АКАДЕМИЯ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР

Институт физики

Ю.М.Гельфгат

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОМЕРНЫХ И НЕРАВНОМЕРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ, ОГРАНИЧЕННЫХ СТЕНКАМИ С РАЗЛИЧНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ И ШЕРОХОВАТОСТЬЮ.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Научный руководитель - кандидат технических наук Г.Г. БРАНОВЕР.

Рига, 1967 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Введение 4

Основные обозначения и определения 10

Глава 1. Обзор работ, посвященных исследованию турбулентных МГД- течений в трубах и задачи настоящей работы. 12

§ 1. Экспериментальные исследования МГД - течений. 13

§ 2. Работы по изучению устойчивости течения в присутствии магнитного поля..... 24

§ 3. Полуэмпирические теории МГД- течений... 27

§ 4. Задачи исследования 41

Глава П. Техника и методика экспериментов..... 44

§ 1. О постановке экспериментов в магнитной гидродинамике и методике выбора экспериментальной установки. 45

§ 2. Описание экспериментальных установок... 47

§ 3. Измерительные устройства 55

§ 4. Исследование влияния поперечного магнитного поля на тарировочный коэффициент трубок Пито-Прандтля. 58

§ 5. Исследование влияния поперечного магнитного поля на распределение статического давления в потоке..... 63

§ 6. Методика проведения экспериментов..... 64

§ 7. Оценка погрешностей измерений в экспериментах. 70

Глава Ш. Равномерное плоско-параллельное течение между гладкими стенками, перпендикулярными магнитному полю. 78

§ 1. Уравнения Рейнольдса в магнитной гидродинамике. 80

§ 2. Полуэмпирическая теория турбулентного Гартмановского течения. 82

§ 3. Интерполяционные зависимости..... 89

§ 4. Экспериментальное исследование распределения скоростей в плоской трубе..... 97

§ 5. Выводы и рекомендации 100

Глава IУ. Равномерное течение в трубах с шероховатыми стенками в поперечном магнитном поле. 103

§ 1. Полуэмпирическая теория турбулентного плоско-параллельного течения между стенками, покрытыми равномерной зернистой шероховатостью. 104

§ 2. Экспериментальное исследование влияния поперечного магнитного поля на коэффициент сопротивления при течении в трубах с шероховатыми стенками. 107

§ 3. Зависимость коэффициента сопротивления от вида шероховатости в присутствии поперечного магнитного поля. 112

§ 4. Выводы и рекомендации. 114

Глава У. Равномерное течение в трубах различных форм с различной проводимостью стенок. 116

§ 1. Исследование влияния поперечного магнитного поля на коэффициент сопротивления в плоской трубе с проводящими стенками. 117

§ 2. Исследование влияния магнитного поля на распределение скоростей в прямоугольной трубе с проводящими стенками..... 121

§ 3. Исследование влияния магнитного поля на распределение скоростей в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными силовым линиям поля. 126

§ 4. Исследование влияния магнитного поля на коэффициент сопротивления в прямоугольной трубе с непроводящими стенками..... 130

§ 5. Исследование влияния магнитного поля на коэффициент сопротивления в плоских трубах, расположенных длиной стороной сечения параллельно магнитному полю. 133

§ 6. Выводы и рекомендации. 141

Глава У1. Исследование влияния магнитного поля на неравномерные МГД - течения. 145

§ 1. Исследование стабилизации течения в плоской трубе с изолированными стенками. 147

§ 2. Исследование стабилизации распределения скоростей в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными магнитному полю 151

§ 3. Изучение распределения скоростей на участке внезапного расширения под влиянием поперечного магнитного поля. 154

§ 4. Исследование влияния поперечного магнитного поля на распределение давления и коэффициент сопротивления в трубе с внезапным расширением. 168

§ 5. Модификация теоремы Борда для случая течения в поперечном магнитном поле. 174

§ 6. Выводы и рекомендации 176

Заключение 180

Литература 184

Приложение 192

Таблицы экспериментальных данных. 192

—

ВВЕДЕНИЕ

В современной технике все более широкое распространение получают различные магнитогидродинамические (МГД) машины и устройства. Появляются разнообразные конструкции электромагнитных насосов, МГД-генераторов, расходомеров, дозаторов, различного рода металлопроводы с электромагнитным воздействием на расплавленный металл и т.п./1,2/.

В связи с этим все чаще возникают задачи, для решения которых необходимо знание закономерностей магнитогидродинамических течений.

В последние годы появилось большое число работ /3-6/ (в основном теоретических), посвященных этой проблеме. В большинстве из них исследуется сложный комплекс электродинамических и гидродинамических вопросов, возникающих при ламинарных МГД - течениях в трубах и каналах. Между тем, для реальных магнитогидродинамических устройств более характерен турбулентный режим течения /7/- рис.1. Теоретическое исследование турбулентных МГД - течений возможно, как и в общей гидродинамике, лишь при использовании полуэмпирических методов, базирующихся на большом числе экспериментальных результатов. Количество же последних в настоящее время весьма ограничено и посвящено, в основном, изучению интегральных характеристик течения (коэффициентов сопротивлений). Очень мало опытных данных о профилях скорости и о пульсационных

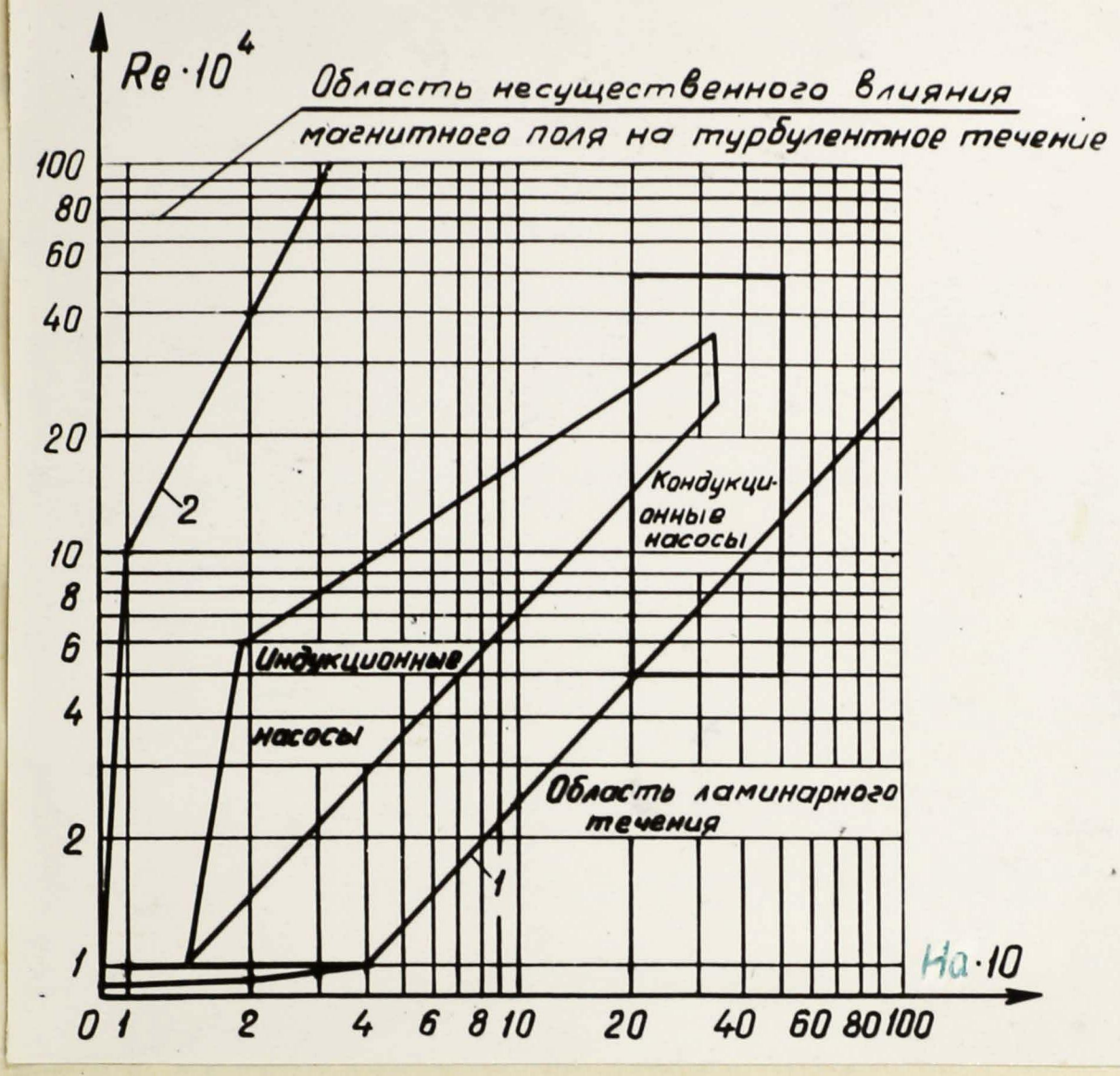


Рис.1. Области изменения чисел Рейнольдса и Гартмана для реальных конструкций электромагнитных насосов.

1. $Re = 250 \frac{Ha^2}{Ha\ cth Ha - 1}$ (переход турбулентного течения в ламинарное).

2. $\frac{Ha^2}{Re} = 10^{-3}$ (предел практически существенного влияния поля).

характеристиках течения.

Последнее обстоятельство вынуждает исследователей идти по пути распространения известных полуэмпирических теорий обычных турбулентных течений на течения в магнитном поле.

Но и в этом случае отсутствие центральной симметрии в потоках в присутствии магнитного поля ограничивает применение полуэмпирических теорий в магнитной гидродинамике пока лишь случаями плоско-параллельного течения в продольном и поперечном магнитных полях и осесимметричного течения в продольном поле.

В связи с этим приобретают большое значение экспериментальные исследования турбулентных МГД- течений в трубах различных конфигураций различным образом ориентированных по отношению к силовым линиям магнитного поля.

Задача становится еще более сложной в связи с тем, что проточные части МГД- машин могут иметь самую разнообразную форму с различным сочетанием проводящих и непроводящих стенок, а поверхность трубопроводов (например, при течении расплавленных металлов по керамическим трубам) может иметь ощутимую шероховатость. Имеющиеся опытные данные о влиянии на течение в магнитном поле формы трубы, проводимости и шероховатости ее стенок весьма малочисленны, а для некоторых видов труб отсутствуют вообще.

Еще меньше освещены вопросы, связанные с неравно-

мерными турбулентными течениями в магнитном поле. Известны всего две экспериментальные работы, посвященные такого рода потокам [44-46]. Опытные данные о формировании профиля скорости в магнитном поле и его разрушении по выходе потока из зазора магнита, о течениях с большими градиентами скоростей при наличии проводящих стенок, о распределении давления на участках местных сопротивлений в трубах и т.д. до настоящего времени не были получены.

Между тем, даже краткий обзор схем существующих установок с электромагнитным воздействием на металл показывает, насколько актуально решение всех перечисленных проблем. Действительно, проточные части, например, электромагнитных насосов имеют сложную форму, состоящую из участков прямоугольного сечения с различным отношением сторон, конфузоров и диффузоров. Последние находятся за пределами полюсов магнита, где индукции поля не хватает для полной ламинаризации потока, но влияние его на скоростную структуру течения может быть весьма сильным, и привести к значительным потерям энергии на этих участках местных сопротивлений.

Жидкие металлы и электролиты, как правило, агрессивны и приводят к разъеданию и коррозии материалов трубопроводов. Наличие в проточных частях МГД- машин раковин и пор, сварных швов, а в некоторых случаях негладких специальных покрытий (шамотный кирпич, ке-

рамика и др.) ставит вопрос о способах расчета потерь напора в шероховатых трубах.

Рабочая жидкость может контактировать с металлом стенок рабочего канала. Во многих случаях (насосы, генераторы, расходомеры) предпринимаются специальные меры для обеспечения надежного контакта с электродами, встроенными в проточные тракты МГД - машин. Следовательно, возникает задача исследования влияния магнитного поля на течение в трубах с различным сочетанием проводящих и непроводящих стенок.

Течение токопроводящих жидкостей в каналах МГД - устройств сопровождается сложными процессами тепло и массообмена. В связи с этим большое значение приобретает знание распределения осредненных скоростей и структуры турбулентности в присутствии магнитного поля.

Все экспериментальные данные представляют также большой самостоятельный интерес, поскольку подробное исследование локальных и интегральных характеристик течения дает дополнительный материал для суждения о воздействии поля на турбулентность.

Таким образом, становится ясным, что необходимо приступить к систематическому экспериментальному изучению влияния магнитного поля на течения, находящиеся в существенно различных условиях и, по возможности, имитирующих реальные потоки в проточных трактах МГД - машин и устройств.

Настоящая работа посвящена теоретическому и экспериментальному изучению некоторых типов равномерных и неравномерных потоков в трубах. Исследуется наиболее интересный, с точки зрения практических приложений, случай течения в поперечном магнитном поле.

Методами полуэмпирической теории турбулентности рассмотрено магнитогидродинамическое турбулентное течение в трубах щелевидного сечения с гладкими стенками и со стенками, покрытыми равномерной вернистой шероховатостью. Полученные теоретические результаты проверены экспериментально, путем измерения профилей скоростей и коэффициентов сопротивлений в трубах указанного вида.

Исследовано распределение скоростей и сопротивление в прямоугольных трубах с различной проводимостью стенок. Выяснены способы снижения гидравлических потерь энергии в МГД- потоках - влияние взаимной ориентации поля и направления осредненного течения на подавление турбулентных пульсаций скорости.

Проведено изучение стабилизации течения в магнитном поле в канале имитирующем плоско-параллельное течение и в прямоугольном канале с медными шинами, расположенными, параллельно силовым линиям магнитного поля,- аналоге проточных частей кондукционных МГД-генераторов и насосов.

Изучены скоростная структура, распределение давления и коэффициент сопротивления на участке двухсто-

роннего и одностороннего внезапного расширения в трубе.

Проведены эксперименты по выяснению возможности применения измерительных средств общей гидродинамики в присутствии поперечного магнитного поля.

Все наши исследования ограничиваются случаем $Re_m \ll 1$, т.е. магнитное поле можно считать постоянным и равным внешнему.

В качестве рабочей жидкости во всех экспериментах использовалась ртуть.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

X, Y, Z – безразмерные координаты в направлении оси трубы; в направлении магнитного поля и в направлении, перпендикулярном полю и оси трубы (отнесены к характерному размеру потока).

X_1, Y_1, Z_1 – размерные координаты (координаты отсчитываются от стенки трубы).

V – средняя расходная скорость

u – безразмерная локальная осредненная скорость, отнесенная к средней расходной скорости

u_1 – осредненная локальная скорость течения

$u'v'$ – пульсационные составляющие безразмерной скорости

l – безразмерный масштаб турбулентности

a – полуширина трубы в направлении поля

b – полуширина трубы в направлении, перпендикулярном магнитному полю .

R – гидравлический радиус (принимается за характерный размер) .

L – длина участка потока

τ – напряжение трения

P – безразмерное давление

Δp – перепад давления

ρ – плотность жидкости

γ – удельный вес жидкости

ν – кинематическая вязкость жидкости

σ – электропроводность

μ_0 – магнитная проницаемость вакуума

μ – магнитная проницаемость среды

B – магнитная индукция

λ – коэффициент гидравлического сопротивления при равномерном течении

ζ – коэффициент местного сопротивления

K – абсолютная шероховатость

ε – относительная шероховатость

$кг$ – индекс, означающий состояние перехода от турбулентного режима к ламинарному

0 – индекс, указывающий, что величина относится к турбулентному течению вне поля

ω – индекс, относящийся к стенке

$т$ – индекс, указывающий на турбулентность

$н$ – индекс, указывающий, что величина вычислена из решения Гартмана для плоско-параллельного течения в поперечном поле

1 – индекс, относящийся к размерным величинам

$R=\frac{2ab}{a+b}$ – гидравлический радиус

$Re=VR/\nu$ – число Рейнольдса

$Re_m=\mu_0\sigma VR$ – магнитное число Рейнольдса

$Ha=BR\sqrt{\sigma/\eta}$ – число Гартмана

$N=\sigma B^2R/\rho V$ – число Стюарта

$Re_*=u_*R/\nu$ – число Рейнольдса, вычисленное по динамической скорости

$u_*=\sqrt{\tau_\omega/\rho}$ – динамическая скорость

$\varphi=u_1/u_*$ – универсальная скорость

$\eta=u_1y_1/\nu$ – универсальная координата

Прочие обозначения и определения, а также отступления от выше приведенных обозначений, поясняются в тексте .

32 стр.

Глава 1.

ОБЗОР РАБОТ, ПОСВЯЩЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЮ ТУРБУЛЕНТНЫХ МГД - ТЕЧЕНИЙ В ТРУБАХ И ЗАДАЧИ НАСТОЯЩЕЙ РАБОТЫ.

В общей гидродинамике исследование турбулентных течений в трубах и в пограничном слое, в основном, базируется на полуэмпирических теориях турбулентности, что объясняется крайней сложностью явления. Задача становится еще более сложной при течении токопроводящей жидкости в магнитном поле.

Построение и развитие современных полуэмпирических теорий турбулентности основано на анализе большого количества экспериментальных данных, относящихся к характеристикам осредненного и пульсационного течения. К сожалению, экспериментальных работ, посвященных турбулентным течениям в магнитном поле значительно меньше. Объясняется это тем, что изучение течений такого рода началось сравнительно недавно, а экспериментальное исследование их намного сложнее.

Подавляющее большинство известных экспериментальных работ посвящено изучению только коэффициента гидравлического сопротивления, который является интегральной характеристикой течения. Отсутствие подробных опытных данных о профиле скорости и характеристиках пульсационного движения делают невозможным создание самостоятельной полуэмпирической магнитогидродинамической теории турбулентности. В большинстве опубликованных работ результат

достигался приспособлением к МГД - условиям какой-либо из полуэмпирических теорий турбулентности разработанной в общей гидродинамике.

В данной главе описываются результаты экспериментальных и теоретических исследований турбулентных течений в магнитном поле при $Re_m \ll 1$ (течение жидких металлов, электролитов и др.). Для краткости изложения работы систематизируются по целям экспериментов и видам экспериментальных труб и каналов, так что хронологический порядок нарушается.

При анализе наших экспериментальных результатов мы пользовались имеющимися многочисленными теоретическими работами о ламинарных МГД - течениях /6/, не входящих в данный обзор. Необходимые ссылки и пояснения будут делаться по ходу изложения отдельно в каждой главе.

§ 1. Экспериментальные исследования турбулентных МГД - течений.

1. Равномерные течения.

Почти все известные в настоящее время экспериментальные работы относятся к изучению равномерных МГД - течений. Наиболее подробные сведения накоплены сейчас о плоско-параллельном течении в поперечном магнитном поле. Имеются данные о зависимости коэффициента сопротивления от напряженности магнитного поля вплоть до

полной ламинаризации течения при числах Рейнольдса от критического в отсутствие поля до $4{,}5.10^4$. Это эксперименты Гартмана и Лазаруса /6/ - $Re \leq 1{,}22.10^3$, Брановера и Лиелаусиса /9/ - $1.41.10^3 \leq Re \leq 3{,}46.10^3$, Маргетройда /10/- $1{,}5.10^3 \leq Re \leq 3{,}02.10^4$, Броулита и Ликодиса /11, 12/- $1.42.10^4 \leq Re \leq 4{,}5.10^4$. Бóльшие числа Рейнольдса вплоть до 10^5 были достигнуты в работе /12/, однако предельная напряженность магнитного поля была такой, что поток оставался еще в состоянии,далеком от полной ламинаризации.

Во всех перечисленных случаях критерием завершения ламинаризации течения полем служило совпадение экспериментального значения коэффициента сопротивления со значением его, получающимся из теории Гартмана для ламинарных течений /13/.

Хотя степень приближения к условиям плоско-параллельного течения во всех этих работах была неодинаковой - отношение сторон прямоугольного сечения экспериментальной трубы менялось от 1/5 в работе /11/ до 1/30 в работе /8/,- перечисленные данные все же дают в совокупности достаточно полную картину явления (рис.1-1). На этом рисунке по вертикальной оси отложены экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления λ различных авторов, а по горизонтальной оси - значения этого коэффициента, вычисленные по теории Гартмана /13/, при соответствующих значениях индукции магнитного поля:

$$\lambda_H = \frac{2}{Re} \frac{Ha^2}{Ha\,cth\,Ha - 1} \qquad (1.1)$$

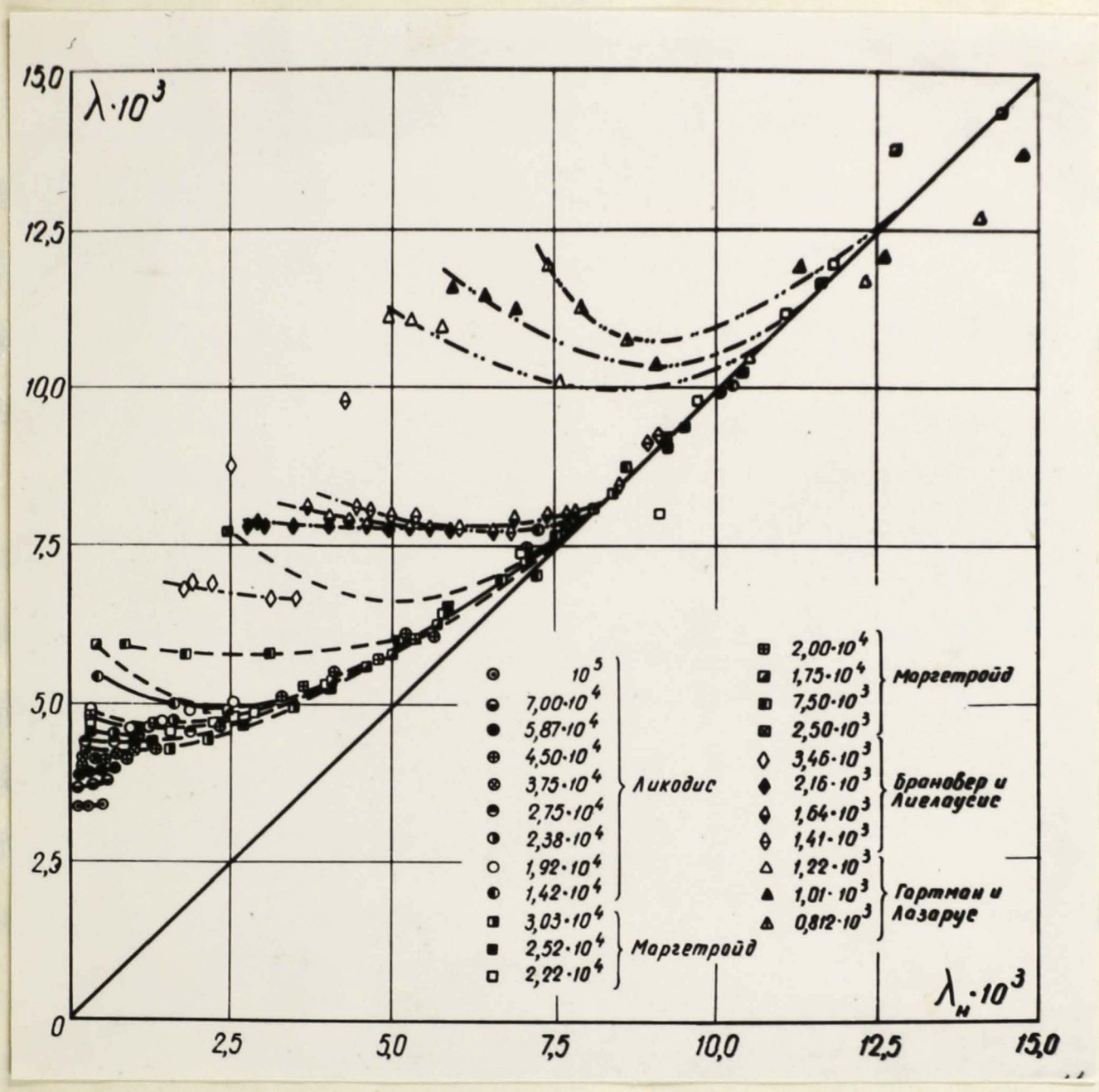


Рис.1-1. Экспериментальные данные различных авторов о коэффициенте сопротивления при плоско-параллельном течении в поперечном магнитном поле.

Из графика видно, что существуют две различные области чисел Рейнольдса, разделенные значением, которое принято называть граничным и равным приблизительно $(2 \div 3).10^3$. При $Re < Re_{гр}$ коэффициент сопротивления с увеличением напряженности поля убывает, а при $Re > Re_{гр}$ возрастает монотонно, если не считать небольшого снижения при малых числах Ha, которое все менее выражено по мере увеличения Re. При $Re \approx Re_{гр}$ коэффициент λ почти постоянен вплоть до завершения ламинаризации.

Различное поведение λ при различных значениях Re можно с качественной стороны удовлетворительно объяснить различным соотношением эффекта Гартмана и эффекта подавления турбулентности /8, 14/. При этом превалирование эффекта подавления турбулентности над эффектом Гартмана, приводящее к снижению λ, все более ослабевает по мере увеличения числа Re и по данным Броулита и Ликодиса /12/ при $Re \geq 2,5.10^4$ полностью отсутствует. Это явление можно объяснить следующим образом /15/. При малых Re, когда масштаб турбулентности велик, относительная роль магнитного поля в воздействии на турбулентность по сравнению с вязкостью очень велика. С увеличением числа Рейнольдса масштаб турбулентных пульсаций уменьшается и влияние на них магнитного поля последовательно слабеет.

Наиболее примечательным экспериментальным фактом является здесь постоянство значения $\lambda_{кр}$, соответствующее завершению смены режимов течения, на что впервые

обратил внимание Маргетройд /10/. Это постоянство $\lambda_{кр} = 0{,}008 \div 0{,}010 = const$ проявляется определенно при $Re \geq Re_{гр}$.

Течение в круглой трубе в поперечном магнитном поле изучалось Гартманом и Лазарусом /8/ при $Re \leq 1{,}75 \cdot 10^3$ и $Ha \leq 11{,}0$; Кроссом и Пуарье /16/ при $Re \leq 10^3$ и $Ha \approx 5{,}8$ и более подробно Шерклифом /17/ при $Re \leq 1{,}5 \cdot 10^4$ и $Ha \leq 60$; Хожаиновым /18/ при $Re \leq 10^4$ и $Ha \leq 30$ и Макьюлейтисом, Лоефлером и Калканзом /19/ при $Re \leq 7 \cdot 10^5$ и $Ha \leq 753$. В этих экспериментах качественная картина поведения коэффициента сопротивления (рис.1-2) была аналогичной рассмотренной выше, но по сравнению с плоско-параллельным течением эффект подавления турбулентности выражен в большей степени. Действительно, поскольку эффект Гартмана проявляется в узкой щели, перпендикулярной полю, сильнее, чем в трубе любой другой формы или иначе ориентированной относительно поля /20/,- превалирование эффекта подавления турбулентности в данном случае проявляеться сильнее и в более широком диапазоне чисел Re.

Данные о коэффициенте сопротивления при течении в трубах прямоугольного сечения, находящихся в поперечном магнитном поле получены Гартманом и Лазарусом /8/ ($Re \leq 2{,}44 \cdot 10^3$, $Ha \leq 17{,}2$), Хожаиновым / 21 / ($Re \leq 1{,}6 \cdot 10^4$ и $Ha \leq 30{,}5$), Лекоком / 22 / ($Re \leq 2{,}42 \cdot 10^5$ и $Ha \leq 450$). В последней работе

анализ данных о коэффициенте сопротивления затруднен тем, что при $Ha=0$, значения λ_0, полученные Лекоком, почему-то в несколько раз превышают значения, которые должны быть при течении в гладкой квадратной трубе при соответствующих числах Рейнольдса. Общее же тенденции в зависимости λ от Ha и Re при течении в прямоугольных трубах аналогичны наблюдавшимся в экспериментах с круглыми трубами.

Гартман и Лазарус /8/ определяли коэффициент сопротивления также для труб плоского прямоугольного сечения, расположенных длинной стороной вдоль поля. Как и следовало ожидать, уменьшение λ, обусловленное подавлением турбулентности, проявляется в этом случае наиболее отчетливо, т.к. эффект Гартмана при таком расположении плоской трубы относительно поля весьма слаб. К сожалению, эти опыты ограничиваются числами Рейнольдса, лишь немного превосходящими критическое значение вне поля.

По результатам экспериментальных исследований предложено несколько эмпирических расчетных зависимостей для определения коэффициента сопротивления при турбулентном МГД- течении.

В случае плоского течения λ может быть определен следующим образом:

$\lambda = \lambda_0(1+2N)$ - по данным работы /14/

или более точно

$\lambda = \lambda_0\left[1+225\left(\frac{0,009}{\lambda_0}-1\right)\frac{Ha}{Re}\right]$ по данным работы /23/.

При течении в прямоугольной или круглой трубе λ может быть определен по формуле, предложенной Рябининым и Хожаиновым /24/. При получении этой формулы существенно используется предположение о том, что

$$\lambda_{кр} = \lambda_{кр,0} = const$$

Все перечисленные эксперименты относятся к равномерному течению в трубах с непроводящими стенками.

Изучению влияния поперечного магнитного поля на коэффициент сопротивления в трубах с проводящими стенками посвящены всего две работы. Дмитриев, Михайлов и Пресняков /25/ эксперементировали с прямоугольным каналом при $Re_m \approx 1 \div 2$. Рабочей жидкостью служил расплавленный натрий; скорость течения металла достигала 30 м/сек., а индукция магнитного поля - 1,1 тл. Попытки авторов разделить суммарные потери на джоулеву диссипацию в стенках трубы и магнитогидродинамические потери не привели к результатам аналогичным тем, которые получены при течении в трубах с непроводящими стенками.

Значение λ резко возрастало с увеличением числа Стюарта. В работе Турчина /26/ содержатся некоторые сведения о влиянии поля на течение в круглой трубе из проводящего материала. К сожалению, условия проведения опыта делают затруднительными анализ и обобщение данных с гидродинамической точки зрения.

Несколько экспериментальных работ посвящены исследованию влияния поперечного магнитного поля на коэффициент сопротивления в трубах с искусственной шерохова-

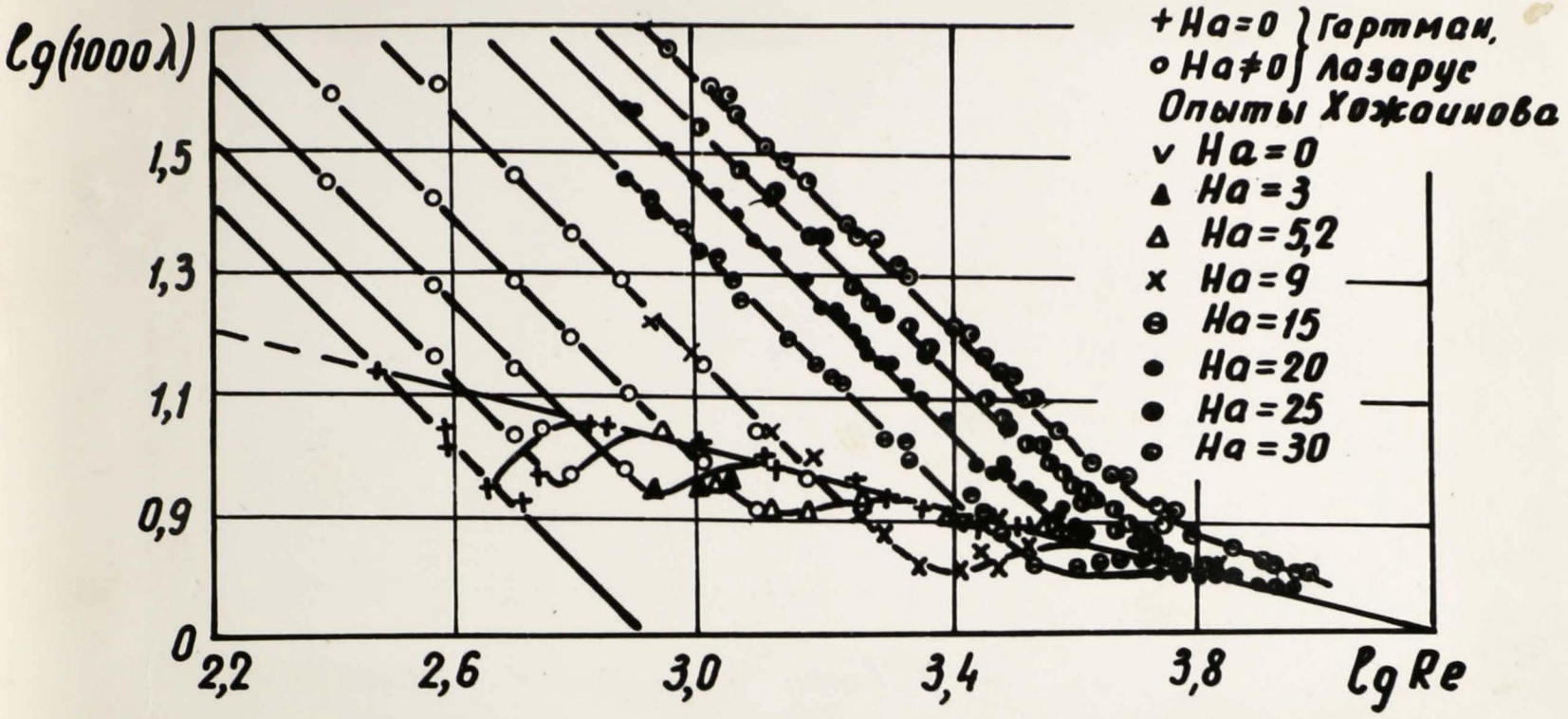


Рис.1-2. Коэффициент сопротивления при течении в круглой трубе в поперечном магнитном поле /18/.

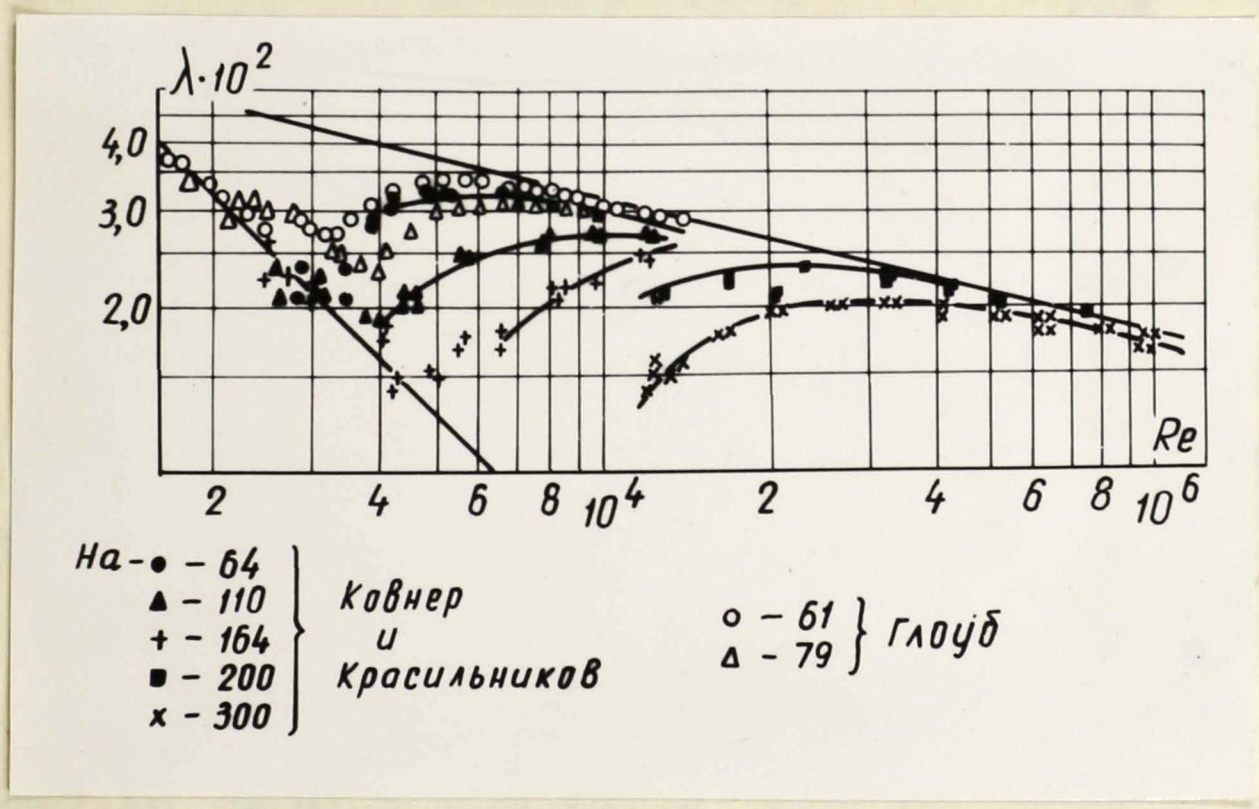


Рис.1-3. Коэффициент сопротивления при течении в круглой трубе в продольном магнитном поле (λ , Re и Ha вычислены по гидравлическому диаметру).

тостью /27, 28, 29, 30/. Установлено значительно более сильное увеличение λ под действием поля, чем в трубах с гладкими стенками и отсутствие уменьшения коэффициента сопротивления при всех экспериментальных значениях числа Рейнольдса. Таким образом понятие $Re_{кр}$ в этом случае не имеет смысла. В работах Дукуре /29, 30/ проведен анализ перехода ламинарного течения в турбулентное. Показано, что критерий $\lambda_{кр}$ при течении в шероховатых трубах неприменим, т.к. переход происходит при различных λ в трубах с различной шероховатостью.

В работе /14/ предлагается формула для определения λ при течении в шероховатых трубах:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + fN),$$ где

Коэффициент f зависит от вида и размеров шероховатости.

Эксперименты с потоками в продольном магнитном поле, где отсутствует взаимодействие поля с осредненным течением (эффект Гартмана), и эффект подавления турбулентности проявляется в своем чистом виде, выполнены Бейдером и Карповым /31/ при $Re \leq 1{,}75 \cdot 10^3$ и $Ha \leq 6{,}7$, Глоубом /32/ при $2{,}5 \cdot 10^2 \leq Re \leq 2{,}4 \cdot 10^3$ и $Ha \leq 19{,}7$, Ковнером и Карсильниковым /33/ при $8{,}8 \cdot 10^2 \leq Re \leq 2{,}5 \cdot 10^4$ и $Ha \leq 75$, Гениным и Жилиным /34, 35/ при $4{,}25 \cdot 10^2 \leq Re \leq 2{,}5 \cdot 10^4$ и $Ha \leq 150$ и Левиным и Чиненковым /36/ при $1{,}04 \cdot 10^4 \leq Re \leq 1{,}26 \cdot 10^4$ и $Ha \leq 575$. Несмотря на то, что в работах /33/ и /36/ в качестве рабочей жидкости был галлий, а в остальных -

ртуть, все результаты хорошо согласуются между собой. Этим еще раз подтверждается вывод, который можно получить и из общих соображений о размерности /37/, что при $Re_m \ll 1$ род жидкости, или иначе - критерий Батчелора, не влияет на свойства течения. На рис. 1-3 приведены результаты измерений Глоуба и Ковнера и Красильникова. Видно, что коэффициент сопротивления в этом случае под влиянием поля всегда уменьшается и лишь достигнув линии Пуазейля начинает подниматься, ложась на эту прямую. Отметим, что совпадение экспериментальных точек с линией Пуазейля (полная ламинаризация течения) наблюдалось лишь в работе / 33 /, по данным /32, 34-36/ экспериментальные точки начинают подниматься не достигнув линии Пуазейля и располагаются параллельно ей на некотором расстоянии. Совпадение имеет место лишь при $Re \leq Re_{0,кр}$. Экспериментальные кривые имеют характерную точку перегиба /36/, начиная с которой снижение коэффициента сопротивления под действием продольного магнитного поля резко ослабляется. Авторы приводят несколько эмпирических зависимостей для расчета λ :

$$\lambda = 0{,}316\, Re^{-0{,}25}\left(1 - 37{,}7\, Ha^{1{,}65}/Re^{1{,}45}\right)$$ в работе /33/

$$\lambda/\lambda_0 = 1 - 185\left(\frac{Ha}{Re}\right)^{1{,}6}$$ в работе /34/.

Судить о критерии устойчивости при течении в продольном поле по данным имеющихся экспериментов затруднительно.

Значительно меньше экспериментальных данных о профилях скорости МГД - течений. В трех работах изучалось течение в поперечном магнитном поле в трубах с непроводящими стенками. Брановер и Лиелаусис /38/ и Ликодис /11/ измеряли профили скорости в прямоугольной трубе, причем в работе /11/ труба была ближе к плоской (отношение сторон 1:5). Эффект Гартмана прослеживается по этим профилям достаточно отчетливо. В работе Лекока /22/ приводятся многочисленные профили скорости течения в трубе квадратного сечения. В этих данных привлекает внимание определенное выпучивание профилей при больших Ha вблизи стенки, параллельной полю. Хотя, судя по тому, как автор проводит кривые через экспериментальные точки, можно заключить, что он не придает значения этому эффекту, его можно объяснить тем, что изоляция металлических стенок канала, по-видимому, была недостаточной, и имели место эффекты, аналогичные указанным Хантом и Стюартсоном /39, 40/ для ламинарных течений.

Заметим, что во всех названных работах измерение скоростей проводилось трубкой Пито без предварительной тарировки ее по магнитному полю, хотя данные работ /41, 42, 43/ показывают, что увеличение давления в передней критической точке подобного измерителя, может привести к ощутимой погрешности в эксперименте.

Измерению скоростей в продольном магнитном поле посвящена вышедшая в самое последнее время работа /35/.

Как и следовало ожидать, ламинаризующее влияние продольного поля на турбулентное течение вызывало вытягивание профиля скорости. Скорость на оси трубы увеличивалась с одновременным уменьшением ее у стенки. По мере роста числа Гартмана и уменьшения числа Рейнольдса профиль приближался к параболическому, но еще значительно не достигал его. При достаточно больших значениях Ha профиль скорости при турбулентном течении в магнитном поле оказался универсальным.

2. Неравномерные течения

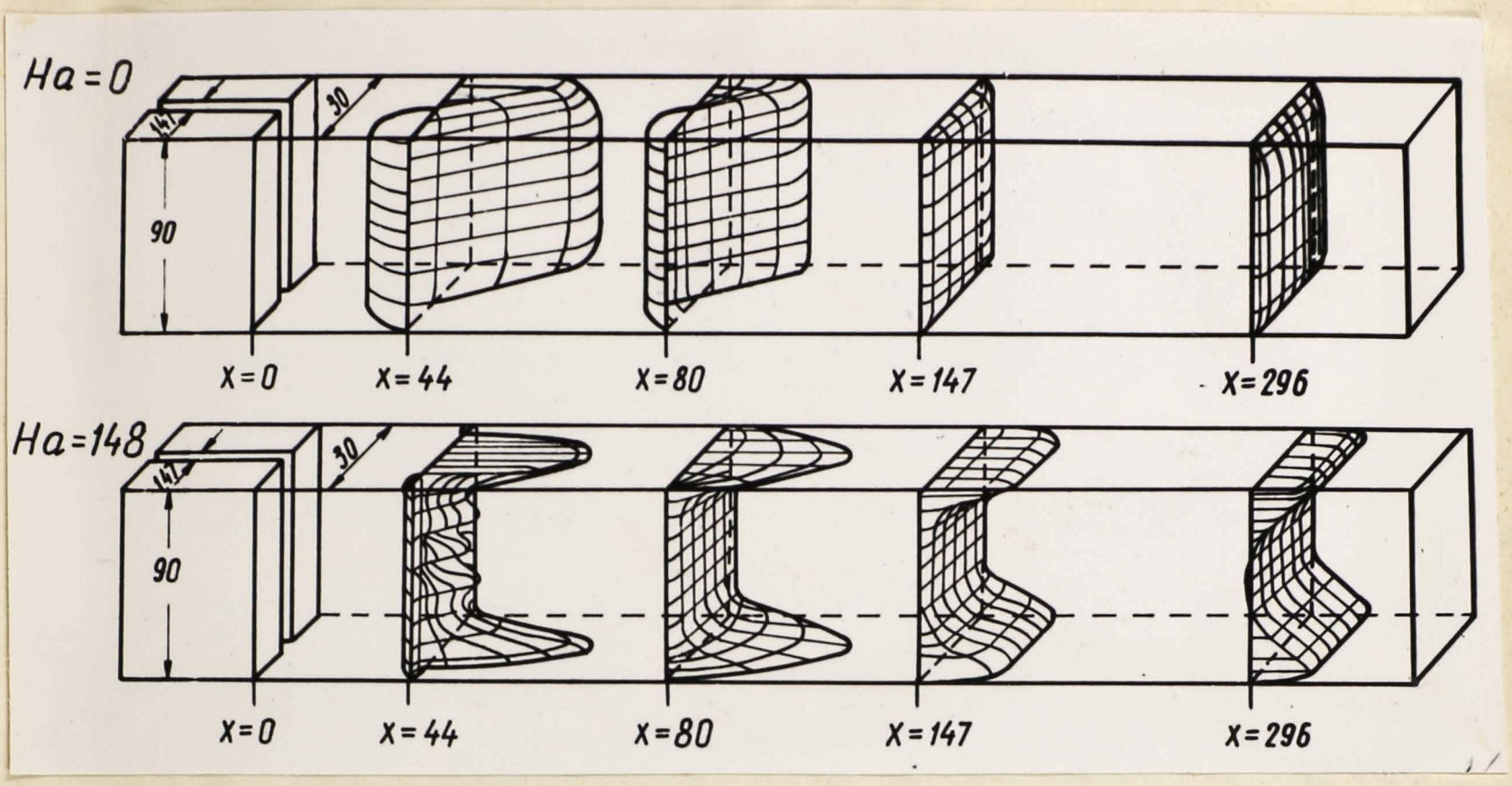
Экспериментальные работы, относящиеся к изучению неравномерных течений в магнитном поле, очень немногочисленны. Хожаинов /44/ провел исследование длины участка стабилизации течения косвенным методом - путем измерения разности потенциалов на точечных электродах, расположенных с заданным шагом по длине трубы с непроводящими стенками квадратного сечения ~0,8x0,8 см. Обнаружена зависимость длины начального участка от параметра $(Re/Ha^2)^{1/2}$.

Брановер и Лиелаусис /45/ исследовали влияние магнитного поля на коэффициент сопротивления участка внезапного расширения в трубе прямоугольного сечения. Работа /46/ была посвящена изучению поля скоростей в МГД-струях, вытекающих в затопленное ограниченное пространство. Эксперименты показали /46/, что наложение поперечного магнитного поля приводит к весьма своеоб-

разному поведению струи, состоящему в следующем. На малом расстоянии от выхода струи в широкую часть прямоугольной трубы (рис.1-4) течение в первоначальной плоскости почти полностью прекращается, и все движение жидкости сосредоточивается в двух узких слоях, примыкающим к стенкам трубы, параллельным магнитному полю. Такая "двурогая" структура потока сохраняется на значительной длине, что ведет к увеличению длины участка стабилизации, поскольку выравнивание скоростей течения по поперечному сечению потока достигается на расстоянии гораздо большем, чем без поля. Эта необычная структура течения объясняется стремлением потока перейти в состояние, при котором он наименьшим образом взаимодействует с магнитным полем. Этому положению соответствует плоско-параллельное течение в плоскости, перпендикулярной полю. Форма течения в последних сечениях рис.1-4 достаточно близка к такому виду.

В заключение этого параграфа остановимся на работах по измерению турбулентных пульсаций. Подтверждение самого факта существования эффекта подавления турбулентности получено косвенным путем в работе /47/. Первые измерения с помощью динамического датчика сделаны в /48/ и электромагнитного датчика в /49/. Никаких количественных обобщений по этим измерениям сделать нельзя. Можно лишь отметить два вывода качественного порядка, заключающиеся в том, что подавление турбулентных пульсаций полем действительно подтверждается экспериментально, и что в диапазоне исследованных чисел Re ,

а)



б)

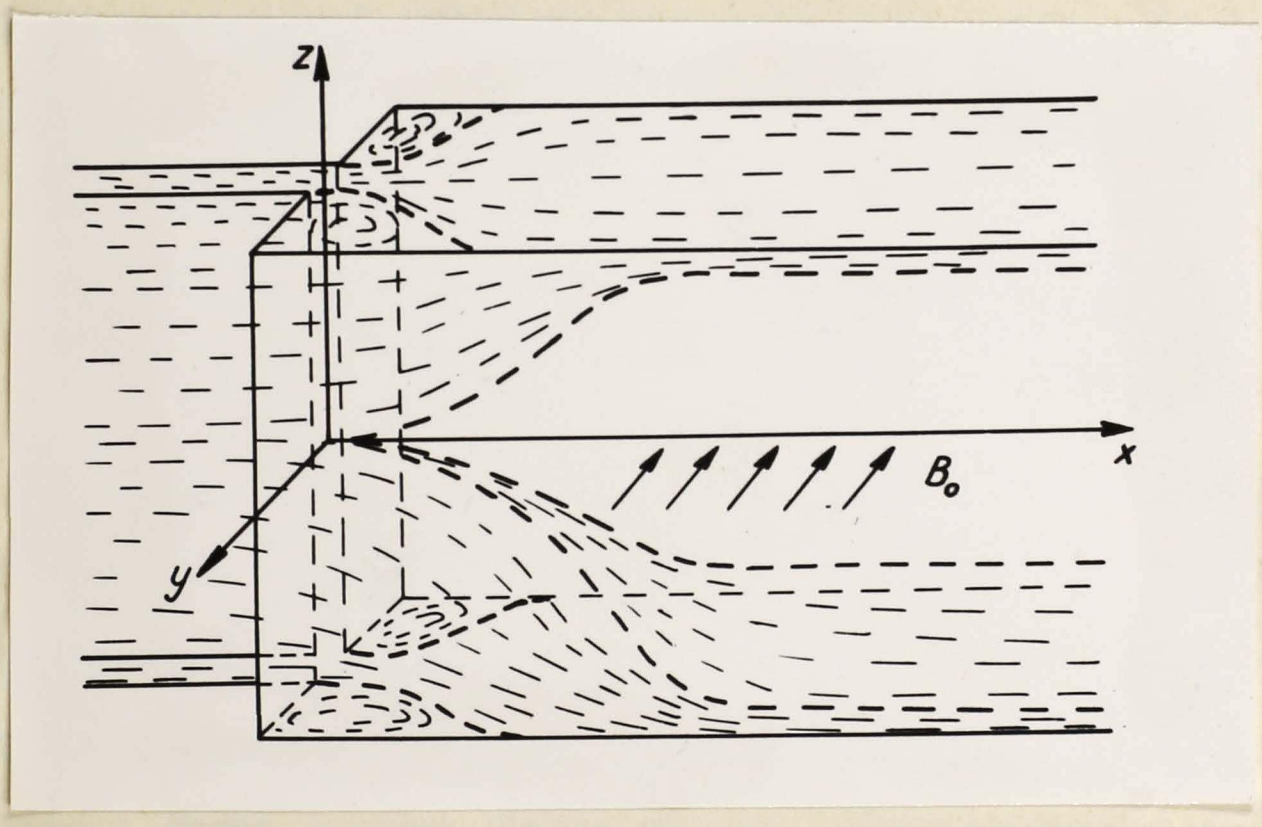


Рис.1-4. Картина течения на участке внезапного расширения в поперечном магнитном поле:

а) по данным работы /46/;

б) схема перестройки потока.

средняя амплитуда пульсаций уменьшается плавно с увеличением индукции поля. Результаты работы /48 / позволяют заключить, что пульсации измеряются также плавно по длине потока, вступившего в поперечное магнитное поле. В недавно опубликованных работах /50, 51/ проведены сравнительно подробные измерения турбулентных пульсаций скорости с помощью электротермоанемометра с изолированной нитью. Измерения велись в затопленной струе ртути в продольном магнитном поле. Они показали, что по мере увеличения индукции поля интенсивность турбулентности сначала резко падает, а затем становится почти постоянной, составляя около 35% первоначальной интенсивности; при этом сохраняются пульсации высоких частот.

§ 2. Работы по изучению устойчивости течения в присутствии магнитного поля.

Одна из первых работ, в которой рассматривался вопрос об устойчивости магнитогидродинамического течения принадлежит Лунцквисту /52/, предположившему, что критерием устойчивости течения в поперечном поле должно быть число Рейнольдса, вычисленное по толщине пристеночного "гартмановского слоя" с большим градиентом скоростей. Учитывая, что безразмерную толщину этого слоя при больших значениях числа Гартмана можно считать пропорциональной Ha^{-1}, получается критерий устойчивости в виде $(Re/Ha)_{кр} = const$.

Экспериментальные исследования плоско-параллельного течения, выполненные Маргетройдом /10/ и относящиеся полностью к области $Re > Re_{гр}$, подтвердили этот вывод и дали $(Re/Ha)_{кр} \approx 225$, или, имея в виду, что при больших значениях числа Гартмана $\lambda = 2Ha/Re$ $\lambda_{кр} = 0{,}0089$.

Локк /53/ рассмотрел вопрос об устойчивости гартмановского течения теоретически, способом малых возмущений. При этом он полностью пренебрегал непосредственным взаимодействием возмущений с полем, учитывая только взаимодействие поля с осредненным течением. Его результаты - $(Re/Ha)_{кр} = 5 \cdot 10^4$ при больших Ha - качественно согласуются с выводами Маргетройда, однако количественно значительно расходятся с ними. Локк объяснил это расхождение наличием конечных возмущений. Заметим, что в свете наших экспериментальных результатов, можно предположить, что принятое Локком пренебрежение непосредственным воздействием поля на пульсации продольной компоненты скорости может также явиться одной из причин значительного завышения $(Re/Ha)_{кр}$.

В опытах Брановера и Лиелаусиса /14/ при $Re \approx Re_{гр}$ получилось $\lambda_{кр} \approx 0{,}008$. В работе Ликодиса / 54 / проводятся формальные сопоставления профиля Гартмана и логарифмического турбулентного профиля и получается $(Re/Ha)_{кр} = 236$ или $\lambda_{кр} = 0{,}00848$. Рябинин и Хожаинов /24/ распространяют критерий $\lambda_{кр} = const$ и на область $Re < Re_{гр}$, считая при этом, что $\lambda_{кр} = \lambda_{0,кр}$, и вводя

коэффициент формы сечения трубы, определяемый теоретически, получают критерий устойчивости для круглых и прямоугольных труб с различным отношением сторон.

Устройчивость течения в продольном поле изучалось теоретически несколькими авторами. Стюарт /55/ применил к этому случаю при $Re_m \ll 1$ теорию малых возмущений. Велихов /56/ рассмотрел эту задачу об устойчивости при бесконечной проводимости жидкости. Левин /57/, основываясь на уравнениях баланса вторых моментов и используя полуэмпирические соотношения для диссипации полной кинетической энергии пульсаций и обмена энергией между различными компонентами пульсаций, предложенные для течения вне поля Ротта /58/, а также выражение для джоулевой диссипации, полученное Левлевым /59/ применительно к однородным течениям в поле, получает после ряда дополнительных упрощений следующую формулу для критического числа Рейнольдса:

$$Re_{kr} = 14\,Ha + 0{,}05\,Ha^2 \qquad (1.2)$$

Эта формула может быть использована для приближенных оценок Re_{kr} снизу.

В работе Булиса и Фоменко /60/, где впервые анализируются условия кризисного и бескризисного перехода в присутствии поля, для кризисного перехода в продольном поле предлагается зависимость, в которой Re_{kr} получается путем умножения $Re_{kr,0}$ на множитель, линейно зависящий от числа Гартмана и содержащий одну экспериментальную постоянную.

Известно немало работ - теоретических и экспериментальных - по исследованию устойчивости некоторых специальных типов течения /61-70/.

§ 3. Полуэмпирические теории МГД - течений.*/

Впервые попытка применить полуэмпирический подход к анализу турбулентных МГД- течений была предпринята Гаррисом /71/. Используя систему уравнений магнитной гидродинамики для напорного течения несжимаемой жидкости с постоянными свойствами (1.3)÷(1.8)

$$rot_1 \bar{B}_1 = \mu\mu_0 \bar{j}_1 \qquad (1.3)$$

$$rot_1 \bar{E}_1 = \frac{\partial \bar{B}_1}{\partial t_1} \qquad (1.4)$$

$$div_1 \bar{B}_1 = 0 \qquad (1.5)$$

$$\bar{j}_1 = \sigma\{\bar{E}_1 + [\bar{U}_1 \times \bar{B}_1]\} \qquad (1.6)$$

$$div_1 \bar{U}_1 = 0 \qquad (1.7)$$

$$\rho\left[\frac{d\bar{U}_1}{dt_1} + (\bar{U}_1 \cdot grad_1)\bar{U}_1\right] = -grad_1 p_1 + \rho\nu\nabla_1^2\bar{U}_1 + [\bar{j}_1 \times \bar{B}_1] \qquad (1.8)$$

и применяя теорию размерностей и магнитогидродинамические аналоги закона стенки и закона дефекта скорости, Гаррис провел анализ плоско-параллельного турбулентного течения в поперечном магнитном поле.

---

*/ При обзоре полуэмпирических теорий МГД- течений подробнее освещаются результаты по исследованию течений в поперечном магнитном поле, как имеющие наибольший практический интерес и соответствующие поставленным в настоящей работе задачам.

