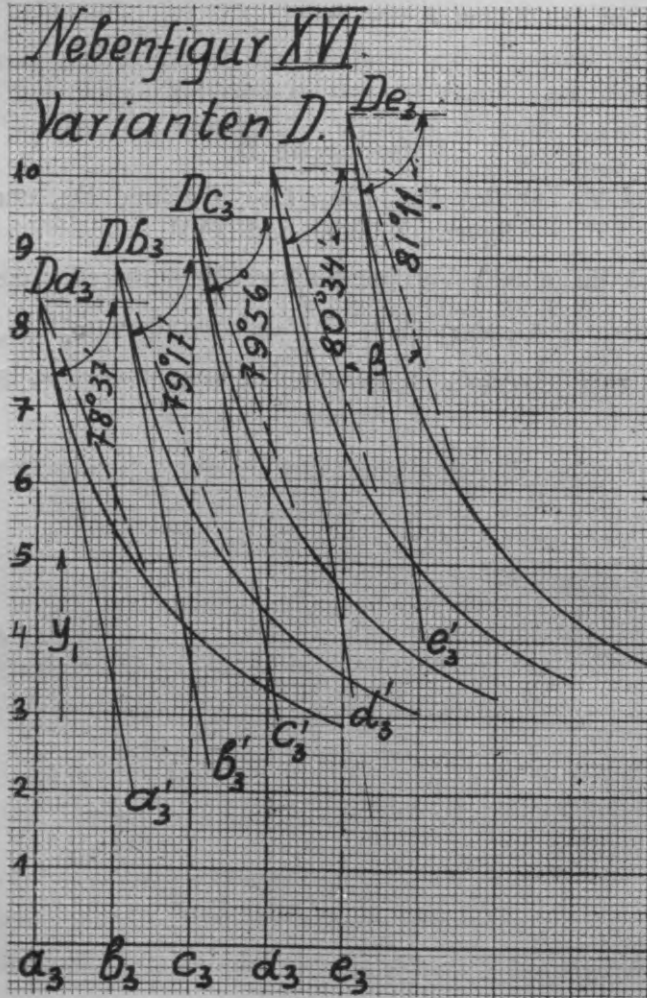
Hierzu Tafel V, Tabellen Da<sub>3</sub>; Db<sub>3</sub>; Dc<sub>3</sub>; Dd<sub>3</sub> und De<sub>3</sub> und Nebentafeln X, XVI und XVII.

Es sind für alle 5 Varianten dieser Versuchsreihe die aufsteigende  $\sigma_r$ -Kurve (2. Grades) für  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  und die  $\sigma_r = \sigma_{r0} = 1500$ -Gerade bis zum jeweiligen Punkte M<sub>4</sub> — dieselben. Der Punkt M<sub>4</sub>



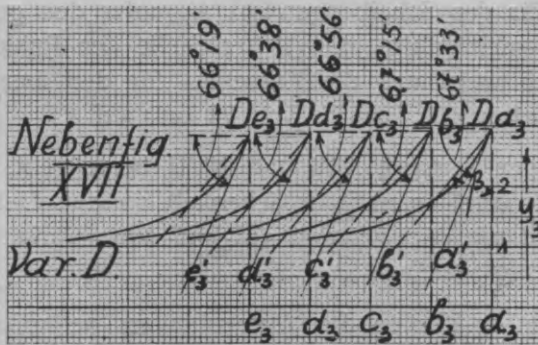
ist veränderlich, und zwar sind seine Abscissen der Reihe nach  $x = 56, 58, 60, 62$  und  $64$ . Entsprechend veränderlich ist auch die Lage des Punktes M<sub>5</sub> mit  $z = 62, 64, 66, 68$  und  $70$ . Die abfallende

$\sigma_r$ -Kurve ist dementsprechend stets dieselbe Parabel 2. Grades mit  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{M_5} = -366,7$ . Die radiale Spannung im veränderlichen Punkte  $M_5$



ist für alle Varianten konstant und  $= 400 \text{ kg/cm}^2$ . Die Tafel V und die Tabellen  $Da_3; Db_3; Dc_3; Dd_3$  und  $De_3$  enthalten die für diese 5 Varianten berechneten Werte  $\sigma_r; \sigma_t; z; y$  und  $\xi$ . Die diesen 5 Varianten entsprechenden Kurven sind in Tafel V mit  $a_3; b_3; c_3; d_3$  und

$e_3$  bezeichnet. In Fig. X sind die Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ ;  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$ ;  $y_1$ ;  $y_3$ ;  $A_1$ ;  $A_2$  und  $A_3$  für die einzelnen Varianten als Ordinaten auf den Endpunkten der als Abscissen abgelegten Scheibenhalmessern bis  $M_5$  ( $x=62, 64, 66, 68$  und  $70$ ) aufgetragen. Da die unveränderlichen  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -Werte in diesem Falle wie für die aufsteigende so auch für die abfallende  $\sigma_r$ -Kurve — in allen Varianten grösser sind, als die früher



angenommenen Grenzwerte des Anwendungsgebietes hierfür, so lässt sich von einem besonderen vorteilhaften Anwendungsgebiet hier nicht reden. Beide  $\frac{d\sigma_r}{dx}$ -Kurven sind hier (Fig. X) Geraden parallel zur Abscissenaxe. Wie aus Fig. X ersichtlich, ändert sich innerhalb dieser 5 Varianten (bei  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278 = \text{konst.}$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{M_5} = -366,7 = \text{konst.}$ ):

a)  $y_1$  fast linear, u. zw. von 8,3639 bis 10,8456;

b)  $y_3$  ändert sich innerhalb dieser recht bedeutenden Verschiebung des Punktes  $M_5$  (um 8 cm.) — sehr wenig, u. zw. von 2,9434 bis 2,8355. Hieraus schliessen wir, dass bei unveränderlichem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{M_5}$  — Werte bei unveränderlicher Aussenspannung (in unserem Falle  $\sigma_{r_{M_5}} = 400 \text{ kg/cm}^2$ ) — der Punkt  $M_5$  in radialer Richtung bedeutend verschoben werden kann, ohne dass damit die Aussenkranzbreite  $y_3$

sich nennenswert ändern würde. Diesen Umstand wird man benutzen, um für ungefähr gleiche Aussenspannungen bei vorgeschriebenem  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)$ -Werte in  $M_5$  und vorgeschriebener Aussenkranzbreite — Scheiben von verschiedenen Durchmessern leichter berechnen zu können;

c) das Scheibengewicht  $A_1$  ändert sich angenähert linear. Begrenzt man die Scheibe z. B. mit dem theoretischen Durchmesser  $x = 69$  cm. (für die einzelnen Varianten), so ändern sich die Scheibengewichte  $A_2$  der ersten 4 Varianten nur sehr wenig, wie Kurve  $A_2$  in Fig. X zeigt. Es ist für das Scheibengewicht  $A_2$  unter den gegebenen Verhältnissen fast gleichgiltig, an welcher Stelle der Punkt  $M_5$  gewählt wird. Analoges weist uns die Kurve  $A_3$  für den äusseren theoretischen Durchmesser der Scheibe von 72 cm. auf.

Wie aus den Figuren XVI und XVII hervorgeht, unterscheiden sich die Profilwinkel (punktierter Schenkel) an den Uebergängen zur Nabe ( $M_2$ ) und zum Aussenkranz ( $M_5$ ) in allen Varianten des Falles D nur sehr wenig voneinander.

Die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven des Aussenkranzes verlaufen hier analog wie in den vorigen Versuchsreihen.

Zu beachten ist hier ferner, dass die tangentialen Spannungen  $\sigma_t$  in den jeweiligen Punkten  $M_5$  (mit  $x = 62, 64, 66, 68$  und  $70$ ) sich nur sehr unbedeutend ändern und zwar zwischen 1098,8 und 1106,0.

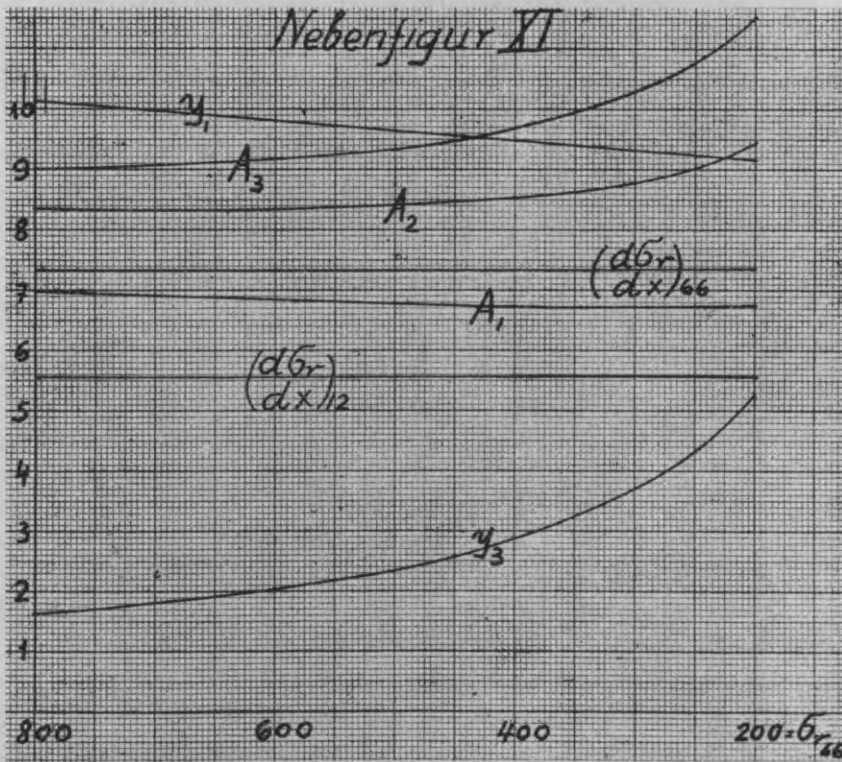
### Versuchsreihe E.

Hierzu Tafel VI, Tabellen  $Ea_4$ ;  $Eb_4$ ;  $Ec_4$  und  $Ed_4$  und Nebenfiguren XI, XVIII und XIX.

Es sind für alle 4 Varianten dieser Versuchsreihe die aufsteigende  $\sigma_t$ -Kurve 2. Grades für  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  und die  $\sigma_r = \sigma_{r_0} = 1500$ -Gerade bis zum jeweiligen Punkt  $M_4$  — dieselben. Der Punkt  $M_4$  ist veränderlich u. zw. sind seine Abscissen der Reihe nach  $x = 62, (18)$ ;  $x = 61, (09)$ ;  $x = 60, 0$ ;  $x = 58, (90)$  so gewählt, dass die abfallenden Kurven zwischen dem jeweiligen Punkte  $M_4$  und dem Endpunkt der

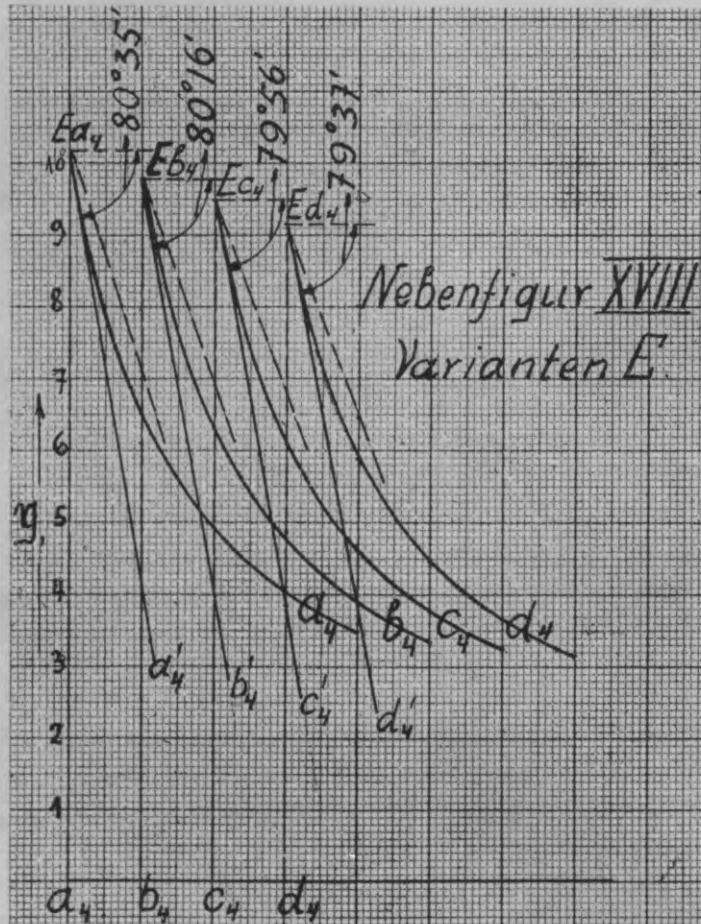
jeweiligen radialen Spannung in  $M_5$  — Parabeln 2. Grades mit dem konstanten  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$ -Werte sind.

