

422

LATVIJAS
ŪNIVERSITĀTES RAKSTI
ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

MĒCHANIKAS FAKULTĀTES
SERIJA

I. SĒJUMS
TOMUS

№ 2—3

R Ī G A, 1 9 3 0

P $\frac{LW}{144}$

8

1941. JUMNISKÄ
BOKSTEKA
641-25-88

Essai d'établissement d'une forme rationnelle des lits des courants d'eau dans le sol mobile

Par le professeur Dr. Ing *Alfreds Vītols*

On constate, dans la nature, une énorme variété de forme des lits des courants d'eau touchant à une vraie illégalité et anarchie, abstraction faite d'une qualité générale de tout périmètre mouillé de tendre à une forme concave.

Or, certaines lois régissent chaque phénomène et c'est la tâche de l'observateur d'en découvrir celles qui forment et déterminent, pour ainsi dire, le squelette du phénomène, après avoir écarté tous les facteurs et circonstances de nature accidentelle et de second ordre qui pourraient voiler le phénomène à considérer. Ceux-ci écartés et le phénomène schématisé, on s'efforce à établir une hypothèse-directrice dont la justesse est vérifiée par expérience.

Pour résoudre le problème en question, l'auteur suit la même méthode, en se bornant principalement à quelques indications générales applicables à la construction des canaux, des fossés et tout en s'appuyant sur la base de l'Hydraulique contemporaine, qui a toujours facilité le travail des ingénieurs dans le domaine de leur activité en leur prêtant des solutions précieuses des problèmes qui se présentent à eux.

Loin de prétendre d'avoir donné une base théorique, complète, aux règles empiriques dominant les cours d'eau naturels (fleuves, ruisseaux), établies par les éminents hydrauliciens, tels que Fargue et plusieurs autres, l'auteur ne manquera pas d'attirer l'attention sur les phénomènes qui caractérisent le régime des fleuves et qui peuvent être mis en lumière à l'aide de sa théorie. L'auteur commence le présent exposé par l'examen d'une des

théories des plus importantes, déjà existantes, à savoir de celle de Franz Kreuter. (Pour plus de détails voir: Handbuch der Ingenieurwissenschaften, III Teil, 5 Aufl. 6 Bd. I Kap. 5 1921 und Zentralblatt der Bauverwaltung 1908 vom 22 Februar).

I.

LOI EMPIRIQUE DE KREUTER POUR CONSTRUIRE LE POLY-GONE DU PÉRIMÈTRE MOUILLÉ DU LIT DU COURANT D'EAU

En ce qui concerne les désignations elles sont empruntées de Kreuter.

Si un talus naturel, non arrosé par l'eau, se tient à peine, celui-là glisse dès qu' il est touché par l'eau courante. Il en résulte que, sous le niveau du courant d'eau, le talus d'un canal doit toujours être moins incliné qu' il ne l'est au-dessus du niveau.

Si l'on désigne la profondeur locale (la profondeur d'un point du talus submergé) par t il faut poser $(\alpha)_{t=0} = \rho$, c'est - à - dire l'angle d'inclinaison du talus au niveau du courant est égale à celui du talus non arrosé par l'eau. Cette hypothèse n' a rien contre la nature des choses.

Kreuter discerne deux angles d'inclinaison du talus au - dessus du niveau, l'un influencé par la cohésion de la terre et l'autre celui du talus naturel (der natürliche Böschungswinkel) ce qui l'a amené aux valeurs ρ jusqu' à $\rho = 90^\circ$ dans son tableau que nous reproduisons ci - après. L'angle d'inclinaison du talus naturel, selon lui, montrent uniquement les espèces de sol constituées de grains uniformes et arrondis, telles que par exemple le gravier.

La force d'entraînement (Schleppkraft) S , d'après Kreuter, J (l'inclinaison hydraulique ou inclinaison du sol du canal) donnée, étant proportionnelle à la profondeur du courant, il s'en suit que $\frac{S}{S_s} = \frac{t}{t_s}$ (1) où les indexs s se rapportent aux éléments horizontaux du périmètre mouillé où la profondeur t et la force d'entraînement S atteignent leurs maxima t_s et S_s . D'autre part, les côtés du polygone les plus inclinés sont les côtés les plus instables quant à leur résistance à la force d'entraînement de

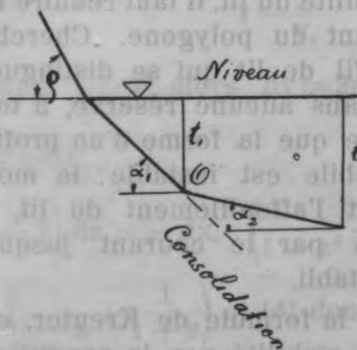
l'eau. On voit de la sorte que l'angle d'inclinaison du talus sous le niveau de l'eau courante varie entre $(\alpha)_{t=0} = \rho$ et $(\alpha)_{t=t_s} = 0$.

On comprend que la fonction $\frac{S}{S_s} = \frac{t}{t_s} = f(\rho, \alpha)$ à trouver doit manifester les qualités qu'on vient de débrouiller. $((\alpha)_{t=0} = \rho, (\alpha)_{t=t_s} = 0)$

La fonction de Kreuter est $f(\rho, \alpha) = \frac{\sin \rho - \sin \alpha}{\sin \rho + \sin \alpha}$ de sorte qu'on a :

$$\frac{S}{S_s} = \frac{t}{t_s} = \frac{\sin \rho - \sin \alpha}{\sin \rho + \sin \alpha} \quad t = t_s \cdot \frac{\sin \rho - \sin \alpha}{\sin \rho + \sin \alpha} \quad (2).$$

Pour profiter de cette formule, il faut que les valeurs de t_s et de ρ soient données. Si le canal à creuser a la même J qu'un courant d'eau déjà existant dans les mêmes circonstances, on parvient à obtenir la valeur de t_s par l'observation immédiate. Après quoi t paraît comme fonction de α seul, c'est-à-dire $t = \varphi(\alpha)$. En attribuant à t différentes valeurs, on calcule des valeurs correspondantes de α ou réciproquement. Si l'on forme un périmètre conformément à la formule (2), il ne faut aucune consolidation artificielle des talus (pavage, fascinage). (Voir le croquis 1). Si, au contraire, il est désirable de réduire la largeur



Nr. 1

du courant, on prolongera les côtés du polygone au delà du point O (voir le croquis Nr. 1) où la résistance du talus incliné sous l'angle α_1 , à la force d'entraînement est épuisée.

La formule (2) fournit des résultats représentés par le tableau I (Voir Weyrauch: *Hydraulisches Rechnen*, 1912, page 13).

Tableau I.

T a l u s		n = S : S _s		
1 : x	α =	ρ = 90°	ρ = 60°	ρ = 45°
1 : 3	18° 30'	0,518	0,464	0,381
1 : 2	26° 30'	0,384	0,320	0,226
1 : 1,5	33° 40'	0,287	0,220	0,121
1 : 1,25	38° 50'	0,231	0,162	0,061
1 : 1	45° 00'	0,172	0,101	0,000
1 : 0,5	63° 30'	0,055	—	—

Il suit de la loi de Kreuter qu' on ne peut pas se passer d'une consolidation du talus qui croise l'élément horizontal du sol du canal, parce qu' au point de croisement il faut que soit $t_n = t_s$, à la condition que α diffère de 0, ce qui n'est pas possible.

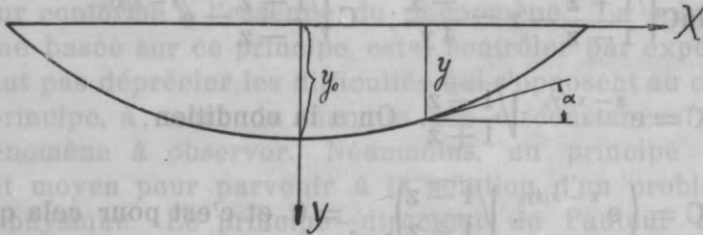
Si l'on suit la règle de Kreuter, on s'aperçoit qu'il y a toujours quasi une réserve de stabilité du lit jusqu' au coin suivant du polygone où cette réserve cesse d'avoir lieu et où, pour assurer la stabilité du lit, il faut réduire l'angle d'inclinaison pour le côté suivant du polygone. Cherchons maintenant à déterminer un profil de lit qui se distinguerait par la même stabilité extrême, sans aucune réserve, à tous ses points. Car l'observation montre que la forme d'un profil transversal d'une rivière à fond mobile est instable: la moindre variation du régime amène, soit l'affouillement du lit, soit le dépôt des matériaux charriés par le courant jusqu' à ce qu'un état d'équilibre se soit établi.

Si l'on part de la formule de Kreuter, on peut déterminer un profil à extrême stabilité par la condition: (voir le croq. 2)

$$y^1 = \frac{dy}{dx} = -\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \quad (3) \quad \text{Or, d'après (2)}$$

$$\text{on a: } \frac{y}{y_0} = \frac{\sin \rho - \sin \alpha}{\sin \rho + \sin \alpha}$$

$$y(\sin \rho + \sin \alpha) = y \sin \rho + y \sin \alpha = y_0(\sin \rho - \sin \alpha) = \\ = y_0 \sin \rho - y_0 \sin \alpha; \sin \alpha (y_0 + y) = \sin \rho (y_0 - y), \text{ d'où}$$



Nr. 2

$$\sin \alpha = \sin \rho \frac{(y_0 - y)}{y_0 + y} \text{ et c'est pour cela que}$$

$$y^1 = \frac{dy}{dx} = -\sin \rho \frac{(y_0 - y)}{(y_0 + y) \sqrt{1 - \sin^2 \rho \frac{(y_0 - y)^2}{(y_0 + y)^2}}}$$

$$= \frac{-\sin \rho \cdot (y_0 - y)}{\sqrt{(y_0 + y)^2 - \sin^2 \rho (y_0 - y)^2}} = \frac{-\sin \rho}{\sqrt{\left(\frac{y_0 + y}{y_0 - y}\right)^2 - \sin^2 \rho}} \quad (4)$$

Prenons en considération le cas $\rho = 90$, alors $y^1 = \frac{dy}{dx} =$

$$= \frac{-(y_0 - y)}{\sqrt{2y_0 \cdot 2y}}; \quad \frac{2\sqrt{y_0 y}}{y_0 - y} dy = \frac{2\sqrt{\frac{y}{y_0}}}{1 - \frac{y}{y_0}} dy = -dx.$$

Posons provisoirement $\frac{y}{y_0} = z^2$, alors $dy = 2zy_0 dz$ et

$$\frac{4z^2 y_0 dz}{1 - z^2} = -dx, \\ 4y_0 \left(\frac{1}{1 - z^2} - 1 \right) dz = -dx, \quad \left(\frac{1}{1 - z^2} - 1 \right) dz = \frac{-dx}{4y_0} \quad (4);$$

$\frac{1}{1 - z^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 - z} + \frac{1}{1 + z} \right)$ et (4) donne lieu à:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dz}{1 - z} + \frac{dz}{1 + z} \right) - dz = \frac{1}{2} \ln \frac{(1 + z)}{1 - z} - dz = \frac{-dx}{4y_0};$$

$\ln \sqrt{\frac{(1 + z)}{1 - z}} - z = -\frac{x}{4y_0} + C$ où C est la constante d'intégration

Qu peut représenter l'intégrale aussi sous la forme:

$$\ln C \sqrt{\frac{1+z}{1-z}} - z = \frac{-x}{4y_0}; \quad C \sqrt{\frac{1+z}{1-z}} = e^{z - x/4y_0}$$

$$C = e^{z - x/4y_0} \cdot \sqrt{\frac{1-z}{1+z}} \quad \text{On a la condition:}$$

$$C = \left(e^{z - x/4y_0} \cdot \sqrt{\frac{1-z}{1+z}} \right)_{\substack{z=1 \\ x=0}} = 0 \quad \text{et c'est pour cela que}$$

$$e^{z - x/4y_0} \cdot \sqrt{\frac{1-z}{1+z}} = 0$$

Deux solutions y sont comprises, ce sont:

$$1) \sqrt{\frac{1-z}{1+z}} = 0, \quad z = y/y_0 = 1, \quad y = y_0; \quad 2) e^{z - x/4y_0} = 0 = e^{-\infty}$$

$z = 1 - x/4y_0 = -\infty$ ce qui amène à poser $y = y_0 = 0$, x étant indéfinie. C'est de cette manière qu'on est parvenu à trouver deux solutions du problème qui n'ont ni l'une ni l'autre aucune valeur pratique.

Si l'on pose dans l'équation (4) $\sin \rho = 0$ (mobilité absolue) on a:

$$\sqrt{\left(\frac{y_0 + y}{y_0 - y}\right)^2} dy = 0, \quad \frac{y_0 + y}{y_0 - y} dy = 0 \quad \text{d'où résultent les solutions}$$

1) $dy = 0$, $y = C = y_0 = 0$; 2) $\frac{y_0 + y}{y_0 - y} = 0$, $y = -y_0$. Le dernier résultat a le moins de sens.

Si l'on résume maintenant tous les résultats qu'a donnés l'analyse de la formule de Kreuter, on parvient à constater qu'il n'est pas possible, au moyen de cette formule, de trouver aucun profil de lit à extrême stabilité ce qu' impose la réalité des choses.

On s'aperçoit également qu' aucunes conditions restrictives pour des intervalles de la profondeur aux coins du polygone du profil n'ayant été données, la largeur du courant devient indéterminée.