Согласно этой теории для универсальной скорости по всему сечению трубы справедлива зависимость

$$\varphi = f(Re_*, Ha, y) \qquad (1.9)$$

распределение скорости вблизи твердой стенки не зависит от ширины трубы (закон стенки)-

$$\varphi = f_1(\eta, Ha, y) \qquad (1.10)$$

а профиль скорости в ядре потока не зависит от вязкости жидкости (закон дефекта скорости)-

$$\frac{u_{max} - u}{u_*} = f_2\left(\frac{Ha^2}{Re_*}, y\right) \qquad (1.11)$$

Для выполнения условий (1.9)÷(1.11) универсальная скорость задается в виде:

$$\varphi = A \ln \eta + C + F_1\left(\frac{Ha^2}{Re_*}, y\right) + F_2\left(\frac{Ha}{Re_*}\right) \qquad (1.12)$$

Здесь F_1 и F_2 некоторые, подлежащие определению эмпирическим путем функции, а константы A и C - обычные константы логарифметического профиля скорости при турбулентном течении /72/.

Таким образом, согласно Гаррису ордината профиля скорости в присутствии магнитного поля в универсальных безразмерных координатах представляет собой сумму обычной для турбулентного профиля ординаты и некоторой добавки, обусловленной полем и стремящейся к нулю, когда $Ha \to 0$.

Для определения функции F_2 принимается допущение,

что на границе ламинарного подслоя $\varphi = const$, независимо от магнитного поля, и, т.к. F_2 не зависит от координаты и $F_2(0) = 0$, то вообще $F_2 \equiv 0$.

Для определения функции F_1 путем интегрирования уравнения (1.12) находится выражение для коэффициента сопротивления

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}\right)_{Re_* = const} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^1 F_1\left(\frac{Ha^2}{Re_*}, y\right) dy \qquad (1.13)$$

или, если $\frac{Ha^2}{Re_*} y = X$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}\right)_{Re_* = const} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^1 F_1(x)\, dy$$

Далее используются экспериментальные данные полученные Гартманом и Лазарусом /8/ и Маргетройдом /10/. При этом оказалось, что при больших значениях $\frac{Ha^2}{Re_*}$, формула (1.12) приводит к неправдоподобным M -образным профилям скорости и для исключения этого приходится заменять экспериментальную кривую $F_1(x)$ некоторой другой - произвольной. Далее, зная $F_1(x)$, можно непосредственно из (1.12) найти профили скорости, а при известном распределении по сечению осредненной скорости вычислить также распределение по сечению трубы турбулентных касательных напряжений.

Результаты расчета показали, что при некотором значении магнитного поля в потоке появляется ламинаризованное ядро, которое распространяется к стенкам с ростом индукции поля. Переход турбулентного течения

в ламинарное происходит вследствие слияния вязкого подслоя у стенки с ламинаризованным ядром.

Теория Гарриса основана на допущениях, вызывающих ряд возражений. В частности, предположение о том, что локальная структура ядра не зависит от вязкости, ставит под сомнение возможность ее применения при больших числах Гартмана. Серьезным недостатком является несоответствие профиля скорости и коэффициента сопротивления там, где оказывается необходимым корректирование экспериментальной кривой.

В работе Брановера /73/ предложена полуэмпирическая теория турбулентного течения в плоской трубе в поперечном магнитном поле. В ней действительный профиль скорости заменяется полигональным, а для турбулентного трения используется выражение Прандтля. Получены формулы для коэффициента гидравлического сопротивления и профиля скорости. При этом в формуле для λ отдельно выделен вклад эффекта Гартмана и влияние изменения градиента скорости на величину турбулентных касательных напряжений. Недостатком теории является необходимость экспериментального определения нескольких констант, в частности, скорости на границе вязкого подслоя, что представляет значительную трудность.

В работе /74/ Ковнер предложил метод расчета турбулентных течений в поперечном магнитном поле, основанный на использовании гипотезы локальности

Лейцлянского /75/. Согласно этой гипотезе, величину касательного напряжения в данной точке турбулентного потока можно выразить следующим образом:

$$\tau = \rho \nu \frac{du}{dy} f(Re) \qquad (1.14)$$

где $Re = \frac{\varepsilon}{\nu}$ - локальное число Рейнольдса, которое в первом приближении (по Прандтлю) и "втором" приближении (по Карману), соответственно равно:

$$Re = \frac{l^2}{\nu} \frac{du}{dy} \qquad (1.15)$$

$$Re = \frac{\varkappa^2}{\nu} \frac{\left(du/dy\right)^3}{\left(d^2u/dy^2\right)^2} \qquad (1.16)$$

Исходя из качественных соображений /75/, можно принять:

$$f(Re) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \le Re \le Re_{кр} \\ \dfrac{1}{\sqrt{Re^2 - Re_{кр}^2 + 1}} & \text{при } Re \ge Re_{кр} \end{cases} \qquad (1.17)$$

Здесь $Re_{кр}$ - критическое значение локального числа Рейнольдса.

Ковнер предположил, что влияние магнитного поля на критическое значение локального числа Рейнольдса можно описать уравнением:

$$Re_{кр} = Re_{0,кр} + \beta Ha^2 \qquad (1.18)$$

где $Re_{0,кр}$ - критическое значение локального числа Рейнольдса вне поля;

Ha - локальное число Гартмана, которое выражается в "первом" и "втором" приближении следующим образом:

$$h_a = B l \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}} \quad \text{и} \quad h_a = \frac{\alpha \, du/dy}{d^2u/dy^2} B \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}} \qquad (1.19)$$

B – безразмерная константа (1.19)

Далее, для того, чтобы уравнение (1.14) могло служить для расчета профиля скорости принимается еще несколько предположений. Выражение для изменения τ в плоской трубе записывается, как

$$\tau = \tau_w (1-y) \qquad (1.20)$$

Масштаб турбулентности l_0 принимается по Прандтлю-Никурадзе

$$l_0 = 0{,}14 - 0{,}08(1-y)^2 - 0{,}06(1-y)^4, \qquad (1.21)$$

а в присутствии магнитного поля предлагается l выражать в виде:

$$l = l_0 \, \Phi\left(\frac{h_a^2}{Re}\right) \qquad (1.22)$$

где $\frac{h_a^2}{Re}$ – имеет смысл локального числа Стюарта;

Φ – некоторая убывающая функция, причем

$$\Phi(0) = 1$$

Из окончательных выражений мы приведем только уравнение для случая плоского течения в поперечном магнитном поле

$$1 - \frac{R}{Re_*} = \frac{d\varphi}{d\eta} f(Re) + \left(\frac{Ha}{Re_*}\right)^2 \int_0^\eta (\varphi_{гр} - \varphi) \, d\eta \qquad (1.23)$$

Сравнение расчетных значений коэффициента сопротивления с экспериментальными по данным /10/, произведенное автором, дало удовлетворительное принципиальное совпадение.

Заслуживает внимания следующий вывод, к которому пришел Ковнер в результате пробных расчетов. Оказывается, что совершенно безразлично с точки зрения результата (в частности, коэффициента сопротивления), как стремится к нулю масштаб турбулентности при усилении поля. Важно лишь, чтобы он убывал, ибо принятие $l = const$ приводит к значительно завышенному (на 30%) коэффициенту сопротивления.

Это обстоятельство открывает довольно большую свободу действий при построении полуэмпирических теорий, но, конечно, не значит, что локальные характеристики (например, Рейнольдсово напряжение $\overline{u'v'}$), вычисленные из результатов теории окажутся столь же нечувствительны к масштабу, как интегральные величины.

В работе Микодиса /11/ рассматривается течение в плоской трубе в поперечном магнитном поле. Коэффициенты сопротивления и профили скорости получаются в результате численного интегрирования уравнения Рейнольдса в котором касательное турбулентное напряжение выражается по Прандтлю, а масштаб турбулентности принимается убывающим при приближении к стенке согласно Ван-Дристу /76/ с учетом его еще большего уменьшения при увеличении интенсивности магнитного

поля. Выражение для масштаба в универсальных координатах записывается в виде:

$$l_* = \varkappa \eta \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \qquad (1.24)$$

где γ_1 - множитель Ван-Дриста

$$\gamma_1 = 1 - e^{-c_1 \eta} \qquad (1.25)$$

γ_2, γ_3 - множители, учитывающие подавление турбулентности магнитным полем.

γ_2 - берется из решения Онга и Никольса /77/ для МГД- течения около осциллирующейся пластинки:

$$\gamma_2 = 1 - e^{-c_1 \eta} \left\{ \left[\left(\frac{c_1 Ha}{4 Re} \right)^4 + 1 \right]^{1/2} + \left(\frac{c_1 Ha}{\sqrt{2}\, Re_*} \right)^2 \right\}^{1/2} \qquad (1.26)$$

Множитель γ_3 записывается в виде:

$$\gamma_3 = e^{-c_2 Ha^2 / Re_*^2} \qquad (1.27)$$

Константы, входящие в (1.25), (1.26) и (1.27) принимаются равными: $c_1 = 29{,}5$. $c_2 = 700$.

Уравнение движения для плоско-параллельного течения в поперечном магнитном поле может быть представлено следующим образом:

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{Re} \frac{du}{dy} - \overline{u'v'} \right) + N(1-u) + \frac{\lambda}{2} = 0 \qquad (1.28)$$

Ликодис провел численное решение уравнения (1.28) с учетом (1.24) и получил результаты, удовлетворительно согласующиеся с его измерениями профиля скорости и

дающие хорошее совпадение с экспериментальными данными о коэффициенте сопротивления.

В работе Лекока /22/ для случая течения в поперечном поле задача решается путем численного интегрирования уравнения движения (1.28), в котором пренебрегается членом, учитывающим вязкое трение, а турбулентное трение выражается по теории Тейлора о переносе завихренности

$$\tau_T = \frac{1}{2}\rho l_0^2 \left|\frac{du}{dy}\right| \frac{du}{dy} \qquad (1.29)$$

Получающиеся результаты в принципе подобны данным Гарриса /71/. Заметим, что пренебрежение вязким трением вызывает здесь те же ограничения, что и в теории Гарриса, кроме того формула Тейлора, как известно /72/, справедлива для свободной, а не для пристеночной турбулентности.

Приближенный способ расчета коэффициента сопротивления на основе эмпирического профиля скорости, предполагаемого степенным предлагается Толмачем /78/.

Все вышеприведенные результаты для случая турбулентного течения в поперечном магнитном поле относятся к плоско-параллельному течению. Только в работе Рябинина и Хожаинова /24/ предлагается расчетная зависимость для коэффициента сопротивления при течении в поперечном поле для труб круглого и прямоугольного сечения. При этом в качестве универсального критерия перехода для труб с любой формой сечения считается:

$$\lambda_{кв} = \lambda_{0,кв} = const = 0{,}088$$

Зависимость имеет вид:

$$\lambda = \frac{K(\gamma, Ha)}{Re} + \delta\left(Re - Re_{0,кр}\right)\left[\frac{0{,}133}{Re^{0{,}25}} - \frac{A(\gamma)}{1 - \frac{A(\gamma)}{K(\gamma)}\left(Re - Re_{0,кр}\right)}\right] \times$$

$$\times\left[1 - N\,\frac{1 + \bar{a}(Re)N}{\bar{b}_0(Re) - \bar{b}_1(Re)N + \bar{a}(Re)N^2}\right] \qquad (1.30)$$

где

$$K(\gamma, Ha) = \frac{\frac{Ha^2}{1 + \frac{2}{\pi}\gamma}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{th\,\frac{1 + \frac{2}{\pi}\gamma Ha_n}{2}}{(2n-1)^2 Ha_n^3} + \frac{2\gamma^2}{(1 + \frac{2}{\pi}\gamma)^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{Ha_n^2}}{\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2 Ha_n^2}\left[1 - \frac{th\,\frac{(1 + \frac{2}{\pi}\gamma)^2 Ha_n}{2}}{\frac{1 + \frac{2}{\pi}\gamma}{2} Ha_n}\right]}$$

$$Ha_n^2 = \frac{4\gamma^2(2n-1)^2}{(1 + \frac{2}{\pi}\gamma)^2} + Ha^2; \qquad \gamma = \frac{a}{b};$$

a - меньший размер сечения прямоугольной трубы

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{при } Re < Re_{0,кр}; \\ 1 & \text{при } Re \geq Re_{0,кр}; \end{cases} \qquad A(\gamma) = \frac{0{,}133}{(Re_{0,кр})^{0{,}25}};$$

$$\bar{a}(Re) = \frac{10^9}{Re^2}; \qquad \bar{b}_0(Re) = 0{,}1 + th\left(2{,}45 \cdot 10^{-5} Re\right);$$

$$\bar{b}_1(Re) = 1 - 0{,}2\, e^{-(3{,}7 \cdot 10^{-3} Re)}$$

Величины Re, Ha, N определены здесь по удвоенному гидравлическому радиусу.

Ряд работ посвящен турбулентному течению в продольном магнитном поле.

Джайн и Капур /79/ рассмотрели случай плоско-параллельного течения в продольном поле, причем задача решается без предположения о малости Re_m. Однако ввиду отсутствия адекватного эксперимента, решение вопроса не доведено ими до конца.

В работах Ковнера и Левина /57, 60/ получены решения для течения в круглой трубе в продольном поле, позволяющие установить как профили осредненной скорости, так и распределение различных характеристик турбулентности в зависимости от локального масштаба, определяемого по Прандтлю-Никурадзе. Решения основаны на уравнениях баланса вторых моментов, которым в результате пренебрежения диффузией придан локальный смысл. Причем, для обмена энергией между компонентами по осям и для вязкой диссипации использованы полуэмпирические выражения Ротта /58/. Следует заметить, что магнитное поле, вообще говоря, может препятствовать стремлению течения к локальной изотропности при больших волновых числах /81, 82/ и, таким образом, возможность применения гипотезы Колмогорова /63/, на которой основаны формулы Ротта, не является, во всяком случае, очевидной. Кроме того, и допустимость применения в случае МГД - течения масштаба Прандтля-Никурадзе без всяких изменений тоже является спорной. Но, несмотря на это, метод, использованный в работах /57, 60/ в настоящее время

дал относительно наиболее полную информацию о влиянии магнитного поля на структуру турбулентности. Заметим, что аналогично может быть решен вопрос и о течении в поперечном поле.

Ковнером /84/ предложен несколько упрощенный вариант теории для течения в продольном поле на основе двухслойной модели потока. Им используется ряд результатов исследований турбулентности в общей гидродинамике, но в основное уравнение вводится диссипативный член, обусловленный магнитным полем. В итоге получено достаточно простое выражение для профиля скорости, содержащее три эмпирические константы.

В работе Булиса и Фоменко /80/ коэффициент сопротивления и профили скорости в продольном поле определяются исходя из представлений о перемежаемости турбулентного и ламинарного течения. Коэффициент сопротивления выражается в виде линейной функции λ_0 и λ_p, множителями при которых являются соответственно коэффициент перемежаемости γ и $(1-\gamma)$ а величина γ при $Re = const$ убывает с увеличением Ha. Результаты хорошо согласуются с опытными данными работы / 83 /. Несколько сложнее, но на основе тех же идей, решается вопрос о профиле скорости в продольном поле.

Вопросам расчета турбулентного пограничного слоя на плоской пластине посвящены работы Наполитано /85/ и Гинзбурга и Скурина /86/. В них указывается, что в присутствии магнитного поля нарушается справедливость

универсального профиля скорости в турбулентной части пограничного слоя, и что уменьшение трения является результатом потери энергии осредненного течения внешнего потока вследствие работы ,производимой против сил магнитного поля.

В заключение упомянем немногочисленные работы, посвященные анализу турбулентного течения на начальном участке (до момента стабилизации профиля скорости) трубы. Все они относятся к случаю плоско-параллельного течения в пограничном поле. Моффет /87/ использовал метод интегральных соотношений импульсов допуская подобие профилей скорости в поперечных сечениях пограничного слоя. Решения получены в замкнутой форме при условии постоянной скорости во входном сечении и дополнительном условии,состоящем в том, что скорость невозмущенного течения должна быть постоянна.

Махьюлейтис и Лоуфлер /88/ распространили метод /87/ на случай переменной скорости невозмущенного потока в направлении течения (уравнение неразрывности сохраняется) и рассмотрели дополнительно случай,когда профиль скорости во входном сечении полностью развит. Из уравнения количества движения,записанного для элемента пограничного слоя dx , с учетом уравнения движения для невозмущенного потока получается следующее выражение для напряжения трения:

$$\tau_w = \delta U_\infty N\left[1-\int_0^1 u\, d\left(\frac{y}{\delta}\right)\right] + \delta^* U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} + \frac{d}{dx}\left(U_\infty \theta\right) \qquad (1.31)$$

Здесь за характерные скорость и размер приняты соответственно средняя скорость течения и полуширина трубы, а величины $U_\infty, \delta, \delta^*, \theta$ означают невозмущенную скорость, толщину пограничного слоя, толщину вытеснения и толщину потери импульса.

Распределение скорости в пограничном слое принимается по закону одной седьмой, а напряжение трения вычисляется из закона сопротивления Блазиуса. Таким образом влияние магнитного поля учитывается лишь путем введения в уравнение количества движения члена, выражающего импульс объемных электромагнитных сил. Длина участка стабилизации при турбулентном течении оказывается значительно большей, чем при ламинарном, причем она увеличивается если входной профиль скорости полностью развит. Общая же тенденция резкого уменьшения участка стабилизации в присутствии магнитного поля по сравнению с течением вне поля сохраняется в полной мере.

В работе Крюгера и Сонью /69/ при исследовании вопросов развития турбулентного пограничного слоя на пластине принимаются несколько менее произвольные допущения. Для вычисления напряжения трения на стенке здесь используются экспериментальные данные /8/, а для профилей скорости полуэмпирические формулы Гарриса /71/.

Как видно, в большинстве упомянутых работ развитие теории турбулентных МГД- течений происходит в направлении обобщения методов, развитых в свое время в общей

гидродинамике. При этом возникает необходимость в дополнительных гипотезах и допущениях, большинство из которых нельзя в настоящее время обосновать из-за отсутствия опытных данных (профилей скорости и других более детальных характеристик течения). Проведение подобных исследований крайне необходимо для дальнейшего развития теории.

§ 4. Задачи исследования

Сопоставление сведений, изложенных в § 1 - § 3, показывает, что на множество вопросов, возникающих при разработке различных магнитогидродинамических машин и устройств, невозможно ответить на основании имеющихся экспериментальных данных.

Как уже отмечалось, наиболее подробно изученным является лишь изменение коэффициента сопротивления при равномерных течениях в плоских трубах в поперечном магнитном поле и в круглой трубе - в продольном поле. Исследования распределения скоростей крайне малочисленны и выполнены без учета влияния магнитного поля на показания измерительного зонда. Отсутствуют экспериментальные данные о скоростной структуре потоков в трубах с проводящими стенками и с сочетанием проводящих и непроводящих стенок. Нет ответа на вопрос, как зависит подавление турбулентности от взаимной ориентации поля и направления осредненного течения. Не

ясны вопросы расчета коэффициента сопротивления турбулентных течений в трубах с мелкой песочной шероховатостью (имеющей наибольшее практическое значение) и в трубах с проводящими стенками. Еще меньше данных о неравномерных течениях: стабилизации потоков в магнитном поле, течении на участке местного сопротивления и т.д.

Целесообразность изучения названных проблем обусловлена двумя причинами. С одной стороны, в настоящее время крайне необходимы данные и способы расчета для проектирования различных МГД- машин и устройств. С другой стороны, для успешного полуэмпирического анализа МГД- течений требуются дополнительные многочисленные экспериментальные результаты, особенно, о скоростной структуре и пульсационных характеристиках потоков.

Из множества возникающих вопросов, необходимых для успешного решения названных задач, мы выбрали в нашей работе в качестве непосредственных объектов исследования следующие (всюду рассматривается случай турбулентного течения в поперечном магнитном поле, как наиболее интересный с точки зрения практических приложений):

1. Теоретическое и экспериментальное исследование плоско-параллельного течения в поперечном магнитном поле между гладкими стенками и стенками, покрытыми мелкой вернистой шероховатостью.

2. Изучение коэффициентов сопротивления и профилей скоростей в прямоугольных трубах с различным отношением сторон и различной проводимостью стенок.

3. Исследование возможности снижения гидравлических потерь в МГД - течениях - влияние взаимной ориентации поля и направления осредненного течения на подавление турбулентности.

4. Исследование стабилизации профиля скорости в МГД - течениях.

5. Изучение скоростной структуры, распределения давления и коэффициента сопротивления на участке местного сопротивления - двух и одностороннего внезапного расширения.

Более детально перечисленные задачи рассматриваются в последующих главах, перед описанием соответствующих экспериментов.

В заключение отметим, что широкое применение экспериментальной техники и методики общей гидродинамики обусловило необходимость решения методологических вопросов - выяснение возможности применения некоторых измерительных средств в присутствии магнитного поля,- что до сих пор не было сделано.

Глава П.

ТЕХНИКА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В настоящее время нет подробно разработанной специфической методики постановки магнитогидродинамических экспериментов и экспериментальных измерений.

В большинстве случаев исследователи идут по пути приспособления экспериментальной техники общей гидродинамики к новым условиям. При этом вопрос о пределах применимости измерительных устройств в присутствии магнитного поля обычно остается пока открытым. В то же время результаты работ /41-43/ показывают, что давление в передней критической точке различных измерительных зондов (цилиндрических трубок полного напора, трубок Пито-Прандтля и т.п.) меняется в зависимости от напряженности магнитного поля, существенно влияя на величину показаний приборов.

Нет пока также исследований, в которых бы проводилось измерение распределения статического давления по сечению экспериментальной трубы в присутствии поля, а это значит, что нет и обоснования выбора мест отбора статического давления при изучении сопротивления труб.

Настоящая глава посвящена описанию экспериментальных установок, использованных в данной работе, выяснению пределов применимости некоторых измерительных устройств, методике проведения экспериментов и определению возможных ошибок измерений. Попутно, на основе анализа описанных в литературе опытов дается обоснова-

ние выбора принятых конструктивных и методологических решений.

§ 1. О постановке экспериментов в магнитной гидродинамике и методике выбора экспериментальной установки.

Проведение экспериментальных исследований МГД - течений в трубах осложняется рядом специфических трудностей. К ним, в первую очередь, относятся небольшие размеры поперечного сечения экспериментальных труб и весьма неблагоприятные для гидродинамического эксперимента свойства рабочей среды, которой в большинстве случаев служит жидкий металл.

Размеры труб лимитируются величиной зазора между полюсами магнита (как известно, с увеличением расстояния между полюсами индукция магнитного поля резко убывает). Малые размеры сечения трубы обусловливают необходимость очень точного их изготовления. В противном случае, сильно возрастает погрешность в определении продольных перепадов давлений и, следовательно, коэффициентов сопротивлений. Кроме того, при измерении локальных скоростей и других величин, позволяющих судить о внутренней структуре потока, очень трудно изготовить зонд столь малых размеров, чтобы избежать существенного возмущения потока.

Основные неблагоприятные свойства рабочей среды выражаются в следующем: непрозрачность, большая моле-

кулярная теплопроводность, агрессивность ко многим конструкционным материалам, легкая окисляемость на воздухе и в контакте с различными веществами.

Все эти качества приводят к невозможности использования целого ряда способов измерений, широко применяемых в общей гидродинамике (фотографирование, киносъемка, термоанемометрирование и др.), резко ограничивают выбор применяемых материалов и конструкций и ведут к быстрому износу и загрязнению экспериментальных установок.

В опубликованных в литературе работах применялись различные несжимаемые токопроводящие жидкости: ртуть /8-12; 16-19/, галлий /86, 90/, щелочные металлы и их эвтектические сплавы /25, 26/, электролиты /49, 91/. Мы выбрали в качестве токопроводящей жидкости ртуть, которая, несмотря на токсичность и агрессивность к ряду материалов, обладает достаточно высокой электропроводностью ($\sigma = 1{,}05 \cdot 10^6 \frac{1}{ом \cdot м}$), не требует специального подогрева и сложных устройств для защиты от окисления.

Конструкция экспериментальных установок определялась характером проводимых на них работ. Для измерения коэффициентов сопротивлений труб в магнитном поле требовалось получить большие напоры и расходы жидкости, чтобы достичь больших чисел Рейнольдса даже при значительно увеличивающемся продольном градиенте давления в присутствии поперечного магнитного поля.

Для этих целей был спроектирован и изготовлен ртутный контур с баком постоянного напора, способным обеспечивать давление в системе до 4 атм. Для измерения профилей скорости течения такой контур гораздо менее удобен, поскольку высокий статический уровень жидкости в установке требует герметической заделки измерительного зонда в экспериментальной трубе, а это затрудняет перемещение его по сечению.

Поэтому, для измерений локальных скоростей потока нами был применен замкнутый ртутный контур с электромагнитным насосом, осуществляющим движение жидкости /46/. В этом случае возможность получения открытой поверхности ртути в зоне измерений резко упрощает введение в экспериментальную трубу различных датчиков и зондов.

Третий тип экспериментальной установки, использовавшийся в данной работе, служил для получения однородного набегающего потока, необходимого для исследования обтекания тел в магнитном поле. Установка представляла собой кольцевой магнитогидродинамический канал, разработанный в Институте физики АН Латвийской ССР /92/.

§ 2. Описание экспериментальных установок.

1. Ртутный контур с баком постоянного напора.

Схема контура показана на рис.2-1, общий вид на рис.2-2.

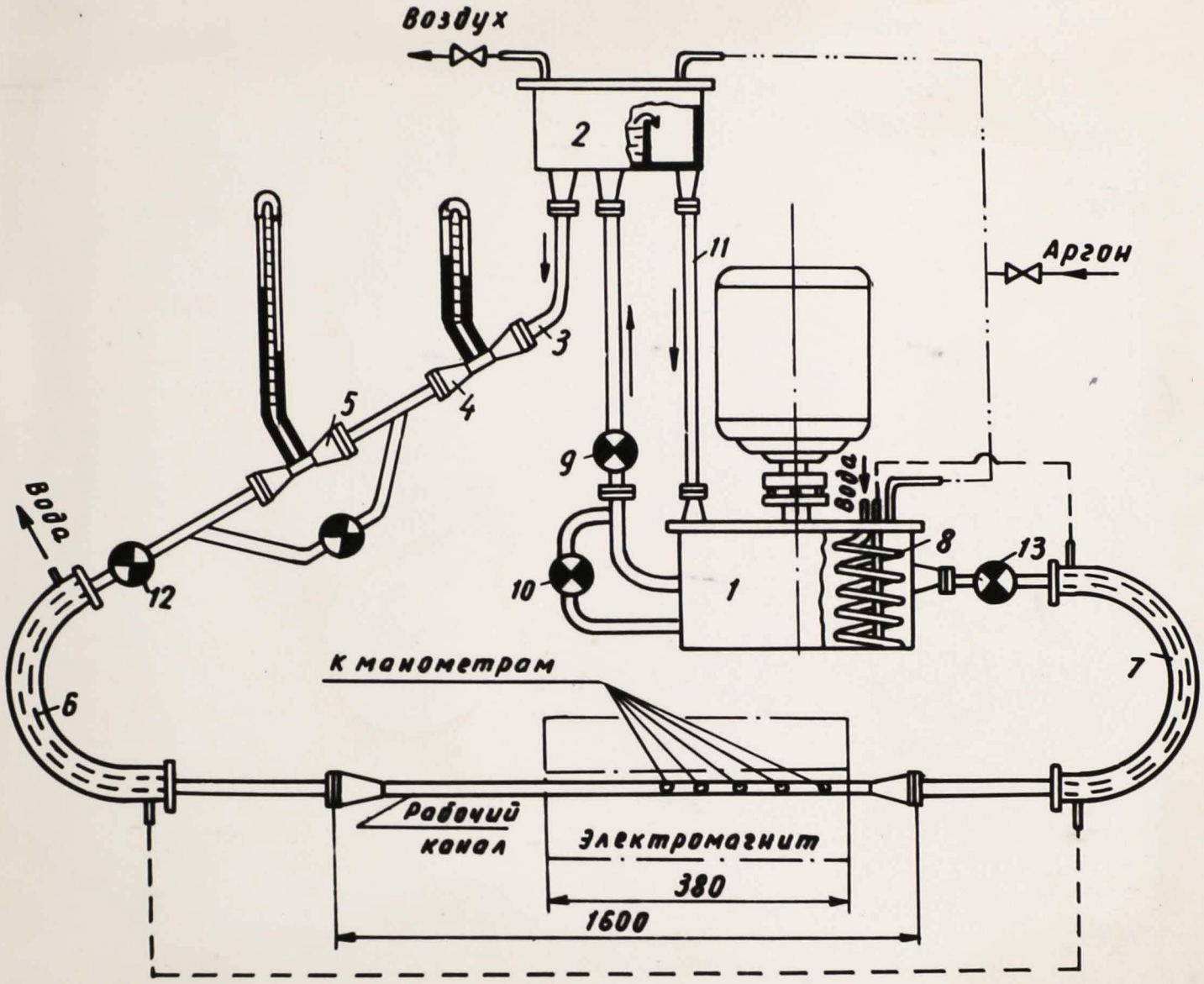


Рис.2-1. Схема ртутного контура с баком постоянного напора.

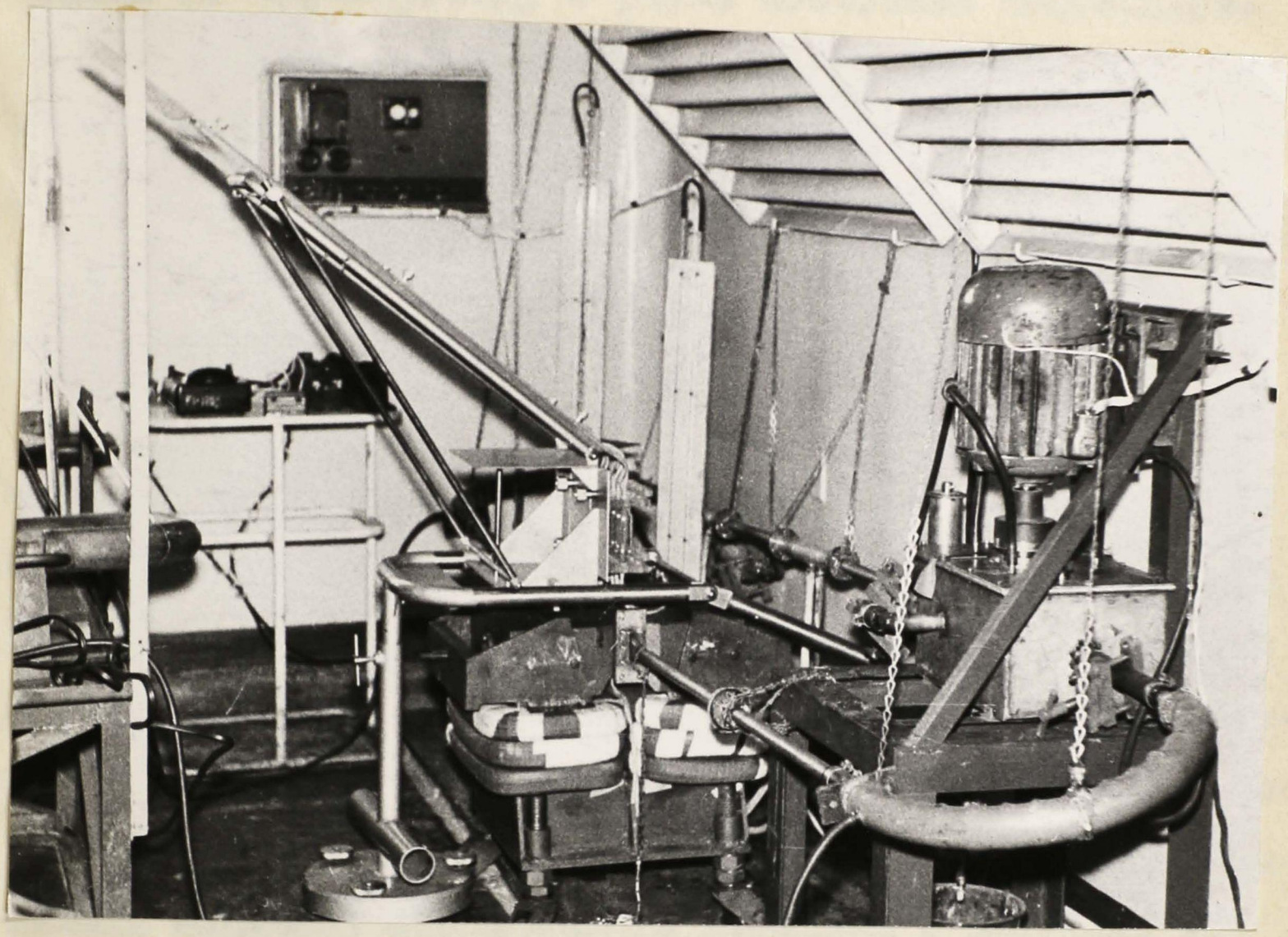


Рис.2-2. Общий вид ртутного контура с баком постоянного напора.

С помощью шестеренчатого насоса, производительностью 125 л/мин., погруженного в емкость 1 со ртутью, жидкий металл подавался в бак постоянного напора 2. Отсюда по трубопроводу 3 ртуть поступала непосредственно в контур, где устанавливались экспериментальные каналы, и затем снова сливалась в емкость 1. Для измерения расходов в системе контура были установлены две трубки Вентури (одна для больших расходов - 4, вторая - для малых - 5).

Охлаждение ртути производилось с помощью охладителей 6, 7 и змеевиков 8, по которым пропускалась вода из водопроводной сети. Краны 9 и 10 служили для регулирования подачи количества ртути в бак 2 постоянного напора. Излишки ртути стекали из бака 2 по трубопроводу 11 в емкость 1. Кран 12 предназначался для регулирования расхода жидкости в контуре; кран 13 позволял изменять величину статического давления в контуре, тем самым обеспечивая необходимый уровень ртути в манометрических трубках. Для предотвращения окисления ртути в баки 1 и 2 непрерывно подавался под небольшим избыточным давлением аргон. Емкость контура составляла ~ 20 л ртути. Описание отдельных элементов контура дается ниже.

Насосная станция - представляла собой (рис. 2-3) закрытый бак из нержавеющей стали 1Х18Н9Т, внутри которого укреплялся механический шестеренчатый насос Ш-125. Вал насоса через специальную втулочно-пальцевую муфту соединялся с электродвигателем. Место ввода

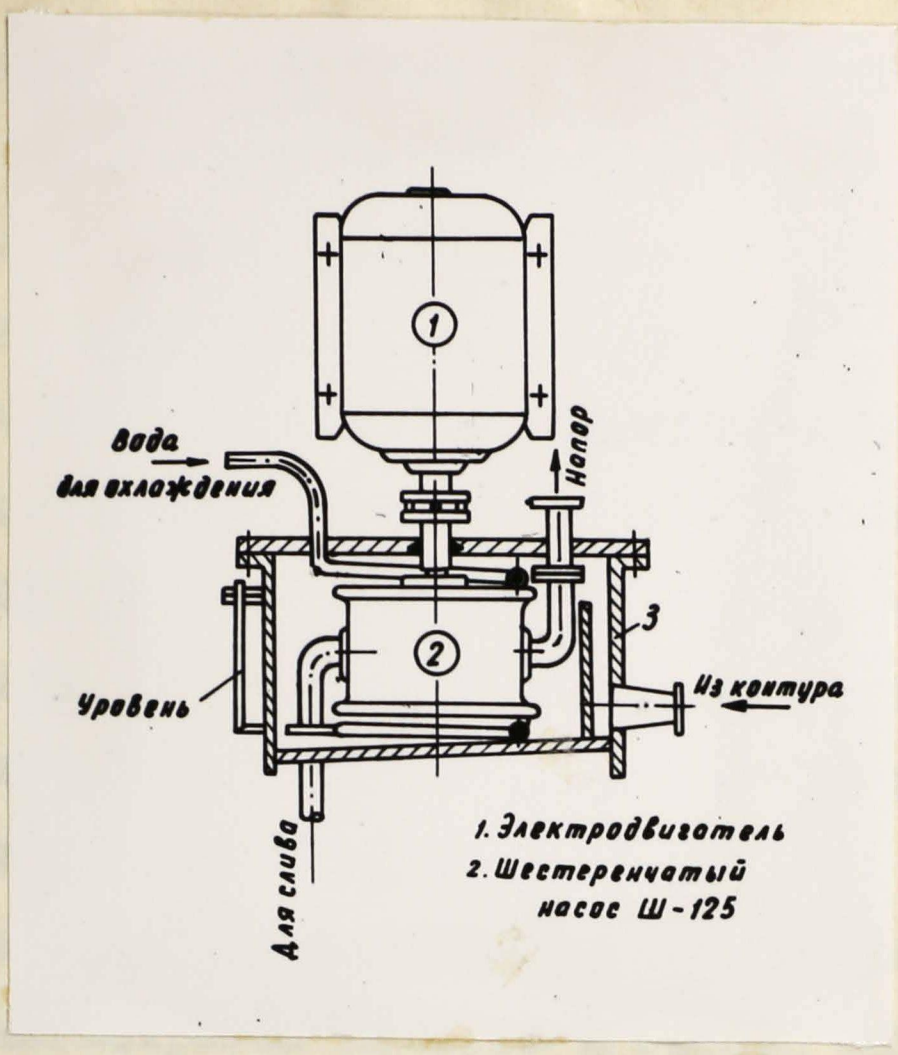


Рис.2-3. Схема ртутной насосной станции.

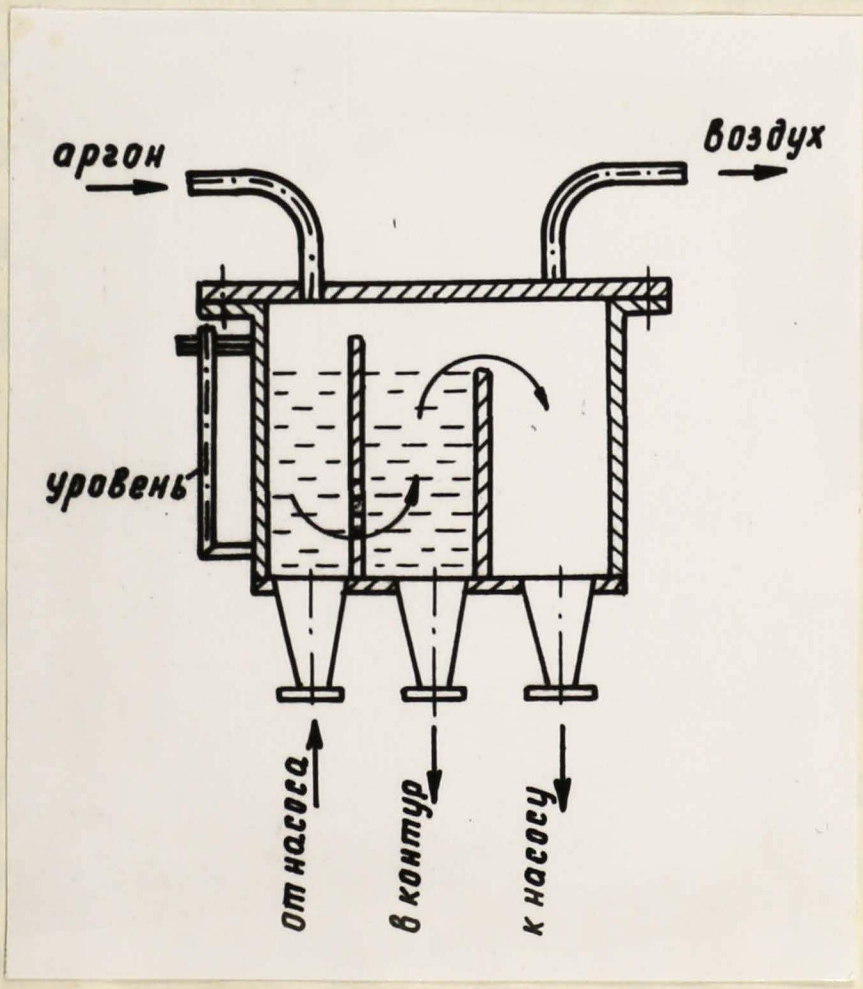


Рис.2-4. Схема бака постоянного напора.

вала муфты в крышку бака уплотнялось прижимными сальниковыми манжетами. Вся система крепилась на общем каркасе и подключалась к соответствующим трубопроводам. Такая компановка узлов насосной станции позволила в значительной степени герметизировать контур и ликвидировать утечки ртути. Следует отметить еще одно важное обстоятельство. Слив ртути из контура обратно в бак должен происходить либо в отдельный отсек, где поддерживается постоянный уровень жидкости, либо сверху, в виде свободно падающей струи.

В противном случае, когда имеется сообщение между сливной магистралью контура и массой жидкого металла в баке, по потоку в измерительные системы передаются все макроскопические хаотические колебания уровня ртути в резервуаре, и резко увеличивают ошибки измерений.

Для охлаждения ртути в баке насосной станции устанавливались змеевики, по которым во время работы непрерывно пропускалась вода из водопроводной сети. Для достижения герметичности входные и выходные патрубки змеевиков приваривались к крышке бака.

Бак постоянного напора - состоял из трех отсеков (рис.2-4). В первый отсек поступала ртуть от насоса, затем она проходила через успокоительную решетку (стенку с многочисленными небольшими отверстиями) во второй отсек, заполняла его и через перегородку сливалась в третий. Схема подачи и отбора жидкости ясна из рисунка.

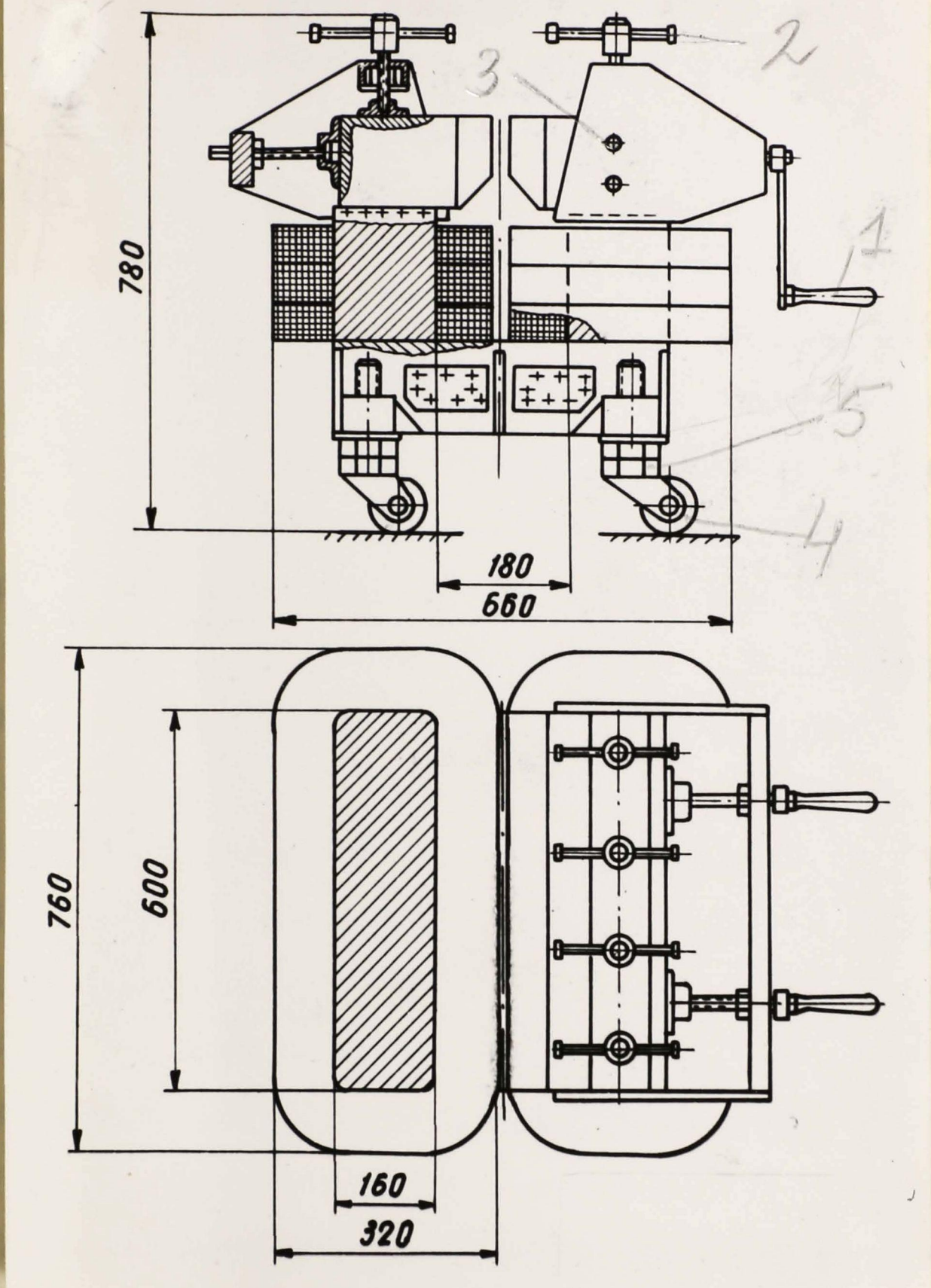


Рис.2-5. Схема электромагнита постоянного тока.

Электромагнит постоянного тока - показан на рис. 2-5 и 2-6. Его сердечник изготовлен из многократно отожженной конструкционной стали марки Ст.3. Обмотка выполнена из медного провода ⌀ 3,6 мм и пропитана кремнеорганическим лаком. Магнит имеет 3 пары полюсных наконечников (32 x 8; 38 x 8 и 50 x 8 $см^2$). Воздушный зазор плавно регулируется в диапазоне от 0÷12 см. Регулировка зазора производится с помощью рукояток 1, фиксация полюсов в нужном положении - винтами 2 и 3. Магнит укреплен на вращающихся опорах 4 и может регулироваться по высоте с помощью гаек 5.

При напряжении в обмотках 110 в и максимальном токе 40 а магнит допускает без специального охлаждения непрерывную работу в течение часа. Вес магнита ~700 кг. Максимальное значение индукции магнитного поля менялось в экспериментах от ~2 тл при зазоре между полюсами 1,5 см до ~1 тл при зазоре 4 см. На рис.2-7 показана тарировочная кривая электромагнита при зазоре 2 см. Максимальная неоднородность магнитного поля в зоне измерений и установки экспериментальных труб не превышала 0,5% от максимального значения индукции.

2. Замкнутый ртутный контур с электромагнитным насосом [46].

Контур представлял собой замкнутую гидравлическую систему (рис.2-8 и рис.2-9), состоящую из индукционного электромагнитного насоса, трубопроводов, расходомера

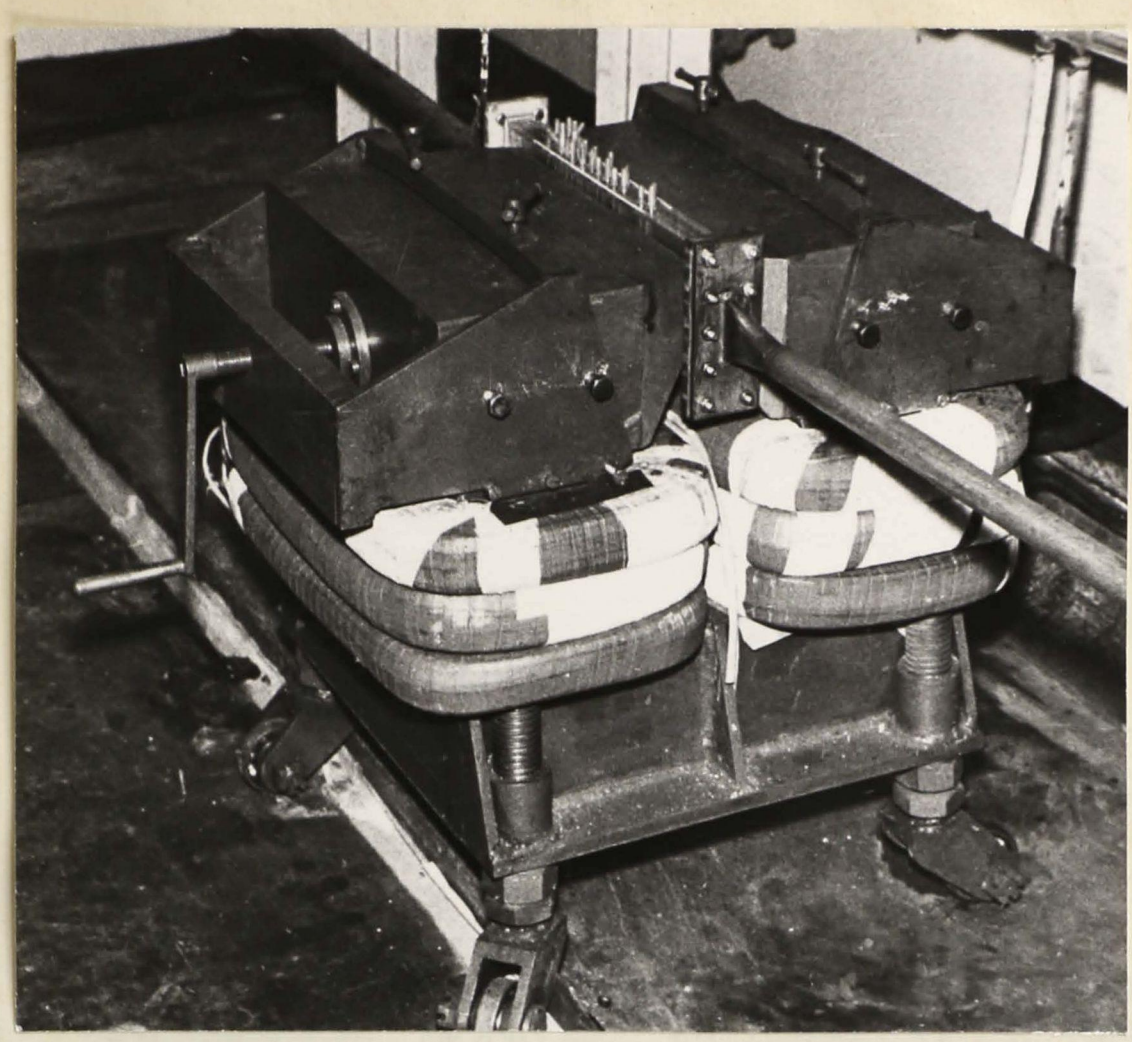


Рис.2-6. Общий вид электромагнита постоянного тока.

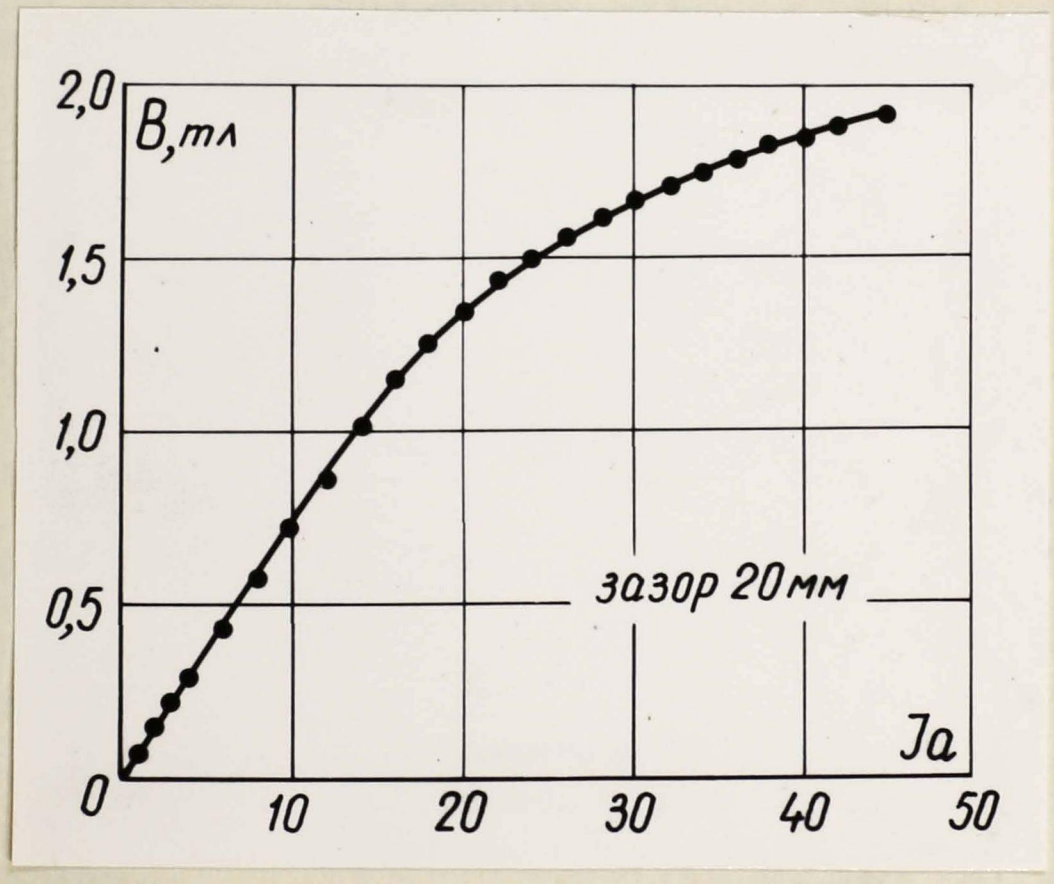


Рис.2-7. Тарировочный график электромагнита при зазоре между полюсами 2 см.

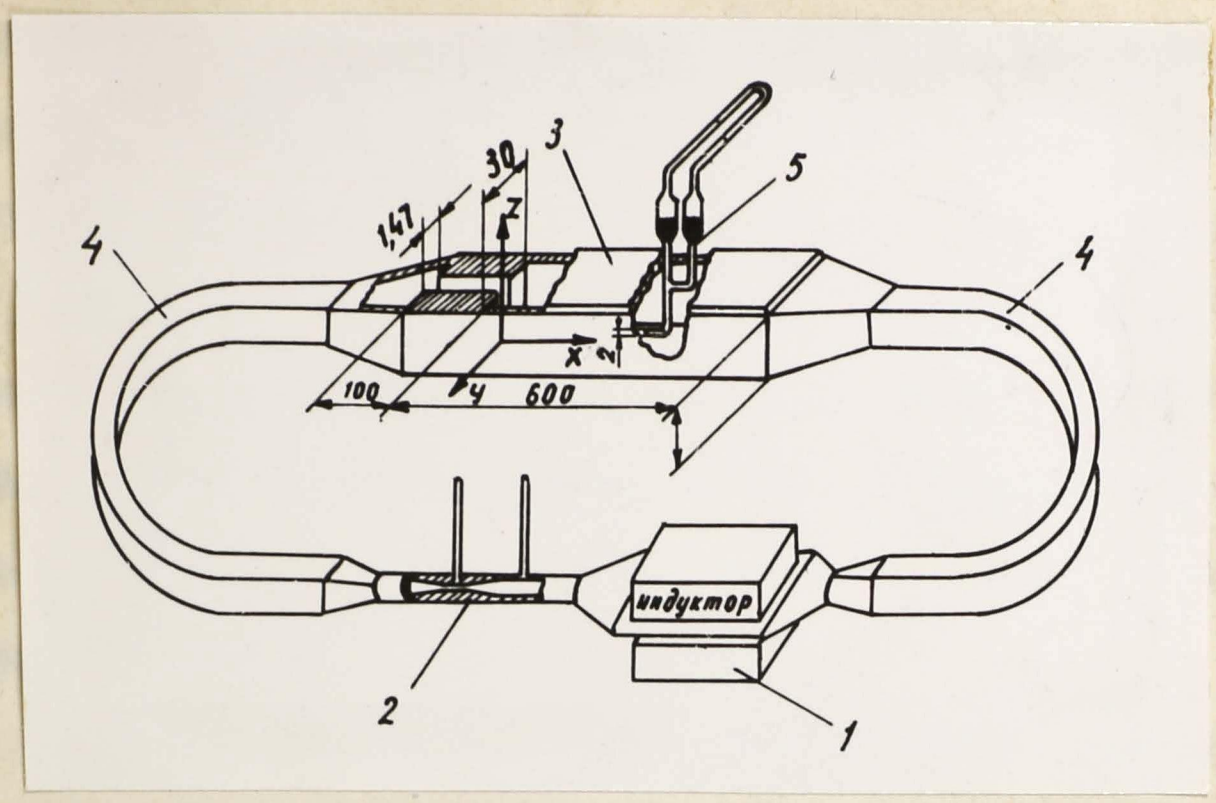


Рис.2-8. Схема замкнутого ртутного контура с электромагнитным насосом:

1- индукционный электромагнитный насос, 2- расходомер Вентури, 3- экспериментальный канал, 4- трубопроводы с водяной рубашкой, 5- измерительный зонд- трубка Пито-Прандтля.