Die radialen Spannungen in  $M_5$  sind:  $\sigma_{r66} = 800, 600, 400$  und  $200 \text{ kg/cm}^2$ . Die Tafel VI und die Tabellen  $Ea_4; Eb_4; Ec_4$  und  $Ed_4$



enthalten die für diese 4 Varianten berechneten Werte  $\sigma_r; \sigma_t; z; y$  und  $\xi$ . Die entsprechenden Kurven sind in Tafel VI durch  $a_4; b_4; c_4$  und  $d_4$  bezeichnet. Die Nebenfigur XI enthält die Werte  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}; \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}; y_1; y_3$  und  $A_1; A_2$  und  $A_3$  für die einzelnen Varianten in

Abhängigkeit von den Werten der radialen Spannungen  $\sigma_{r66}$  als Abscissen.  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$  sind je für alle Varianten konstant und, wie wir sehen, grösser als die entsprechenden



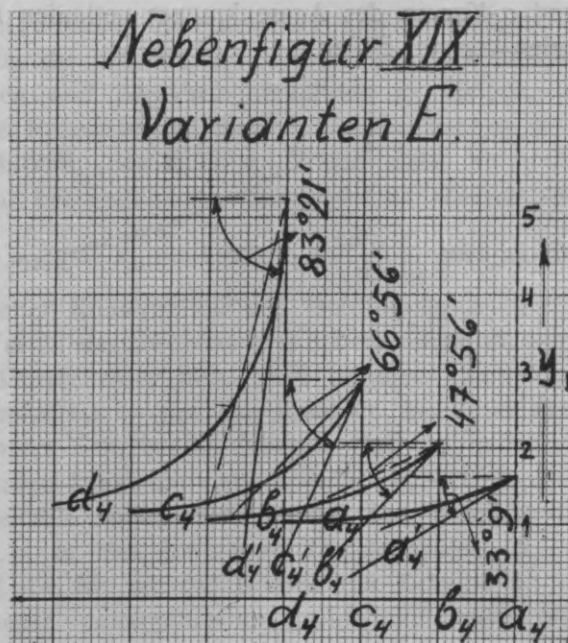
Werte des früher angeführten Anwendungsgebietes. Wie bereits eingangs der Untersuchungen erwähnt wurde, ist die  $\sigma_r$ -Kurve unseres Beispiels mit  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$  nicht günstig



gewählt, doch geschah solches nur, um ein bequemerer Rechnen zu ermöglichen. Ausserdem sollten ja alle diese Untersuchungen nur Vergleichszwecken dienen.

Wie aus Nebenfigur XI ersichtlich:

a) sind beide Kurven  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$  und  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$  — Geraden parallel zur Abscissenaxe;



- b) fällt mit kleiner werdendem  $\sigma_{r66}$ -Werte — die Nabenbreite  $y_1$ ;  
 c) wächst mit kleiner werdendem  $\sigma_{r66}$ -Werte — die Aussenkranzbreite  $y_3$ , jedoch etwas langsamer als im Falle C;  
 d) ändert sich das Scheibengewicht  $A_1$  nur unbedeutend u. zw. fällt  $A_1$  mit fallendem  $\sigma_{r66}$ -Werte. Es fällt  $A_1$  auch mit kleiner werdender Fläche zwischen der  $\sigma_r$ -Kurve und der x-Axe wie im Falle B.

Wie aus Nebenfigur XVIII ersichtlich, unterscheiden sich die Profilwinkel in  $M_2$  (an der Nabe) der einzelnen Varianten nur sehr wenig, weil eben  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278$  konstant ist und  $y_1$  sich innerhalb der Varianten nur wenig ändert. Was die Profilwinkel in  $M_5$  (am Aussenkranz), siehe Nebenfigur XIX, betrifft, so ändern sich diese hier beträchtlich, weil  $y_3$  sich hier stark ändert, obgleich  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$  konstant für alle Varianten ist. Siehe Gleichung 25.

Die  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven des Aussenkranzes verlaufen in demselben Sinne, wie in den vorigen Fällen.

Der Hauptzweck dieser Untersuchungen, den der Verfasser in erster Linie im Auge hatte, war — den Einfluss der Änderung der  $\sigma_r$ -Kurve auf Schlankheit, Scheibengewicht und einzelne Scheibenabmessungen zu finden.

Was den weiteren Zweck dieser Untersuchungen — einen Weg zu finden, um die Scheibe auf Grund der in Wirklichkeit gestellten Anforderungen und Angaben berechnen zu können — betrifft, so enthalten die Resultate der obigen Untersuchungen wichtige Fingerzeige auch hierfür. Ein Blick z. B. auf Tafel V (Versuchsreihe D) zeigt, dass a) bei gegebenen unveränderten Werten von  $x_0$ ;  $x_1$ ;  $\sigma_{r0}$ ;  $\sigma_{r1}$ ;  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12}$ ;  $\sigma_{r\max} = \sigma_{r0} = 1500$ ;  $y_m$ ;  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66}$  und  $x_3$  und b) bei, aus vorgeschriebener Konstruktion und Befestigungsart der Schaufeln, errechneten Werten des theoretischen Scheibendurchmessers  $2x_1$  und der auf diesen Durchmesser bezogenen radialen Centrifugalkraftwirkung  $\sigma_{r1}$  der Schaufelung — der Durchmesser  $2x_2$  (und damit auch  $2x_1$  und der äussere Scheibendurchmesser  $2x_3$ ) in bedeutenden Grenzen geändert werden kann, ohne dass hierbei  $y_3$  sich nennenswert ändern würde. Gleichfalls ändern sich hierbei fast garnicht die Tangentialspannungen  $\sigma_t$  in den jeweiligen Durchmessern  $2x_2$  und nur sehr unbedeutend die für die Schlankheit der Scheibe an der Nabe und am Aussenkranz maassgebenden Profilwinkel, siehe Nebenfigur XVI und XVII (Versuchsreihe D). Hieraus folgt, dass die vorliegenden Untersuchungen (auch was die Resultate der übrigen Versuchsreihen A, B, C und D betrifft) mit grosser Annäherung für ein bedeutendes Scheibengebiet (sagen wir zwischen  $x=60$  und  $x=72$ ) gelten können. Sollte man nach obigen Angaben Scheiben berechnen müssen, die weit ausserhalb unseres untersuchten Gebietes liegen, so wäre es ratsam ähnliche Voruntersuchungen (wenn auch nur in bescheidenem Umfange) für neue Gebiete der Scheibendurchmesser durchzuführen.

Betrachtet man in den Tafeln II bis VI die  $\sigma_r$ - resp.  $\sigma_t$ -Spannungen im Aussenkranz, so sieht man, dass dieselben stets fast linear verlaufen

und je untereinander fast parallel sind. Hierauf beruht die genügend genaue graphische Ermittlung (durch Ziehen einer Geraden parallel zu den im Schema vorhandenen  $\sigma_r$ - und  $\sigma_t$ -Kurven für den Aussenkranz) der radialen Spannung im Durchmesser  $2x_2$  (Fig. 3), wenn die Spannung  $\sigma_{r1}$  im errechneten theoretischen Durchmesser  $2x_1$  gegeben ist. Siehe Fig. 4.

Die Teile  $M_1M_2$ ;  $M_2M_3$  und  $M_3M_4$  der  $\sigma_r$ -Kurve und der zugehörigen  $\sigma_t$ -Kurve lassen sich unter Berücksichtigung der Angaben über:  $x_0$ ;  $x_1$ ;  $\sigma_{r0}$ ;  $\sigma_{t0}$ ;  $\sigma_{r \max} = \sigma_{t0} = 1500$  und unter Annahme eines zulässigen  $\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)$ -Wertes für den Punkt  $M_2$  — ohne weiteres berechnen.

Schwieriger ist die Lage des Punktes  $M_4$  auf der  $\sigma_r = \text{konst.}$ -Kurve so zu wählen, dass die vorgeschriebenen Bedingungen über  $y_m$ ;  $y_3$  und die radiale Spannung in  $x_1$  — erfüllt werden. Solches geschieht nach Holzer durch probeweise Annahme des Punktes  $M_4$  und einiger ergänzenden  $\sigma_t$ -Spannungen der abfallenden  $\sigma_t$ -Kurve zwischen  $M_4$  und  $M_5$ . Diese Aufgabe (Bestimmung der Lage des Punktes  $M_4$ ), die dem Anfänger gewöhnlich Schwierigkeiten macht, wird durch die Untersuchungen B; C und E (Tafel III; IV und VI, sowie Nebenfiguren VIII; IX und XI) erleichtert.

Druckfertig den 1. Januar 1929.

Tabelle A. a. — Variante a Tafel II. —  $\sigma_r$  Kurve steigt bis  $x=16$ .  
Steigende und fallende Kurven  $\sigma_r$  — sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 555,9; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781	0,205472	9,7636
13	874,578	1166,942	0,090895	4,5605
14	1222,035	1256,291	0,064380	3,2680
15	1430,509	1322,871	0,053337	2,7618
16	1500.—	1354,993	0,048031	2,5968
20	"	1391,506		2,4538
25	"	1418,825		2,2805
30	"	1435,955		2,1026
35	"	1447,585		1,9187
40	"	1455,938		1,7308
45	"	1462,193		1,5426
50	"	1467,033		1,3578
55	"	1470,874		1,1802
60	"	1473,989	-0,015222	1,01274
60,79	1480,930	1468,671	-0,016114	1,0
61	1469,444	1465,262	-0,016448	1,0009
62	1377,778	1437,254	-0,018725	1,0320
63	1225.—	1389,135	-0,022629	1,1189
64	1011,111	1320,199	-0,029603	1,3000
65	736,111	1229,698	-0,044058	1,6946
66	400.—	1116,926	-0,088042	2,8750

Tabelle A. b. — Variante b Tafel II. —  $\sigma_r$  - Kurve steigt bis  $x=20$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781	0,205472	9,4856
13	648,731	1090,745	0,113504	6,0900
14	874,578	1125,380	0,079266	4,6089
15	1065,679	1167,126	0,061893	3,7853
16	1222,035	1210,448	0,051564	3,2740
17	1343,645	1251,201	0,044781	2,9408
18	1430,509	1286,206	0,040017	2,7214
19	1482,627	1313,017	0,036487	2,5850
20	1500.—	1329,691	0,033790	2,5140
25	"	1372,575		2,3178
30	"	1399,465		2,1264
35	"	1417,721		1,9338
40	"	1430,833		1,7402
45	"	1440,653		1,5481
50	"	1448,249		1,3608
55	"	1454,280		1,1814
60	"	1459,170	-0,015387	1,0129
60,791	1480,882	1454,057	-0,016278	1.—
61	1469,444	1450,758	-0,016610	1,0009
62	1377,778	1423,053	-0,018891	1,0318
63	1225.—	1375,227	-0,022809	1,1185
64	1011,111	1306,572	-0,029814	1,2993
65	736,111	1216,342	-0,044337	1,6949
66	400.—	1103,834	-0,088538	2,8886

