

422

LATVIJAS
UNIVERSITATES RAKSTI
ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

MECHANIKAS FAKULTATES SERIJA

II SĒJUMS
TOMUS

№ 14—16

LATVIJAS UNIVERSITATE

R I G Ā, 1 9 3 9

p LV
1447

8

LYU...TINISKĀ
BIBLIOTĒKA
641-33-88

Paātrinājumu konstrukcijas 8 un vairāk locekļu sarežģītās kinematiskās šarniru ķēdēs.

Prof. Dr. ing. N. Rozenauers.

Šis darbs uzskatams par agrāk publicēto darbu^{1, 2} tālāko attīstību un turpinājumu.

Sarežģītās kinematiskās ķēdēs, par kurām šeit ir runa, ļoti bieži divi ternari locekļi savienoti ar šarniru savā starpā un piedzīti zināmā veidā ar citiem piegulošiem locekļiem. Šo pamatgadījumu apskatīsim atsevišķi un ar tā palīdzību atrisināsim dažus uzdevumus.

Pamatgadījums: Divi ternari locekļi ABC un CDE savienoti savā starpā ar šarniru punktā C un tiem pievienoti šarniriem vēl binari locekļi AK , BL , DM un EN , pie kam punktiem K , L , M , N doti ortogonālie ātrumi \vec{V}_k , \vec{V}_l , \vec{V}_m , \vec{V}_n un paātrinājumi \vec{J}_k , \vec{J}_l , \vec{J}_m , \vec{J}_n (1a. zīm.).

Jākonstruē paātrinājumi punktiem A , B , C , D , E .

Apskatāmo sistemu var kvalificēt arī kā vaļejo 6-locekļu kinematisko šarniru ķēdi.

Ātrumu konstrukcija.

Vispirms izdaram ātrumu konstrukciju, izmantojot autora paņēmieni^{3, 4}. Šim nolūkam velkam locekļus KA un LB līdz krustošanai

¹ N. Rozenauers: Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plānu palīdzību sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L.U.R. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

² N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

³ N. Rozenauers: Jauns paņēmieni ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L.U.R. Mech. fak. serija I № 14. 1936.

⁴ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft 3. 1937.

punktā Q , ko uzskatam par plaknes ABC punktu. Punkta Q ortogonālā ātruma \vec{V}_q galu atrodam, velkot caur \vec{V}_k galu taisni paraleli KA līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur \vec{V}_l galu paraleli LB .

Tādā pašā kārtā velkam locekļus NE un MD līdz krustošanai punktā R , ko uzskatam par plaknes CDE punktu un atrodam šā punkta ortogonālā ātruma \vec{V}_r galu, velkot caur \vec{V}_m galu taisni paraleli MD līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur \vec{V}_n galu paraleli NE .

Pēc tam kad plaknē ABC atrasts punkta Q ātrums \vec{V}_q un plaknē CDE punkta R ātrums \vec{V}_r , pārejām uz šarnīru C , kas savieno šīs plaknes. Savienojam punktu C ar punktiem Q un R un velkam caur \vec{V}_q galu taisni paraleli QC līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur \vec{V}_r galu paraleli RC . Abas taisnes krustojas ātruma \vec{V}_c galā, kas tādā kārtā atrasts.

Ievērojot, ka punktu L , Q un B ortogonālo ātrumu gali atrodas uz vienas taisnes, kas iet paraleli LQ , iegūstam \vec{V}_b , velkot caur \vec{V}_c galu otru taisni paraleli CB līdz krustošanai ar pirmo. Līdzīgā kārtā atrodam arī punktu A , D un E ātrumus \vec{V}_a , \vec{V}_d un \vec{V}_e .

Turpinot ortogonālos ātrumus \vec{V}_a un \vec{V}_b līdz krustošanai, atrodam plaknes ABC momentāno polu P_1 . Turpinot \vec{V}_d un \vec{V}_e līdz krustošanai, atrodam plaknes CDE momentāno polu P_2 . Konstruktijas kontrolei var izlietot apstākli, ka taisnei $P_1 P_2$ jāiet caur šarnīru C un jāsakrīt ar ortogonālā ātruma vektoru \vec{V}_c .

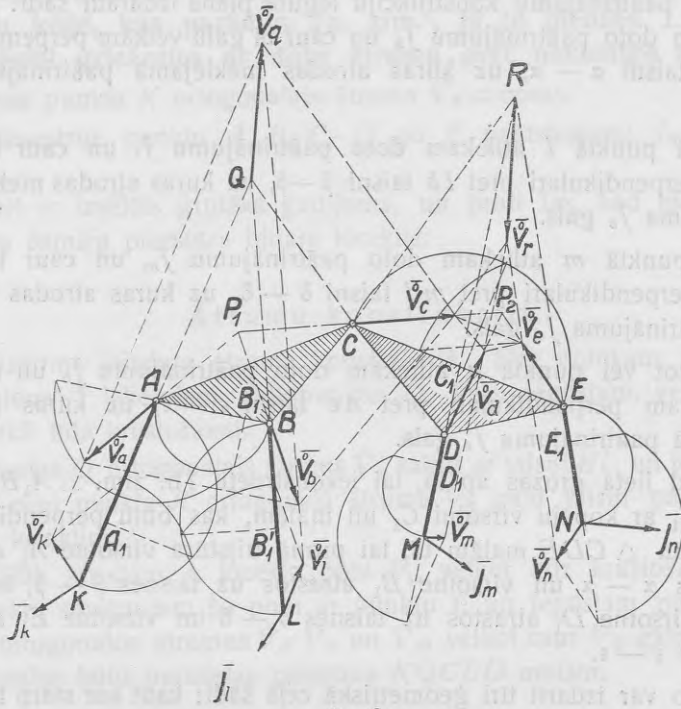
Paātrinājumu konstrukcija.

Paātrinājumu konstrukciju izdaram ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību^{5,6}. Šim nolūkam pašas ķēdes zīmējumā (1a. zīm.) veidojam ātrumu vektoru diferences un konstruējam ar pusriņķiem malu AB un CE relatīvos normalpaātrinājumus AB_1 un EC_1 , kā arī locekļu AK , BL , DM un EN relatīvos normalpaātrinājumus A_1K , B_1L , D_1M un E_1N .

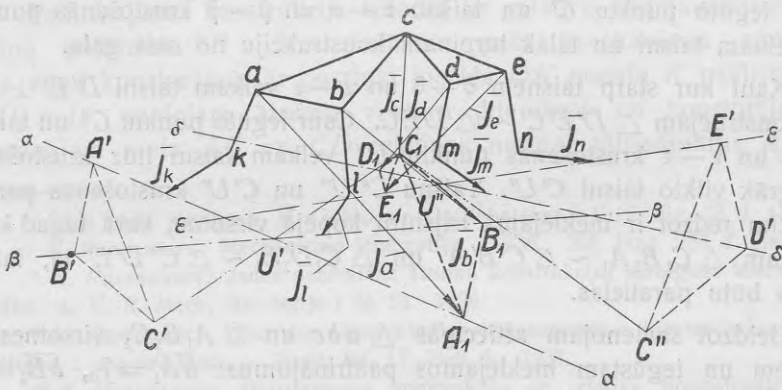
Relatīvo normalpaātrinājumu plāna iegūšanai atliekam (1b. zīm.) $\overline{ab} = \overline{AB_1}$, konstruējam $\triangle abc \sim \triangle ABC$, atliekam $\overline{ce} = \overline{C_1E}$ un konstruējam $\triangle cde \sim \triangle CDE$; pēc tam atliekam vēl $\overline{ak} = \overline{A_1K}$ $\overline{bl} = \overline{B_1L}$, $\overline{dm} = \overline{D_1M}$ un $\overline{en} = \overline{E_1N}$, ar ko relatīvo normalpaātrinājumu plāns iegūts.

⁵ N. Rozenauers: Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija II. № 4. 1937.

⁶ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen Bd. 6. Heft 10. 1938.



1a. zīm.



1b. zīm.

1a. zīm. Valēja 6-locekļu ķēde ar ortogonāliem ātrumiem un relatīviem normalpaātrinājumiem.

1b. zīm. Paātrinājumu plāns.

Pašu paātrinājumu konstrukciju iegūtā plānā izdaram šādi: punktā k atliekam doto paātrinājumu \vec{j}_k un caur tā galu velkam perpendikulāri pret ka taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras atrodas meklējamā paātrinājuma \vec{j}_a gals.

Tāpat punktā l atliekam doto paātrinājumu \vec{j}_l un caur tā galu velkam perpendikulāri pret lb taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas meklējamā paātrinājuma \vec{j}_b gals.

Arī punktā m atliekam doto paātrinājumu \vec{j}_m un caur tā galu velkam perpendikulāri pret md taisni $\delta - \delta$, uz kuras atrodas meklējamā paātrinājuma \vec{j}_d gals.

Beidzot vēl punktā n atliekam doto paātrinājumu \vec{j}_n un caur tā galu velkam perpendikulāri pret ne taisni $\epsilon - \epsilon$, uz kuras atrodas meklējamā paātrinājuma \vec{j}_e gals.

Tagad lieta grozas ap to, lai iekonstruētu 1b. zīm. $\triangle A_1B_1C_1$ un $\triangle C_1D_1E_1$ ar kopēju virsotni C_1 un malām, kas būtu perpendikulas $\triangle ABC$ un $\triangle CDE$ malām tā, lai pirmā trijstūra virsotne A_1 atrastos uz taisnes $\alpha - \alpha$ un virsotne B_1 atrastos uz taisnes $\beta - \beta$, bet otra trijstūra virsotne D_1 atrastos uz taisnes $\delta - \delta$ un virsotne E_1 atrastos uz taisnes $\epsilon - \epsilon$.

Sacīto var izdarīt tīri ģeometriskā ceļā šādi: kaut kur starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ velkam taisni $A'B' \perp AB$ un konstruējam

$$\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC.$$

Caur iegūto punktu C' un taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustošanās punktu U' velkam taisni un tālāk turpinām konstrukciju no otra gala.

Kaut kur starp taisnēm $\delta - \delta$ un $\epsilon - \epsilon$ velkam taisni $D'E' \perp DE$ un konstruējam $\triangle D'E'C' \sim \triangle DEC$. Caur iegūto punktu C'' un taisni $\delta - \delta$ un $\epsilon - \epsilon$ krustošanās punktu U'' velkam taisni līdz krustošanai ar agrāk vilkto taisni $C'U'$. Taisni $C''U''$ un $C'U'$ krustošanās punkts C_1 acīm redzot ir meklējamā trijstūru kopējā virsotne, kurā tagad konstruējam $\triangle C_1B_1A_1 \sim \triangle C'B'A'$ un $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E'$ tā, lai to malas būtu paralelas.

Beidzot savienojam attiecīgās $\triangle abc$ un $\triangle A_1B_1C_1$ virsotnes ar taisnēm un iegūstam meklējamos paātrinājumus: $a\overline{A_1} = \vec{j}_a$, $b\overline{B_1} = \vec{j}_b$ un $c\overline{C_1} = \vec{j}_c$.

Līdzīgā kārtā savienojam $\triangle cde$ un $\triangle C_1D_1E_1$ virsotnes un iegūstam vēl paātrinājumus $d\overline{D_1} = \vec{j}_d$ un $e\overline{E_1} = \vec{j}_e$.

Attīstīto paņēmieni izlietosim dažu uzdevumu atrisināšanai.

I uzdevums: Paātrinājumu konstrukcija 8-locekļu kinematiskā šarnīru ķēdē, kas parādīta 2a. zīm.⁷, ja to piedzen 1. loceklis, vienmērīgi griežoties ar doto ātrumu pret nekustīgo 8. locekli.

Dots punkta K ortogonālais ātrums $\vec{V}_k = \text{const}$.

Jākonstruē punktu A, B, C, D un E paātrinājumi $\vec{J}_a, \vec{J}_b, \vec{J}_c, \vec{J}_d$ un \vec{J}_e .

Šeit ir izvēlēts grūtāks gadījums, un proti tas, kad mehānismu piedzen šarnīru piecstūra binārs loceklis.

Ātrumu konstrukcija.

Vispirms jāizdara ātruma konstrukcija. Šim nolūkam pēc autora paņēmiena^{8,9} izlietojam palīgpunktu Q , kuru iegūstam, velkot 2. un 7. locekli līdz krustošanai.

Punkta Q ortogonālais ātrums \vec{V}_q sakrīt ar taisni BL , un to atrodam, velkot caur punkta K ortogonālā ātruma \vec{V}_k galu taisni paraleli KQ jeb 2. loceklim.

Tālāk atrodam 4. locekļa polu P_4 , velkot līdz krustošanai 5. un 6. locekli, savienojam šo polu ar punktu C un iegūstam punktu C, E un D ortogonālos ātrumus \vec{V}_c, \vec{V}_e un \vec{V}_d , velkot caur \vec{V}_q galu poligonu, kura malas būtu paralelas poligona $KQCED$ malām.

Paātrinājumu konstrukcija.

Paātrinājumu konstrukcija izdarīta ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību.^{10,11} Šim nolūkam pašā mehānisma zīmējumā (2a. zīm.) konstruējam ar pusriņķi locekļa OK punkta K paātrinājumu $\vec{KO}_1 = \vec{J}_k$, veidojam ātrumu vektoru diferences un konstruējam ar pusriņķiem malu AC un CD relatīvos normalpaātrinājumus AC_1 un

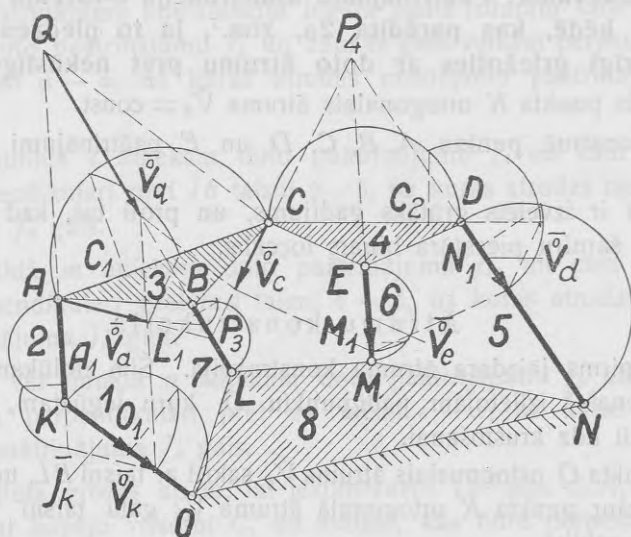
⁷ Šāda ķēde atrodama *M. Grüblera: Getriebelehre. 1917. Fig. 23 d. 17. lapp.*, kā arī *N. Rozenauera: Mechanismu kinematika. 1938. 205. lapp. 253 d. zīm.*

⁸ *N. Rozenauers: Jauns paņēmiens ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija I № 14. 1936.*

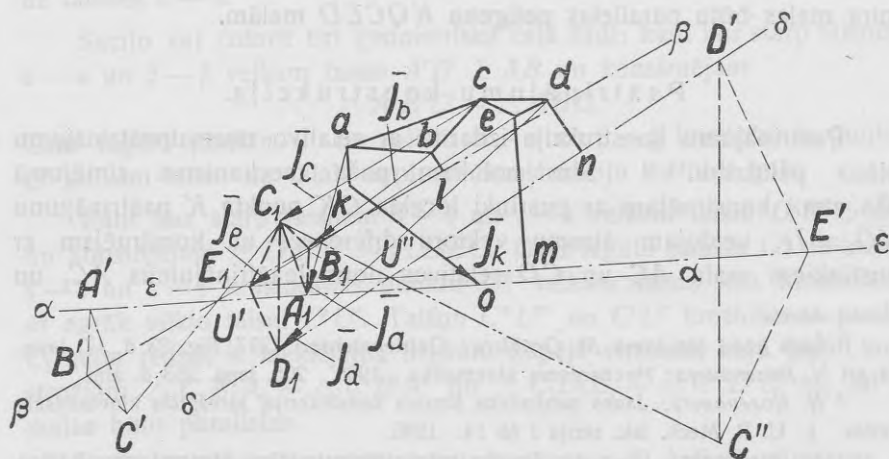
⁹ *N. Rosenauer: Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft 3. 1937.*

¹⁰ *N. Rozenauers: Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija II № 4. 1937.*

¹¹ *N. Rosenauer: Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft. 10. 1938.*



2a. zīm



2b. zīm.