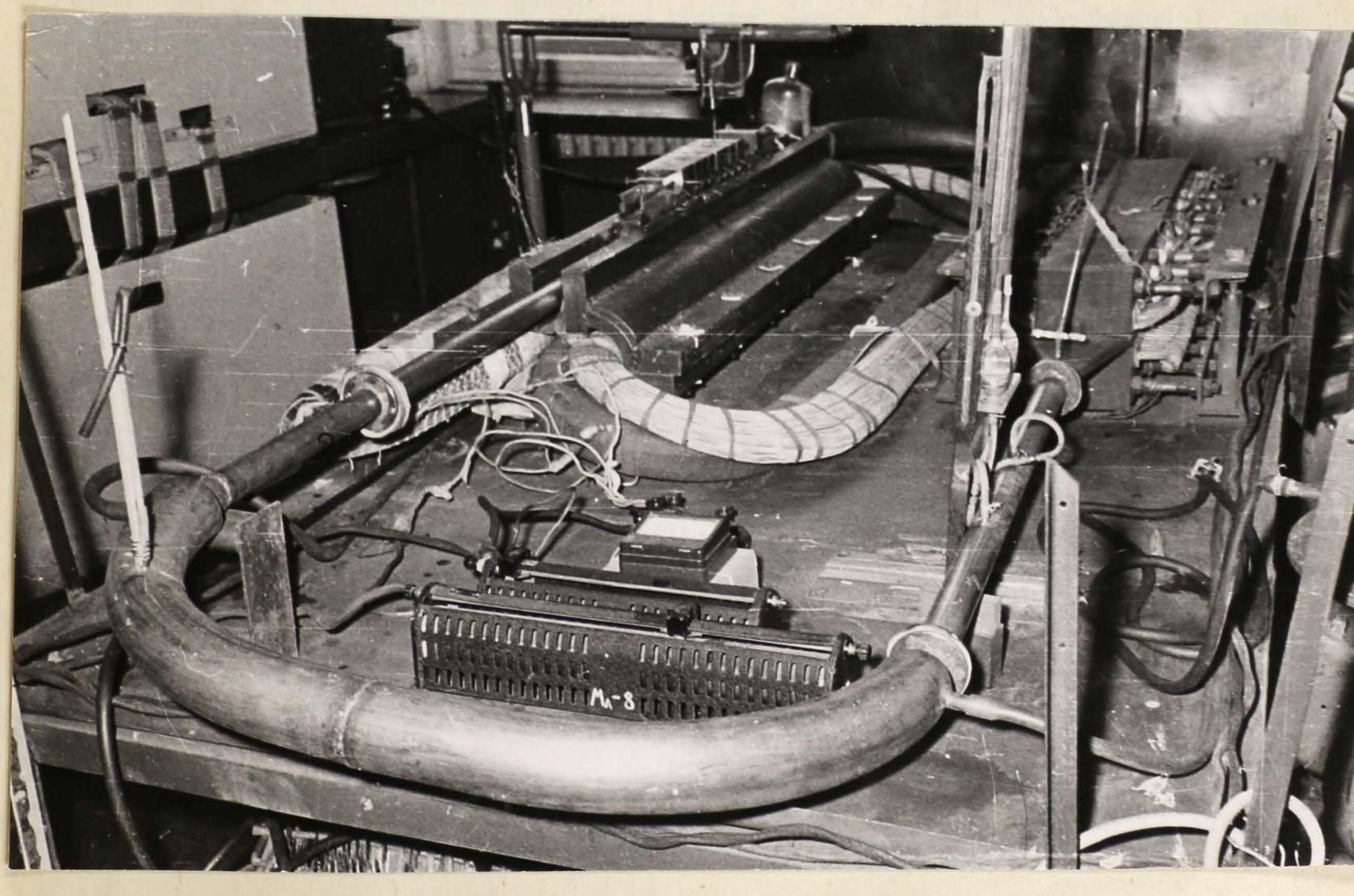


Рис.2-9. Общий вид замкнутого контура с электромагнитным насосом.

Вентури и рабочего экспериментального канала, установленного в зазоре электромагнита. С целью предохранения ртути от нагрева за счет выделения тепла в индукционном насосе, часть трубопроводов имела водяную рубашку, по которой непрерывно во время работы контура циркулировала вода. Регулирование расхода жидкости производилось изменением напряжения, подаваемого к насосу. Емкость контура ~ 12 л ртути.

Электромагнитный индукционный насос был рассчитан, спроектирован и изготовлен в Институте физики АН Латвийской ССР и позволял получать максимальный расход 1 л/сек. при напоре до 1,0 атм.

Электромагнит рис.2-10 был изготовлен из стали марки Ст.3 и имел 2 пары полюсных наконечников с размерами 31 x 10 $см^2$ и 130 x 10 $см^2$. При этом даже при длине полюсов 130 см. неоднородность магнитного поля не превышала 2% от максимального значения индукции.

При напряжении 110 в и максимально допустимом токе 40 а электромагнит без специального охлаждения мог работать в течение получаса. При этом значение индукции магнитного поля в зависимости от воздушного зазора магнита достигало 0,5 тл. На рис. 2-10 показана схема электромагнита с укрепленным в нем экспериментальным каналом.

3. Кольцевой магнитогидродинамический канал. /92/

Схема экспериментальной установки представлена на рис.2-11. Рабочая часть канала представляет собой

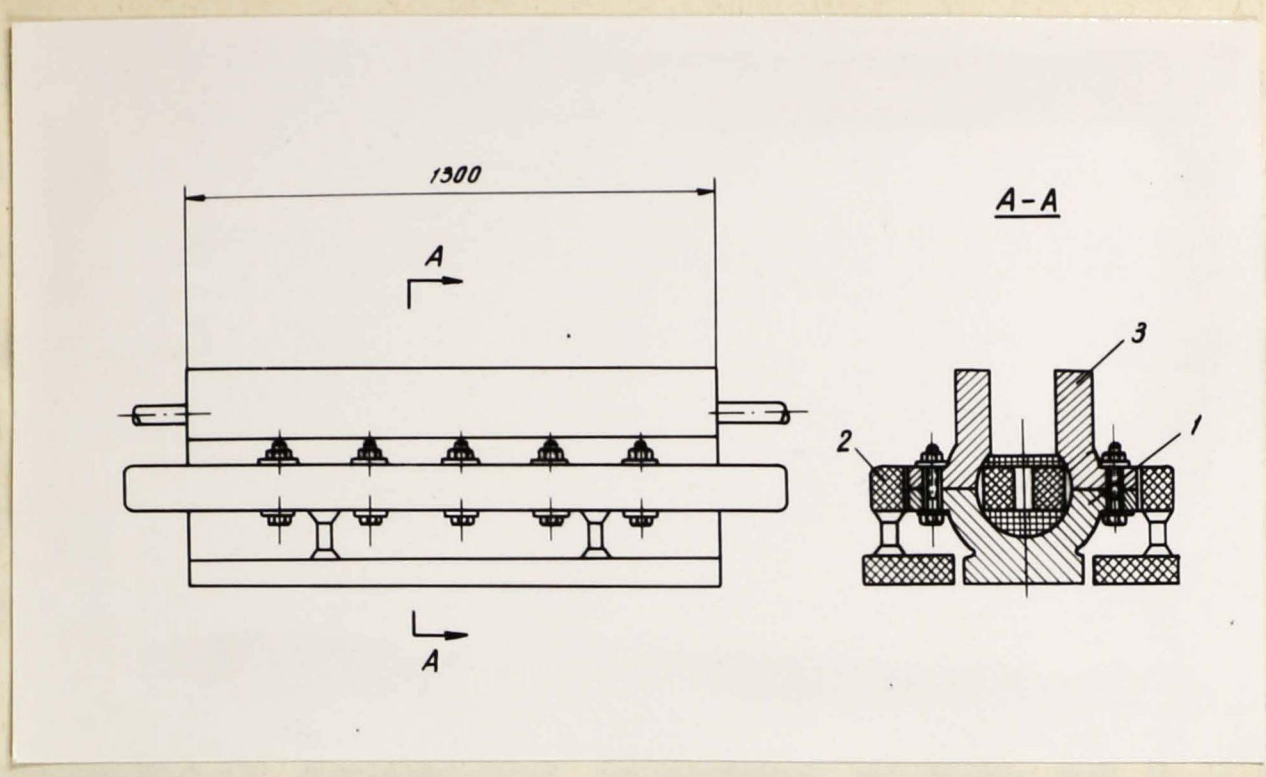


Рис.2-10. Схема электромагнита постоянного тока с размером полюсов 10х130 см:

1- крышки экспериментального канала, 2- экспериментальный канал, 3- каркас и полюса электромагнита, 4- катушка, 5- измерительный зонд.

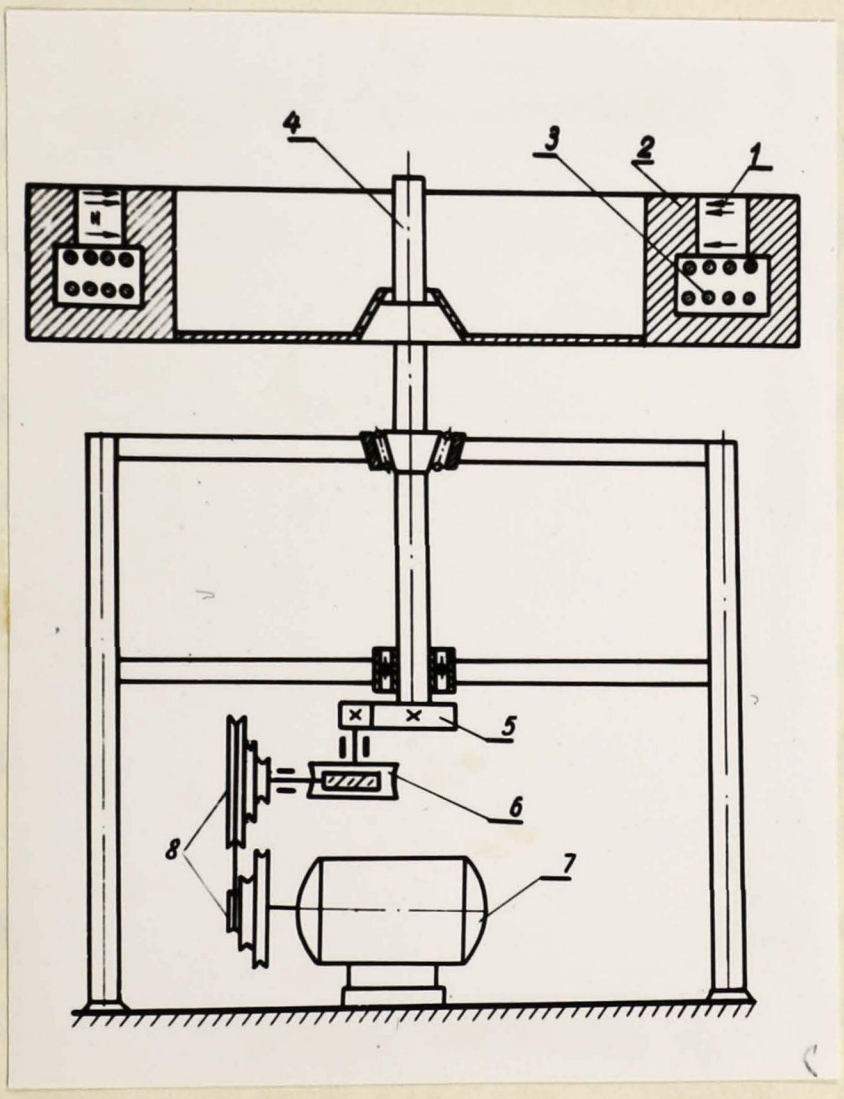


Рис.2-11. Схема кольцевого магнитогидродинамического канала.

кольцо прямоугольного сечения со средним диаметром 50 см., шириной 3 см и глубиной 6 см, помещенное в зазоре 1 железного магнитопровода 2, в котором под дном канала расположена катушка 3. Магнитопровод посажен на центрирующий конус оси 4. Ось приводится во вращение трехскоростным электродвигателем через ременную передачу 8 с набором из трех шкивов, червячный редуктор 6 и зубчатую передачу 5. Это обеспечивает дискретную регулировку скоростей вращения канала от 2,7 см/сек. до 34,1 см/сек. на среднем диаметре кольца. Ртуть, находящаяся в канале, за сравнительно короткий промежуток времени приобретает скорость, равную скорости вращения кольца, т.е. относительно его стенок становится неподвижной. Подвод тока к катушке магнитопровода осуществляется с помощью скользящих контактов. Максимально допустимая величина тока в обмотке 30а, при этом индукция магнитного поля составляет 0,3 тл. Неоднородность магнитного поля по ширине канала ~ 10%. Эта неоднородность обусловлена радиальным расхождением силовых линий магнитного поля.

Как уже указывалось выше, эта установка применялась для получения безнапорного однородного (если пренебречь кривизной канала) потока ртути, необходимого для экспериментов по выяснению возможности использования трубок Пито-Прандтля в наших исследованиях.

4. Экспериментальные трубы и каналы.

Подробно конструкция и размеры экспериментальных

труб будут указываться при описании конкретных исследований. Здесь мы остановимся только на общих принципиальных вопросах технологии изготовления и эксплуатации рабочих участков.

Для достижения необходимой точности* абсолютных размеров поперечного сечения трубы с изолированными стенками применялась следующая технология работ (рис. 2-12). Изготовлялся металлический шаблон из стали Ст.3 с размером, равным внутреннему характерному размеру поперечного сечения трубы $-2a$ и точностью $\pm$ 0,005 мм. Высота шаблона делалась несколько меньше высоты b трубы $-2b$, а длина несколько больше общей длины трубы. Затем из оргстекла толщиной 10 мм изготовлялись бо́льшие стенки трубы с размером, равным - ($b \pm$ 0,05 мм) и чистотой поверхности торцев, соответствующей 7 классу. Внутренняя поверхность стенок при необходимости полировалась и контролировалась на плоскостность.

Полученные таким образом заготовки устанавливались на инструментальной плите по обеим сторонам шаблона и прижимались к нему струбцинами. В таком собранном виде к свободным торцам стенок с помощью дихлорэтана приклеивалась крышка. Затем весь комплект переворачивался и повторялась аналогичная операция с другой стороны. При длине труб более 50 см верхняя и нижняя крышка дополнительно крепились латунными винтами, входящими в торец

*) Коэффициент сопротивления при течении жидкости в трубе узкого прямоугольного сечения зависит от ее линейного размера в третьей степени, поэтому для получения необходимой точности измерений при применявшихся в работе трубах ошибка их характерного размера не должна была превышать 0,01 мм.

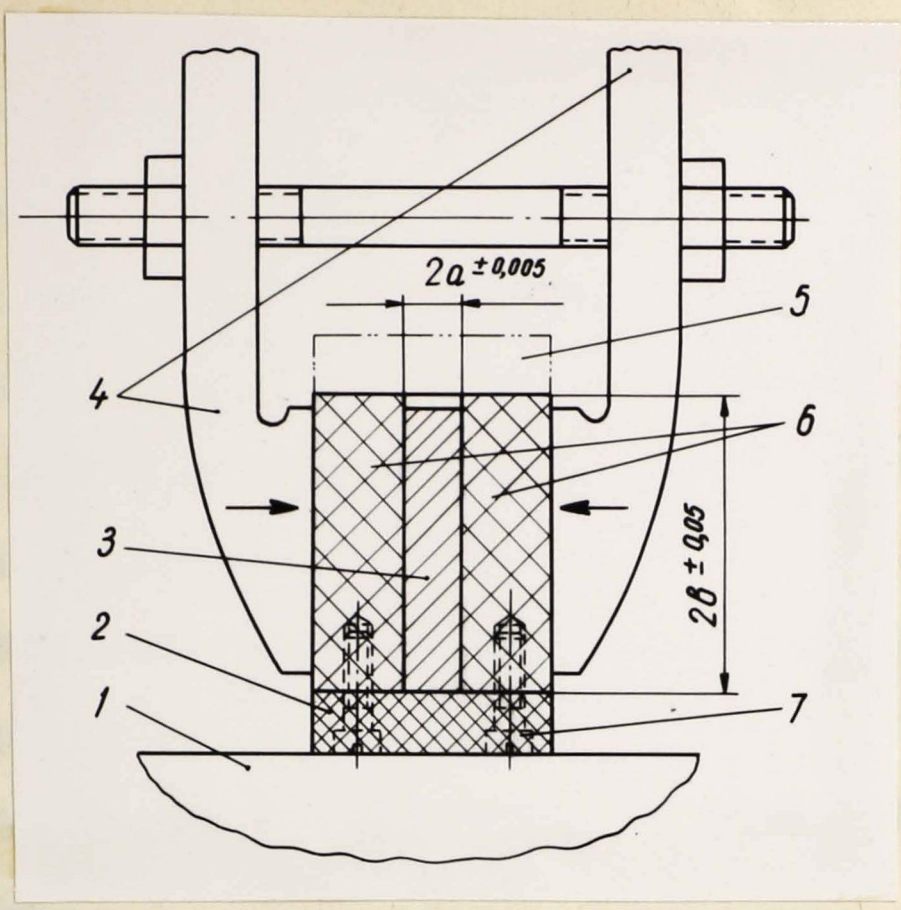


Рис.2-12. Схема изготовления экспериментальных каналов:
1- инструментальная плита, 2- нижняя крышка, 3- металлический шаблон, 4- струбцина, 5- верхняя крышка, 6- боковые стенки, 7- винт.

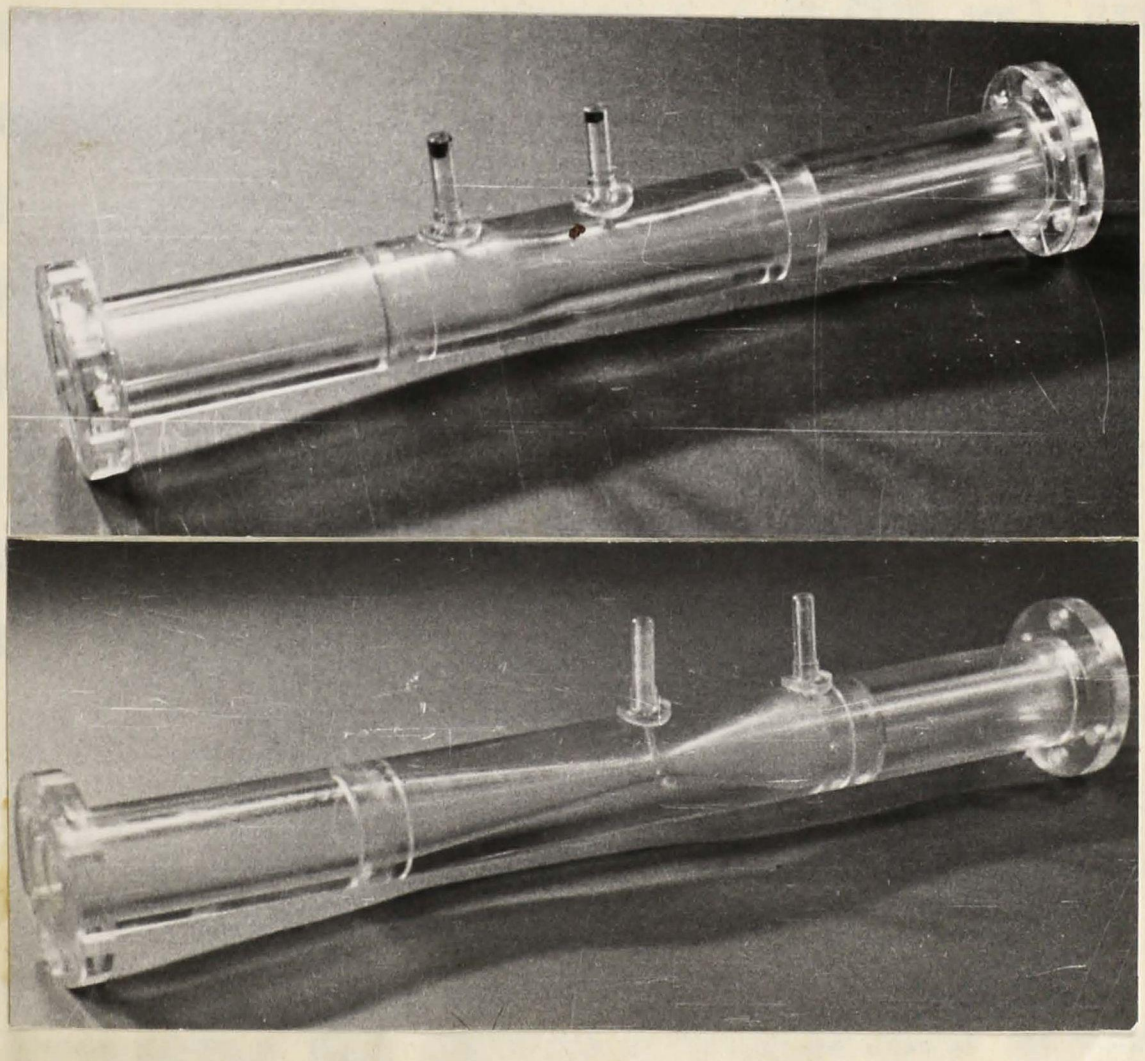


Рис.2-13. Трубки Вентури для измерения больших и малых расходов.

боковых стенок. По окончании склейки шаблон (он предварительно был зачищен от заусенцев и покрыт тонкой пленкой машинного масла) вынимался, к трубе прикреплялись фланцы, изготовлялись отверстия и штуцера для отбора статического давления, внутренняя полость трубы обезжиривалась спиртом и тщательно очищалась. Следует отметить необходимость применения оргстекла значительной толщины (не менее 10 мм), в противном случае трубы получаются нежесткими и приводят к ошибочным измерениям.

Технология изготовления металлических экспериментальных труб несколько отличалась от предыдущей. В этом случае характерный размер трубы "2а" обеспечивался точным изготовлением (± 0,005 мм) вкладышей, служивших верхней и нижней крышками, а размер "2в" устанавливался по шаблону. Боковые стенки привинчивались к вкладышам и все стыки и крепежные отверстия заливались эпоксидной смолой.

Для обеспечения контакта медных шин и стенок труб со ртутью /93/ последние амальгамировались азотнокислой ртутью в следующей последовательности: травление азотной кислотой, промывка в воде, амальгамирование азотнокислой ртутью, окончательная промывка с одновременной прочисткой поверхности сухой мягкой тканью.

Отверстия для отбора статического давления, как правило, располагались ниже верхнего уровня жидкости в экспериментальной трубе, чтобы исключить возможность

попадания пузырьков воздуха в измерительную систему. С этой же целью рабочие участки помещались в нижней ветви контура.

Соединение экспериментальных труб с трубопроводами контура осуществлялось с помощью переходников, плавно формировавших поток по виду поперечного сечения трубы.

Уплотнения применялись фланцевые с прокладками из вакуумной резины.

Более подробные сведения по эксплуатации ртутных контуров изложены в нашей работе /94/.

§ 3. Измерительные устройства.

Измерение расходов производилось с помощью трубок Вентури. Расходомеры изготовлялись в соответствии с рекомендациями работы /95/ и тарировались объемным способом на воде (рис.2-13). Пример тарировочного графика показан на рис.2-14. Здесь Δh - перепад давлений в пьезометрических трубках расходомера в мм. Параметры трубок Вентури позволяли поддерживать постоянство расхода в контуре с точностью не менее 1-2%.

Измерение перепадов давлений производилось обычными пьезометрическими трубками или с помощью двухжидкостных манометров с расширительными бачками (рис. 2-15). В последнем случае на поверхность ртути в трубке с расширением (Ш. гр) наливался ацетон. Для еще

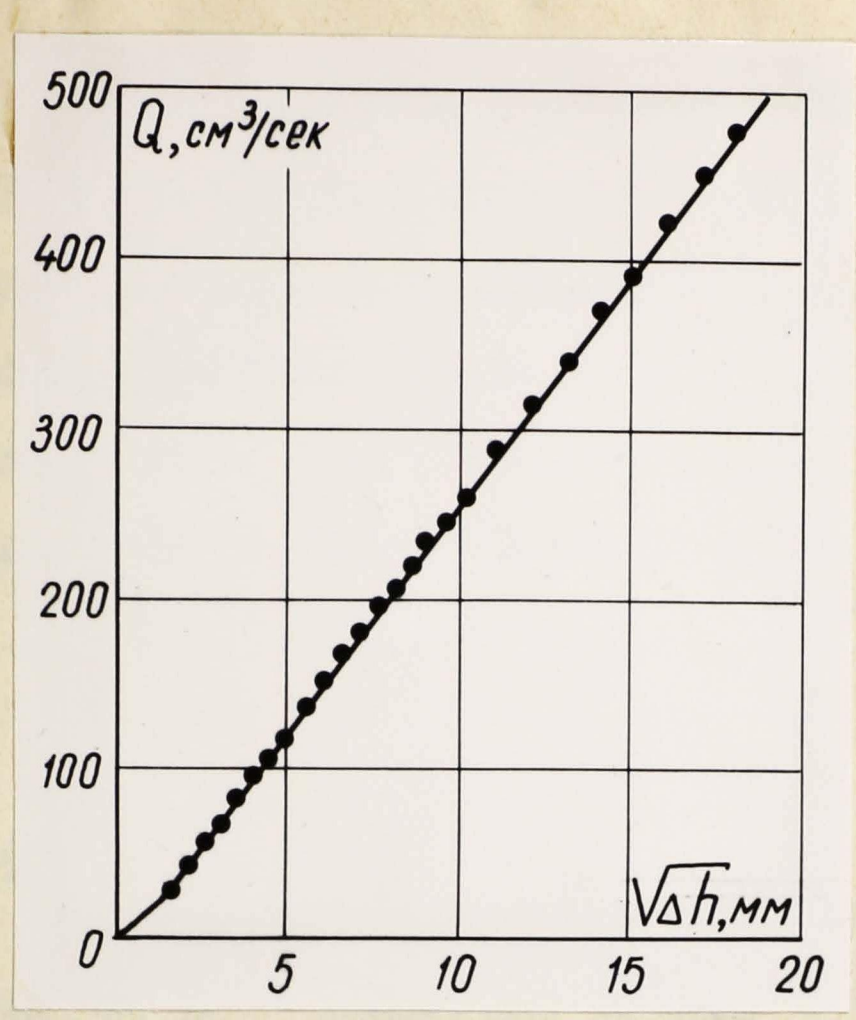


Рис.2-14. Пример тарировочного графика трубки Вентури.

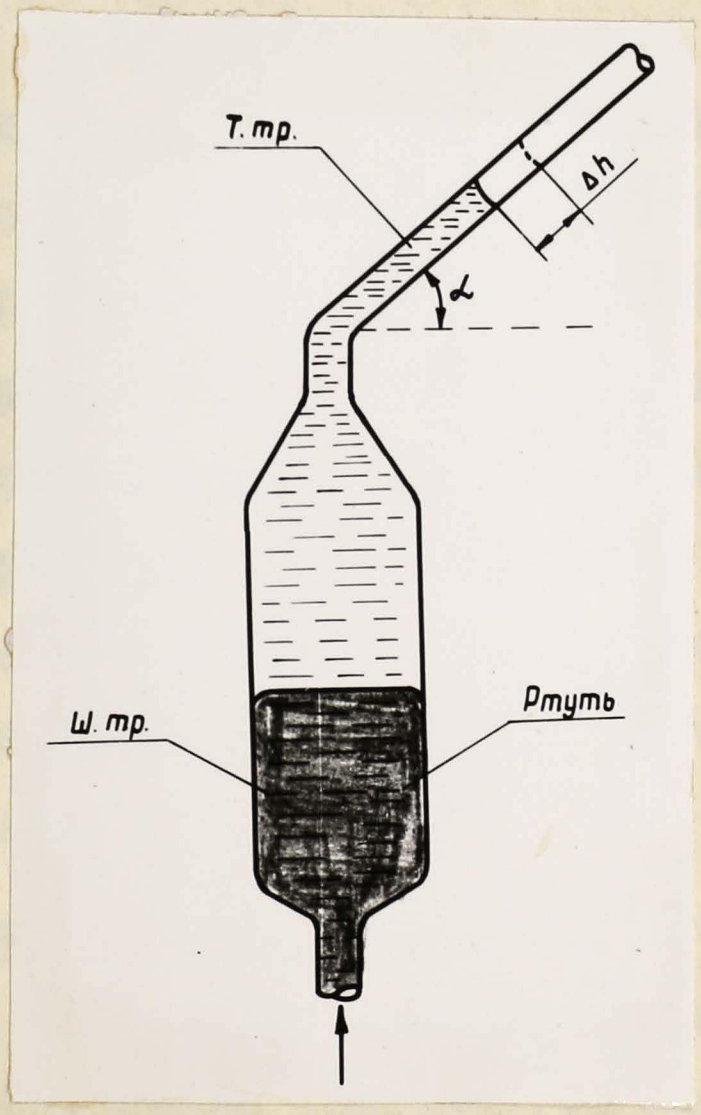


Рис.2-15. Схема двухжидкостного манометра с расширительным бачком.

большего усиления величины перепада давления тонкая трубка (Т.тр.) наклонялась под небольшим углом (10-20°) к горизонтали. Если показания уровня в тонкой трубке (Т.тр.) при движении жидкости и в состоянии покоя соответственно h и h_0, то измеряемая разность давлений определяется следующим выражением /41/:

$$\Delta P = \Delta h \left[\gamma_{ац} \sin\alpha + (\gamma_{рт} - \gamma_{ац}) \frac{d^2}{D^2} \right] \qquad (2.1)$$

Здесь

$\Delta h = h - h_0$; $\Delta P = P - P_0$; $\gamma_{рт}, \gamma_{ац}$ - удельные веса ртути и ацетона; d, D - диаметры тонкой и широкой трубок.

Для удобства и облегчения измерений был спроектирован и изготовлен универсальный батарейный манометр на 21 трубку (рис.2-16). Он позволял вести измерения как с усилением (через трубки с расширением), так и непосредственно по ртутным пьезометрам. Верхняя часть (плита) с укрепленными на ней тонкими трубками устанавливалась по угловому копиру под любым углом к горизонтали, определяемой с помощью уровня. Щит с измерительными трубками имел регулировку по высоте, по горизонтали и мог вращаться вокруг оси стойки. Откидные выдвижные опоры позволяли фиксировать установку в любом положении.

Измерение локальных скоростей производилось с помощью трубок Пито и Прандтля, изготовленых из немагнитной нержавеющей стали (рис.2-17). Диаметры трубок менее 2-х мм получались путем протягивания через ряд фильеров, последовательно убывающих по размеру. При

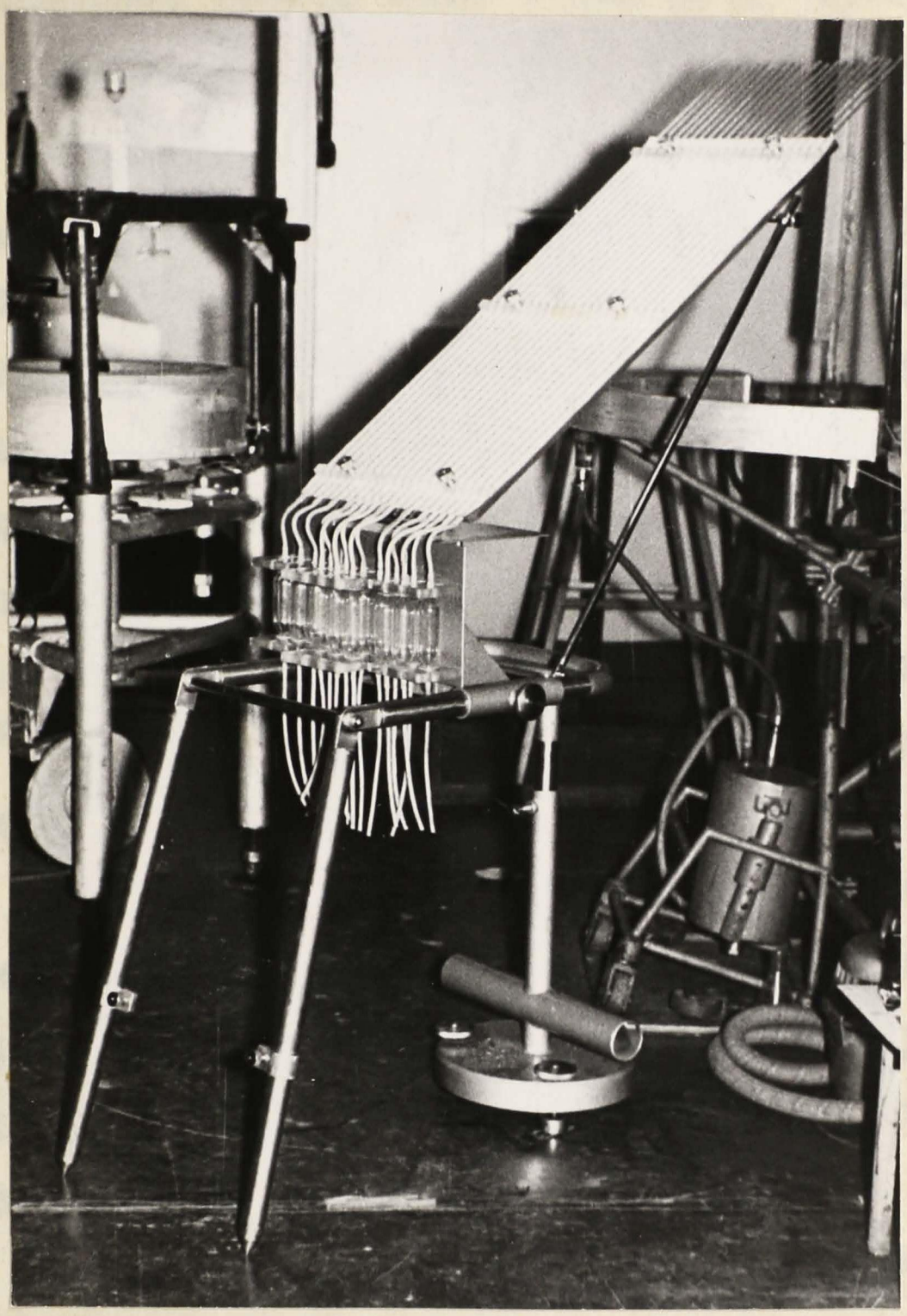


Рис.2-16. Универсальный батарейный манометр на 21 трубку.

изготовлении измерителя типа Пито-Прандтля две трубки вставлялись соосно одна в другую и заливались внутри жидким припоем ПОС 61. После затвердевания припоя конец трубки изгибался и формировался в нужном направлении, припой выплавлялся, наружная и внутренняя трубки центрировались друг относительно друга с помощью специальной втулки из оргстекла, крепившейся в носике измерителя эпоксидной смолой. Внешний конец втулки выполнялся в виде сферы с отверстием для динамического напора 0,7 мм. Три отверстия для отбора статического давления диаметром 0,5 мм располагались под углом 120^{0} друг к другу на расстоянии трех - пяти диаметров трубки от конца насадка /96/.

Длина насадка составляла 30-35 мм. Втуцеры трубок изготовлялись из оргстекла, крепились с помощью эпоксидной смолы и имели специальный цилиндрический поясок для установки и базирования измерителя в координатнике.

Координатник (рис.2-18) крепился на передвижной специальной стойке и позволял осуществлять перемещение измерителя в трех взаимно перпендикулярных направлениях по шкалам с нониусами с ценой деления 0,1 мм. На рис.2-18 показан координатник с трубкой Пито-Прандтля, установленный над экспериментальным каналом.

Измерение магнитной индукции в зазоре электромагнита производилось с помощью гауссметров с датчиком Холла, типа "МЕТRА", с диапазоном измерений от 0 до 2 тл и классом точности 2,5. Измерения проводились тремя

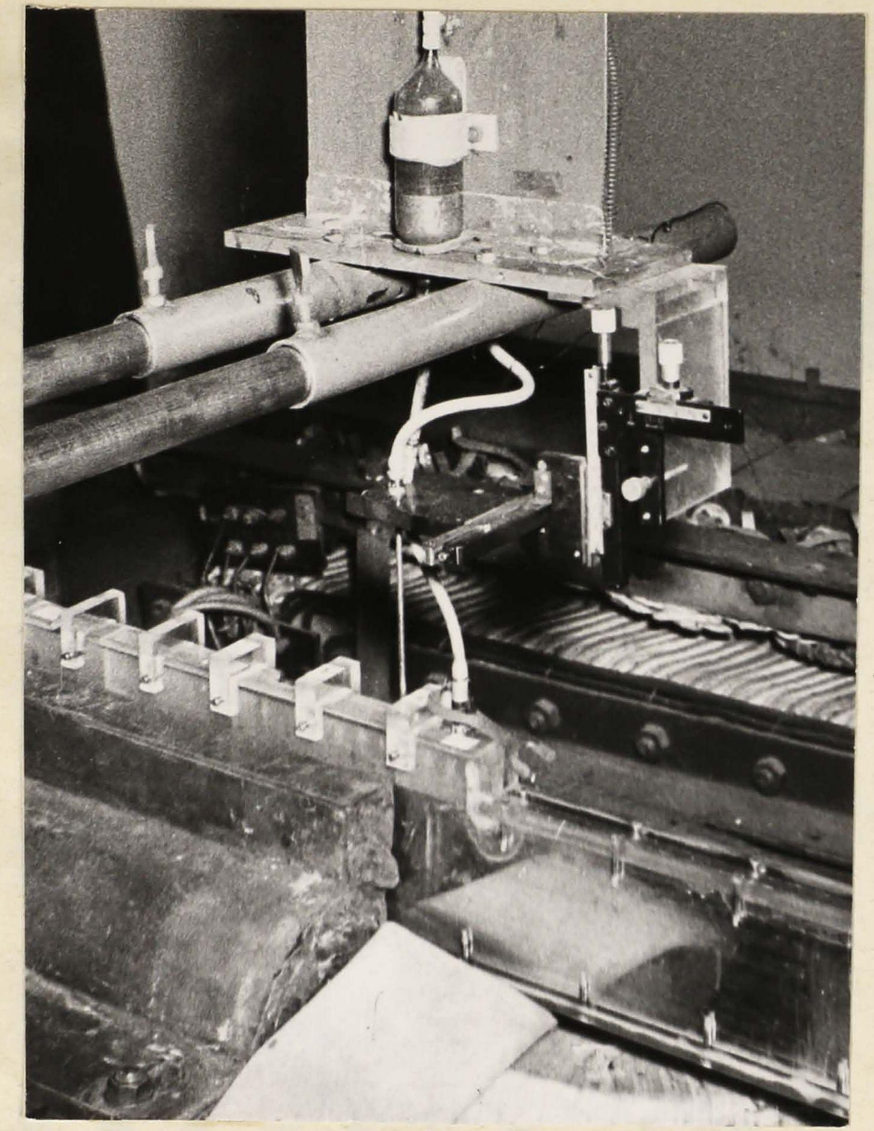


Рис.2-18. Фотография координатника с укрепленным в нем измерительным зондом.

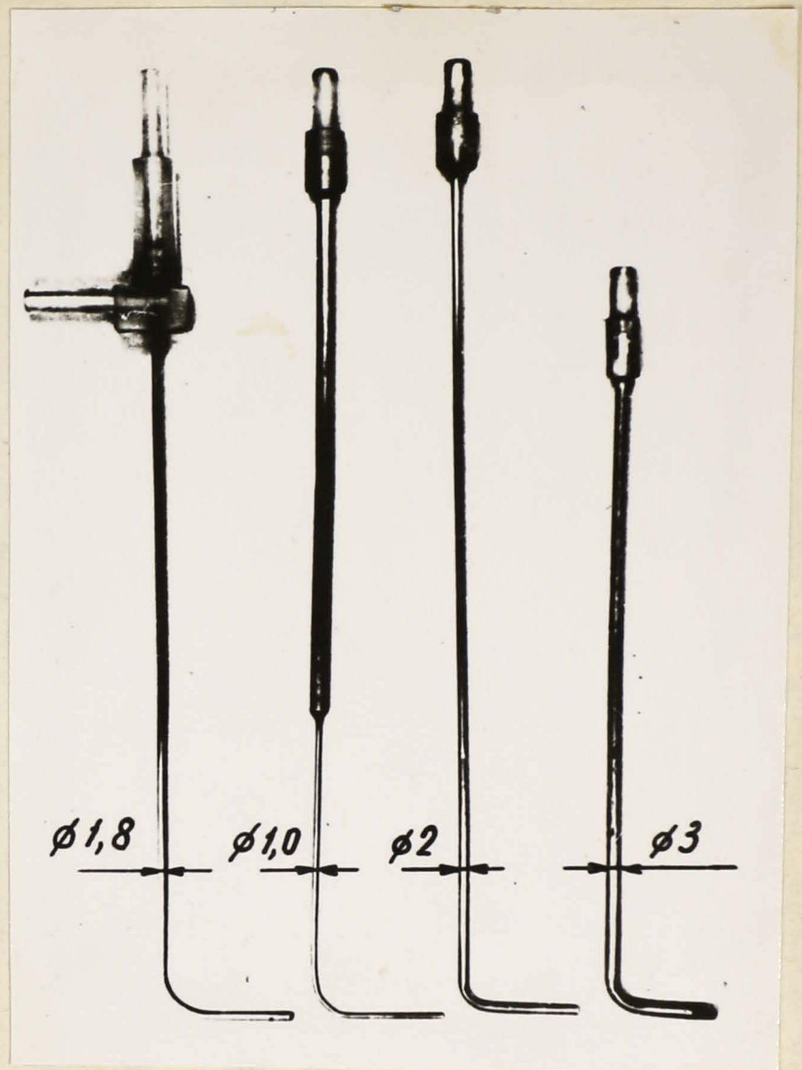


Рис.2-17. Трубки Пито и Прандтля применявшиеся в экспериментах.

различными приборами, и в расчет принималось среднее значение показаний.

Измерение тока, подводимого к электромагнитам, производилось тремя амперметрами. Ток до 30 а измерялся приборами типа М-104 с классом точности 0,5, свыше 30 а амперметром с шунтом класса точности 1,0. Регулировка и установка необходимой силы тока осуществлялась пусковыми реостатами генератора постоянного тока.

Измерение температуры - производилось обычным термометром и регулировалось количеством протекающей по охладителям воды. Температура во время проведения экспериментов поддерживалась постоянной и равной 18 ± 1,5°С. При столь узких переделах изменения температуры физические характеристики ртути практически не меняются.

§ 4. Исследование влияния поперечного магнитного поля на тарировочный коэффициент трубок Пито и Прандтля.

Исследование возможности применения и характера работы трубок Пито и Прандтля в присутствии поперечного магнитного поля проводилось во вращающемся кольцевом канале, описанном в § 2 настоящей главы. Схема измерительного устройства показана на рис. 2-19 и 2-20. Измерения велись с помощью двухжидкостного дифференциального манометра. При исследовании трубок Пито второе колено дифманометра соединялось со вспомогательном сосудом со ртутью. Поверхность ртути в

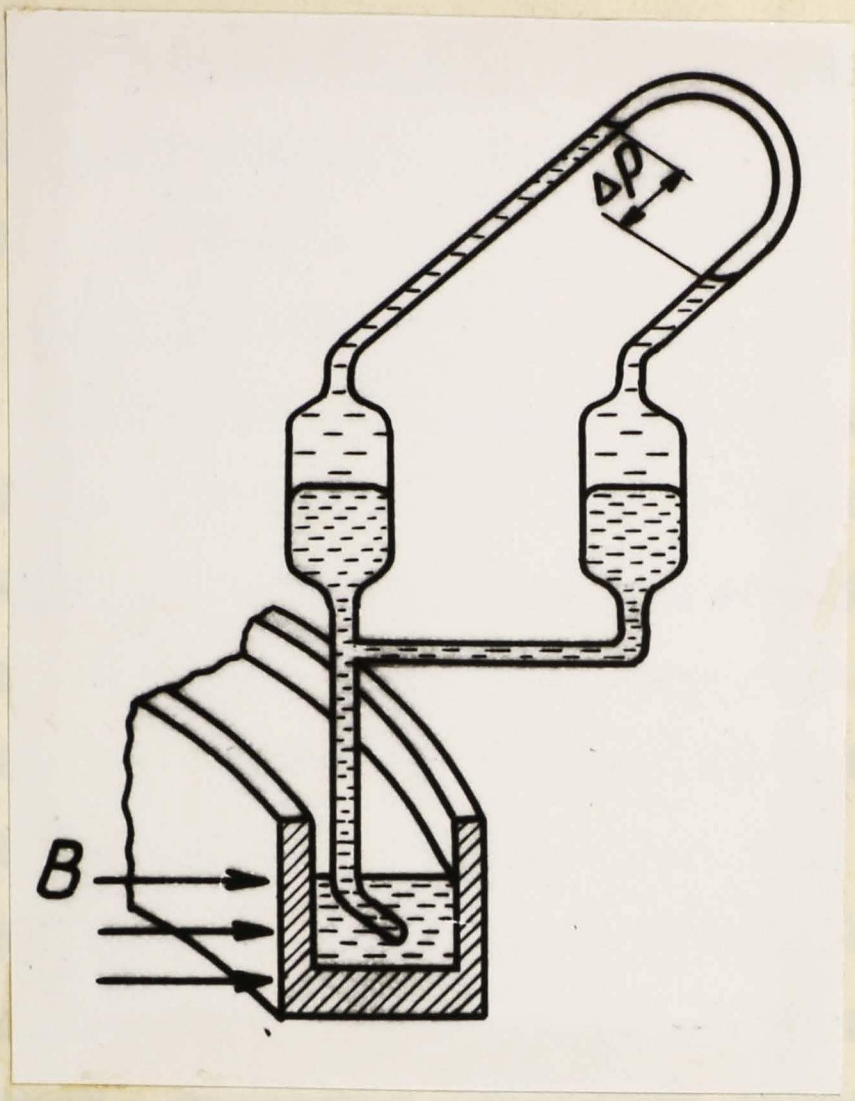


Рис.2-19. Схема тарировки трубки Прандтля.

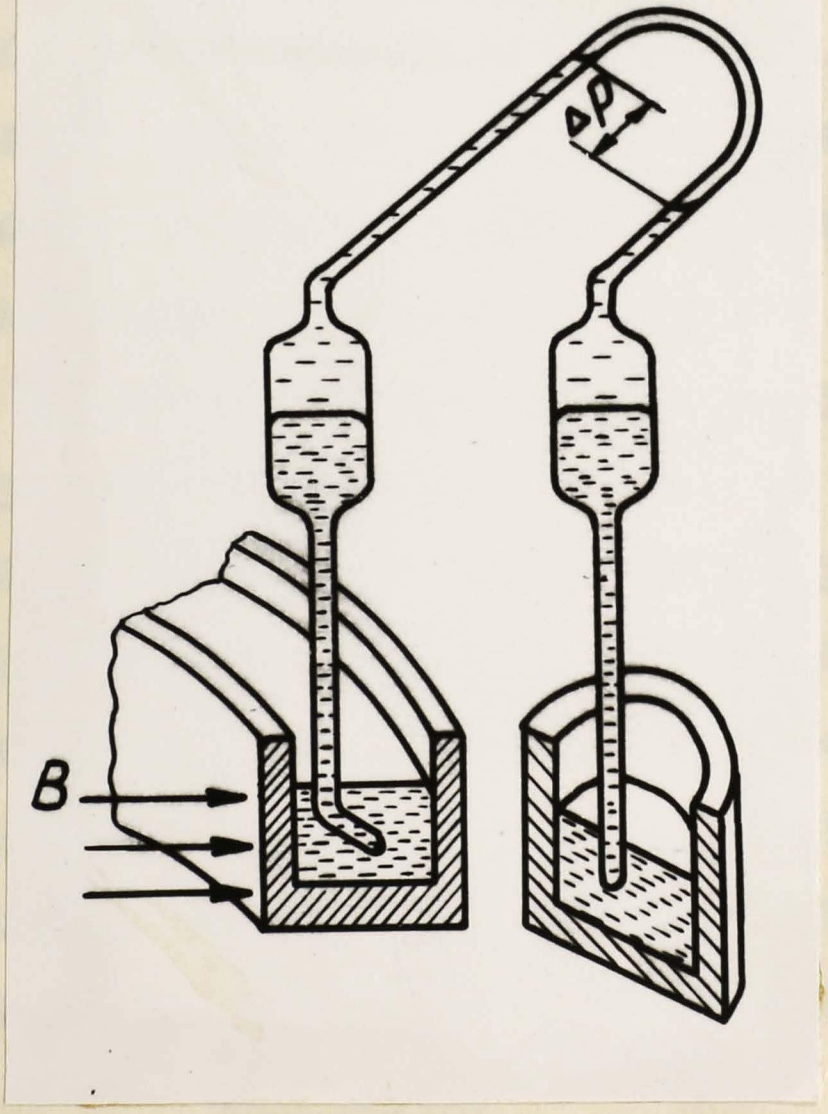


Рис.2-20. Схема тарировки трубки Пито.

этом сосуде была открытой, чем исключалось влияние колебаний температуры и атмосферного давления на показания манометра.

Были исследованы трубки с наружным диаметром насадка 1; 2 и 3 мм и с внутренним диаметром соответственно 0,7; 1,7 и 2,7 мм. Длина насадка составляла во всех случаях 80 ÷ 85 мм, а диаметр приемного динамического отверстия - 0, 7 мм. Линейная скорость вращения канала в месте расположения динамического отверстия трубок менялась в пределах от 4,2 до 84,1 см/сек., а индукция магнитного поля от 0 до 0,3 тл.

Так как при вращении канала поверхность ртути искривлялась, приемное отверстие трубок устанавливалось в точке, где уровень ртути в канале оставался таким же, как и в статическом состоянии. (Заметим, что при указанных выше скоростях вращения канала искривление свободной поверхности ртути было незначительно и смещение конца трубки от указанной точки на 2-3 мм не могло существенно повлиять на результат измерений).

Погружение неподвижной трубки во вращающийся канал вызвало некоторое отставание ртути. Скорость отставания определялась приближенно из условия равенства силы Рт, возникающей при обтекании трубки, суммарной силе трения на стенках канала - Рк. Сила сопротивления при обтекании цилиндрической части трубки, погруженной в ртуть определяется выражением

$$P_T = C_f \frac{\rho(u-\delta u)^2}{2} h \cdot d \qquad (2.2)$$

где C_f - коэффициент сопротивления трубки,

u - линейная скорость вращения канала в месте нахождения датчика;

Δu - скорость отставания ртути,

h - глубина погружения трубки,

d - диаметр трубки.

Коэффициент сопротивления - C_f в присутствии поперечного магнитного поля определялся по эмпирической формуле для случая обтекания цилиндра, предложенной в работе /971.

$$C_f = C_0\left(1 + f N^{1/2}\right) \qquad (2.3)$$

где C_0 - коэффициент сопротивления в отсутствие поля;

f - численный коэффициент, зависящий от относительной глубины погружения цилиндра h/d .

Сила трения на стенках канала находится из зависимости

$$P_K = \rho_{pT} \frac{\lambda L}{R_r} \frac{\Delta u^2}{2} S \qquad (2.4)$$

где L - средняя длина канала (длина оси),

S - площадь поперечного сечения канала,

R_r - гидравлический радиус, равный отношению площади сечения к смоченному периметру (т.к. ртуть в процессе опытов была покрыта слоем окислов, неподвижных относительно стенок вращающегося канала, в величину смоченного периметра включалась также и открытая

поверхность ртути);

λ - коэффициент сопротивления, который при отсутствии поля вычисляется по известной формуле Блазиуса для турбулентных течений $\lambda = \frac{0{,}056}{Re^{0{,}25}}$,

а в присутствии поля - по формуле Гартмана для ламинарных течений $\lambda = \frac{2}{Re} \frac{Ha^2}{Ha\,cth\,Ha - 1}$

(можно показать, пользуясь эмпирическими критериями /14/, что течение ртути относительно стенок канала действительно было ламинарным в большей части наших опытов с магнитным полем).

Приравнивая выражения (2.2) и (2.4), получим уравнение для определения величины отставания скорости и затем истинную скорость набегающего на трубку потока

$$U_0 = U - \Delta U$$

Измерительные трубки характеризуются так называемым тарировочным коэффициентом трубки K, определяемым выражением

$$K = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}} \qquad (2.5)$$

Здесь ΔP - превышение давления в передней критической точке над статическим давлением в невозмущенном потоке.

В общей гидродинамике для большинства трубок $K = 1{,}01 \div 1{,}03$ в широком диапазоне скоростей исключая малые скорости /95/.

В присутствии магнитного поля величина K отклоняется от указанных значений тем сильнее, чем больше индукция поля. Степень этого отклонения и является характеристикой работы трубок в магнитогидродинамических экспериментах.

На рис.2-21 показан пример полученной экспериментальной зависимости коэффициента трубки K от скорости набегающего потока, U_0 при $B=0$ и B = 0,293 тл. Из графика видно, что при отсутствии магнитного поля коэффициент трубки мало отличается от единицы, что хорошо согласуется с данными, полученными в общей гидродинамике, и свидетельствует о приемлемости приведенного выше расчета оставания скорости. При наложении магнитного поля коэффициент трубки уменьшается.

На рис. 2-22 приведена экспериментальная зависимость коэффициента K от числа Стюарта, вычисленного по диаметру насадка трубки. Видно, что данные, полученные с трубками разных диаметров (как Пито, так и Прандтля), ложатся на одну кривую. При этом до $N \approx 0{,}15$ коэффициент K мало отличается от единицы, а затем убывает.

Проведенные исследования позволяют заключить, что трубки Пито и Прандтля применимы в МГД - экспериментах. При этом в случае $N < 0{,}15$ тарировка по магнитному полю не требуется. При $N \geq 0{,}15$ подобная тарировка необходима.

В наших экспериментах, описываемых ниже, всегда применялись трубки Пито и Прандтля, предварительно протарированные вне поля и в присутствии магнитного поля.

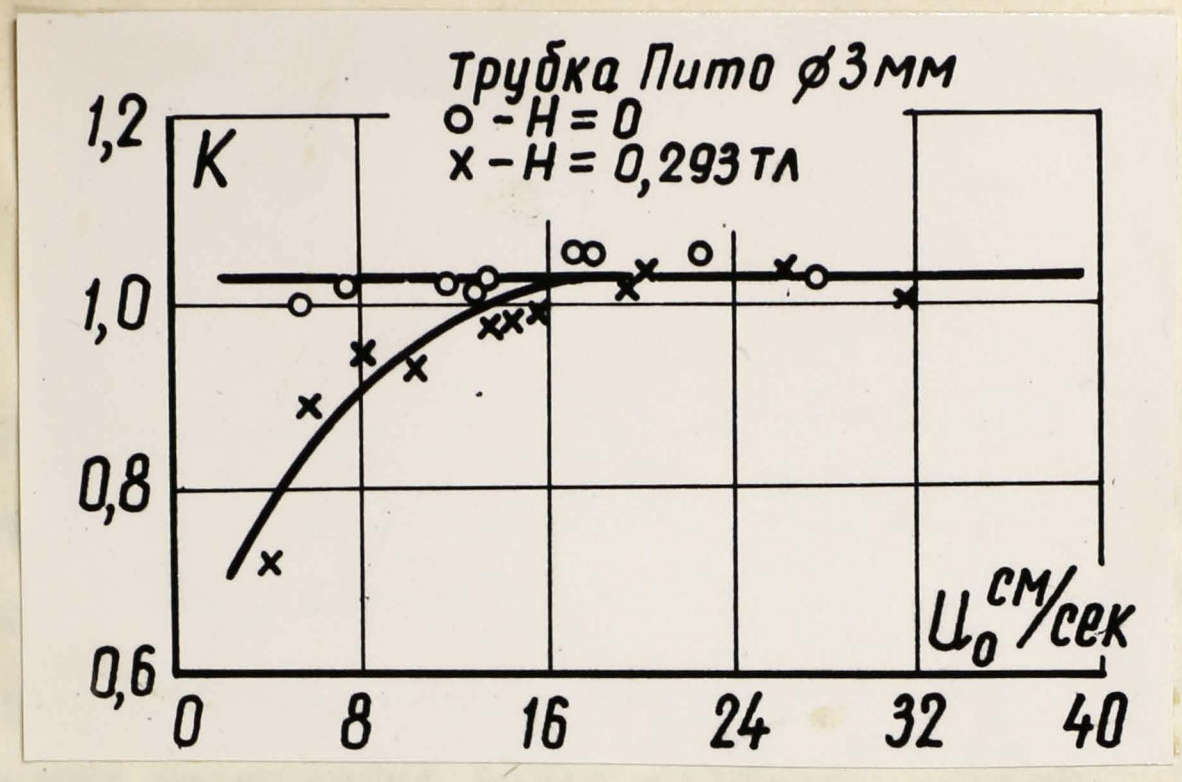


Рис.2-21. Зависимость тарировочного коэффициента трубки от скорости потока.