Tabelle A. c. — Variante c Tafel II. —  $\sigma_r$ -Kurve steigt bis  $x=30$ .  
Steigende und fallende Kurven  $\sigma_r$  — sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 123,5; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781	0,205472	9,0639
13	508,247	1043,561	0,136828	7,5559
14	621,492	1032,062	0,100820	6,4529
15	727,874	1031,995	0,078241	5,6194
16	827,393	1040,219	0,063300	4,9721
17	920,048	1054,383	0,052815	4,4599
18	1005,839	1072,684	0,045110	4,0462
19	1084,768	1093,734	0,039230	3,7074
20	1156,833	1116,431	0,034596	3,4268
21	1222,035	1139,906	0,030843	3,1923
22	1280,373	1163,451	0,027729	2,9948
23	1331,848	1186,495	0,025090	2,8276
24	1376,460	1208,567	0,022810	2,6855
25	1414,208	1229,272	0,020804	2,5646
26	1445,093	1248,290	0,019010	2,4617
27	1469,115	1265,341	0,017381	2,3746
28	1486,273	1280,195	0,015879	2,3013
29	1496,568	1292,652	0,014476	2,2404
30	1500.—	1302,542	0,013145	2,1908
35	"	1338,399		1,9745
40	"	1364,151		1,7654
45	"	1383,438		1,5629
50	"	1398,358		1,3686
55	"	1410,102		1,1847
60	"	1419,807	-0,015824	1,0132
60,805	1480,199	1415,197	-0,016729	1,0.—
61	1469,444	1412,232	-0,017040	1,0038
62	1377,778	1385,333	-0,019333	1,0312
63	1225.—	1338,283	-0,023288	1,1174
64	1011,111	1270,377	-0,030373	1,2973
65	736,111	1180,870	-0,045078	1,6913
66	400.—	1069,058	-0,089055	2,8797

Tabelle A. d. — Variante d Tafel II. —  $\sigma_r$  - Kurve steigt bis  $x=40$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 79,4; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781	0,205472	8,8920
13	466,139	1029,444	0,147848	8,1354
14	541,304	1002,698	0,111880	7,3977
15	613,631	987,009	0,087920	6,7255
16	683,123	979,784	0,071139	6,1298
17	749,777	979,085	0,058902	5,6094
18	813,596	983,424	0,049674	5,1546
19	874,578	991,656	0,042515	4,7571
20	932,724	1002,873	0,036821	4,4090
21	988,033	1016,359	0,032193	4,1032
22	1040,506	1031,527	0,028359	3,8334
23	1090,143	1047,910	0,025126	3,5947
24	1136,943	1065,117	0,022358	3,3825
25	1180,907	1082,822	0,019953	3,1931
26	1222,035	1100,762	0,017837	3,0235
27	1260,326	1118,706	0,015951	2,8713
28	1295,781	1136,464	0,014252	2,7339
29	1328,399	1153,871	0,012706	2,6098
30	1358,181	1170,788	0,011284	2,4972
31	1385,127	1187,093	0,009965	2,3950
32	1409,236	1202,683	0,008731	2,3019
33	1430,509	1217,462	0,007566	2,2169
34	1448,945	1231,354	0,006457	2,1393
35	1464,545	1244,290	0,005395	2,0682
36	1477,309	1256,206	0,004369	2,0031
37	1487,236	1267,049	0,003372	1,9435
38	1494,327	1276,769	0,002395	1,8888
39	1498,582	1285,325	0,001433	1,8387
40	1500,—	1292,676	0,000478	1,7927
45	"	1322,110		1,5789
50	"	1344,881		1,3771
55	"	1362,958		1,1882
60	"	1377,615	-0,016293	1,0136



x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
60,815	1479,704	1373,584	-0,017205	1,0
61	1469,444	1370,936	-0,017500	1,0036
62	1377,778	1344,901	-0,019806	1,0307
63	1225,—	1298,683	-0,023801	1,1162
64	1011,111	1231,580	-0,030972	1,2952
65	736,111	1142,847	-0,045873	1,5874
66	400,—	1031,782	-0,091267	2,8701

*Tabelle A.e.* — Variante e Tafel II. —  $\sigma_r$  - Kurve steigt bis  $x=50$ .  
Steigende und fallende Kurven  $\sigma_r$  — sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 58,5; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781	0,205472	8,9008
13	445,888	1022,657	0,153393	8,5419
14	502,097	988,370	0,118578	8,0609
15	556,766	964,710	0,094230	7,5413
16	609,895	949,327	0,076559	7,0264
17	661,484	940,460	0,063329	6,5390
18	711,533	936,760	0,053156	6,0857
19	760,043	937,188	0,045150	5,6693
20	807,012	940,919	0,038718	5,2896
21	852,441	947,304	0,033457	4,9445
22	896,330	955,812	0,029081	4,6312
23	938,680	966,016	0,025387	4,3468
24	979,489	977,564	0,022228	4,0883
25	1018,758	990,160	0,019491	3,8531
26	1056,488	1003,563	0,017093	3,6385
27	1092,677	1017,565	0,014970	3,4424
28	1127,326	1031,994	0,013072	3,2704
29	1160,436	1046,700	0,011360	3,0981
30	1192,005	1061,555	0,009803	2,9465
31	1222,035	1076,451	0,008375	2,8068
32	1250,524	1091,293	0,007055	2,6777
33	1277,474	1105,995	0,005828	2,5582
34	1302,883	1120,487	0,004678	2,4474
35	1326,753	1134,707	0,003595	2,3444
36	1349,083	1148,596	0,002569	2,2485
37	1369,872	1162,106	0,001590	2,1590

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \omega \mu^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
38	1389,122	1175,194	0,000652	2,0753
39	1406,832	1187,819	-0,000251	1,9971
40	1423,001	1199,947	-0,001125	1,9237
41	1437,631	1211,548	-0,001976	1,8548
42	1450,721	1222,591	-0,002806	1,7900
43	1462,271	1233,054	-0,003621	1,7290
44	1472,280	1242,912	-0,004423	1,6715
45	1480,750	1252,145	-0,005217	1,6172
46	1487,680	1260,734	-0,006004	1,5659
47	1493,070	1268,663	-0,006789	1,5173
48	1496,920	1275,915	-0,007575	1,4712
49	1499,230	1282,477	-0,008362	1,4276
50	1500, —	1288,336	-0,009156	1,3861
55	„	1313,002	„	1,1920
60	„	1333,002	-0,016789	1,0140
60,826	1479,153	1329,626	-0,017708	1,0
61	1469,444	1327,272	-0,017987	1,0006
62	1377,778	1302,150	-0,020306	1,0301
63	1225, —	1256,813	-0,024343	1,1150
64	1011,111	1190,558	-0,031606	1,2930
65	736,111	1102,643	-0,046713	1,6817
66	400, —	992,368	-0,092760	2,8425

*Tabelle A.f.* — Variante *f* Tafel II. —  $\sigma_r$  - Kurve steigt bis  $x = 60$   
Steigende und fallende Kurven  $\sigma_r$  — sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 46,3; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781	0,205472	9,0563
13	433,984	1018,670	0,156893	8,9479
14	478,864	979,888	0,123066	8,6529
15	522,778	951,409	0,098660	8,2598
16	565,728	931,017	0,080513	7,8230
17	607,712	917,050	0,066667	7,3776
18	648,731	908,238	0,0558593	6,9395
19	688,785	903,599	0,047254	6,5196

X	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu \omega^2 x^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
20	727,874	902,356	0,040279	6,1232
21	765,998	903,896	0,034534	5,7526
22	803,157	907,719	0,029733	5,4081
23	839,350	913,422	0,025667	5,0889
24	874,578	920,673	0,022184	4,7938
25	908,841	929,192	0,019165	4,5210
26	942,139	938,753	0,016522	4,2690
27	974,472	949,161	0,014186	4,0360
28	1005,840	960,250	0,012104	3,8204
29	1036,242	971,882	0,010232	3,6206
30	1065,679	983,935	0,008537	3,4354
31	1094,151	996,307	0,006991	3,2633
32	1121,658	1008,909	0,005571	3,1032
33	1148,200	1021,659	0,004258	2,9541
34	1173,777	1034,492	0,003038	2,8150
35	1198,388	1047,348	0,001898	2,6850
36	1222,035	1060,173	0,000826	2,5634
37	1244,716	1072,921	-0,000186	2,4494
38	1266,432	1085,551	-0,001147	2,3425
39	1287,183	1098,026	-0,002063	2,2421
40	1306,969	1110,312	-0,002940	2,1475
41	1325,789	1122,381	-0,003783	2,0585
42	1343,644	1134,206	-0,004596	1,9745
43	1360,535	1145,762	-0,005383	1,8951
44	1376,460	1157,030	-0,006149	1,8201
45	1391,420	1167,988	-0,006896	1,7491
46	1405,415	1178,620	-0,007626	1,6818
47	1418,444	1188,909	-0,008343	1,6179
48	1430,509	1198,841	-0,009049	1,5572
49	1441,608	1208,403	-0,009745	1,4995
50	1451,740	1217,581	-0,010435	1,4446
51	1460,911	1226,367	-0,011119	1,3923
52	1469,115	1234,747	-0,011799	1,3425
53	1476,354	1242,714	-0,012478	1,2949
54	1482,627	1250,260	-0,013157	1,2494
55	1487,936	1257,375	-0,013837	1,2059
56	1492,279	1264,052	-0,014520	1,1643
57	1495,657	1270,285	-0,015207	1,1245
58	1498,070	1276,067	-0,015899	1,0863
59	1499,517	1281,393	-0,016600	1,0496
60	1500.—	1286,257	-0,017308	1,0145

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
60,837	1478,594	1283,590	-0,018235	1,0
61	1469,444	1281,520	-0,018498	1,0005
62	1377,778	1257,356	-0,020831	1,0294
63	1225.—	1212,940	-0,024912	1,1137
64	1011,111	1147,574	-0,032271	1,2908
65	736,111	1060,518	-0,047594	1,6789
66	400.—	951,071	-0,094325	2,8491

*Tabelle A. b.' — Variante b' Tafel II. —  $\sigma_r$  - Kurve steigt bis  $x=20$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  — Kurven sind Kurven 3. Grades.*

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 200; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -250.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781	0,205472	9,3071
13	589,039	1070,562	0,122370	6,6281
14	786,867	1092,106	0,085081	5,1001
15	974,314	1127,872	0,065011	4,1400
16	1144,070	1171,337	0,052941	3,5047
17	1288,825	1216,677	0,045110	3,0751
18	1401,272	1258,553	0,039749	2,7870
19	1474,100	1291,995	0,035947	2,6066
20	1500.—	1312,287	0,033209	2,5192
25	"	1359,554		
30	"	1389,191		2,1231
35	"	1409,313		
40	"	1423,765		1,7345
45	"	1434,588		
50	"	1442,961		1,3552
55	"	1449,608		
60	"	1454,998	-0,015433	1,0081
60,51	1487,425	1451,806	-0,016008	1,0
61	1453,232	1441,922	-0,016895	1,0072
62	1325,916	1403,128	-0,019872	1,0663
63	1137,490	1343,511	-0,025006	1,1960
64	907,397	1268,728	-0,033873	1,4331
65	655,081	1184,179	-0,050576	1,8755
66	400.—	1095,522	-0,088853	2,8298

Tabelle B.  $a_1$  — Variante  $a_1$  Tafel III.  $\sigma_r$  - Kurve fällt v von  $x=22$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  — Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -50.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		5,1494
13	648,731	1090,745		3,3061
14	874,578	1125,380	Siehe	2,5020
15	1065,679	1167,126	Tabelle	2,0549
16	1222,035	1210,448	Ab.	1,7773
17	1343,645	1251,201		1,5965
18	1430,509	1286,206		1,4776
19	1482,627	1313,017		1,4033
20	1500.—	1329,691		1,3648
21	1500.—	1340,158		
22	1500.—	1349,538	0,029308	1,3214
23	1499,432	1357,808	0,027254	1,3007
24	1497,727	1364,891	0,025312	1,2811
25	1494,886	1370,857	0,023470	1,2627
26	1490,909	1375,763	0,021714	1,2452
27	1485,795	1379,659	0,020035	1,2285
28	1479,545	1382,587	0,018423	1,2128
29	1472,159	1384,582	0,016869	1,1962
30	1463,636	1385,675	0,015365	1,1835
31	1453,977	1385,892	0,013904	1,1699
32	1443,182	1385,256	0,012479	1,1570
33	1431,250	1383,787	0,011083	1,1447
34	1418,182	1381,501	0,009711	1,1331
35	1403,977	1378,415	0,008357	1,1219
36	1388,636	1374,541	0,007015	1,1113
37	1372,159	1369,891	0,005680	1,1012
38	1354,545	1364,476	0,004346	1,0916
39	1335,795	1358,305	0,003008	1,0825
40	1315,909	1351,387	0,001660	1,0739
41	1294,886	1343,729	0,000296	1,0658
42	1272,727	1335,337	-0,001089	1,0581
43	1249,432	1326,219	-0,002503	1,0509
44	1225.—	1316,378	-0,003953	1,0441
45	1199,432	1305,821	-0,005446	1,0377
46	1172,727	1294,551	-0,006990	1,0319
47	1144,886	1282,573	-0,008596	1,0264