2a. zīm. 8-locekļu ķēde ar ortogonāliem ātrumiem un relatīviem normalpaātrinājumiem.

2b. zīm. Paātrinājumu plāns divreiz lielākā mērogā.

DC_2 , kā arī locekļu AK , BL , EM un DN relatīvos normalpaātrinājumus A_1K , BL_1 , EM_1 un DN_1 .

Relatīvo normalpaātrinājumu plāna iegūšanai atliekam (2b. zīm.) ērtības dēļ divreiz lielākā mērogā, ievērojot, ka relatīvie normalpaātrinājumi ir mazi: $\overline{ac} = 2\overline{AC}_1$, $\overline{cd} = 2\overline{C}_2D$, konstruējam $\triangle abc \sim \triangle ABC$ un $\triangle cde \sim \triangle CDE$, pēc tam atliekam vēl $\overline{ak} = 2\overline{A}_1K$, $\overline{bl} = 2\overline{BL}_1$, $\overline{em} = 2\overline{EM}_1$ un $\overline{dn} = 2\overline{DN}_1$, ar ko relatīvo normalpaātrinājumu plāns iegūts.

Pašu paātrinājumu konstrukciju iegūtā plānā izdaram līdzīgi apskatītam pamatgadījumam: punktā k atliekam divreiz lielākā mērogā punkta K paātrinājumu $\overline{j}_k = \overline{ko} = 2\overline{KO}_1$, kas atrasts 2a. zīm., ievērojot, ka 1. loceklis griežas vienmērīgi ap punktu O . Caur tā galu, t. i. caur punktu o velkam perpendikulāri AK taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras atrodas punkta A paātrinājuma \overline{j}_a gals.

Caur punktu l velkam perpendikulāri pret BL taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas punkta B paātrinājuma \overline{j}_b gals.

Caur punktu m velkam perpendikulāri pret EM taisni $\varepsilon - \varepsilon$, uz kuras atrodas punkta E paātrinājuma \overline{j}_e gals.

Beidzot arī caur punktu n velkam perpendikulāri pret DN taisni $\delta - \delta$, uz kuras atrodas punkta D paātrinājuma \overline{j}_d gals.

Tagad lieta grozas ap to, lai iekonstruētu 2b. zīm. $\triangle A_1B_1C_1$ un $\triangle C_1D_1E_1$ ar kopēju virsotni C_1 un malām, kas būtu perpendikulas $\triangle ABC$ un $\triangle CDE$ malām tā, lai pirmā trijstūra virsotne A_1 atrastos uz taisnes $\alpha - \alpha$ un virsotne B_1 atrastos uz taisnes $\beta - \beta$, bet otrā trijstūra virsotne D_1 atrastos uz taisnes $\delta - \delta$ un virsotne E_1 atrastos uz taisnes $\varepsilon - \varepsilon$.

Sacīto var izdarīt tīri ģeometriskā ceļā šādi: kaut kur starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ velkam taisni $A'B' \perp AB$ un konstruējam $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$. Caur iegūto punktu C' un taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustošanās punktu U' velkam taisni un turpinām konstrukciju no otra gala.

Kaut kur starp taisnēm $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ velkam taisni $D'E' \perp DE$ un konstruējam $\triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$. Caur iegūto punktu C'' un taisni $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ krustošanās punktu U'' velkam taisni līdz krustošanai ar agrāk vilkto taisni $C'U'$.

Taisni $C''U''$ un $C'U'$ krustošanās punkts C_1 acīm redzot ir meklējamo trijstūru kopējā virsotne, kurā tagad konstruējam $\triangle C_1B_1A_1 \sim \triangle C'B'A'$ un $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E''$ tā, lai to malas būtu savstarpīgi paralelas.

Beidzot savienojam attiecīgās $\triangle abc$ un $\triangle A_1B_1C_1$ virsotnes ar taisnēm un iegūstam meklējamus paātrinājumus: $\overline{aA_1} = \overline{j_a}$, $\overline{bB_1} = \overline{j_b}$ un $\overline{cC_1} = \overline{j_c}$ divreiz lielākā mērogā.

Līdzīgā kārtā savienojam $\triangle cde$ un $\triangle C_1D_1E_1$ virsotnes un iegūstam vēl paātrinājumus $\overline{dD_1} = \overline{j_d}$ un $\overline{eE_1} = \overline{j_e}$ arī divreiz lielākā mērogā.

II uzdevums: Paātrinājumu konstrukcija 12-locekļu šarnīru mehānismā, kas atbilst Heizingera (Heusinger) kulisei. 3a. zīm.

XII. loceklis paliek nekustīgs.

1. loceklis, vienmērīgi griežoties ap šarnīru O , piedzen mehānismu.

Jākonstruē paātrinājumi visiem kustīgiem šarnīriem.

Ātrumu konstrukcija.

Ātrumu mērogs pieņemts tāds, lai 1. locekļa punktu ortogonālie ātrumi reprezentētos ar attālumiem līdz šarnīram O , t. i. $\vec{V}_h = \overline{HO}$ un $\vec{V}_i = \overline{JO}$. Tādā gadījumā arī paātrinājumi $\overline{j_h} = \overline{HO}$ un $\overline{j_i} = \overline{JO}$. Šarnīra C ortogonālā ātruma \vec{V} konstrukciju ar diviem palīgpunktiem Q un R autors publicējis jau agrāk^{12,13} un tā izdarīta 3a. zīm. šādi: turpinot 4. un 5. locekli līdz krustošanai, atrasts punkts Q , turpinot 9. un 8. locekli līdz krustošanai, atrasts punkts R .

Punkta Q ortogonālais ātrums \vec{V}_q , kas sakrīt ar QT virzienu, atrasts, velkot caur punktu O poligону, kura malas būtu paralelas poligona $JKLQ$ malām, līdz ar ko atrasti arī ortogonālie ātrumi \vec{V}_k un \vec{V}_l punktiem K un L .

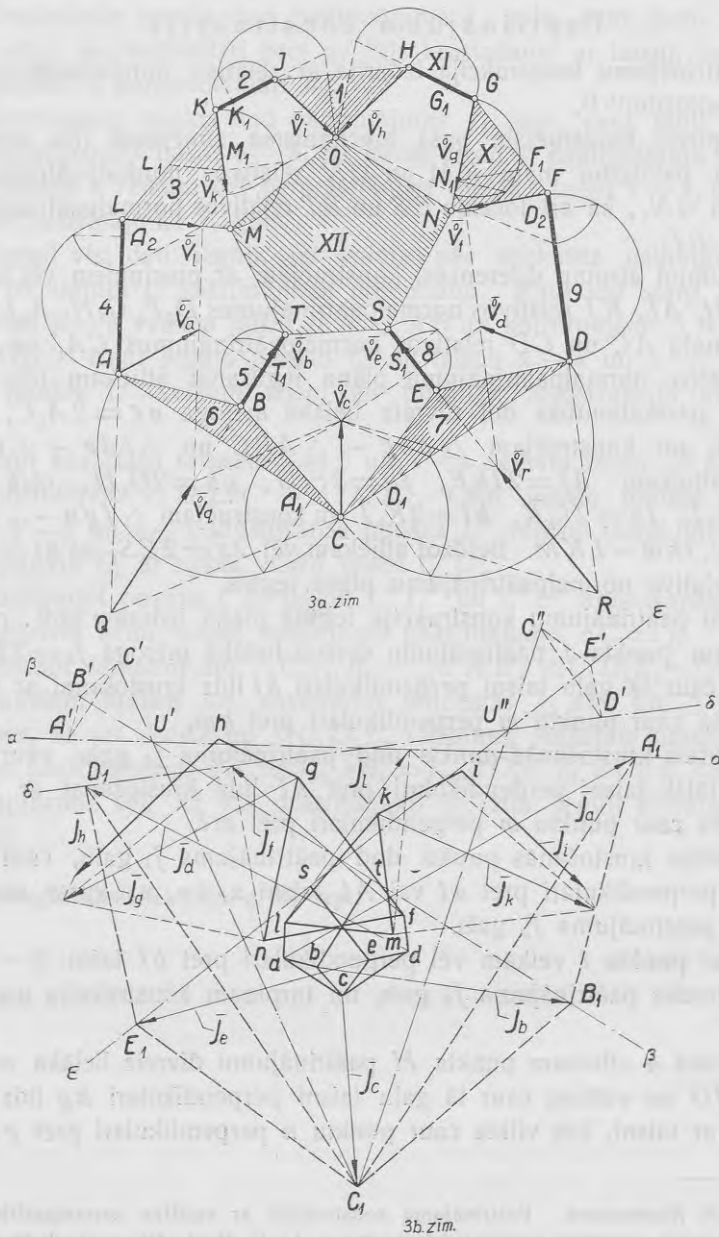
Punkta R ortogonālais ātrums \vec{V}_r , kas sakrīt ar RS virzienu, atrasts, velkot caur punktu O poligону, kura malas būtu paralelas poligona $HGFR$ malām, līdz ar ko iegūti arī ortogonālie ātrumi \vec{V}_g un \vec{V}_f punktiem G un F .

Savienojot punktus Q un R ar C un velkot caur \vec{V}_q galu taisni paraleli QC un caur \vec{V}_r galu taisni paraleli RC , atrasts krustošanas punktā ātruma \vec{V}_c gals.

Velkot caur pēdējo taisnes paraleli CA , CB , CD un CE , atrodam arī ortogonālos ātrumus \vec{V}_a , \vec{V}_b , \vec{V}_d un \vec{V}_e , ar ko visiem šarnīriem ātrumi iegūti.

¹² N. Rozenauers. Heizingera (Heusinger) kulises tiešais ātruma konstrukcijas paņēmieni. L. U. R. Mech. fak. serija I № 15. 1936.

¹³ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17 Heft 3. 1937.



3a. zīm. 12-locekļu mechanisms ar ortogonāliem ātrumiem un relatīviem normalpaātrinājumiem.

3b. zīm. Paātrinājumu plāns divreiz lielākā mērogā.

Paātrinājumu konstrukcija.

Paātrinājumu konstrukcija izdarīta ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību^{14, 15}.

Vispirms konstruējam pašā mehānisma zīmējumā (3a. zīm.) ar pusriņķu palīdzību malu KM un GN relatīvos normalpaātrinājumus KM_1 un GN_1 , kā arī locekļu ES un BT relatīvos normalpaātrinājumus ES_1 un BT_1 .

Veidojot ātrumu diferences, konstruējam ar pusriņķiem vēl locekļu DF , GH , AL , KJ relatīvos normalpaātrinājumus D_2F , G_1H , A_2L , K_1J , kā arī malu AC un CD relatīvos normalpaātrinājumus CA_1 un CD_1 .

Relatīvo normalpaātrinājumu plāna iegūšanai atliekam (3b. zīm.) labākas pārskatāmības dēļ divreiz lielākā mērogā $\overline{ac} = 2\overline{A_1C}$, $\overline{cd} = 2\overline{CD_1}$ un konstruējam $\triangle abc \sim \triangle ABC$ un $\triangle cde \sim \triangle CDE$. Tālāk atliekam $\overline{df} = 2\overline{D_2F}$, $\overline{fg} = 2\overline{F_1G}$, $\overline{gh} = 2\overline{G_1H}$, otrā pusē $\overline{al} = 2\overline{A_2L}$, $\overline{lk} = 2\overline{L_1K}$, $\overline{ki} = 2\overline{K_1J}$ un konstruējam $\triangle fgn \sim \triangle FGN$, kā arī $\triangle lkm \sim LKM$. Beidzot atliekam vēl $\overline{es} = 2\overline{ES_1}$ un $\overline{bt} = 2\overline{BT_1}$ ar ko relatīvo normalpaātrinājumu plāns iegūts.

Pašu paātrinājumu konstrukciju iegūtā plānā izdaram šādi: punktā i atliekam punkta J paātrinājumu divreiz lielākā mērogā $\vec{j}_i = 2\vec{JO}$ un velkam caur tā galu taisni perpendikulāri ki līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu m perpendikulāri pret km .

Iegūtais krustošanās punkts dod paātrinājuma \vec{j}_k galu, caur kuru velkam tālāk taisni perpendikulāri pret kl līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu m perpendikulāri pret ml .

Iegūtais krustošanās punkts dod paātrinājuma \vec{j}_l galu, caur kuru velkam perpendikulāri pret al vai AL taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras savukārt atrodas paātrinājuma \vec{j}_a gals.

Caur punktu t velkam vēl perpendikulāri pret bt taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_b gals, un turpinām konstrukciju no otras puses.

Punktā h atliekam punkta H paātrinājumu divreiz lielākā mērogā $\vec{j}_h = 2\vec{HO}$ un velkam caur tā galu taisni perpendikulāri hg līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu n perpendikulāri pret gn .

¹⁴ N. Rozenauers. Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plānu palīdzību sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

¹⁵ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

Krustošanās punkts dod paštrinājuma \vec{j}_g galu, caur kuru velkam tālāk taisni perpendikulāri pret gf līdz krustojšanai ar taisni, kas vilkta caur punktu n perpendikulāri nf .

Krustošanās punkts dod paštrinājuma \vec{j}_f galu, caur kuru velkam perpendikulāri df taisni $\delta - \delta$, uz kuras atrodas paštrinājuma \vec{j}_d gals. Caur punktu s velkam vēl perpendikulāri pret es taisni $\varepsilon - \varepsilon$, uz kuras atrodas paštrinājuma \vec{j}_e gals.

Tagad visi dati iegūti, lai varētu pēc apskatītā pamatgadījuma pāriet uz šarnira C paštrinājuma noteikšanu. Kaut kur starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ velkam taisni $A'B' \perp AB$ un konstruējam $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$. Caur iegūto punktu C' un taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustojšanās punktu U' velkam taisni un turpinām konstrukciju no otras puses.

Kaut kur starp taisnēm $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ velkam taisni $D'E' \perp DE$ un konstruējam $\triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$. Caur iegūto punktu C'' un taisni $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ krustojšanās punktu U'' velkam taisni līdz krustojšanai punktā C_1 ar agrāk vilkto taisni $C'U'$.

Savienojot punktu c ar taisni $C''U''$ un $C'U'$ krustojšanās punktu C_1 , iegūstam acīm redzot meklējamo paštrinājumu $\vec{c}C_1 = \vec{j}_c$.