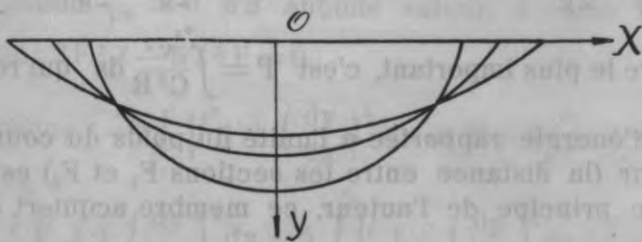
Du reste, la coïncidence des quelques profils observés par Kreuter, avec ceux qui sont calculés d'après sa formule est remarquable. (Op. cit.)

II. LA METHODE DE L'AUTEUR

La préoccupation principale est d'établir un principe — directeur conforme à l'essence du phénomène. La solution du problème basée sur ce principe, est à contrôler par expérience. Il ne faut pas déprécier les difficultés qui s'opposent au contrôle de ce principe, à cause du manque des circonstances idéales du phénomène à observer. Néanmoins, un principe est un puissant moyen pour parvenir à la solution d'un problème de nature physique. Le principe—directeur de l'auteur est qu'un courant d'eau dont le trajet n'est soumis à aucunes liaisons en forme d'un lit auparavant prescrit, ou- en d'autres termes — un courant d'eau à qui on a laissé un libre parcours dans un sol mobile, forme un profil de lit de la moindre résistance possible. On trouve dans la Mécanique Rationnelle l'analogie de ce principe sous la forme du principe de minime action de Hamilton.

Des idéales circonstances étant supposées (sol homogène) le périmètre mouillé sera représenté par une courbe concave continue. Supposons qu'un courant d'eau ait coulé assez longtemps pour qu'une forme définitive du périmètre se soit produite et qu'un état d'équilibre se soit établi.

L'axe vertical des coordonnées dirigé d'en haut vers le bas (voir le croquis Nr. 3) et la courbe du périmètre supposée



Nr. 3

symétrique par rapport à cet axe, on peut matérialiser en quelque sorte le problème en imaginant un groupe de ficelles absolument flexibles dont les bouts glissent le long de l'axe coïncidant avec le niveau du courant.

L'axe X est invariablement lié au niveau du courant et celui là suit les déplacements verticaux pendant la formation du lit.

Introduisons les désignations :

v — la vitesse moyenne du courant ;

C — le coefficient de Chézy ;

R — le rayon hydraulique du courant ;

I — l'inclinaison hydraulique, égale, en cas du courant sous pression atmosphérique, à l'inclinaison superficielle du courant, pour le mouvement uniforme. I est égale aussi à l'inclinaison du fond du canal.

F — la section transversale du courant ;

χ — le périmètre mouillé du courant.

L'équation de Bernoulli pour un courant sous pression atmosphérique est :

$$y_2 - y_1 = \beta \left(\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right) + \int_{s_1}^{s_2} \frac{v^2}{C^2 R} ds$$

y_2 et y_1 sont correspondement les ordonnées comptées d'un plan horizontal jusqu' au niveau du courant dans deux sections du courant distantes l'une de l'autre de $S_2 - S_1$; β est le coefficient de Strickler dont la valeur numérique est $\beta = 1$ si

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} > 0 \text{ et } \beta = 2/3 \text{ environ si } \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} < 0.$$

Le membre le plus important, c'est $P = \int_{s_1}^{s_2} \frac{v^2}{C^2 R} ds$ qui représente

la perte d'énergie rapportée à l'unité du poids du courant dont la longueur (la distance entre les sections F_1 et F_2) est $S_2 - S_1$. D'après le principe de l'auteur, ce membre acquiert sa valeur minimum.

Calculons C d'après la formule de Strickler, $C = k R^{1/6}$. L'expression pour la perte d'énergie peut être transformée au moyen de l'équation de continuité $Q = Fv$ où Q est le débit ce qui donne $P = \left(\frac{Q}{K} \right)^2 \int_{s_1}^{s_2} \frac{\chi^{1/3}}{F^{10/3}} ds$. Pour le mouvement uniforme,

$P = \left(\frac{Q}{K}\right)^2 \frac{\chi^{4/3}}{F^{10/3}} (S_2 - S_1)$. Dans cette expression, on peut compter constante la valeur de $\left(\frac{Q}{K}\right)^2 (S_2 - S_1)$, alors la fonction comprend en elle exclusivement des éléments géométriques, c'est-à-dire $U(\chi, F) = \frac{\chi^{4/3}}{F^{10/3}}$. Il faut que cette fonction devienne minimum. Mais elle l'est si $\frac{\chi^2}{F^5}$ l'est.

C'est de cette manière qu'on a réduit le problème à celui de minimum de la fonction $\frac{\chi^2}{F^5}$. On peut interpréter le principe énoncé autrement: le courant d'eau cherche à former un lit de la moindre résistance, ou un lit qui lui conserve le plus d'énergie possible, c'est égal.

La solution du problème se fait ainsi: Pour que $\frac{\chi^2}{F^5}$ devienne minimum, il faut que sa variation δ soit 0, c'est-à-dire

$$\delta \frac{\chi^2}{F^5} = \frac{2\chi F^5 \delta\chi - 5F^4 \chi^2 \delta F}{F^{10}} = \frac{F^4 \chi}{F^{10}} (2F \delta\chi - 5\chi \delta F) = 0,$$

d'où résulte que

$$\frac{F^4 \chi}{F^{10}} = \frac{\chi}{F^6} = 0, \text{ ou } 2F \delta\chi - 5\chi \delta F = 0.$$

La solution $\frac{\chi}{F^6} = 0$ n'a aucune valeur, il reste à étudier l'expression: $2F \delta\chi - 5\chi \delta F = 0$.

Puisque $\chi = 2 \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ et $F = 2 \int_{x_0}^{x_1} y dx$, on a:

$$2 \int_{x_0}^{x_1} y dx \delta \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx - 5 \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \delta \int_{x_0}^{x_1} y dx = 0$$

Introduisons les désignations:

$$\frac{dy}{dx} = p, \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \sqrt{1 + p^2} = V, \text{ alors:}$$

$$2F \delta \int_{x_0}^{x_1} V dx - 5\chi \delta \int_{x_0}^{x_1} y dx = 0 \quad (4).$$

Pour la solution du problème, il faut qu'on fasse une excursion dans le domaine des Mathématiques et notamment dans celui du Calcul des Variations. Ce Calcul offre des moyens pour trouver une fonction $y=f(x)$ de sorte qu'une intégrale déterminée $\int_{x_0}^{x_1} W dx$ devienne maximum, ou minimum, W étant une fonction donnée des variables y, x et de quelques dérivées de différents degrés de y d'après x .

Admettons que $y=f(x)$ représente une fonction quelconque. Alors l'intégrale déterminée, $\int_{x_0}^{x_1} W dx$ aura une valeur déterminée correspondante. Si on l'avait remplacée par une autre fonction très voisine, l'intégrale déterminée $\int_{x_0}^{x_1} W dx$ aurait eu une certaine variation, $\delta \int_{x_0}^{x_1} W dx$, positive ou négative. Mais il y aura une fonction $y=f(x)$ pour laquelle la variation $\delta \int_{x_0}^{x_1} W dx$ deviendra 0. Cette espèce de fonction fournira le maximum ou le minimum de $\int_{x_0}^{x_1} W dx$. Pour savoir si maximum ou minimum de $\int_{x_0}^{x_1} W dx$ a lieu, on trouvera la variation de $\delta \int_{x_0}^{x_1} W dx$, c'est-à-dire on trouvera $\delta^2 \int_{x_0}^{x_1} W dx$. Si cette variation est négative, le maximum de $\int_{x_0}^{x_1} W dx$ a lieu, et réciproquement. On voit de cette manière que le problème à résoudre ressemble beaucoup au problème qui consiste à trouver le maximum ou le minimum d'une fonction donnée. La différence est qu'ici la fonction est donnée et on cherche les valeurs de y et de x qui rendent la fonction maximum ou minimum, tandis que le problème du Calcul des Variations se réduit à trouver l'espèce de fonction qui reste cachée jusqu'à ce que toutes les opérations soient produites imposées par le symbole δ , en tenant compte des conditions particulières du problème, comme l'on verra plus loin.

Le symbole δ tenant lieu de celui de la différentiation des variables, on peut écrire:

$$\begin{aligned} \delta \int_{x_0}^{x_1} W dx &= \int_{x_0}^{x_1} \delta(W dx) = \int_{x_0}^{x_1} \delta W \cdot dx + \int_{x_0}^{x_1} W \delta dx = \int_{x_0}^{x_1} \delta W dx + \int_{x_0}^{x_1} W \delta dx = \\ &= (W \delta x)_0^1 + \int_{x_0}^{x_1} \delta W dx - \int_{x_0}^{x_1} dW \delta x, \end{aligned}$$

$(W \delta x)_0^1$ étant employé au lieu de $(W \delta x)_1 - (W \delta x)_0$. W supposée fonction de x, y et $\frac{dy}{dx} = p$, on aura:

$$\begin{aligned} (W \delta x)_0^1 + \int_{x_0}^{x_1} \delta W dx - \int_{x_0}^{x_1} dW \delta x &= (W \delta x)_0^1 + \\ + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \left(\frac{\partial W}{\partial y} \delta y + \frac{\partial W}{\partial x} \delta x + \frac{\partial W}{\partial p} \delta p \right) dx - \left(\frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial p} dp \right) \delta x \right\} &= \\ = (W \delta x)_0^1 + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} (\delta y dx - dy \delta x) + \frac{\partial W}{\partial p} (\delta p dx - dp \delta x) \right\}. &\text{ Mais} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta p &= \delta \frac{dy}{dx} = \frac{\delta dy \cdot dx - \delta dx \cdot dy}{dx^2} = \frac{\delta dy \cdot dx - \delta dx \frac{dy}{dx} dx}{dx^2} = \\ &= \frac{\delta dy \cdot dx - \delta dx \cdot p dx}{dx^2} = \frac{\delta dy - \delta dx \cdot p}{dx} = \frac{d\delta y - p d\delta x}{dx}; \end{aligned}$$

$\delta p dx - dp \delta x = d\delta y - p d\delta x - dp \delta x = d(\delta y - p \delta x)$ et c'est pour

$$\begin{aligned} \text{cela que } (W \delta x)_0^1 + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} (\delta y dx - dy \delta x) + \frac{\partial W}{\partial p} (\delta p dx - dp \delta x) \right\} &= \\ = (W \delta x)_0^1 + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} (\delta y dx - dy \delta x) + \frac{\partial W}{\partial p} d(\delta y - p \delta x) \right\} &= (W \delta x)_0^1 + \\ + \left\{ \frac{\partial W}{\partial p} (\delta y - p \delta x) \right\}_0^1 + \int_{x_0}^{x_1} \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial^2 W}{\partial p \partial x} \right) (\delta y - p \delta x) dx &(5) \end{aligned}$$

D'après (4) on a au lieu de W deux fonctions:

$$W_1 = V = \sqrt{1 + p^2} \quad \text{et} \quad W_2 = y.$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial p} = \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \sqrt{1 + p^2} = \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}; \quad \frac{\partial W_1}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial p \partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial W_1}{\partial p} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}.$$

$$\frac{\partial W_2}{\partial p} = \frac{\partial y}{\partial p} = 0; \quad \frac{\partial W_2}{\partial y} = \frac{\partial y}{\partial y} = 1; \quad \frac{\partial^2 W_2}{\partial p \partial x} = 0;$$

En appliquant la formule (5) à celle (4), on a:

$$2F \left[\left(\sqrt{1+p^2} \delta x \right)_0^1 + \left\{ \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} (\delta y - p \delta x) \right\}_0^1 - \int_{x_0}^{x_1} \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} (\delta y - p \delta x) dx \right] +$$

$$- 5\chi [(y \delta x)_0^1 + \int_{x_0}^{x_1} (\delta y - p \delta x) dx] = 0, \text{ ou posant } \frac{5\chi}{2F} = -a,$$

une valeur indéterminée, on aura:

$$\left\{ \left(\sqrt{1+p^2} + \frac{-p^2}{\sqrt{1+p^2}} + ay \right) \delta x \right\}_0^1 + \left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \delta y \right)_0^1 +$$

$$+ \int_{x_0}^{x_1} \left(a - \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right) (\delta y - p \delta x) dx =$$

$$= \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}} + ay \right) \delta x \right\}_0^1 + \left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \delta y \right)_0^1 +$$

$$+ \int_{x_0}^{x_1} \left(a - \frac{\partial}{\partial x} \frac{p^2}{\sqrt{1+p^2}} \right) (\delta y - p \delta x) dx = \left(\frac{1}{\sqrt{1+p_1^2}} + ay_1 \right) \delta x_1 +$$

$$- \left(\frac{1}{\sqrt{1+p_0^2}} + ay_0 \right) \delta x_0 + \frac{p}{\sqrt{1+p_1^2}} \delta y_1 - \frac{p_0}{\sqrt{1+p_0^2}} \delta y_0 +$$

$$+ \int_{x_0}^{x_1} \left(a - \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right) (\delta y - p \delta x) dx = 0 \quad (6)$$

Comme on a constaté, les bouts de la courbe — périmètre mouillé, glissent le long de l'axe horizontal Ox. C'est pour cela que $\delta y_1 = 0$, aussi $y_1 = 0$. Le périmètre étant symétrique (voir le croquis Nr. 3) $\delta x_0 = 0$. Les déplacements des bouts de la courbe δx_1 et le déplacement vertical δy_0 sont arbitraires. En tenant compte de ces conditions l'équation (6) prendra la forme:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+p_1^2}} \right) \delta x_1 - \frac{p_0}{\sqrt{1+p_0^2}} \delta y_0 + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ a - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}} \right) \right\} (\delta y - p \delta x) dx = 0$$

(7).