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
48	1115,909	1269,890	-0,010273	1,0215
49	1085,795	1256,506	-0,012035	1,0169
50	1054,545	1242,423	-0,013894	1,0129
51	1022,159	1227,646	-0,015867	1,0094
52	988,636	1212,176	-0,017973	1,0064
53	953,977	1196,015	-0,020235	1,0039
54	918,182	1179,167	-0,022679	1,0020
55	881,250	1161,632	-0,025338	1,0007
56	843,182	1143,413	-0,028252	1,00005
56.35	829,589	1136,875	-0,029341	1,0
57	803,977	1124,511	-0,031471	1,00013
58	763,636	1104,929	-0,035055	1,0009
59	722,159	1084,667	-0,039085	1,0026
60	679,545	1063,727	-0,043663	1,0053
61	635,795	1042,110	-0,048925	1,0090
62	590,909	1019,818	-0,055053	1,0141
63	544,886	996,852	-0,062301	1,0207
64	497,727	973,211	-0,071030	1,0291
65	449,432	948,899	-0,081773	1,0399
66	400.—	923,915	-0,095353	1,0534

Tabelle B.  $b_1$ . — Variante  $b_1$  Tafel III. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=33$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -66,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		5,7065
13	648,731	1090,745		3,6638
14	874,578	1125,380		2,7727
15	1065,679	1167,126		2,2772
16	1222,035	1210,448		1,9696
17	1343,645	1251,201		1,7692
18	1430,509	1286,206		1,6375
19	1482,627	1313,017		1,5551
20	1500.—	1329,691		1,5124
25	"	1372,575		1,3944
30	"	1399,465		1,2792

Siehe  
Tabelle  
Ab.

X	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
33	1500.—	1411,180	0,011129	1,2098
34	1498,990	1414,249	0,009830	1,1873
35	1495,960	1416,439	0,008570	1,1665
36	1490,909	1417,724	0,007339	1,1470
37	1483,838	1418,081	0,006130	1,1289
38	1474,747	1417,490	0,004938	1,1121
39	1463,636	1415,910	0,003755	1,0966
40	1450,505	1413,392	0,002575	1,0823
41	1435,353	1409,855	0,001391	1,0692
42	1418,182	1405,308	0,000197	1,0572
43	1398,990	1399,740	-0,001014	1,0463
44	1377,778	1393,138	-0,002248	1,0366
45	1354,545	1385,495	-0,003515	1,0280
46	1329,293	1376,802	-0,004822	1,0205
47	1302,020	1367,050	-0,006178	1,0141
48	1272,727	1356,233	-0,007594	1,0089
49	1241,414	1344,343	-0,009082	1,0048
50	1208,081	1331,375	-0,010655	1,0019
51	1172,727	1317,324	-0,012330	1,0003
51,65	1148,664	1307,607	-0,013482	1,0
52	1135,353	1302,184	-0,014126	1,0001
53	1095,960	1285,950	-0,016065	1,0012
54	1054,545	1268,620	-0,018176	1,0040
55	1011,111	1250,187	-0,020492	1,0084
56	965,657	1230,650	-0,023056	1,0146
57	918,182	1210,004	-0,025923	1,0230
58	868,687	1188,247	-0,029162	1,0338
59	817,172	1165,375	-0,032659	1,0474
60	763,636	1141,386	-0,037160	1,0644
61	708,081	1116,278	-0,042213	1,0851
62	650,505	1090,048	-0,048268	1,1107
63	590,909	1062,693	-0,055680	1,1426
64	529,293	1034,213	-0,064933	1,1823
65	465,657	1004,605	-0,077083	1,2328
66	400.—	973,867	-0,093461	1,2985

Tabelle Bc<sub>1</sub>. — Variante c<sub>1</sub> Tafel III. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x = 44$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -100.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		6,6846
13	648,731	1090,745		4,2917
14	874,578	1125,380		3,2480
15	1065,679	1167,126		2,6675
16	1222,035	1210,448		2,3072
17	1343,645	1251,201		2,0724
18	1430,509	1286,206		1,9181
19	1482,627	1313,017		1,8216
20	1500. —	1329,691		1,7716
25	"	1372,575		1,6334
30	"	1399,465		1,4985
35	"	1417,721		1,3628
40	"	1430,833		1,2263
44	"	1438,893		1,1179
45	1497,727	1439,956	-0,001372	1,0926
46	1490,909	1443,376	-0,002371	1,0707
47	1479,546	1437,384	-0,003328	1,0519
48	1463,636	1433,606	-0,004425	1,0360
49	1443,182	1428,082	-0,005502	1,0230
50	1418,182	1420,753	-0,006628	1,0129
51	1388,636	1411,568	-0,007816	1,0056
52	1354,545	1400,478	-0,009082	1,0013
52,9	1319,977	1388,832	-0,010445	1,0
53	1315,909	1387,438	-0,011771	1,0001
54	1272,727	1372,410	-0,011925	1,0019
55	1225. —	1355,354	-0,013550	1,0019
56	1172,727	1336,237	-0,015353	1,0074
57	1115,909	1315,025	-0,017377	1,0167
58	1054,545	1291,690	-0,019678	1,0305
59	988,636	1266,204	-0,022331	1,0494
60	918,182	1238,541	-0,025438	1,0744
61	843,182	1208,678	-0,029142	1,1069
62	763,636	1176,593	-0,033653	1,1490
63	679,545	1142,263	-0,039289	1,2035
64	590,909	1105,671	-0,046559	1,2752
65	497,727	1066,800	-0,056327	1,3716
66	400. —	1025,631	-0,070194	1,5057
			-0,091500	1,7033



*Tabelle B.d<sub>1</sub>* — Variante *d<sub>1</sub>* Tafel III. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x = 55$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  — Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -200.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		8,3349
13	648,731	1090,745		5,3512
14	874,578	1125,380		4,0498
15	1065,679	1167,126		3,3261
16	1222,035	1210,448		2,8768
17	1343,645	1251,201		2,5841
18	1430,509	1286,206		2,3916
19	1482,627	1313,017		2,2713
20	1500. —	1329,691		2,2090
25	"	1372,575		2,0367
30	"	1399,465		1,8684
35	"	1417,721		1,6992
40	"	1430,833		1,5291
45	"	1440,653		1,3603
50	"	1448,249		1,1957
55	"	1454,280	—0,011339	1,0381
56	1490,909	1452,568	—0,012275	1,0137
57	1463,636	1445,062	—0,013445	1,0016
57,5	1443,182	1439,057	—0,014134	1,0
58	1418,182	1431,511	—0,014906	1,0016
59	1354,545	1411,660	—0,016746	1,0146
60	1272,727	1385,278	—0,019102	1,0430
61	1172,727	1352,172	—0,022190	1,0906
62	1054,545	1312,120	—0,026378	1,1647
63	918,182	1264,940	—0,032337	1,2786
64	763,636	1210,474	—0,041442	1,4588
65	590,909	1148,558	—0,056997	1,7685
66	400. —	1079,034	—0,089477	2,3968

Siehe  
Tabelle  
Ab.

*Tabelle B.e<sub>1</sub>*. — Variante *e<sub>1</sub>* Tafel III. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x = 60$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  — Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

Ganz wie Tabelle Ab.

*Tabelle B. f<sub>1</sub>.* — Variante *f<sub>1</sub>* Tafel III. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x = 63$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278; \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -733,3.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		10,3742
13	648,731	1090,745		6,6606
14	874,578	1125,380		5,0407
15	1065,679	1167,126		4,1399
16	1222,035	1210,448		3,5807
17	1343,645	1251,201		3,2163
18	1430,509	1286,206		2,9768
19	1482,627	1313,017		2,8271
20	1500.—	1329,691		2,7495
25	"	1372,575		2,5350
30	"	1399,465		2,3256
35	"	1417,721		2,1149
40	"	1430,833		1,9032
45	"	1440,653		1,6932
50	"	1448,249		1,4883
55	"	1454,280		1,2921
60	"	1459,170		1,1077
63	"	1461,679	-0,017712	1,0039
63,207	1494,763	1460,248	-0,017950	1,0
64	1377,778	1425,222	-0,020534	1,0549
65	1011,111	1312,078	-0,030822	1,3811
66	400.—	1118,928	-0,087966	3,2636

Siehe  
Tabelle  
Ab.

Tabelle C.a<sub>2</sub>. — Variante a<sub>2</sub> Tafel IV. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt bis  $\sigma_{r66} = 800$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -233,3.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		9,5564
13	648,731	1090,745		6,1355
14	874,578	1125,380		4,6433
15	1065,679	1167,126	Siehe	3,8135
16	1222,035	1210,448	Tabelle	3,2984
17	1343,645	1251,201	Ab.	2,9628
18	1430,509	1286,206		2,7422
19	1482,627	1313,017		2,6042
20	1500.—	1329,691		2,5328
25	"	1372,575		2,3351
30	"	1399,465		2,1423
35	"	1417,721		1,9482
40	"	1430,833		1,7532
45	"	1440,653		1,5597
50	"	1448,249		1,3710
55	"	1454,280		1,1902
60	"	1459,170	—0,015387	1,0204
61	1480,556	1454,132	—0,016448	1,0008
61,252	1469,521	1450,940	—0,016809	1,0
62	1422,222	1436,806	—0,018144	1,0075
63	1325.—	1406,664	—0,020711	1,0438
64	1188,889	1363,257	—0,024610	1,1195
65	1013,889	1306,111	—0,030828	1,2575
66	800.—	1234,777	—0,016809	1,5145

*Tabelle C.b<sub>2</sub>*. — Variante *b<sub>2</sub>* Tafel IV. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt bis  $\sigma_{r66} = 600$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -300.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		9,5130
13	648,731	1090,745		6,1076
14	874,578	1125,380		4,6222
15	1065,679	1167,126		3,7962
16	1222,035	1210,448		3,2834
17	1343,645	1251,201		2,9493
18	1430,509	1286,206		2,7297
19	1482,627	1313,017		2,5924
20	1500.—	1329,691		2,5213
25	"	1372,575		2,3245
30	"	1399,465		2,1325
35	"	1417,721		1,9394
40	"	1430,833		1,7453
45	"	1440,653		1,5526
50	"	1448,249		1,3647
55	"	1454,280		1,1848
60	"	1459,170		1,0158
60,971	1476,429	1452,848	-0,015387	1,0
61	1475.—	1452,445	-0,016485	1,0000
62	1400.—	1429,930	-0,016528	1,0186
63	1275.—	1390,945	-0,018512	1,0788
64	1100.—	1334,915	-0,021719	1,2012
65	875.—	1261,227	-0,027002	1,4412
66	600.—	1169,305	-0,036510	1,9780
			-0,057372	

*Tabelle C.c<sub>2</sub>*. — Variante *c<sub>2</sub>* Tafel IV. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt bis  $\sigma_{r66} = 400$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,6.$$

Ganz wie Tabelle Ab.

Tabelle C.d<sub>2</sub>. — Variante d<sub>2</sub> Tafel IV. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt bis  $\sigma_{r66} = 200$ .  
Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -433,3.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		9,4666
13	648,731	1090,745		6,0779
14	874,578	1125,380		4,5997
15	1065,679	1167,126		3,7777
16	1222,035	1210,448		3,2674
17	1343,645	1251,201		2,9349
18	1430,509	1286,206		2,7164
19	1482,627	1313,017		2,5797
20	1500.—	1329,691		2,5090
25	"	1372,575		2,3132
30	"	1399,465		2,1221
35	"	1417,721		1,9299
40	"	1430,833		1,7368
45	"	1440,653		1,5450
50	"	1448,249		1,3581
55	"	1454,280		1,1791
60	"	1459,170	-0,015387	1,0109
60.67	1483,790	1454,887	-0,016140	1,0
61	1463,889	1449,071	-0,016692	1,0027
62	1355,556	1416,177	-0,019282	1,0463
63	1175.—	1359,508	-0,023992	1,1625
64	922,222	1278,230	-0,033167	1,4170
65	597,222	1171,459	-0,055804	2,0647
66	200.—	1038,362	-0,182036	5,5130

Siehe  
Tabelle  
Ab.