Beidzot konstruējam $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle C'A'B'$, $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E'$ ar paralēlām malām un, savienojot attiecīgās $\triangle abc$ un $\triangle A_1B_1C_1$ virsotnes, kā arī $\triangle cde$ un $\triangle C_1D_1E_1$ virsotnes, iegūstam pārējos meklējamos paštrinājumus $\vec{a}A_1 = \vec{j}_a$, $\vec{b}B_1 = \vec{j}_b$, $\vec{d}D_1 = \vec{j}_d$ un $\vec{e}E_1 = \vec{j}_e$.

Jāpiezīmē vēl, ka visi paštrinājumi 3b. zīm. iegūti divreiz lielākā mērogā.

Iesniegts fakultātei 1938. g. 15. sept.

Ein Beitrag zur Beschleunigungs-konstruktion 8- und mehrgliedriger Gelenkketten.

Prof. Dr. Ing. N. Rosenauer.

Autoreferat.

Diese Arbeit ist als eine weitere Entwicklung und Fortsetzung der früheren Veröffentlichungen^{1,2} aufzufassen.

Sehr oft trifft man in kinematischen Ketten zwei durch ein Gelenk verbundene ternäre Glieder, die von anderen angelenkten Gliedern angetrieben werden.

Dieses System bildet eine freie 6-gliedrige Gelenkkette Abb. 1a und wird hier als **Grundfall** betrachtet, der in den weiterfolgenden Beispielen Anwendung findet. Es seien die gedrehten Geschwindigkeiten $\vec{V}_k, \vec{V}_l, \vec{V}_m, \vec{V}_n$ und die Beschleunigungen $\vec{J}_k, \vec{J}_l, \vec{J}_m, \vec{J}_n$ der Punkte K, L, M, N bekannt.

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen der Punkte A, B, C, D , und E .

Die Geschwindigkeitskonstruktion wird mit den Hilfspunkten Q und R nach dem Verfahren des Verfassers^{3,4} durchgeführt. Der Schnittpunkt Q der Glieder KA und LB wird als Punkt der Ebene ABC aufgefaßt und seine Geschwindigkeit \vec{V}_q mit den Geraden parallel zu KQ und LQ gefunden.

Ebenso wird die Geschwindigkeit \vec{V}_r des Schnittpunktes R der Glieder MD und NE , der als Punkt des Gliedes CDE aufgefaßt wird, gefunden.

¹ N. Rosenauer. Die Beschleunigungs-konstruktion kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

² N. Rosenauer. Beschleunigungs-konstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

³ N. Rosenauer. Ein neues Verfahren zur Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija I № 14. 1936.

⁴ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft. 3. 1937.

Weiter ermittelt man die Geschwindigkeit \vec{V}_c des Gelenkpunktes C und nachher auch die Geschwindigkeiten $\vec{V}_b, \vec{V}_a, \vec{V}_d, \vec{V}_e$ der Punkte B, A, D, E .

Zur Kontrolle der Geschwindigkeitskonstruktion findet man im Schnittpunkte von \vec{V}_a und \vec{V}_b den Drehpol P_1 des Gliedes ABC und im Schnittpunkte von \vec{V}_d und \vec{V}_e den Drehpol P_2 des Gliedes CDE , wobei die Gerade $P_1 P_2$ durch das Gelenk C gehen und mit der Geschwindigkeit \vec{V}_c zusammenfallen muß.

Die Beschleunigungskonstruktion wird mit Hilfe des Planes relativer Normalbeschleunigungen^{1,2} durchgeführt. Zu diesem Zweck bildet man (Abb. 1a) die Differenzen der Geschwindigkeitsvektoren und findet mit der Halbkreisconstruction die relativen Normalbeschleunigungen $AB_1, EC_1, KA_1, LB_1, MD_1$ und NE_1 der Seiten AB, EC und der Glieder KA, LB, MD und NE .

Den Plan relativer Normalbeschleunigungen ergeben (Abb. 1b) $\overline{ab} = \overline{AB}_1, \Delta abc \sim \Delta ABC, \overline{ce} = \overline{C_1E}, \Delta cde \sim \Delta CDE$ und $\overline{ak} = \overline{A_1K}, \overline{bl} = \overline{B_1L}, \overline{dm} = \overline{D_1M}, \overline{en} = \overline{E_1N}$.

Weiter trägt man von den Punkten k, l, m, n die bekannten Beschleunigungen $\vec{j}_k, \vec{j}_l, \vec{j}_m, \vec{j}_n$ ab und zieht durch deren Endpunkte bzw. die Geraden $\alpha - \alpha \perp ak, \beta - \beta \perp bl, \delta - \delta \perp dm$ und $\varepsilon - \varepsilon \perp en$.

Dann zieht man beliebig $A'B' \perp AB, E'D' \perp ED$, konstruiert $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC, \Delta E'D'C'' \sim \Delta EDC$ und zieht die Geraden $C'U'$ und $C''U''$ bis zum Schnittpunkte C_1 , der den Endpunkt von $\vec{j}_c = \overline{cC_1}$ ergibt.

Endlich konstruiert man mit parallelen Seiten

$$\Delta C_1A_1B_1 \sim \Delta C'A'B', \Delta C_1D_1E_1 \sim \Delta C''D'E'$$

und erhält die Endpunkte aller gesuchten Beschleunigungen:

$$\vec{j}_a = \overline{aA_1}, \vec{j}_b = \overline{bB_1}, \vec{j}_d = \overline{dD_1} \text{ und } \vec{j}_e = \overline{eE_1}.$$

Beispiel I. Beschleunigungskonstruktion der 8-gliedrigen kinematischen Kette nach Abb. 2a⁷, falls das Glied 1 in gleichförmiger Drehung gegen das feste Glied 8 antreibt.

Bekannt sei die gedrehte Geschwindigkeit \vec{V}_k des Punktes K .

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen $\vec{j}_a, \vec{j}_b, \vec{j}_c, \vec{j}_d, \vec{j}_e$ der Punkte A, B, C, D, E .

⁷ Diese Kette findet man bei *M. Gräbler. Getriebelehre. 1917. Seite 17.*

Die Geschwindigkeitskonstruktion wird nach dem Verfahren des Verfassers^{8,9} mit dem Hilfspunkte Q , dem Schnittpunkte der Glieder 2 und 7, der als Punkt des Gliedes 3 aufgefaßt wird, durchgeführt, dessen gedrehte Geschwindigkeit \vec{V}_q in der Geraden LB liegt.

Diese Geschwindigkeit \vec{V}_q , die von einer zu KA durch den Endpunkt von \vec{V}_k gezogenen Parallelen abgeschnitten wird, ermöglicht nach der Auffindung des Drehpoles P_4 des Gliedes 4 die Konstruktion der gedrehten Geschwindigkeit \vec{V}_c des Gelenkpunktes C und die weitere Konstruktion der übrigen Geschwindigkeiten $\vec{V}_e, \vec{V}_a, \vec{V}_b$, und \vec{V}_a .

Die Beschleunigungskonstruktion wird mit Hilfe des Planes relativer Normalbeschleunigungen^{10,11} durchgeführt. Zu diesem Zweck bildet man Abb. 2a die Differenzen der Geschwindigkeitsvektoren und findet mit der Halbkreisconstruction die Beschleunigung $\overline{KO}_1 = \vec{j}_k$ des Punktes K und die relativen Normalbeschleunigungen $AC_1, DC_2, A_1K, BL_1, EM_1, DN_1$ der Seiten AC, DC und der Glieder AK, BL, EM, DN .

Der Plan relativer Normalbeschleunigungen wird Abb. 2b deutlichkeitshalber in einem zweimal größeren Maßstabe, wie folgt, konstruiert: $\overline{ac} = 2 \overline{AC}_1, \overline{cd} = 2 \overline{C}_2D, \triangle abc \sim \triangle ABC, \triangle cde \sim \triangle CDE$ und $\overline{ak} = 2 \overline{A}_1K, \overline{bl} = 2 \overline{BL}_1, \overline{em} = 2 \overline{EM}_1, \overline{dn} = 2 \overline{DN}_1$.

Weiter trägt man $\overline{jk} = \overline{ko} = 2 \overline{KO}_1$ ab, zieht durch den Punkt o die Gerade $\alpha-\alpha \perp ka$ und durch die Punkte l, m, n bzw. die Geraden $\beta-\beta \perp BL, \epsilon-\epsilon \perp EM, \delta-\delta \perp DN$.

Dann zieht man beliebig $A'B' \perp AB, E'D' \perp ED$, konstruiert $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC, \triangle E'D'C'' \sim \triangle EDC$ und zieht die Geraden $C'U'$ und $C''U''$ bis zum Schnittpunkte C_1 , der den Endpunkt von $\vec{j}_c = \overline{cC}_1$ ergibt.

⁸ N. Rosenauer. Ein neues Verfahren zur Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija I № 14. 1936.

⁹ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft 3. 1937.

¹⁰ N. Rosenauer. Die Beschleunigungskonstruktion kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

¹¹ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

Endlich konstruiert man mit parallelen Seiten $\triangle C_1 A_1 B_1 \sim \triangle C' A' B'$, $\triangle C_1 D_1 E_1 \sim \triangle C'' D' E'$ und erhält die Endpunkte aller gesuchten Beschleunigungen: $\vec{j}_a = \overline{aA_1}$, $\vec{j}_b = \overline{bB_1}$, $\vec{j}_d = \overline{aD_1}$ und $\vec{j}_e = \overline{eE_1}$.

Zuletzt muß noch bemerkt werden, daß alle Beschleunigungen in einem zweimal größeren Maßstabe erhalten sind.

Beispiel II. Beschleunigungskonstruktion an der 12-gliedrigen Gelenkkette, die der Heusinger-Steuerung entspricht. Abb. 3a.

Das Glied XII bleibt fest. Das Glied 1 treibt in gleichförmiger Drehung um das Gelenk 0 an.

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen aller beweglichen Gelenkpunkte.

Geschwindigkeitskonstruktion. Der Geschwindigkeitsmaßstab ist so gewählt, daß die gedrehten Geschwindigkeiten der Punkte des Gliedes 1 dem Abstände vom Gelenk 0 gleich sind, d. h. $\vec{V}_h = \overline{HO}$ und $\vec{V}_i = \overline{JO}$. In diesem Falle sind auch die Beschleunigungen $\vec{j}_h = \overline{HO}$ und $\vec{j}_i = \overline{JO}$.

Die Geschwindigkeitskonstruktion des Gelenkpunktes C hat der Verfasser schon in einer früheren Arbeit¹² veröffentlicht. Sie wird mit den Hilfspunkten Q und R in der Abb. 3a, wie folgt, durchgeführt: die gedrehte Geschwindigkeit \vec{V}_q des Punktes Q , die in der Geraden QT liegt, erhält man mittels des durch den Punkt 0 parallel zu $JKLQ$ gezogenen Polygons. Gleichzeitig ergeben sich auch die gedrehten Geschwindigkeiten \vec{V}_k und \vec{V}_l der Punkte K und L .

Ähnlicherweise konstruiert man auch \vec{V}_r , erhält gleichzeitig \vec{V}_g und \vec{V}_f , geht zum Gelenkpunkt C über, findet \vec{V}_c und nachher die übrigen Geschwindigkeiten $\vec{V}_a, \vec{V}_b, \vec{V}_d, \vec{V}_e$.

Die Beschleunigungskonstruktion wird mit dem Plane relativer Normalbeschleunigungen durchgeführt^{13, 14}. Zunächst findet man (Abb. 3a) die relativen Normalbeschleunigungen KM_1, GN_1, ES_1, BT_1 der Seiten KM, GN und der Glieder ES, BT .

¹² N. Rosenauer. Eine unmittelbare Geschwindigkeitskonstruktion der Heusinger-Steuerung für Lokomotiven. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija I № 15. 1936.

¹³ N. Rosenauer. Die Beschleunigungskonstruktion kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

¹⁴ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

Dann bildet man die Geschwindigkeitsdifferenzen und findet mit der Halbkreisconstruction die relativen Normalbeschleunigungen D_2F , G_1H , A_2L , K_1J , CA_1 , CD_1 der Glieder DF , GH , AL , KJ und der Seiten AC , CD .

Den Plan relativer Normalbeschleunigungen zeichnet man (Abb. 3b) deutlichheitshalber in zweimal größerem Maßstabe folgendermaßen:

$$\overline{ac} = 2 \overline{A_1C}, \overline{cd} = 2 \overline{CD_1}, \triangle abc \sim \triangle ABC, \triangle cde \sim \triangle CDE, \\ \overline{df} = 2 \overline{D_2F}, \overline{fg} = 2 \overline{F_1G}, \overline{gh} = 2 \overline{G_1H}, \overline{al} = 2 \overline{A_2L}, \overline{lk} = 2 \overline{L_1K}, \\ \overline{ki} = 2 \overline{K_1J}, \triangle fgn \sim \triangle FGN, \triangle lkm \sim \triangle LKM, \overline{es} = 2 \overline{ES_1}, \overline{bt} = 2 \overline{BT_1}.$$

An diesem Plane werden jetzt der Reihe nach die Beschleunigungen konstruiert: vom Punkte i trägt man $\vec{j}_i = 2 \overline{JO}$ ab, zieht durch den Endpunkt eine Gerade $\perp ki$ und durch den Punkt m eine andere $\perp km$. Diese Geraden ergeben den Endpunkt von \vec{j}_h , durch den man eine Gerade $\perp kl$ zieht bis zur Geraden, die durch den Punkt $m \perp ml$ gezogen ist. Damit erhält man den Endpunkt von \vec{j}_l , durch den man $\alpha - \alpha \perp al$ zieht. Die Gerade $\beta - \beta$ zieht man durch den Punkt $t \perp bt$.

Ähnlicherweise trägt man vom Punkte h die Beschleunigung $\vec{j}_h = 2 \overline{HO}$ ab, zieht durch den Endpunkt eine Gerade $\perp gh$ und durch den Punkt n eine andere $\perp gn$. Diese Geraden ergeben den Endpunkt von \vec{j}_g , durch den man eine Gerade $\perp gf$ zieht bis zur Geraden, die durch den Punkt $n \perp nf$ gezogen ist. Damit erhält man den Endpunkt von \vec{j}_f , durch den man $\delta - \delta \perp df$ zieht. Die Gerade $\varepsilon - \varepsilon$ zieht man durch den Punkt $s \perp es$.

Weiter zieht man beliebig $A'B' \perp AB$, $E'D' \perp ED$, konstruiert $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$, $\triangle E'D'C'' \sim \triangle EDC$ und zieht die Geraden $C'U'$ und $C''U''$ bis zum Schnittpunkte C_1 , der den Endpunkt von $\vec{j}_c = \overline{cC_1}$ ergibt.

Endlich konstruiert man mit parallelen Seiten $\triangle C_1A_1B_1 \sim C'A'B'$, $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E'$ und erhält die Endpunkte aller übrigen Beschleunigungen: $\vec{j}_a = \overline{aA_1}$, $\vec{j}_b = \overline{bB_1}$, $\vec{j}_d = \overline{dD_1}$ und $\vec{j}_e = \overline{eE_1}$. Zuletzt muß noch bemerkt werden, daß alle Beschleunigungen in einem zweimal größeren Maßstabe erhalten sind.