Les déplacements δy_0 , δx_1 et $(\delta y - p\delta x)$ sous le symbole d'intégrale étant arbitraires, n'admettant aucune relation entre eux, on peut satisfaire l'équation (7) en posant:

$$1) \frac{1}{\sqrt{1+p_1^2}} = 0, \text{ d'où il suit que } p_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_1 = \infty, \alpha = 90^\circ.$$

$$2) \frac{p_0}{\sqrt{1+p_0^2}} = 0, \text{ d'où } p_0 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = (\operatorname{tg}\alpha)_{x=0} = 0, \alpha = 0.$$

(Courbe symétrique) et

$$3) a - \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} = 0, \text{ adx} = d \frac{p}{\sqrt{1+p^2}};$$

$$ax + C_1 = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}. \text{ Puisque } \left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)_{x=0} = \frac{p}{\sqrt{1+p_0^2}} = 0,$$

$$C_1 = 0 \text{ et } \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} = ax \text{ (8) d'où } p^2 = (1+p^2)(ax)^2;$$

$$p^2(1-a^2x^2) = a^2x^2; p = \frac{dy}{dx} = \frac{ax}{\pm\sqrt{1-a^2x^2}},$$

$$dy = \pm \frac{axdx}{\sqrt{1-a^2x^2}} \text{ (9); } \int dy = y = \pm \int \frac{axdx}{\sqrt{1-a^2x^2}} + C_2 =$$

$$= \pm \frac{1}{a} \sqrt{1-a^2x^2} + C_2 \text{ (10). On sait que } (p)_{y=y_1=0} = 0$$

Calculons x_1 qui correspondrait à $y = y_1 = 0$.

$$\text{D'après (10) on a: } 0 = \pm \frac{1}{a} \sqrt{1-a^2x_1^2} + C_2, 1-a^2x_1^2 = a^2C_2^2$$

$$\text{D'après (9) } \left(\frac{dy}{dx}\right)_{y=y_1=0} = \pm \frac{ax_1}{\sqrt{1-a^2x_1^2}} = p_1 = \infty \text{ d'où il résulte que}$$

$1-a^2x_1^2 = 0$ et c'est pour cela que $C_2 = 0$, a ne pouvant jamais être 0 et d'après (10):

$$y = \mp \frac{1}{a} \sqrt{1-a^2x^2} \text{ ou } x^2 + y^2 = \frac{1}{a^2} = r^2, r = \frac{1}{a}.$$

On voit de cette manière que le périmètre à chercher est un demi-cercle. Conclusion: dans le sol mobile, juste à la limite où la mobilité cesse d'avoir lieu, $\alpha = 90^\circ$ (l'angle d'inclinaison

du talus naturel, natürlicher Böschungswinkel) le courant d'eau aspire à modeler un lit à périmètre mouillé en forme de demi-cercle. A vrai dire, ce résultat n'était pas inattendu. Dans l'Hydraulique (voir Ph. Forchheimer Hydraulik, 1914, page 63) nous en trouvons une autre formulation: le cercle et le demi-cercle représentent les périmètres mouillés qui, J, inclinaison hydraulique et l'aire de la section transversale du courant étant données, font transporter le maximum de Q. Cette qualité du cercle, C. Culmann a su la démontrer purement „more geometrico“ dans son ouvrage: Graphische Statik, 2. Aufl. 1. Bd. Zürich 1875, page 114.

Le plus remarquable est qu'il n'existe pas de solution pour les angles d'inclinaison inférieurs à $\alpha = 90^\circ$ ce qui représenterait le plus grand intérêt pratique: pour ces cas, on ne peut trouver aucune forme analytique du périmètre mouillé. Au contraire, si l'on accepte la condition supplémentaire que la largeur au niveau du courant d'eau reste invariable, c'est-à-dire que $\delta x_1 = 0$, le Calcul des Variations fournit encore la solution. En effet l'équation (7) prend en ce cas la forme:

$$\frac{-p_0}{\sqrt{1+p_0^2}} \delta y_0 + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ a - \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right\} (\delta y - p \delta x) dx = 0 \quad (11)$$

d'où il résulte que

$$\frac{p_0}{\sqrt{1+p_0^2}} = 0, \quad p_0 = \left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right)_{x=0} = 0, \quad \alpha = 0$$

$$\text{et } a - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right) = 0, \quad \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} = ax + C_1, \quad (12) \quad C_1 = 0,$$

$$y = \mp \frac{1}{a} \sqrt{1 - a^2 x^2} + C_2 \quad (13). \quad \text{La constante } C_2 \text{ est}$$

maintenant déterminée par la condition que $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{y_1=0} = \alpha_0$, valeur donnée, différente de $\alpha = 90^\circ$, caractéristique pour l'espèce de sol donnée.

$$\text{Il s'ensuit de (12)} \left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right)_{y_1=0} = \frac{\text{tg } \alpha_0}{\sqrt{1+\text{tg}^2 \alpha_0}} = a x_1,$$

$$\text{que } \frac{\text{tg}^2 \alpha_0}{1+\text{tg}^2 \alpha_0} = a^2 x_1^2; \quad \frac{1}{1+\text{tg}^2 \alpha_0} = 1 - a^2 x_1^2$$

et (13) donne lieu à $O = \mp \frac{1}{a} \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0}} + C_2$, d'où

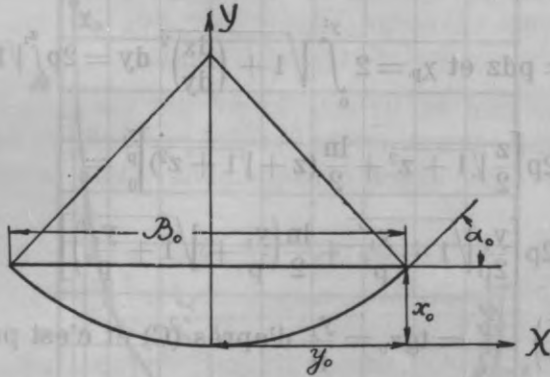
il résulte que $C_2 = \pm \frac{1}{a} \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0}}$ et

$$y = \mp \frac{1}{a} \left(\sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} - \sqrt{1 - a^2 \alpha^2} \right) \quad (14)$$

qui représente également l'équation du cercle rapporté à l'axe placé au niveau du courant.

La section transversale du courant d'eau, la largeur de celui-ci restant invariée, est donc le segment. Plus loin, en caractérisant les courants d'eau naturels, on fera l'essai de tirer profit de ce résultat.

Le Calcul des Variations manquant de fournir la solution pour le cas $\alpha_0 < 90$, on est amené à considérer et à comparer entre eux les profils qui rappellent le plus la forme des périmètres des courants d'eau. Ce sont le cercle et la parabole. Trouvons le périmètre mouillé d'un segment de cercle distingué par F et α_0 donnés. (Voir le croq. Nr. 4).



Nr. 4

Le périmètre mouillé $\chi_s = 2r\alpha_0$, $\chi_s^2 = 4r^2\alpha_0^2$,

$$F = r^2\alpha_0 - r \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 = \frac{r^2}{2} (2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0) = \frac{Q}{v}, \quad r =$$

$$= \sqrt{\frac{2Q}{v(2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0)}}$$

$$\chi_s^2 = \frac{8\alpha_0^2 F}{2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}. \quad \text{Posons } F=1, \text{ alors: } \chi_s = \alpha_0 \sqrt{\frac{8}{2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}} \quad (15)$$

Si la section transversale est parabolique, on a le système des équations :

$$a) F = \frac{4}{3} x_1 y_1$$

$$b) y^2 = 2 p x, 2 y dy = 2 p dx, \frac{dy}{dx} = \frac{p}{y}$$

$$c) \left(\frac{dx}{dy} \right)_{x=x_1} = \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{y_1}{p}$$

La dernière équation donne lieu à $y_1 = \operatorname{tg} \alpha_0 p$. Si l'on remplace par cette valeur les y_1 de (a) et de (b), on a : $F = \frac{4}{3} x_1 p \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{2}{3} \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot 2 p x_1$ et $\operatorname{tg}^2 \alpha_0 p^2 = 2 p x_1$, d'où il résulte que $F = \frac{2}{3} \operatorname{tg} \alpha_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0 p^2 = \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 \alpha_0 \cdot p^2$,

$$p^2 = \frac{3F}{2 \operatorname{tg}^3 \alpha_0}, p = + \sqrt{\frac{3F}{2 \operatorname{tg}^3 \alpha_0}}$$

(le paramètre de la parabole p comme fonction de F et α_0 donnés). Le périmètre mouillé d'un lit parabolique χ_p peut être exprimé :

$$\chi_p = 2 \int_0^{y_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy} \right)^2} dy, \frac{dx}{dy} = \frac{y}{p} = z \text{ d'après (b);}$$

$$dy = p dz \text{ et } \chi_p = 2 \int_0^{y_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy} \right)^2} dy = 2p \int_0^{z_1} \sqrt{1 + z^2} dz =$$

$$= 2p \left[\frac{z}{2} \sqrt{1 + z^2} + \frac{\ln}{2} (z + \sqrt{1 + z^2}) \right]_0^{y_1/p} =$$

$$= 2p \left[\frac{y_1}{2p} \sqrt{1 + \frac{y_1^2}{p^2}} + \frac{\ln}{2} \left(\frac{y_1}{p} + \sqrt{1 + \frac{y_1^2}{p^2}} \right) \right]$$

Mais $\left(\frac{dx}{dy} \right)_{x=x_1} = \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{y_1}{p}$ d'après (C) et c'est pour cela que

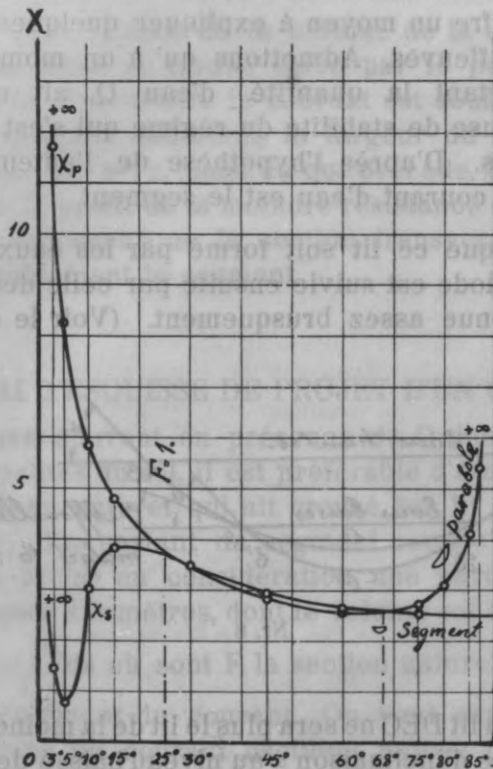
$$\chi_p = p [\operatorname{tg} \alpha_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0} + \ln (\operatorname{tg} \alpha_0 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0})].$$

On pose également, pour raisons de comparaison, $F = 1$ et on a :

$$\chi_p = \sqrt{\frac{3}{2 \operatorname{tg}^3 \alpha_0}} [\operatorname{tg} \alpha_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0} + \ln (\operatorname{tg} \alpha_0 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0})] \quad (16)$$

La perte d'énergie $P = \frac{Q^2}{R^2} \frac{\chi'^{1/3}}{F^{10/3}} (S_2 - S_1)$, comme l'on a vu dans ce qui précède. La dernière expression fournit pour

$\chi = \left(\frac{k}{Q}\right)^{3/2} \cdot \frac{F^{0,4}}{(S_2 - S_1)^{3/4}} \cdot P^{3/4} = nP^{3/4}$ où n est le coefficient de proportionnalité. $n = \left(\frac{k}{Q}\right)^{3/2} \cdot \frac{F^{0,4}}{(S_2 - S_1)^{3/4}} \cdot S_2 - S_1$, la distance entre les sections finales du courant d'eau, étant arbitraire, posons la 1, $S_2 - S_1 = 1$. Alors F étant 1, coefficient de proportionnalité $n = \left(\frac{k}{Q}\right)^{3/2}$, on peut toujours trouver la pleine expression de P après avoir calculé χ , $P = \left(\frac{\chi}{n}\right)^{4/3}$. C'est pour cela qu'on se borne à construire les courbes de χ_s et de χ_p pour comparer le segment et la parabole en ce qui concerne la perte d'énergie. Les courbes (χ comme fonction de α_0) sont représentées par le diagramme Nr. 5. On s'aperçoit des grands avantages à cet égard



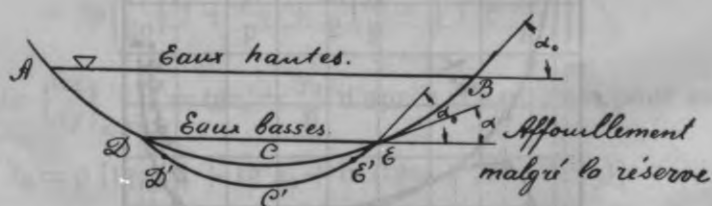
Nr. 5

qui distinguent le segment vis-à-vis de la parabole, C'est avec peine que celle-ci dispute une préférence au segment pour les angles d'inclinaison entre $25^\circ \leq \alpha_0 \leq 68^\circ$. Pour des angles voisins de $\alpha_0 = 90^\circ$ la préférence du segment est indiscutable.

Comme l'on a constaté, l'expression analytique de la forme du périmètre mouillé reste inconnue et il n'y a pas de moyen pour la déterminer, excepté le cas extrême lorsque $\alpha_0 = 90^\circ$. Néanmoins, vus les avantages qu'offre le segment au point de vue de la résistance au courant, on peut supposer que la vraie forme du périmètre mouillé soit sensiblement voisine de celle du segment et l'auteur opère, dans ce qui suit, avec le segment, comme la forme la plus naturelle pour les lits des courants d'eau dans le sol mobile.