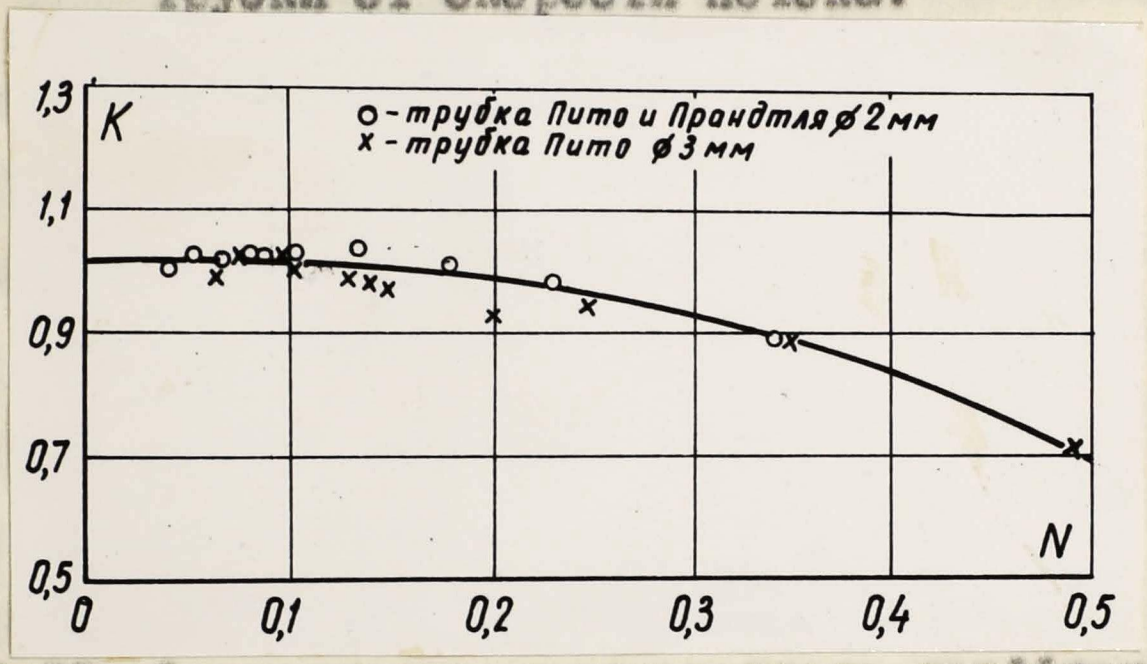


Рис.2-22. Зависимость тарировочного коэффициента трубки от числа Стюарта.

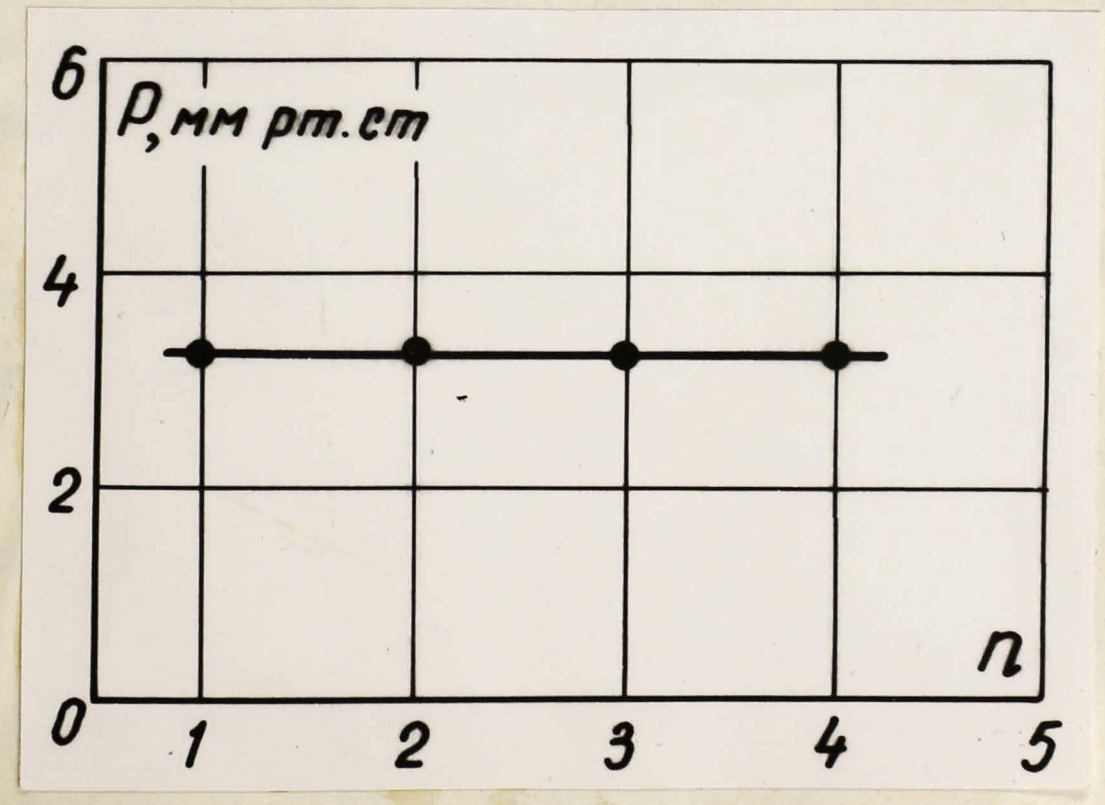


Рис.2-23. Статическое давление в разных точках сечения трубы.

§ 5. Исследование влияния поперечного магнитного поля на распределение статического давления в потоке.

Распределение статического давления в зоне установившегося режима течения исследовалось следующим образом. В каждом сечении экспериментальной трубы, где производился отбор статического давления, отверстия для восприятия этого давления располагались на всех четырех стенках трубы, т.е. на сторонах параллельных и перпендикулярных магнитному полю.

Полученные значения величин давления в различных точках одного и того же сечения трубы сравнивались между собой. Результаты экспериментов показали, что величина измеряемого статического давления не зависит от места его отбора в поперечном сечении трубы, т.е. другими словами статическое давление и в присутствии магнитного поля распределено равномерно по всему сечению. На рис.2-23 показан пример экспериментальной зависимости статического давления $P_{ст}$ от места отбора его в поперечном сечении трубы. Здесь n - обозначает порядковый номер отбора статического давления, в одном сечении трубы.

К такому же результату привели измерения распределения статического давления по сечению экспериментальной трубы с помощью трубки Прандтля. В этом случае (см. §4 гл.III и §3 гл.У) к дифференциальному манометру подключались 2 отбора давления: один от отверстий стати-

ческого давления трубки Прандтля, второй от расположенного в том же сечении отверстия отбора статического давления на стенке трубы.

Трубка Прандтля перемещалась в различные точки сечения и каждый раз фиксировался перепад высот на дифманометре. Установлено, что в пределах чувствительности измерительной системы и точности измерений статическое давление в разных точках сечения остается неизменным. Таким образом, в трубах с непроводящими стенками в присутствии магнитного поля может быть использована трубка Пито с одним динамическим отверстием, а статическое давление может сниматься со стенки трубы.

§ 6. Методика проведения экспериментов

Все эксперименты в настоящей работе можно разделить на три группы по виду измеряемых в них величин.

1. Получение зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от числа Гартмана и Рейнольдса для различных случаев течения ртути в гладких и шероховатых трубах.

2. Измерение осредненных локальных скоростей в различных точках поперечного сечения трубы и вдоль трубы при различных числах Рейнольдса и Гартмана.

3. Получение зависимости коэффициента местного сопротивления (случай внезапного расширения) от числа Гартмана и Рейнольдса.

Остановимся отдельно на определении каждой назван-

ной величины.

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{vR}{\nu} = \frac{\sqrt{K_B \Delta h_B}}{4B\nu} \qquad (2.6)$$

Здесь $R=a$ - (Так как в большинстве случаев экспериментальные трубы были с большим отношением сторон ; за характерный размер трубы принималась ее полуширина в направлении силовых линий магнитного поля);

$K_B = \frac{Q^2}{\Delta h_B}$ - тарировочный коэффициент трубки Вентури;

Δh_B - перепад статического давления на пьезометрах трубки Вентури (в мм рт. столба).

Число Гертмана

$$Ha = BR\sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = Ba\sqrt{\frac{\sigma}{\nu\rho}} \qquad (2.7)$$

Значение B определяется по тарировочному графику изображающему зависимость магнитной индукции в зазоре электромагнита от силы пропускаемого тока g через его обмотку-рис. 2-7.

Коэффициент сопротивления

$$\lambda = \frac{\Delta P \cdot 2g R}{\gamma_{pi} v^2 L} = \frac{32 g a^3 b^2 \Delta H_M}{K_B \cdot K_M \cdot L \cdot \Delta h_B} \qquad (2.8)$$

Здесь K_M - коэффициент усиления двухжидкостного манометра с расширительными бачками.

По формуле (2.1)

(2.9)

$$K_M = \frac{\gamma_{pi}}{\gamma_{sus} \sin\alpha + (\gamma_{pi} - \gamma_{sus})\frac{d^2}{D^2}}$$

$\Delta H_м$ - перепад статического давления на длине L (в единицах пьезометрической высоты).

Таким образом для определения коэффициента сопротивления в эксперименте нужно было измерять:

1) Перепад высот на пьезометрах трубки Вентури $\Delta h_в$, соответствующий расходу, знание которого необходимо для определения средней скорости .

2) Величину тока, проходящего через обмотку электромагнита, значение которого необходимо для определения индукции магнитного поля.

3) Перепад высот на щите батарейного манометра $\Delta H_м$, соответствующий расстоянию L между точками отбора статического давления.

Порядок проведения экспериментов по определению коэффициентов сопротивления был следующим: Перед включением насоса установки записывались исходные ("нулевые") положения уровней ацетона в пьезометрических трубках - H_0 . (При отсутствии расхода в контуре уровни не устанавливались на одной высоте, поскольку залить строго одинаковое количество ацетона поверх ртути крайне сложно). Затем включался двигатель насоса, и с помощью регулировочных кранов устанавливался требуемый расход металла в контуре.

После выхода установки на заданный режим работы снимались показания со всех пьезометрических трубок - H. Перепад высот в каждой трубке ΔH определялся как разность $\Delta H = H - H_0$

Аналогичные измерения проводились с включенным электромагнитом. При этом, при необходимости, корректировался расход, чтобы соблюсти условие $Re = const$. . При каждом значении индукции магнитного поля показания с пьезометров снимались несколько раз и в расчет принималась средняя величина. По полученным данным строилась пьезометрическая линия и определялся перепад высот ΔH_M на длине L . После проведения замеров при всех значениях индукции магнитного поля снова снимались показания при $Ha = 0$, так что режимы течения в магнитном поле оказывались "в окаймлении" режимов течения в отсутствии магнитного поля. После выключения установки снова проверялись "нулевые" значения уровней в пьезометрических трубках.

Осредненная локальная скорость

$$U = K_T \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} = K_T \sqrt{\frac{\Delta h_M \cdot g}{K_M}} \qquad (2.10)$$

Здесь K_T - тарировочный коэффициент трубки Пито или Прандтля (см.§ 4);

Δh_M - перепад высот в трубках дифференциального двухжидкостного манометра;

K_M - коэффициент усиления манометра по формуле (2.9).

Итак, в экспериментах по измерению локальных скоростей в зависимости от чисел Re и Ha необходимо было контролировать:

1) Перепад высот Δh_B , на пьезометрах трубки Вентури, соответствующий заданному расходу.

2) Величину тока, проходящего через обмотку электромагнита, соответствующего требуемому значению магнитной индукции в зазоре между полюсами.

3) Перепад высот $\Delta h_м$ на трубках дифференциального манометра, соответствующий разности динамического и статического напоров.

4) Координаты положения измерительного зонда.

Порядок проведения экспериментов был следующим. До начала работы установки фиксировались "нулевые" показания уровней жидкости в трубках манометра - h_0. После этого включался электромагнитный насос и устанавливался режим работы (требуемые Re и Ha). С помощью координатника измерительный зонд устанавливался в нужной точке поперечного сечения трубы и записывались показания уровней h в трубках манометра. Расчетный перепад равен $\Delta h_м = h - h_0$. Затем измеритель перемещался в следующую точку и операция повторялась. Измерения велись в направлении от стенки трубы к ее центру и повторялись несколько раз до получения устойчивых воспроизводимых показаний.

Периодически во время работы и по ее окончании проверялись "нули" манометра. Следует отметить, что удовлетворительная воспроизводимость показаний наблюдалась только в том случае, если при повторных измерениях насадок трубки подходил к данной точке только с одной стороны. Координата y положения измерителя в потоке определялась по формуле:

$$y = A - y_{ст} = A - \left(A_0 + \frac{d}{2} + \Delta\right)$$

где A - показание шкалы координатника в данной точке;

$y_{ст}$ - координата ближайшей к стенке точки, где производились измерения;

A_o - показания шкалы координатника в точке касания измерителем стенки;

d - диаметр измерителя;

Δ - поправка, обусловленная наличием градиента скорости и учитывающая смещение эффективного центра давления относительно геометрического центра поперечного сечения насадка измерителя.

По данным работ /98, 99/ величина этой поправки для наших условий равна 0,01 ÷ 0,02 мм. Для определения координаты стенки использовался метод, основанный на измерении распределения скоростей в пристеночной области. За координату стенки принималось то показание шкалы координатника, начиная с которого переставало происходить изменение уровней в трубках дифференциального манометра.

Коэффициент местного сопротивления (внезапного расширения)

$$\zeta = \frac{\Delta P}{\frac{U_2^2}{2g}} = \frac{H_1 - H_2 + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g}}{\frac{U_2^2}{2g}} = \frac{32 a_2^2 b^2 g}{K_M K_B} \cdot \frac{\Delta H_M}{\Delta h_B} + \frac{a_2^2}{a_1^2} - 1; \quad (2.11)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к узкому и широкому сечению трубы.

$\Delta H_м$ - перепад высот по кривой распределения давлений по длине трубы между точкой, соответствующей линии уступа стенки и точкой начала установившегося движения в широкой части трубы (подробнее см. § 4 VII-ой главы).

Остальные обозначения расшифрованы выше.

Порядок проведения экспериментов по определению ζ аналогичен тому, как это было при измерении λ.

§ 7. Оценка погрешностей измерений в экспериментах.

Величина возможной ошибки измерений в экспериментах сильно зависит от значений чисел Re и Ha. При больших числах Re и Ha, когда снимаемые в опытах показания приборов велики,- ошибки минимальные, и наоборот - при малых числах Re и Ha они резко возрастают.

Для оценки точности экспериментов мы будем определять максимально возможную относительную погрешность измерений. С этой целью в расчетах, приводимых ниже, приняты максимальные ошибки, соответствующие наиболее часто встречавшимся в работе малым числам Рейнольдса и малым значениям абсолютных размеров экспериментальных труб.

Определение погрешности измерений для каждой величины, указанной в предыдущем параграфе проведем на основе рекомендаций работ /100, 101/. При этом все возмож-

ные ошибки измерений разделим на систематические и случайные.

Число Рейнольдса

Согласно формуле (2.6)

$$Re = \frac{\sqrt{\Delta h_B K_B}}{4 b \nu}$$

Максимальная относительная погрешность

$$\delta Re = \frac{\Delta Re}{Re} = \delta B + \delta \nu + \frac{1}{2}\delta(\Delta h_B) + \frac{1}{2}\delta K_B$$

К систематическим погрешностям относятся:

δB =0,2% - погрешность в определении большого размера сечения трубы;

δK_B = 2% - погрешность в определении K_B :

Систематическая погрешность в определении вязкости и электропроводности ртути неизвестна. В соответствии с данными работ /102, 103/ было принято $\nu = 11,44 \cdot 10^{-8}$ м^2/сек., $\sigma = 1,05 \cdot 10^6 \frac{1}{ом \cdot м}$;

К случайным погрешностям относятся ошибки в определении перепада уровней на трубках пьезометров.

$\delta(\Delta h_B)$ 2,5% - погрешность в определении перепадов уровней на трубках пьезометров (при перепаде более 20 мм);

$\delta \nu$ - погрешность в значении вязкости, связанная с отклонением температуры ртути в контуре.

Поскольку в пределах изменения температуры 18±1,5°С вязкость меняется очень незначительно, значением $\delta \nu$ пренебрегаем.

Таким образом максимальная относительная погрешность в определении числа Рейнольдса равна 2,5 %; средняя относительная погрешность (если принять ее равной 1/3 от максимальной) ~ 0,8%.

Число Гартмана

При небольших значениях (до 12-15а) силы тока, проходящего через обмотку электромагнита, когда относительная ошибка в определении величины магнитной индукции возрастает, число Гартмана можно представить в виде (2.7):

$$Ha = Ba\sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} = K_э I a\sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$$

$K_э I = B$ - см. рис.2-7;

$K_э$ - тарировочный коэффициент электромагнита;

I - показания амперметра, соответствующие току в обмотке электромагнита.

Максимальная относительная погрешность равна

$$\delta Ha = \frac{\Delta Ha}{Ha} = \delta K_э + \delta I + \delta a + \frac{1}{2}\delta\sigma + \frac{1}{2}\delta\eta$$

К систематическим погрешностям относятся:

$\delta K_э = 2,5\%$ - погрешность в определении $K_э$;

$\delta a = 0,2\%$ - погрешность в определении a;

$\delta I = 0,5\%$ - погрешность приборов (класс).

Погрешность δ и η как и раньше пренебрегаем. К случайным погрешностям относятся погрешности в определении показаний приборов $\delta' I \leq 1,5\%$.

Таким образом при определении Ha максимальная относительная погрешность равна 4,7%, средняя относитель-

ная погрешность (если принять ее 1/3 от максимальной) равна 1,6%.

Коэффициент сопротивления

Согласно формуле (2.8)

$$\lambda = \frac{32\, g\, a^3 B^2 \Delta H_M}{K_B K_M L\, \Delta h_B}$$

Максимальная относительная погрешность равна:

$$\delta\lambda = \Delta\lambda/\lambda = 3\delta a + 2\delta b + \delta(\Delta H_M) + \delta K_B + \delta K_M + \delta L + \delta($$

К систематическим погрешностям относятся:

$\delta a = 0{,}2\%$ - погрешность в определении a ;

$\delta b = 0{,}2\%$ - погрешность в определении b ;

$\delta K_B = 2\%$ - погрешность в определении K_B ;

$\delta L = 0{,}5\%$ - погрешность в определении L ;

δK_M - погрешность в определении K_M . Согласно формуле (2.9).

$$\delta K_M = \frac{\frac{\cos\alpha}{\alpha}\delta\alpha + \frac{d^2}{D^2}\left(\frac{\gamma_{pt}}{\gamma_{an}} - 1\right)(2\delta d + 2\delta D)}{\sin\alpha + \left(\frac{\gamma_{pt}}{\gamma_{an}} - 1\right)\frac{d^2}{D^2}} \approx 5\%$$

Здесь $\delta\alpha = 0{,}1\%$ - погрешность установки угла наклона трубок манометра;

$\delta d = 1{,}5\%$ - погрешность диаметра d ;

$\delta D = 1{,}0\%$ - погрешность диаметра D .

К случайным погрешностям относятся:

$\delta(\Delta H_M) \leqslant 2{,}5\%$ - погрешность в определении перепадов уровней на трубках батарейного манометра (при перепаде более 20 мм);

$\delta(\Delta h_B) \leqslant 2{,}5\%$ - погрешность в определении перепадов уров-

ней на пьезометрах трубки Вентури (при перепаде более 20 мм).

Таким образом максимальная относительная погрешность в определении коэффициента сопротивления равна 13,5 %. Средняя относительная погрешность (если принять ее равной 1/3 от максимальной) равна 4,4%.

Осредненная локальная скорость

Согласно формуле (2.10)

$$u = K_T \sqrt{\frac{\Delta h_M \cdot g}{K_M}}$$

Максимальная относительная погрешность:

$$\delta u = \Delta u / u = \delta K_T + \frac{1}{2}\delta \Delta h_M + \frac{1}{2}\delta K_M$$

К систематическим погрешностям относятся:

$\delta K_T = 2,5\%$ - погрешность в определении K_T,

$\delta K_M = 5\%$ - погрешность в определении K_M (см.выше).

К случайным погрешностям относятся:

$\delta h_M \leq 2,5\%$ - погрешность в перепаде уровней на трубках дифманометра (при перепаде более 20 мм).

Таким образом максимальная относительная погрешность в определении локальной скорости равна 6,3%. Средняя относительная погрешность (если принять ее равной 1/3 от максимальной) равна 2,1%.

При измерении локальных скоростей возможна также ошибка в определении координаты места расположения насадка трубки Пито-Прандтля. При цене деления нониуса шкалы координатника 0,1 мм в первом приближении можно считать ошибку в установке равной $\pm 0,05$ мм.

Коэффициент сопротивления внезапного расширения.

Согласно формуле (2.11)

$$\zeta = \frac{32 a_2^2 b^2 g}{K_M K_B} \cdot \frac{\Delta H_M}{\Delta h_B} + \frac{a_2^2}{a_1^2} - 1$$

Максимальную относительную ошибку определения для случая, когда $Ha=0$ и $\zeta = 9{,}0$. Для упрощения вычислений нахождение ошибки произведем по частям, учитывая, что $\frac{a_2^2}{a_1^2} = 16$, а первое слагаемое выражения (2.11) равно (-7).

Обозначим

$$\frac{32 a_2^2 b^2 g}{K_M K_B} \cdot \frac{\Delta H_M}{\Delta h_B} = A = -7;$$

Максимальная относительная ошибка этого выражения равна:

$$\delta A = \Delta A / A = 2\delta a_2 + 2\delta b + \delta K_M + \delta K_B + \delta(\Delta H_M) + \delta(\Delta h_B$$

Систематические погрешности:

$\delta a_2 = 0{,}1\%$ - погрешность в определении a_2.

$\delta B = 0{,}2\%$ - погрешность в определении b.

$\delta K_M = 5\%$ - погрешность в определении K_M.

$\delta K_B = 2\%$ - погрешность в определении K_B.

Случайные погрешности:

$\delta(\Delta H_M) \leq 2{,}5\%$ - погрешность в определении перепада уровней на трубках батарейного манометра (при перепаде более 20 мм);

$\delta(\Delta h_B) \leq 2{,}5\%$ - погрешность в определении уровней на пьезометрах трубки Вентури.

Итак, $\delta A = 12{,}6\%$; $\Delta A = \delta A \cdot A = 0{,}756$;

Максимальная относительная погрешность выражения $\frac{a_2^2}{a_1^2}$ равна:

$$\delta\left(\frac{a_2^2}{a_1^2}\right) = \frac{\Delta\left(\frac{a_2^2}{a_1^2}\right)}{\frac{a_2^2}{a_1^2}} = 2\delta a_2 + 2\delta a_1$$

Систематические погрешности:

$\delta a_2 = 0{,}1\%$ - погрешность в определении a_2 .

$\delta a_1 = 0{,}3\%$ - погрешность в определении a_1 .

Таким образом

$$\delta\left(\frac{a_2^2}{a_1^2}\right) = 0{,}8\%, \quad \Delta\left(\frac{a_2^2}{a_1^2}\right) = 0{,}128;$$

Определим теперь $\Delta\zeta$ и затем $\delta\zeta$:

$$\Delta\zeta = \Delta A + \Delta\left(\frac{a_2^2}{a_1^2}\right) = 0{,}884$$

$$\delta\zeta = \frac{\Delta\zeta}{\zeta} = 9{,}8\%$$

Средняя относительная погрешность (если принять ее равной 1/3 от максимальной) равна 3,3%.

В большинстве экспериментов числа Рейнольдса было значительно большими, чем было принято в вышеприведенных расчетах и, следовательно, максимально возможные относительные ошибки уменьшались. В нескольких случаях Re было меньшим принятого в расчетах и максимальные ошибки могли возрасти до 20%. Эти случаи оговариваются в тексте.

В заключение отметим, что своего рода тестом для оценки точности экспериментов, могут служить значения измеряемых параметров при отсутствии магнитного поля и при сильных магнитных полях, когда течение полностью

ламинаризованно полем. В первом случае сравнение производится с данными общей гидродинамики для аналогичных случаев течения жидкости, во втором - с данными теоретических расчетов для ламинарных течений.

Результаты экспериментов, заключенные в такую "вилку" тестов, позволяют получать достаточно надежные данные в области турбулентных МГД - течений.

В настоящей работе мы всюду, где было возможно, придерживались подобной методики.

Глава III.

РАВНОМЕРНОЕ ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ТЕЧЕНИЕ МЕЖДУ ГЛАДКИМИ СТЕНКАМИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ МАГНИТНОМУ ПОЛЮ.

Случай плоско-параллельного течения между гладкими стенками, перпендикулярными магнитному полю, изучается в магнитной гидродинамике наиболее давно - со времен первых работ Гартмана /8, 13/. Будем условно называть его Гартмановским, как при ламинарном, так и при турбулентном режиме. Интерес к данному виду течения обусловлен тем, что оно весьма близко к тому, которое наиболее часто реализуется в МГД - машинах (насосах, генераторах и др.), и дает возможность построения полуэмпирических теорий турбулентных МГД- течений.

Данная глава посвящена теоретическому и экспериментальному изучению турбулентного Гартмановского течения. В области теоретических исследований нам, в настоящее время, представляются возможными два пути. 105 [~~75~~] Первый - построение полуэмпирических теорий, основанных на уравнениях движения Рейнольдса или на энергетических уравнениях турбулентного движения. Второй - получение интерполяционных расчетных зависимостей. Первый путь имеет несомненные методологические преимущества, однако, менее удобен с точки зрения практических инженерных расчетов, т.к. профиль скорости, коэффициент сопротивления и т.д. получаются в результате численного интегрирования дифференциальных уравнений.

Интерполяционные зависимости, напротив, дают возможность весьма просто вычислять эти величины.

При проведении экспериментальных исследований мы руководствовались следующими соображениями. Коэффициент сопротивления Гартмановского течения при турбулентном режиме изучен уже достаточно подробно /8-12, 14/ (глава 1). Значительно меньше сведений о распределении определенных скоростей /11, 22/. К тому же имеющиеся экспериментальные данные получены в трубах с предельным отношением сторон прямоугольного сечения 5:1, когда течение, по-видимому, может еще достаточно сильно отличаться от плоского. Исходя из сказанного, мы сочли целесообразным при проведении экспериментов сосредоточить основное внимание на вопросе распределения скоростей в турбулентном Гартмановском течении.

Во всех рассуждениях и анализе экспериментальных результатов будут использоваться безразмерные переменные y и u. В общей гидродинамике наиболее употребительными являются универсальные координаты r и φ. Однако, известно, что даже при $Ha=0$ профиль скорости, строго говоря, не является универсальным как непосредственно вблизи стенок, так и вблизи от оси трубы. В присутствии же поперечного поля профиль скорости становится всюду неуниверсальным и лишь при достаточно большом Ha можно говорить о некоей универсальности при постоянстве Ha/Re. Учитывая все это, мы выбрали безразмерные координаты y и u, в которых результаты более наглядны.

§ 1. Уравнения Рейнольдса в магнитной гидродинамике

Одним из способов построения полуэмпирической теории турбулентного течения в трубе является использование уравнений движения Рейнольдса, в которых напряжение турбулентного трения выражено с помощью той или иной эмпирической формулы. Мы также пойдем по этому пути. Для этой цели выведем прежде всего уравнение Рейнольдса для плоско-параллельного турбулентного течения в поперечном магнитном поле, т.е. для турбулентного течения Гартмана [80].

Будем исходить из общего магнитогидродинамического уравнения Навье-Стокса при $Re_m \ll 1$ в безразмерном виде,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + (\bar{U} \operatorname{grad}) \bar{U} = -\operatorname{grad} p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \bar{U} + N(\bar{E} + \bar{U} \times \bar{B}_0) \times \bar{B}_0 \qquad (3.1)$$

В этом уравнении скорость отнесена к средней по сечению V, давление - к величине ρV^2, электрическое поле - к величине VB_0; $\bar{B}_0$ - единичный вектор, имеющий направление внешнего магнитного поля.

В проекциях на оси координат, и при использовании тензорных обозначений это уравнение можно представить в виде:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} + \qquad (3.2)$$

$$+ N(\varepsilon_{izs} \varepsilon_{rs} b_s + b_i b_s u_s - b_s b_s u_i),$$

где e_r - проекции вектора напряженности электрического поля;

b_s - проекции вектора магнитной индукции;

ε_{irs} - единичный антисимметричный тензор третьего ранга.

Воспользуемся далее способом Рейнольдса и представим все актуальные величины, входящие в уравнение(3.2) в виде суммы осредненных по времени значений и пульсационных добавок. Лишь к проекциям вектора магнитной индукции мы не применим этот способ, так как явление рассматривается в безиндукционном приближении и потому всяким возмущением магнитного поля, обусловленным движением жидкости, можно пренебречь.

Итак

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' ; \quad e_r = \bar{e}_r + e_r' ; \quad p = \bar{p} + p' ; \qquad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в (3.2), найдем:

$$\frac{\partial u_i'}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + u_k' \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} + \bar{u}_k \frac{\partial u_k'}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} u_i' u_k' = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_k} + \frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_k \partial x_k} \right) + N\left[\varepsilon_{irs}\left(\bar{e}_r + e_r'\right) b_s + \left(\bar{u}_s + u_s'\right) b_i b_s - \left(\bar{u}_i + u_i'\right) b_s b_s \right] \qquad (3.4)$$

Осреднив все члены уравнений (3.4) по времени, мы получим магнитогидродинамические уравнения Рейнольдса:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i' u_k'} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} +$$

$$+ \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_k} + N\left(\varepsilon_{izs} \bar{e}_z b_s + b_i b_s \bar{u}_s - b_s b_s \bar{u}_i\right) \quad (3.5)$$

Для интересующего нас установившегося Гартмановского турбулентного течения из уравнений (3.5) остается лишь следующее одно уравнение:

$$\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x_2} \overline{u_1' u_2'} - N\left(\bar{e}_3 + \bar{u}_1\right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} = 0 \quad (3.6)$$

Используя условие равенства нулю интеграла электрического тока по сечению потока, можно найти, что в рассматриваемом случае напряженность электрического поля $e_3 = const = -1$. Переходя к обозначениям: $x_1 \equiv x$, $x_2 \equiv y$; $u_1 \equiv u$; $u_1' \equiv u'$; $u_2' \equiv v'$; $\frac{-2\partial \bar{p}}{\partial x} = \lambda$ - окончательно получим:

$$\frac{1}{Re} \frac{d^2 u}{dy^2} - \frac{d}{dy}\left(\overline{u'v'}\right) + \frac{\lambda}{2} + N(1-u) = 0 \quad (3.7)$$

§ 2. Полуэмпирическая теория турбулентного Гартмановского течения.

Полученное в предыдущем параграфе уравнение Рейнольдса может быть решено, если имеется какое-либо приближенное выражение для Рейнольдсова касательного турбулентного напряжения $\overline{u'v'}$

Для случая плоско-параллельного течения в попе-

речном магнитном поле выбор зависимости для $\overline{u'v'}$ несколько облегчается следующими обстоятельствами [105]. Если принять для $\overline{u'v'}$ (3.7) какое-либо из выражений, используемых в общей гидродинамике и связывающих турбулентное трение с локальным градиентом, то уравнение (3.7) будет безусловно справедливо при малых N. С другой стороны, при очень больших N градиенты скорости в ядре потока ничтожны, а электромагнитные силы, напротив, весьма велики. У стенок же велики, как электромагнитные силы, так и силы вязкости и снова можно ожидать, что уравнение (3.7) будет справедливым независимо от формы задания $\overline{u'v'}$. Таким образом, уравнение (3.7) должно давать качественно верный результат при применении любого из выражений для турбулентного трения, справедливых при $N=0$, с одной стороны при малых N, с другой - при больших N. Большие расхождения с опытом возможны лишь в некоторой промежуточной области значений N.

Исходя из общих представлений о подавлении полем турбулентных пульсаций скорости /15/, естественно предположить, что при правильно выбранном законе убывания $\overline{u'v'}$ с увеличением числа Стюарта, можно получить хорошее совпадение с экспериментом и в этой промежуточной области чисел N. Однако, пока нет опытных данных о непосредственном измерении турбулентных пульсаций в присутствии поля, выражение для $\overline{u'v'}$ в уравнении (3.7) приходится выбирать более

или менее произвольно, на основе умозрительных заключений.

Мы исследовали две формы задания $\overline{u'v'}$ в зависимости от N . Турбулентные касательные напряжения были выражены по Прандтлю / 72 / (в безразмерном виде):

$$\tau_T = -\overline{u'v'} = l^2 \left|\frac{du}{dy}\right| \frac{du}{dy} \qquad (3.8)$$

Для масштаба l было принято выражение, аналогичное использовавшемуся Ван-Дристом / 76 / в отсутствие магнитного поля

$$l_0 = l_{00}\left[1 - \exp\left(-2\,Re\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\,y\right)\right] \qquad (3.9а)$$

но с введением экспоненциального множителя, учитывающего уменьшение масштаба в зависимости от локального числа Стюарта $-N\frac{du}{dy}$:

$$l = l_{00}\left[1 - \exp\left(-2\,Re\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\,y\right)\right]\exp\left(-\beta N/\frac{du}{dy}\right) \qquad (3.9)$$

Здесь l_{00} - обычный масштаб Прандтля-Никурадзе , а выражение $\exp\left(-\beta N/\frac{du}{dy}\right)$ учитывает подавление полем турбулентных пульсаций. Причем этот экспоненциальный множитель, в соответствии с физической интерпретацией о воздействии поля на турбулентность, учитывает, что ~~вблизи оси потока~~ в ядре, где пульсации наиболее крупные, подавление турбулентности происходит наиболее интенсив-

но (градиент скорости мал) и резко ослабляется вблизи стенки, где преобладающую роль начинают играть силы вязкости.

Численная постоянная α подбиралась так, чтобы при $N=0$ получить из уравнения (3.7) профили скорости U_0 и коэффициенты сопротивления λ_0 ,совпадающие с экспериментальными данными. Наилучшие результаты получились при $\alpha = 27{,}5$. Значение постоянной β подбиралось с одной стороны из условия, чтобы при $\left(\frac{Ha}{Re}\right) = \left(\frac{Ha}{Re}\right)_{кл}$ было с выбранной точностью $\lambda = \lambda_{кл}$, а с другой - чтобы при этом с выбранной точностью равнялись нулю по всему сечению турбулентные касательные напряжения. При $\beta = 200$ эти условия выполняются и результаты вполне удовлетворительно с качественной стороны отражают влияние поперечного магнитного поля на турбулентное течение Гартмана.

Для лучшего количественного совпадения с экспериментальными данными пришлось несколько видоизменить выражение для $\overline{u'v'}$. В этом случае функция, учитывающая изменение масштаба l магнитным полем, принимает вид: $\exp\left(-\beta N^2 / \frac{dy}{dy}\right)$

а выражение для масштаба, соответственно:

$$l = l_{oo}\left[1 - \exp\left(-\alpha Re\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\, y\right)\right]\exp\left(-\beta N^{2}\frac{dv}{dy}\right) \quad (3.10)$$

Оптимальное значение $\beta = 1000$.

Чтобы в дальнейшем иметь возможность сравнивать, как влияет на результаты расчетов различный вид выражений для $\overline{u'v'}$, укажем дополнительно на полученную в самое последнее время /107/ из элементарных физических соображений еще одну зависимость для масштаба в присутствии магнитного поля:

$$l = \frac{l_0}{1+\beta(Nl_0)^{3/2}} \quad (3.10а)$$

где l_0 - масштаб в форме Ван-Дриста - (3.9а), а $\beta = 10^5$.

Рассмотрим далее вкратце, как велся расчет. Решение уравнения (3.7) производилось на ЭВМ.

С учетом формулы (3.9) имеем краевую задачу для $u(y)$:

$$\frac{d}{dy}\left[\frac{1}{Re}\frac{dv}{dy} + l^{2}(y)\left(\frac{dv}{dy}\right)^{2}\right] + N(1-u) + \frac{\lambda}{2} = 0 \quad (3.11)$$

$$u\Big|_{y=0} = 0; \qquad \frac{dv}{dy}\Big|_{y=1} = 0; \quad (3.12)$$

Кроме того, имеется интегральное условие сохранения расхода, которое в безразмерном виде записывается так

$$\int_0^1 u(y,\lambda)\,dy = 1 \qquad (3.13)$$

Из условия (3.13) может быть определен коэффициент сопротивления λ. Интегрируя уравнение (3.11) в пределах от 0 до 1 и принимая во внимание условие $\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=1} = 0$ получаем

$$-\frac{1}{Re}\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} - l^2(0)\left(\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0}\right)^2 + N\int_0^1 (1-u)\,dy + \frac{\lambda}{2} = 0; \qquad (3.14)$$

Если интегральное условие (3.13) выполняется, то

$$-\frac{1}{Re}\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} - l^2(0)\left(\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0}\right)^2 + \frac{\lambda}{2} = 0 \qquad (3.15)$$

Поскольку $l(0)=0$ получаем

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = Re\,\frac{\lambda}{2} \qquad (3.16)$$

Итак, вместо интегрального условия (3.13), получаем граничное условие (3.16).

Уравнение (3.11) решалось методом стрельбы. При некоторых значениях Re и N выбиралось λ_1 и решалась задача Коши для уравнения (3.11) при условиях $u(0)=0$ и $\left.du/dy\right|_{y=0} = Re\,\frac{\lambda}{2}$. Если при выбранном значении λ_1, получалось $\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=1} < 0$, то следующее значение λ_2, выбиралось большим λ_1 и т.д.

Несколько иной подход требуется при $N=0$.

Основные результаты расчетов представлены на рис.3-1 ÷ 3-6.

Отдельно рассмотрим результаты, получающиеся при $N=0$. Эти данные представляют самостоятельный интерес, ибо решение, полученное нами, отличается от решения Ван-Дриста /76/ следующими двумя важными особенностями. Ван-Дрист пользовался условием $\tau=\tau_w$, а в нашем случае τ линейно убывает от значения τ_w на стенке до 0 на оси трубы. Далее, в работе Ван-Дриста применялся масштаб Прандтля, а мы применяли масштаб Прандтля-Никурадзе. Оба эти обстоятельства позволяют получить профиль скорости, лучше согласующийся с данными экспериментов.

При этом получающиеся значения λ_0 тоже хорошо согласуются с опытными данными. Расчет велся по формуле

$$U_0(y)=\lambda Re\int_0^y \frac{y\ \ 1-y}{1+\sqrt{1+2\lambda Re^2 l_0(1-y)}}\,dy$$

получающейся при интегрировании уравнения (3.7) при $N=0$.

На рис.3-1 проведено сопоставление расчетного профиля скорости с экспериментальными результатами Никурадзе /72/ при $Re=25250$, на рис.3-2 показаны теоретические /72/ и наши расчетные данные по коэффициенту сопротивления; на рис.3-3 наши теоретические результаты при $N=0$ (сплошная линия) сопоставлены

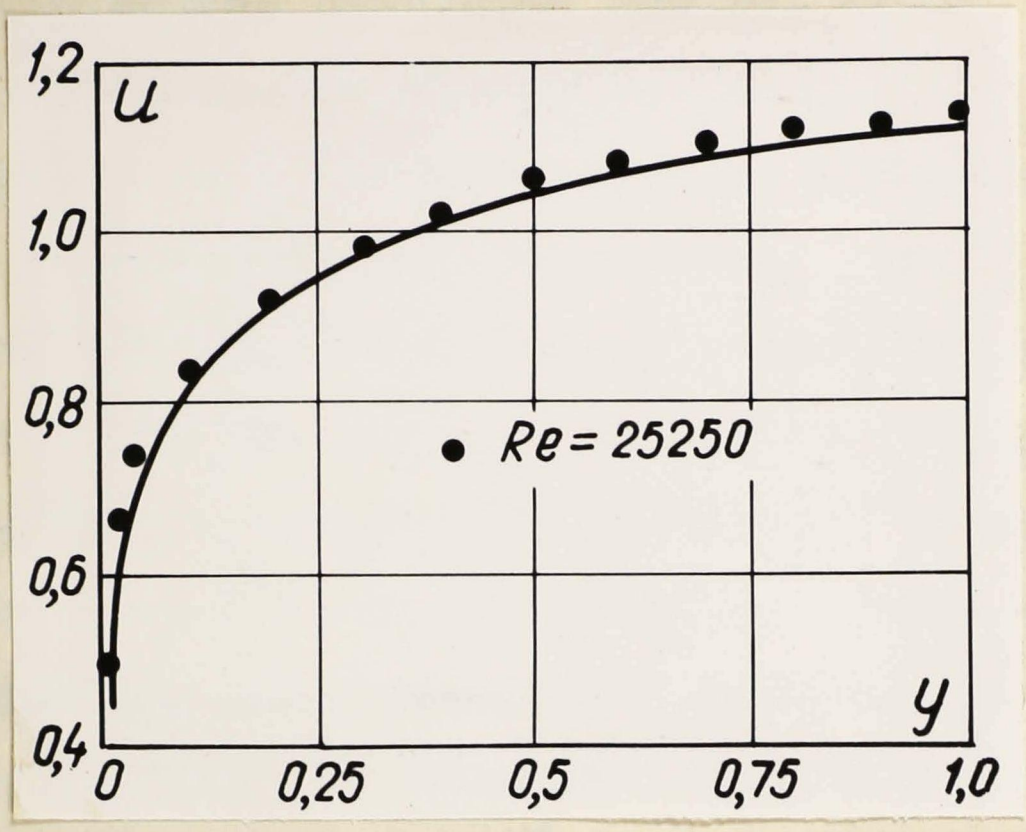


Рис.3.1. Сопоставление расчетного профиля скорости с экспериментальными данными Никурадзе/72/ (сплошная линия - по расчету).

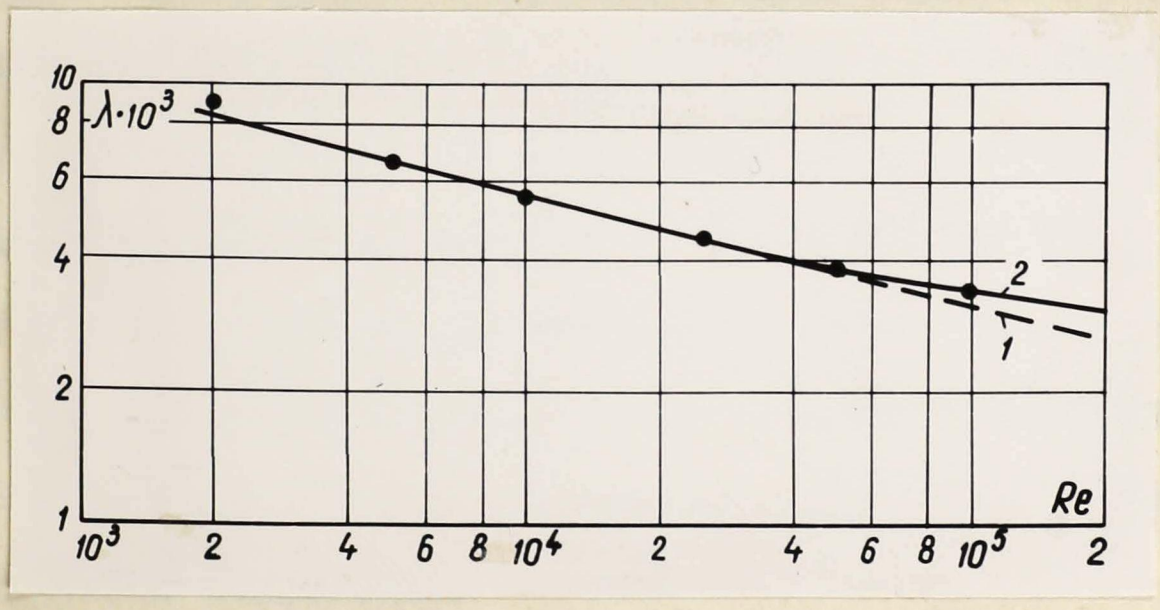


Рис.3.2. Сравнение расчетных значений коэффициентов сопротивлений с законом сопротивления Блазиуса - 1 и законом сопротивления Прандтля - 2 для турбулентных течений (• - по расчету).

с экспериментами различных авторов /104/. Как видно из графиков, совпадение весьма хорошее как по профилям скоростей, так и по коэффициентам сопротивлений. Вблизи оси потока (рис.3-3) результаты нашего расчета даже лучше совпадают с опытными значениями осредненных скоростей, чем это следует по данным Ван-Дриста /76/.

Перейдем к анализу результатов в присутствии магнитного поля. На рис.3-4 показаны результаты расчета коэффициентов сопротивлений в сравнении с экспериментальными данными Маргетройда /10/ и Ликодиса /11/. При выражении масштаба l в виде $l = l_0 \exp(-\beta N^{3/2} \frac{dy}{dy})$ совпадение теоретических и опытных данных вполне удовлетворительное.

На рис.3-5 и 3-6 приведены расчетные значения профилей скоростей и турбулентных касательных напряжений. Сопоставление с экспериментом мы проведем несколько позже, после описания наших опытов по измерениям профилей скоростей. Здесь же отметим, что качественная картина поведения u и $\overline{u'v'}$ в зависимости от Ha полностью соответствует представлениям о воздействии поперечного магнитного поля на течение токопроводящей жидкости.

§ 3. Интерполяционные зависимости

Несмотря на бесспорную полезность полуэмпирических теорий для изучения особенностей течений, форма их

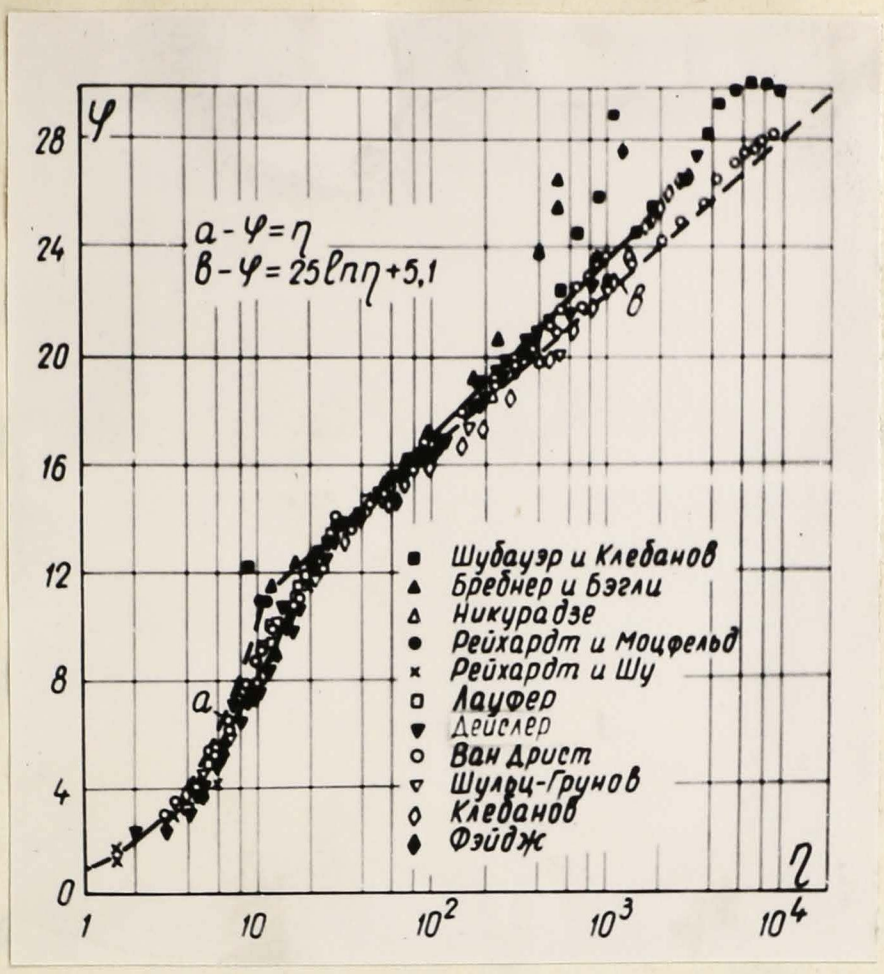


Рис.3-3. Сопоставление расчетного профиля скорости (сплошная линия) с экспериментальными результатами различных авторов.

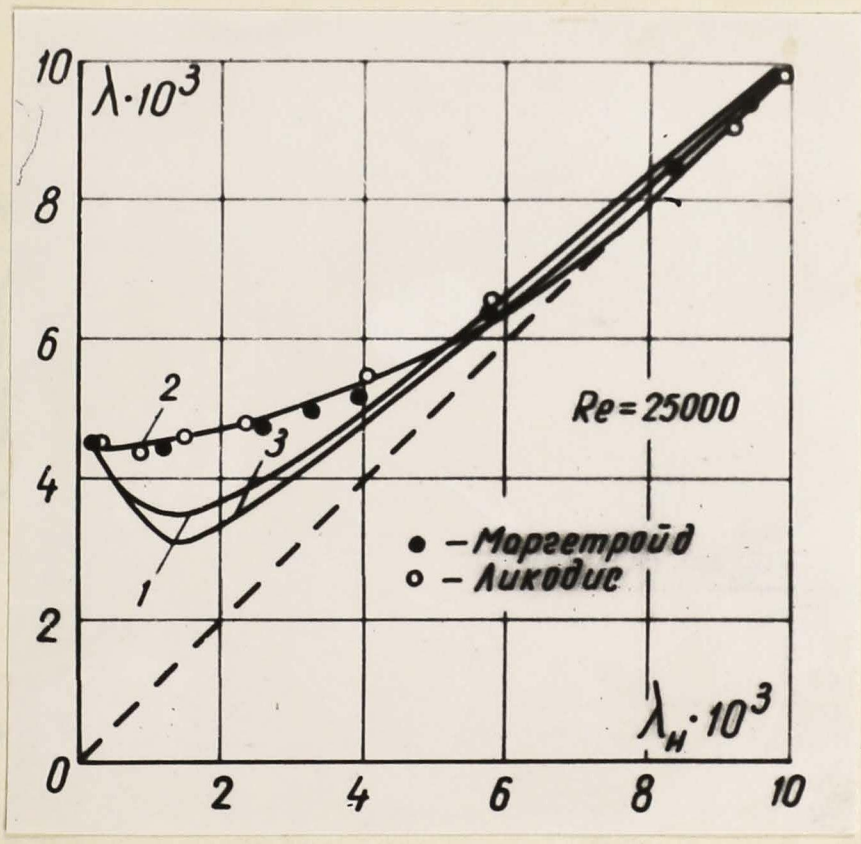
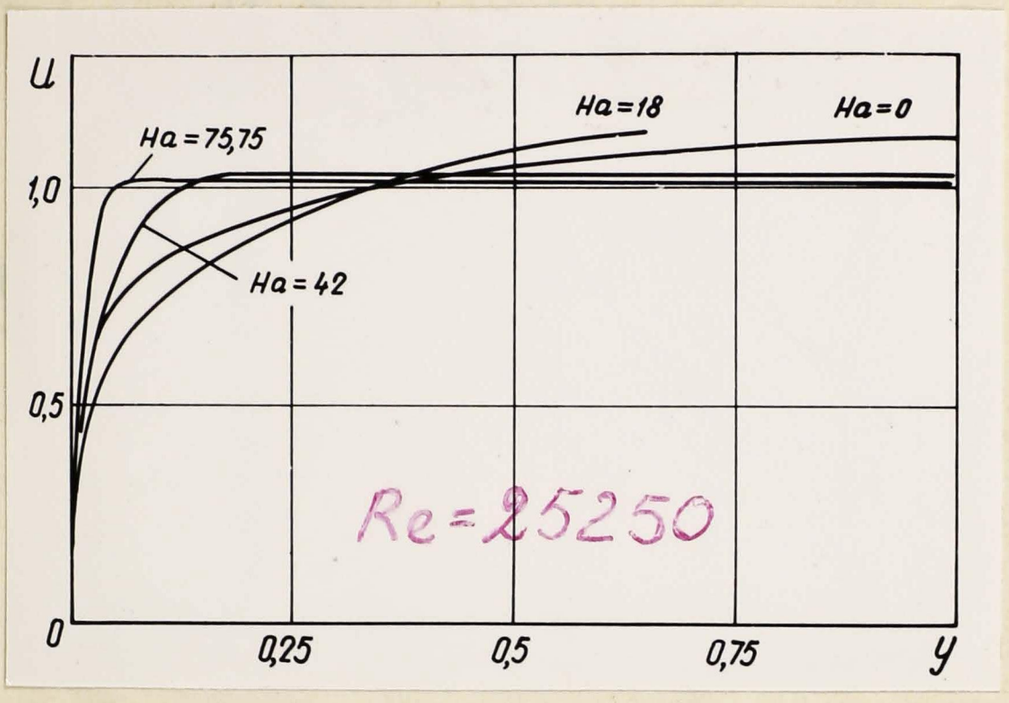


Рис.3-4. Расчетные и экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в присутствии магнитного поля при Re =25250:

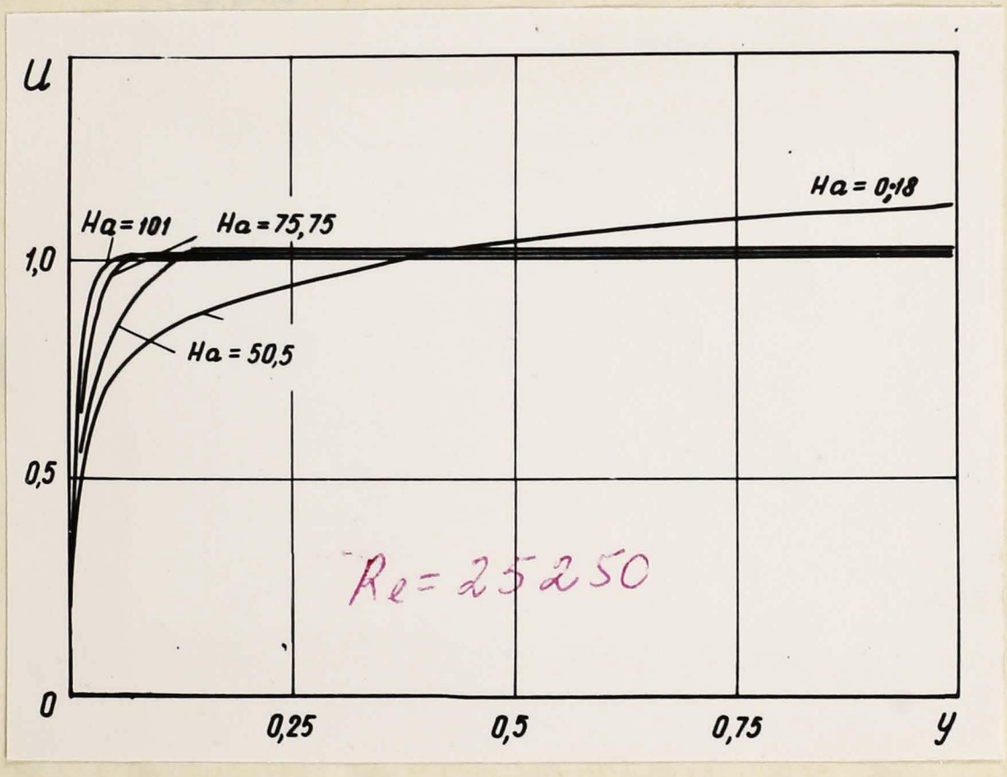
1- по расчету с применением масштаба в виде (3.10а).

2- по расчету с применением масштаба в виде (3.10).

3- по расчету с применением масштаба в виде (3.9).



а)



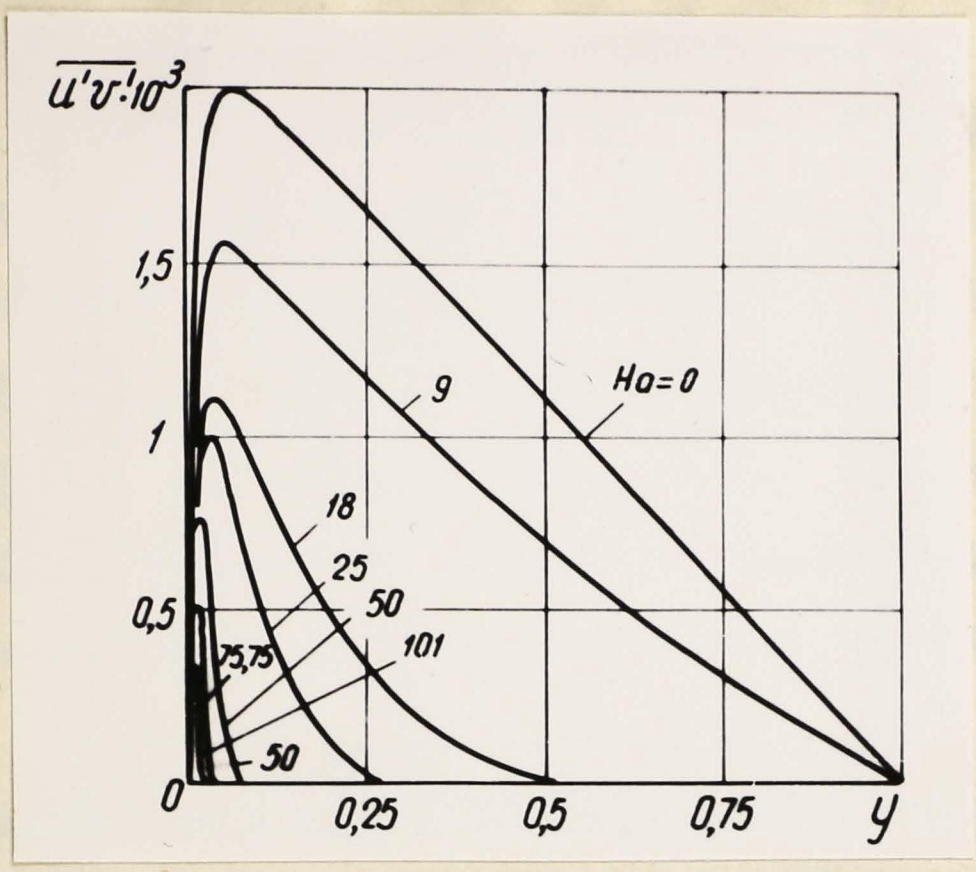
б)

Рис.3.5. Профили скорости, рассчитанные по полуэмпирической теории:

а) с применением масштаба в виде (3.9);

б) с применением масштаба в виде (3.10).