Tabelle D.a<sub>3</sub>. — Variante a<sub>3</sub> Tafel V. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x = 56$  bis  $x = 62$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{62} = -366,6.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		8,3639
13	648,731	1090,745		5,3699
14	874,578	1125,380		4,0639
15	1065,679	1167,126		3,3377
16	1222,035	1210,448		2,8868
17	1343,645	1251,201		2,5931
18	1430,509	1286,206		2,4000
19	1482,627	1313,017		2,2792
20	1500 —	1329,691		2,2167
25	"	1372,575		2,0438
30	"	1399,465		1,8749
35	"	1417,721		1,7051
40	"	1430,833		1,5344
45	"	1440,653		1,3651
50	"	1448,249		1,1999
55	"	1454,280		1,0417
56	"	1455,339	-0,012168	1,0113
56,733	1483,582	1451,095	-0,012970	1,0
57	1469,444	1447,012	-0,013368	1,0014
58	1377,778	1419,386	-0,015494	1,0345
59	1225.—	1371,538	-0,019072	1,1242
60	1011,111	1302,641	-0,025407	1,3099
61	736,111	1212,002	-0,038474	1,7157
62	400.—	1098,828	-0,078142	2,9434

Siehe  
Tabelle  
Ab.

*Tabelle D.b<sub>3</sub>*. — Variante *b<sub>3</sub>* Tafel V. —  $\sigma_r$  - Kurven fällt von  $x=58$  bis  $x=64$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{64} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		8,8984
13	648,731	1090,745		5,7131
14	874,578	1125,380	Siehe	4,3236
15	1065,679	1167,126	Tabelle	3,5509
16	1222,035	1210,448	Ab.	3,0713
17	1343,645	1251,201		2,7588
18	1430,509	1286,206		2,5533
19	1482,627	1313,017		2,4249
20	1500,—	1329,691		2,3584
25	"	1372,575		2,1744
30	"	1399,465		1,9948
35	"	1417,721		1,8141
40	"	1430,833		1,6325
45	"	1440,653		1,4523
50	"	1448,249		1,2766
55	"	1454,280		1,1083
58	"	1457,330	—0,013796	1,0121
58,76	1482,351	1452,683	—0,014638	1,0
59	1469,444	1448,942	—0,015007	1,011
60	1377,778	1421,244	—0,017211	1,0331
61	1255,—	1373,459	—0,020959	1,1213
62	1011,111	1304,696	—0,027629	1,3045
63	736,111	1214,213	—0,041430	1,7052
64	400,—	1101,380	—0,083377	2,9158

*Tabelle D.c<sub>3</sub>*. — Variante *c<sub>3</sub>* Tafel V. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=60$  auf  $x=66$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

Ganz wie Tabelle Ab.

Tabelle D.d<sub>3</sub>. — Variante d<sub>3</sub> Tafel V. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=62$  bis  $x=68$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{68} = -366,6.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		10,1324
13	648,731	1090,745		6,5053
14	874,578	1125,380		4,9232
15	1065,679	1167,126		4,0434
16	1222,035	1210,448		3,4972
17	1343,645	1251,201		3,1414
18	1430,509	1286,206		2,9074
19	1482,627	1313,017		2,7611
20	1500.—	1329,691		2,6854
25	"	1372,575		2,4759
30	"	1399,465		2,2714
35	"	1417,721		2,0656
40	"	1430,833		1,8589
45	"	1440,653		1,6537
50	"	1448,249		1,4536
55	"	1454,280		1,2620
60	"	1459,170		1,0819
62	"	1460,874	-0,016945	1,0137
62,812	1479,853	1455,378	-0,017874	1,0
63	1469,444	1452,329	-0,018182	1,0007
64	1377,778	1424,600	-0,020541	1,0304
65	1225.—	1376,855	-0,024627	1,1156
66	1011,111	1308,307	-0,031962	1,2940
67	736,111	1218,264	-0,047203	1,6847
68	400.—	1106,031	-0,093637	2,8619

Tabelle D.d<sub>3</sub>. — Variante d<sub>3</sub> Tafel V. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=62$  bis  $x=68$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{68} = -366,6.$$

Ganz wie Tabelle A.



Tabelle D.e<sub>3</sub>. — Variante e<sub>3</sub> Tafel V. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=64$  bis  $x=70$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{70} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		10,8456
13	648,731	1090,745		6,9632
14	874,578	1125,380		5,2698
15	1065,679	1167,126		4,3280
16	1222,035	1210,448		3,7434
17	1343,645	1251,201		3,3625
18	1430,509	1286,206		3,1121
19	1482,627	1313,017		2,9555
20	1500.—	1329,691		2,8745
25	"	1372,575		2,6502
30	"	1399,465		2,4313
35	"	1417,721		2,2111
40	"	1430,833		1,9897
45	"	1440,653		1,7701
50	"	1448,249		1,5559
55	"	1454,280		1,3508
60	"	1459,170		1,1581
64	"	1462,456	—0,018473	1,0146
64,838	1478,542	1456,590	—0,019449	1,0
65	1469,444	1453,917	—0,019723	1,0005
66	1377,778	1426,168	—0,022160	1,0291
67	1225.—	1378,437	—0,026413	1,1128
68	1011,111	1309,955	—0,034077	1,2888
69	736,111	1220,104	—0,050030	1,6747
70	400.—	1108,116	—0,098673	2,8355

Siehe  
Tabelle  
Ab.

*Tabelle E.a<sub>4</sub>.* — Variante *a<sub>4</sub>* Tafel VI. —  $\sigma_r$  - Kurven fällt von  $x=60$  bis  $x=66$  bei  $b_{r66}=800$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		10,1431
13	648,731	1090,745		6,5122
14	874,578	1125,380		4,9284
15	1065,679	1167,126		4,0477
16	1222,035	1210,448		3,5009
17	1343,645	1251,201		3,1447
18	1430,509	1286,206	Siehe	2,9105
19	1482,627	1313,017	Tabelle	2,7641
20	1500. —	1329,691	Ab.	2,6883
25	"	1372,575		2,4785
30	"	1399,465		2,2738
35	"	1417,721		2,0678
40	"	1430,833		1,8609
45	"	1440,653		1,6554
50	"	1448,249		1,4551
55	"	1454,280		1,2633
60	"	1459,170		1,0831
62,(18)	"	1461,022	—0,017085	1,0087
62,703	1486,958	1457,486	—0,017681	1,0
63	1467,858	1451,871	—0,018206	1,0029
64	1341,270	1413,438	—0,021230	1,0593
65	1118,651	1343,799	—0,027422	1,2212
66	800. —	1241,705	—0,041658	1,6264

*Tabelle E.b<sub>4</sub>*. — Variante *b<sub>4</sub>* Tafel VI. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=60$  bis  $x=66$  bei  $\sigma_{r66}=600$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_r$	$z = \frac{\sigma_r - \mu\omega^2x^2}{x \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		9,8066
13	648,731	1090,745		6,2961
14	874,578	1125,380		4,7649
15	1065,679	1167,126		3,9134
16	1222,035	1210,448		3,3848
17	1343,645	1251,201	Siehe	3,0403
18	1430,509	1286,206	Tabelle	2,8139
19	1482,627	1313,017	Ab.	2,6724
20	1500. —	1329,691		2,5991
25	"	1372,575		2,3963
30	"	1399,465		2,1984
35	"	1417,721		1,9992
40	"	1430,833		1,7991
45	"	1440,653		1,6005
50	"	1448,249		1,4069
55	"	1454,280		1,2214
60	"	1459,170		1,0472
61,(09)	"	1460,115	-0,016241	1,0109
61,75	1483,779	1455,731	-0,016989	1,0
62	1469,137	1451,494	-0,017404	1,0016
63	1363,890	1419,571	-0,019970	1,0421
64	1183,952	1363,275	-0,024713	1,1556
65	929,322	1281,638	-0,034038	1,4084
66	600. —	1173,743	-0,057260	2,0567

*Tabelle E.c<sub>4</sub>*. — Variante *c<sub>4</sub>* Tafel VI. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=60$  bis  $x=66$  bei  $\sigma_{r66}=400$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

Ganz wie Tabelle Ab.

*Tabelle E.d.*<sub>4</sub> — Variante *d*<sub>4</sub> Tafel VI. —  $\sigma_r$  - Kurve fällt von  $x=60$  bis  $x=66$  bei  $\sigma_{r66}=200$ . Steigende und fallende  $\sigma_r$  - Kurven sind Parabeln 2. Grades.

$$\left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{12} = 278. \quad \left(\frac{d\sigma_r}{dx}\right)_{66} = -366,7.$$

x	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	y (cm)
12	388,139	1070,781		9,1791
13	648,731	1090,745		5,8933
14	874,578	1125,380		4,4600
15	1065,679	1167,126		3,6630
16	1222,035	1210,448		3,1682
17	1343,645	1251,201	Siehe	2,8458
18	1430,509	1286,206	Tabelle	2,6339
19	1482,627	1313,017	Ab.	2,5014
20	1500. —	1329,691		2,4328
25	„	1372,575		2,2429
30	„	1399,465		2,0577
35	„	1417,721		1,8713
40	„	1430,833		1,6840
45	„	1440,653		1,4981
50	„	1448,249		1,3168
55	„	1454,280		1,1433
58,(90)	„	1458,184	-0,014523	1,0147
59	1499,786	1458,198	-0,014599	1,0120
59,831	1478,025	1452,311	-0,015557	1,0
60	1469,231	1449,743	-0,015816	1,0005
61	1386,966	1424,960	-0,017902	1,0250
62	1252,991	1383,056	-0,021287	1,0947
63	1067,307	1323,370	-0,026950	1,2346
64	829,914	1245,341	-0,037476	1,5134
65	540,812	1148,375	-0,062282	2,1799
66	200. —	1031,909	-0,182525	5,2380

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left( x^2 \frac{dy}{dx} \right) = 0 \quad \text{or} \quad \frac{d}{dx} \left( x^2 \frac{dy}{dx} \right) = 0$$

x	y	x^2 dy/dx	d/dx (x^2 dy/dx)
1.00	1.0000	2.0000	0.0000
1.05	1.0500	2.1025	0.0000
1.10	1.1000	2.2000	0.0000
1.15	1.1500	2.2950	0.0000
1.20	1.2000	2.3840	0.0000
1.25	1.2500	2.4675	0.0000
1.30	1.3000	2.5450	0.0000
1.35	1.3500	2.6160	0.0000
1.40	1.4000	2.6800	0.0000
1.45	1.4500	2.7375	0.0000
1.50	1.5000	2.7880	0.0000
1.55	1.5500	2.8310	0.0000
1.60	1.6000	2.8670	0.0000
1.65	1.6500	2.9055	0.0000
1.70	1.7000	2.9460	0.0000
1.75	1.7500	2.9880	0.0000
1.80	1.8000	3.0310	0.0000
1.85	1.8500	3.0750	0.0000
1.90	1.9000	3.1200	0.0000
1.95	1.9500	3.1660	0.0000
2.00	2.0000	3.2120	0.0000

$$\frac{d}{dx} \left( x^2 \frac{dy}{dx} \right) = 0 \implies x^2 \frac{dy}{dx} = C \implies \frac{dy}{dx} = \frac{C}{x^2} \implies y = -\frac{C}{x} + D$$

x	y	x^2 dy/dx	d/dx (x^2 dy/dx)
1.00	1.0000	2.0000	0.0000
1.05	1.0500	2.1025	0.0000
1.10	1.1000	2.2000	0.0000
1.15	1.1500	2.2950	0.0000
1.20	1.2000	2.3840	0.0000
1.25	1.2500	2.4675	0.0000
1.30	1.3000	2.5450	0.0000
1.35	1.3500	2.6160	0.0000
1.40	1.4000	2.6800	0.0000
1.45	1.4500	2.7375	0.0000
1.50	1.5000	2.7880	0.0000
1.55	1.5500	2.8310	0.0000
1.60	1.6000	2.8670	0.0000
1.65	1.6500	2.9055	0.0000
1.70	1.7000	2.9460	0.0000
1.75	1.7500	2.9880	0.0000
1.80	1.8000	3.0310	0.0000
1.85	1.8500	3.0750	0.0000
1.90	1.9000	3.1200	0.0000
1.95	1.9500	3.1660	0.0000
2.00	2.0000	3.2120	0.0000