La courbe χ_s montre aussi une qualité remarquable, elle va en descendant vers son bout, vers la valeur de l'angle $\alpha_0 = 90^\circ$. Cette qualité offre un moyen à expliquer quelques phénomènes du régime des fleuves. Admettons qu'à un moment donné le fleuve, transportant la quantité d'eau Q, ait un lit stable, déterminé, à cause de stabilité du régime qui s'est établi depuis assez longtemps. D'après l'hypothèse de l'auteur, la section transversale du courant d'eau est le segment.

Admettons que ce lit soit formé par les eaux hautes de la crue. Cette période est suivie ensuite par celle des eaux basses qui soit intervenue assez brusquement. (Voir le croquis Nr. 6)



Nr. 6

Alors le nouveau lit DEC ne sera plus le lit de la moindre résistance parce que l'angle d'inclinaison α au niveau baissé des eaux, formé par la tangente au point E à la courbe, n'est pas l'angle d'inclinaison

son du talus naturel pour le sol donné. Il est notamment inférieur à α_0 , $\alpha < \alpha_0$, et c'est pour cela que le courant doit se concentrer en formant le périmètre $D^1E^1C^1$ par l'affouillement. Mais pour les eaux hautes de la prochaine période de la crue le périmètre $ADD^1C^1E^1EB$ n'est pas le profil de la moindre résistance, et le dépôt des matériaux charriés par le courant se produira jusqu'à ce que l'excavation $DD^1C^1E^1E$ soit comblée. C'est de cette manière que l'affouillement et le dépôt succéderont l'un à l'autre ce qu'on peut aisément observer dans la vie des fleuves. En un mot, tout écartement du profil de la moindre résistance, soit par l'excavation, soit par le dépôt des matériaux, soit par l'écartement de l'angle d'inclinaison α_0 de sa valeur extrême, sera suivi par la transformation du lit jusqu'à ce que le profil de la moindre résistance soit atteint, après quoi toute transformation cessera. Ce sont les conséquences qu'on peut tirer de la loi du segment, comme base du régime des courants d'eau dans le sol mobile.

Quand les eaux hautes de la période de la crue sont baissées, le courant d'eau se trouve serré par le périmètre du lit auparavant formé, c'est-à-dire le courant est soumis à quelques liaisons: pour Q assez différents la largeur du courant varie relativement peu. On a vu, [dans ce qui précède, que, la largeur étant invariable, le profil de la moindre résistance est le segment. On peut donc supposer [que la section transversale des eaux basses soit sensiblement le segment.

III. ESSAI D'ESQUISSE DE PROJET D'UN CANAL.

On se trouve souvent en présence de Q donné. En ce qui concerne les qualités du sol, il est préférable d'étudier le régime d'un courant d'eau naturel qui ait creusé son lit dans un sol de pareille qualité. En partant du segment comme section idéale de courant, on prend en considération une partie de courant, longue de quelques kilomètres, dont le volume est calculé d'après la formule: $W = \int_{s_1}^{s_2} F ds$ où sont F la section naturelle variable du courant, ds — l'élément du courant. On peut supposer que les aires des sections du courant oscillent autour de celle de la section théorique, supposée en forme de segment.

Les écartements de cette aire autant positifs que négatifs, sont également possibles. S' il en est ainsi, le théorème connu sur la grandeur la plus probable, comme moyenne arithmétique des résultats des mesurages particuliers, y est applicable. En ce qui concerne la largeur du courant au niveau, la même hypothèse, paraît-il, est applicable, et on égale l'aire du miroir du courant entre les sections finales à celle d'un rectangle, dont la longueur est $(S_2 - S_1)$ mais la largeur B_0 constante, $B_0 = 2r \sin \alpha_0$. On a

$$\text{maintenant la relation: } F \text{ seg.} \times (S_2 - S_1) = W = \int_{S_1}^{S_2} F ds; \int_{S_1}^{S_2} B ds = B_0 (S_2 - S_1)$$

où B est la largeur variable du courant. $F \text{ seg.} = r^2 \alpha_0 - r^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0$

$$\cos \alpha_0 = r^2 (\alpha_0 - \sin \alpha_0 \cos \alpha_0) = \frac{r^2}{2} (2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0) = \int_{S_1}^{S_2} F ds. \quad (\text{a}) \quad (\text{Voir}$$

le croq. Nr. 4). $B_0 (S_2 - S_1) = 2r \sin \alpha_0 (S_2 - S_1) = \int_{S_1}^{S_2} B ds; B_0^2 (S_2 - S_1)^2 =$

$$= 4r^2 \sin^2 \alpha_0 (S_2 - S_1)^2 = \left(\int_{S_1}^{S_2} B ds \right)^2 \quad (6). \quad \text{Si l'on remplace } r^2 \text{ de (a)}$$

par r^2 de (6), on a: $\frac{(\int_{S_1}^{S_2} B ds)^2 (2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0)}{2.4 \sin^2 \alpha_0 (S_2 - S_1)^2} = \int_{S_1}^{S_2} F ds; \frac{2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} =$

$$= \frac{8(S_2 - S_1)^2 \int_{S_1}^{S_2} F ds}{(\int_{S_1}^{S_2} B ds)^2} \quad \text{d'où l'on calcule la valeur de } \alpha_0. \quad \text{On calcule } \alpha_0 \text{ à}$$

l' aide du diagramme $\frac{2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} = f(\alpha_0)$ qu'on construit aupara-

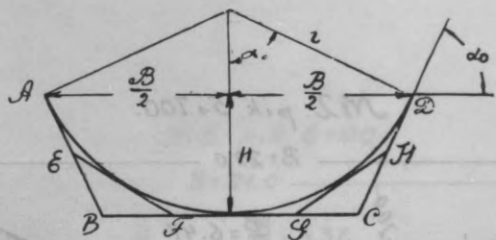
vant. Sur cette valeur de α_0 on base le calcul de la section transversale du canal en question. Il est aussi utile de mesurer Q pour le courant à étudier (Musterstrecke) afin de disposer de la valeur de vitesse qu'on pourrait admettre dans le canal à construire. Alors on a les données: Q , V_{admis} et α_0 qui donnent lieu aux relations: $Q = F v_{\text{ad}}; v_{\text{ad}} = k R^{2/3} J^{1/2}$.

Ce système d'équations détermine les valeurs r et $J, f(\alpha_0)$ étant donné, après quoi tous les éléments du canal sont connus, à moins qu'on n'ait pas recours à la consolidation des talus et du sol du canal quand ces relations ne sont pas obligatoires. Le cours

du calcul est: $F = \frac{Q}{V_{ad}} = \frac{r^2}{2} (2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0)$ d'où on aura $r \cdot V_{ad} =$
 $= kR^{2/3} J^{1/3}$ fournira alors J :

$$J = \left(\frac{V_{ad}}{kR^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{V_{ad}}{k} \frac{r^2}{2} \cdot \frac{(2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0)}{2r\alpha_0} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{V_{ad} \cdot 4\alpha_0}{kr(2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0)} \right)^2 \text{ (Voir le croq)}$$

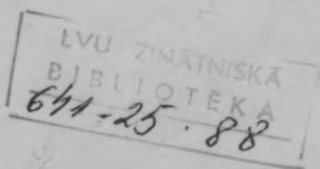


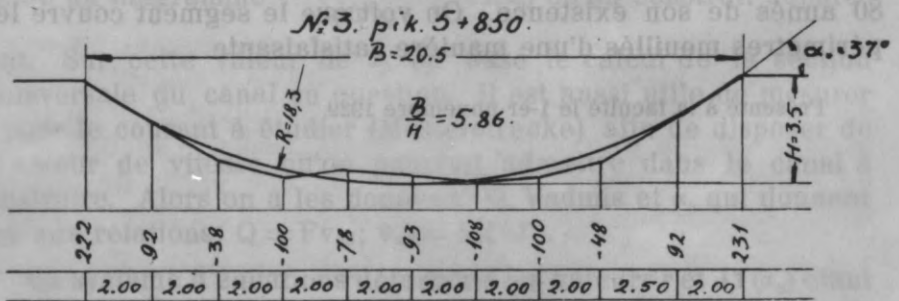
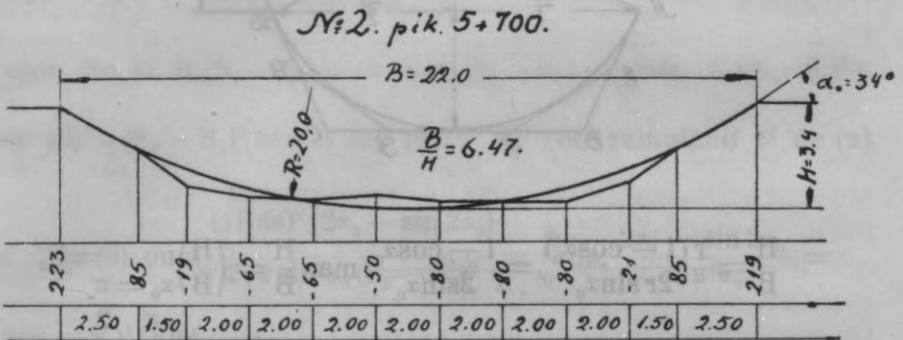
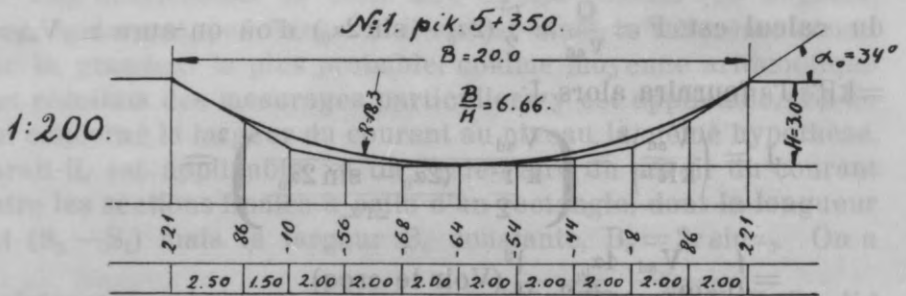
$$\frac{H}{B} = \frac{r(1 - \cos \alpha_0)}{2r \sin \alpha_0} = \frac{1 - \cos \alpha_0}{2 \sin \alpha_0}; \max \frac{H}{B} = \left(\frac{H}{B} \right)_{\alpha_0 = \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

Le profil qu'on creuse est le trapèze ABCD ou le pentagone AEFHGD. C'est à l'eau de débrutir les coins des polygones.

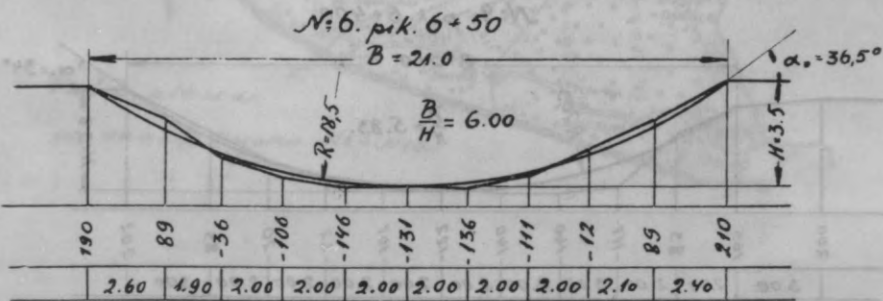
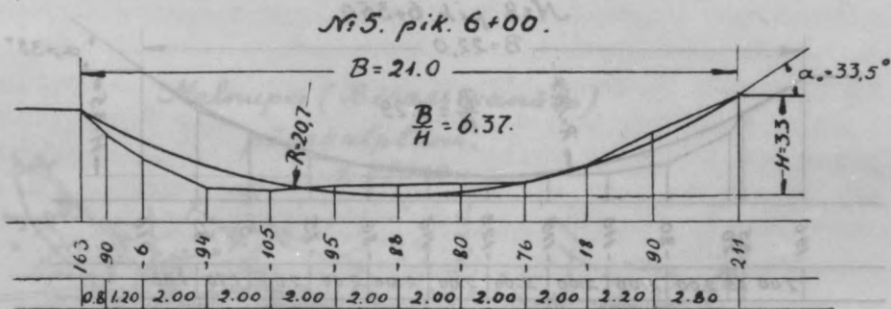
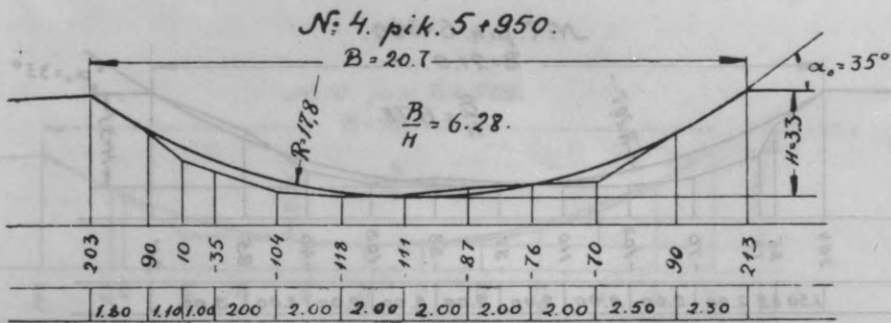
Je joins à ce qui précède quelques profils pris d'un vieux canal en Lettonie (Melnupe en Courlande) qui compte plus de 80 ans de son existence. On voit que le segment couvre les périmètres mouillés d'une manière satisfaisante.