а)



б)

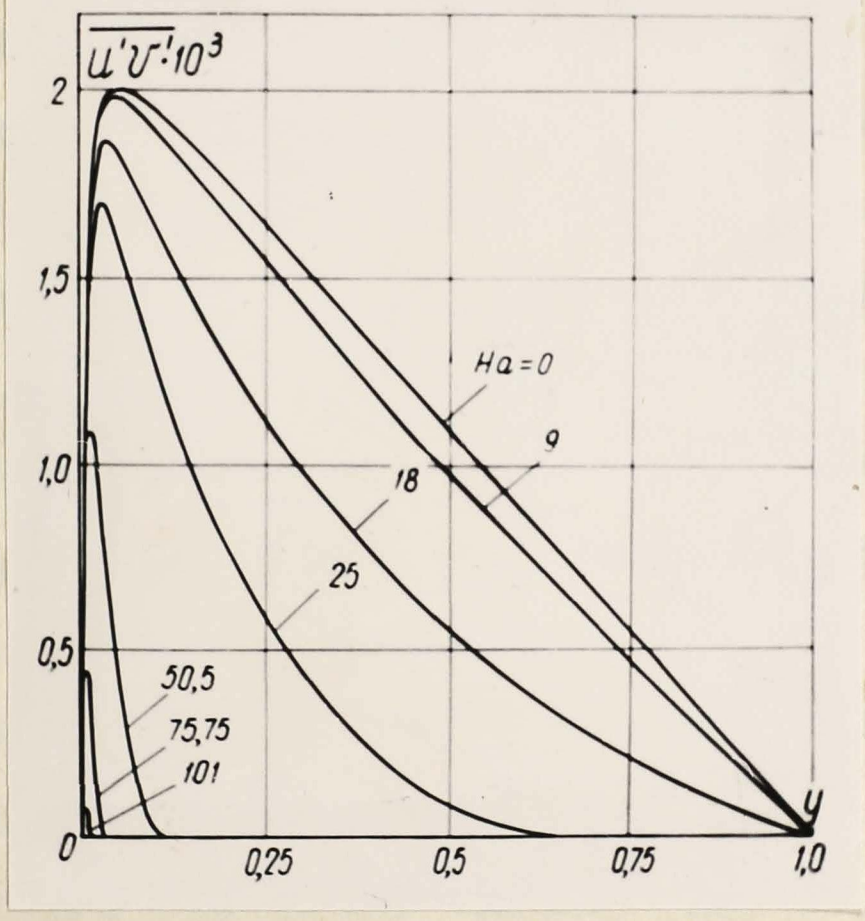


Рис.3.6. Распределение турбулентных касательных напряжений: Re=25250

а) с применением масштаба в виде (3.9);

б) с применением масштаба в виде (3.10).

результатов пока мало приемлема для инженерных расчетов. Действительно, для нахождения коэффициента сопротивления и профиля скорости требуется численное решение нелинейного дифференциального уравнения. В этом параграфе будет указан принципиально иной путь решения вопроса, приводящий к получению коэффициента сопротивления и профиля скорости в явном виде и позволяющий вычислять также распределение турбулентного трения.

Аналогичный подход был применен Вулисом и Фоменко / 60 / для анализа течения в продольном магнитном поле. Мы подвергнем рассмотрению течение в поперечном поле. Основная идея, из которой мы будем исходить состоит в том, что при фиксированном числе $Re > Re_{кр}$ все характеристики потока - коэффициент сопротивления, значение локальной скорости в некоторой точке сечения и т.д. лежат при некотором $0 \leq Ha \leq Ha_{кр}$ между соответствующими нулевыми и критическими значениями, т.е., например, $\lambda_0 \leq \lambda \leq \lambda_{кр}$ и т.д.

Для величин $\lambda_{кр}$ и $Re_{кр}$ различными авторами (см. главу 1) получены в экспериментах отличающиеся друг от друга значения. Объясняется это с одной стороны погрешностями эксперимента, с другой - трудностью точного определения $\lambda_{кр}$ и $Re_{кр}$ по касанию кривой $\lambda = f(\lambda_H)$ с расчетной зависимостью $\lambda_H = \frac{2Ha}{Re}$ при $Re > Re_{кр}$, когда имеет место плавный, бескризисный переход от турбулентного режима течения к ламинарному /105/.

Если исходить из допущения, что при плоско-параллельном течении в поперечном поле $\lambda_{кл} = const$ во всей области $Re \gg Re_{кр}$ и что при $Re = Re_{кр}$ не только коэффициент сопротивления, но и профиль скорости одинаков вне поля и в присутствии поперечного поля в состоянии соответствующем завершению ламинаризации, то можно весьма просто получить путем расчета численные значения $\lambda_{кл}$ и $Re_{кр}$ [illegible] 105]. В самом деле согласно Гартману /13/:

$$\frac{U_{н,max}}{U_{о,max}} = \frac{Ha\,(ch\,Ha - 1)}{Ha\,ch\,Ha - sh\,Ha} = f_1(Ha) \qquad (3.17)$$

С другой стороны для турбулентного течения вне поля /72/:

$$U_{о,max} = f_2(Re) \qquad (3.18)$$

Тогда при $Re = Re_{кр}$

$$f_1(Ha) = f_2(Re) \qquad (3.19)$$

Аналогично, для коэффициентов сопротивления:

$$\lambda_н = \frac{2}{Re}\,\frac{Ha^2\,th\,Ha}{Ha - th\,Ha} = f_3(Ha, Re) \qquad (3.20)$$

$$\lambda_о = f_4(Re) \qquad (3.21)$$

и при $Re = Re_{кр}$

$$f_3(Ha, Re) = f_4(Re) \qquad (3.22)$$

Из уравнений (3.19) и (3.22) можно найти $Re_{кр}$ и $Ha_{кр}$ и далее из (3.20) или (3.21) $\lambda_{кр} = \lambda_{кл}$.

В качестве функции (3.21) можно воспользоваться зако-

ном Блазиуса:*) $\lambda_0 = 0{,}056\,Re^{-1/4}$

а $U_{0,max}$ можно принять по хорошо подтверждающейся измерениями степенной формуле /72/ в интервале $500 \leq Re \leq 5000$ равным 1,25. При этом из (3.19) и (3.22) получается $Re_{гр} = 1280$ и $\lambda_{гр} = \lambda_{кр} = 0{,}00935$.

При выводе интерполяционных зависимостей мы будем пользоваться полученными расчетным путем $\lambda_{кр}$ и $Re_{гр}$, стенки трубы предполагаем гладкими. Накопленные до настоящего времени экспериментальные данные и некоторые общие соображения позволяют сформулировать следующие условия, которым должен удовлетворять коэффициент сопротивления:

1) $\lambda = \lambda_0$ при $Ha = 0$

2) $\lambda = \lambda_H$ при $\lambda_H = \lambda_{кр} = 0{,}00935$

3) $\left.\dfrac{d\lambda}{d\lambda_H}\right|_{\lambda=0{,}00935} = 1$ (это соответствует представлению о плавной смене режимов течения).

Представим коэффициент сопротивления в виде:

$$\lambda = \lambda_H + K_1(\lambda_H - \lambda_{кр}) + K_2(\lambda_H - \lambda_{кр})^2 \qquad (3.23)$$

Условие 2) заложено в структуру выражений (3.23), а условия 1) и 3) могут быть использованы для определения коэффициентов K_1 и K_2. Окончательно получается:

---

*) Коэффициент в этой формуле скорректирован для случая плоско-параллельного течения в соответствии с рекомендациями работы /106/.

$$\lambda = \lambda_н + \left(\lambda_0 - \frac{6}{Re}\right)\left(\frac{\lambda_н - 0{,}00935}{6/Re - 0{,}00935}\right)^2 \qquad (3.24)$$

Сравнение (3.24) с результатами экспериментов показало удовлетворительное совпадение при больших Re и увеличивающееся расхождение по мере приближения к $Re_{кр}$, когда экспериментальные кривые $\lambda = f(\lambda_н)$ вырождаются в горизонтальную прямую. Это побудило вместо (3.23) написать

$$\lambda = \lambda_н + \left(\lambda_0 - \frac{6}{Re}\right)\left(\frac{\lambda_н - 0{,}00935}{6/Re - 0{,}00935}\right)^{1+f(Re)} \qquad (3.25)$$

$$\lambda = \lambda_н + K_1(\lambda_н - \lambda_{кр}) + K_2(\lambda_н - \lambda_{кр})$$

где $f(Re) \geq 0$ и $f(Re_{кр}) = 0$

При этом формула для вычисления λ приобретает следующий окончательный вид:

$$\lambda = \lambda_н + \left(\lambda_0 - \frac{6}{Re}\right)\left(\frac{\lambda_н - 0{,}00935}{6/Re - 0{,}00935}\right)^{1+\left(1-\frac{Re_{кр}}{Re}\right)^2} \qquad (3.26)$$

Для профиля скорости имеем следующие условия:

1) $u = u_0$ при $Ha = 0$

2) $u = u_н$ при $\lambda = \lambda_{кр} = 0{,}00935$

3) $\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = \frac{\lambda Re}{2}$

4) $\left.\frac{d^2u}{dy^2}\right|_{y=0} = -\frac{\lambda Re}{2} - Ha^2$ (так как на стенке $u'v' = 0$)

5. (Последние два условия следуют непосредственно из уравнения движения 3.7 при $y = 0$).

5) $\int_0^1 u\,dy = 1$ - условие постоянства расхода.

Последнее, шестое условие выведем для u_{max}.

При достаточно большом Ha на оси потока можно в уравнении движения пренебречь не только турбулентным трением, но и вязким трением, тогда из (3.17) при $y = 1$, получается:

$$U(1) = U_{max} = 1 + \frac{\lambda Re}{2 Ha^2} \qquad (3.27)$$

При малых Ha выражение (3.27) теряет справедливость. Однако известно, что при $Ha = 0$ должно быть $U_{max} = U_{0,max}$.

Интерполируя при малых Ha между (3.27) и $U_{0,max}$ так, чтобы интерполяционная функция плавно переходила в (3.27), можно записать окончательно:

$$U(1) = U_{max} = 1 + \frac{\lambda Re}{2}\left\{Ha^2 + \frac{\lambda Re}{2(U_{0,max} - 1)} \exp\left[-\frac{2Ha^2(U_{0,max} - 1)}{\lambda Re}\right]\right\} \qquad (3.28)$$

причем выражение (3.28) очень быстро уже при малых Ha переходит в точное выражение (3.27).

Таким образом, искомое шестое условие состоит в том, что 6) U_{max} должно удовлетворять (3.28).

Пока удалось подобрать аппроксимирующую функцию, которая удовлетворяет лишь условиям 2); 3); 4) и 5).

Эта функция имеет вид:

$$U = U_H + k_1 \Delta U + k_2 \Delta U^2 + k_3 \Delta U^3, \qquad (3.29)$$

где

$$U_H = \frac{Ha}{Ha - th\,Ha}\left[1 - \frac{ch\,Ha(1-y)}{ch\,Ha}\right] \qquad (3.30)$$

$$\Delta U = U_H - U_{H,кл}$$

Коэффициенты K_i находятся из условий 3); 4) и 5) следующим образом.

Продифференцируем выражение (3.29) по y :

$$\frac{du}{dy} = \frac{du_н}{dy} + K_1 \frac{d\Delta u}{dy} + 2K_2 \Delta u \frac{d\Delta u}{dy} + 3K_3 \Delta u^2 \frac{d\Delta u}{dy} \quad (3.31)$$

в точке $y=0$ согласно условию 3): $\frac{du}{dy} = \frac{\lambda Re}{2}$;

$$\frac{du_н}{dy} = \frac{\lambda_н Re}{2}, \quad \frac{d\Delta u}{dy} = \frac{Re}{2}\left(\lambda_н - \lambda_{н,кл}\right); \text{ а } \Delta u = 0,$$

ибо $u_н(0)=0$ и $u_{н,кл}(0)=0$. Подставляя эти значения в (3.31) получим

$$K_1 = \frac{\lambda - \lambda_н}{\lambda_н - \lambda_{н,кл}} \quad (3.32)$$

Учитывая интегральное условие 5), проинтегрируем выражение (3.29) в пределах от 0 до 1. Тогда получим:

$$K_2 \int_0^1 \Delta u^2 dy + K_3 \int_0^1 \Delta u^3 dy = 0 \quad (3.33)$$

Отсюда

$$K_3 = -K_2 \underline{I}_2 / \underline{I}_3 \leftarrow \left(\frac{I_2}{I_3}\right) \text{ лучше точк} \quad (3.34)$$

где $\underline{I}_k = \int_0^1 \Delta u^k dy; \quad k=2,3;$

Наконец дифференцируя (3.29) дважды и учитывая условие 4) найдем:

$$K_2 = \frac{\frac{d^2u}{dy^2} - \frac{d^2u_н}{dy^2} - \frac{\lambda - \lambda_н}{\lambda_н - \lambda_{н,кл}}\left(\frac{d^2u_н}{dy^2} - \frac{du_{н,кл}}{dy^2}\right)}{2\left(\frac{du_н}{dy} - \frac{du_{н,кл}}{dy}\right)^2}$$

и после преобразований

$$K_2 = \frac{2(\lambda_н - \lambda)}{Re^2(\lambda_н - \lambda_{н,кл})^3}\left(Ha^2_{кл} - Ha^2\right) \qquad (3.35)$$

При $\lambda = \lambda_{н,кл}$ $K_1 = 0$, а K_2 и K_3 весьма малы, так что условие 2) тоже выполняется.

Зная профиль скорости и λ, можно из уравнения (3.7) вычислить распределение турбулентных касательных напряжений

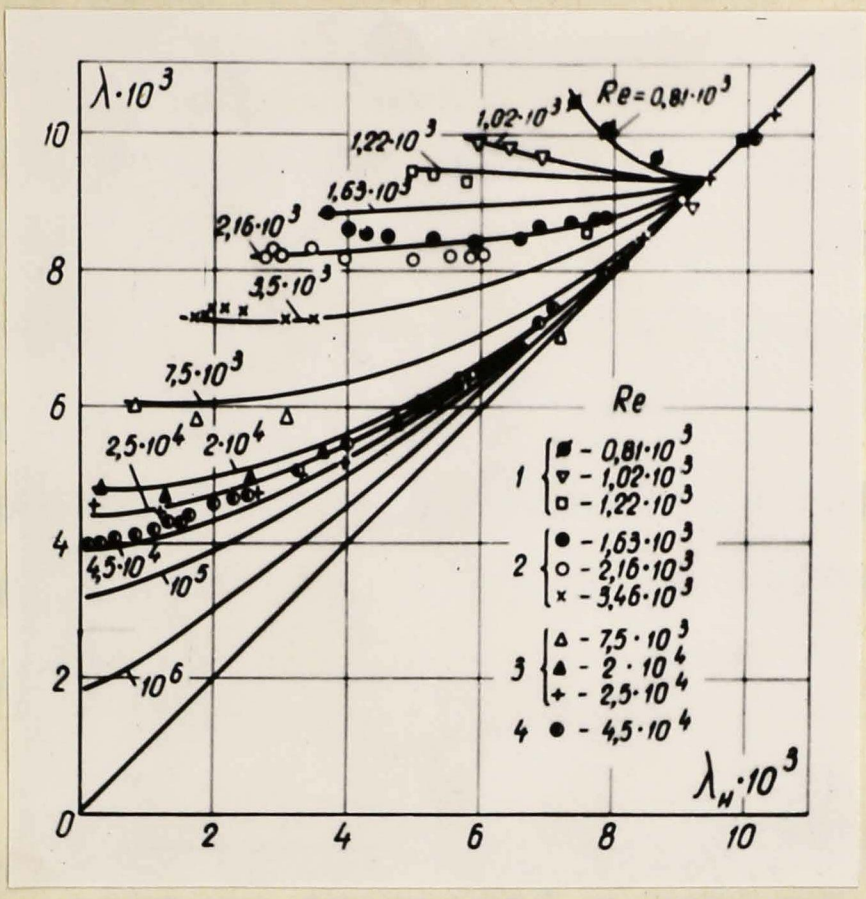
$$\tau_т = -\overline{u'v'} = \frac{\lambda}{2}(1-y) - \frac{1}{Re}\frac{du}{dy} - N\int_0^y (1-u)\,dy \qquad (3.36)$$

Для коэффициентов K_3 нами составлена справочная таблица, приводимая ниже. При наличии этой таблицы задача о расчете профиля скорости становится весьма простой.

Таблица значений коэффициентов K_3

Ha/Re	5.10^3	10^4	15.10^4	2.10^4	25.10^4	3.10^4	10^5	25.10^5
$0,4.10^{-3}$	2,498	1,090	0,7850	0,6570	0,5670	0,4520	0,3750	0,3250
$1,3.10^{-3}$	2,706	1,480	1,194	1,059	0,9770	0,7950	0,6780	0,5790
$2,2.10^{-3}$	5,031	2,810	2,257	1,992	1,8320	1,472	1,3110	0,9180
$3,1.10^{-3}$	12,790	6,440	4,970	4,308	3,9080	3,046	2,671	1,755
$4,0.10^{-3}$	75,380	25,900	17,980	14,690	12,916	9,410	9,066	5,116

Рассмотрим некоторые результаты применения интерполяционных зависимостей. На рис.3-7 показаны расчетные и экспериментальные значения коэффициентов сопротивлений.



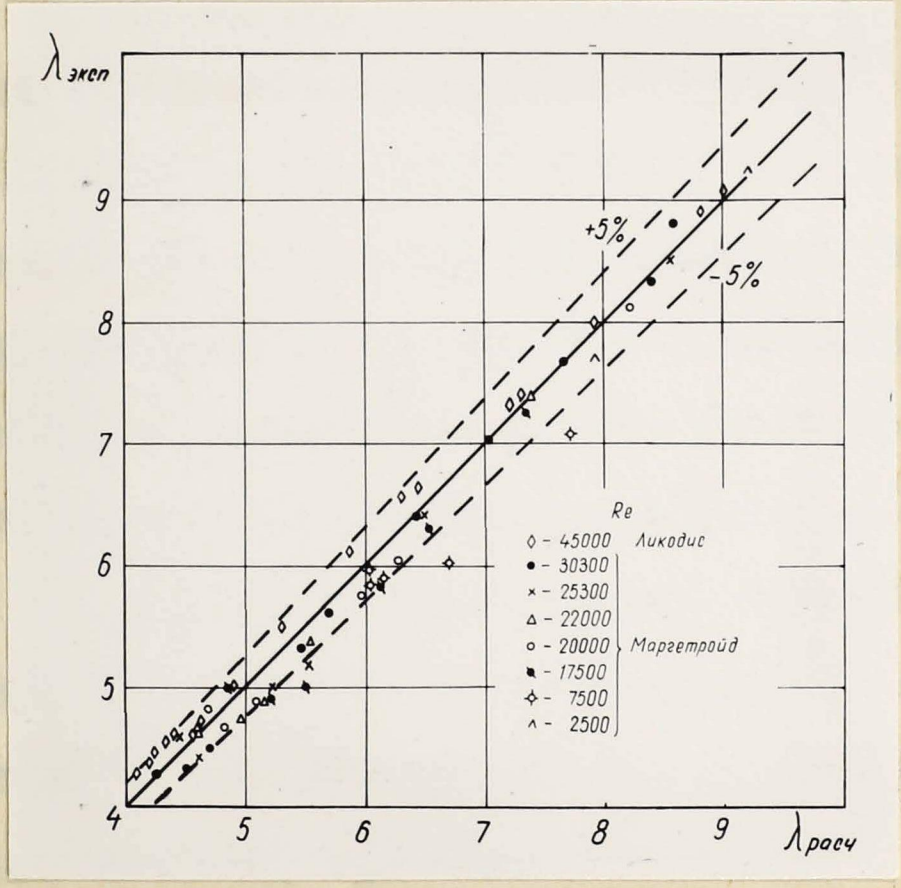


Рис.3.7. Сопоставление экспериментальных и расчетных (по зависимости 3.26) данных по коэффициенту сопротивления (1- Гартман и Лезарус /8/, 2- Брановер и Лиелаусис /9/, 3- Маргетройд /10/, Ликодис /11/).

Отметим, что несмотря на использование определенных теоретически значений $\lambda_{кл}$ и $Re_{гр}$, совпадение результатов весьма удовлетворительное. Погрешность не превышает ±5%. На рис.3-8 и 3-9 приведены расчетные значения профилей скоростей и турбулентных касательных напряжений при $Re = 25250$. Картина поведения u и $\tau_т$ аналогична полученной в предыдущем параграфе. Сопоставление с экспериментальными данными мы приведем ниже.

§ 4. Экспериментальное исследование распределения скоростей в плоской трубе.

Чтобы иметь возможность сравнивать результаты опытных измерений профилей скорости с рассчитанными теоретически по вышеприведенным зависимостям, необходимо было использовать трубу с поперечным сечением, имитирующем плоско-параллельное течение. Это условие было выполнено в экспериментальной трубе с отношением сторон 1:9. В этом случае размер измерительного зонда не вызывал слишком больших возмущений в потоке, а величина зазора магнита позволяла получать индукцию магнитного поля до 0,5 тл.

Работа велась на замкнутом ртутном контуре с электромагнитным насосом. Экспериментальная труба была изготовлена из оргстекла (рис.3-10) с сечением 1,0x9,0 $см^2$ и общей длиной 102 см. Длина участка гидродинамической стабилизации течения до входа по-

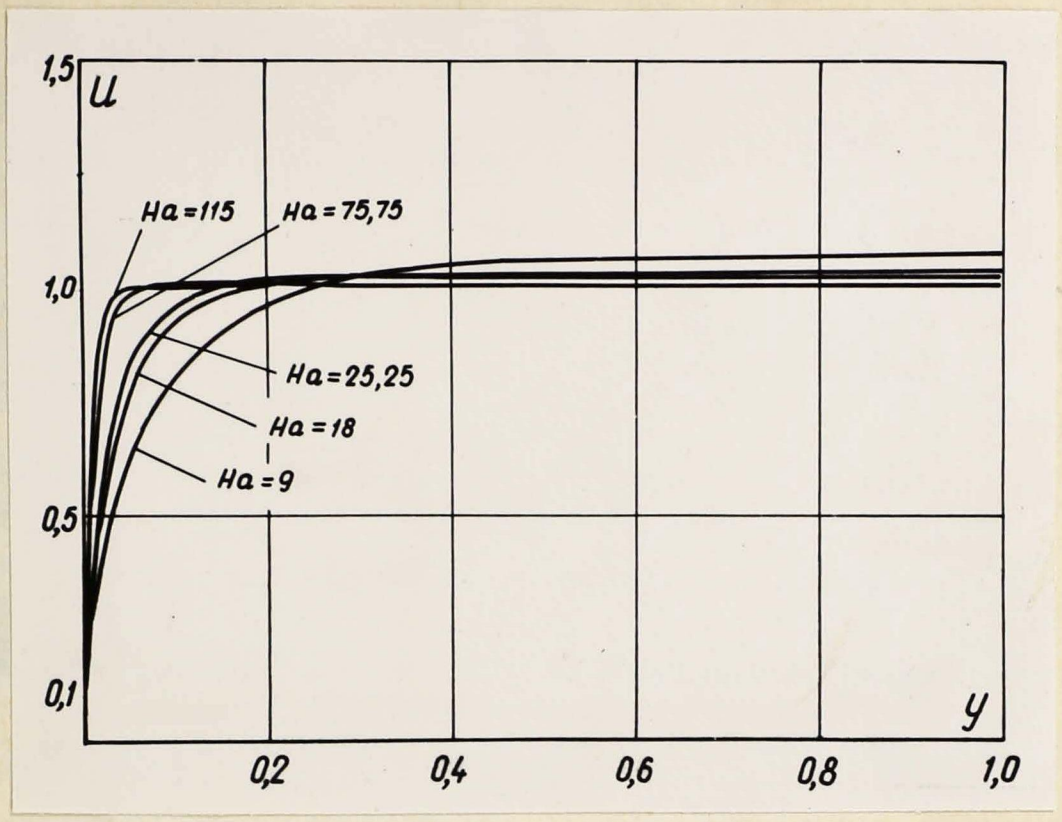


Рис.3-8. Профили скорости, рассчитанные на основе интерполяционных зависимостей (3.29) при Re = 25250.

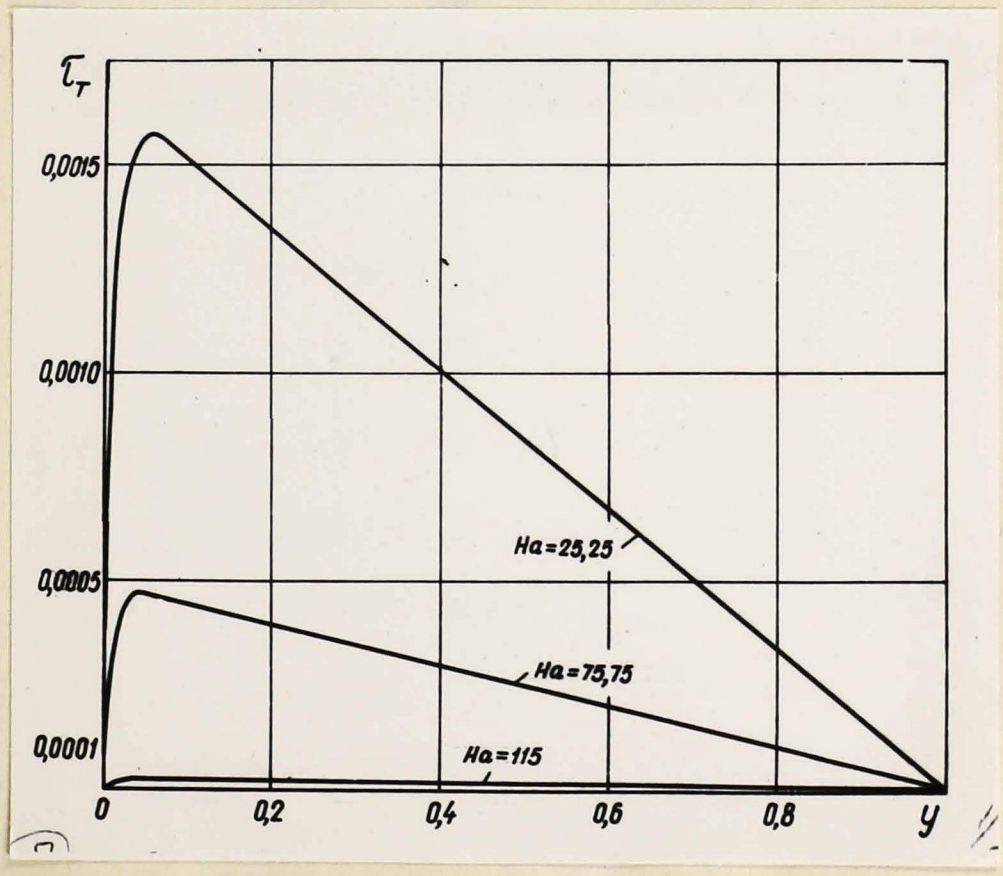


Рис.3.9. Распределение турбулентных касательных напряжений, рассчитанное на основе интерполяционных зависимостей (3.36) при Re = 25250.

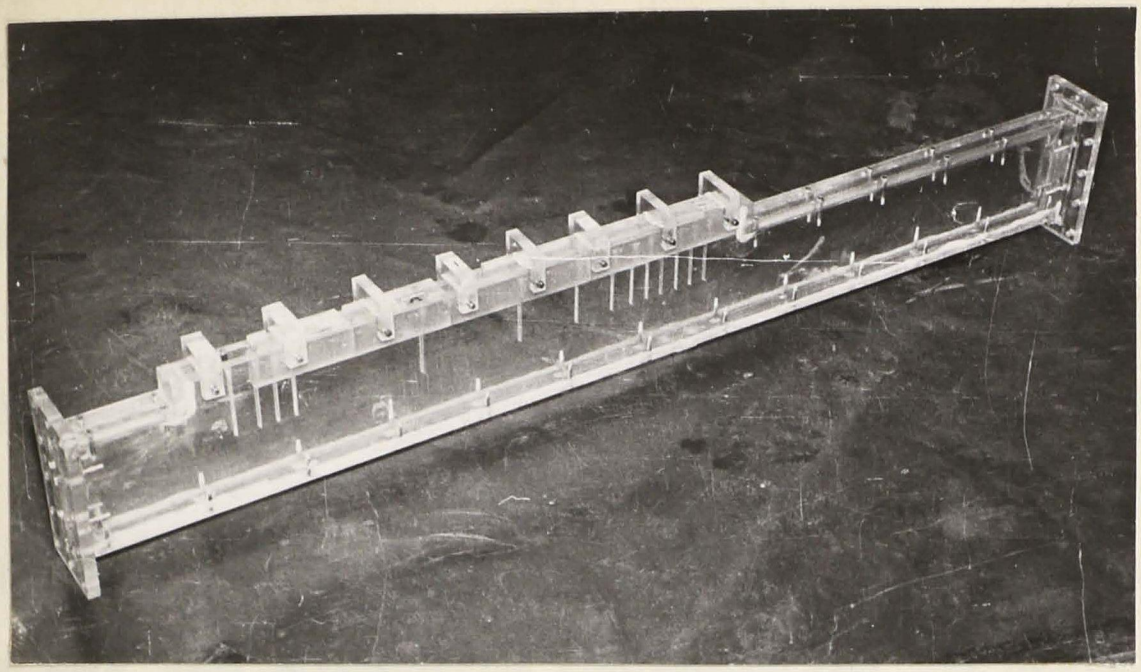


Рис.3-10. Общий вид экспериментальной трубы.

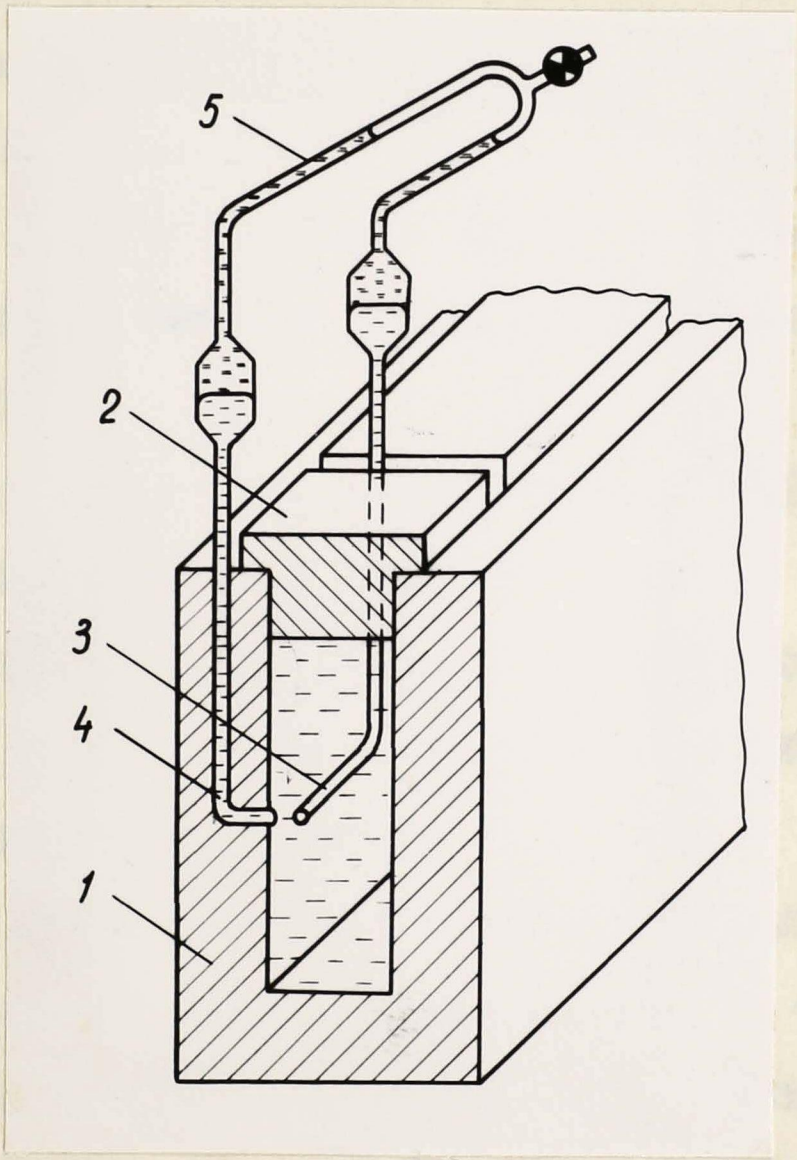


Рис.3-11. Схема измерений локальной скорости.

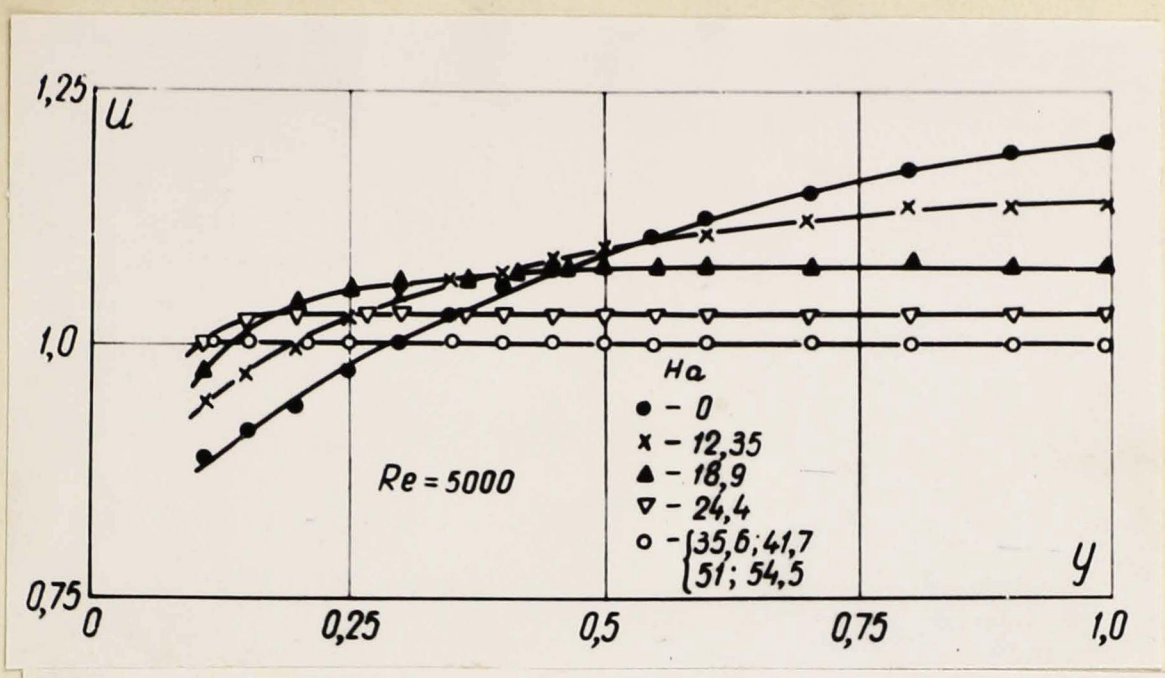
1- экспериментальная труба, 2- съемные вставки, 3- трубка Пито, 4- отверстие для отбора статического давления, 5- дифманометр.

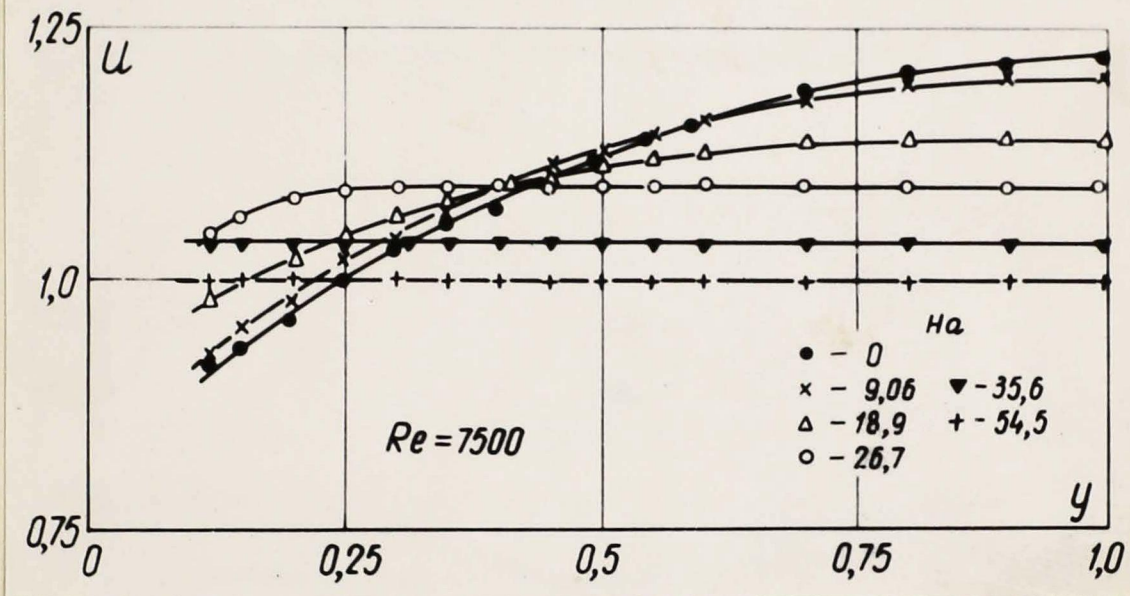
тока в магнитное поле составляла 45 см или 90 характерных размеров трубы. (За характерный размер принята полуширина трубы в направлении силовых линий поля). Длина участка стабилизации течения в магнитном поле от места вступления потока в зазор магнита до сечения, в котором производились измерения - составляла 32 см или 64 характерных размера. (Как будет показано ниже - § 1 главы VI - , в этом месте профиль скорости был уже полностью сформирован магнитным полем). Длина полюсов магнита была равна 37 см.

Измерения скорости производились трубкой Пито диаметром 1,1 мм. Отбор статического давления располагался на боковой стенке трубы в одной плоскости с концом насадка трубки Пито. Схема измерений показана на рис.3-11.

Эксперименты велись при числах Рейнольдса Re = =10000; 7500 и 5000 и числах Гартмана $0 \leq Ha \leq 54{,}5$. Поскольку картина распределения скоростей по сечению трубы была симметричной, полученные данные приводятся для половины ширины трубы.

На рис.3-12 показаны экспериментальные профили скорости при различных числах Re и Ha, измеренные в центральном сечении трубы, параллельном магнитному полю. Измерения скоростей в центральном сечении, перпендикулярном магнитному полю, производившиеся при тех же значениях Re и Ha, показали, что здесь изменение формы эпюры осредненных скоростей практически





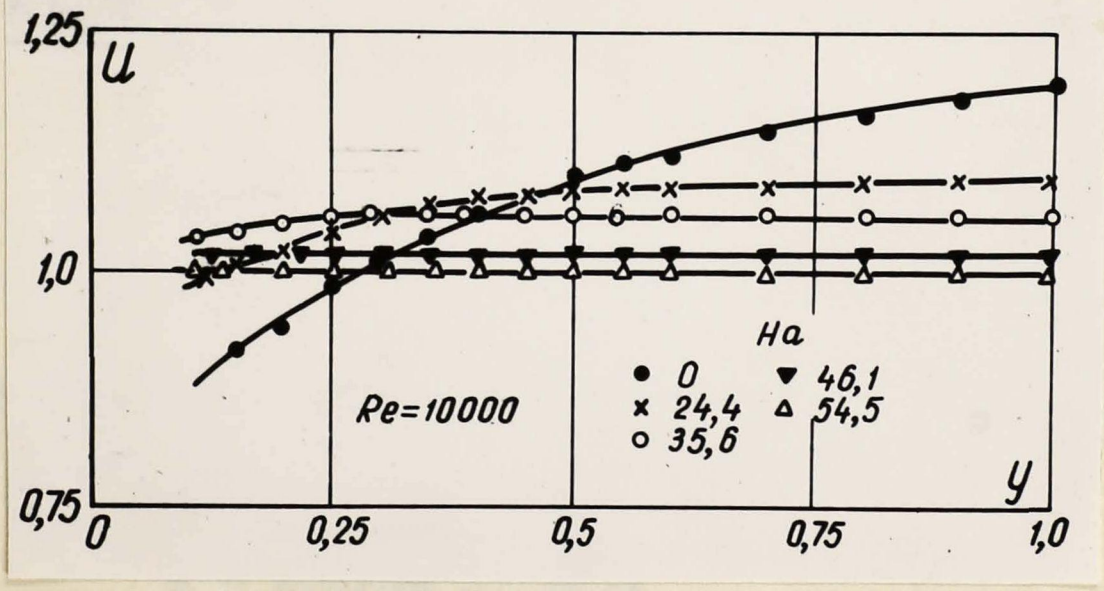


Рис.3-12. Экспериментальные профили скорости при различных числах Re и Ha.

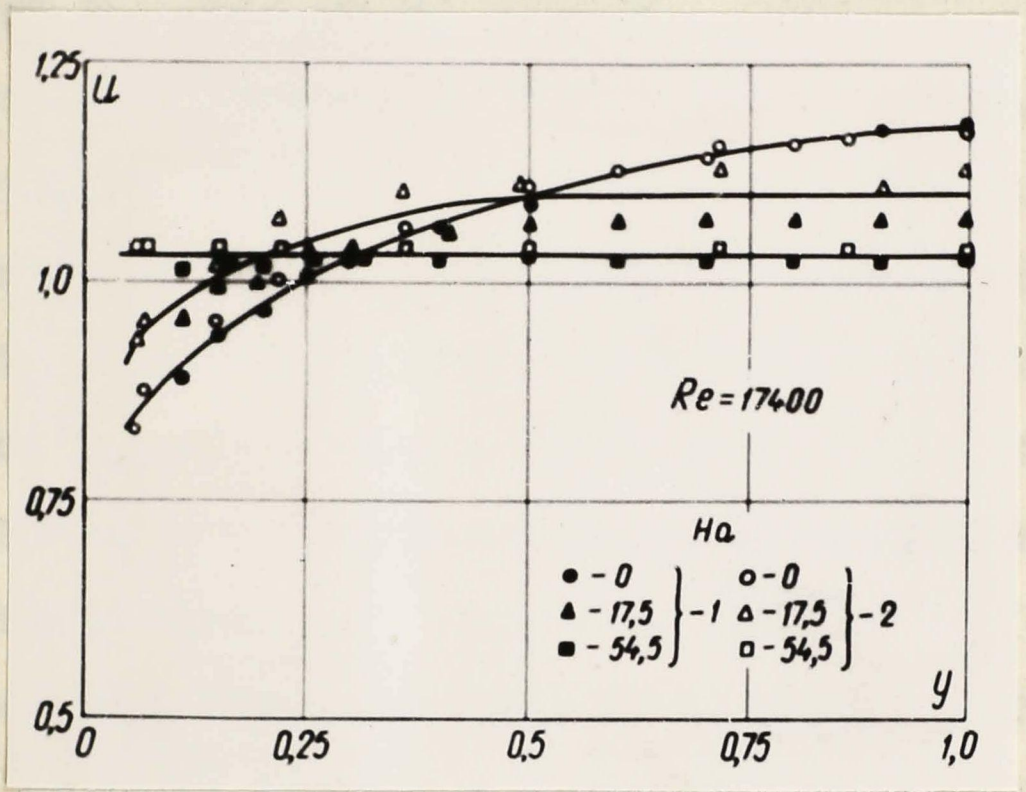


Рис.3.13. Сравнение экспериментальных данных при Re = 17400 с опытами результатами Ликодиса / II /:

I - данные автора,

2 - данные Ликодиса.

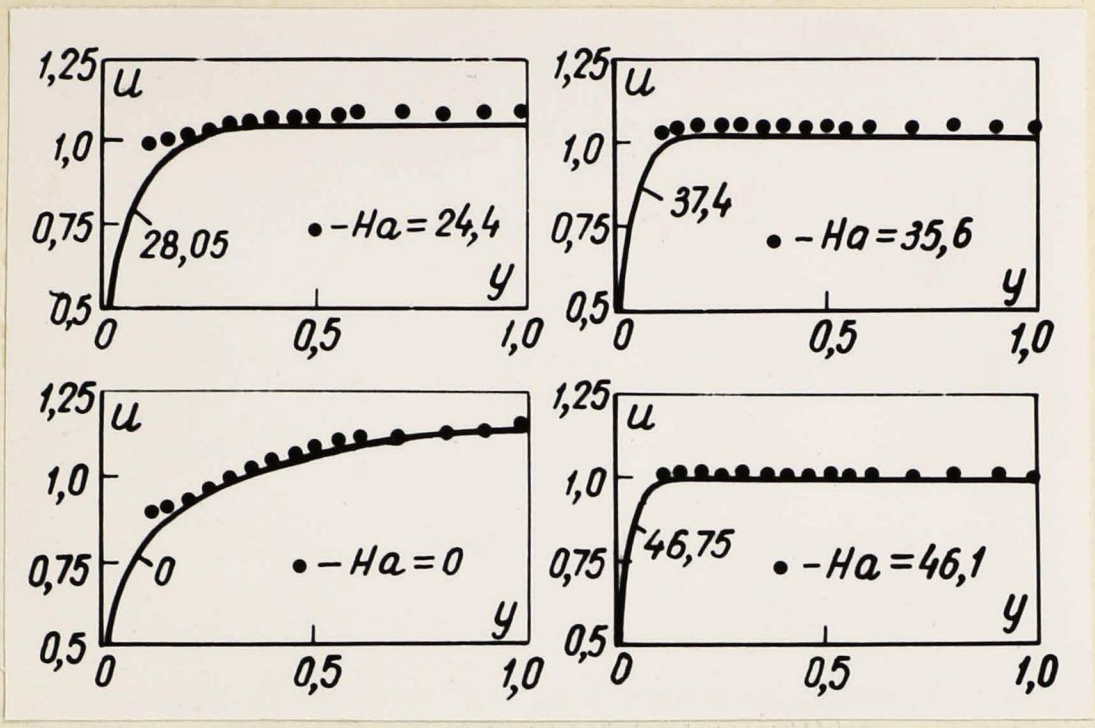
не наблюдается (за исключением весьма узкой области, непосредственно примыкающей к верхней и нижней стенке трубы).

На всех приведенных графиках отчетливо прослеживается эффект Гартмана. Если при $Ha=0$ скорость в ближайшей к стенке точке составляет ~ 0,8 ÷ 0,85 средней по сечению, то при $Ha =$ 40–55 она достигает 1,03 ÷ 1,0 средней и, таким образом, скорости течения становятся почти постоянными в большей части поперечного сечения. Существенное выравнивание скоростей в средней части сечения, несмотря на подавление турбулентности, хорошо согласуется с другим экспериментальным фактом – с увеличением коэффициента сопротивления магнитным полем при значениях числа $Re > Re_{кр}$.

Следует отметить удовлетворительное совпадение наших опытных данных с экспериментальными результатами Ликодиса /11/, работавшего с трубой прямоугольного сечения, у которой отношение сторон было 1:5 (рис. 3-13). На рисунке 3-13 кривые проведены через точки обеих серий экспериментов. Такое совпадение позволяет заключить о возможности использования данных теории для плоско-параллельного течения, начиная с $\beta = \frac{b}{a} \geq 5$.

В заключение проведем сравнение экспериментальных результатов с данными теоретических расчетов по предложенным выше методам. На рис. 3-14 ÷ 3-17 показаны расчетные профили скорости в сопоставлении с нашими экспериментами и опытами Ликодиса /11/. Наилучшее

а)



б)

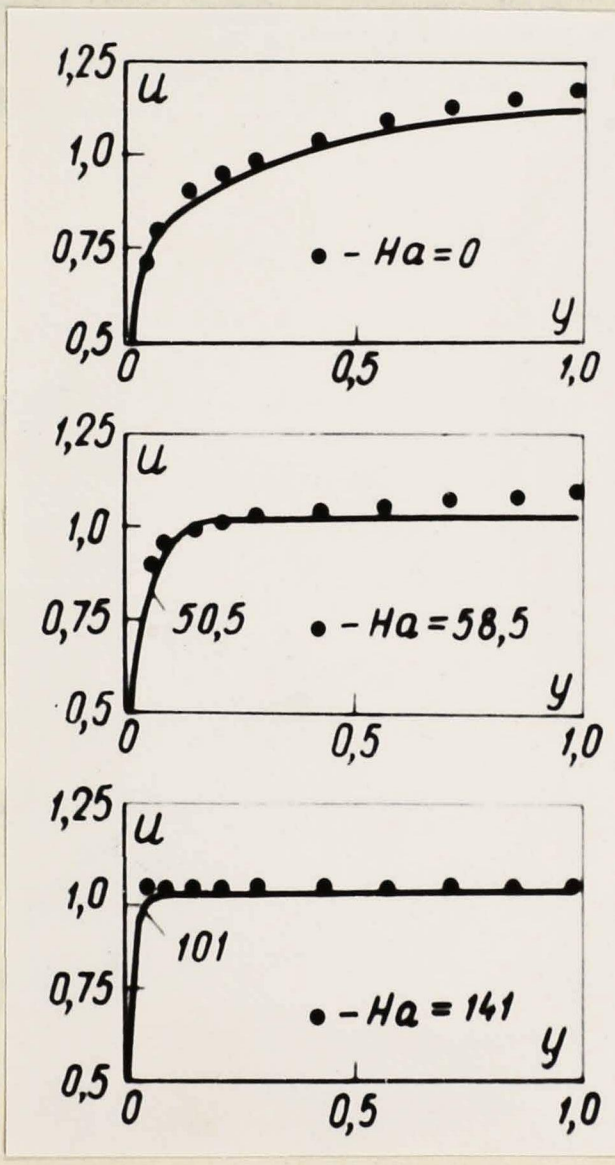


Рис.3.14. Сопоставление экспериментальных и расчетных профилей скорости, вычисленных с использованием функции $exp(-\beta N^2/\,du/dy)$ – (3.10)

а) $Re = 10000$, эксперимент автора.

б) $Re = 25250$, эксперимент Ликодиса /11/ при $Re = 30400$.

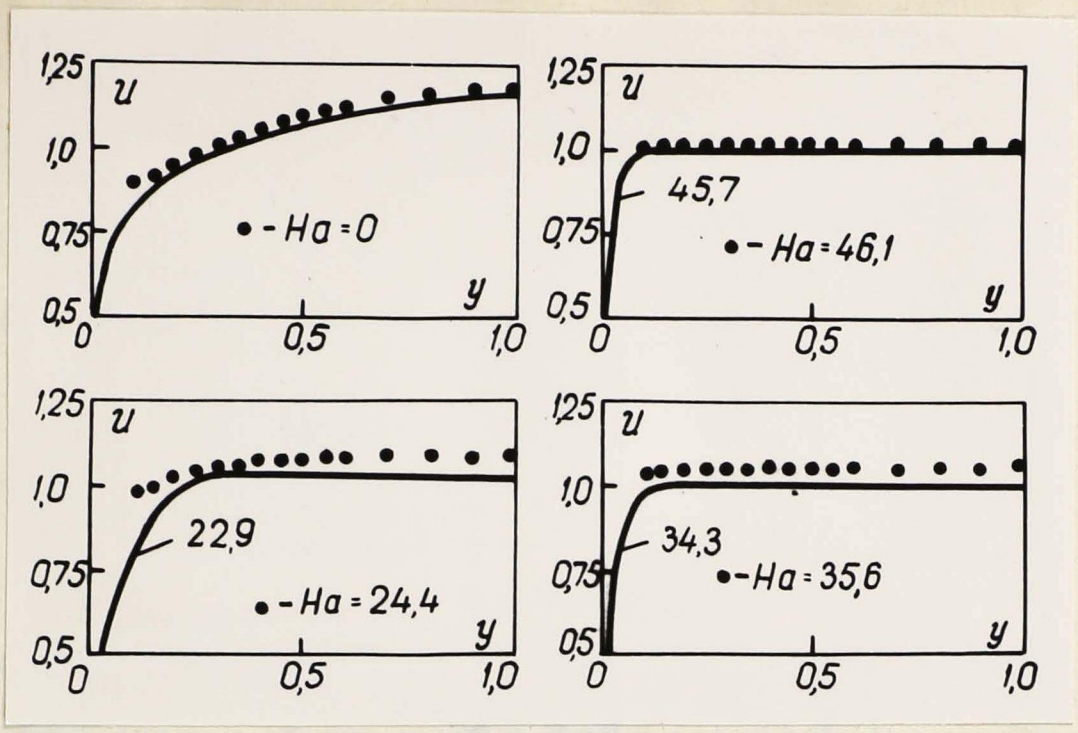


Рис.3.15. Сопоставление экспериментальных и расчетных профилей скорости, вычисленных с использованием функции $\exp(-\beta N/\frac{du}{dy})$. $Re = 10000$.

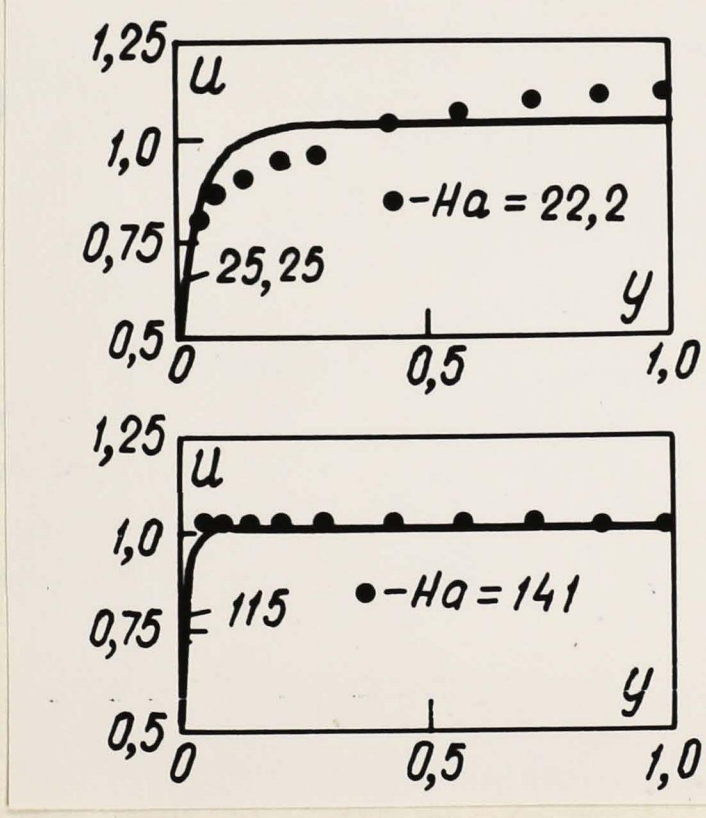
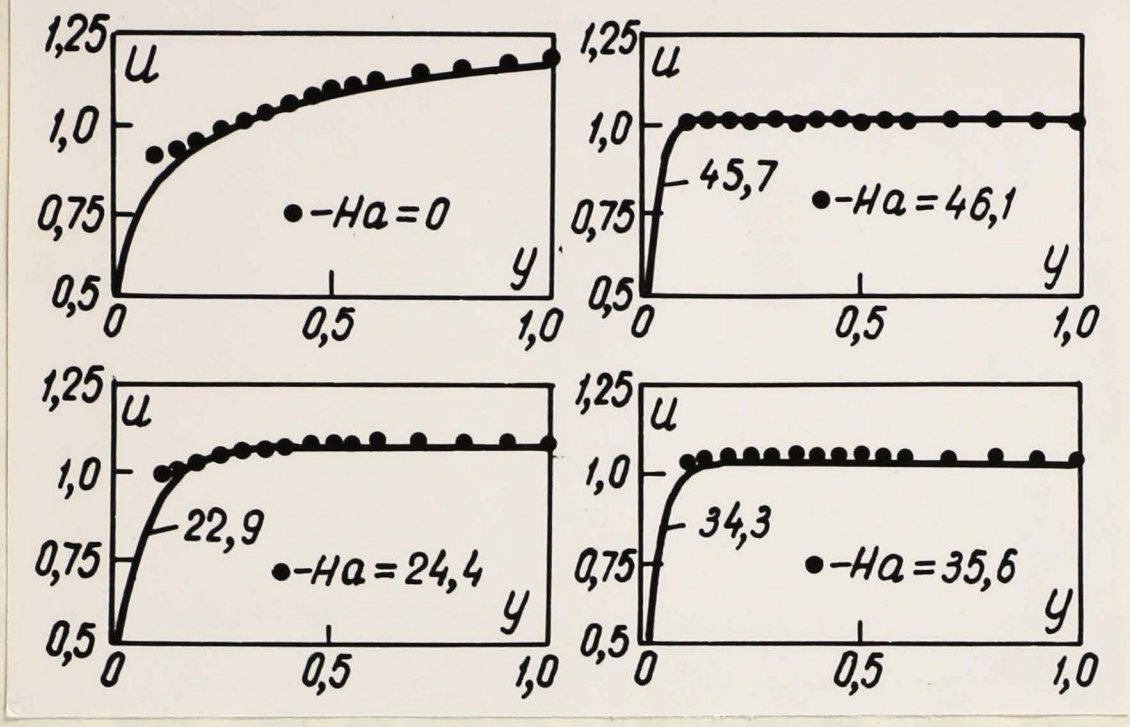


Рис.3.16. Сопоставление экспериментальных и расчетных профилей скорости, вычисленных по интерполяционным зависимостям. Сплошная линия - расчет при $Re = 25250$, точки - эксперимент Ликодиса /11/ при $Re = 30400$.