Paātrinājumu konstrukcijas sarežģītās kinematiskās ķēdēs, kas nesatur šarniru četrstūrus.

Prof. Dr. ing. *N. Rozenauers.*

Paātrinājumu konstrukcija slēgtās locekļu grupās, kas reprezentē šarniru piecstūrus, ir ievērojami sarežģītāka nekā šarniru četrstūros un literatūrā maz apskatīta. Sevišķu ievēribu tamdēļ pelna kinematiskās ķēdes, kurās šarniru četrstūru nemaz nav.

Ātrumu konstrukciju šādās ķēdēs autors publicējis jau agrāk^{1, 2}, bet paātrinājumu konstrukcijai ar sekmēm var lietot autora attīstīto metodi³, kas dod iespēju noteikt paātrinājumus diviem ar šarniru savienotiem ternariem locekļiem, kuriem pievienoti ar šarniriem vēl 4 locekļi.

1. Slēgtā 8-locekļu kinematiskā ķēde bez šarniru četrstūriem (1a. zīm.).

Šinī ķēdē, kas literatūrā atrodama pie *M. Grüblera*⁴ un *H. Alta*⁵, slēgto locekļu grupas ir trīs piecstūri: *NABFO*, *FBCEG* un *MDEGO*.

Pieņemsim, ka 8. loceklis paliek nekustīgs, bet 1. loceklis, vienmērīgi griežoties ap punktu *O*, to piedzen.

Jākonstruē paātrinājumi visiem kustīgiem šarniriem.

¹ *N. Rozenauers.* Ātrumu konstrukcija sarežģītās kinematiskās ķēdēs, kas nesatur šarniru četrstūrus. L. U. R. Mech. fak. serija II № 7. 1937.

² *N. Rosenauer.* Koppeltriebe ohne Gelenkvierecke. Maschinenbau. Reuleaux-Mitteilungen Bd. 6. Heft 3. 1938.

³ *N. Rozenauers.* Paātrinājumu konstrukcijas 8- un vairāk locekļu sarežģītās kinematiskās šarniru ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija. II № 14. 1939.

⁴ *M. Grübler.* Getriebelehre. Berlin. 1937. 17 lapp.

⁵ *H. Alt.* Koppelgetriebe ohne Gelenkvierecke, Maschinenbau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 5. Heft 7. 1937.

Ātrumu konstrukcija^{6,7}.

Izvēlamies ātrumu mērogu tādu, lai 1. locekļa punktu ortogonālie ātrumi reprezentētos ar to attālumiem līdz šarnīram O : $\vec{V}_f = \vec{FO}$ un $\vec{V}_g = \vec{GO}$.

Atrodam 2. un 4. locekļa krustošanās punktu Q , kā arī 5. un 7. locekļa krustošanās punktu R .

Punkta Q ortogonālais ātrums \vec{V}_q sakrīt ar taisni NA , un to atrodam, velkot caur punktu O taisni paraleli FB .

Punkta R ortogonālais ātrums \vec{V}_r sakrīt ar taisni MD , un to atrodam, velkot caur punktu O taisni paraleli GE .

Tālāk atrodam šarnīra C ortogonālo ātrumu, savienojot punktus Q un R ar C un velkot caur \vec{V}_q un \vec{V}_r galiem taisnes paraleli QC un RC līdz krustošanai.

Ievērojot, ka punktu F , Q un B ortogonālo ātrumu gali atrodas uz vienas taisnes, iegūstam \vec{V}_b , velkot caur \vec{V}_c galu taisni paraleli CB .

Punkta A ortogonālo ātrumu \vec{V}_a atrodam, velkot vienkārši caur \vec{V}_c galu taisni paraleli CA līdz krustošanai ar NA .

Līdzīgā kārtā konstruējam arī ortogonālos ātrumus \vec{V}_e un \vec{V}_d punktiem E un D .

Paātrinājumu konstrukcija.

Paātrinājumu konstrukciju izdaram ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību^{8,9}. Šim nolūkam pašā mehānisma zīmējumā (1.a) veidojam ātrumu diferences un konstruējam ar pusriņķiem malu AC un CD relatīvos normalpaātrinājumus AC_1 un DC_2 .

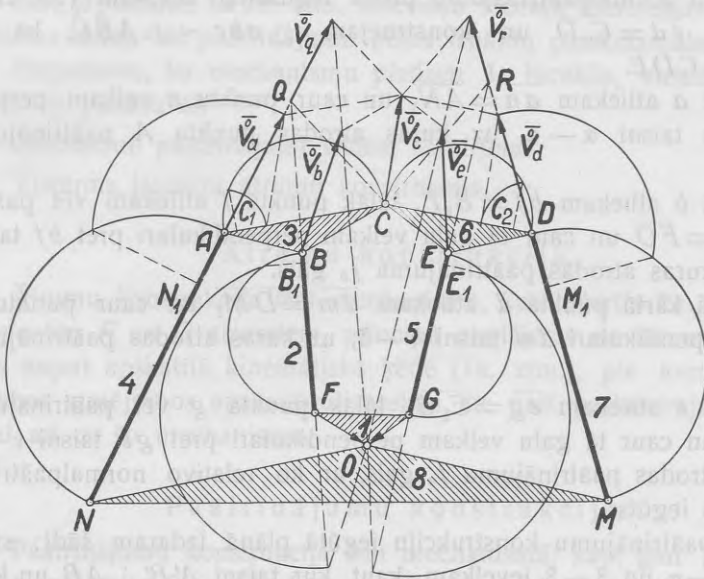
Tāpat konstruējam locekļu FB un GE relatīvos normalpaātrinājumus FB_1 un GE_1 un beidzot arī locekļu AN un DM relatīvos normalpaātrinājumus AN_1 un DM_1 .

⁶ N. Rozenauers. Jauns paņēmieni ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinematisks ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija I № 14. 1936.

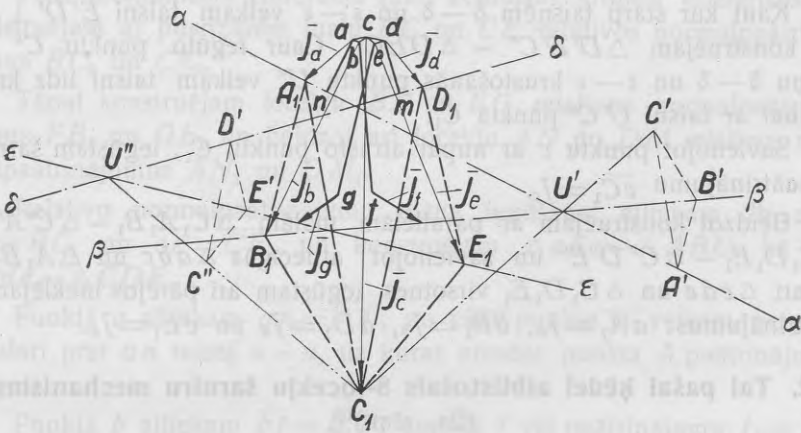
⁷ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17 Heft 3. 1937.

⁸ N. Rozenauers. Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plānu palīdzību sarežģītās kinematisks ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

⁹ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Maschinenbau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.



1a. zīm.



1b. zīm.

1a. zīm. Slēgtā 8-locekļu ķēde ar ortogonāliem ātrumiem un relatīviem normalpaātrinājumiem.

1b. zīm. Paātrinājumu plāns.

LVI ZINĀTNISKĀ
BIBLIOTĒKA
644.33.88

Relativo normalpaātrinājumu plāna iegūšanai atliekam (1b. zīm.) $\overline{ac} = \overline{AC_1}$, $\overline{cd} = \overline{C_2D}$ un konstruējam $\triangle abc \sim \triangle ABC$, kā arī $\triangle cde \sim \triangle CDE$.

Punktā a atliekam $\overline{an} = \overline{AN_1}$ un caur punktu n velkam perpendikulāri an taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras atrodas punkta A paātrinājuma \vec{j}_a gals.

Punktā b atliekam $\overline{bf} = \overline{B_1F}$, tālāk punktā f atliekam vēl paātrinājumu $\vec{j}_f = \overline{FO}$ un caur tā galu velkam perpendikulāri pret bf taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_b gals.

Līdzīgā kārtā punktā d atliekam $\overline{dm} = \overline{DM_1}$ un caur punktu m velkam perpendikulāri dm taisni $\delta - \delta$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_d gals.

Punktā e atliekam $\overline{eg} = \overline{E_1G}$, tālāk punktā g vēl paātrinājumu $\vec{j}_g = \overline{GO}$ un caur tā galu velkam perpendikulāri pret ge taisni $\epsilon - \epsilon$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_e gals, ar ko relatīvo normalpaātrinājumu plāns iegūts.

Pašu paātrinājumu konstrukciju iegūtā plānā izdaram šādi: starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ ievelkam kaut kur taisni $A'B' \perp AB$ un konstruējam $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$. Caur iegūto punktu C' un taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustošanās punktu U' velkam taisni un turpinam konstrukciju no otra gala.

Kaut kur starp taisnēm $\delta - \delta$ un $\epsilon - \epsilon$ velkam taisni $E'D' \perp ED$ un konstruējam $\triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$. Caur iegūto punktu C'' un taisni $\delta - \delta$ un $\epsilon - \epsilon$ krustošanās punktu U'' velkam taisni līdz krustošanai ar taisni $U'C'$ punktā C_1 .

Savienojot punktu c ar nupat atrasto punktu C_1 , iegūstam šarnira C paātrinājumu $\overline{cC_1} = \vec{j}_c$.

Beidzot konstruējam ar parallelām malām $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle C'A'B'$, $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E'$ un savienojot attiecīgās $\triangle abc$ un $\triangle A_1B_1C_1$ kā arī $\triangle cde$ un $\triangle C_1D_1E_1$ virsotnes, iegūstam arī pārējos meklējamos paātrinājumus: $\overline{aA_1} = \vec{j}_a$, $\overline{bB_1} = \vec{j}_b$, $\overline{dD_1} = \vec{j}_d$ un $\overline{eE_1} = \vec{j}_e$.

2. Tai pašai ķēdei atbilstošais 8-locekļu šarniru mehānisms

(2a. zīm.)¹⁰.

Arī šinī mehānismā, kas kalpo 1. locekļa griezes kustības pārvēršanai divās locekļu 4 un 7 svārstīšanās kustībās, slēgto locekļu grupas ir arī tikai piecstūri.

¹⁰ Šādu mehānismu devis H. Alt's. Koppelgetriebe ohne Gelenkvierecke. Maschinenbau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 5 Heft 7. 1937.

Šeit jāpiezīmē, ka 2a. zīm. atsevišķo locekļu dimensijas ar nolūku izvēlētas tādas, lai paātrinājumu plāns iznāktu pārskatamāks.

Pieņemsim, ka mehanismu piedzen 1. loceklis, vienmērīgi griežoties ap punktu O .

Jākonstruē paātrinājumi visiem šarniriem.

Vispirms jāizdara ātrumu konstrukcija.

Ātrumu konstrukcija.

Ātrumu konstrukcija šinī mehanismā, kas izdarīta 2a. zīm., izejot no punktu F un G ātrumiem, principā neatšķiras no ātrumu konstrukcijas nupat apskatītā kinematiskā ķēdē (1a. zīm.), pie kam ievērojot, ka abos zīmējumos apzīmējumi saskan, tie paši paskaidrojumi attiecinami arī uz šo mehanismu.

Paātrinājumu konstrukcija.

Paātrinājumu konstrukcija šinī mehanismā, kaut gan ļoti līdzīga nupat apskatītās 8-locekļu ķēdes paātrinājumu konstrukcijai, bet tomēr atšķiras no tās ar to, ka dažās taisnēs relatīvo normalpaātrinājumu konstrukcijas izdarītas otrā galā, tamdēļ dosim šeit pilnīgus paskaidrojumus.

Pašā mehanisma zīmējumā (2a.) veidojam ātrumu diferences un konstruējam ar pusriņķiem malu BC un CE relatīvos normalpaātrinājumus BC_1 un CE_2 .

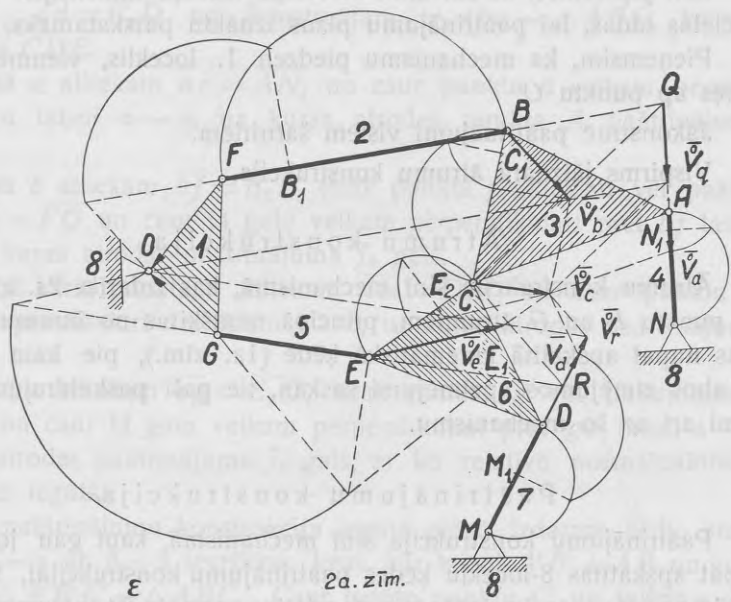
Tāpat konstruējam locekļu BF un EG relatīvos normalpaātrinājumus FB_1 un GE_1 un beidzot arī locekļu AN un DM relatīvos normalpaātrinājumus AN_1 un DM_1 .

Relatīvo normalpaātrinājumu plāna iegūšanai atliekam 2b. zīm. $\overline{bc} = BC_1$ un $\overline{ce} = CE_2$ un konstruējam $\triangle abc \sim \triangle ABC$, kā arī $\triangle cde \sim \triangle CDE$.

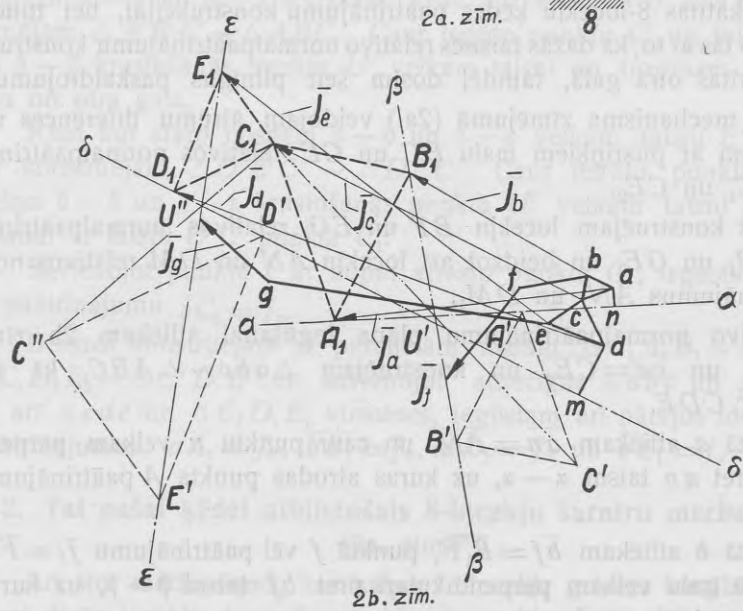
Punktā a atliekam $\overline{an} = \overline{AN_1}$ un caur punktu n velkam perpendikulāri pret an taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras atrodas punkta A paātrinājuma \vec{j}_a gals.