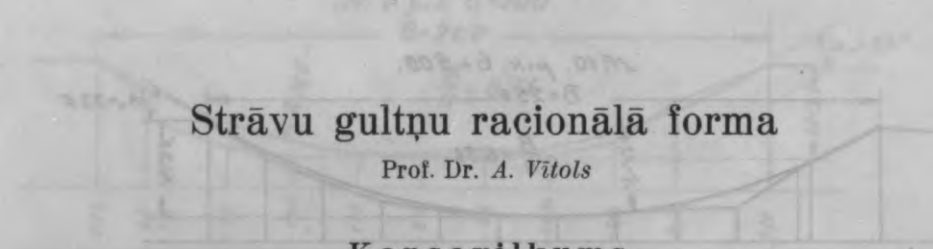
Présenté à la faculté le 1-er novembre 1929.





59-25-118





Strāvu gultņu racionālā forma

Prof. Dr. A. Vitols

Kopsavilkums

Visos laikos un vēl arī tagad hidrotehniķus un hidraulikus interesē jautājums, kāda ir tekošo ūdeņu: upju, kanāļu, grāvju dabiskā forma.

Rokot kanāļus un grāvjus, mēs šim gultnēm piešķīram poligonu kontūras, labi zinādāmi, ka strāva šīs kontūras nenostiprinātā veidā necietīs un pārveidos uz kāda hidrotehniķiem līdz šim vēl nezināma likuma pamata. Šī likuma pētīšana dabiskos apstākļos ārkārtīgi grūta. Dabiskie apstākļi ar savu dažādību: gultnes materiāla heterogenitāti, strāvas ļoti komplicēto mehānismu, dinamiku un citiem apstākļiem, aizsedz pētnieka acīm un aptumšo parādības pamatschemu, tā ka atrast likumību šinī raibā chaosā ir grūti. Pat laboratorijas apstākļi neveicina jautājuma noskaidrošanu.

Tā kā jautājums ir ne tikai teoretiskas dabas, bet viņam ir vēl lielāka nozīme hidrotehnikas praksē, kur uz katra soļa nākas izšķirt jautājumu, kādu veidot kanāli, kādu piešķirt profilu regulējamam upes gabalam, tad daudzi autori mēģinājuši uzstādīt empirisku sakarību starp strāvas gultnes elementiem.

Sakarā ar šo sevišķi var minēt 2 autoru vārdus: upju hidrauliku tēvu Fargue'u, kas nodarbojies ar sakarību uzstādīšanu starp upes gultnes elementiem, lai tādā ceļā dotu pamatus upes regulēšanai, — un Kreuteru, kas mēģinājis dot mākslīgo kanāļu gultņu kontūru uz-būves paņēmienus. Pedējais autora tematam tuvāks, kādēļ viņš iesāk rakstu ar Kreutera empiriskās formulas iztirzāšanu.

Veidojot uz Kreutera formulas pamata strāvas gultni ar nepārtrauktu perimetru, autors nāk pie slēdziena, ka tas nav iespējams. Autors uzstāda tādēļ savu teoriju, izejot no principa, ka strāva, kas nav ietverta iepriekš veidotā gultnē, veido pēdējo ar noteikumu, ka viņa patērē gultnes pretēstības pārvarēšanai vismazāko iespējamo savas

enerģijas daļu (minimālās pretešķības princips *)). Šis princips noved autoru pie variāciju rēķinu problēmas. Pēdējai ir atrisinājums tikai pie dabiskas nogāzes leņķa (natürlicher Böschungswinkel) $\alpha_0=90^\circ$, t. i. robeža, kur grunts izskalojamība beidzas, kad meklejamais perimetrs ir pusripa. Pārējiem leņķiem autors nav atradis atrisinājumu. Atrisinājuma neiespējamību ir arī apstiprinājis pazīstamais zinātnieks R. Courant's Göttingā. Ja ievēd papildu noteikumu, ka strāvas platums B paliek konstants, tad atkal rodas atrisinājums ripas segmenta veidā.

Tālāk autors salīdzina no enerģētiskā viedokļa divus gultņu perimetrus, kuriem rādās būt tuvi dabisko strāvu perimetri. Tie ir min. ripas segmenta un paraboliska šķeliena perimetri. Segmenta priekšrocības (skat. 6. skic. 114. lp.) ir neapšaubāmas, kādēļ autors ieteic par praktisko profilu ripas segmentu. Tālāk viņš rāda, ka dabiskas nogāzes leņķi α_0 var atrast, novērojot dabisko strāvu elementus, un kā uz gūtā novērojumu materiāla pamata sastādīt kanāļu projektus.

Autora minimālās pretešķības princips pielaiž ērtu tās parādības izskaidrojumu, ko novērojam, līmenim upēs svārstoties. Katrs līmenis veido sev minimālās pretešķības gultni, kas nākamam līmenim tāda vairs nav, kādēļ upēs jānovēro pastāvīgs gultnes transformācijas process, kas patiesībā arī tā ir: gultņu nosēdumiem seko viņu izskalošana pie zemiem līmeņiem un otrādi.

Autors pievieno savam pētījumam vairākus veca Kurzemes kanāļa — Melnupes — profilus, kas apmierinošā kārtā klājas ar segmentu un apstiprina viņa teoriju.

Slēdziens.

1) Tīri empiriska strāvu gultņu formas noskaidrošana izskalojamā gruntī, ņemot vērā dabiskos apstākļus, kā grunts neviengabalainību (heterogenitāti) un strāvas komplicēto mehānismu, ir ārkārtīgi grūta un nezin vai vispār būs iespējama. Ņemot šo vērā, būtu jāņem palīgā dedukcija, kas, balstoties uz zināmiem jau hidraulikā

*) Mehanikā atrodam viņam analogu, pazīstamā Hamiltona minimālās akcijas principa veidā.

valdošiem atzinumiem un ievēdot kādu dabisku principu, dotu iespēju noskaidrot parādības pamatschemu, kas tad noderētu par pamatu tālākajiem pētījumiem.

2) Pieņemot, kā dabisku principu strāvas īpašību — veidot sev gultni, kas rada tecei vismazāko iespējamo pretestību, un izejot no tagadnes hidraulikā valdošās strāvas paralēlisma teorijas, kuŗa empiriski koriģēta apmierinošā kārtā atrisina praktiskas hidraulikas vajadzības, var nonākt pie gultnes kontūras nolīdzinājuma variācijas rēķinu simbolos.

3) Šis nolīdzinājums, par noželošanu, pagaidām vispārēja veida nav atrisināms, un izskalojamā gruntī gultnes kontūras analitiskā izteiksme nav zināma, izņemot robežgadījumu $\alpha_0 = \pi/2$.

4) Ņemot vērā tomēr ripas segmenta īpašības ar kuŗām tas tuvojas meklējamai kontūrai, jādoma, ka meklējamā likne — vismaz prāviem dabisko nogāžņu leņķiem — tuva riņķa aplocei, kādēļ mākslīgie kanāļi būtu jāveido kā ripas segmenti, ap kuŗiem aprakstīts kāds praktisks poligons.

Condition essentielle à suivre pour s'assurer des valeurs les plus exactes du coefficient de rugosité

Par le professeur Dr. Ing. *Alfreds Vītols*

On sait que le fonctionnement convenable des ouvrages hydro-techniques est dû, en grande partie, au juste choix du coefficient de rugosité qui suivant la nature des parois du lit, subit des changements considérables. Par exemple, le coefficient de Bazin varie de 0,06 jusqu'aux valeurs dépassant 1,75, d'après le tableau dressé par l'auteur. En se servant, pour la formule de Chézy $V = C\sqrt{Ri}$, de l'expression de C d'après la formule de Bazin, on aura

$$V = C\sqrt{Ri} = \frac{87 \cdot \sqrt{Ri}}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} = \frac{87 R\sqrt{i}}{\sqrt{R} + \gamma}$$

Le rapport des vitesses moyennes pour deux valeurs voisines de γ , par exemple, pour $\gamma_1 = 0,85$ (parois de nature mixte; sections en terre très régulières; rigoles revêtues de perrés) et pour $\gamma_2 = 1,30$ (canaux en terre dans des conditions ordinaires) serait:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{R} + \gamma_2}{\sqrt{R} + \gamma_1} = \frac{\sqrt{R} + 1,30}{\sqrt{R} + 0,85}$$

Comme l'on voit, ce rapport est la fonction de R, et plus la grandeur de R sera petite, plus le rapport deviendra grand. Si l'on posait $R = 0,5$ mtr, valeur assez réelle dans la pratique hydrotechnique, on aurait:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(\sqrt{R} + 1,30)}{(\sqrt{R} + 0,85)}_{R=0,5 \text{ m}} = \frac{0,70 + 1,30}{0,70 + 0,85} = \frac{2,00}{1,55} = 1,3,$$

c'est-à-dire une erreur environ de 30% est possible.

Si l'on a affaire à un courant déjà existant (fleuve, rivière), on peut trouver par l'expérience les valeurs correspondantes des γ sur lesquelles on base ensuite un projet d'amélioration de régime, (abaissement de niveau etc.). Toutefois, les points de vue sur cette question diffèrent: les Estoniens, dans leur projet de l'abaissement du niveau du lac Peipus, ont accepté des valeurs des coefficients de rugosité sur le fleuve Narova réduites par rapport à celles qu'on a trouvées par l'évaluation immédiate, malgré une sensibilité considérable de ces coefficients à la cubature des masses à enlever. (Voir le rapport de l'ing. Tilzen au II. Congrès d'Hydrologie à Tallinn 1928: „Die hydraulischen Grundlagen der Senkung des Peipussees um 0,3 mtr“). Le projet de la régulation du niveau du lac Boden est basé sur les coefficients trouvés par l'expérience, sans aucune réduction. Il paraît que, par raisons de réserve, pour assurer les résultats prévus par le projet, en pleine mesure, il serait préférable de renoncer, à n'importe quelle réduction des dits coefficients, d'autant plus que l'enlèvement des rochers, en les faisant sauter, ne pourrait aucunement influencer la réduction des coefficients de rugosité. En effet, dans quelle mesure un seuil léché et uni par le courant pendant des siècles, pourrait-il activer une résistance plus considérable que celle qui s'établirait après l'enlèvement du seuil quand le fond du fleuve deviendra accidenté et rude? Animés par les mêmes raisons, les auteurs du projet de l'abaissement du niveau du lac Luban en Lettonie ont profité des valeurs des coefficients de rugosité immédiatement trouvées par l'expérience.

Or, pour trouver cette valeur caractéristique du coefficient de rugosité, on est amené à produire des mesurages des éléments hydrauliques du courant parmi lesquels il y en a de très délicats — c'est la chute du niveau du courant qui d'ordinaire est une petite valeur susceptible aux erreurs de mesurage.

C'est une raison de plus pour faire reproche à la formule connue de Ganguillet et de Kutter, qui se sont servi en grande partie des données qui ressortaient du nivellement de la partie inférieure, à faible pente, du Missisipi, ou l'erreur relative de nivellement devait être considérable. Les mesurages des débits Q également y laissent beaucoup à désirer: on les a calculés d'après les données sur les vitesses mesurées à l'aide des flotteurs jetés à l'eau aux différents points du courant.

Enfin, comment expliquer la surprenante multitude des formules

empiriques pour le coefficient de Chézy dont abondent les cours d'Hydraulique et qui ne cessent d'apparaître; n'est-ce pas — en partie au moins — une conséquence de la négligence des erreurs du mesurage?

Passons en revue quelques méthodes d'évaluation du coefficient de rugosité pratiquées jusqu'ici. C'est au Congrès d'Hydrologie des Etats Baltiques à Tallinn, 17—22 juin 1928, qu'à l'ordre du jour y figurait la question de l'évaluation de ce coefficient. Les voix y laissaient entendre (le rapport de Tilzen) que les méthodes jusqu'alors employées amenaient à de faux résultats. La proposition de Tilzen vise à appliquer à un espace de fleuve assez considérable la pleine formule de Bernoulli, établie pour le courant découvert, pour que la chute absolue n'atteigne pas une valeur moindre de $H=25$ cm (Voir „Verhandlungen und Beschlüsse der II. Baltischen hydrologischen und hydrometrischen Konferenz, Tallinn, 1928“, page 17). Cette proposition mérite d'être remarquée, comme la première démarche pour parer aux erreurs relatives du nivellement.

Nous tâcherons ici de montrer que la proposition de Tilzen doit être corrigée et mise en plein accord avec la théorie générale des erreurs.

Pour traiter la question dans toute son ampleur, il faut faire une observation préalable historique, sur l'équation de Bernoulli, qui est la base de l'Hydraulique contemporaine.

L'équation de Bernoulli s'écrit sous la forme générale:

$$y_n - y_0 = \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} + \int_{S_0}^{S_n} \frac{V^2}{C^2 R} ds$$

où signifient:

y_n et y_0 , les ordonnées du niveau du courant aux deux sections transversales limitant l'espace choisi du courant;

V_n et V_0 , les vitesses moyennes de ces sections;

g l'accélération de la pesanteur;

C le coefficient de Chézy;

$R = F/\chi$, le rayon hydraulique (le rayon moyen) où F est l'aire de la section transversale et χ , le périmètre mouillé;

ds , l'espace du courant entre deux sections transversales du courant, infiniment proches l'une de l'autre.

L'équation ci-dessus est basée sur l'hypothèse des sections planes du père de l'Hydraulique D. Bernoulli, c'est-à-dire que tous les points d'une section quelconque sont animés par la même vitesse, de sorte que tous les points d'une section parcourent les mêmes distances et que les sections se déplacent en demeurant planes. C'est le point de départ des anciens hydrauliciens: Bélanger, Poncelet, Navier et de quelques autres. L'idée des sections planes ne correspondant pas à la réalité, le coefficient de rugosité, contenu dans l'expression du coefficient de Chézy C , avait la double mission: de rendre compte de la rugosité du lit et, d'autre part, de corriger l'hypothèse peu réelle. Et voilà que se trouvèrent des savants qui se mirent à corriger l'équation établie.