$$\lg \frac{y}{y_m} = 0,4343 \int_{X_m}^X \frac{\sigma - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r} \cdot dx - \lg \frac{X \cdot \sigma_r}{X_m \sigma_{rm}}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$\mu\omega^2 X^2 = 0,79 \cdot X^2$	$\sigma_t - 0,79X^2$	$X \cdot \sigma_r$	$Z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	$2Z_m = Z_n + Z_{n+1}$	$\frac{Z_n + Z_{n+1}}{2} = Z_m$
60	1500.—	1459,1700	2844,0000	-1384,8300	90000.—	-0,01538700	-0,03166510	-0,01583255
60,701	1480,8820	1454,0569	2919,4811	-1465,4242	90024,2977	-0,01627810	0	0
61	1469,4444	1450,7580	2939,5900	-1488,8320	89636,1084	-0,01660973	-0,03288783	-0,01644391
62	1377,7778	1423,0530	3036,7600	-1613,7070	85422,2236	-0,01889095	-0,03550068	-0,01775034
63	1225,0000	1375,2266	3135,5100	-1760,2834	77175,0000	-0,02280899	-0,04169994	-0,02084997
64	1011,1111	1306,5723	3235,8400	-1929,2677	64711,1104	-0,02981355	-0,05262254	-0,02631127
64,5	881,2500	1264,2166	3286,5975	-2022,3809	56840,6250	-0,03557985		
65	736,1111	1216,3425	3337,7500	-2121,4075	47847,2215	-0,04433710	-0,07415065	-0,03707532
65,5	575,6944	1162,9096	3389,2975	-2226,3879	37707,9832	-0,05904288		
66	400.—	1103,8340	3441,2400	-2337,4060	26400.—	-0,08853811	-0,13287521	-0,06643760

$$\frac{y}{y_1} = e^{- \left[ - \frac{170,3088}{1950} \left\{ \left( \frac{x}{20} \right)^{-1,3} - 3^{-1,3} \right\} + \frac{0,79}{3000} (x^2 - 60^2) \right]}$$

x=	60	55	50
$\frac{x}{20} =$	3	2,75	2,5
$\left( \frac{x}{20} \right)^{-1,3} =$	0,2397410	0,2684526	0,3038630
$\left( \frac{x}{20} \right)^{-1,3} - 3^{-1,3}$	0	0,0287116	0,0641220
$\frac{170,3088}{1950} \left\{ \left( \frac{x}{20} \right)^{-1,3} - 3^{-1,3} \right\} = A$	0	0,0025076	0,0056003
$x^2 - x_1^2 = x^2 - 60^2 =$	0	-575	-1100
$\frac{0,79}{3000} (x^2 - 60^2) = B$	0	-0,1514167	-0,2896667
A - B		0,1539243	0,2952670
(A - B) lg . e		0,3668493	0,1282344
$e^{\frac{A-B}{y_1}} =$	1	1,1664	1,3435
y	1,01288	1,18142	1,36080

Anhang

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Korrig. Werte von [Z <sub>m</sub> ]	b.	$\Sigma (z_m \cdot b) = \int_{x_m}^x z \cdot dx$	$0,4343 \int_{x_m}^x z \cdot dx$	$\lg \cdot x \cdot \sigma_r$		$-\lg \frac{x \sigma_r}{x_m \sigma_{rm}}$	$\lg \frac{y}{y_m} = 0,4343 \int_{x_m}^x z \cdot dx - \lg \frac{x \sigma_r}{x_m \sigma_{rm}}$			y(cm)
-0,791	0,01252355	0,00543898	4,9542425	4,9543597	0,00011720	0,0055562	1,02088	} Schei- benteil C.		
0,200	0	0	4,9543597	4,9543597	0	0	1,01000			
1.	-0,00343678	-0,00149259	4,9524830	4,9315708	0,00187670	0,0003841	1,0009			
1.	-0,02118712	-0,00920157	4,9315708	4,8874766	0,02278890	0,0135873	1,0318			
1.	-0,04203709	-0,01825671	4,8874766	4,8109788	0,06688310	0,0486264	1,1185			
	-0,06834836	-0,02968369	4,8109788	$\lg x_m \sigma_{rm} = 4,9543597$	0,14338090	0,1136972	1,2993	} Schei- benteil BB		
-0,03607834	1.	-0,10442670	-0,04535252	4,6798567	0,27450300	0,2291505	1,6949			
0,06 150779	1.	-0,16593449	-0,07206535	4,4216039	0,53275580	0,4606905	2,8886			

Schema I

45	40	35	30	25	20
2,25	2	1,75	1,5	1,25	1
0,3484680	0,4061260	0,4831150	0,5903120	0,7482000	1.—
0,1087270	0,1663850	0,2433740	0,3505710	0,508459	0,7602590
0,0094960	0,0145317	0,0212558	0,0306181	0,0444077	0,0663994
-1575	-2000	-2375	-2700	-2975	-3200
-0,4147500	-0,5266667	-0,6254167	-0,7110000	-0,7834167	-0,8426667
0,4242460	0,5411984	0,6466725	0,7416181	0,8278244	0,9090661
0,1842500	0,2350424	0,2808498	0,3220847	0,3595241	0,3945074
1,52845	1,7181	1,9092	2,09935	2,28836	2,48203
1,54814	1,74023	1,93379	2,12639	2,31783	2,513998

Schema II

1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	$\sigma_r$	$\sigma_t$	$\mu\omega^2 X^2 = 0,79 \cdot X^2$	$\sigma_t - 0,79X^2$	$X \cdot \sigma_r$	$Z = \frac{\sigma_t - \mu\omega^2 X^2}{X \cdot \sigma_r}$	$2Z_m = Z_n + Z_{n+1}$	$\frac{Z_n + Z_{n+1}}{2} = Z_m$
12	388,1390	1070,7810	113,76	957,0210	4657,668	0,20547210	0,31897590	0,15948795
12,5	522,7784	1078,3586	123,4375	954,9211	6534,7300	0,14613015		
13	648,7314	1090,7454	133,51	957,2354	8433,5082	0,11350380	0,19276972	0,09638486
13,5	765,9980	1106,2117	143,9775	962,2342	10340,9730	0,09305064		
14	874,5782	1125,3797	154,84	970,5397	12244,0948	0,07926592	0,14115924	0,07057962
14,5	974,4719	1145,7466	166,0975	979,6491	14129,8425	0,06933192		
15	1065,6793	1167,1264	177,75	989,3764	15985,1895	0,06189332	0,11345733	0,05672866
15,5	1148,2002	1188,8761	189,7975	999,0786	17797,1031	0,05613715		
16	1222,0348	1210,4483	202,24	1008,2083	19552,556	0,05156401	0,09634521	0,04817260
17	1343,6445	1251,2009	228,31	1022,8908	22841,9573	0,04478120	0,08479207	0,04239603
18	1430,5087	1286,2061	255,96	1030,2461	25749,1566	0,04001087	0,07649757	0,03824878
19	1482,6272	1313,0175	285,19	1027,8275	28169,9168	0,03648670	0,07027641	0,03513820
20	1500.—	1329,6912	316,00	1013,6912	30000.—	0,03378971	—	—



10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Korrig Werte von [Z <sub>m</sub> ]	b	$\Sigma(z_m \cdot b) = \int_{x_0}^{x_1} z \cdot dx =$	$= 0,4343 \int_{x_0}^x z dx$	$lg \cdot x \sigma_r$	$lg \cdot x \sigma_{r_{30}}$	$lg \frac{x \sigma_r}{x_{30} \sigma_{r20}}$	$lg \frac{y}{y_{30}} = 0,4343 \int_{x_0}^x z dx - lg \frac{x \sigma_r}{x_{30} \sigma_{r20}}$	$\frac{y}{y_{30}}$	y(em)	
0,15058275	-1	-0,53478255	-0,23225606	3,6681685		0,80895280	0,57669674	3,77310	9,4856	
0,09416205	-1	-0,38419980	-0,16685797	3,9260082		0,55111310	0,38425513	2,42245	6,0900	
0,06974782	-1	-0,29003775	-0,12596339	4,0879267		0,38919460	0,26323121	1,83330	4,6089	
0,05633432	-1	-0,22028993	-0,09567192	4,2037177		0,27340360	0,17773168	1,50568	3,7853	
	-1	-0,16395561	-0,07120592	4,2912035	$lg \cdot x_{30} \sigma_{r_{30}} = 4,4771213$	0,18591780	0,11471188	1,30230	3,2740	
	-1	-0,11578301	-0,05028456	4,3587333		0,11838800	0,06810344	1,16978	2,9408	
	-1	-0,07338698	-0,03187197	4,4107630		0,06635830	0,03448633	1,08267	2,7218	
	-1	-0,03513820	-0,01526052	4,4497855		0,02733580	0,01207528	1,02820	2,5850	
	-	-	-	4,4771213		-	-	-	-	2,5140
								$y_{30} = 2,514$		

Schema I

## Ātri skrejošo ripu aprēķins

Doc. O. Habermanis.

### Kopsavilkums.

Aprēķinot ātri skrejošo ripu ar visos punktos vienādām temperatūrām, autors izvēlējies H. Hölzer'a pieņemto paņēmieni, pēc kuŗa ripas profilu un radiālo pagarinājumu atrod, pamatojoties uz pieņemto piepūles  $\sigma_r$ -maiņu, kuŗa atkarīga no attiecīgā ripas punkta atstatuma no ripas centra.

Lai sasniegtu noteiktu un pēc iespējas vienkāršu ripas aprēķinu:

1) autors no 1. galvenā nolīdzinājuma izved 8. nolīdzinājumu, kas atļauj ar lielu noteiktību atrast vienkāršā grafiskā ceļā ripas visšaurāko šķērsriezuma vietu pie dotām  $\sigma_r$ - un  $\sigma_t$ -līknēm. Ieliekot 8. nolīdzinājumā attiecīgos skaitļus, noteiktību var pēc patikas palielināt (sk. lp. 18);

2) autors dod  $\sigma_r$ - un  $\sigma_t$ -nolīdzinājumus vienkāršākā veidā (sk. nol. 11 un 13). Šie nolīdzinājumi vispār lietojami pretēji Holzer'a nolīdzinājumiem, kas jāizved katrai ripai atsevišķi, un