Punktā b atliekam $\overline{bf} = \overline{B_1F}$, punktā f vēl paātrinājumu $\vec{j}_f = \overline{FO}$ un caur tā galu velkam perpendikulāri pret bf taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_b gals.

Līdzīgā kārtā punktā d atliekam $\overline{dm} = \overline{DM_1}$ un caur punktu m velkam perpendikulāri dm taisni $\delta - \delta$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_d gals.



2a. zīm.



2b. zīm.

2a. zīm. 8-locekļu šarnīru mehānisms ar ortogonāliem ātrumiem un relatīviem normalpaātrinājumiem.

2b. zīm. Paātrinājumu plāns.

Punktā e atliekam $\overline{eg} = \overline{E_1G}$, punktā g vēl paātrinājumu $\overline{j_g} = \overline{GO}$ un caur tā galu velkam perpendikulari pret ge taisni $\varepsilon - \varepsilon$, uz kuras atrodas paātrinājuma $\overline{j_e}$ gals.

Pašu paātrinājumu konstrukciju iegūtā plānā izdaram šādi: starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ ievēljam kaut kur taisni $A'B' \perp AB$ un konstruējam $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$

Caur iegūto punktu C' un taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustošanās punktu U' velkam taisni un turpinam konstrukciju no otra gala.

Kaut kur starp taisnēm $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ velkam taisni $E'D' \perp ED$ un konstruējam $\triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$.

Caur iegūto punktu C'' un taisni $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ krustošanās punktu U'' velkam taisni līdz krustošanai ar taisni $U'C'$ punktā C_1 .

Savienojot punktu c ar nupat atrasto punktu C_1 , iegūstam šarnira C paātrinājumu $\overline{cC_1} = \overline{j_c}$.

Beidzot konstruējam ar parallelām malām $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle C'A'B'$, $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E'$ un savienojot attiecīgās $\triangle abc$ un $\triangle A_1B_1C_1$ virsotnes, kā arī $\triangle cde$ un $\triangle C_1D_1E_1$ virsotnes, iegūstam arī pārējos meklējamos paātrinājumus: $\overline{aA_1} = \overline{j_a}$, $\overline{bB_1} = \overline{j_b}$, $\overline{dD_1} = \overline{j_d}$ un $\overline{eE_1} = \overline{j_e}$.

3. Slēgtā 10-locekļu kinematiskā ķēde bez šarniru četrstūriem (3a. zīm.).

Šinī ķēdē, kuru devis H. Alts¹¹, slēgto locekļu grupas ir trīs piecstūri: $NACDM$, $FBCEG$, $OGHLK$ un sešstūris $MDEHLK$.

Pieņemsim, ka X loceklis $OKMN$ paliek nekustīgs, bet 1. loceklis OFG , vienmērīgi griežoties ap punktu O , to piedzen.

Jākonstruē paātrinājumi visiem kustīgiem šarniriem.

Ātrumu konstrukcija^{12, 13}.

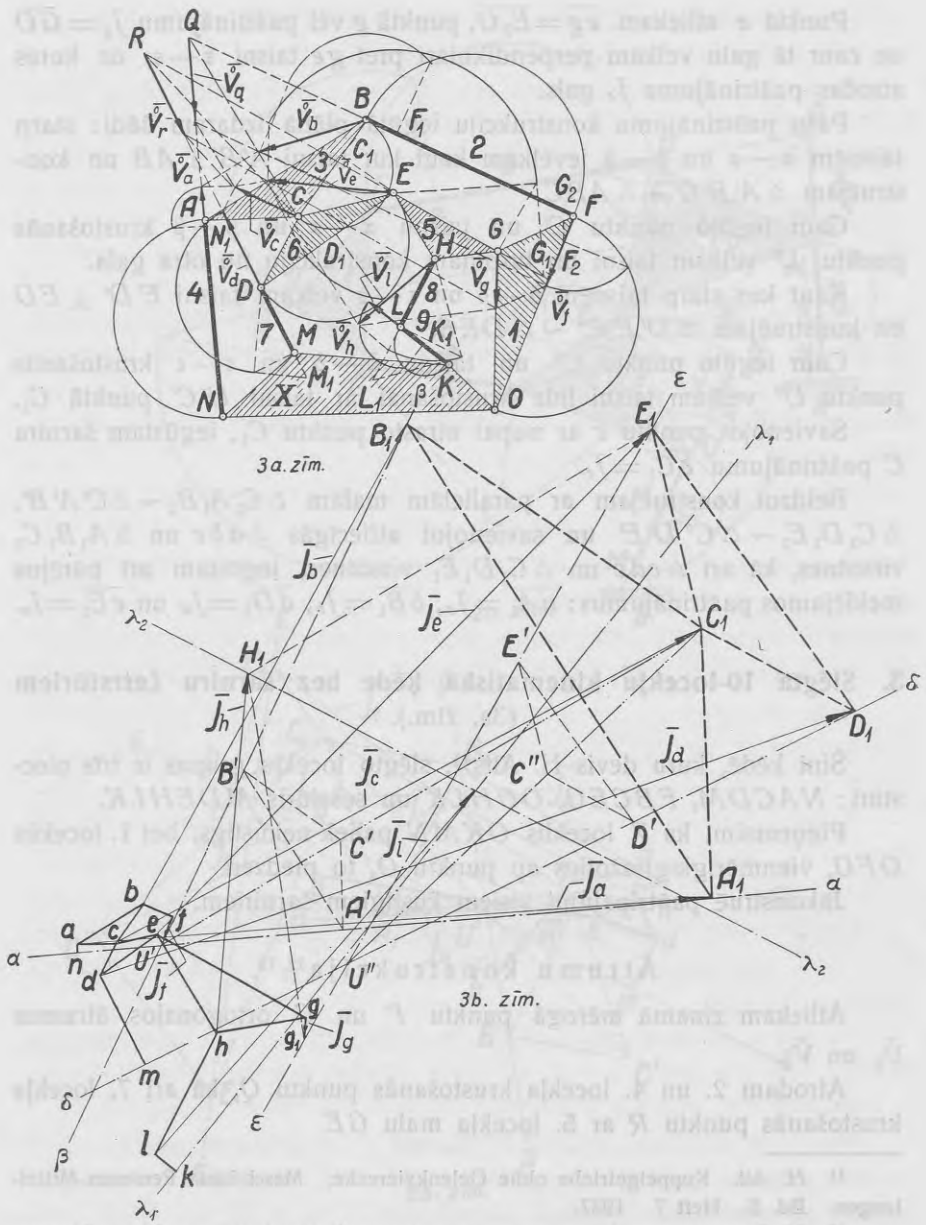
Atliekam zinamā mērogā punktu F un G ortogonālos ātrumus \overline{V}_f un \overline{V}_g .

Atrodam 2. un 4. locekļa krustošanās punktu Q , kā arī 7. locekļa krustošanās punktu R ar 5. locekļa malu GE

¹¹ H. Alt. Koppelgetriebe ohne Gelenkvierecke. Masch-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 5. Heft 7. 1937.

¹² N. Rozenauers: Jauns paņēmieni ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija I № 14. 1936.

¹³ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft 3. 1927.



3a. zīm. Slēgtā 10-locekļu ķēde ar ortogonāliem ātrumiem un relatīviem normalpaātrinājumiem.

3b. zīm. Paātrinājumu plāns.

Punkta Q ortogonālais ātrums sakrīt ar taisni NA , un to atrodam, velkot caur ātruma \vec{V}_f galu taisni paraleli FQ .

Punkta R ortogonālais ātrums sakrīt ar taisni MD , un to atrodam, velkot caur ātruma \vec{V}_g galu taisni paraleli GR .

Tālāk atrodam šarnīra C ortogonālo ātrumu, savienojot punktus Q un R ar C un velkot caur \vec{V}_q un \vec{V}_r galiem taisnes paraleli QC un RC līdz krustošanai.

Ievērojot, ka punktu F , Q un B ortogonālo ātrumu gali atrodas uz vienas taisnes, iegūstam \vec{V}_b , velkot caur \vec{V}_c galu taisni paraleli CB .

Punkta A ortogonālo ātrumu \vec{V}_a atrodam, velkot vienkārši caur \vec{V}_c galu taisni paraleli CA līdz krustošanai ar NA .

Līdzīgā kārtā konstatējam, ka punktu G , R un E ortogonālo ātrumu gali arī atrodas uz vienas taisnes, un iegūstam \vec{V}_e , velkot caur \vec{V}_c galu taisni paraleli CE .

Tāpat velkot caur \vec{V}_c galu taisni paraleli CD līdz krustošanai ar MD , atrodam punkta D ortogonālo ātrumu \vec{V}_d .

Punkta H ortogonālo ātrumu \vec{V}_h atrodam, velkot vienkārši caur \vec{V}_e un \vec{V}_g galiem taisnes paraleli EH un GH .

Ievērojot beidzot, ka punkta L ortogonālais ātrums sakrīt ar taisni KL , velkam caur \vec{V}_h galu taisni paraleli HL līdz krustošanai ar KL un atrodam \vec{V}_l .

Paātrinājumu konstrukcija.

Paātrinājumu konstrukciju izdaram ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību^{14, 15}.

Šim nolūkam pašā mehānismā zīmējumā (3a. zīm.) veidojam ātrumu diferences un konstruējam ar pusriņķiem malu BC , DE un EG relatīvos normalpaātrinājumus BC_1 , ED_1 un EG_1 .

Tāpat konstruējam arī locekļu AN , DM , BF , HL un KL relatīvos normalpaātrinājumus AN_1 , DM_1 , BF_1 , HL_1 un K_1L .

Nemot vērā, ka 1. loceklis griežas vienmērīgi ap punktu O , konstruējam punkta F paātrinājumu FF_2 un velkam $F_2G_2 \parallel OG$.

Relatīvo normalpaātrinājumu plāna iegūšanai atliekam (3b. zīm.) $\overline{de} = \overline{D_1E}$, konstruējam $\triangle cde \sim \triangle CDE$, atliekam $\overline{cb} = \overline{C_1B}$ un konstruējam $\triangle cba \sim \triangle CBA$.

¹⁴ N. Rozenauers. Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plānu palīdzību sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

¹⁵ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

Punktā a atliekam $\overline{an} = \overline{AN}_1$ un caur punktu n velkam perpendikulāri AN taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras atrodas punkta A paštrinājuma \overline{j}_a gals.

Punktā b atliekam $\overline{bf} = \overline{BF}_1$, tālāk punktā f vēl paštrinājumu $\overline{j}_f = \overline{FF}_2$ un caur tā galu velkam perpendikulāri BF taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas paštrinājuma \overline{j}_b gals.

Līdzīgā kārtā punktā d atliekam $\overline{dm} = \overline{DM}_1$ un caur punktu m velkam perpendikulāri MD taisni $\delta - \delta$, uz kuras atrodas paštrinājuma \overline{j}_d gals.

Punktā e atliekam $\overline{eg} = \overline{EG}_1$, tālāk punktā g vēl paštrinājumu $\overline{j}_g = \overline{g g}_1 = \overline{G_2 F_2}$ un caur punktu g_1 velkam perpendikulāri GE taisni $\varepsilon - \varepsilon$, uz kuras atrodas paštrinājuma \overline{j}_e gals.

Tālāk izdaram punktu A, B, C, D un E paštrinājumu konstrukciju šādi: kaut kur starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ velkam taisni $A'B' \perp AB$ un konstruējam $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$. Caur iegūto punktu C' un taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustošanās punktu U' velkam taisni un turpinām konstrukciju no otra gala.

Kaut kur starp taisnēm $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ velkam taisni $E'D' \perp ED$ un konstruējam $\triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$. Caur iegūto punktu C'' un taisni $\delta - \delta$ un $\varepsilon - \varepsilon$ krustošanās punktu U'' velkam taisni līdz krustošanai ar taisni $U'C'$ punktā C_1 .

Savienojot punktu c ar nupat atrasto punktu C_1 , iegūstam acīm redzot šarnira C paštrinājumu $\overline{cC}_1 = \overline{j}_c$.

Tagad konstruējam ar paralēlām malām $\triangle C_1 A_1 B_1 \sim \triangle C' A' B'$ un $\triangle C_1 D_1 E_1 \sim \triangle C'' D' E'$ un, savienojot attiecīgās $\triangle abc$ un $\triangle A_1 B_1 C_1$ virsotnes, kā arī $\triangle cde$ un $\triangle C_1 D_1 E_1$ virsotnes, iegūstam meklējamus paštrinājumus: $\overline{aA}_1 = \overline{j}_a$, $\overline{bB}_1 = \overline{j}_b$, $\overline{dD}_1 = \overline{j}_d$ un $\overline{eE}_1 = \overline{j}_e$.

Beidzot konstruējam vēl $\triangle egh \sim \triangle EGH$, atliekam $\overline{hl} = \overline{HL}_1$, $\overline{lk} = \overline{LK}_1$ un caur punktu k velkam perpendikulāri KL taisni $\lambda_1 - \lambda_1$, uz kuras atrodas paštrinājuma \overline{j}_l gals.

No otras puses konstruējam uz nogriežņa $g_1 E_1$ $\triangle g_1 E_1 H_1 \sim \triangle GEH$ un caur iegūto punktu H_1 velkam perpendikulāri HL taisni $\lambda_2 - \lambda_2$.

Punkta H paštrinājums $\overline{j}_h = \overline{hH}_1$, bet savienojot punktu l ar taisni $\lambda_1 - \lambda_1$ un $\lambda_2 - \lambda_2$ krustošanās punktu, iegūstam arī \overline{j}_l .

4. Tai pašai ķēdei atbilstošais 10-locekļu šarniru mechanisms (4a. zīm.).

Šinī mechanismā, kuru devis H. Alts¹⁶ un kas kalpo 1. locekļa griezes kustības pārvēršanai trijās 4., 7. un 9. locekļa svārstīšanās kustībās, tāpat kā 3a. zīm. parādītā ķēdē, slēgto locekļu grupas ir tikai piecstūri un viens sešstūris *MDEHLK*.

Pieņemsim, ka mechanismu piedzen 1. loceklis *OFG*, vienmērīgi griežoties ap punktu *O*.

Jākonstruē paātrinājumi visiem kustīgiem šarniriem.

Ātrumu konstrukcija^{17, 18}.

Izvēlamies ātrumu mērogu tādu, lai 1. locekļa punktu ortogonālie ātrumi reprezentētos ar attālumiem līdz šarniram *O*.

Atrodam 2. un 4. locekļa krustošanās punktu *Q*, kā arī 7. locekļa krustošanās punktu *R* ar 5. locekļa malu *GE*.

Punkta *Q* ortogonālais ātrums sakrīt ar taisni *NA*, un to atrodam, velkot caur punktu *O* taisni paraleli *FQ*.

Punkta *R* ortogonālais ātrums sakrīt ar taisni *MD*, un to atrodam, velkot caur punktu *O* taisni paraleli *GR*.

Tālāk atrodam šarnira *C* ortogonālo ātrumu, savienojot punktus *Q* un *R* ar *C* un velkot caur \vec{V}_q un \vec{V}_r galiem taisnes paraleli *QC* un *RC* līdz krustošanai.