Coriolis (voir An. P. et Ch. 1836, I. Sem. page 314) fut le premier, qui rendit compte des vitesses locales des points d'une section. Il laissa à l'écart la question suivante: pouvait on conserver dans des conditions du mouvement varié, l'expression de la perte d'énergie, établie pour le mouvement uniforme. Ses recherches amenèrent Coriolis à introduire un coefficient correctif α pour l'expression de l'énergie cinétique du courant, de sorte qu'on écrivait

$$\alpha \left(\frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_o^2}{2g} \right).$$

Ce coefficient α , dépendant de la loi de changement des vitesses locales dans une section, en réalité varie d'une section à l'autre; par conséquent, il n'est pas constant. Or, sa valeur, dans des conditions ordinaires, variant entre 8,5% et 15% (voir Dr. R. von Mises, *Elemente der Technischen Hydromechanik*, 1914, S. 155, et В. Бахметев; *О неравномерном движении в открытом русле*, 1912, page 11 et 12), on néglige non seulement cette variation, mais aussi très souvent sa petite valeur en comptant $\alpha = 1$.

Coriolis n'avait attribué aucune attention au terme de l'équation de Bernoulli représentant la perte de l'énergie par la résistance aux parois du lit, en égalant ces termes dans le mouvement uniforme et varié. C'est Boussinesq, qui fait encore une démarche en avant en étudiant le problème de résistance (voir *Théorie des Eaux Courantes*, Boussinesq). Boussinesq parvient à obtenir une expression complémentaire pour le terme de résistance, qui étant fonction de $\frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2g} \right)$, s'additionne au terme d'énergie cinétique de sorte que

celui-ci est multiplié par un nouveau coefficient α^1 dont la valeur numérique, ce qui est surtout remarquable, diffère peu de celle du coefficient de Coriolis α . Le résultat numérique des recherches de Coriolis et de celles de Boussinesq différant peu, une grande différence en principe discerne les deux équations: le terme de résistance dans l'équation de Boussinesq est celui du mouvement uniforme.

Nous passons à la suivante perfection de l'équation de Bernoulli qui est d'assez fraîche date: elle date de la Conférence Mondiale de l'Énergie, à Bâle en 1926, et qui est due à l'ingénieur Suisse Dr. Strickler.

Il y a longtemps qu'on avait constaté le fait que l'énergie cinétique ne se restitue pas complètement en énergie potentielle, quand l'accroissement d'énergie est négatif, une certaine partie en étant consommée par le procès de restitution. Cette partie étant inconnue, par raisons de réserve du calcul, on supposait la perte complète, ce qui équivalait à évaluer l'accroissement négatif d'énergie cinétique à 0.

Dr. Strickler tenait à trouver des moyens sûrs pour fixer les points d'installation des usines hydro-électriques assurant la profondeur navigable sur la longueur de tout le bief limité par deux usines voisines. Ses observations l'ont amené à poser le coefficient restituatoire $\beta = 2/3$ environ

$$\text{si } \frac{V^2_1}{2g} - \frac{V^2_{i-1}}{2g} < 0 \text{ et } \beta = 1 \quad \text{si } \frac{V^2_1}{2g} - \frac{V^2_{i-1}}{2g} > 0.$$

C'est de cette manière que les coefficients de Coriolis et de Boussinesq sont remplacés par celui de Strickler β . En même temps Strickler préconise la formule de Manning pour le coefficient de Chézy C qui est $c = kR^{1/6}$.

L'équation de Bernoulli corrigée par Strickler s'écrit sous la forme:

$$y_n - y_0 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\beta}{2g} (V^2_i - V^2_{i-1}) + \sum_{i=1}^{i=n} \int_{s_{i-1}}^{s_i} \frac{V^2}{K^2 R^{1/3}} \cdot ds$$

ou bien, V remplacée par $V = \frac{Q}{F}$

$$y_n - y_0 = \frac{Q^2}{2g} \sum_{i=1}^{i=n} \beta \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) + \frac{Q^2}{K^2} \sum_{i=1}^{i=n} \int_{s_{i-1}}^{s_i} \frac{\chi^{1/3}}{F^{10/3}} \cdot ds$$

Pour les courants naturels, il n'y a pas de moyen de calculer $\int_{S_{i-1}}^{S_i} \frac{\chi^{4/3}}{F^{10/3}} ds$ autrement que par la loi de trapèze, c'est-à-dire on pose:

$$\int_{S_{i-1}}^{S_i} \frac{\chi^{4/3}}{F^{10/3}} ds = \left(\frac{\chi_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} + \frac{\chi_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} \right) \frac{(S_i - S_{i-1})}{2}$$

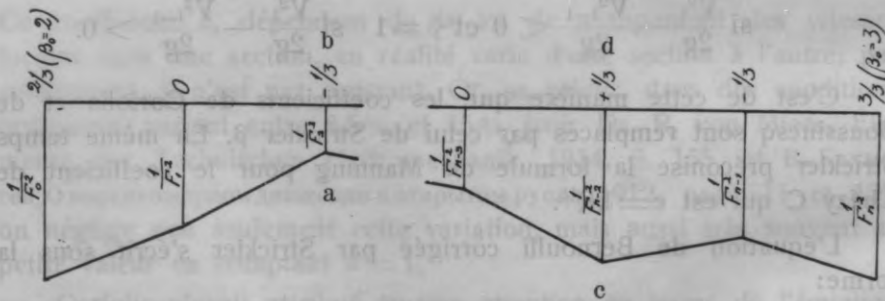
où $S_i - S_{i-1}$ est l'espace entre deux sections voisines assez proches. En tenant compte de ces transformations, on peut transcrire l'équation de Bernoulli-Strickler:

$$\frac{y_n - y_0}{Q^2} = \frac{1}{2g} \sum_{i=1}^{i=n} \beta \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) + \frac{1}{2K^2} \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\chi_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} + \frac{\chi_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} \right) (S_i - S_{i-1})$$

dont il faut se servir pour calculer le coefficient de rugosité K, qui est une valeur inconnue.

Le terme $\sum_{i=1}^{i=n} \beta \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right)$ admet une simplification.

En effet, traçons du niveau du courant, vers le bas, en forme d'ordonnées, les valeurs correspondantes de $\frac{1}{F_i^2}$, alors on aura le croquis ci-dessous



Si l'on développe l'expression $\sum_{i=1}^{i=n} \beta \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right)$, on trouve que d'après Strickler

$$\sum_{i=1}^{i=n} \beta \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{1}{F_i^2} + \frac{\beta_n}{3} \cdot \frac{1}{F_n^2} - \frac{\beta_0}{3} \cdot \frac{1}{F_0^2}$$

où les ordonnées qui unissent les cimes au niveau (p. a, b) se multiplient avec $-1/3$, mais celles qui unissent les creux (c, d), avec $+1/3$.

En ce qui concerne les ordonnées extrêmes, quatre combinaisons sont possibles. (Voir le croquis). Il serait intéressant d'étudier l'expression

$$\frac{(1-\beta_n) \frac{1}{F_n^2} - (1-\beta_0) \frac{1}{F_0^2} - \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{1}{F_i^2}}{1000 L} = i_e$$

qui représente la perte d'énergie spécifique et qui, peut être, aurait la qualité de varier entre des limites assez étroites.

En parlant des efforts des hydrauliciens qui ont beaucoup attribué à l'établissement des coefficients de rugosité, il est juste qu'on fasse mention du savant polonais Matakiewicz, qui a publié un mémoire sur le coefficient de Chézy dont fait partie le coefficient de rugosité. D'après Matakiewicz, $V = 34 i^m 1,04 f (T)$ pour les courants naturels et $V = 34 i^m 1,04 f (R)$ pour les canaux et les conduites d'eau (T est la profondeur moyenne). Il est remarquable et engageant que, d'après Matakiewicz, les courants naturels ne se discernent par aucun coefficient de rugosité ou bien celui-ci est le même pour tous les courants et $V = 35,4 i^{0,493+10 i} T^{0,7}$. Pour manipuler avec cette formule, les tableaux correspondants sont dressés par l'auteur. On voit que la formule de Matakiewicz fait partie du groupe de formules de Siedek, Lindboe, Hermanek et de quelques autres.

Pour calculer le coefficient de rugosité par l'expérience, l'équation de Bernoulli-Strickler est la plus adaptée. Mais, avant de passer à l'analyse des conditions d'emploi de cette équation, effleurons une des méthodes les plus employées pour calculer ledit coefficient.

On choisit un espace de courant assez régulier pour qu'on puisse admettre que le courant y ait pris un mouvement assez uniforme; on détermine par le nivellement l'inclinaison moyenne i de cet espace,

puis $h_m = \frac{F}{B}$ où F est l'aire de section transversale du courant,

B sa largeur, puis $V_m = \frac{Q}{F}$ et on calcule $C = \frac{V_m}{\sqrt{h_m \cdot i}} =$

$$KR^{2/3} = kh_m^{1/6},$$

$$K = \frac{V_m}{h_m^{1/2} \cdot i^{1/2} \cdot h_m^{1/6}} = \frac{V_m}{h_m^{2/3} \cdot i^{1/2}}$$

Transformons cette formule pour pouvoir la comparer à l'équation de Bernoulli-Strickler.

$$\text{Alors } K^2 = \frac{V_m^2}{h_m^{4/3} i} = \frac{Q^2(S_2 - S_0)}{F^2 h_m^{4/3} (y_2 - y_0)},$$

$$\frac{y_2 - y_0}{Q^2} = \frac{2}{2K^2} \frac{(S_2 - S_0)}{F^2 h_m^{4/3}}.$$

On voit que l'énergie cinétique est négligée et qu'on a accepté, sur un espace assez court:

$$\frac{2(S_2 - S_0)}{F_1^2 h_1 m^{4/3}} = \sum_{i=1}^{i=3} \left(\frac{\chi_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} + \frac{\chi_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} \right) (S_i - S_{i-1}).$$

Pour $n=3$ et $S_i - S_{i-1} = \text{constans} = \Delta S$ comme d'habitude,

$$\frac{4\Delta S}{F_1^2 h_1 m^{4/3}} = \left(\frac{\chi_0^{4/3}}{F_0^{10/3}} + \frac{2\chi_1^{4/3}}{F_1^{10/3}} + \frac{\chi_2^{4/3}}{F_2^{10/3}} \right) \Delta S \text{ où:}$$

$$\frac{1}{F_1^2 h_1 m^{4/3}} = \frac{1}{4} \left(\frac{\chi_0^{4/3}}{F_0^{10/3}} + \frac{2\chi_1^{4/3}}{F_1^{10/3}} + \frac{\chi_2^{4/3}}{F_2^{10/3}} \right).$$

Cette analyse montre, qu'abstraction faite des erreurs de nivellement qui, sur un espace de quelques centaines de mtr, doivent être assez considérables, la méthode d'ordinaire employée est assez conventionnelle pour qu'on puisse accepter que le coefficient calculé d'après celle-là caractérise la vraie rugosité de lit.

Dans ce qui suit nous montrerons comment réagit K contre les erreurs de mesurage parce que nous comptons que le centre de gravité se trouve ici. Par raisons d'abréviation posons provisoirement:

$$H = \sum_{i=1}^{i=2n} y_i - y_{i-1}, \quad E = \frac{1}{2} g \sum_{i=1}^{i=n} \beta_i \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left\{ \left(\sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{1}{F_i^2} \right) + \beta_n \cdot \frac{1}{F_n^2} - \beta_0 \cdot \frac{1}{F_0^2} \right\} \text{ et}$$

$$S = \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\chi_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} + \frac{\chi_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} \right) \cdot \frac{S_i - S_{i-1}}{2} = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_i \text{ où désignent:}$$

H , la chute absolue du niveau;

$y_i - y_{i-1}$, la différence de hauteur de deux points i et $i-1$;

F_i , la section transversale du courant;

χ , le périmètre mouillé du courant (longueur);

S_i , la distance de la section i d'une section initiale.

$$\omega_i = \left(\frac{\chi_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} + \frac{\chi_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} \right) \left(\frac{S_i - S_{i-1}}{2} \right)$$

$$\text{Alors } \frac{H}{Q^2} = E + \frac{S}{K^2}, \quad K^2 = \frac{S}{H/Q^2 - E}$$

Toutes les valeurs contenues dans cette expression de K^2 , différent de leurs vraies valeurs par les erreurs d'observation, de sorte que les erreurs sont liées par une relation qui ressort de la différentiation de l'expression, en employant au lieu du symbole d celui de signification de l'erreur Δ Alors :

$$2 K \Delta K = \Delta \cdot \frac{S}{\frac{H}{Q^2} - E}$$

Ce qui nous intéresse c'est la valeur relative de l'erreur de K à laquelle on parvient en divisant les deux parties de l'expression (1) par K^2 ce qui donne lieu à :

$$\begin{aligned} 2 \frac{\Delta K}{K} &= \frac{1}{K^2} \cdot \Delta \cdot \frac{S}{\left(\frac{H}{Q^2} - E \right)} = \frac{H/Q^2 - E}{S} \cdot \Delta \cdot \frac{S}{\frac{H}{Q^2} - E} = \Delta \ln \frac{S}{\frac{H}{Q^2} - E} = \\ &= \frac{\left(\frac{H}{Q^2} - E \right)}{S} \cdot \frac{\left(\frac{H}{Q^2} - E \right) \Delta S - S \cdot \Delta \left(\frac{H}{Q^2} - E \right)}{\left(\frac{H}{Q^2} - E \right)^2} = \frac{\Delta S}{S} - \frac{\Delta \left(\frac{H}{Q^2} - E \right)}{\frac{H}{Q^2} - E}; \end{aligned}$$

E ne fait d'ordinaire qu'une petite partie de $\frac{H}{Q^2}$, ne dépassant pas quelques %.