а)



б)

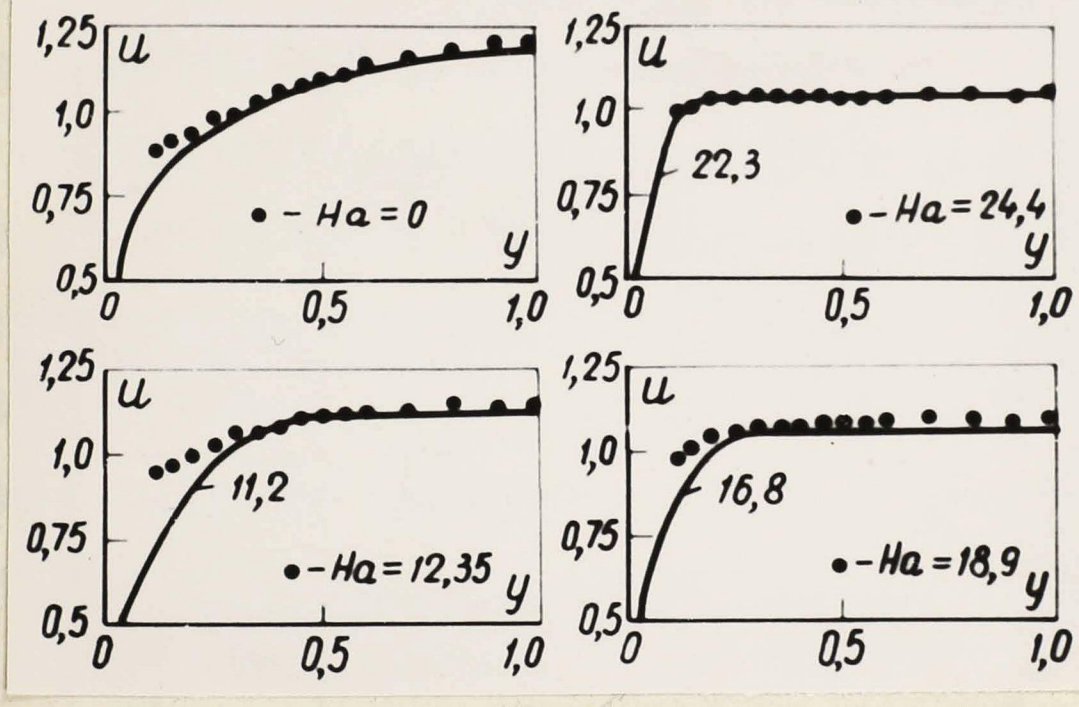


Рис.3.17. Сопоставление экспериментальных и расчетных профилей скорости, вычисленных с использованием функции $\frac{1}{1+(Nu_0)^{3/2}}$

а) $Re = 10000$.
б) $Re = 5000$.

совпадение результатов имеет место, когда масштаб в выражении $\overline{u'v'}$ имеет вид

$$l = l_0 \exp\left(-\beta N^2 \Big/ \frac{du}{dy}\right) \quad \text{и} \quad l = \frac{l_0}{1+\beta (N l_0)^{3/2}}$$

Несколько худшее совпадение при использовании масштаба в виде $l = l_0 \exp\left(-\beta N \Big/ \frac{du}{dy}\right)$ и при расчете профиля скорости по интерполяционным зависимостям. Но и в этом случае максимальное отклонение не превышает ~20% при малых Ha и быстро уменьшается с ростом Ha. Отметим еще раз хорошее совпадение при $Ha = 0$ теоретических и экспериментальных результатов, полученных на ртути. К сожалению стремление получить плоско-параллельное течение ограничило размер трубы, так что координата ближайшей к стенке точки, где еще проводились измерения скоростей, равна ~ 0,11, и в области наиболее интересной для анализа (вблизи стенки) экспериментальных данных не получено. Тем не менее, проведенное подробное измерение профилей скорости в указанном диапазоне позволяет судить о приемлемости предлагаемых способов расчета турбулентных МГД- течений.

§ 5. Выводы и рекомендации

Резюмируя проведенные исследования, сделаем некоторые выводы.

1. Задача о плоско-параллельном течении в поперечном магнитном поле может быть вполне приемлемо

решена даже на основе сравнительно грубого допущения о влиянии поля на турбулентное трение, каковым являются, например, допущения (3.9) и (3.10). Действительно, несмотря, на различное поведение функции $(\tau_т)_{max} = f(Ha)$ при различных выражениях для турбулентных касательных напряжений (рис.3-18), результаты расчета вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными как по профилям скорости, так и по коэффициентам сопротивлений.

2. Для определения основных характеристик потока в выражении для турбулентного трения может быть всего одна свободная постоянная, подлежащая экспериментальному определению. Однако, к полученным данным, касающимся структуры турбулентности в присутствии магнитного поля, на основе имеющихся полуэмпирических теорий нужно относиться с большой осторожностью.

3. Расчет плоско-параллельного трения в поперечном магнитном поле может быть произведен с помощью интерполяционных зависимостей, базирующихся на самых общих экспериментальных фактах, и позволяющих получать зависимости для λ, u и $\overline{u'v'}$ в явном виде, удобном для инженерных расчетов.

4. Экспериментальное изучение профилей скоростей и сравнение их с теоретическими результатами подтверждает глубокое воздействие магнитного поля на скоростную структуру течения и свидетельствует о возможности применения полученных теоретических зависимостей.

5. Совпадение наших экспериментальных данных (в трубе с отношением сторон 1:9) с опытными значениями для 1 и 4 Ликодиса /11/ в трубе с отношением сторон 1:5 позволяет заключить ,что расчетные зависимости для плоско-параллельного течения можно применять уже в трубах с $\beta = \frac{2b}{2a} \geq 5$

6. Для получения более точного выражения,учитывающего влияние магнитного поля на подавление турбулентных пульсаций, в настоящее время необходима интенсификация разработки способов экспериментальных исследований структуры турбулентности в магнитогидродинамических потоках.

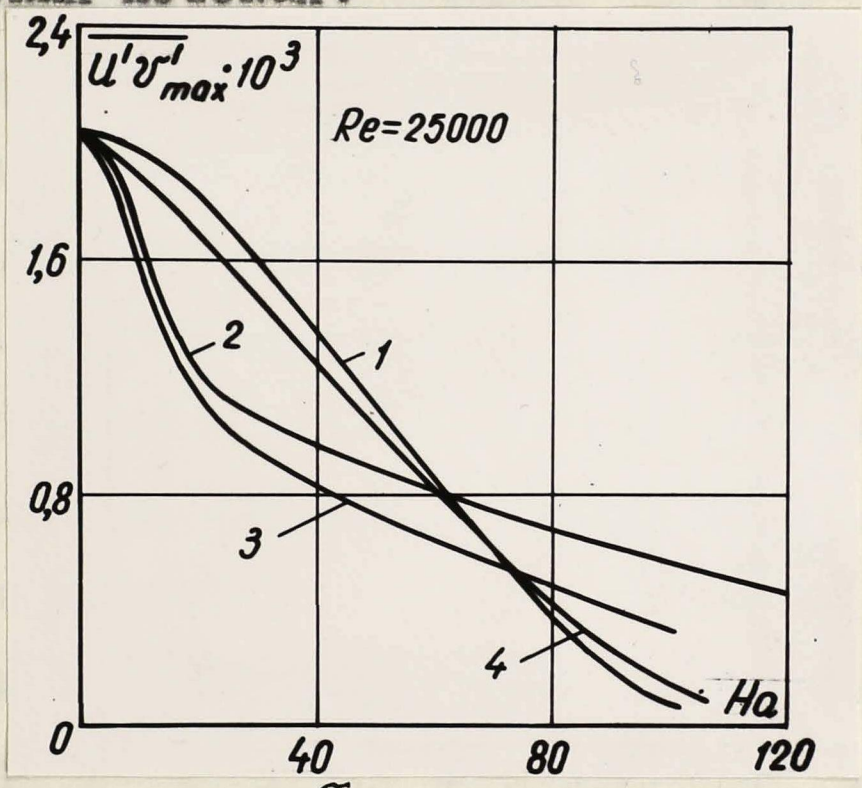


Рис.3.18. Зависимость $(\tau_T)_{max}$ от числа Ha при различных выражениях для турбулентного касательного напряжения при Re =25000:

1- с использованием функции $exp(-\beta N/\frac{du}{dy})$

2- с использованием функции $1/[1+\beta(N\ell_0)^{3/2}]$

3- с использованием функции $exp(-\beta N^2/\frac{du}{dy})$

4- с использованием интерполяционных зависимостей.

Глава IУ.

РАВНОМЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ТРУБАХ С ШЕРОХОВАТЫМИ СТЕНКАМИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ.

Вопросы изучения МГД - течений в трубах с шероховатыми стенками являются актуальными в связи с тем, что даже в нормальных условиях обработки и эксплуатации поверхность трубопроводов не всегда можно считать гидравлически гладкой. Различные недостатки обработки, прилипание и застывание металла на стенках, явления коррозии и т.п. могут привести к значительной шероховатости их стенок.

Опубликованные до настоящего времени работы (см. главу 1) посвящены в основном течениям в трубах с крупной шероховатостью в виде полос, дисков и редких зерен.

Задачей данной работы являлось изучение турбулентных потоков ограниченных стенками, покрытыми сплошной равномерной зернистой шероховатостью, наиболее часто встречающейся в инженерной практике при работе с расплавленными металлами.

В настоящей главе приводятся результаты теоретического и экспериментального исследования указанного вопроса для случая плоско-параллельного течения между шероховатыми стенками, и на основе имеющихся данных даются некоторые рекомендации для инженерных расчетов.

§ 1. Полуэмпирическая теория турбулентного плоско-параллельного течения между стенками, покрытыми равномерной зернистой шероховатостью.

В предыдущей главе была изложена полуэмпирическая теория для плоско-параллельного течения между гладкими стенками, основанная на идее о том, что влияние магнитного поля на турбулентное течение может быть учтено через посредство масштаба турбулентности. При надлежащем выборе единственной константы эта теория дает не только качественное, но и удовлетворительное количественное совпадение с результатами эксперимента.

Та же теория может быть применена и при рассмотрении плоско-параллельного течения между шероховатыми стенками в присутствии поперечного магнитного поля. Вопрос о влиянии магнитного поля на масштаб турбулентности решается, однако, в этом случае несколько более сложно. В основу рассуждений может быть положена формула Ротта /108/, используемая в общей гидродинамике и учитывающая, что вблизи стенки масштаб определяется размером шероховатости:

$$l = l_{oo} + l_1 \qquad (4.1)$$

где l_{oo} - обычный масштаб Прандтля-Никурадзе;

l_1 - масштаб пристеночной турбулентности, зависящий от размера шероховатости.

Очевидно, что при $y=0$ $l_{oo}=0$ и, следовательно $l=l_1$

Исходя из экспериментальных данных Никурадзе /109/,

Ротта получил для $l_{1,0}$ следующее выражение (в безразмерном виде):

$$l_{1,0} = 0{,}014\varepsilon - \frac{0{,}76}{Re\sqrt{\frac{\Delta}{2}}} \qquad (4.2)$$

Формула (4.2) справедлива при $\varepsilon \geq 54\left(Re\sqrt{\frac{\Delta}{2}}\right)^{-1}$. Здесь ε - размер шероховатости, отнесенной к половине расстояния между стенками - a.

При течении в присутствии поперечного магнитного поля относительно изменения величины l_{00} сохраняются все те же соображения, которые были высказаны в главе II, и поэтому ее следует умножить на один из множителей:

$$\exp\left(-\beta N \frac{dy}{dy}\right); \quad \exp\left(-\beta N^2 \frac{dy}{dy}\right); \quad \frac{1}{1+\beta(Nl_0)^{3/2}};$$

Иначе обстоит дело с величиной l_1.

В работе /110/ было показано, что при ламинарном течении в поперечном поле, эффективный размер шероховатости увеличивается с увеличением числа Стюарта. Mo/ Важно полагать, что качественно та же картина сохраняется и при турбулентном течении. Это дает основание для того, чтобы написать для l_1 следующую зависимость:

$$l_1 = l_{1,0} + c(N)(\varepsilon - l_{1,0}) \qquad (4.3)$$

Относительно функции $c(N)$ можно лишь сказать, что она положительна и, по-видимому, возрастает с увеличением N. Конкретный же вид ее может дать лишь сопоставление расчета и эксперимента.

Такие расчеты были проведены на ЭВМ. Также, как в предыдущей главе, решалось уравнение

$$\frac{d}{dy}\left[\frac{1}{Re}\frac{du}{dy}+\ell^2(y)\left(\frac{du}{dy}\right)^2\right]+N(1-u)+\frac{\lambda}{2}=0 \qquad (4.4)$$

с граничными условиями

$$u\Big|_{y=0}=0\,;\qquad \frac{du}{dy}\Big|_{y=1}=0\,; \qquad (4.5)$$

и интегральным условием

$$\int_0^1 u(y,\lambda)\,dy=1\,, \qquad (4.6)$$

причем техника решения оставалась аналогичной описанной в главе II.*)

Для сравнения с экспериментальными данными и уточнения значения $c(N)$ была использована одна из полученных нами в опытах (см.§ 2) зависимостей $\lambda=f(Ha)$ для $Re=23500$ и $\varepsilon=1/8{,}25$ показания которой на рис.4-1.

Определение вида функции $c(N)$ велось следующим образом. При некотором N принимались два значения C (C_1 и C_2) и соответственно находились два значения λ (λ_1 и λ_2). Считая, в первом приближении, что λ зависит от C линейно, находилось истинное значение C, соответствующее экспериментальному значению λ. Вид кривой $c(N)$ показан на рис.4-2. Как видно функция эта довольно сложна. Ее, однако, можно по крайней мере прибл-

*) Ниже приводятся данные расчета с использованием множителя при масштабе l_0 в виде $1/[1+\beta(Nl_0)^{-3/2}]$

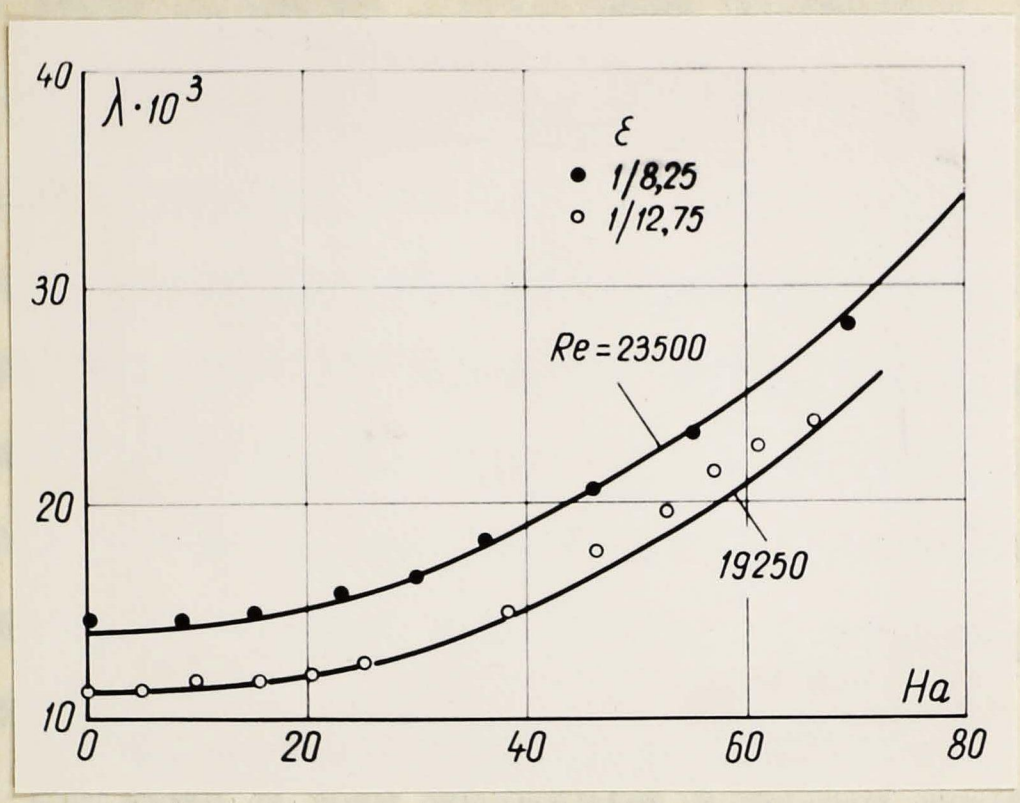


Рис.4-1. К определению функции C(N). Сплошные линии - по расчету, точки - эксперимент.

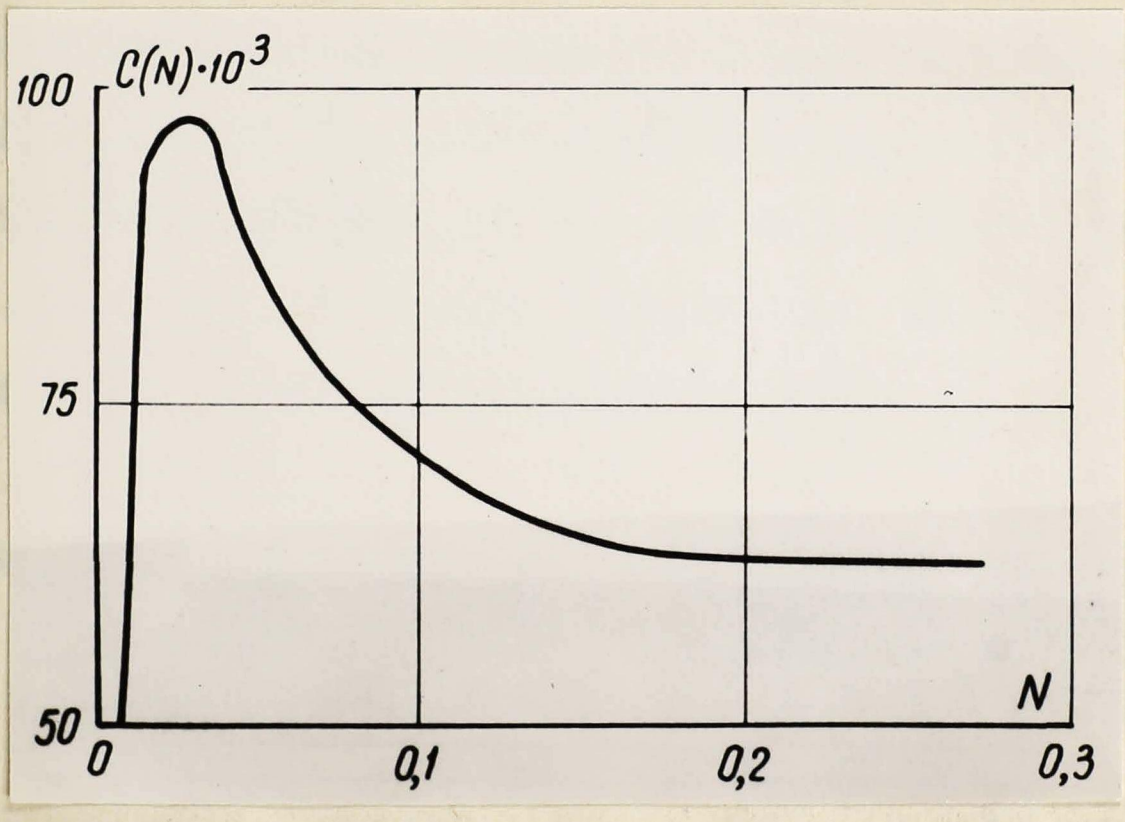


Рис.4-2. Вид функции C (N), определенной для $Re = 23500$ и $\varepsilon = 1/8,25$.

лизительно считать универсальной. Действительно, при том же виде функции $C(N)$ были проведены расчеты для $\epsilon = \frac{1}{12,75}$ и $Re = 19250$. Полученные теоретические результаты (рис.4-1) вполне удовлетворительно согласуются с экспериментом. Более подробное сопоставление с опытными данными мы приведем ниже, после описания экспериментальных исследований, а сейчас рассмотрим результаты расчета распределения скоростей и напряжений турбулентного трения при течении между шероховатыми стенками.

На рис.4-3 и 4-4 показаны графики изменения u и $\overline{u'v'}$ в зависимости от Ha. Качественно картина распределения скоростей хорошо отражает влияние магнитного поля на эпюру скоростей. Отметим, что несмотря на некоторое уменьшение градиента скорости вблизи стенки при малых числах Гартмана, уменьшение коэффициента сопротивления при тех же Ha не наблюдается. Объясняется это резким увеличением напряжений турбулентного трения у стенок трубы, что отчетливо видно на рис.4-4.

§ 2. Экспериментальное исследование влияния поперечного магнитного поля на коэффициент сопротивления при течении в трубах с шероховатыми стенками.

Для проведения опытов был использован ртутный контур с баком постоянного напора. Экспериментальные трубы изготовлялись с большим отношением сторон ($1/12 \div 1/18$) в поперечном сечении, чтобы приблизить течение к

($\frac{1}{12} \div \frac{1}{18}$) сущ

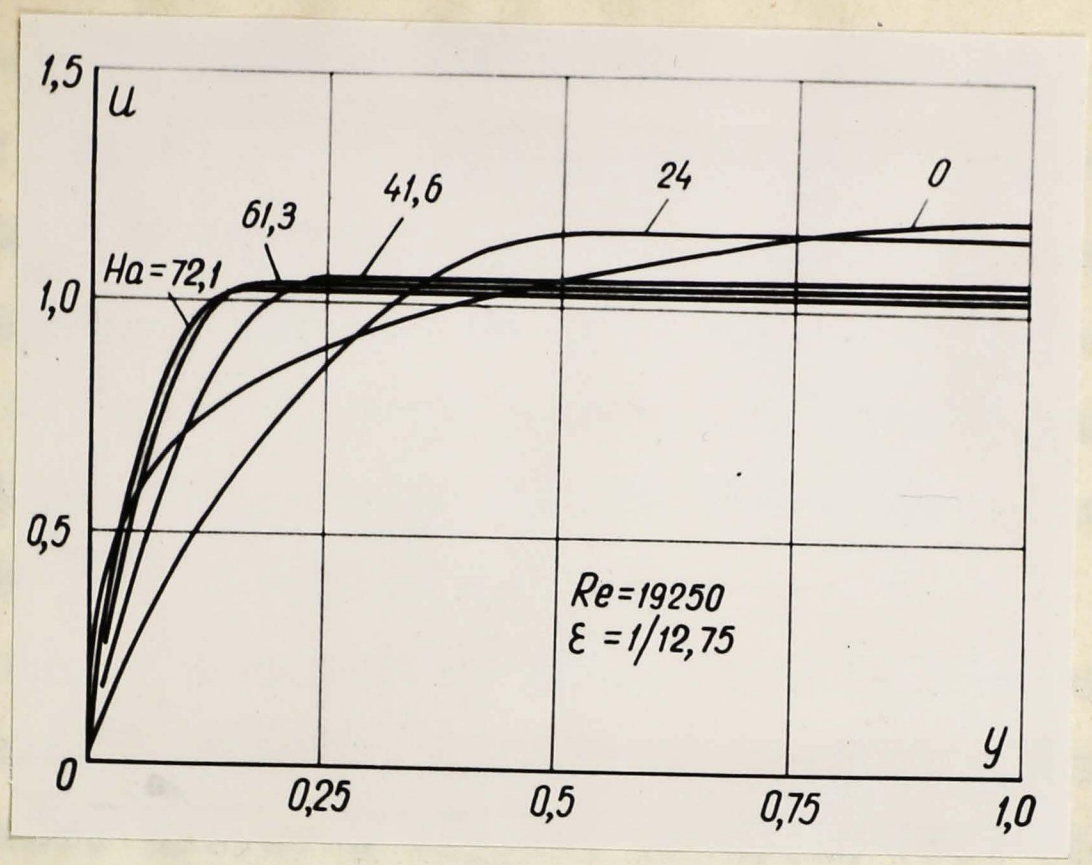


Рис.4-3. Профили скорости при течении между шероховатыми стенками.

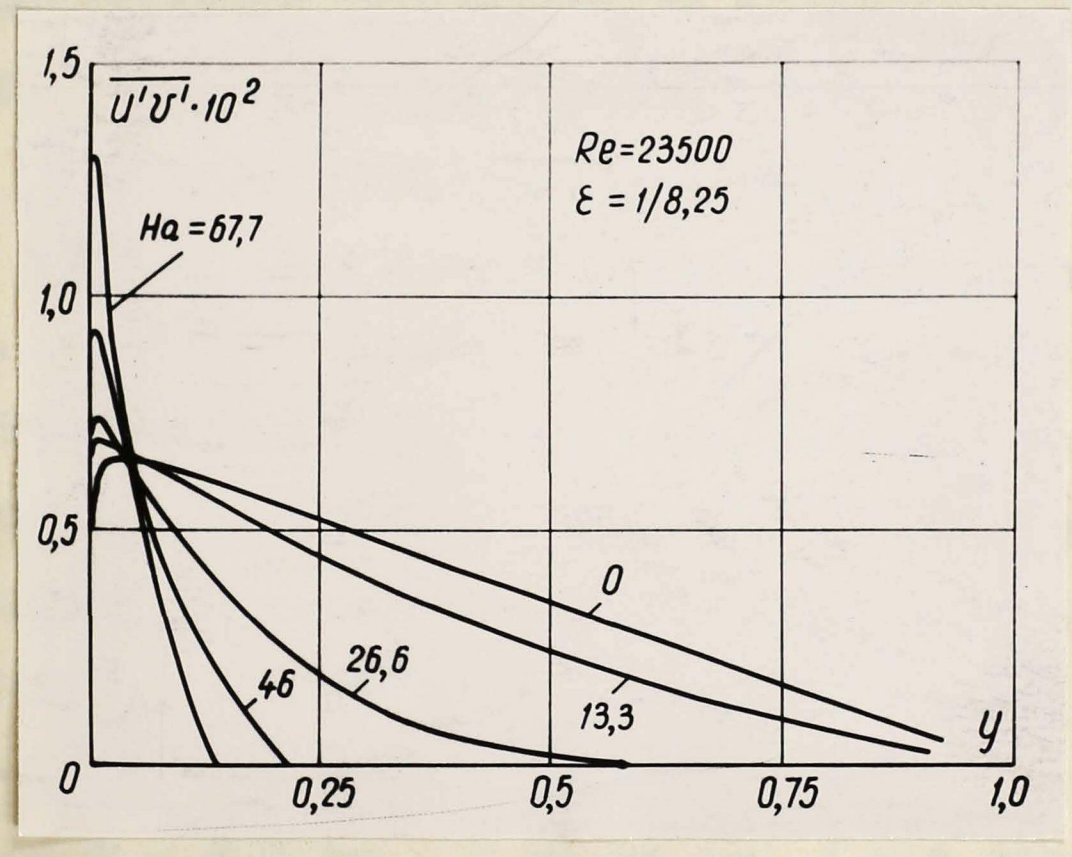


Рис.4-4. Распределение турбулентных касательных напряжений при течении между шероховатыми стенками.

плоско-параллельному. Шероховатость устраивалась на боковых (широких) стенках трубы, перпендикулярных магнитному полю, путем приклеивания к ним шлифовальной водостойкой шкурки по ГОСТ 10054-62. Качество покрытия шкурки и ее зернистость оценивались визуально и проверялись микроскопическим методом измерений на соответствие ГОСТ"у 3647-59.

За абсолютную высоту шероховатости принимался размер основной фракции абразивных зерен, входящих в состав абразивного покрытия шкурки. Согласно ГОСТ 3647-59 и проведенной проверке количество зерен, соответствующих размеру (с точностью ±10%) основной фракции составляет 80-85% от общего числа зерен в покрытии.

Относительная шероховатость определялась в соответствии с рекомендациями работы /111/ как $\varepsilon = \frac{K}{a}$ где K - высота элементов шероховатости, a - половина ширины трубы в направлении поля (радиус вписанной окружности).

Экспериментальные трубы (рис.4-5) изготовлялись из оргстекла по технологии, описанной в § 2 главы II, и имели следующие размеры. Первая труба - поперечное сечение 0:4 x 7,0 см^2, K =0,0063 см, ε =0,032; вторая труба - 0,6 x 7,0 см^2, K =0,0063 см, ε =0,021; третья труба - 0,6 x 7,0 см , K =0,01 см, ε = 0,033.*) Общая длина всех труб была равна ~ 42 см, длина участка в

*) В дальнейшем, для краткости, мы так и будем называть трубы: первая, вторая и третья.

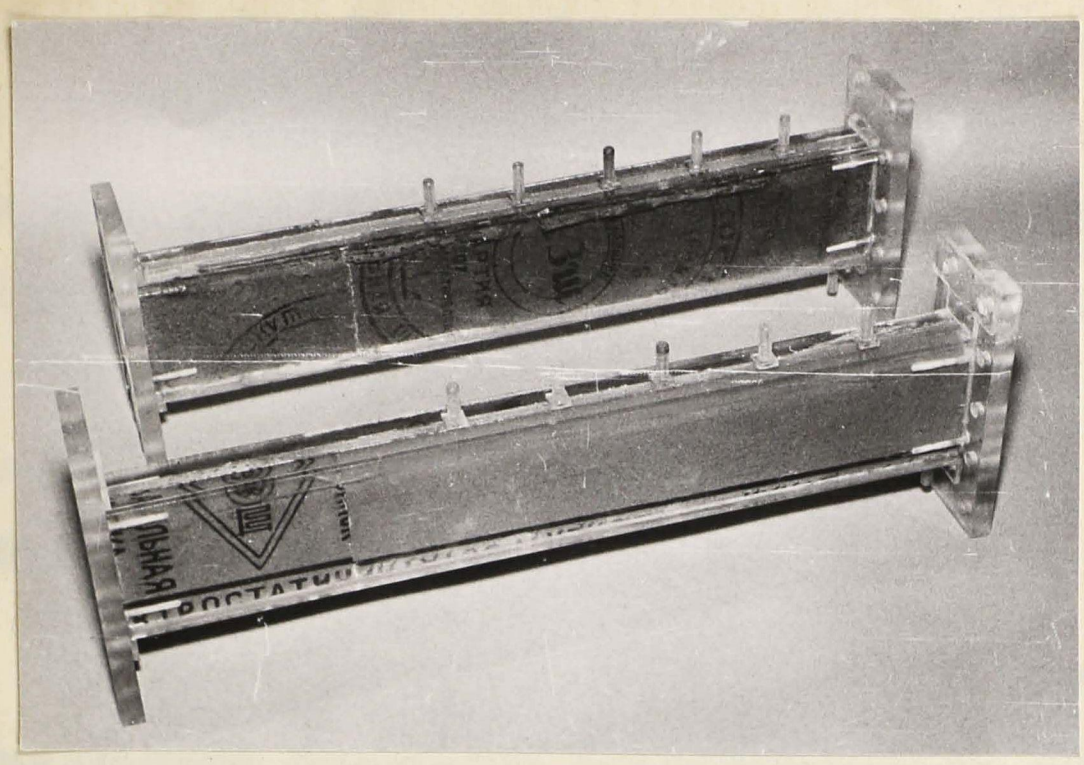


Рис.4-5. Общий вид экспериментальных труб с шероховатыми стенками.

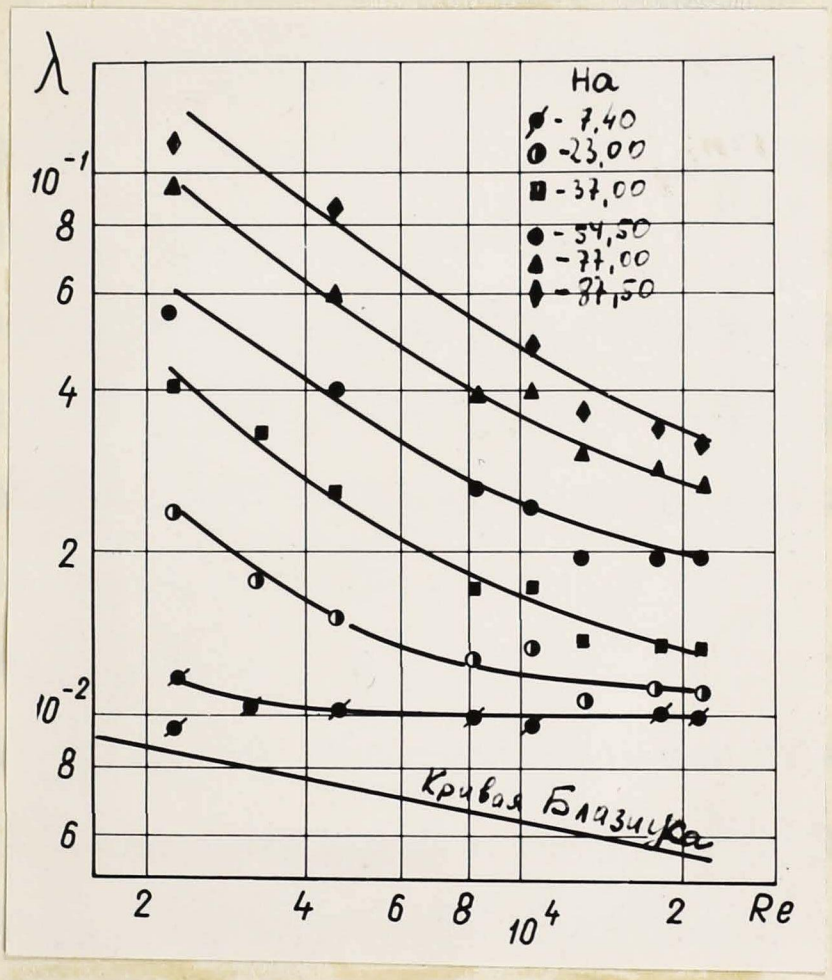


Рис.4-6а. Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в шероховатых трубах в координатах $\lambda = f(Re)$

а) первая труба 0,4x7,0 см^2; ε=0,032; K = 0,0063 см.

магнитном поле - 38 см. Перепад давления измерялся на длине 20 см от пяти отборов статического давления, расположенных через 5 см посредине короткой стороны сечения. Первый отбор находился на расстоянии 12 см от места вступления потока в магнитное поле.

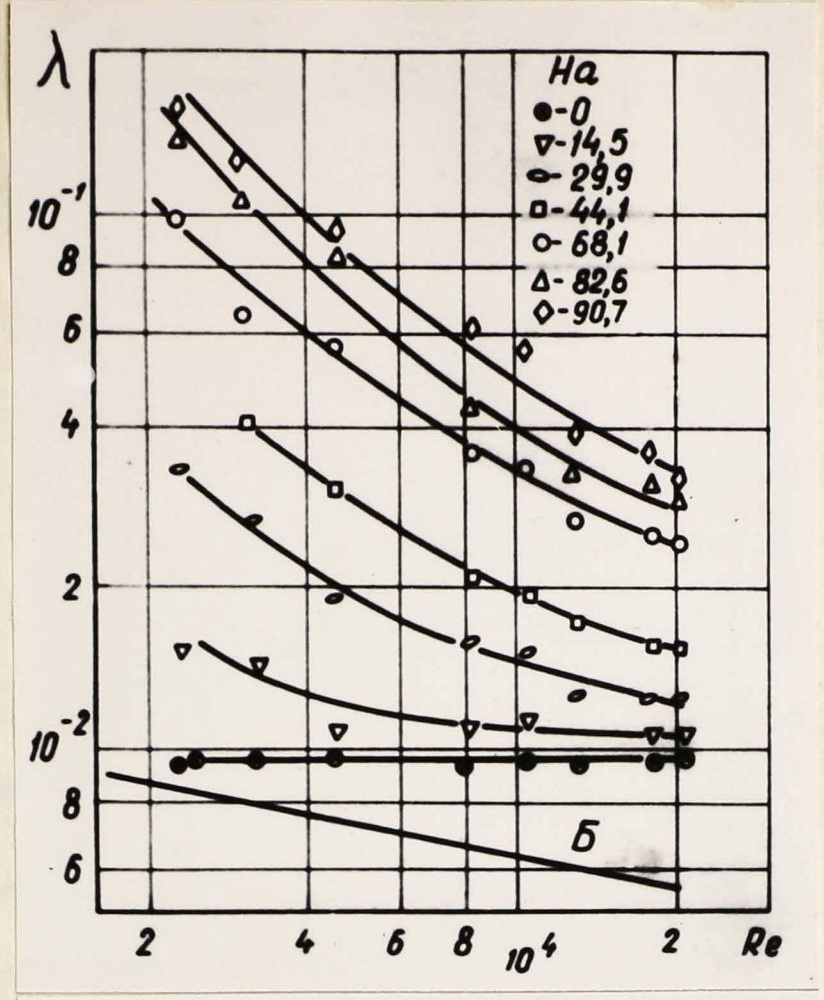
Числа Рейнольдса и Гартмана менялись в экспериментах в следующем диапазоне:

$$2000 \leq Re \leq 23500 \text{ и } 0 \leq Ha \leq 94.$$

Результаты измерений представлены на рис.4-6 и 4-8. На рис.4-6 показано изменение коэффициента сопротивления от числа Re при некоторых числах $Ha = const$. При $Ha = 0$ кривые имеют форму, характерную для турбулентного режима течения в области вполне шероховатых труб. С учетом рекомендаций Малайки /111/ наблюдается и удовлетворительное количественное совпадение значений коэффициентов сопротивлений с данными Никурадзе /109/ для аналогичных относительных шероховатостей (Погрешность не превышает +12%).

Некоторое увеличение значений λ при $Ha = 0$ в наших экспериментах видимо объясняется неоднородностью зернового состава в покрытии шлифовальной шкурки.

С увеличением числа Гартмана коэффициент сопротивления резко возрастает, причем его рост происходит значительно быстрее, чем в случае гладких каналов. Это наглядно видно на рис.4-7, где по горизонтальной оси отложены значения λ_H, вычисленные для случая ламинарного течения в плоском канале с гладкими стенками. Обра-



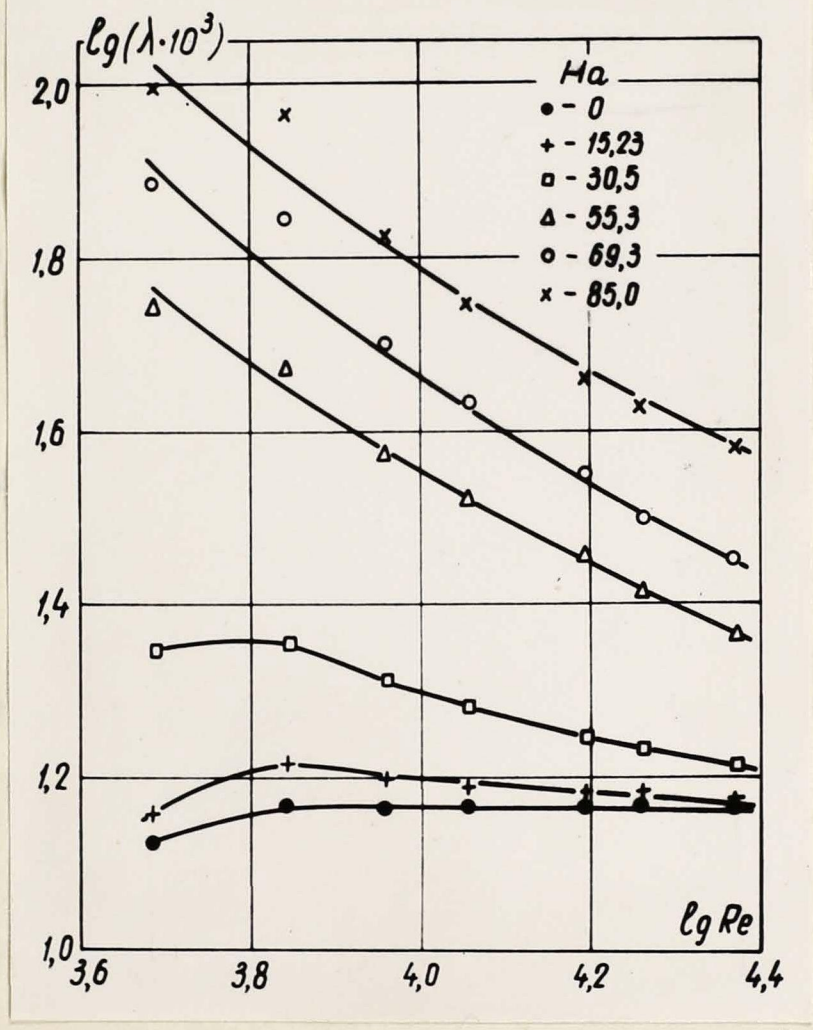
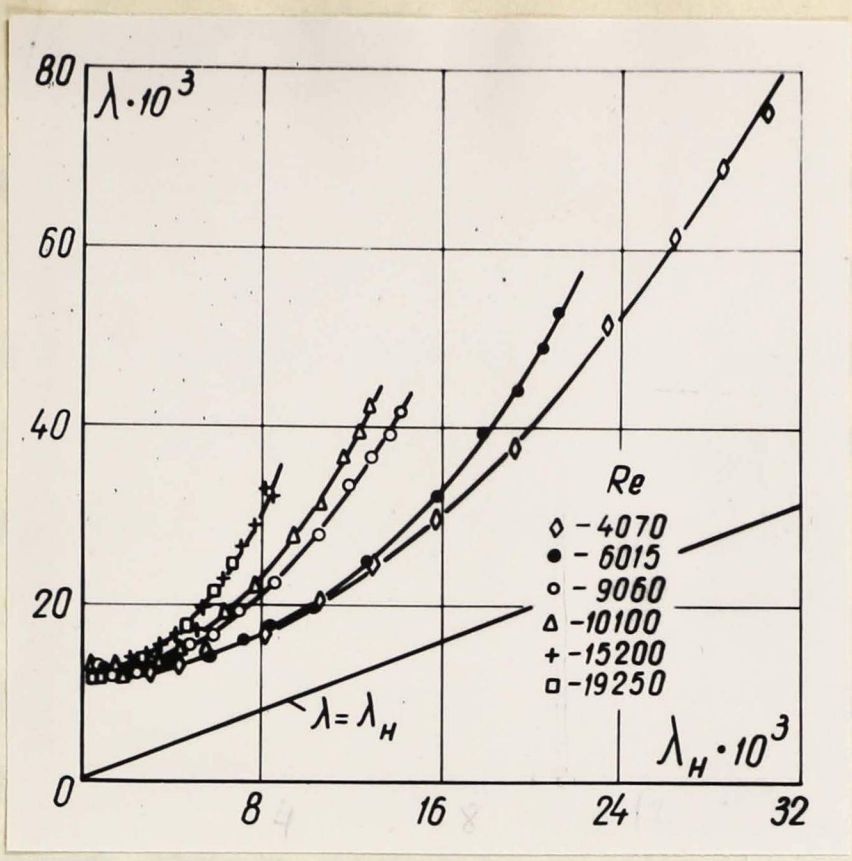


Рис. 4-6. (продолж.) Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в шероховатых трубах в координатах $\lambda = f(Re)$

б) вторая труба 0,6x7,0 см^2; ε=0,021; K = 0,0063 см.

в) третья труба 0,6x7,0 см^2; ε=0,033; K =0,01 см.



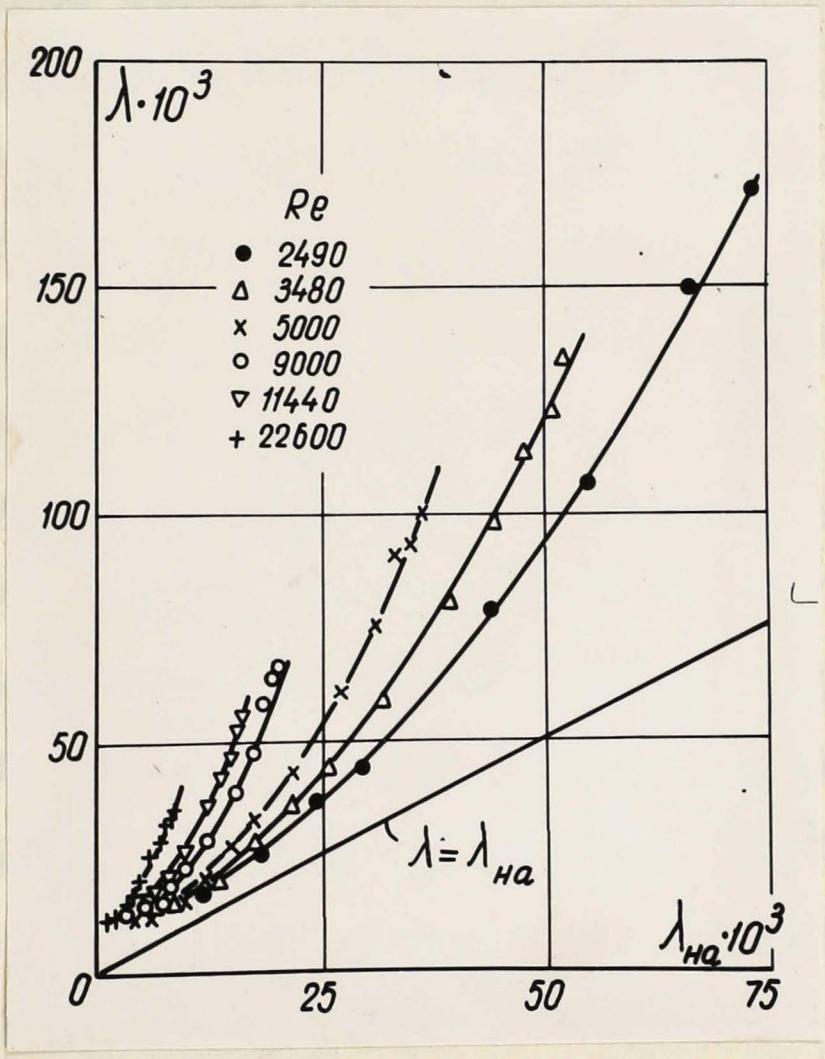


Рис.4-7. Зависимость коэффициента сопротивления от значения

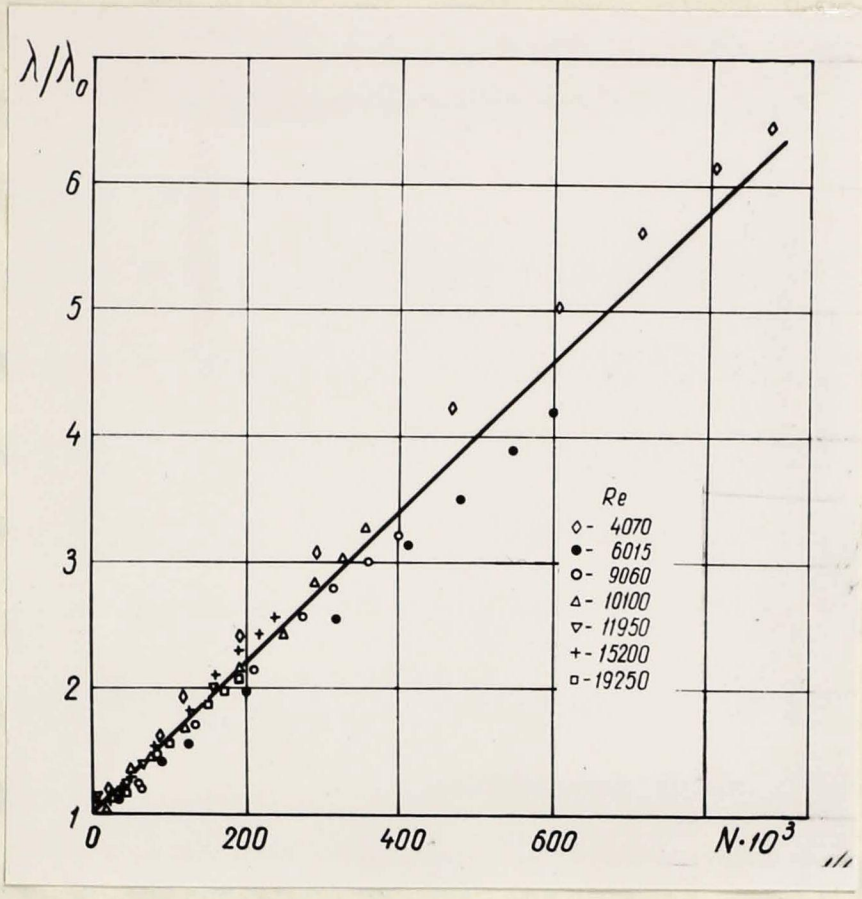
$$\lambda_н = \frac{2}{Re}\,\frac{Ha^2}{Ha\,cth\,Ha - 1}$$

а) первая труба, б) вторая труба.

щает на себя внимание два факта: отсутствие превалирования эффекта подавления турбулентности над ~~эффектом подавления турбулентности~~ эффектом Гартмана (уменьшение λ практически не происходит даже при малых Re и Ha) и отсутствие линейной зависимости между λ и λ_H . Кроме того, даже при относительно больших значениях $Ha/Re = 0{,}02 \div 0{,}05$ наблюдается расслоение кривых при различных числах Re .

Объяснение этому явлению следует, видимо, искать в аналогии между обтеканием тел в потоке и обтеканием шероховатости у стенки /41,42,97/, где коэффициент сопротивления зависит от числа Стюарта. Действительно, при представлении наших данных в координатах $\lambda/\lambda_0 = f(N)$ (рис.4-8) оказывается, что в этом случае наблюдается автомодельность по отношению к числу Рейнольдса. Подчеркнем, что линейная зависимость λ от N сохраняется и при максимальных значениях числа Стюарта, когда течение, вероятно, ламинаризовано полем. (Судить о моменте ламинаризации течения в шероховатых трубах по интегральной характеристике потока - коэффициенту сопротивления не представляется возможным. В этом случае требуются непосредственные измерения турбулентных пульсаций скорости). Последнее обстоятельство подтверждает результаты работы /110/, где показано, что в присутствии магнитного поля даже при ламинарном течении сопротивление возрастает гораздо более резко, чем в случае гладких труб. Объясняется это тем, что магнитное поле

а)



б)

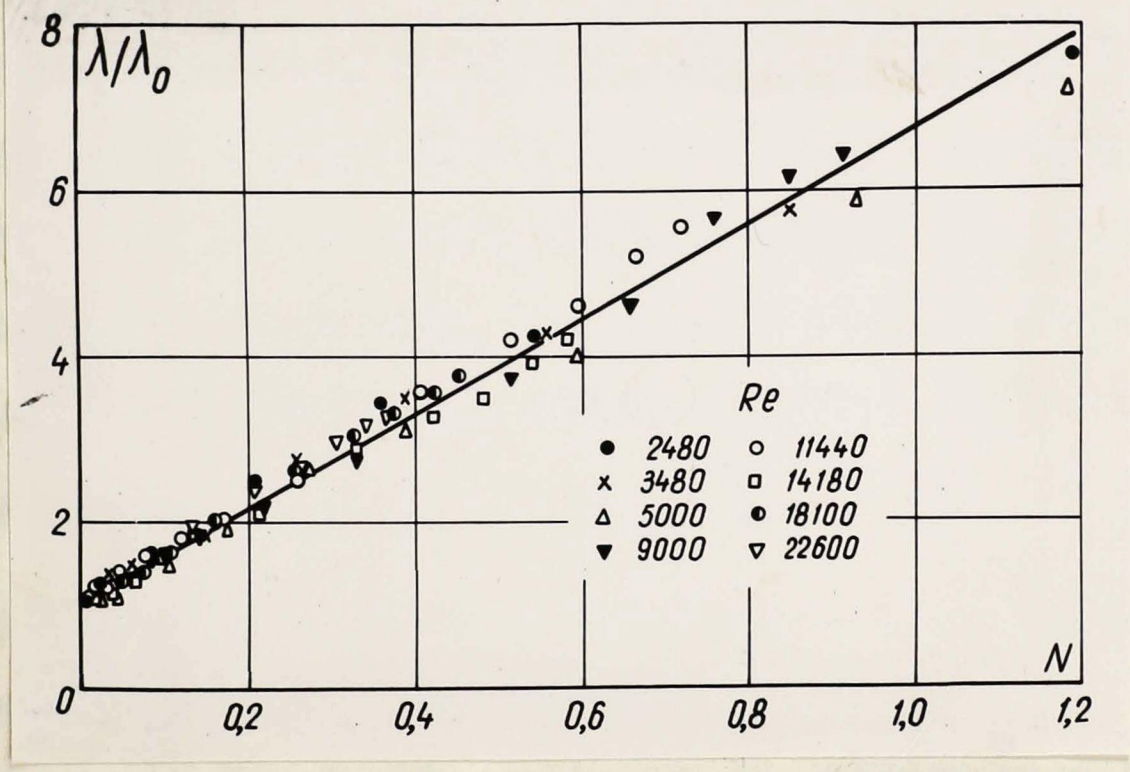


Рис.4-8. Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в шероховатых трубах в координатах $\lambda/\lambda_0 = f(N)$

а) первая труба, б) вторая труба.

заставляет основное течение глубже проникать в выемки между шероховатостями, и, как уже указывалось, увеличивает эффективную высоту элементов шероховатостей, взаимодействующих с потоком.

Данный факт находит свое отражение во все ускоряющемся росте коэффициента сопротивления с увеличением числа Рейнольдса (рис.4-7). В самом деле, поскольку толщина пограничного слоя с ростом Re уменьшается, при одинаковых значениях $\frac{Ha}{Re}$ эффективная высота выступов шероховатостей будет большей при больших числах Рейнольдса и сопротивление будет возрастать резче.

Перейдем к сопоставлению данных теории и эксперимента. Поскольку наши опытные значения λ при $Ha=0$ несколько завышены по сравнению с аналогичными данными Никурадзе /109/, для лучшего совпадения теории и эксперимента была определена эквивалентная относительная песочная шероховатость, соответствующая полученным значениям коэффициентов сопротивлений. Она равна для первой трубы $\varepsilon = \frac{1}{12,75}$ и для третьей трубы $\varepsilon = \frac{1}{8,25}$ Эти значения ε были использованы в расчетах по полуэмпирической теории, описанной в § 1.

На рис.4-9 и 4-10 показано сопоставление расчетных и экспериментальных значений λ и λ/λ_0 в зависимости от числа Стюарта. Как видно из графиков совпадение результатов вполне удовлетворительное, причем при $\varepsilon = \frac{1}{8,25}$ совпадение наблюдается в большем диапазоне чисел Re,

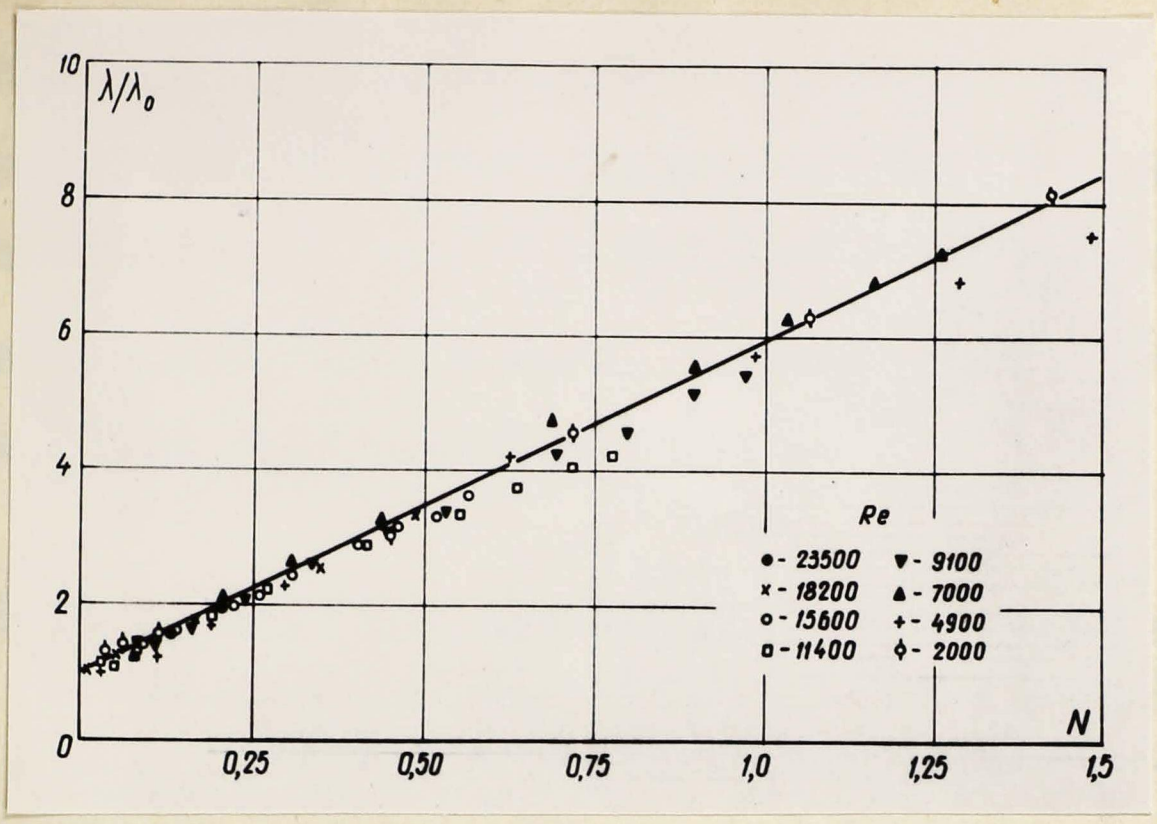


Рис. 4-8. (продолж.) Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в шероховатых трубах в координатах $\lambda/\lambda_0 = f(N)$
в) третья труба.