Ievērojot, ka punktu *F*, *Q* un *B* ortogonālo ātrumu gali atrodas uz vienas taisnes, iegūstam \vec{V}_b , velkot caur \vec{V}_c galu taisni paraleli *CB*.

Punkta *A* ortogonālo ātrumu \vec{V}_a atrodam, velkot vienkārši caur \vec{V}_c galu taisni paraleli *CA* līdz krustošanai ar *NA*.

Līdzīgā kārtā konstatējam, ka punktu *G*, *R* un *E* ortogonālo ātrumu gali arī atrodas uz vienas taisnes, un iegūstam \vec{V}_e , velkot caur \vec{V}_c galu taisni paraleli *CE*.

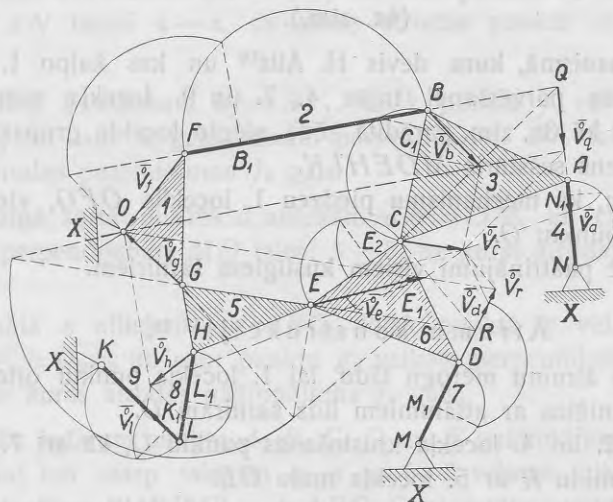
Tāpat velkot caur \vec{V}_c galu taisni paraleli *CD* līdz krustošanai ar *MD*, atrodam punkta *D* ortogonālo ātrumu \vec{V}_d .

Punkta *H* ortogonālo ātrumu \vec{V}_h atrodam, velkot vienkārši caur \vec{V}_e un \vec{V}_g galiem taisnes paraleli *EH* un *GH*.

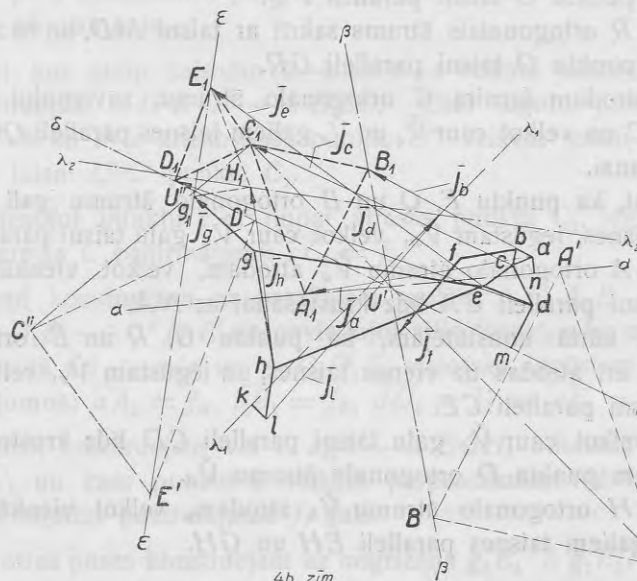
¹⁶ H. Alt. Koppelgetriebe ohne Gelenkvierecke. Masch-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 5. Heft 7. 1937.

¹⁷ N. Rozenauers. Jauns paņēmieni ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinematisķās ķēdes. L. U. R. Mech. fak. serija I № 14. 1936.

¹⁸ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft 3. 1937.



4a. zīm.



4b. zīm.

4a. zīm. 10-locekļu šarnīru mehānisms ar ortogonāliem ātrumiem un relatīvu normalpaātrinājumiem.

4b. zīm. Paātrinājumu plāns.

Ievērojot beidzot, ka punkta L ortogonālais ātrums sakrīt ar taisni KL , velkam caur \vec{V}_h galu taisni paraleli HL līdz krustošanai ar KL un atrodam \vec{V}_l .

Paātrinājumu konstrukcija.

Paātrinājumu konstrukciju izdaram ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību^{19, 20}.

Šim nolūkam pašā mehānisma zīmējumā (4a. zīm.) veidojam ātrumu diferences un konstruējam malu BC , CE un EG relatīvos normalpaātrinājumus BC_1 , CE_2 un GE_1 .

Tāpat konstruējam arī locekļu AN , DM , BF , HL un KL relatīvos normalpaātrinājumus AN_1 , DM_1 , FB_1 , HL_1 un LK_1 .

Nemot vērā, ka 1. loceklis griežas vienmērīgi, paātrinājums $\vec{j}_f = \vec{FO}$ un $\vec{j}_g = \vec{GO}$.

Relatīvo normalpaātrinājumu plāna iegūšanai atliekam (4b. zīm.) $\overline{bc} = \overline{BC}_1$, $\overline{ce} = \overline{CE}_2$ un konstruējam $\triangle bca \sim \triangle BCA$ un $\triangle cde \sim \triangle CDE$.

Punktā a atliekam $\overline{an} = \overline{AN}_1$ un caur punktu n velkam perpendikulāri AN taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras atrodas punkta A paātrinājuma \vec{j}_a gals.

Punktā b atliekam $\overline{bf} = \overline{B}_1\overline{F}$, tālāk punktā f vēl paātrinājumu $\vec{j}_f = \vec{FO}$ un caur tā galu velkam perpendikulāri BF taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_b gals.

Līdzīgā kārtā punktā d atliekam $\overline{dm} = \overline{DM}_1$ un caur punktu m velkam perpendikulāri MD taisni $\delta - \delta$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_d gals.

Punktā e atliekam $\overline{eg} = \overline{E}_1\overline{G}$, tālāk punktā g vēl paātrinājumu $\vec{j}_g = \overline{gg}_1 = \vec{GO}$ un caur tā galu velkam perpendikulāri GE taisni $\varepsilon - \varepsilon$, uz kuras atrodas paātrinājuma \vec{j}_e gals.

Punktu A , B , C , D un E paātrinājumu konstrukciju izdaram šādi: kaut kur starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ velkam taisni $A'B' \perp AB$ un konstruējam $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$. Caur iegūto punktu C' un taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustošanās punktu U' velkam taisni un turpinām konstrukciju no otrās puses.

¹⁹ N. Rozenauers. Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plānu palīdzību sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

²⁰ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

Kaut kur starp taisnēm $\delta-\delta$ un $\epsilon-\epsilon$ velkam taisni $E'D' \perp ED$ un konstruējam $\triangle D'E'C'' \sim DEC$. Caur iegūto punktu C'' un taisņu $\delta-\delta$ un $\epsilon-\epsilon$ krustošanās punktu U'' velkam taisni līdz krustošanai ar taisni $U'C'$ punktā C_1 .

Savienojot punktu c ar nupat atrasto punktu C_1 , iegūstam acīm redzot šarnira C paštrinājumu $cC_1 = \bar{j}_c$.

Tagad konstruējam ar parallelām malām $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle C'A'B'$ un $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C'D'E'$ un, savienojot attiecīgās $\triangle abc$ un $\triangle A_1B_1C_1$ virsotnes, kā arī $\triangle cde$ un $\triangle C_1D_1E_1$ virsotnes, iegūstam meklējamos paštrinājumus: $\overline{aA_1} = \bar{j}_a$, $\overline{bB_1} = \bar{j}_b$, $\overline{dD_1} = \bar{j}_d$ un $\overline{eE_1} = \bar{j}_e$.

Beidzot konstruējam vēl $\triangle egh \sim \triangle EGH$, atliekam $\overline{hl} = \overline{HL_1}$, $\overline{lk} = \overline{LK_1}$ un caur punktu k velkam perpendikulari KL taisni $\lambda_1-\lambda_1$, uz kuras atrodas paštrinājuma \bar{j}_l gals.

No otras puses konstruējam uz nogriežņa g_1E_1 $\triangle g_1E_1H_1 \sim \triangle GEH$ un caur iegūto punktu H_1 velkam perpendikulari HL taisni $\lambda_2-\lambda_2$.

Punkta H paštrinājums $\bar{j}_h = \overline{hH_1}$ un, savienojot punktu l ar taisņu $\lambda_1-\lambda_1$ un $\lambda_2-\lambda_2$ krustošanās punktu, iegūstam arī \bar{j}_l .

Iesniegts fakultātei 1938. g. 13. oktobrī.

Beschleunigungsstrukturen kinematischer Ketten, die kein Gelenkviereck besitzen.

Prof. Dr. Ing. N. Rosenauer.

Autoreferat.

Die Beschleunigungsstrukturen an geschlossenen Gliedergruppen kinematischer Ketten, die ein Gelenkfünfeck darstellen, sind nicht so einfach wie an Gelenkvierecken und sind in der Literatur wenig beachtet. Besonders zu berücksichtigen sind daher solche Ketten, die überhaupt kein Gelenkviereck besitzen.

Die Geschwindigkeitsstrukturen solcher Ketten hat der Verfasser schon früher veröffentlicht^{1, 2}. Zur Beschleunigungsstruktur kann aber mit Erfolg ein anderes Verfahren des Verfassers³ verwandt werden, das die Möglichkeit gibt, den Beschleunigungszustand zweier durch ein Gelenk verbundener ternärer Glieder, die durch vier andere Glieder angetrieben werden, zu ermitteln.

1. Achtgliedrige Gelenkkette ohne Gelenkvierecke. (Bild 1a.)^{4, 5}.

Die Kette enthält nur drei Gelenkfünfecke. Es wird angenommen, das 8. Glied bleibe fest und das 1. treibe gleichförmig mit gegebener Geschwindigkeit an.

Zu ermitteln sind die Beschleunigungen aller Gelenkpunkte.

¹ N. Rosenauer. Die Geschwindigkeitsstruktur zusammengesetzter kinematischer Ketten, die kein Gelenkviereck enthalten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 7. 1937.

² N. Rosenauer. Koppeltriebe ohne Gelenkvierecke. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen Bd. 6. Heft 3. 1938.

³ N. Rosenauer. Ein Beitrag zur Beschleunigungsstruktur 8- und mehrgliedriger Gelenkketten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 14. 1939.

⁴ Diese Kette findet man bei M. Grübler. Getriebelehre. Berlin 1917. Seite 17, und bei

⁵ H. Alt. Koppelgetriebe ohne Gelenkvierecke. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen Bd. 5. Heft 7. 1937.

Der Geschwindigkeitsmaßstab wird so gewählt, daß die gedrehten Geschwindigkeiten der Punkte F und G $\vec{V}_f = \vec{FO}$ und $\vec{V}_g = \vec{GO}$ sind. Dann sind auch die Beschleunigungen $\vec{j}_f = \vec{FO}$ und $\vec{j}_g = \vec{GO}$.

Die Geschwindigkeitskonstruktion hat der Verfasser im Bild 1a mit den Hilfspunkten Q und R durchgeführt und schon früher veröffentlicht^{1,2}, deshalb soll hier nicht näher darauf eingegangen werden.

Die Beschleunigungskonstruktion wird mit dem Plane relativer Normalbeschleunigungen^{6,7} durchgeführt. Zu dessen Ermittlung bildet man im Bild 1a die Geschwindigkeitsdifferenzen und findet mit der Halbkreisconstruction die relativen Normalbeschleunigungen: $AC_1, DC_2, FB_1, GE_1, AN_1, DM_1$ der Seiten AC, DC und der Glieder FB, GE, AN, DM .

Den N-Plan im Bild 1b ergeben: $\overline{ac} = \overline{AC_1}$, $\overline{cd} = \overline{C_2D}$, $\triangle abc \sim \triangle ABC$, $\triangle cde \sim \triangle CDE$ und $\overline{an} = \overline{AN_1}$, $\overline{dm} = \overline{DM_1}$, $\overline{bf} = \overline{B_1F}$, $\overline{eg} = \overline{E_1G}$.

Am erhaltenen Plane trägt man noch von den Punkten f und g die Beschleunigungen $\vec{j}_f = \vec{FO}$ und $\vec{j}_g = \vec{GO}$ ab und zieht durch die Endpunkte die Geraden $\beta-\beta \perp bf$, $\epsilon-\epsilon \perp eg$, wie auch durch die Punkte n und m die Geraden $\alpha-\alpha \perp an$, $\delta-\delta \perp dm$.

Darauf zieht man beliebig $A'B' \perp AB$, $D'E' \perp DE$, konstruiert $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$, $\triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$ und zieht die Geraden $C'U'$ und $C''U''$ bis zum Schnittpunkte C_1 , der den Endpunkt der Beschleunigung $\vec{j}_c = \overline{cC_1}$ ergibt.

Endlich konstruiert man am Punkte C_1 mit parallelen Seiten $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle C'A'B'$, $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E'$ und erhält die übrigen gesuchten Beschleunigungen als folgende Verbindungsgeraden: $\vec{j}_a = \overline{aA_1}$, $\vec{j}_b = \overline{bB_1}$, $\vec{j}_d = \overline{dD_1}$, $\vec{j}_e = \overline{eE_1}$.

⁶ N. Rosenauer. Die Beschleunigungskonstruktion kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

⁷ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

2. Achtgliedriges Getriebe (Bild 2a), das derselben Kette nach Bild 1a. entspricht.

Auch dieses Getriebe, das von *H. Alt*⁸ gegeben wurde, besitzt als geschlossene Gliedergruppen nur Fünfecke. Ebenso wird angenommen, daß das Glied 1 in gleichförmiger Drehung um den Punkt *O* antreibt. Zu konstruieren sind die Beschleunigungen aller Gelenkpunkte.

Die Geschwindigkeitskonstruktion, die im Bild 2a mit den Hilfspunkten *Q* und *R* durchgeführt ist, ist ebenfalls vom Verfasser schon früher^{9, 10} veröffentlicht und darauf wird nicht näher eingegangen.

Die Beschleunigungskonstruktion, die im Bild 2b durchgeführt ist, unterscheidet sich von der vorher gegebenen nur dadurch, daß bei der Bestimmung der relativen Normalbeschleunigungen der Glieder 3 und 6 dieselben nicht in den Seiten *AC* und *DC*, sondern in den Seiten *BC* und *EC* ermittelt worden sind.

Die übrigen Erläuterungen bleiben deshalb auch für diesen Fall gültig.

3. Zehngliedrige Gelenkkette ohne Gelenkvierecke. (Bild 3a.).

Diese Kette⁸ enthält vier geschlossene Gliedergruppen: drei Fünfecke und ein Sechseck *MDEHLK*. Es wird angenommen, das Glied *X* bleibe fest und das Glied 1 treibe gleichförmig mit einer gegebenen Geschwindigkeit an, wobei die Beschleunigungen aller Gelenkpunkte zu ermitteln sind.

Die Geschwindigkeitskonstruktion, die im Bild 3a mit den Hilfspunkten *Q* und *R* durchgeführt ist, ist ebenfalls vom Verfasser schon veröffentlicht^{9, 10} und es wird hier darauf nicht näher eingegangen.

Die Beschleunigungskonstruktion wird mit dem Plane relativer Normalbeschleunigungen durchgeführt^{11, 12}. Zu dessen Ermitt-

⁸ *H. Alt*. Koppelgetriebe ohne Gelenkvierecke. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 5. Heft 7. 1937.