Alors

$$\frac{1}{\frac{H}{Q^2} - E} = \frac{1}{\frac{H}{Q^2} \left(1 - \frac{E}{H/Q^2} \right)} = \frac{1}{H/Q^2} (1 - \alpha)^{-1} \text{ où } \alpha = \frac{E}{H/Q^2} < 1.$$

Après avoir introduit le coefficient correctif $(1 - \alpha)^{-1}$ on aura :

$$\frac{\Delta \left(\frac{H}{Q^2} - E \right)}{\frac{H}{Q^2} - E} = \left(\frac{\Delta H/Q^2}{H/Q^2} - \frac{\Delta E}{H/Q^2} \right) (1 - \alpha)^{-1}$$

$$\Delta H/Q^2 \text{ à son tour donne lieu à } \Delta H/Q^2 = \frac{Q^2 \Delta H - 2Q \Delta Q H}{Q^4},$$

$$\frac{\Delta H}{H/Q^2} = \frac{Q^2}{H} \left(\frac{Q^2 \Delta H - 2Q \Delta Q H}{Q^4} \right) = \frac{\Delta H}{H} - \frac{2 \Delta Q}{Q}$$

et finalement:

$$2(1-\alpha) \frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta S}{S} \cdot (1-\alpha) + \frac{\Delta E}{H/Q^2} + \frac{2 \Delta Q}{Q} - \frac{\Delta H}{H}$$

Désignons par:

δ_K l'erreur moyenne de détermination de K,

M_S l'erreur moyenne de détermination de S,

M_E l'erreur moyenne de détermination de E,

δ_Q l'erreur moyenne de détermination de Q,

M_H l'erreur moyenne de détermination de H.

Alors, comme l'on sait, ces erreurs possèdent la qualité d'être reliées par:

$$4(1-\alpha)^2 \left(\frac{\delta_K}{K} \right)^2 = (1-\alpha)^2 \left(\frac{M_S}{S} \right)^2 + \left(\frac{M_E}{H/Q^2} \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta_Q}{Q} \right)^2 + \left(\frac{M_H}{H} \right)^2$$

Chacune des erreurs désignées par M est à son tour fonction des erreurs moyennes des valeurs composant la fonction correspondante. C'est pour cela que:

$$M_S^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta^2 \omega_i = n \delta_{\omega}^2$$

où δ_{ω} est l'erreur moyenne de détermination de ω_i :

$$\begin{aligned} M_E^2 &= \frac{1}{9} \left\{ \frac{1}{4g^2} \sum_{i=1}^{i=n-1} \left(\frac{\Delta F_i}{F_i^3} \right)^2 + \beta_n^2 \left(\frac{\Delta F_n}{F_n^3} \right)^2 + \beta_o^2 \left(\frac{\Delta F_o}{F_o^3} \right)^2 \right\} = \\ &= \frac{1}{3460} (n-1 + \beta_n^2 + \beta_o^2) \frac{\delta_F^2}{F_m^6} \text{ où } \frac{n-1 + \beta_n^2 + \beta_o^2}{F_m^6} = \\ &= \left(\sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{1}{F_i^6} \right) + \frac{\beta_n^2}{F_n^6} + \frac{\beta_o^2}{F_o^6} \end{aligned}$$

Les erreurs δ_{ω} et δ_F sont dépendantes l'une de l'autre, toutes deux étant fonctions des erreurs de mesurage de quelques longueurs au moyen desquelles on calcule les expressions de ω_i et de F_i

Passons à l'erreur la plus étudiée et à laquelle on attribue le plus d'attention. C'est l'erreur de nivellement. L'erreur moyenne de cette opération est:

$$M_H^2 = \sum_{i=1}^{i=2n} \Delta^2 (y_i - y_{i-1}) = 4n \delta_m^2$$

où δ_m est l'erreur moyenne commise en lisant les chiffres indiquant la hauteur.

Le nombre n est relié à celui de kilomètres par $100n = L/1000$ d'où il suit que $n = 10L$ et c'est pour cela que:

$$4(1-\alpha)^2 \left(\frac{\delta_k}{K}\right)^2 = \frac{(1-\alpha)^2 10L \delta_\omega^2}{S^2} + \frac{10L-1+\beta_n^2+\beta_0^2}{3460 F_m^4 \left(\frac{H}{Q^2}\right)^2} \cdot \left(\frac{\delta_F}{F_m}\right)^2 + \frac{40L \delta_m^2}{H^2} + 4\left(\frac{\delta_Q}{Q}\right)^2 \dots \dots (1)$$

On peut représenter S et H comme fonctions de L en introduisant i , l'inclinaison moyenne de niveau. Il est aussi avantageux de remplacer Q par $Q = F_m \cdot V_m$ où V_m varie pour les courants d'eau entre des limites plus étroites que Q . Alors:

$$S = \frac{\chi^{4/3}}{F^{10/3}} L \cdot 1000; H = L \cdot 10^6 i \text{ (en mm)}$$

$$4n \delta_m^2 = 40 \delta_m^2 L = (2\sqrt{10} \delta_m)^2 L = \delta^2 L$$

où $\delta = 2\sqrt{10} \delta_m$ est l'erreur moyenne de nivellement par kilomètre, normalisée souvent par les instructions. Alors (1) prend la forme:

$$4(1-\alpha)^2 \left(\frac{\delta_k}{K}\right)^2 = \frac{(1-\alpha)^2 10L \delta_\omega^2}{\left(\frac{\chi^2}{F^5}\right)^{4/3} 10^6 L^2} + \frac{(10L-1+\beta_n^2+\beta_0^2)}{3460 L^2 10^6 i^2} \left(\frac{\delta_F}{F_m}\right)^2 + \frac{\delta^2 L}{L^2 10^{12} i^2} + 4\left(\frac{\delta_Q}{Q}\right)^2 = \frac{(1-\alpha)^2 10 \delta_\omega^2}{\left(\frac{\chi^2}{F^5}\right)^{4/3} 10^6 L} + \frac{(10 + \frac{\beta_n^2 + \beta_0^2 - 1}{L}) V_m^4}{3460 L 10^6 i^2} \cdot \left(\frac{\delta_F}{F_m}\right)^2 + \frac{\delta^2}{L 10^{12} i^2} + 4\left(\frac{\delta_Q}{Q}\right)^2 \dots (2)$$

La conclusion générale qu'on peut aisément faire, c'est: 1) que,

$$(1-\alpha) \frac{\delta K}{K L} = \infty = \frac{\delta Q}{Q}$$

que plus grand est le nombre de kilomètres L , plus précise est la

valeur de K ; 2) qu'il est impossible d'exiger l'exactitude de détermination de K dépassant celle de Q .

Il paraît que dans les circonstances ordinaires on pourrait négliger $\left(\frac{M_s}{S}\right)^2$ et $\frac{M_E^2}{(H/Q)^2}$ vis-à-vis des erreurs de H et de Q , S et E étant fonctions de longueurs assez importantes pour qu'on puisse négliger les erreurs de leur mesurage mais, qu'une généralisation de la proposition énoncée pourrait être risquée et qu'une étude des erreurs de détermination de S et de E mériterait d'être entreprise.

Passons maintenant à un exemple numérique devant illustrer la théorie établie. On trouve sur le fleuve letton Daugava près de Krustpils (voir Resultate der Wassermengenmessungen und die Abflusseinheiten in den Flussgebieten Lettlands, page 14—15, N 72) l'inclinaison $i = 0,000025 = 2,5$ cm/klmtr.

Si l'on néglige M_s et M_E , on a d'après (2):

$$4(1-\alpha)^2 \left(\frac{\delta_k}{K}\right)^2 = \frac{\delta^2}{L 10^{12} i^2} + 4 \left(\frac{\delta_Q}{Q}\right)^2 \quad (3)$$

Admettons que $\frac{\delta_Q}{Q} = 5\%$ et que $\delta = 7$ mm.

Si l'on se borne, comme d'habitude, pour conserver les avantages du mouvement uniforme à $L = 1/5$ (200 mtr) on aura

$$4 \left(\frac{\delta_k}{K}\right)^2 (1-\alpha)^2 = \left(\frac{50 \cdot 5 \cdot 10^{12}}{10^{12} \cdot 625} + \frac{4 \cdot 25}{10^4}\right) = 0,4 + 0,01 = 0,41;$$

$$\frac{\delta_k}{K} > \sqrt{0,1025} = 0,32 \quad \frac{\delta_k}{K} \% > 32\%$$

c'est-à-dire on ne peut trouver aucune valeur convenable de K .

Il est remarquable que la réduction de la norme de δ aurait peu valu. En effet, si l'on eût accepté la valeur $\delta = 5$ mm que les normes prusiennes reconnaissent comme admissible, on eût eu:

$$\left(\frac{\delta_k}{K}\right) \% = \frac{\sqrt{0,21} \cdot 100}{2} = 23\%$$

et si l'on eût même passé à la norme $\delta = 3$ mm bonne norme, on eût peu gagné, puisqu'alors on eût eu:

$$\left(\frac{\delta_k}{K}\right) \% > \frac{\sqrt{0,11}}{1} \cdot 100\% = 16\%$$

On voit que le seul moyen d'obtenir une valeur de K plus précise, ce serait de passer à un espace de courant plus considérable.

Si l'on admet pour K une erreur dépassant considérablement celle de détermination de Q , ou que Q soit déterminé avec une exactitude parfaite, alors (3) prend la forme simple:

$$4 \left(\frac{\delta_k}{K} \right)^2 (1-\alpha)^2 = \frac{\delta^2}{L i^2 10^{12}} \quad (4)$$

ou bien

$$L \geq \frac{\delta^2}{4 \left(\frac{\delta_k}{K} \right)^2 (1-\alpha)^2 10^{12} i^2} \quad (4 \text{ bis})$$

Tirons de cette expression le criterium de Tilzen $H \geq 25 \text{ cm} = 250 \text{ mm}$. Puisque $H = 10^6 \cdot Li$, l'expression (4-bis) donne

$$Li10^6 = H \geq \frac{\delta^2}{4 \left(\frac{\delta_k}{K} \right)^2 (1-\alpha)^2 10^6 i}$$

On voit qu'en réalité H est fonction de δ , $\frac{\delta_k}{K}$, α et de i .

Il est aussi plausible que L ne doit pas être très considérable et qu'il ne faut pas l'étendre au-delà d'un espace de courant où les qualités physiques de lit restent invariables, parce que K varie pour différents espaces du fleuve suivant les qualités physiques du lit. Pour pouvoir tenir compte de cette circonstance, il faudra réduire δ et augmenter L , c'est-à-dire il faudra passer au nivellement plus précis que ne l'est le nivellement technique ordinaire et aux espaces de courants plus considérables.

Présenté à la faculté le 21. II. 1930.

Publications antérieures du même auteur

sur des thèmes d'Hydraulique.

1. Essai d'établissement d'une théorie de l'écoulement des eaux pluviales d'un plan incliné. Application de cette théorie dans la technique de la construction des routes. Calcul hydraulique des aqueducs. Acta Universitatis Latviensis IV, 1922:

L'auteur traite, dans cet ouvrage, la question de l'évaluation de $max Q$ qui est produite par une averse oré par la fonte de la neige et qui doit être transmise par un aqueduc dans le remblai de la route. Après avoir examiné les formules empiriques, jusqu'ici employées, l'auteur passe à l'établissement de sa propre théorie qui le ramène à une série de formules, dont la valeur pratique est contrôlée par les résultats d'observation dans la région d'un des chemins de fer de la Russie du Sud. En passant, l'auteur parvient à constater que la théorie de l'écoulement des eaux pluviales d'un plan incliné, établie par Lueger, est assez primitive, ce qui l'amène à l'étude spéciale du problème de l'écoulement en mince couche des eaux pluviales d'un plan incliné. Les publications sur ces sujets sont:

2. Nouvelle théorie de l'écoulement des eaux pluviales d'un plan incliné. Acta Universitatis, T. XVI, 1927.

3. Une solution possible du problème concernant l'écoulement des eaux pluviales d'un plan incliné. Rapport présenté au Congrès d'Hydrologie des Etats baltiques. Tallinn 1928.

4. Der Abflussvorgang des Regenwassers auf einer geneigten Ebene. Zeitschrift für Bauwesen, 1929, Heft 7.

Bien que les publications sous NN 2—4 traitent le même thème, celles qui datent de l'années 1928 et 1929 sont munies d'une solution plus rigoureuse du problème. En résolvant le problème général de l'évaluation de $max Q$, l'auteur est amené à étudier la question de l'infiltration des eaux superficielles ce qui donne lieu aux publications:

5. Quelques remarques sur l'infiltration des eaux superficielles. Acta Universitatis Latviensis XIV, 1926, et

6. Ueber den Einfluss der Trägheitskräfte auf den Versickerungsprozess des auf die Erdoberfläche gelangenden flüssigen Wassers. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. Band 8, 1928. Seite 216—225, Berlin.

7. Calcul cinématique des canaux de flottage. Rapport présenté au World Power Conference, Sectional meeting, Bâle, Switzerland, August 31 — September 12, 1926.

L'auteur examine ici la question de la construction rationnelle des canaux de flottage au point de vue cinématique, pour éviter les incommodités du passage du train de bois d'un bief à l'autre.

8. Essai d'établissement d'une forme rationnelle des lits des courants d'eau dans le sol mobile. A l'aide du Calcul des Variations l'auteur parvient à montrer que le segment du cercle représente la forme de moindre résistance au mouvement du courant. Les qualités de moindre résistance pour le lit naturel supposées, on parvient à conclure que c'est le segment du cercle qui représente la forme idéale du lit du courant.