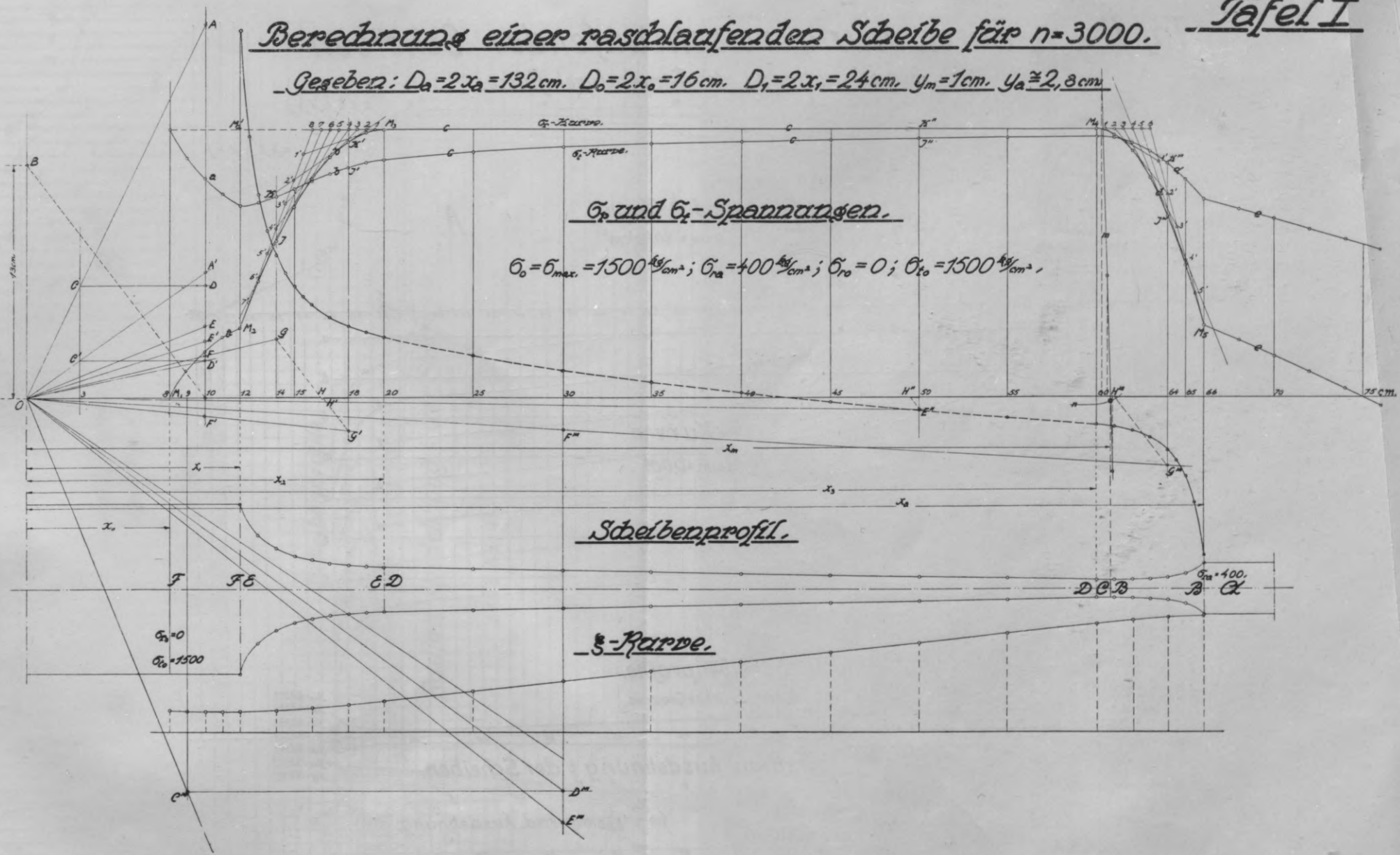
3) autors rāda, kādā veidā bieži lielu daļu sarežģītu aprēķinu  $\sigma_t$ -līknes atrašanai no  $\sigma_r$ -līknes, var atvietot ar ļoti vienkāršu grafisku paņēmieni (sk. zīm. I).

2. un 3. punktā minētie atvieglinājumi izradās par sevišķi piemērotiem tām  $\sigma_r$ -līknēm, kuŗu kāpjošā un krītošā daļa ir otrās pakāpes parabolas.

Beidzot autors vairākos piemēros (A, B, C, D un E) rāda atsevišķo  $\sigma_r$ -līknes raksturīgo punktu un pieskares leņķu maiņas iespaidu uz ripas svaru un slaikumņu. Šie piemēri ir ļoti svarīgi pēc iespējas vieglākas un slaikākas ripas atrašanai dažādos apstākļos.

Berechnung einer raschlaufenden Scheibe für  $n=3000$ .

Gegeben:  $D_a=2x_a=132\text{ cm}$ .  $D_o=2x_o=16\text{ cm}$ .  $D_i=2x_i=24\text{ cm}$ .  $y_m=1\text{ cm}$ .  $y_a \approx 2,8\text{ cm}$



$\sigma_r$  und  $\sigma_t$ -Spannungen.

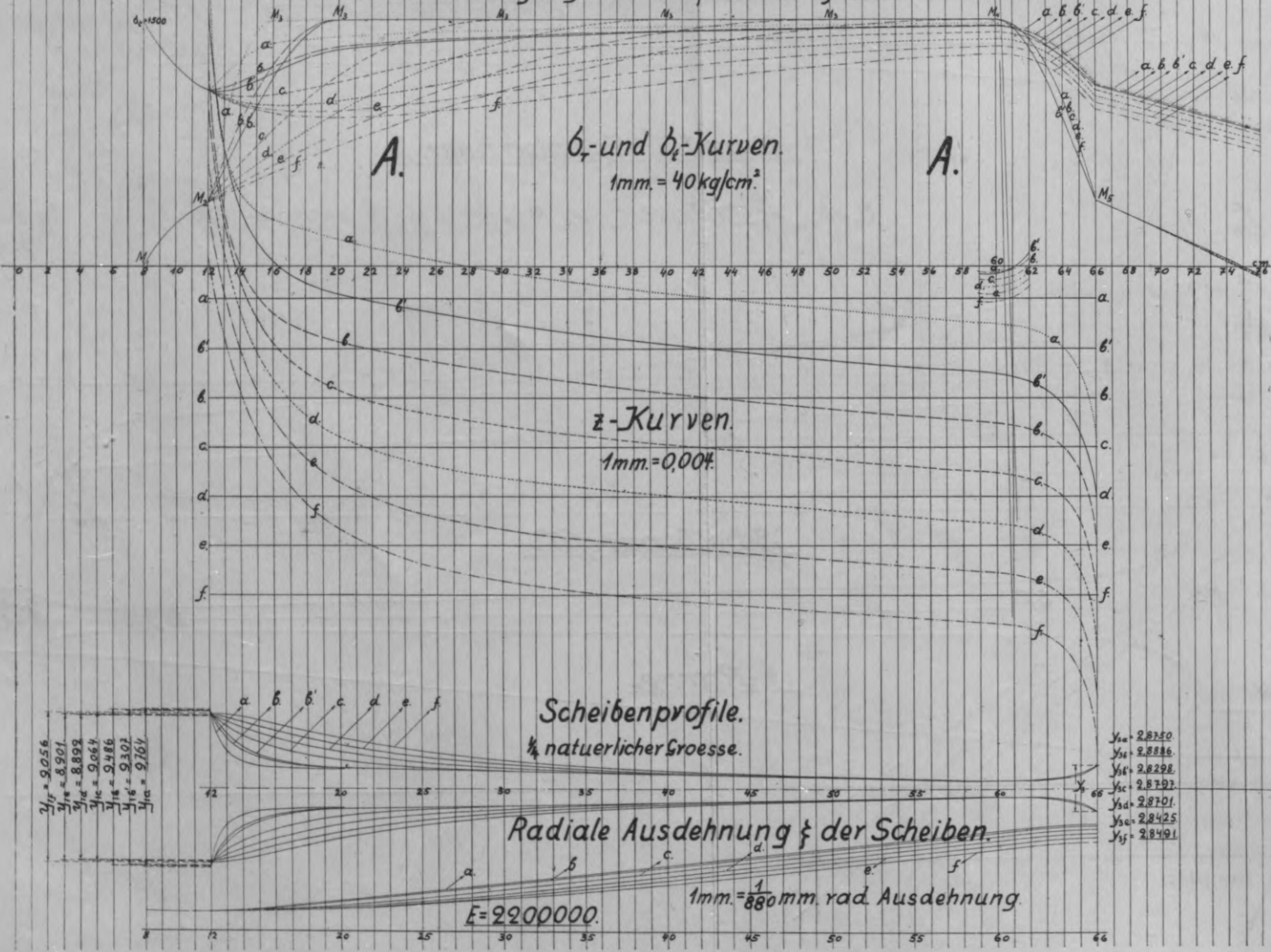
$\sigma_o = \sigma_{max} = 1500 \text{ kg/cm}^2$ ;  $\sigma_{ra} = 400 \text{ kg/cm}^2$ ;  $\sigma_{ro} = 0$ ;  $\sigma_{to} = 1500 \text{ kg/cm}^2$

Scheibenprofil.

$\tau$ -Parabe.

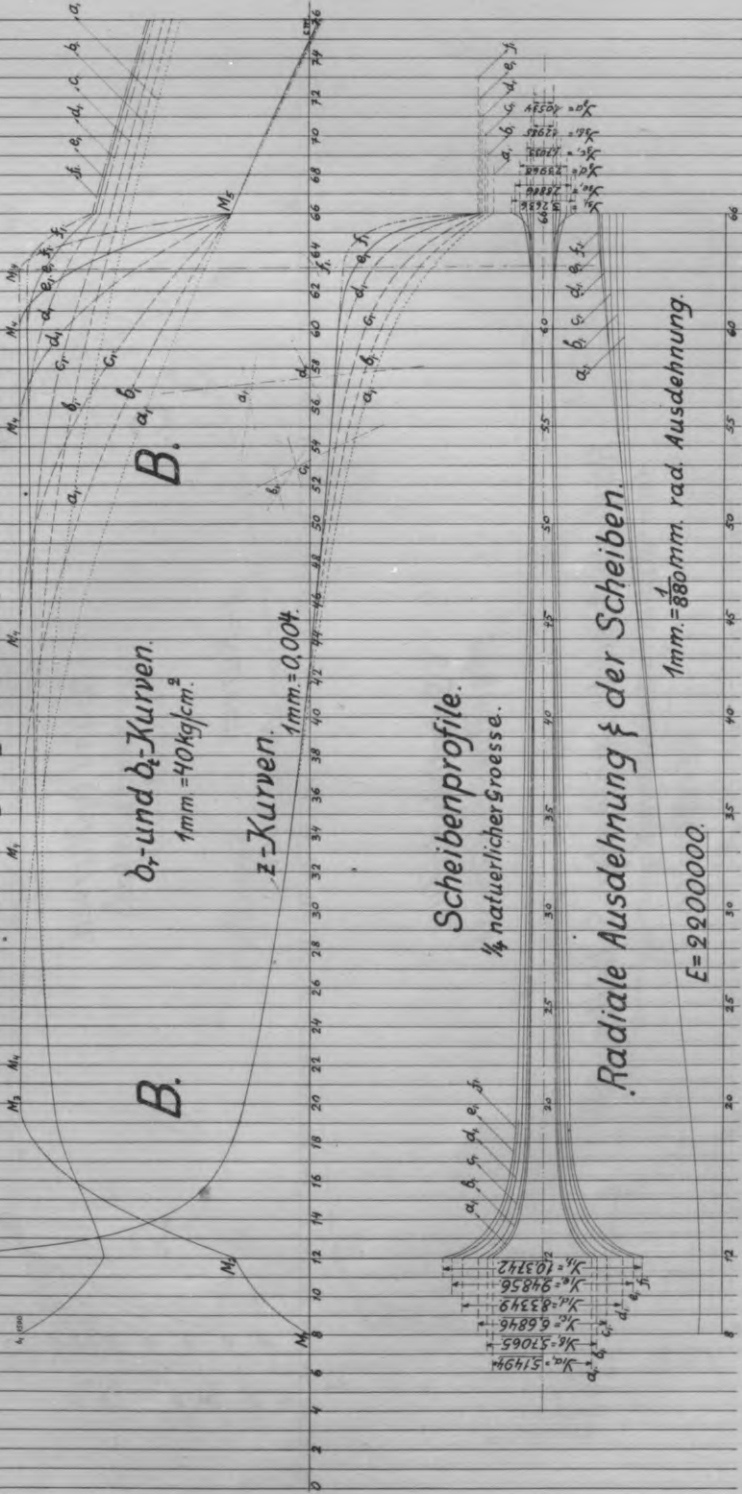
Taf. II.

Berechnung raschlaufender Scheiben  
ohne Berücksichtigung des Temperatureinflusses.



Taf. III.

Berechnung raschlaufender Scheiben  
ohne Berücksichtigung des Temperatureinflusses.