⁹ *N. Rosenauer*. Die Geschwindigkeitskonstruktion zusammengesetzter kinematischer Ketten, die kein Gelenkviereck enthalten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 7. 1937.

¹⁰ *N. Rosenauer*. Koppeltriebe ohne Gelenkvierecke. Masch.-bau, Reuleaux-Mitteilungen. Band 6. Heft 3. 1938.

¹¹ *N. Rosenauer*. Ein Beitrag zur Beschleunigungskonstruktion 8- und mehrgliedriger Gelenkketten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 14. 1939.

¹² *N. Rosenauer*. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft. 10. 1938.

telung bildet man im Bild 3a die Geschwindigkeitsdifferenzen und findet mit der Halbkreisconstruction die relativen Normalbeschleunigungen: $BC_1, ED_1, EG_1, AN_1, DM_1, BF_1, HL_1, K_1L$ der Seiten BC, DE, EG und der Glieder AN, DM, BF, HL, KL .

Die gleichförmige Drehung des Gliedes 1 um den Punkt O in Bezug nehmend, konstruiert man die Beschleunigung FF_2 des Punktes F und zieht $F_2G_2 \parallel OG$.

Den N -Plan im Bild 3b. ergeben: $\overline{de} = \overline{D_1E}$, $\triangle cde \sim \triangle CDE$, $\overline{cb} = \overline{C_1B}$, $\triangle cba \sim \triangle CBA$, $\overline{an} = \overline{AN_1}$, $\overline{bf} = \overline{BF_1}$, $\overline{j_f} = \overline{FF_2}$, $\overline{dm} = \overline{DM_1}$, $\overline{eg} = \overline{EG_1}$, $\overline{j_g} = \overline{gg_1} = \overline{G_2F_2}$.

Am erhaltenen Plane zieht man durch die Endpunkte von $\overline{j_f}$ und $\overline{j_g}$ die Geraden $\beta - \beta \perp BF$, $\varepsilon - \varepsilon \perp GE$ und durch n und m die Geraden $\alpha - \alpha \perp AN$ und $\delta - \delta \perp DM$.

Darauf zieht man beliebig $A'B' \perp AB$, $D'E' \perp DE$, konstruiert $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$, $\triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$ und zieht die Geraden $C'U'$ und $C''U''$ bis zum Schnittpunkte C_1 , der den Endpunkt der Beschleunigung $\overline{j_c} = \overline{cC_1}$ ergibt.

Dann konstruiert man am Punkte C_1 mit parallelen Seiten $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle C'A'B'$, $\triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E''$ und erhält als folgende Verbindungsgeraden die Beschleunigungen: $\overline{j_a} = \overline{aA_1}$, $\overline{j_b} = \overline{bB_1}$, $\overline{j_d} = \overline{dD_1}$, $\overline{j_e} = \overline{eE_1}$.

Weiter konstruiert man noch $\triangle egh \sim \triangle EGH$, trägt $\overline{hl} = \overline{HL_1}$, $\overline{lk} = \overline{LK_1}$ ab und zieht $\lambda_1 - \lambda_1 \perp KL$. Andererseits konstruiert man auf g_1E_1 das $\triangle g_1E_1H_1 \sim \triangle GEH$ und zieht durch H_1 $\lambda_2 - \lambda_2 \perp HL$.

Zuletzt ergibt sich $\overline{j_h} = \overline{hH_1}$ und die Beschleunigung $\overline{j_l}$ als Verbindungsgerade des Punktes l mit dem Schnittpunkte von $\lambda_1 - \lambda_1$ und $\lambda_2 - \lambda_2$.

4. Zehngliedriges Getriebe (Bild 4a), das derselben Kette nach Bild 3a entspricht.

Dieses Getriebe¹³ besitzt als geschlossene Gliedergruppen auch nur Fünfecke und ein Sechseck $MDEHLK$. Es wird angenommen, daß das Glied 1 in gleichförmiger Drehung um den Punkt O antreibt, wobei der Geschwindigkeitsmaßstab so gewählt ist, daß die gedrehten Geschwindigkeiten $\overline{V_f} = FO$ und $\overline{V_g} = GO$ sind.

¹³ H. Alt. Koppelgetriebe ohne Gelenkvierecke. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 5. Heft 7. 1937.

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen aller Gelenkpunkte.

Die Geschwindigkeitskonstruktion, die im Bild 4a mit den Hilfspunkten Q und R durchgeführt ist, ist vom Verfasser schon veröffentlicht^{14, 15}, und es wird hier darauf nicht näher eingegangen.

Die Beschleunigungskonstruktion wird mit dem Plane relativer Normalbeschleunigungen durchgeführt^{16, 17}. Zu dessen Ermittlung bildet man im Bild 4a die Geschwindigkeitsdifferenzen und findet mit der Halbkreisconstruction die relativen Normalbeschleunigungen: $BC_1, CE_2, GE_1, AN_1, DM_1, FB_1, HL_1, LK_1$ der Seiten BC, CE, GE und der Glieder AN, DM, FB, HL, LK .

Da sich das Glied 1 gleichförmig dreht, so sind $\vec{j}_f = \overline{FO}$ und $\vec{j}_g = \overline{GO}$.

Den N -Plan im Bild 4b ergeben: $\overline{bc} = \overline{BC_1}, \overline{ce} = \overline{CE_2}, \triangle bca \sim \triangle BCA, \triangle cde \sim \triangle CDE, \overline{an} = \overline{AN_1}, \overline{bf} = \overline{B_1F}, \vec{j}_f = \overline{FO}, \overline{dm} = \overline{DM_1}, \overline{eg} = \overline{E_1G}, \vec{j}_g = \overline{gg_1} = \overline{GO}$.

Am erhaltenen Plane zieht man durch die Endpunkte von \vec{j}_f und \vec{j}_g die Geraden $\beta - \beta \perp BF, \varepsilon - \varepsilon \perp GE$ und durch die Punkte n und m die Geraden $\alpha - \alpha \perp AN$ und $\delta - \delta \perp DM$.

Darauf zieht man beliebig $A'B' \perp AB, D'E' \perp DE$, konstruiert $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC, \triangle D'E'C'' \sim \triangle DEC$ und zieht die Geraden $C'U'$ und $C''U''$ bis zum Schnittpunkte C_1 , der den Endpunkt von $\vec{j}_c = \overline{cC_1}$ ergibt.

Dann konstruiert man am Punkte C_1 mit parallelen Seiten $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle C'A'B', \triangle C_1D_1E_1 \sim \triangle C''D'E'$ und erhält als Verbindungsgeraden die Beschleunigungen: $\vec{j}_a = \overline{aA_1}, \vec{j}_b = \overline{bB_1}, \vec{j}_d = \overline{dD_1}, \vec{j}_e = \overline{eE_1}$.

Weiter konstruiert man noch $\triangle egh \sim \triangle EGH$, trägt $\overline{hl} = \overline{HL_1}, \overline{lk} = \overline{LK_1}$ ab und zieht $\lambda_1 - \lambda_1 \perp KL$. Andererseits konstruiert man auf g_1E_1 $\triangle g_1E_1H_1 \sim \triangle GEH$ und zieht durch H_1 $\lambda_2 - \lambda_2 \perp HL$.

Zuletzt ergibt sich $\vec{j}_h = \overline{hH_1}$ und die Beschleunigung \vec{j}_l als Verbindungsgerade des Punktes l mit dem Schnittpunkte von $\lambda_1 - \lambda_1$ und $\lambda_2 - \lambda_2$.

¹⁴ N. Rosenauer. Die Geschwindigkeitskonstruktion zusammengesetzter kinematischer Ketten, die kein Gelenkviereck enthalten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 7. 1937.

¹⁵ N. Rosenauer. Koppeltriebe ohne Gelenkvierecke. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 3. 1938.

¹⁶ N. Rosenauer. Ein Beitrag zur Beschleunigungskonstruktion 8- und mehrgliedriger Gelenkketten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 14. 1939.

¹⁷ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6. Heft 10. 1938.

Stephenson'a kulises paātrinājuma stāvokļa noteikšana.

Prof. Dr. ing. *N. Rozenauers*.

Paātrinājumu konstrukciju Stephenson'a mechanismā dažādiem nostādīšanas un piedzišanas gadījumiem autors devis jau agrāk¹, bet šeit aplūko pazīstamo Stephenson'a kulisi.

Līdz šim literatūrā šīs kulises paātrinājuma stāvokļa noteikšanai lietoja polaros paātrinājumu plānus. Šādus plānus dod prof. T. Pöschl (Th. Pöschl)² un prof. A. Mališevs (А. Малышевъ)³, pie kam pēdējais plāna iegūšanai lieto fiktīvo konstrukciju metodi.

Autors turpretim liek priekšā kulises paātrinājuma stāvokļa noteikšanu izdarīt ar relatīvo normalpaātrinājumu plāna palīdzību, kuru autors jau vairākkārt lietojis citu jautājumu atrisināšanai^{4, 5, 6, 7} un kas arī šinī gadījumā dod vienkāršāku un pārskatāmāku atrisinājumu.

Stephenson'a kulise attēlota 1a. zīm., pie kam ar 1 apzīmēts dubultkloķis, kas ar 2. un 4. locekļa palīdzību piedzen kulisi 3. Pati kulise 3 piekārtā vidū punktā *A* ar 5. locekļa palīdzību pie nekustīgās 6. plaknes punkta *G*.

¹ *N. Rozenauers*. Stephenson'a mechanisma paātrinājumu konstrukcijas. L. U. R. Mech. fak. serija II № 10. 1938.

² *Th. Pöschl*. Einführung in die ebene Getriebelehre. Berlin. 1932. 101.—104. lapp.

³ *А. П. Малышевъ*. Кинематика механизмовъ. Москва. 1933. 137.—139. lapp.

⁴ *N. Rozenauers*. Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normalpaātrinājumu plānu palīdzību sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija № 4. 1937.

⁵ *N. Rosenauer*. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen Bd. 6. Heft 10. 1938.

⁶ *N. Rozenauers*. Paātrinājumu konstrukcijas 8- un vairāk locekļu sarežģītās kinematiskās šarnīru ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija II № 14. 1939.

⁷ *N. Rozenauers*. Paātrinājumu konstrukcijas sarežģītās kinematiskās ķēdēs, kas nesatur šarnīru četrstūrus. L. U. R. Mech. fak. serija II № 15. 1939.

Kulises akmens K un tvaikdaļis H parādīti tikai ar punkturu, tamdēļ ka tie atrodas ārpus tā 6-locekļu mehānisma, kas pazīstams ar nosaukumu „Stephenson'a kulise“, bet šā darba mērķis ir noteikt tikai pašas kulises paātrinājumu stāvokli, un kad tas būs panākts, tālāka tvaikdaļa paātrinājuma noteikšana nerada nekādas grūtības.

Ievērojot, ka katras kustīgas plaknes paātrinājuma stāvoklis noteikts ar divu punktu paātrinājumiem, varam teikt, ka kulises 3 paātrinājuma stāvoklis būs noteikts ar punktu C un B paātrinājumiem, kurus šeit meklēsim, pieņemot, ka dubultkloķis griežas vienmērīgi ap punktu F un ātrumu mērogs pieņemts tāds, lai 1. locekļa punktu ortogonālie ātrumi reprezentētos ar attālumiem līdz šarnīram F .

Bet iekams var sākt paātrinājumu konstrukciju, vispirms jāizdara ātrumu konstrukcija. Attiecībā uz to, kaut gan T. Pöšls (Th. Pöschl) raksta⁸: „Für die Zeichnung des Geschwindigkeitsplanes ist vor allem die Kenntnis des Drehpols Ω oder 36 des Gliedes 3 erforderlich“, jāpiezīmē, ka autors izdara šo konstrukciju bez minētā pola palīdzības, izlietojot tikai palīgpunktu Q , kas ir daudz izdevīgāki, jo T. Pöšls (Th. Pöschl) pola 36 noteikšanai velk taisni caur poliem 16 un 13 līdz krustošanai ar 5. locekli, bet pols 13, kas atrodas 2. un 4. locekļa krustošanās punktā, ļoti bieži gadas ārpus zīmējuma robežām⁹.

Autors savā konstrukcijā atrod palīgpunktu Q 2. un 5. locekļa krustošanās punktā un uzskata to par 3. locekļa punktu^{10,11}, izlietojot polu 36 tikai beigās konstrukcijas kontrolei.

Punkta Q ortogonālais ātrums sakrīt ar 5. locekli un tas viegli atrodams, velkot caur punktu F taisni paraleli DQ līdz krustošanai ar 5. locekli.

Velkot tālāk caur \vec{V}_q galu taisni paraleli QB līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu F paraleli EB , atrodam punkta B ortogonālo ātrumu \vec{V}_b .

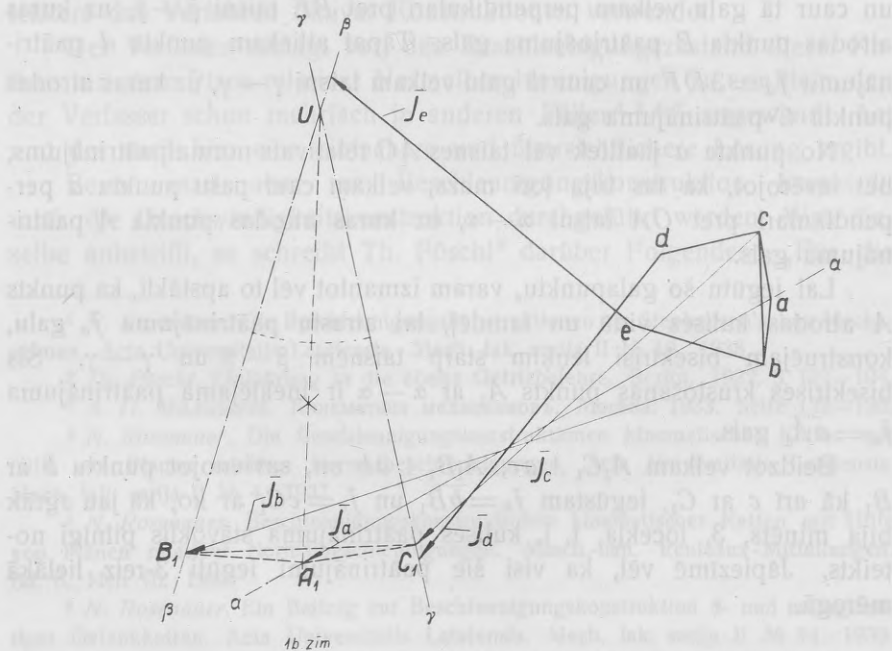
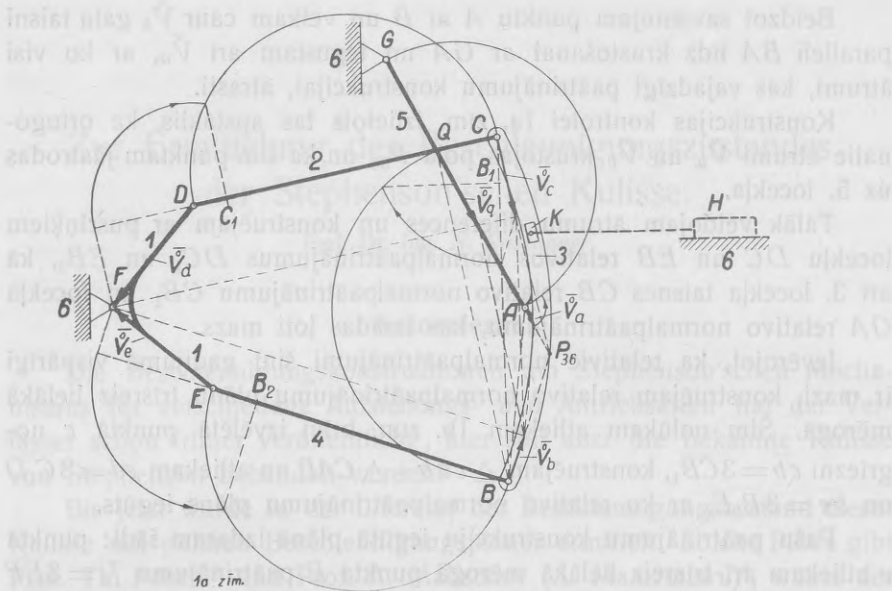
Ievērojot, ka punktu D , Q un C ortogonālo ātrumu gali atrodas uz vienas taisnes, kas bija vilkta caur punktu F paraleli DC , atrodam punkta C ortogonālo ātrumu, savienojot punktu B ar C un velkot caur \vec{V}_b galu taisni paraleli BC .