Acta Universitatis Latviensis ser. mech. I. 2.

9. Condition essentielle à Suivre pour s'assurer des valeurs les plus exactes du coefficient de rugosité. Rapport présenté à la III. Conférence hydrologique des Etats baltiques. Warszawa, mai 1930. Comprend étude des erreurs du mesurage et de leur influence sur la valeur numérique des coefficients de rugosité.

Svarīgs noteikums berzes koeficientu pareizai noteikšanai.

Prof. Dr. *Alfreds Vitols*

Autoreferāts.

Autors papriekš apskata Bernoulli'ja nolīdzinājuma vēsturisko at-
tīstību un izveidojumu līdz Pasauls Spēka Konferencēi Bāzelē 1926. g.,
kur Strickler's deva savu kinētiskas enerģijas restitūcijas koeficientu β .
Apmēram simts gadu laikā Bernoulli'ja nolīdzinājums kalpojis hidrau-
likai un vadījis inženierus viņu praktisko darbu laukā. Šie simts gadi,
skaitot no Belanger'a līdz mūsu dienām, nav varējuši kaut cik ievē-
rojami pārveidot šo nolīdzinājumu. Pirmais viņa veids, kas publicēts
19. gadu simteņa pirmā pusē, balstās uz Bernoulli'ja plakana šķēliena
modeļa jeb hipotēzes, ka visiem punktiem vienā dzīvā šķēlienā piemīt
vienādi ātrumi, tā kā dzīvie šķēlieni pārvietojas nedeformējoties. Tā
kā šī schema neatbilst īstenībai, un viņas dēļ berzes koeficients
gūst divkārtu lomu — raksturot gultnes asumu un bez tam vēl koriģēt
nepareizo ātrumu hipotēsi, tad drīz radās zinātnieki, kas šo nepilnību
mēģināja novērst. Tāds bija vispirms Coriolis's, kas ņēma vērā isto
ātrumu sadalījumu pa dzīvo šķēlienu. Šis solis radīja tā saucamo Co-
riolis'a koeficientu α , ar kuŗu bija jāpareizina kinētiskas enerģijas
diference $\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}$ Bernoulli'ja-Belanger'a nolīdzinājumā. Tā kā skait-
liski šis koeficients parastos apstākļos svārstās no $\alpha = 1,085$ līdz
 $\alpha = 1,15$ un kinētiskas enerģijas diference $\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}$ sastāda kaut cik
lielam upes gabalam ļoti nelielu daļu (dažas %) no berzes augstuma,
tad Coriolis'a korektīvam nebij lielas praktiskas nozīmes. Nākamo
uzlabojumu ievēda Boussinesq's, kas grieza vērību uz to, ka berzes
pretestība nevienmērīgā kustībā nevar tikt izteikta tāpat, kā vien-
mērīgā, kā to pieņēma iepriekšējais pētnieks — Coriolis's. Boussi-
nesq'a izlabojums izpaudās jaunā koeficientā α^1 , ar kuŗu jāreizina
tā pati kinētiskās enerģijas diference. Ievēribu pelna tas apstāklis,
kā skaitliski Coriolis'a α un Boussinesq'a α^1 ir gandrīz vienādi, tā
kā praktiski var pieņemt, kā $\alpha = \alpha^1$. Bernoulli'ja-Boussinesq'a noli-

dzinājumā arī ņemts vērā faktiskais ātrumu sadalījums pa šķēlienu, un viņā jau ietilpst attiecīgās vienmērīgas teces berzes zaudējums, jo šī zaudējuma atšķirības pret nevienmērīgo teci koriģētas ar minēto koeficientu α^1 . Kā redzams, principiāla starpība starp Bernoulli'ja-Coriolis'a un Bernoulli'ja-Boussinesq'a nolīdzinājumiem ir ievērojama, turpretim praktiskā — niecīga.

Vēl viens apstākļis ilgu laiku palika nerespektēts. Tas bija nepilna kinētiskas enerģijas pāreja potenciālā, kad pirmā paliek negatīva. Eksperiments rādīja, ka šī pāreja notiek tikai pa daļai, t. i. ka viņa saistīta ar zināmiem zaudējumiem, kas nebija zināmi. Rezerves labad bieži pieņēma, ka šīnī gadījumā visa kinētiskā enerģija zūd. Uzstādīnājuma liknes, kas uzbūvētas ar šīs hipoteses palīdzību, iznāk gaŗakas, nekā patiesas, kas lietai neskādeja, jo labāki ir gūt rezervi jautājumā par piekrastu zemju appludinājumu, nekā otrādi. Turpretim, kad jāsaskalda upe bjefos un jānovieto hidrostacijas tā, lai neciestu kuģniecības intereses, t. i. lai kuģniecībai būtu nodrošināts pietiekošs dziļums starp visām stacijām, tad rezerve aplēsē ir nevieta. Šī problēma sevišķi nodarbināja Šveices inženierus, kuŗiem vajadzēja kuģniecības intereses saskaņot ar hidroelektrizācijas interesēm. Sakarā ar šo jautājumu no Dr. Strickler'a, Šveices inženiera, tika iesniegts Pasaules Spēka Konferencē referāts, kuŗā tas rekomendē savu enerģijas restitūcijas koeficientu $= \frac{2}{3}$ (apmēram), kad kinētiskās enerģijas pieaugums ir negatīvs, un $= 1$, kad tas pozitīvs. Ka šāds koeficients bija sagaidāms, tas izriet no pazīstamās Borda-Carnot'a teorēmas, kas noteic enerģijas zaudējumu strāvas izplešanās gadījumā, kad kinētiskās enerģijas pieaugums arī negatīvs. Autors tālāki rāda, ka kinētiskās enerģijas pieaugumu ar Strickler'a koeficientu var sastādīt vienkāršākā ceļā (sk. iepr. teksta skici).

Pēc šī vēsturiskā ievada autors pāriet uz berzes koeficienta noteikšanu ar Bernoulli'ja-Strickler'a nolīdzinājuma palīdzību, kuŗu praktiskie hidraulīķi uzskata par beidzamo sasniegumu tagadējos apstākļos.

Strickler's ieteic meklēt berzes koeficientu K zem veida $V = KR^{2/3} i^{1/2}$, t. i. viņš ieteic hidraulikā jau pazīstamo Manninga formulu (sk. Forchheimer Hidraulik, S. 70). Šis koeficients K saistīts ar berzes spraigumu $\tau = \gamma \frac{V^2}{C^2}$ kur C ir Chezy'a koeficients. No formulas $V = k R^{2/3} i^{1/2}$ redzams, ka $C = k R^{1/6}$ un $\tau = \gamma \frac{V^2}{k^2 R^{1/3}}$. Autors no savas puses

arī atbalsta šo formulu, un pēc viņas arī ir meklēti berzes koeficienti uz Aiviekstes, uz kuņiem savukārt dibināts Lubānas ezera līmeņa pazemināšanas projekts. Strickler's pierādījis minētās formulas lietderību, izlietojot solidu novērojumu materiālu, kas publicēts hidraulikas literatūrā, kā arī savus pētījumus. Populārā Ganguillet'a-Kutter'a formula ir stipri komplicēta un bez tam viņa balstās uz novērojumiem, kuņos ietilpst daži, ko Humphreys's un Abbot's ieguvuši uz Mississipi upes ar ļoti primitīviem līdzekļiem un uz kāda minētās upes gabala ar vājiem kritumiem, kur nivelēšanas relatīva kļūda varēja stipri iespaidot novērojumu rezultātus. Taisni berzes koeficienta skaitliskas nozīmes atkarība no mērīšanas kļūdām sastāda autora apcerējuma kodolu.

Hidraulika ar katru gadu vairāk un vairāk gūst jaunu empirisku formulu berzes koeficienta izteiksmei. No jaunākiem publicējumiem šī ziņā minams poļu zinātnieka prof. M. Matakiewicz'a raksts, kas mēģina attiecībā uz upēm iztikt bez kāda berzes koeficienta, uzstādot vidējo ātrumu, kā vienīgi strāvas ģeometrisko elementu funkciju. Šī formula ir $V = 35,4 J^{0,493} T^{0,7}$, kur T ir vidējais strāvas dziļums. Autors domā, ka vismaz viens šo empirisku formulu plūdu iemesls vedams sakarā ar mērījumu metodoloģisko pusi. Mērījamo lielumu starpā ir daži ļoti delikāti, kas stipri reaģē uz viņu mērīšanas kļūdu, kas savukārt atsauca uz K skaitlisko nozīmi. Autors kritizē tagadējos K aplēses paņēmienus un min īgauņu inženiera Tilzena priekšlikumu II. Baltijas valšķu Konferencei Tallinn'a 1928. g., kā pirmo soli uz jautājuma nokārtošanu. Tilzena priekšlikums ir: izstiept K aplēsi uz upes gabalu, lai kopējais absolūtais kritums H nebūtu mazāks par 25 cm. Autors rāda, ka Tilzena kritērijs nepietiekošs, un ka viņam jābūt funkcijai no dzīvo šķēlienu F, gaŗuma, caurteces daudzuma Q un krituma H vidējām kļūdām. Autora pētījuma rezultāts ir: 1) jo upes gaŗums izvēlēts lielāks, jo K precīzāks; 2) pie upes gaŗuma $L = \infty$ K aplēses relatīva kļūda vienāda ar Q aplēses relatīvo kļūdu, un tādej nevar uzdot meklēt K ar lielāku noteiktību nekā Q. Kļūdas dzīvos šķēlienos F un gaŗumos, kuņi sastāda apslāpināto perimetru un noteic piketāžu, var, kā tādas, parastos apstākļos ignorēt, bet no vispārīgiem slēdzieniem būtu jāatturas, kamēr šīs kļūdas nebūtu izpētītas. Ja atmet F un gaŗumu kļūdas, tad autors dabū veidu

$$4 \left(\frac{\delta k}{K} \right)^2 \cdot (1 - \alpha)^2 = \frac{\delta^2}{10^{10} \cdot L \cdot 1^{10}} + 4 \left(\frac{\delta Q}{Q} \right)^2 \quad \text{kur apzīme:}$$

$\delta k = k$ vidējo kļūdu,

$$\alpha = \frac{E}{H/Q^2},$$

$E =$ kinētiskās enerģijas pieaugumu,

$L =$ kilometru skaitu,

$i =$ upes gabala, kuŗa gaŗums ir L klm, vidējais relatīvais kritumu,

$H =$ upes gabala absolūto kritumu,

$\delta =$ nivelēšanas kļūdu mm uz 1 kilometru,

$\delta Q = Q$ vidējo kļūdu.

No šī nolīdzinājuma atrod L pēc dota $\frac{\delta k}{K}$, α , δ un $\frac{\delta Q}{Q}$. No mīnētā nolīdzinājuma izriet:

$$L \leq \frac{\delta^2}{10^{12} \cdot i^2 \cdot 4 \cdot \left[\left(\frac{\delta k}{K} \right)^2 \cdot (1 - \alpha)^2 - \left(\frac{\delta Q}{Q} \right)^2 \right]},$$

no kuŗa ir redzams, ka

$$\left(\frac{k}{K} \right)^2 (1 - \alpha)^2 > \left(\frac{\delta Q}{Q} \right)^2 \text{ jeb } \left| \frac{\delta k}{K} \right| (1 - \alpha) > \left| \frac{\delta Q}{Q} \right|, \left| \frac{\delta k}{K} \right| > \frac{1}{1 - \alpha} \left| \frac{\delta Q}{Q} \right|$$

Līdz šim kļūdām piegriezts maz intereses un vērības, kas jāuzskata par ievērojamu trūkumu un robu, ko uz priekšu jānovērš. Lai jau tulīt gūtu kādu direktīvu un pieturas punktu, autors ieteic pielīdzināt

$$\left(\frac{\delta k}{K} \right)^2 (1 - \alpha)^2 - \left(\frac{\delta Q}{Q} \right)^2$$

kādam mazam lielumam.

Saprotams, ka K pie tam būs atrasts ar noteiktību, mazāku par šo normu. Ja par piem. liktu

$$\left(\frac{\delta k}{K} \right)^2 (1 - \alpha)^2 - \left(\frac{\delta Q}{Q} \right)^2 = (2\%)^2$$

un bez tam vēl $\delta = 5$ mm (pēdējo prūšu instrukcijas uzskata par pielaižamu), tad dabū sekošu galīgu formulu:

$$L > \frac{25 \cdot 10^4}{10^{12} \cdot i^2 \cdot 4 \cdot 4}, \quad L > \frac{25}{16 \cdot 10^8 i^2}.$$

Ja relatīvais kritums i , par piem., būtu $i = 0,10\%$ (10 cm uz 1 klmtr), tad $L > 25/16$, t. i., 1,6 klmtr. Ja $i = 0,05\%$, tad $L > 6$ klmtr u. t. t.

Latvijā autora formula lietāta K aplēsei uz Aiviekstes un Z. M. Kultūrtehniskā daļā. Iepriekšējā tekstā arī dots piemērs no Latvijas upēm, kur rādīts, ka šo noteikumu vajadzētu nepieciešami ievērot.

LU bibliotēka



220040998

246698

p. 122
4242

Nr. 2. **Alfreds Vītols.** Essai d'établissement
d'une forme rationnelle des lits des
courants d'eau dans le sol mobile . . . 97
Strāvu gultņu racionālā forma . . . 122

Nr. 3. **Alfreds Vītols.** Condition essentielle
à suivre pour s'assurer des valeurs
les plus exactes du coefficient de
rugosité 125
Svarīgs noteikums berzes koeficientu
pareizai noteikšanai 140