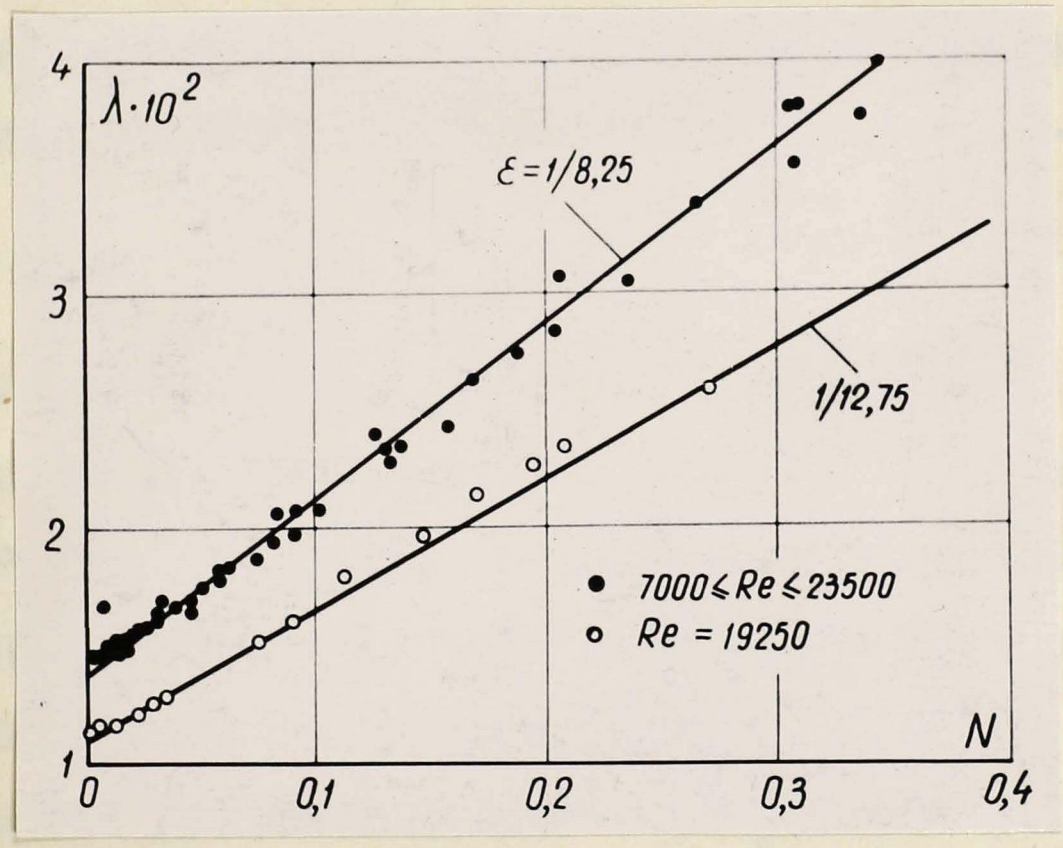


Рис.4-9. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений λ.
(сплошная линия - по расчету, точки - эксперимент).

чем при $\varepsilon = \frac{1}{12,75}$. Объясняется данный факт, видимо, недостаточной величиной чисел Рейнольдса в опытах для шероховатости $\varepsilon = \frac{1}{12,75}$, при которых справедливы допущения Ротта /108/ и Прандтля-Никурадзе /72/ о вполне развитом турбулентном течении.

§ 8. Зависимость коэффициента сопротивления от вида шероховатости в присутствии поперечного магнитного поля.

Из трех экспериментальных труб, применявшихся в наших опытах, первая и вторая имели разные относительные, но одинаковые абсолютные шероховатости, а первая и третья одинаковые относительные, но разные абсолютные шероховатости. Во всех случаях коэффициент сопротивления выражается зависимостью вида /14/- см. рис. 4-8.

$$\lambda = \lambda_0 \cdot (1 + \gamma N) \qquad (4.7)$$

Результаты измерений показывают, что наклон экспериментальных кривых $\lambda = \lambda(N)$ у первой и второй труб практически совпадает, несмотря на то, что относительная шероховатость отличается в 1,5 раза, а у первой и третьей трубы он различен, хотя $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$

Анализируя наши данные и результаты работ /27, 28, 29/, где изучалось влияние магнитного поля на течение в трубах с шероховатостью в виде дисков, полосок и крупных зерен песка, расположенных на некотором расстоянии друг от друга,- можно сделать следующий вывод.

Коэффициент γ в формуле (4.7) не зависит от относительной шероховатости, а определяется лишь видом ее /112/, т.е. формой и взаимным расположением выступов (рис.4-11). Здесь не следует усматривать противоречия с теорией подобия, поскольку относительный размер шероховатости учитывается в формуле (4.7) через величину λ_0. На рис.4-11 показаны значения коэффициента γ для разных видов шероховатостей. Заметим, что количественное совпадение в величине γ в случае крупнозернистой шероховатости с интервалом до одного зерна /29/с нашими данными для третьей трубы (K = 0,01 см, ε =0,033) видимо объясняется недостаточной плотностью покрытия абразивом шлифовальной шкурки с зернистостью $\geq$ 10.

Из графика (рис.4-11) видно, что относительная шероховатость (входящая в величину λ_0) вполне удовлетворительно описывает результаты течения в трубах при наличии шероховатостей одного вида и расположения, но этого параметра недостаточно при сравнении разных видов шероховатостей. Из этого, в частности, следует, что в МГД- течениях приведение различных видов шероховатостей к эквивалентной песочной шероховатости (как это делается для расчетов в общей гидродинамике) недопустимо, поскольку трубы с одной и той же эквивалентной песочной шероховатостью могут иметь различные значения коэффициентов сопротивлений.

Максимальное значение коэффициента γ наблюдается у труб с густой песочной шероховатостью и минимальное

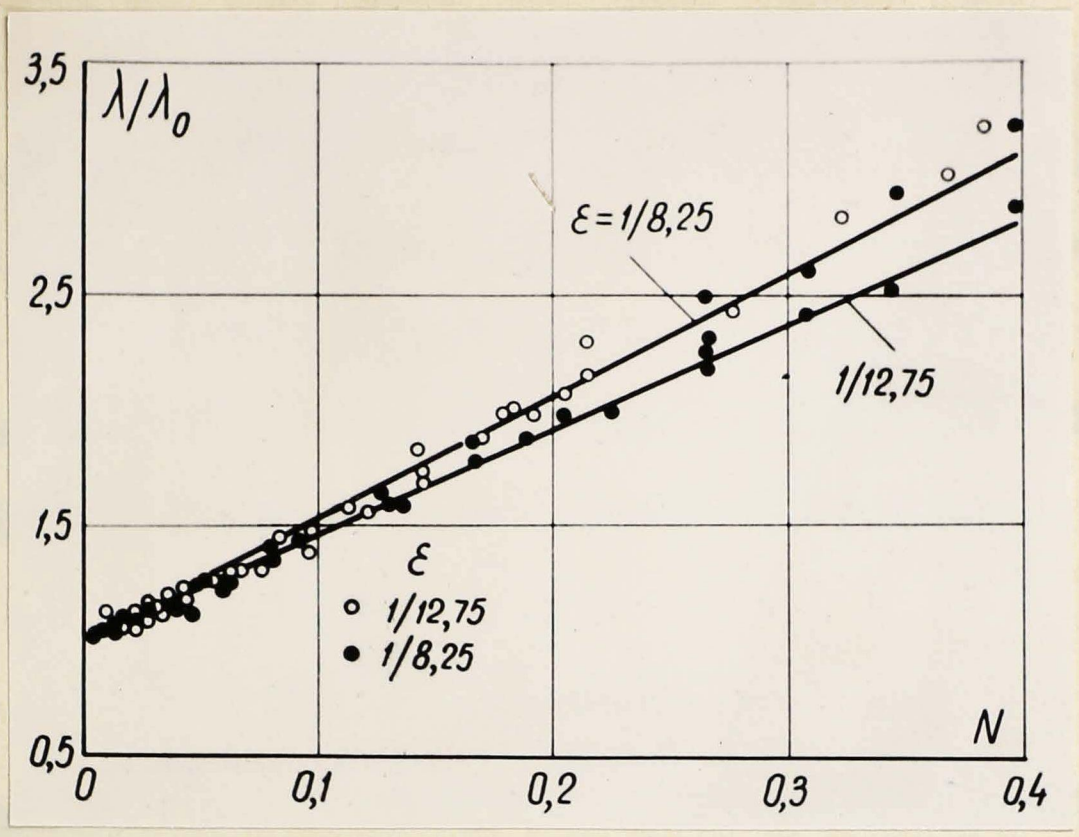


Рис.4-10. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений λ. (сплошная линия - по расчету, точки - эксперимент).

$7000 \leq Re \leq 23500$

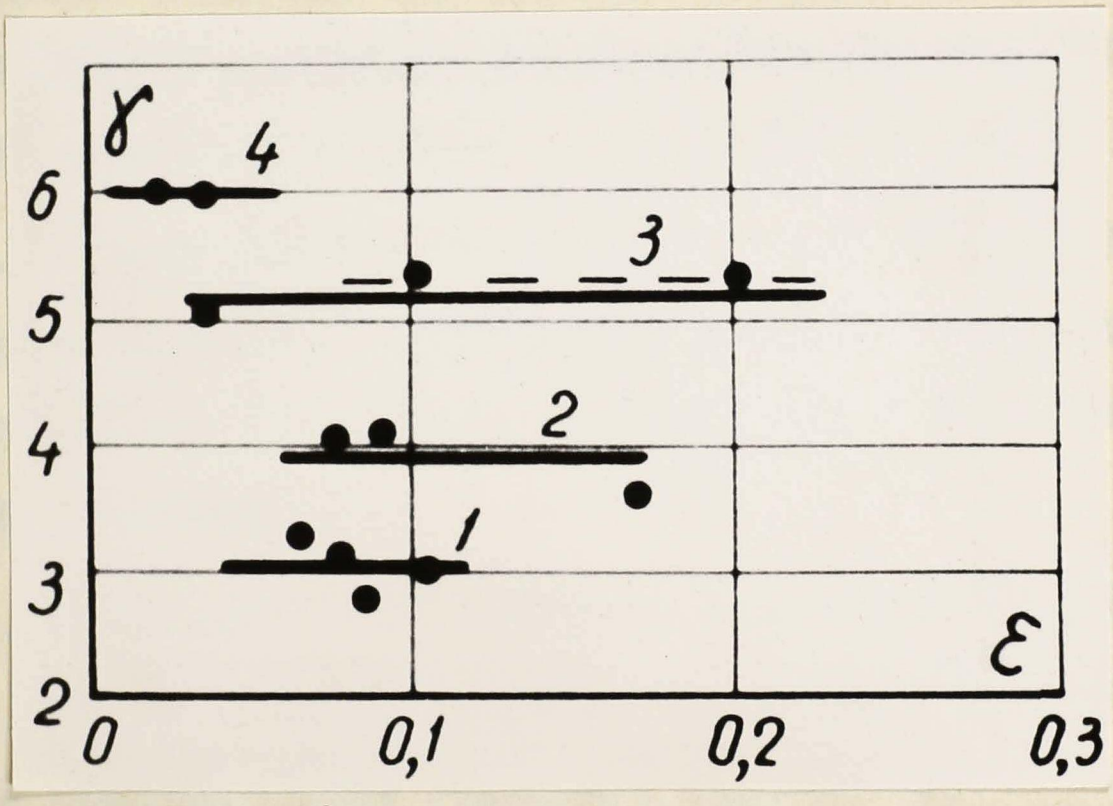


Рис.4-11. Значения коэффициента γ для разных видов шероховатостей.

1 - диски, расположенные в шахматном порядке; 2 - полосы, перпендикулярные потоку; 3 - ребра зернистая; 4 - сплошная зернистая.

у труб с дисками, расположенными в шахматном порядке. Пока нет подробных данных для других видов шероховатостей, экстраполяция имеющихся значения для коэффициента f позволяет с помощью формулы (4.7) ориентировочно судить о величине коэффициента сопротивления в присутствии поперечного магнитного поля.

§ 4. Выводы и рекомендации.

Проведенные исследования позволяют сделать ряд выводов.

1. Для расчета турбулентных течений в поперечном магнитном поле в плоских трубах с равномерной вернистой шероховатостью может быть использована полуэмпирическая теория, основанная на учете влияния поля на масштаб турбулентности.

2. В присутствии магнитного поля сопротивление в шероховатых трубах возрастает значительно скорее, чем в гладких, как при турбулентном, так и при ламинарном режиме течения.

3. Изменение коэффициента сопротивления в шероховатых трубах в присутствии магнитного поля зависит от вида и расположения выступов шероховатостей и не зависит от размера относительной шероховатости.

4. Определяющим параметром при расчете коэффициента сопротивления в шероховатых трубах является число

Стюарта, что свидетельствует об аналогии с обтеканием тел в присутствии магнитного поля и течением между буграми шероховатостей.

5. Для определения критерия перехода турбулентного течения в ламинарное в случае шероховатых труб, требуется непосредственные измерения турбулентных пульсаций.

6. Для ориентировочных расчетов коэффициентов сопротивлений в инженерной практике может быть рекомендована формула (4.7) с экстраполяцией по имеющимся данным коэффициента γ на исследуемый вид шероховатости.

Глава У.

РАВНОМЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ТРУБАХ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ С РАЗЛИЧНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ СТЕНОК.

Нарушение центральной симметрии в потоках токопроводящей жидкости в присутствии магнитного поля ограничивает разработку полуэмпирических теорий турбулентных МГД - течений тремя случаями /15/:

1. Плоско-параллельное течение в поперечном магнитном поле.
2. Плоско-параллельное течение в продольном поле.
3. Осесимметричное течение в продольном поле.

Между тем, проточные части реальных конструкций МГД-машин и устройств могут иметь самую различную форму со стенками различной проводимости. В этих специальных случаях исследование, по-видимому, должно ограничиваться пока экспериментальными методами.

В опубликованных немногочисленных работах подробно освещен вопрос о коэффициенте сопротивления при течении в круглых трубах, течение в каналах других конфигураций (не плоских) с непроводящими и проводящими стенками подробно до настоящего времени не изучалось (см. главу 1). Данных о скоростной структуре таких потоков нет вообще.

Настоящая глава посвящена экспериментальному исследованию влияния поперечного магнитного поля на течение в трубах прямоугольных форм с проводящими и непроводящими стенками различным образом ориентированных по от-

отношению к силовым линиям магнитного поля. Описываются результаты измерений коэффициентов сопротивлений и осредненных локальных скоростей. Полученные данные о ламинаризованном течении сравниваются с имеющимися теоретическими решениями для труб аналогичных форм.

§ 1. Исследование влияния поперечного магнитного поля на коэффициент сопротивления в плоской трубе с проводящими стенками.

Теоретическое решение задачи о влиянии проводимости стенок на плоско-параллельное течение при $Re_m \ll 1$ рассматривалось в работах /113, 114/. В этом случае из выражения для безразмерного распределения скоростей

$$U = \frac{Ha}{Ha - th\,Ha}\left(1 - \frac{ch\,Ha\,y}{ch\,Ha}\right) \qquad (5.1)$$

следует, что профиль осредненной продольной скорости не зависит ни от числа Рейнольдса, ни от проводимости стенок, т.е. распределение скоростей остается тем же, что и при течении Гартмана, хотя градиент продольного давления dP/dx сильно увеличивается с повышением относительной проводимости стенок α.

$$\frac{dP}{dx} = \frac{Ha^2(Ha\,\alpha + th\,Ha)}{(\alpha + 1)(Ha - th\,Ha)} \qquad (5.2)$$

Здесь

$$\alpha = \frac{\sigma_{ст}\,l_{ст}}{\sigma_ж \cdot a}, \text{ где}$$

$\sigma_ж, \sigma_ст$ - проводимость стенок и жидкости.

$l_ст$ - толщина стенок.

a - полуширина трубы.

Суммарные потери в этом случае складываются из потерь, связанных с влиянием магнитного поля на сопротивление трения жидкости в трубе (уплощение эпюры скоростей), и потерь, обусловленных замыканием по стенкам индуцированных в жидкости электрических токов. Коэффициент сопротивления определяется выражением:

$$\lambda = \frac{2}{Re} \frac{Ha^2}{\varphi(Ha - th\, Ha)} \qquad (8.8)$$

где

$$\varphi = \frac{1+\alpha}{Ha\alpha + th\, Ha},$$

Следует отметить, что с увеличением проводимости стенок (параметра α) коэффициент сопротивления резко возрастает, причем уже при $\alpha > 10$ он, практически соответствует случаю идеальнопроводящих стенок (рис. 5-1).

В наших экспериментах использовалась труба с медными стенками толщиной 0,5 см и поперечным сечением 0,5х6,9 $см^2$ (отношение сторон $\sim$ 1:14). В этом случае $\alpha \approx 111$. Контактирование с жидким металлом обеспечивалось амальгированием внутренней поверхности азотнокислой ртутью. Работа велась на контуре с баком постоянного напора. Труба устанавливалась между полюсами электромагнита длиной стороной сечения перпендикулярно магнитным силовым линиям. Общая длина трубы

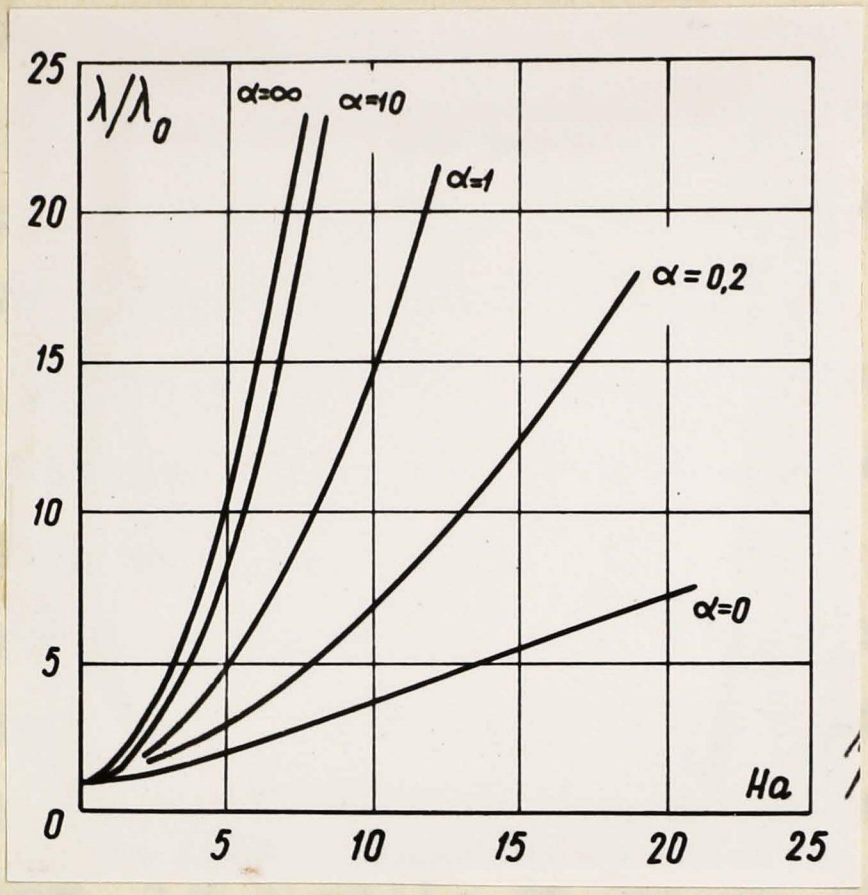


Рис.5-1. Влияние проводимости стенок на коэффициент сопротивления при плоско-параллельном течении.

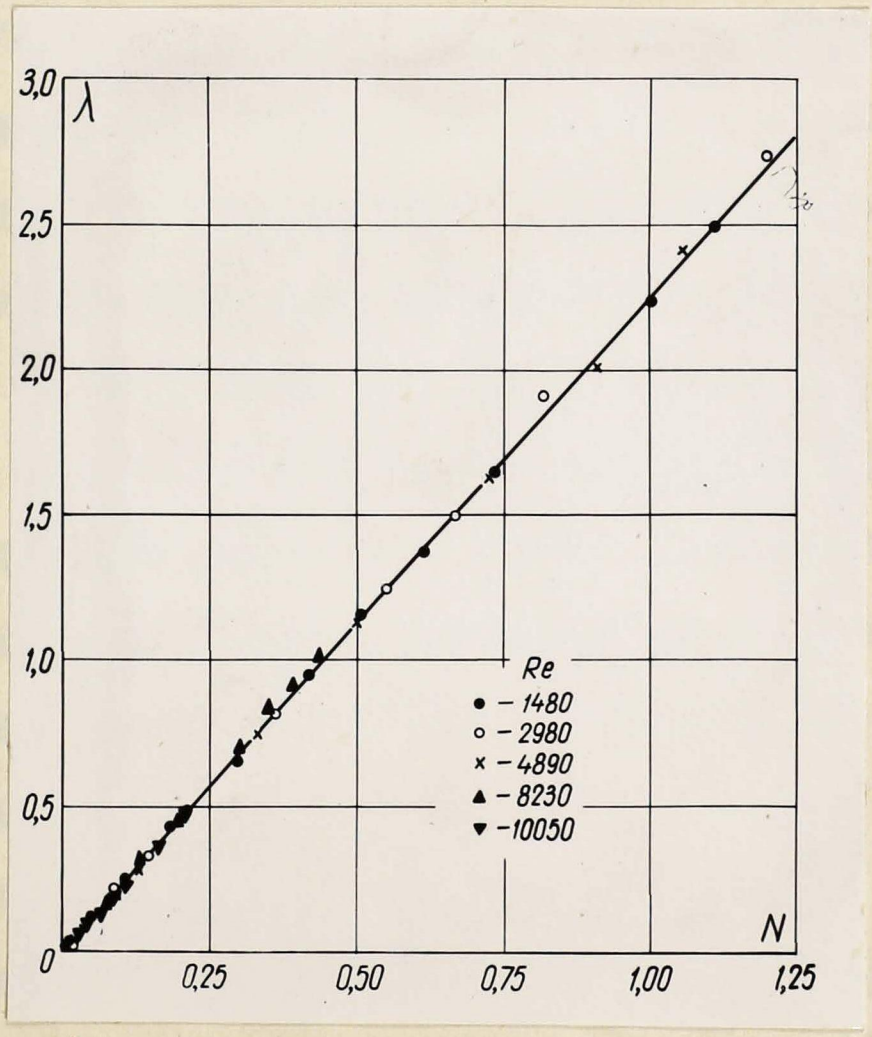


Рис.5-2. Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в плоской трубе с проводящими стенками.

составляла 50 см, из них 38 см находились в магнитном поле. Пять отборов статического давления располагались посредине короткой стороны сечения через 5 см. по длине. Первый отбор находился на расстоянии 17 см. от места вступления потока в магнитное поле. Измерения велись при числах Рейнольдса $1480 \leq Re \leq 10050$ и числах Гартмана $0 \leq Re \leq 93$.

Результаты экспериментов приведены на рис. 5-2 в координатах $\lambda = f(N)$. Опытные данные для всех чисел Рейнольдса в этом случае хорошо описываются линейной зависимостью $\lambda = 2,25\,N$. На рис.5-3 проведено сопоставление экспериментальных значений коэффициента сопротивления с теоретическим решением Чена и Ландгрена /114/. Среднеквадратичная ошибка составляет 13%.

Заслуживает внимания вопрос о влиянии проводимости стенок на устойчивость плоско-параллельного течения в поперечном магнитном поле. Как уже указывалось, профиль осредненной скорости одинаков для случаев течения жидкости в плоских трубах с проводящими и непроводящими стенками. Любое конечное возмущение, поскольку оно должно удовлетворять уравнению неразрывности, не может изменить среднюю по сечению скорость, а значит, и электрическое поле. Следовательно, токи, идущие через стенки не меняются и поэтому проводимость стенки не может влиять на диссипацию энергии возмущения. Однако из этого еще нельзя сделать заключение, что при течении между бесконечно проводя-

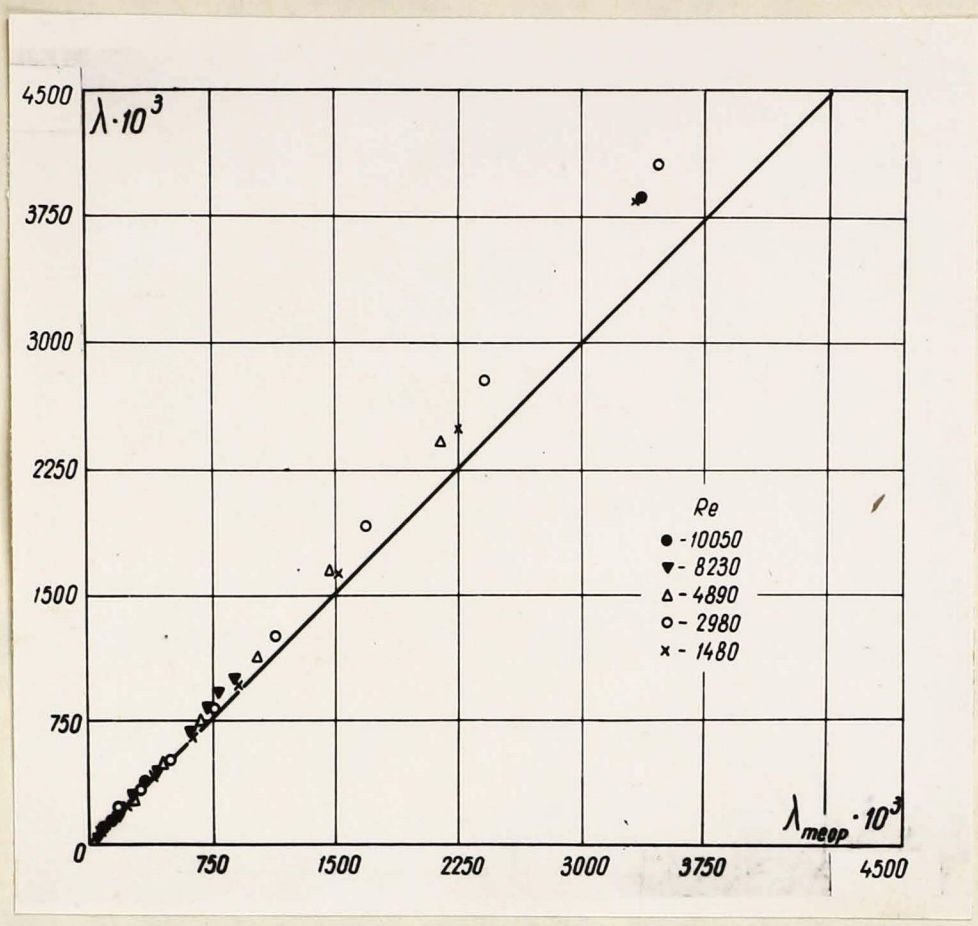


Рис.5-3. Сопоставление экспериментальных значений с теоретическими /114/.

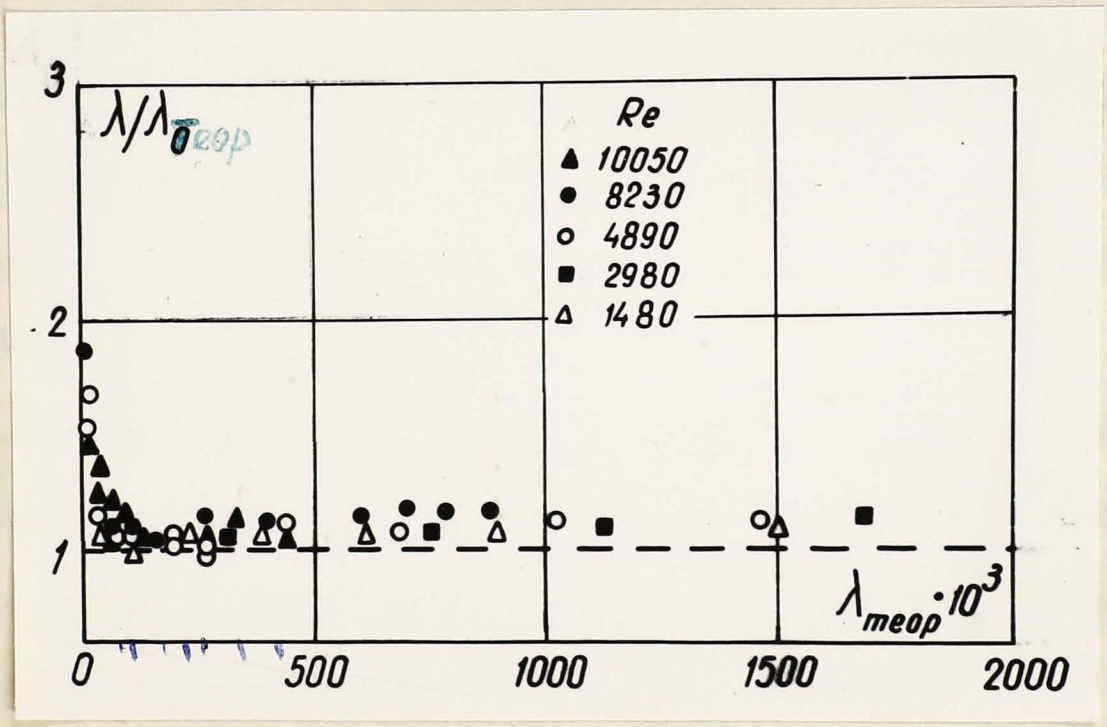


Рис.5-4. Данные о коэффициенте сопротивления в плоской медной трубе в координатах

$$\lambda/\lambda_T = f(\lambda_T)$$

щими плоскими стенками, критерий устойчивости остается тем же, что и при непроводящих стенках. В самом деле, при течении в поперечном магнитном поле индуцируется переменное по сечению продольное поле. Когда стенки непроводящие /113, 114/

$$\frac{B_{x,max}}{B_y} \sim \frac{Re_m}{Ha} \qquad (5.4)$$

Когда же стенки идеально проводящие, то

$$\frac{B_{x,max}}{B_y} \sim Re_m \qquad (5.5)$$

Если в последнем случае при течении, например, ртути $Re \approx 10^7$, то B_x становится того же порядка, что и индукция наложенного внешнего поперечного поля B_y. Индуцированное в жидкости магнитное поле дополнительно подавляет турбулентные пульсации скорости и можно ожидать, что переход к ламинарному течению в этом случае будет происходить при меньших значениях Ha/Re.

В наших экспериментах явление подавления турбулентности завуалировано. Даже при малых числах Гартмана (отношение $Ha/Re \approx$ 0,002 ÷0,0025) коэффициент сопротивления резко увеличивается, приближаясь к теоретическому значению согласно расчету для ламинарного течения рис.5-4.

§ 2. Исследование влияния магнитного поля на распределение скоростей в прямоугольной трубе с проводящими стенками.

Аналитического решения для случая ламинарного течения в прямоугольной трубе со стенками произвольной проводимости и толщины в настоящее время не имеется. Ряд работ / 39, 40, 115, 116 / посвящен течениям в прямоугольных трубах с идеально проводящими стенками и с тонкими проводящими стенками при некоторых специальных предположениях о характере проводимости стенок, параллельных и перпендикулярных магнитному полю. Своеобразные эффекты, обнаруженные в этих решениях, будут обсуждены ниже в сравнении с нашими экспериментальными данными о профилях скорости в прямоугольном канале с отношением сторон $2b/2a = 1,52$.

Работа велась на замкнутом контуре с электромагнитным насосом (§2, глава II). Экспериментальная труба была изготовлена из меди (рис. 5-5) с сечением 4,6х7,0 $см^2$. Толщина стенок, перпендикулярных магнитному полю, составляла $\delta_b = 1,0$ см, а параллельных полю $\delta_a = 0,5$ см. Общая длина трубы была равна 102 см, из них 38 см находились в однородном поперечном магнитном поле с индукцией до 0,3 тл. Длина участка стабилизации течения до вступления в поле составляла 45 см или ~ 20 характерных размеров, за который здесь принята полуширина трубы в направлении поля - a. Длина участка

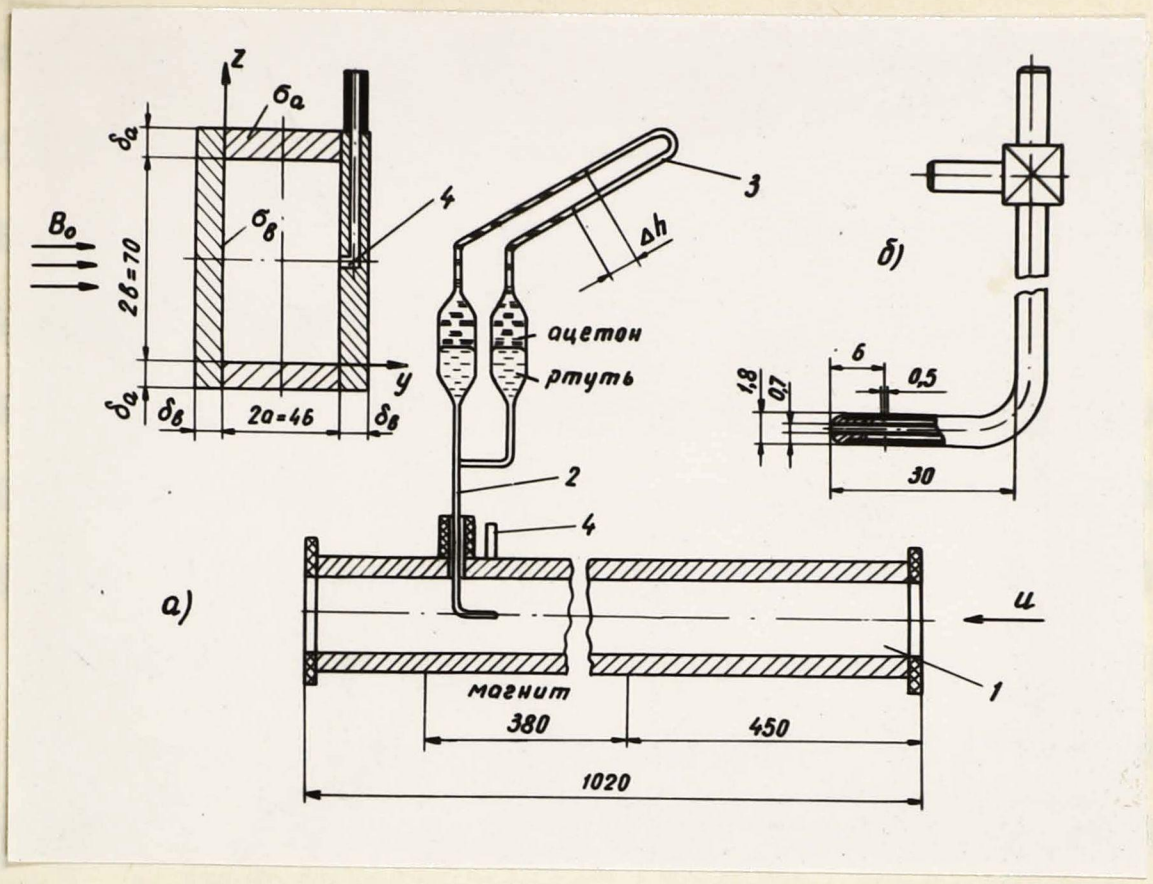


Рис.5-5. а) Схема экспериментальной трубы;
б) Схема трубки Прандтля.
1- труба, 2- измерительный зонд, 3- дифманометр, 4- отверстие для отбора статического давления.

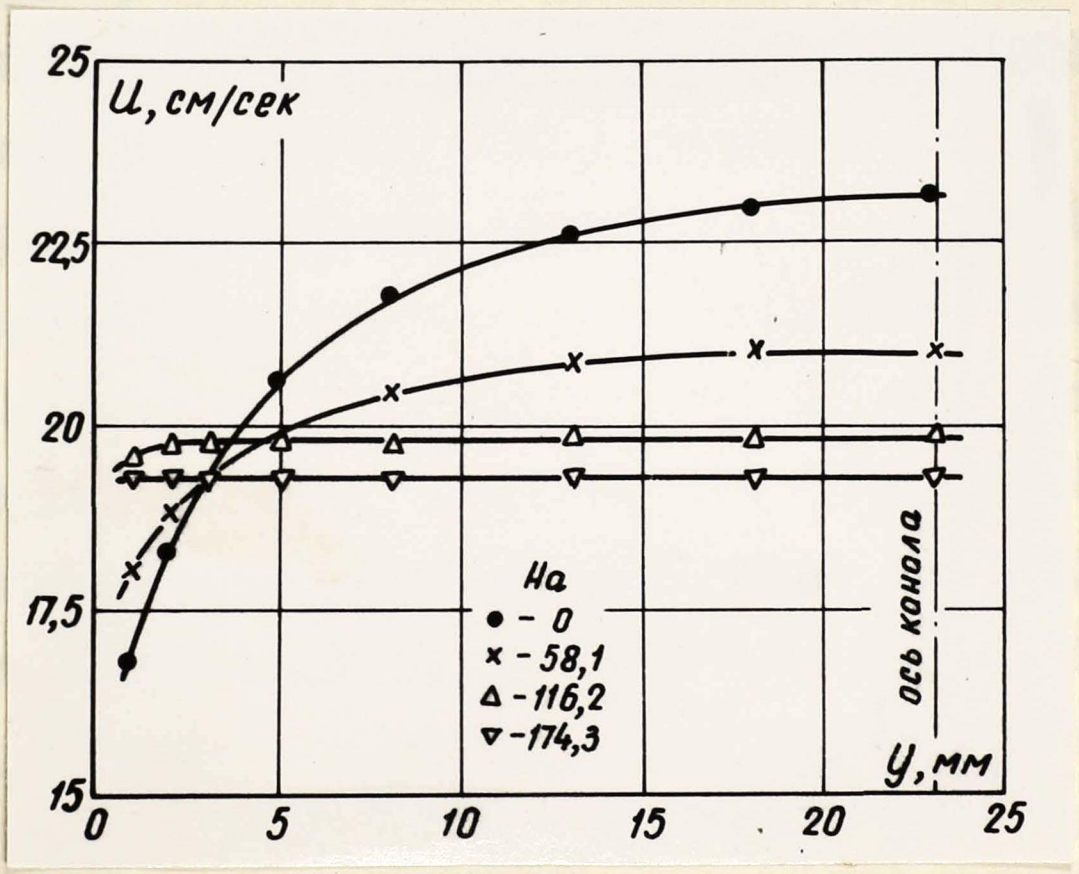


Рис.5-6. Профили скорости в центральном сечении, параллельном магнитному полю. Re=40200

стабилизации течения в магнитном поле - от места вступления потока в зазор магнита до сечения в котором производились измерения - составляла 84 см. или 15 характерных размеров.(Как показали контрольные измерения, обычный турбулентный профиль,имевший место у входа потока в магнитное поле,в указанном сечении был уже в полной мере переформирован полем).

Измерения скорости производились при помощи трубки Прандтля с диаметром насадка 1,8 мм. Конструкция трубы и координатника давала возможность устанавливать насадок измерителя в любой точке сечения. Ближайшая к стенке точка,в которой еще можно было измерять скорость была удалена от стенки на ~ 0,9 мм или на ~ 0,039 характерного размера трубы. Эксперименты велись при Re = 40200 и числах Гартмана $0 \leq Ha \leq 174,3$. Эпюры скоростей снимались по всему сечению трубы в направлении силовых линий магнитного поля и перпендикулярно им. При этом особое внимание уделялось контролю симметричности картины течения в канале.

На рис.5-6 ÷ 5-8 приведены примеры полученных экспериментальных профилей скорости. Как видно из графиков,эпюры скорости,полученные в центральном сечении трубы в направлении силовых линий магнитного поля (рис.5-6),в принципе подобны профилям скорости при плоско-параллельном течении. С увеличением числа Гартмана профиль скорости все более уплощается, превращалсь в прямую линию при Ha =174,3.

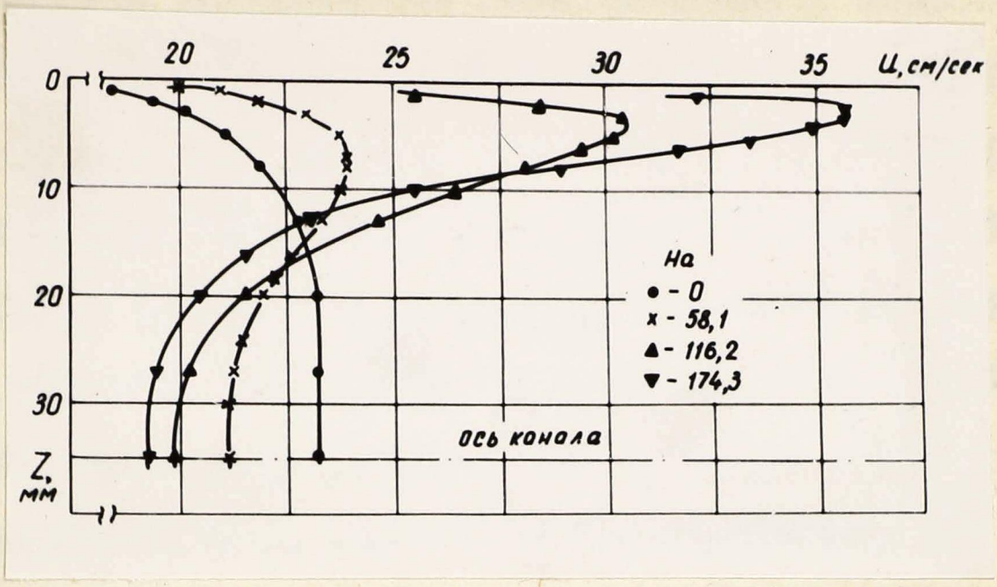


Рис.5-7. Профили скорости в центральном сечении, перпендикулярном магнитному полю. $Re = 40200$

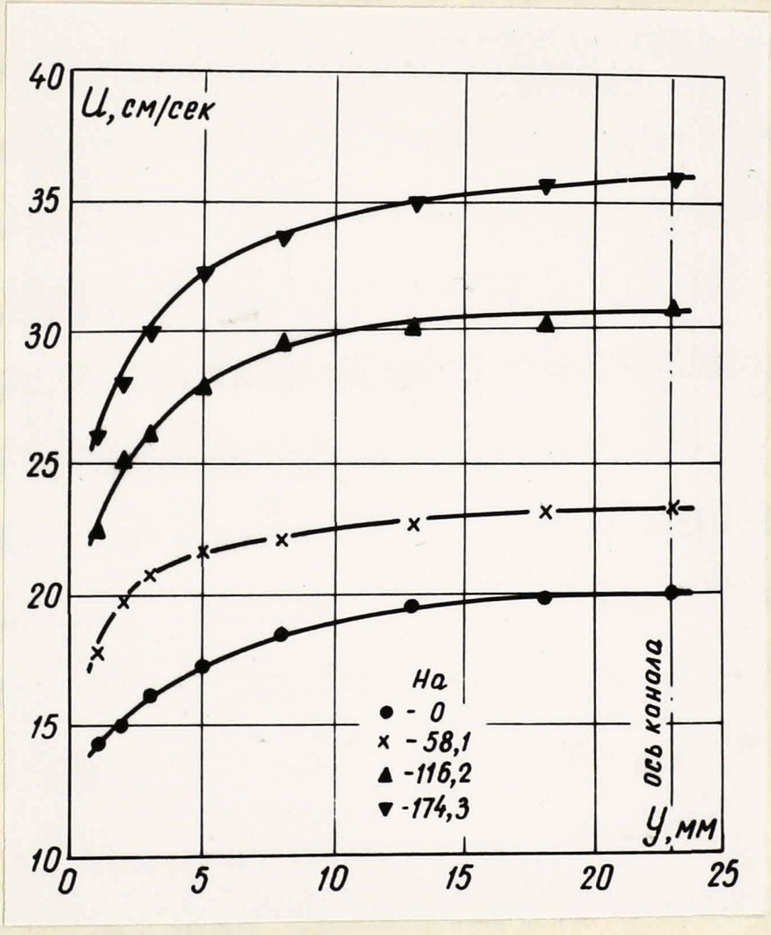


Рис.5-8. Профили скорости в 3-х мм от стенки ($z = 0,13$), параллельной магнитному полю. $Re = 40200$

Гораздо сложнее картина течения в центральном сечении в направлении, перпендикулярном силовым линиям магнитного поля - рис.5-7. Здесь по мере увеличения числа Гартмана поток перестраивается таким образом, что максимумы скорости течения сосредоточиваются у стенок, параллельных полю. Причем величина скорости вблизи этих стенок резко возрастает с усилением напряженности магнитного поля - рис.5-8.

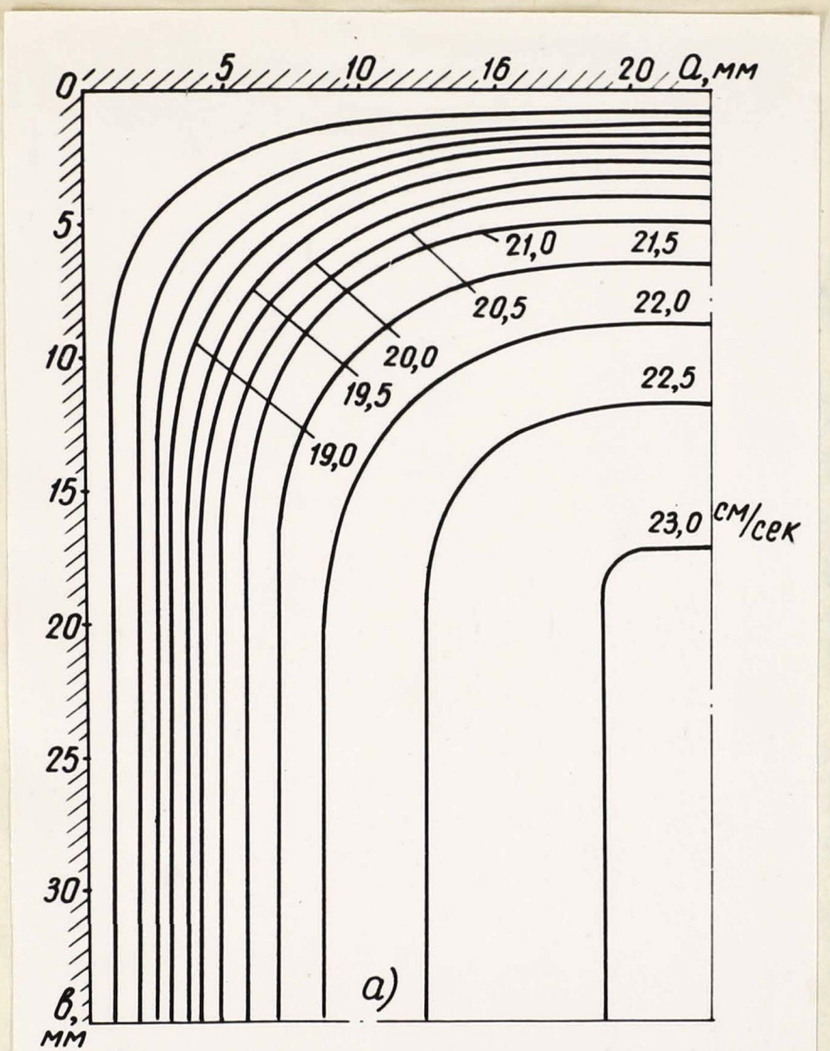
Подробные измерения профиля скоростей в различных направлениях по сечению трубы позволили построить экспериментальные изотахи течения - рис.5-9. Они дают наглядное представление о характере перестройки потока в целом. Заметим, что вычисления по изотахам средняя скорость течения в трубе совпала с определенной по расходомеру Вентури с точностью 1-2%, как в случае $Ha = 0$, так и при $Ha = 110,2$.

Полученные данные находятся в хорошем качественном соответствии с результатами работ / 39,40 / для случая течения в канале с идеально проводящими стенками. Однако, прежде, чем перейти непосредственно к сравнению экспериментов с теорией, остановимся на степени соответствия условий опыта и рассматриваемой задачи.

Относительная проводимость стенок экспериментальной трубы равна:

у стенок, параллельных полю $\alpha = \frac{\sigma_{ст}\,\delta_{ст}}{\sigma_{ж}\,\delta_{ж}} \approx 12$

у стенок, перпендикулярных полю $\alpha \approx 24$



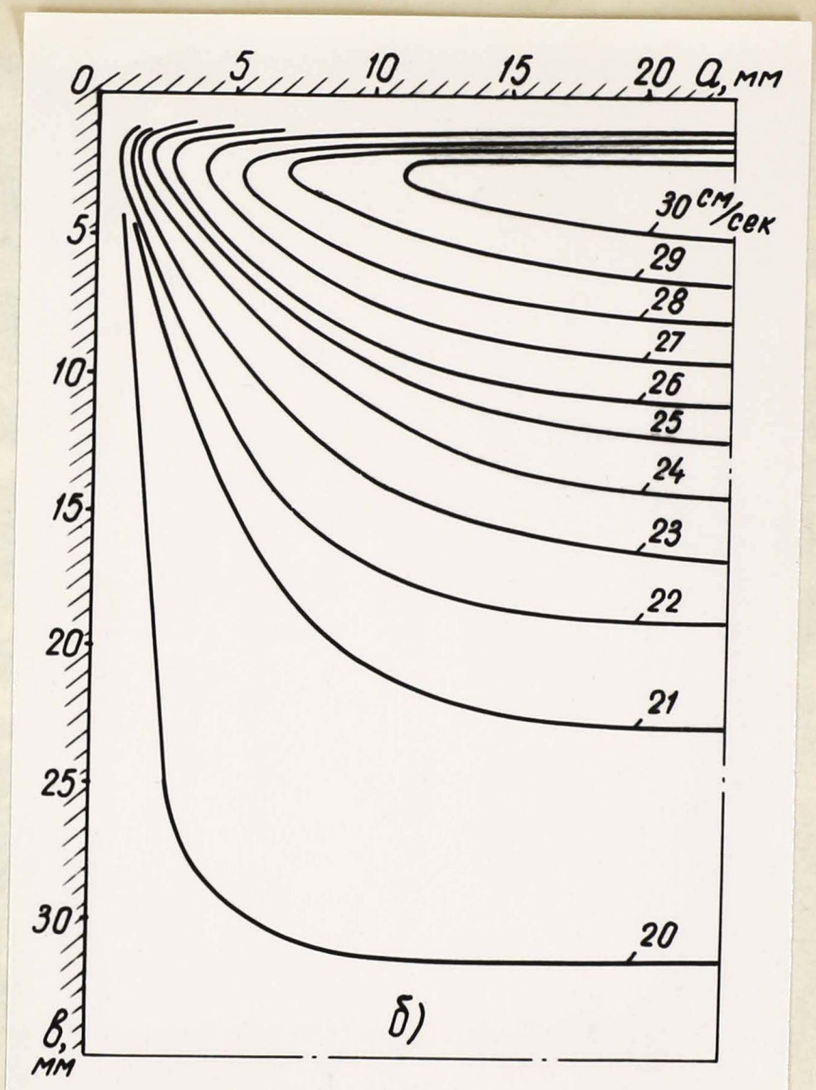


Рис.5-9. Экспериментальные изотахи течения при $Re = 40200$

а) $Ha = 0$; б) $Ha = 116,2$.

Как было показано в § 4 (рис.5-1), данные о коэффициенте сопротивления при плоско-параллельном течении между проводящими стенками позволяют считать, что при $\alpha > 10$ стенки можно считать идеально проводящими. Нельзя, однако, утверждать, что то же самое имеет место в случае, рассматриваемом здесь, поэтому стенки экспериментальной трубы можно только условно считать идеально проводящими.

Далее, теоретические решения используют допущение, что проводящие стенки весьма тонкие по сравнению с характерным размером потока. К сожалению, осуществить в эксперименте трубу со стенками, которые имели бы одновременно очень малую толщину и очень большую относительную проводимость крайне затруднительно. Наконец, нужно еще иметь в виду, что измерение скоростей проводится нами в потоках, которые в отсутствие поля турбулентны и только под влиянием поля становятся ламинарными.

Реализация ламинарного режима в отсутствии поля при применявшихся размерах экспериментальной трубы возможна лишь при столь малых скоростях, измерение которых технически неосуществимо. В связи с этим возникает вопрос о критериях смены режимов течения.

Как было указано в предыдущем параграфе, проводимость стенок, перпендикулярных внешнему магнитному полю, обусловливает при больших числах Re существование значительного индуцированного магнитного поля, которое дополнительно подав-

ляет турбулентность. Следовательно, ламинарный режим должен наступать в этом случае при бо́льших значениях Re/Ha, чем при течении в изолированных от потока трубах. Если принять в качестве критерия $Re/Ha = 215$, как для подобных непроводящих труб / 15 /, то при имевших место в экспериментах минимальных значениях $Re/Ha = 230$ течение можно с достаточным основанием считать полностью ламинаризованным.

По аналогии с работой / 39 /, на рис. 5-10 и рис. 5-11 представлены результаты измерения профилей скоростей на нескольких линиях, параллельных оси Z в координатах $U_c = f(Z)$ и $U_c = f(Ha^{1/2} Z)$. Здесь U_c - безразмерная скорость в данной точке, отнесенная к скорости в центре трубы.

Как и следует из теории / 39 /, скорость в пределах ядра потока практически постоянна и лишь у стенок, параллельных полю резко возрастает. На рис. 5-12 приведено сопоставление экспериментальных результатов при $Ha = 174{,}3$ (т.е. когда течение было уже ламинарным) с теоретическими результатами Ханта / 39 / для трубы с идеально проводящими стенками. В силу обсужденных выше различий между условиями опыта и допущениями теории количественного совпадения нет, в частности экспериментальные максимумы скорости превышают теоретические в полтора раза. Не наблюдается в опытах также и независимость скорости $U_c = f(Ha^{1/2} Z)$ от числа Гартмана при $Ha \gg 1$.

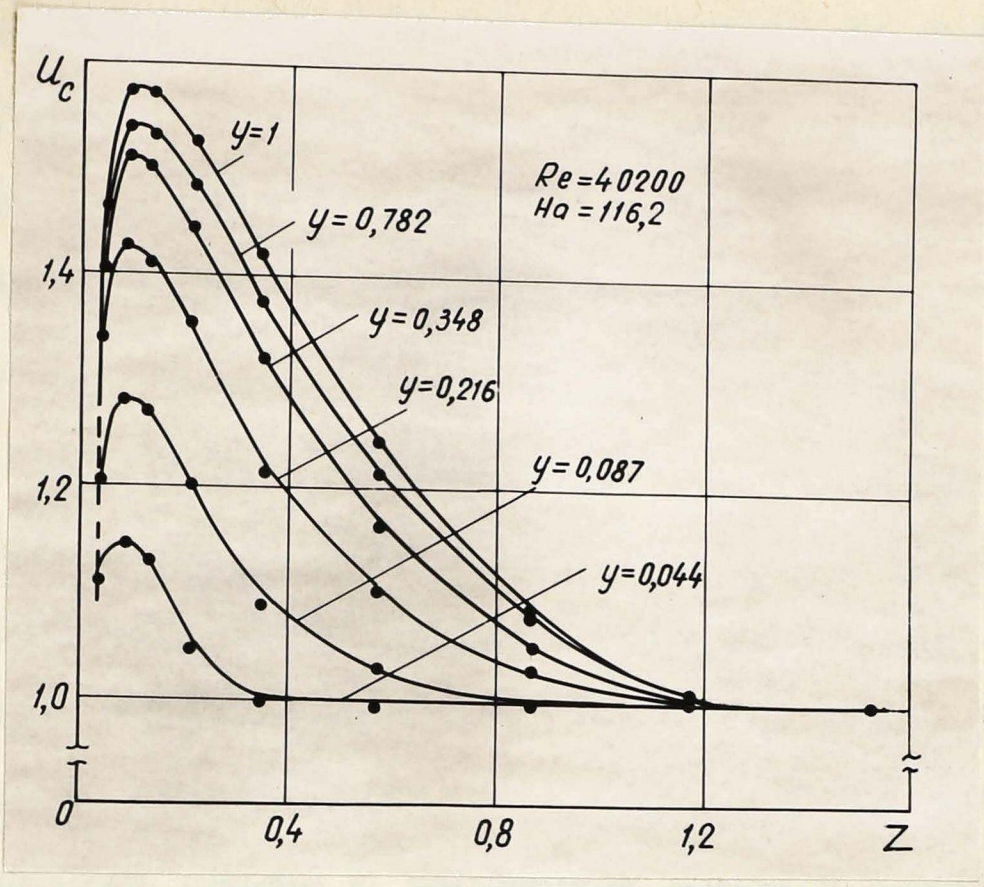


Рис.5-10. Профили скорости в различных сечениях, перпендикулярных магнитному полю.