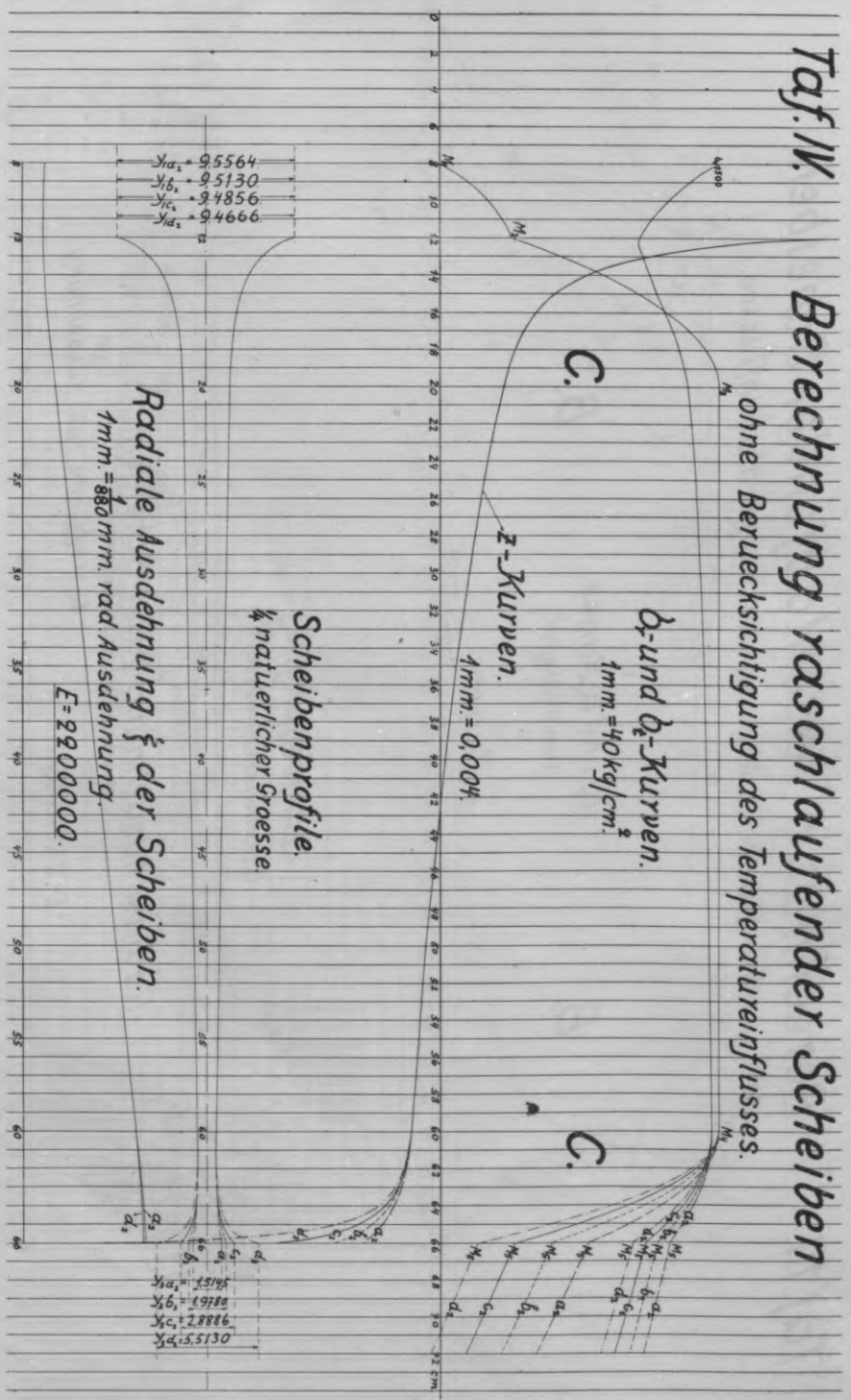
Taf. IV.

# Berechnung raschlaufender Scheiben

ohne Berücksichtigung des Temperatureinflusses.

b- und  $\delta_2$ -Kurven.  
1mm. = 40kg/cm<sup>2</sup>

z-Kurven.  
1mm. = 0,004



Scheibenprofile.  
1/4 natürlicher Grösse

Radiale Ausdehnung  $\xi$  der Scheiben.  
1mm. = 880 mm. rad. Ausdehnung.

$E = 22000000.$

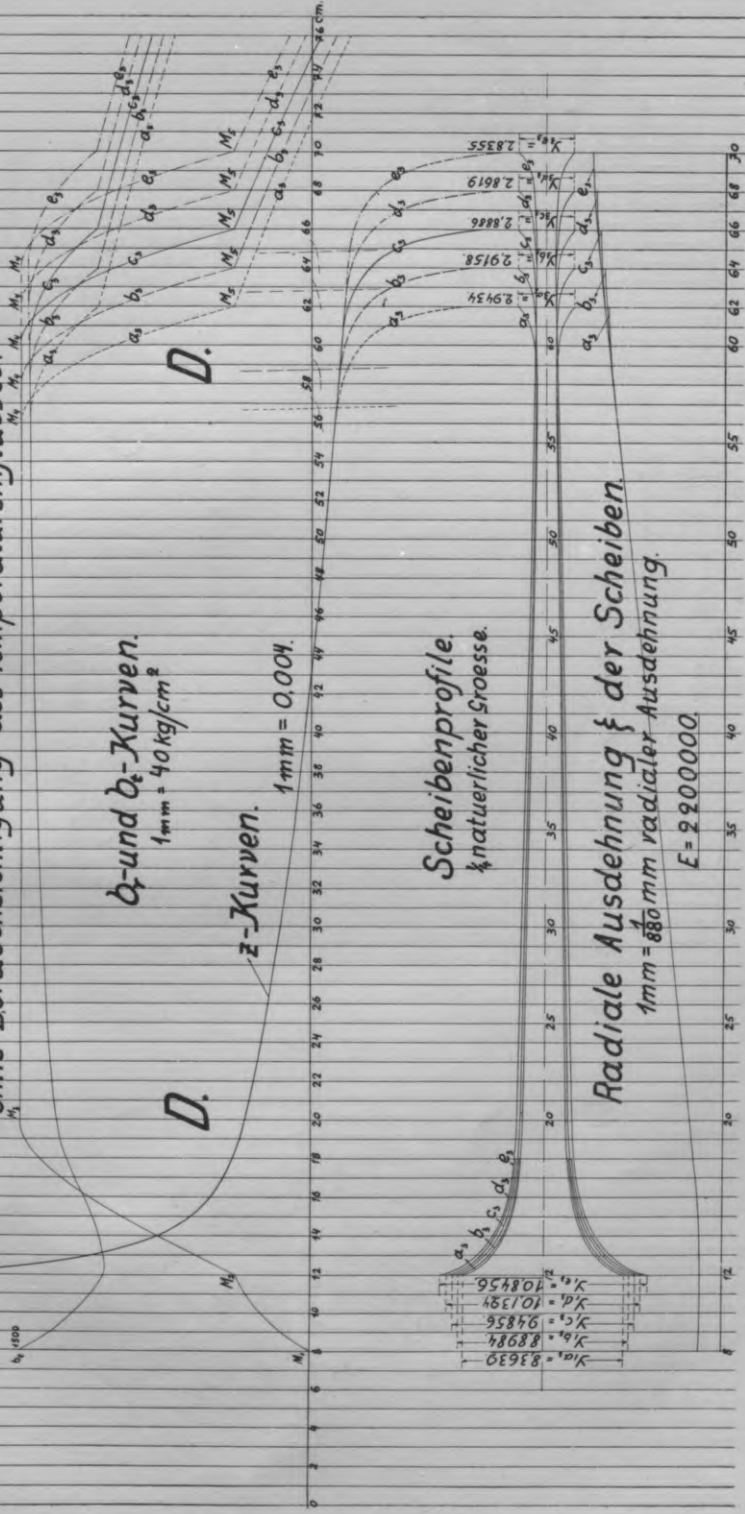
$y_{\alpha_1}$	= 95564
$y_{\beta_1}$	= 95130
$y_{\gamma_1}$	= 94856
$y_{\delta_1}$	= 94666

$x_{\alpha_1}$	= 15174
$x_{\beta_1}$	= 19788
$x_{\gamma_1}$	= 22886
$x_{\delta_1}$	= 55130

# Taf. V.

## Berechnung raschlaufender Scheiben

ohne Berücksichtigung des Temperatureinflusses.



$b_i$ - und  $d_i$ -Kurven.  
 $1 \text{ mm} = 40 \text{ kg/cm}^2$

$z$ -Kurven.  
 $1 \text{ mm} = 0.004$

Scheibenprofile.  
 $\frac{1}{4}$  natürlicher Größe.

Radiale Ausdehnung  $\xi$  der Scheiben.  
 $1 \text{ mm} = \frac{1}{880} \text{ mm}$  radialer Ausdehnung.

$E = 2200000$

$X_{10}$	$= 83639$
$X_{20}$	$= 88684$
$X_{30}$	$= 94846$
$X_{40}$	$= 101394$
$X_{50}$	$= 108454$

$X_{60}$	$= 28355$
$X_{70}$	$= 29158$
$X_{80}$	$= 28886$
$X_{90}$	$= 28619$
$X_{100}$	$= 28355$

Taf. VI.

# Berechnung raschlaufender Scheiben

ohne Berücksichtigung des Temperatureinflusses.

$b_1$ - und  $b_2$ -Kurven.

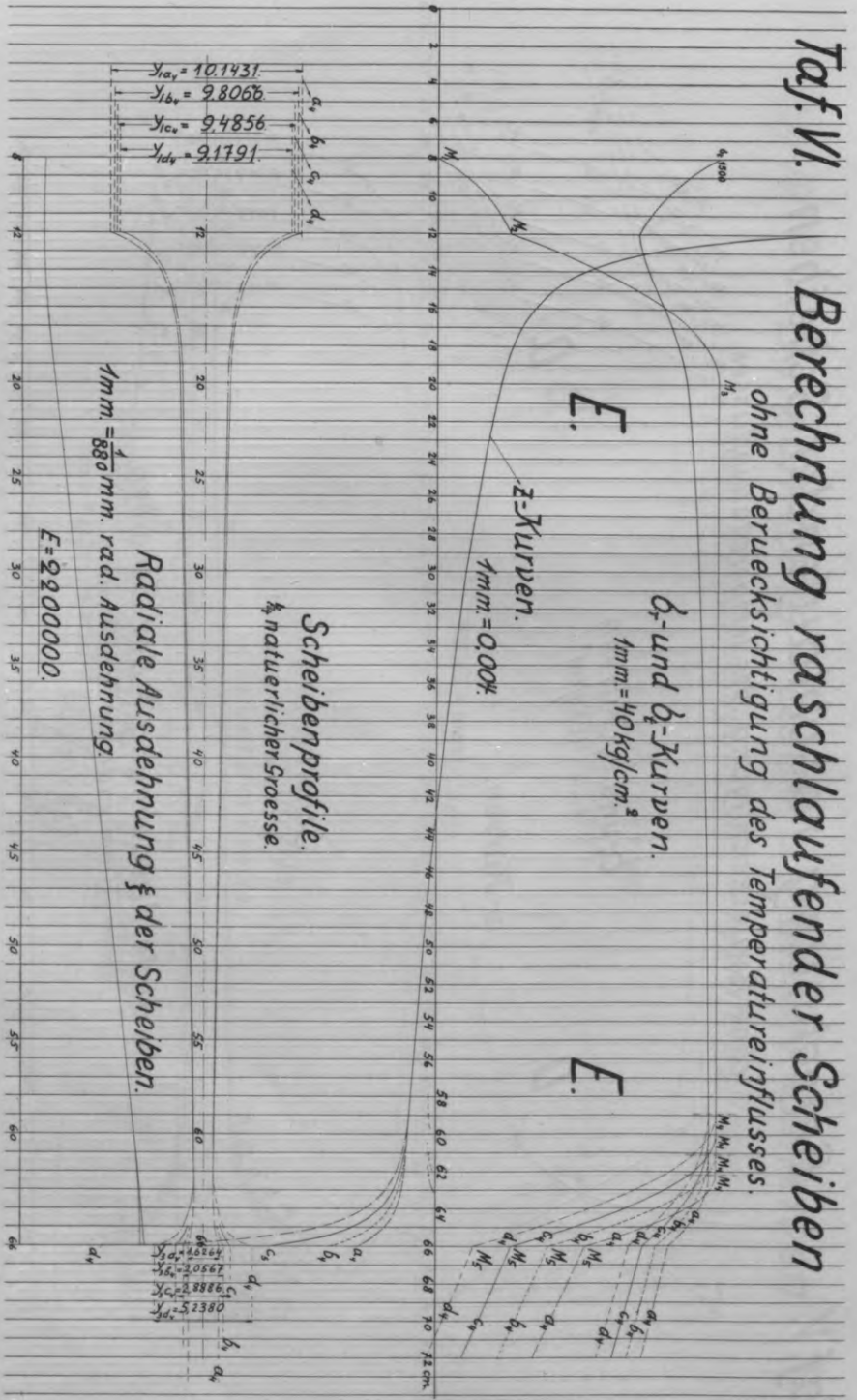
$1mm = 100kg/cm^2$

E.

Z-Kurven.

$1mm = 0,00\%$

E.





LU bibliotēka



220040997

246698

0.50

P 131  
4448