⁸ Th. Pöschl. „Einführung in die ebene Getriebelehre.“ Berlin, 1932. 102. lapp.

⁹ Turpat 103. lapp. 69. zīm.

¹⁰ N. Rozenauers. Jauns paņēmieni ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinematiskās ķēdēs. L. U. R. Mech. fak. serija I № 14, 1936.

¹¹ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft 3. 1937.



1a. zīm. Stephenson'a kulises mehānisms.

1b. zīm. Paātrinājumu plāns trīsreiz lielākā mērogā.

Beidzot savienojam punktu A ar B un velkam caur \bar{V}_b galu taisni paraleli BA līdz krustošanai ar GA un iegūstam arī \bar{V}_a , ar ko visi ātrumi, kas vajadzīgi paātrinājumu konstrukcijai, atrasti.

Konstrukcijas kontrolei 1a. zīm. izlietots tas apstāklis, ka ortogonālie ātrumi \bar{V}_a un \bar{V}_b krustojas polā P_{36} un ka šim punktam jāatrodas uz 5. locekļa.

Tālāk veidojam ātrumu diferences un konstruējam ar pusriņķiem locekļu DC un EB relatīvos normalpaātrinājumus DC_1 un EB_2 , kā arī 3. locekļa taisnes CB relatīvo normalpaātrinājumu CB_1 un locekļa GA relatīvo normalpaātrinājumu, kas izrādas ļoti mazs.

Ievērojot, ka relatīvie normalpaātrinājumi šinī gadījumā vispārīgi ir mazi, konstruējam relatīvo normalpaātrinājumu plānu trīsreiz lielākā mērogā. Šim nolūkam atliekam 1b. zīm. brīvi izvēlētā punktā c nogriezni $\bar{cb} = 3\bar{CB}_1$, konstruējam $\triangle cab \sim \triangle CAB$ un atliekam $\bar{cd} = 3\bar{C}_1D$ un $\bar{be} = 3\bar{B}_2E$, ar ko relatīvo normalpaātrinājumu plāns iegūts.

Pašu paātrinājumu konstrukciju iegūta plānā izdaram šādi: punktā e atliekam arī trīsreiz lielākā mērogā punkta E paātrinājumu $\bar{j}_e = 3\bar{EF}$ un caur tā galu velkam perpendikulāri pret BE taisni $\beta - \beta$, uz kuras atrodas punkta B paātrinājuma gals. Tāpat atliekam punktā d paātrinājumu $\bar{j}_d = 3\bar{DF}$ un caur tā galu velkam taisni $\gamma - \gamma$, uz kurās atrodas punkta C paātrinājuma gals.

No punkta a jāatliek vēl taisnes AG relatīvais normalpaātrinājums, bet ievērojot, ka tas bija ļoti mazs, velkam caur pašu punktu a perpendikulāri pret GA taisni $\alpha - \alpha$, uz kuras atrodas punkta A paātrinājuma gals.

Lai iegūtu šo galapunktu, varam izmantot vēl to apstākli, ka punkts A atrodas kulises vidū un tamdēļ, lai atrastu paātrinājuma \bar{j}_a galu, konstruējam bisektrisi leņķim starp taisnēm $\beta - \beta$ un $\gamma - \gamma$. Šīs bisektrises krustošanās punkts A_1 ar $\alpha - \alpha$ ir meklējamā paātrinājuma $\bar{j}_a = aA_1$ gals.

Beidzot velkam $A_1C_1 \perp ac$, $A_1B_1 \perp ab$ un, savienojot punktu b ar B_1 kā arī c ar C_1 , iegūstam $\bar{j}_b = bB_1$ un $\bar{j}_c = cC_1$ ar ko, kā jau agrāk bija minēts, 3. locekļa, t. i. kulises paātrinājuma stāvoklis pilnīgi noteikts. Jāpiezīmē vēl, ka visi šie paātrinājumi iegūti 3-reiz lielākā mērogā.

Zur Ermittlung des Beschleunigungszustandes der Stephenson'schen Kulisse.

Prof. Dr. Ing. N. Rosenauer.

Autoreferat.

Die Beschleunigungskonstruktionen am Stephenson'schen Mechanismus für verschiedene Aufstellungs- und Antriebsarten hat der Verfasser schon früher veröffentlicht¹, hier soll aber die bekannte Kulisse von Stephenson behandelt werden.

Bis jetzt wurde in der Literatur der Beschleunigungszustand dieser Kulisse mit polaren Beschleunigungsplänen ermittelt. Solche Pläne gibt Prof. Th. Pöschl² und Prof. A. Malischev (А. Малышев)³, wobei der letztere das Verfahren fiktiver Konstruktionen verwendet.

Der Verfasser schlägt vor, den Beschleunigungszustand dieser Kulisse mit dem Plane relativer Normalbeschleunigungen zu ermitteln, den der Verfasser schon mehrfach in anderen Fällen^{4, 5, 6, 7} angewandt hat und der auch hier eine einfachere und übersichtlichere Lösung ergibt.

Bevor man aber zur Beschleunigungskonstruktion herantritt, muß die Geschwindigkeitskonstruktion durchgeführt werden. Was dieselbe anbetrifft, so schreibt Th. Pöschl⁸ darüber Folgendes: „Für die

¹ N. Rosenauer. Die Beschleunigungskonstruktionen am Stephenson'schen Mechanismus. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 10. 1938.

² Th. Pöschl. Einführung in die ebene Getriebelehre. Berlin. 1932. S. 101—104.

³ А. П. Малышев. Кинематика механизмов. Москва. 1933. Seite 137—139.

⁴ N. Rosenauer. Die Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 4. 1937.

⁵ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Masch.-bau. Reuleaux-Mitteilungen. Bd. 6, Heft 10. 1938.

⁶ N. Rosenauer. Ein Beitrag zur Beschleunigungskonstruktion 8- und mehrgliedriger Gelenkketten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 14. 1939.

⁷ N. Rosenauer. Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten, die kein Gelenkviereck besitzen. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija II № 15. 1939.

⁸ Th. Pöschl. „Einführung in die ebene Getriebelehre.“ Berlin. 1932. Seite 102.

Zeichnung des Geschwindigkeitsplanes ist vor allem die Kenntnis des Drehpoles Ω oder 36 des Gliedes 3 erforderlich“. Der Verfasser macht aber die Geschwindigkeitskonstruktion ohne Kenntnis dieses Poles nur mit dem Hilfspunkte Q (Bild 1a), was viel vorteilhafter ist, da der zur Ermittlung des Poles 36 nötige Schnittpunkt der Glieder 2 und 4 sehr oft außerhalb der Zeichnung bleibt⁹.

Wie gewöhnlich wird hier angenommen, daß das Glied 1 in gleichförmiger Drehung um den Punkt F antreibt, wobei der Geschwindigkeitsmaßstab so gewählt ist, daß die gedrehten Geschwindigkeiten der Punkte D und E den Abständen DF und EF gleich sind.

Die gedrehte Geschwindigkeit \vec{V}_q des Punktes Q , der als Punkt des Gliedes 3 aufgefaßt wird, liegt in der Geraden GA und wird mit einer Geraden, die durch den Punkt $F \parallel DQ$ gezogen ist, gefunden^{10, 11}.

Weiter findet man die gedrehte Geschwindigkeit \vec{V}_b mit den Geraden durch den Endpunkt von $\vec{V}_q \parallel QB$ und durch den Punkt $F \parallel EB$.

Da die Endpunkte der gedrehten Geschwindigkeiten \vec{V}_d , \vec{V}_q und \vec{V}_e auf einer zu DC parallelen Geraden liegen, so zieht man durch den Endpunkt von \vec{V}_b eine Gerade $\parallel BC$ und erhält \vec{V}_c . Ebenso findet man auch \vec{V}_a .

Dann bildet man die Geschwindigkeitsdifferenzen und findet mit der Halbkreisconstruction die relativen Normalbeschleunigungen DC_1 , EB_2 , CB_1 der Glieder DC , EB und der Geraden BC , wobei es sich herausstellt, daß die Normalbeschleunigung des Punktes A verschwindend klein ist.

Deutlichkeitshalber wird im Bild 1b der Plan relativer Normalbeschleunigungen in einem 3-mal größeren Maßstabe gezeichnet, dazu wird $\overline{cb} = 3\overline{CB}_1$ abgetragen, $\triangle cab \sim \triangle CAB$ konstruiert und $\overline{cd} = 3\overline{C_1D}$, $\overline{be} = 3\overline{B_2E}$ abgetragen.

Am erhaltenen Plane konstruiert man am Punkte $e \overline{je} = 3\overline{EF}$, am Punkte $d \overline{jd} = 3\overline{DF}$ und zieht die Geraden $\beta - \beta \perp be$ und $\gamma - \gamma \perp ed$; vom Punkte a müßte man noch die Beschleunigung des Punktes A abtragen, da aber dieselbe sehr klein geraten ist, so zieht man die Gerade $\alpha - \alpha \perp GA$ direkt durch den Punkt a .

⁹ Th. Pöschl. Einführung in die ebene Getriebelehre. Berlin. 1932. Seite 103. Abb. 69.

¹⁰ N. Rosenauer. Ein neues Verfahren zur Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija I № 14. 1936.

¹¹ N. Rosenauer. Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17. Heft 3. 1937.

Da der Punkt A sich in der Mitte der Kulissee befindet, so zieht man zwischen $\beta-\beta$ und $\gamma-\gamma$ eine Winkelhalbierende und findet im Schnittpunkte derselben mit $\alpha-\alpha$ den Endpunkt A_1 der Beschleunigung $\vec{j}_a = \overline{aA_1}$.

Endlich zieht man $A_1B_1 \perp AB$, $A_1C_1 \perp AC$ und erhält die Beschleunigungen der Punkte B und C als folgende Verbindungsgeraden: $\vec{j}_b = \overline{bB_1}$, $\vec{j}_c = \overline{cC_1}$, womit der Beschleunigungszustand der Kulissee vollständig bestimmt ist. Es muß nur noch bemerkt werden, daß die Beschleunigungen in einem 3-mal größeren Maßstabe erhalten sind.

LIBRARY
UNIVERSITY OF TORONTO
220047007

Die Gerade GA ist die Gerade der Punkte A , B , C , D , E , F , G , H , I , J , K , L , M , N , O , P , Q , R , S , T , U , V , W , X , Y , Z , a , b , c , d , e , f , g , h , i , j , k , l , m , n , o , p , q , r , s , t , u , v , w , x , y , z , α , β , γ , δ , ϵ , ζ , η , θ , ι , κ , λ , μ , ν , ξ , \omicron , π , ρ , σ , τ , υ , ϕ , χ , ψ , ω , α , β , γ , δ , ϵ , ζ , η , θ , ι , κ , λ , μ , ν , ξ , \omicron , π , ρ , σ , τ , υ , ϕ , χ , ψ , ω .

Die gedrehte Geschwindigkeit V_1 des Punktes Q , der als Punkt des Gliedes 3 aufgeführt wird, liegt in der Geraden GA und wird mit einer Geraden, die durch den Punkt F | DQ gezogen ist, gefunden^{10, 11}.

Weiter findet man die gedrehte Geschwindigkeit V_2 mit den Geraden durch den Endpunkt von V_1 | QB und durch den Punkt F | EB .

Da die Endpunkte der gedrehten Geschwindigkeiten V_1 , V_2 und V_3 auf einer zu DC parallelen Geraden liegen, so zieht man durch den Endpunkt von V_3 eine Gerade | BC und erhält V_4 . Ebenso findet man auch V_5 .

Dann bildet man die Geschwindigkeitsdifferenzen und findet mit der Halbkreisconstruction die relativen Normalbeschleunigungen DC_1 , EB_2 , CB , der Glieder DC , EB und der Geraden BC , wobei es sich herausstellt, daß die Normalbeschleunigung des Punktes A verschwindend klein ist.

Deutlichkeitshalber wird im Bild 1b der Plan relativer Normalbeschleunigungen in einem 3-mal größeren Maßstabe gezeichnet, dazu wird $cb = 3CB$, abgetragen, $\triangle cab = \triangle CAB$ konstruiert und $cd = 3C_1D$, $be = 3B_2E$ abgetragen.

Am erhaltenen Plane konstruiert man am Punkte e $je = 3EF$, am Punkte d $jd = 3DF$ und zieht die Geraden $\beta - \beta \perp be$ und $\gamma - \gamma \perp ed$; vom Punkte a mülte man noch die Beschleunigung des Punktes A abtragen, da aber diese sehr klein geraten ist, so zieht man die Gerade $\alpha - \alpha \perp GA$ direkt durch den Punkt a .

¹⁰ Th. Pöschl, Einführung in die ebene Geometrielehre, Berlin 1882, Seite 103, Abb. 99.

¹¹ N. Rosenzweig, Ein neues Verfahren zur Geschwindigkeitsconstruction kinematischer Ketten, Acta Universitatis Latviensis, Nach. Jak. serija 1, Nr. 14, 1936.

¹² N. Rosenzweig, Über die Geschwindigkeitsconstruction kinematischer Ketten, Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech., Bd. 17, Heft 3, 1937.

IU bibliotēka



220041007

246698

0.50

P 111

LUR mech. II.

AUL mech. II.

- Nr 14. **N. Rozenauers** (N. Rosenauer). Paātrinājumu konstrukcijas 8 un vairāk locekļu sarežģītās kinematiskās šarnīru ķēdēs 209
 Ein Beitrag zur Beschleunigungskonstruktion 8- und mehrgliedriger Gelenkketten 220
- Nr. 15. **N. Rozenauers** (N. Rosenauer). Paātrinājumu konstrukcijas sarežģītās kinematiskās ķēdēs, kas nesatur šarnīru četrstūrus 225
 Beschleunigungskonstruktionen kinematischer Ketten, die kein Gelenkviereck besitzen . . . 239
- Nr. 16. **N. Rozenauers** (N. Rosenauer). Stephenson'a kulises paātrinājuma stāvokļa noteikšana . . 245
 Zur Ermittlung des Beschleunigungszustandes der Stephenson'schen Kulisse 248a