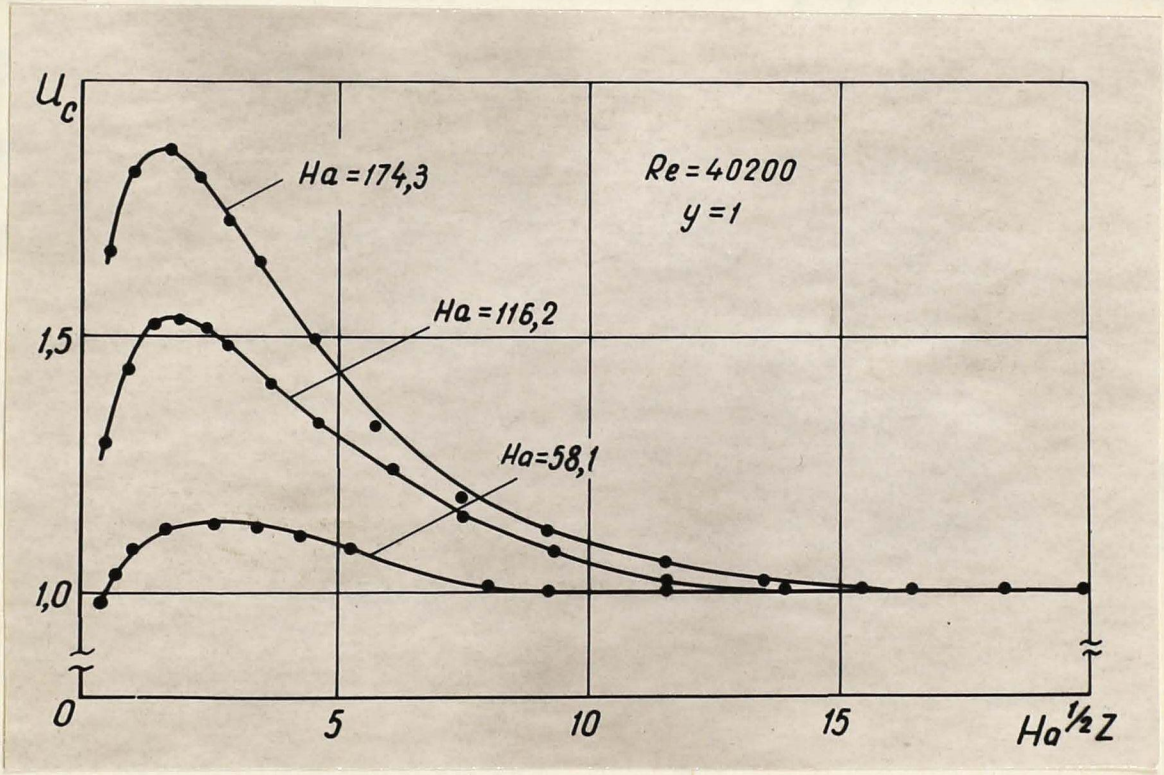


Рис.5-11. Профили скорости в центральном сечении, перпендикулярном полю, в координатах

Объяснение этим фактам, по-видимому, можно искать в недостаточной ламинаризации течения при $Ha < 174{,}3$ с одной стороны, и в различии относительных проводимостей стенок, перпендикулярных и параллельных магнитному полю ($\alpha_t = 2\alpha_a$), с другой стороны. Как известно /39/, увеличение проводимости стенок перпендикулярных полю, приводит к гораздо более сильному эффекту увеличения скорости у стенок, параллельных полю.

В заключение заметим, что картина течения в прямоугольной трубе очень сильно зависит от качества контактирования ртути с металлом стенок канала. Некачественное амальгамирование ртутью поверхности трубы сразу приводило к нарушению симметрии потока. Жидкость стремилась в места плохого контакта ртути со стенками, параллельными полю, где направление линий индуцированных токов было таким, что они наименьшим образом взаимодействовали с внешним магнитным полем.

§ 8. Исследование влияния магнитного поля на распределение скоростей в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными силовым линиям поля.

Сочетание проводящих (параллельных магнитному полю) и непроводящих (перпендикулярных полю), стенок в прямоугольной трубе, используемой в наших опытах, соответствует практически наиболее интересному случаю рабочей трубы кондукционного МГД- генератора или насоса.

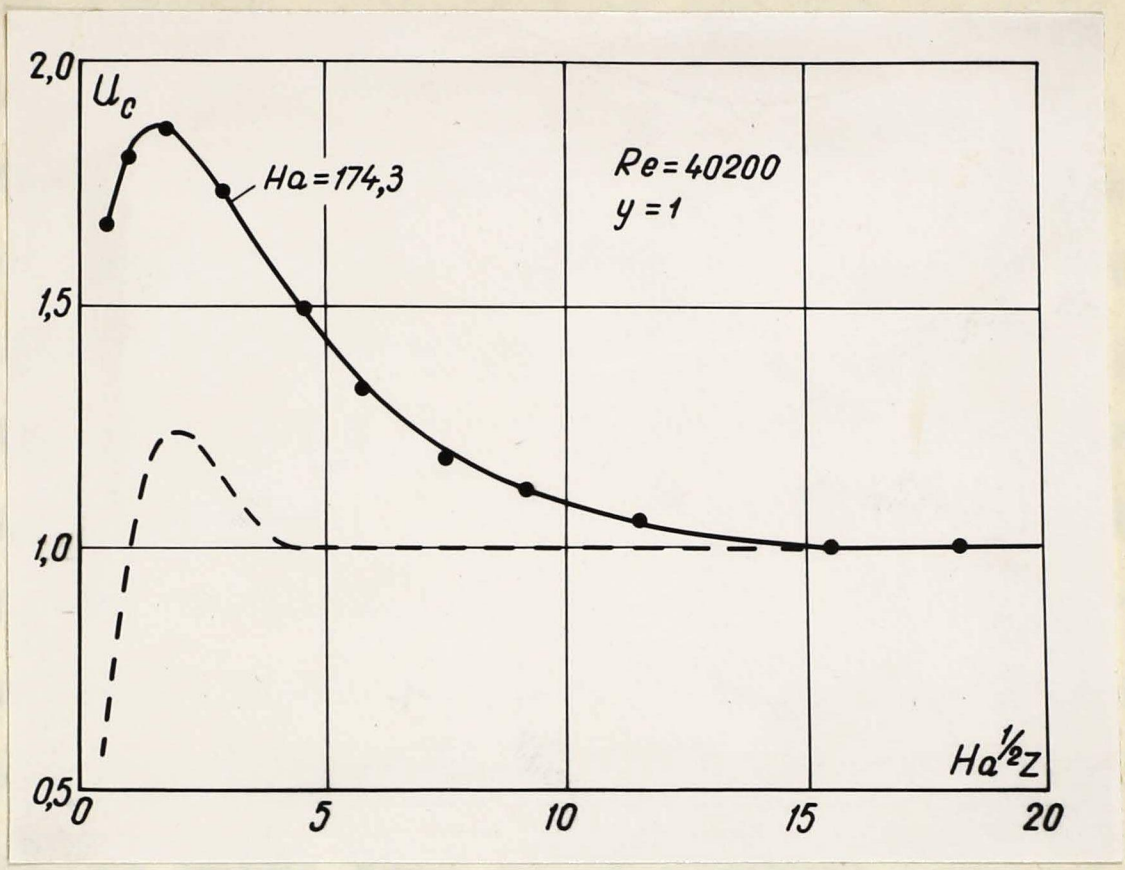


Рис.5-12. Сопоставление экспериментальных результатов с теоретическими (штриховая линия) /39/.

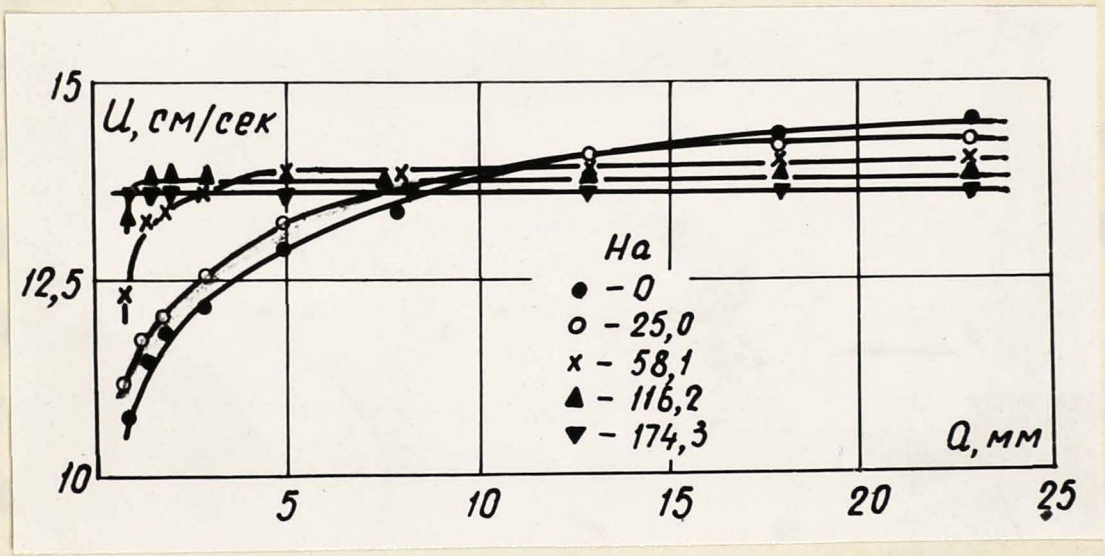


Рис.5-13а. Профили скорости в центральном сечении, параллельном магнитному полю Re =25300.

Теоретическое решение подобной задачи /40, 116/ в удобном для анализа виде пока не найдено, поэтому экспериментальные исследования тем более актуальны.

Чтобы иметь возможность сравнивать результаты опытов для различных случаев течения жидкости, экспериментальная труба была изготовлена таких же размеров (см. рис. 5-5) как и труба с проводящими стенками, описанная в предыдущем параграфе. Стенки ее, параллельные магнитному полю, были изготовлены из меди $\delta_a = 0,5$ см и амальгамированы ртутью для обеспечения надежного электрического контакта с жидким металлом. Стенки, перпендикулярные полю, были непроводящими - изготовлены из оргстекла. В них на уровне оси симметрии трубы были сделаны отверстия для отбора статического давления. Длина трубы, участки стабилизации вне поля и в поле, размеры измерителя (трубка Прандтля) и пр. были теми же что и в предыдущем случае (рис. 5-5).

Эксперименты велись при двух значениях числа Рейнольдса (Re =40200 и Re = 25300). Числа Гартмана Ha менялись в диапазоне $0 \leq Ha \leq 174,3$. (За характерный размер в расчетах всюду принималась полуширина трубы в направлении магнитного поля a = 2,5 см).

Измерения показали, что распределение скоростей по сечению трубы симметрично относительно двух взаимно перпендикулярных осей, поэтому подробные измерения проводились в одной четверти сечения трубы.

На рис. 5-13 ÷ 5-14 показаны примеры полученных

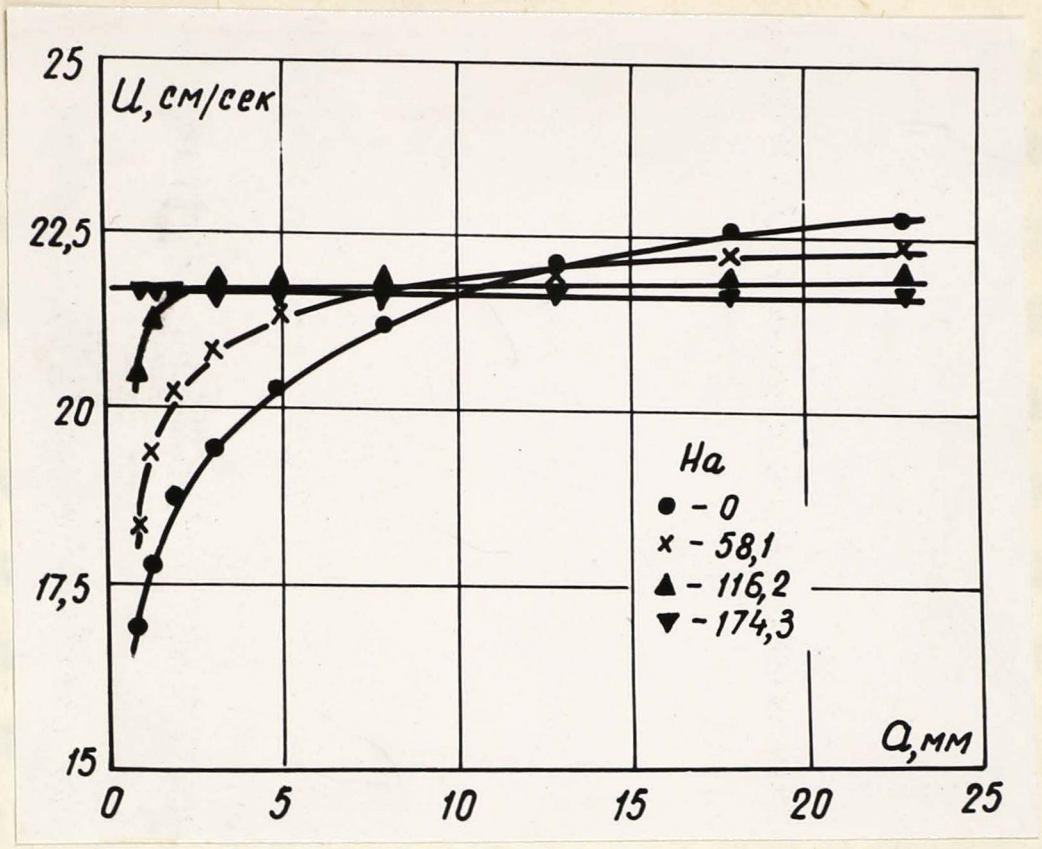


Рис.5-13б. Профили скорости в центральном сечении, параллельном магнитному полю $Re = 40200$.

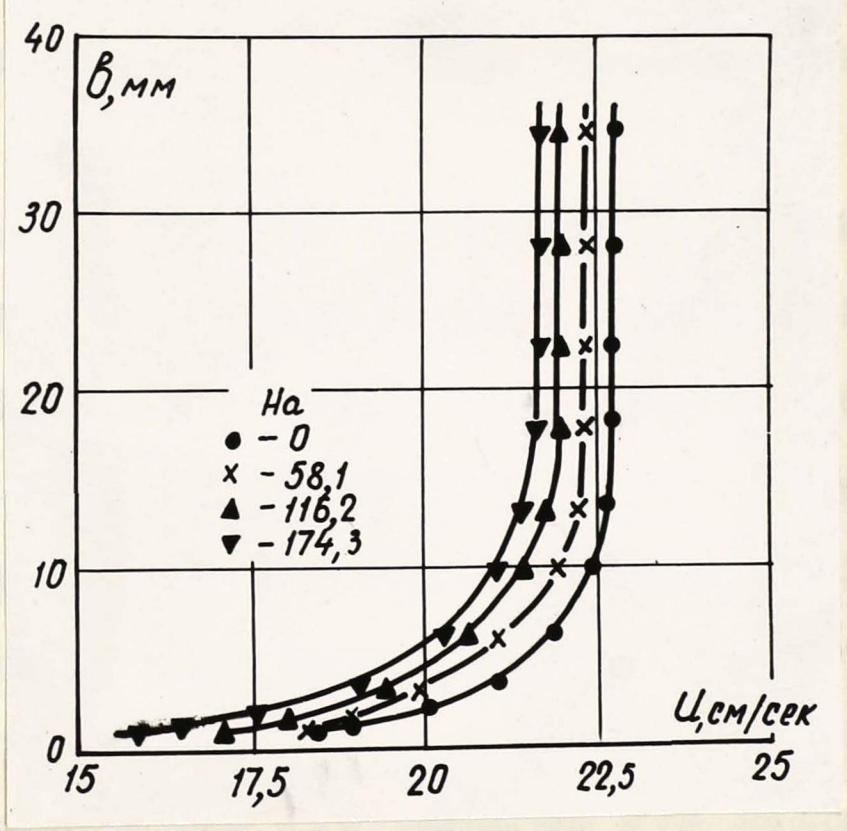


Рис.5-14. Профили скорости в центральном сечении, перпендикулярном магнитному полю $Re = 40200$.

эпюр скоростей. На рис.5-13 представлены профили скорости по оси симметрии трубы, параллельной магнитному полю, в сечении, удаленном от входа в магнитное поле на расстояние 31 см. Как будет видно из дальнейшего (глава IV), в этом сечении течение можно уже считать полностью стабилизованным. На графике отчетливо прослеживается эффект Гартмана. Обычный турбулентный профиль скорости с увеличением напряженности магнитного поля все больше уплощается, превращаясь в прямую линию при больших Ha .

На рис.5-14 показаны профили скорости по оси симметрии трубы, перпендикулярной магнитному полю. Видно, что градиент скорости у стенки (параллельной полю) с увеличением числа Ha уменьшается, что, очевидно, объясняется переходом течения из турбулентного в ламинарное.

На рис.5-15 и 5-16 показано измерение распределения скоростей в сопоставлении с распределением скоростей, рассчитанном исходя из теоретического решения Шерклифа /20/ для трубы, все стенки которой непроводящие. Из рассмотрения этого рисунка следует, что экспериментальные и теоретические результаты совпадают с точностью до 3%, причем профили безразмерных скоростей течения оказываются одинаковыми при различных числах Рейнольдса, как и следует из аналитического решения для ламинарных течений.

Хорошее совпадение экспериментальных и теоретиче-

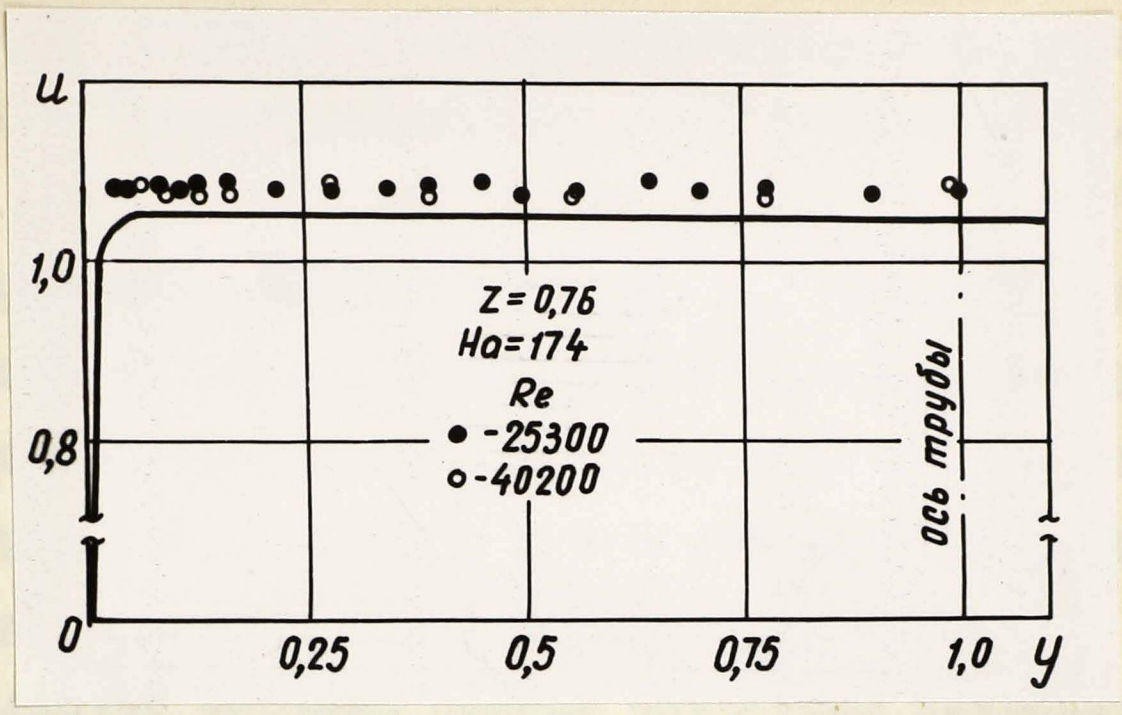


Рис.5-15. Сопоставление данных эксперимента с теоретическим решением Шерклифа /20/ в центральном сечении, параллельном магнитному полю.

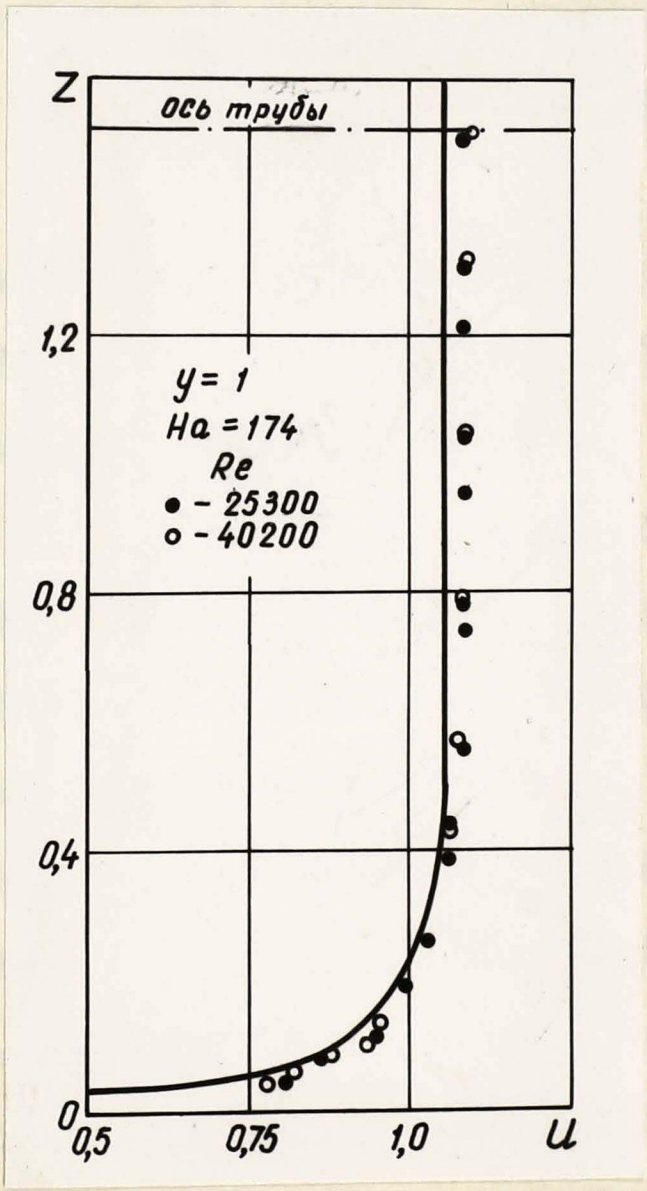


Рис.5-16. Сопоставление данных эксперимента с теоретическим решением Шерклифа /20/ в центральном сечении, перпендикулярном магнитному полю.

ских результатов прослеживается во всем сечении трубы. Это наглядно иллюстрируется на рисунке 5-17, где показаны изотахи в сечении трубы при $Ha=0$ и $Ha=174,3$. На графиках отчетливо видно, как под влиянием поля происходит весьма интенсивное выравнивание скоростей по сечениям, параллельным магнитным силовым линиям, что ведет к значительному изменению характера течения в углах прямоугольной трубы.

Анализ картины изотах позволяет заключить, что на стенке, параллельной полю, образуется градиентный слой, толщина которого в $Ha^{1/2}$ раз больше, чем толщина гартмановского слоя на стенке, перпендикулярной полю. Как известно, такое же соотношение этих слоев следует из теории.

Отметим также практически полное совпадение картины течения при $Ha=0$ в предыдущей (§ 2) и описываемой здесь прямоугольной трубе.

На рис.5-17в показаны изотахи, построенные по результатам численного расчета на ЭВМ уравнений магнитной гидродинамики /20/ для случая ламинарного течения жидкости в прямоугольной трубе с непроводящими стенками с таким же отношением сторон $(^{2b}/_{2a}=1,52)$, как в эксперименте. Несмотря на отличие условий опыта (стенки трубы, параллельные полю, проводящие; входной профиль скорости - турбулентный), сравнение (рис.5-17б, рис.5-17б) теоретических и экспериментальных кривых при $Ha=174,3$ (течение ламинаризовано полем) показывает

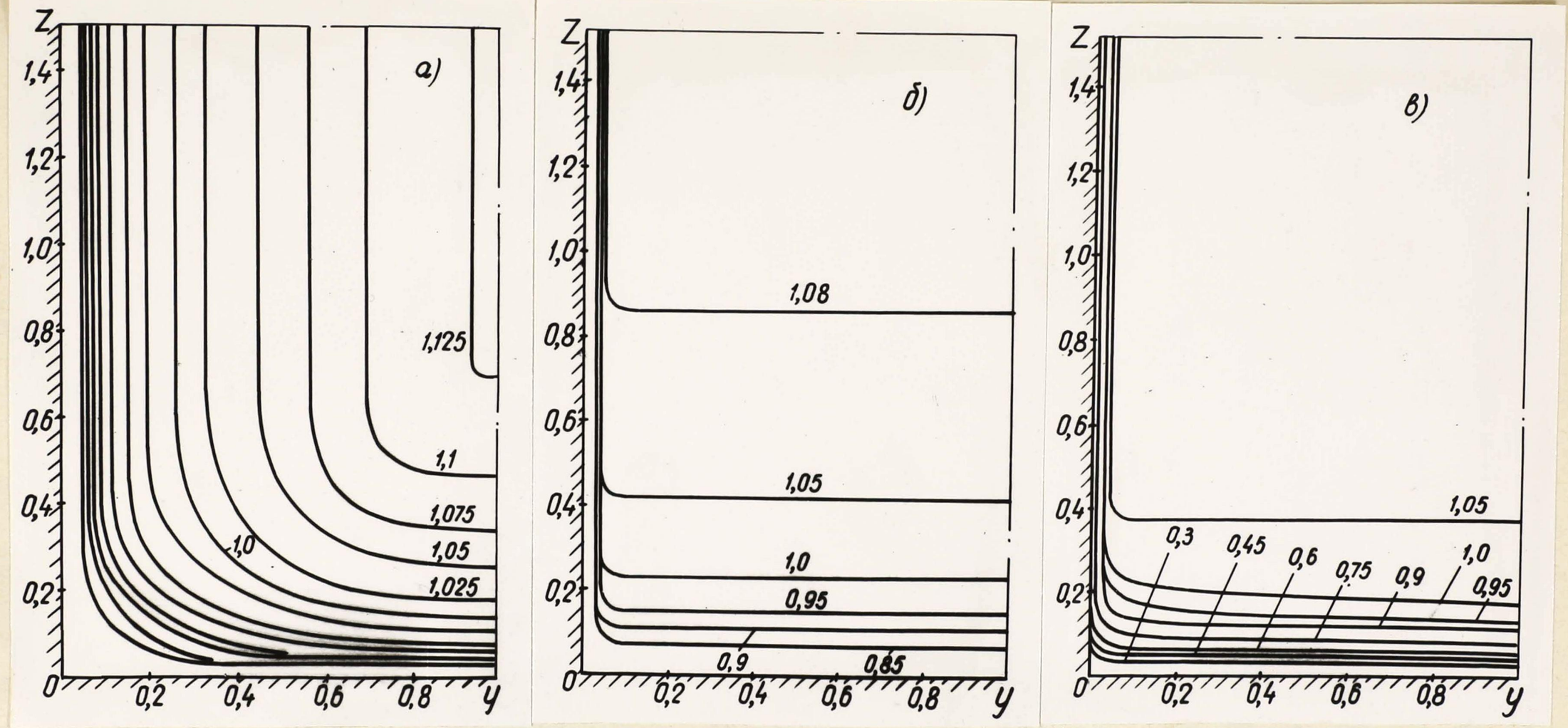


Рис.5-17. Изотахи течения жидкости при $Ha=0$ и $Ha=174,3$.
а) Эксперимент $Ha=0$; б) Эксперимент $Ha=174,3$;
в) теория /20/ $Ha = 174,3$.

вполне удовлетворительное совпадение не только качественное, но и количественное. Различие в значениях скорости в любой точке сечения трубы не превышает 5%. Более равномерное распределение скоростей в экспериментальной трубе в направлении силовых линий магнитного поля, можно объяснить наличием в ней медных шин, по которым замыкаются индуцированные в жидкости электрические токи.

Нужно, правда, иметь в виду, что пока не удалось измерить скорость на очень малых расстояниях от стенки. Возможно, что в этом узком пристеночном слое столь хорошего совпадения не будет.

В описываемой экспериментальной трубе изучалось также распределение по сечению статического давления. Методика проведения опытов и результаты описаны в § 5 главы второй.

§ 4. Исследование влияния магнитного поля на коэффициент сопротивления в прямоугольной трубе с непроводящими стенками.

Выше мы исследовали скоростную структуру потока в прямоугольных трубах. В частности выяснили, что в диапазоне измеренных величин при полностью ламинаризованном течении, распределение скоростей практически совпадает в случае прямоугольной трубы с электродами, параллельными полю и в прямоугольной трубе все стенки

которой - непроводящие. Нет оснований предполагать, что при турбулентном режиме это совпадение существенно нарушится.

Для составления более цельной картины течения необходимо также выяснить влияние поля на интегральную характеристику течения - коэффициент сопротивления. Экспериментальное исследование этого вопроса необходимо как для получения расчетных зависимостей и проверки соответствия теоретических решений эксперименту, так и для попыток анализа воздействия поля на подавление турбулентности. Последнее обстоятельство объясняется отсутствием в настоящее время надежных непосредственных измерений турбулентных пульсаций в присутствии магнитного поля и необходимостью определять критерии перехода от турбулентного режима к ламинарному косвенно - по результатам опытных данных о коэффициенте сопротивления.

В наших экспериментах использовалась труба (рис. 5-18) с соотношением сторон 1:2. (Размеры сечения 0,6 x 1,2 $см^2$). Она устанавливалась на рабочем участке контура с баком постоянного напора короткой стороной сечения параллельно магнитному полю. Общая длина трубы составляла 40 см, из них последние 32 см располагались между полюсами электромагнита. Пять отборов статического давления размещались посредине короткой стороны сечения через 5 см по длине. Первый отбор находился на расстоянии 12 см от места вступления потока

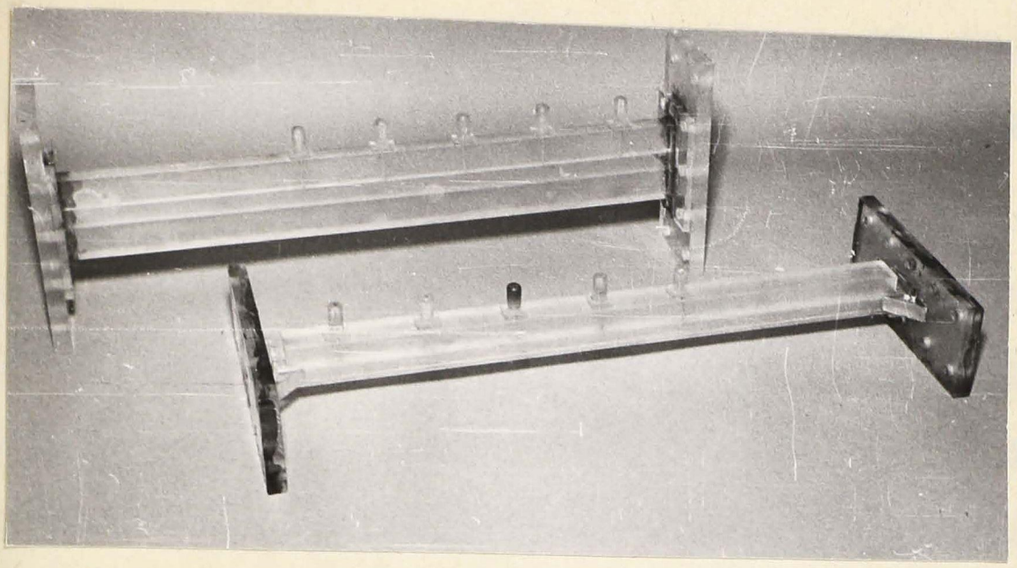


Рис.5-18. Экспериментальная труба

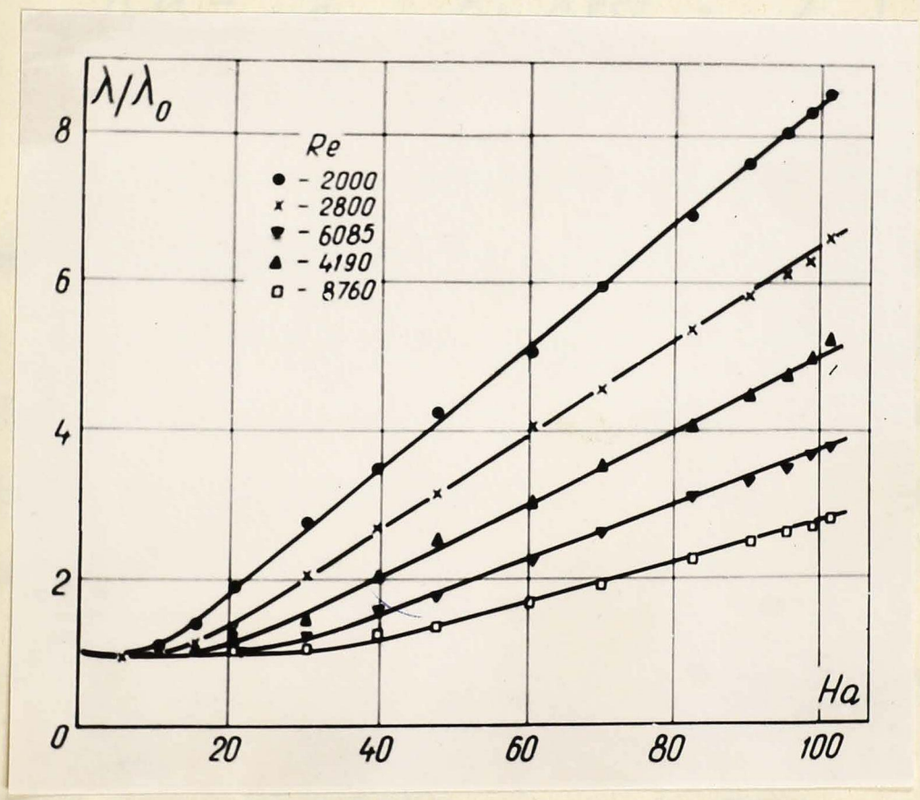


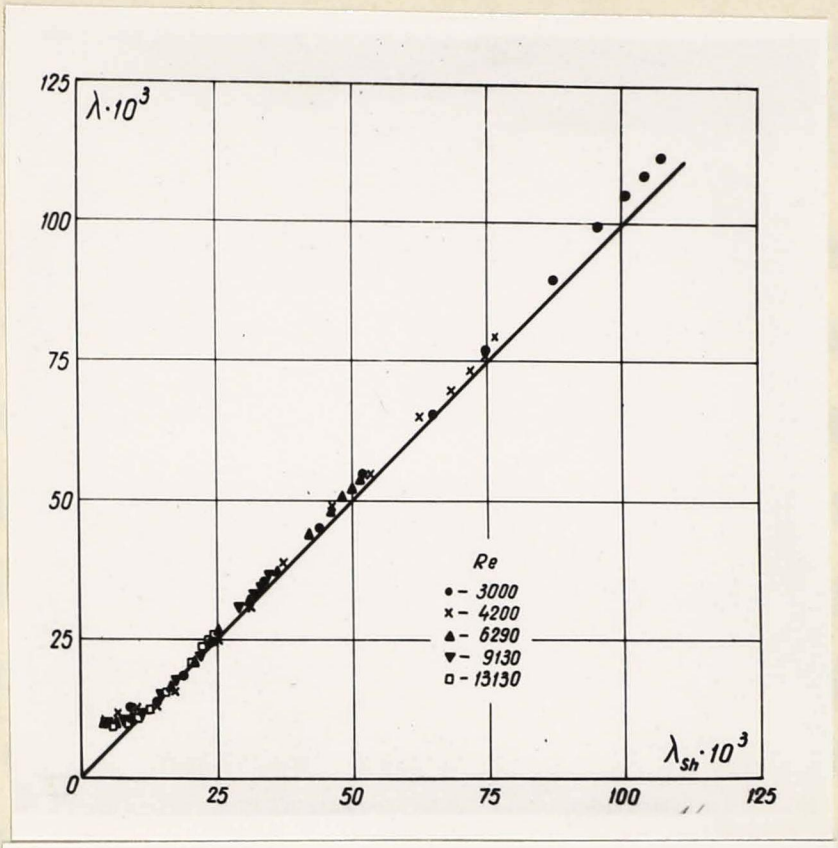
Рис.5-19. Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления.

в магнитное поле. Измерения перепадов давления проводились при $2000 \leq Re \leq 8700$ и $0 \leq Ha \leq 151,8$.

Полученные данные о коэффициенте сопротивления, представленные на рис.5-19 в координатах $\lambda/\lambda_0 = f(Ha)$ в принципе подобны данным Маргетройда /10/, Ликодиса /11/ и др. Наиболее существенным, по нашему мнению, является хорошее совпадение наших результатов в области ламинаризованного течения с результатами приближенного теоретического решения Берклифа /20/ для прямоугольных каналов с непроводящими стенками- рис. 5-20. Среднеквадратичная ошибка не превышает 6%. На этом рисунке λ_{sh} определялся по формуле /20/:

$$\lambda_{sh} = \frac{2Ha}{Re} \frac{1}{\left(1 - \frac{0,852}{\sqrt{Ha}} \frac{a}{b} - \frac{1}{Ha}\right)} \qquad (5.6)$$

Явление снижения коэффициента сопротивления за счет подавления турбулентности выражено незначительно - рис.5-19 и рис. 5-21. Как и в случае плоскопараллельного течения, переход к ламинарному течению происходит при приблизительно постоянном отношении Ha/Re. В нашем случае это отношение равно $(Re/Ha)_{kr} \approx 168$, чему соответствует коэффициент сопротивления $\lambda_{kr} \approx 0,009$.



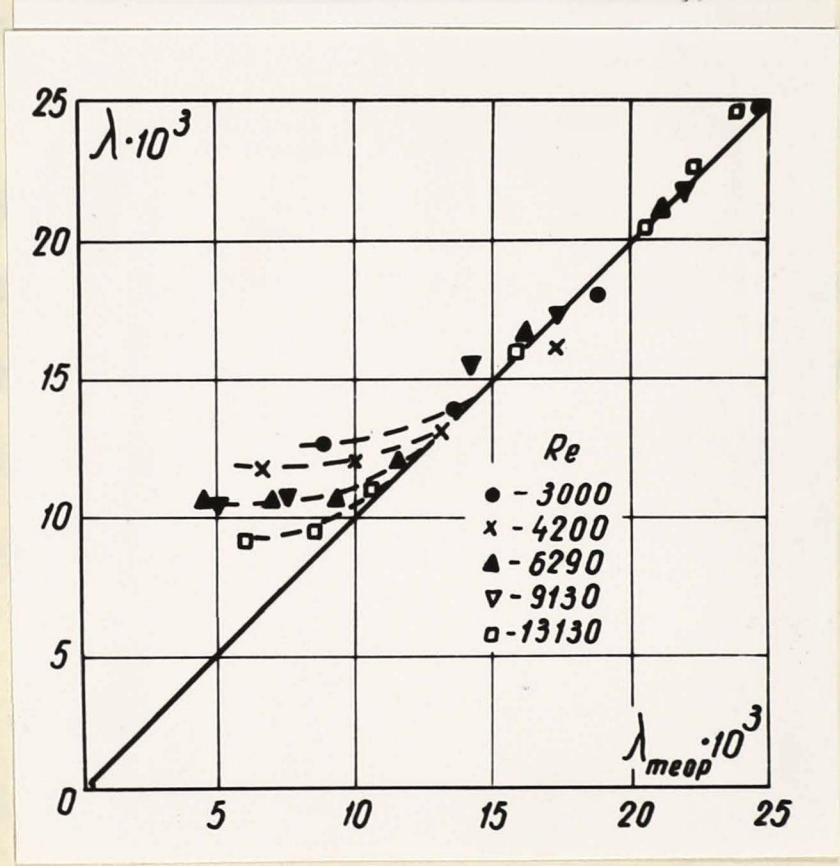


Рис.5–20. Сопоставление экспериментальных значений с теоретическим по решению Шерклифа /20/. Значения λ и Re вычислены по полуширине сечения трубы, параллельной магнитному полю.

§ 5. Исследование влияния магнитного поля на коэффициент сопротивления в плоских трубах, расположенных длинной стороной сечения параллельно магнитному полю.

Анализ данных о коэффициенте сопротивления /105/ показывает, что в случае плоско-параллельного течения в поперечном магнитном поле эффект Гартмана наиболее сильно проявляется в узкой щели ортогональной магнитному полю и уменьшается в трубе любой другой формы или иначе ориентированной относительно поля. При этом, чем слабее эффект Гартмана, тем отчетливей проявляется эффект гашения турбулентности приводящий к снижению λ .

Эксперименты с потоками в продольном магнитном поле, где нет взаимодействия поля с осредненным течением и эффект подавления турбулентности проявляется в своем чистом виде, показали, что в этом случае коэффициент сопротивления под влиянием поля всегда уменьшается.

Вопрос о том, зависит ли непосредственное воздействие поля на турбулентные возмущения скорости, т.е. подавление турбулентности, от взаимной ориентации поля и направления осредненного течения, до настоящего времени не исследовался. Сопоставление известных экспериментов в поперечном и продольном полях мало помогает его выяснению, т.к. в первом из названных случаев непосредственное воздействие поля на турбулентные воз-

мущения вуалируется весьма сильным эффектом Гартмана. Во втором же случае поле непосредственно взаимодействует только с поперечными компонентами турбулентных пульсаций, которые, как известно / 117, 118 /, и по величине и по амплитуде намного меньше продольных компонент пульсаций скорости. Кроме того, можно показать / 104 /, что энергия осредненного движения непосредственно передается только продольной компоненте пульсаций. Что касается поперечных пульсаций скорости, то они получают энергию только от продольных пульсаций. Поэтому можно предположить, что воздействие поперечного поля непосредственно на продольные пульсации скорости будет приводить к более эффективной ламинаризации течения (а, следовательно, и к уменьшению коэффициента сопротивления), чем воздействие продольного поля, взаимодействующего только с поперечными компонентами пульсаций.

Реализация течения, когда отсутствует взаимодействие поля с осредненным движением и имеет место только взаимодействие с продольными пульсациями скорости, возможна в случае, когда вектор магнитной индукции поля перпендикулярен плоскости течения. Действительно, если скорость имеет компоненты $\bar{V}(u_x, u_y, 0)$, а магнитное поле - $\bar{B}(0, 0, B_z)$, то из

$$div\,\bar{E} = -\frac{1}{c}\,div(\bar{V}\times\bar{B})$$

следует, что потенциал φ_E электрического поля $\bar{E}$ с точностью до множителя B_z/c равен гидродинамической

Рис.5-21. Данные о коэффициенте сопротивления в координатах $\lambda/\lambda_{T_{сор}} = f(\lambda_{T_{сор}})$

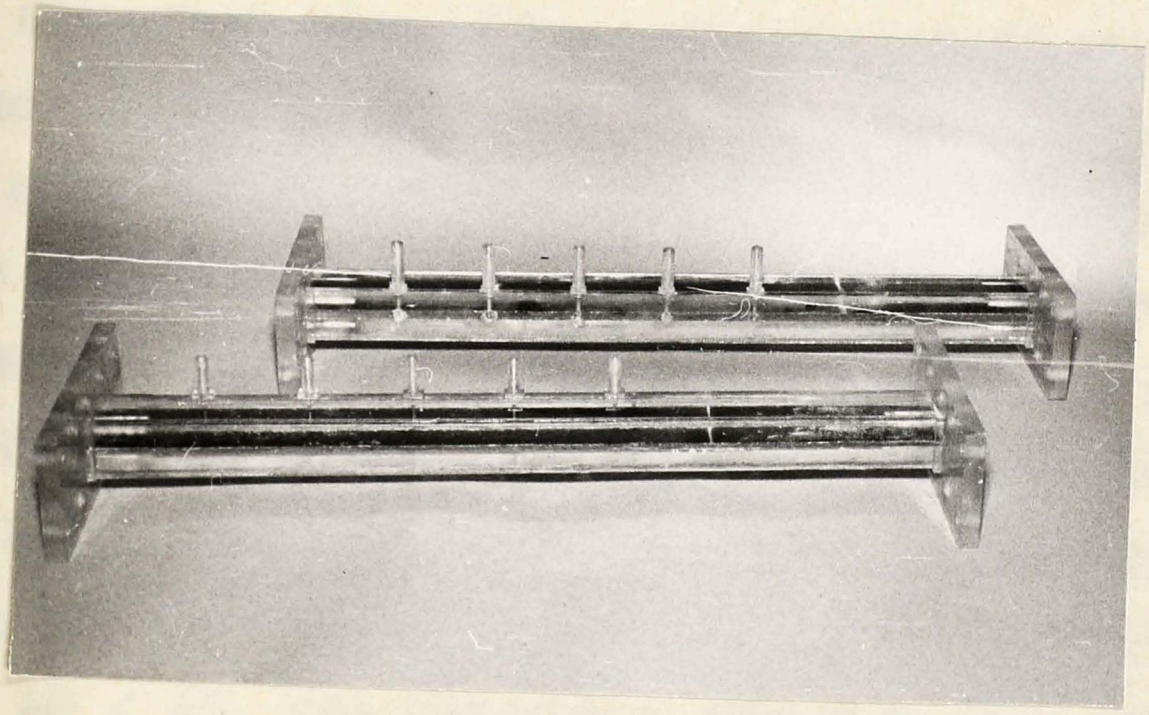


Рис.5-22. Фотографии экспериментальных труб.

функции тока $\psi_E = \frac{B_z}{c}\psi$, вследствие чего электрический ток

$$\bar{J} = \sigma\left[\bar{E} + \frac{1}{c}(\bar{V}\times\bar{B})\right] \equiv 0$$

и, следовательно, джоулева диссипация отсутствует - электромагнитная сила равна нулю.

В наших экспериментах этому требованию приближенно соответствовал случай течения в трубах с сечением в виде узкой щели с длинной стороной, расположенной вдоль силовых линий магнитного поля [119].

Было исследовано течение в двух трубах из оргстекла (рис.5-22) с поперечными сечениями соответственно 8,0х 0,4 $см^2$ и 2,9 х 0,2 $см^2$. Работа велась на контуре с баком постоянного напора. Длина каналов составляла 42,5 см., из них последние 38 см находились в магнитном поле. Пять отборов статического давления располагались посредине длинной стороны сечения через 5 см по длине. Первый отбор находился на расстоянии 12 см. от места вступления потока в магнитное поле, что составляет 30 калибров для канала 0,4 х 8,0 $см^2$ и 60 калибров для канала 0,2х2,9 $см^2$. Числа Рейнольдса и Гартмана менялись в экспериментах в следующих пределах: для первого канала $1150 \leq Re \leq 44600$ и $0 \leq Ha \leq 58$, для второго - $1084 \leq Re \leq 22750$ и $0 \leq Ha \leq 28{,}1$.

Результаты экспериментов с обоими каналами идентичны (рис.5-23 и 5-24). Однако, поскольку во втором канале течение было ближе к плоско-параллельному, все эффекты в нем проявлялись в более чистом виде (эффект

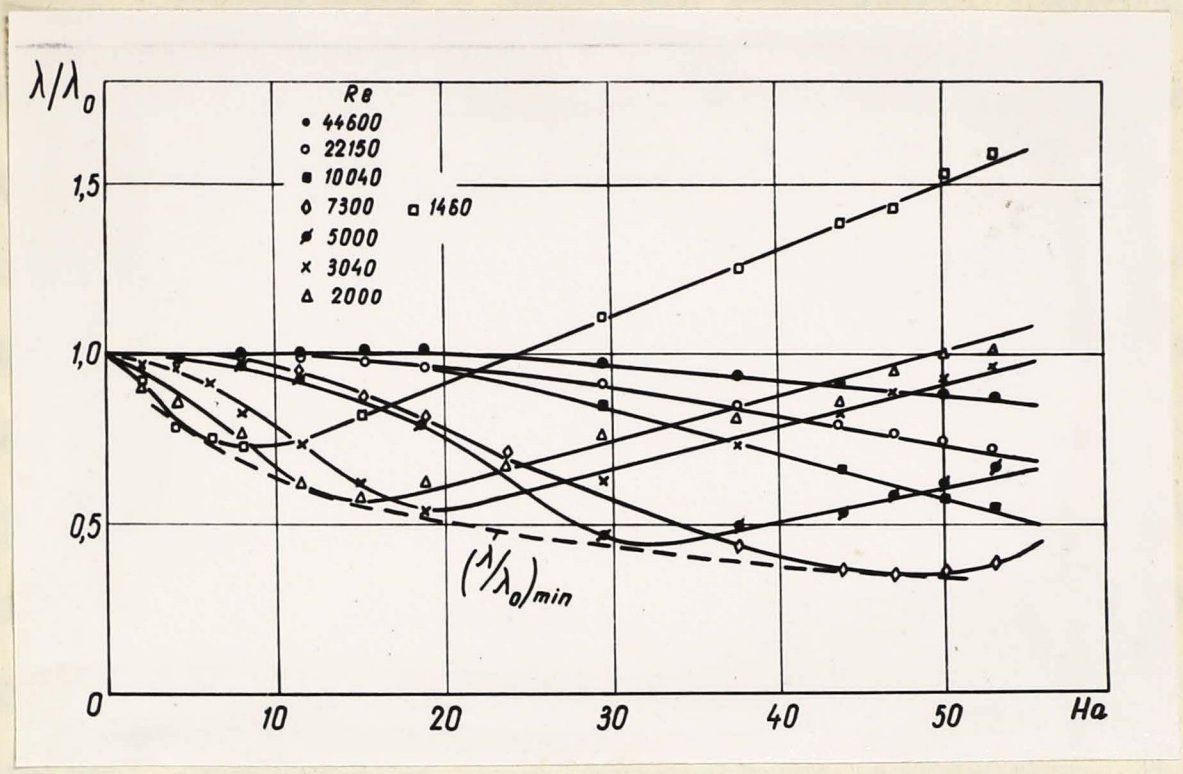


Рис.5-23. Зависимость относительного коэффициента сопротивления от числа Гартмана в трубе с сечением 0,4 х 8,0 см2.

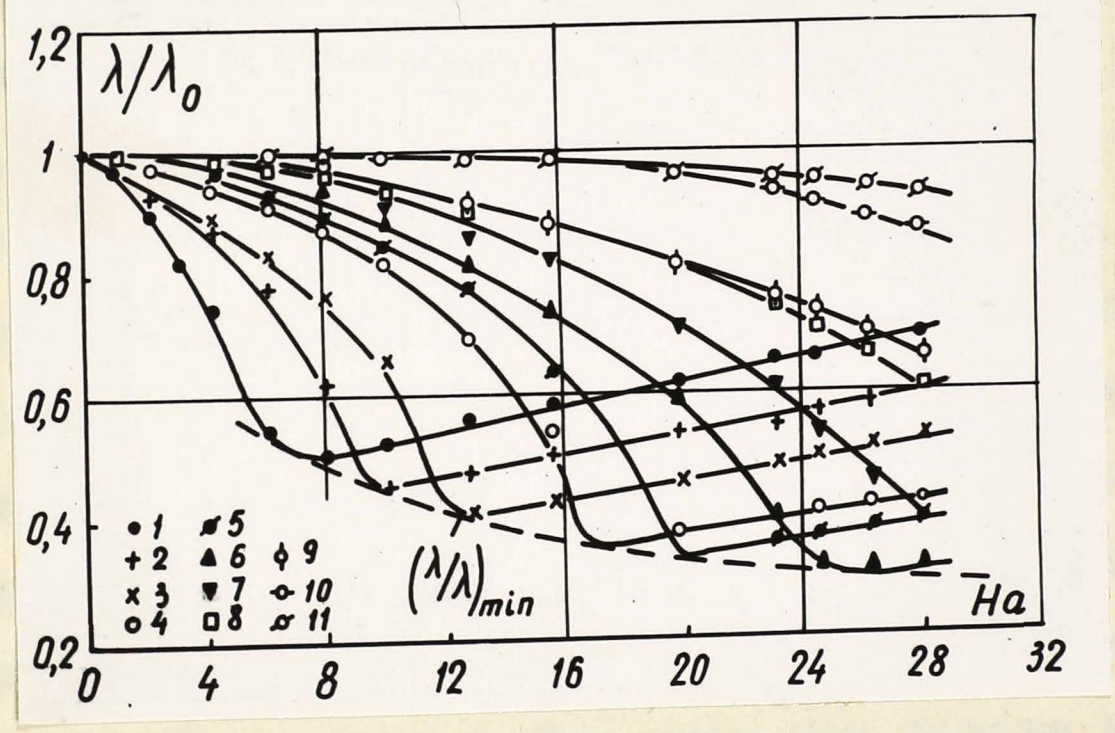


Рис.5-24. Зависимость относительного коэффициента сопротивления от числа Гартмана для трубы с сечением 0,2 х 2,9 см2. Обозначения те же, что на рис.5-27.

Гартмана выражается в меньшей степени). Поэтому следующий ниже обзор главных результатов экспериментов дается на примере второго канала.

На рис.5-23 и 5-24 представлены полученные данные в координатах $\lambda/\lambda_0 = f(Ha)$, где λ_0 - значение коэффициента сопротивления при некотором Re, когда $Ha=0$. Из графиков видно, что при сравнительно небольших отношениях Ha/Re коэффициент сопротивления убывает в принципе подобно тому, как это имеет место в продольном поле, достигает определенного минимума и затем начинает возрастать, что является уже проявлением эффекта Гартмана.

На рис. 5-25 показано изменение λ в зависимости от числа Рейнольдса. При $Ha=0$ результаты измерений хорошо совпадают с кривой Блазиуса. По мере увеличения числа Гартмана при некотором постоянном Re коэффициент сопротивления существенно уменьшается, что и является следствием эффекта подавления турбулентности. Однако при малых числах Re начиная с некоторого значения Ha коэффициент сопротивления начинает снова увеличиваться. При этом линии $\lambda = f(Re)$ становятся параллельными линии Пуазейля $\lambda = 6/Re$, показанной на рис.5-25 пунктиром. При этом, чем больше число Гартмана, тем выше располагается соответствующая линия. Это можно истолковать, как результат перехода течения в ламинарное, что подтверждается также сравнением с данными численного расчета на ЭВМ уравнений магнитной

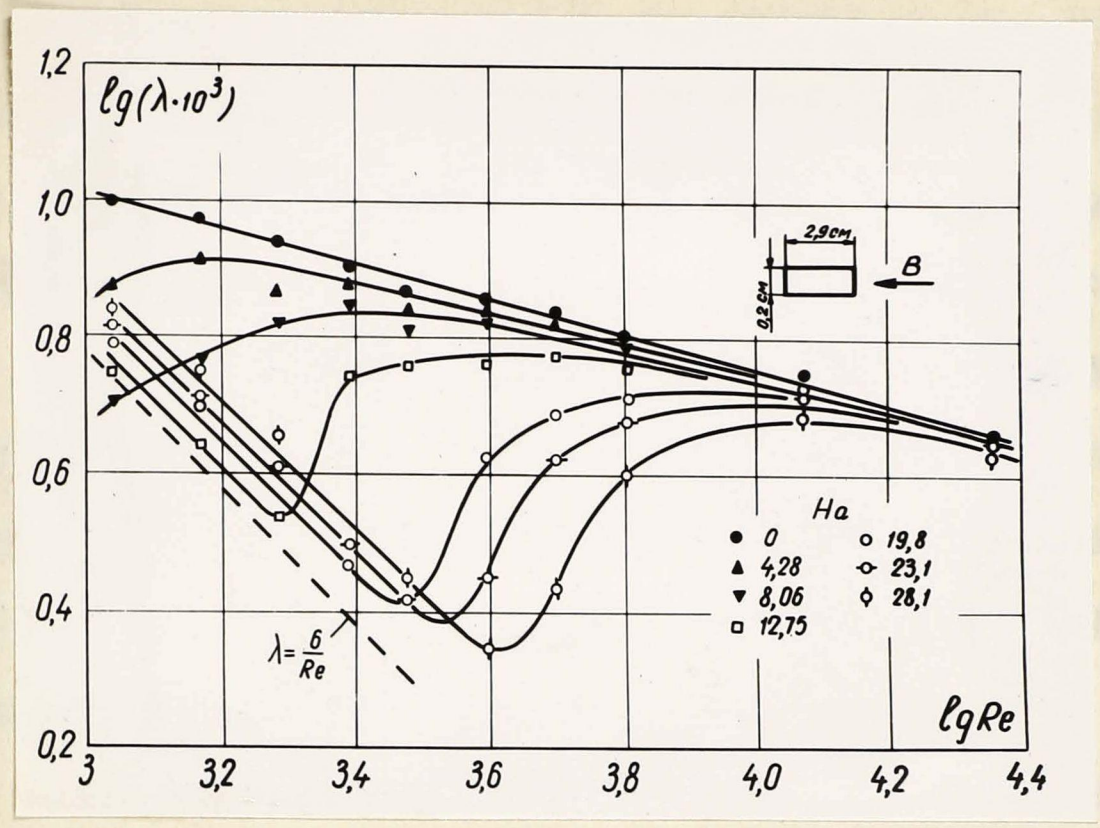


Рис.5-25. Коэффициент сопротивления $\lambda = f(Re)$ (труба 0,2 x 2,9 см2).

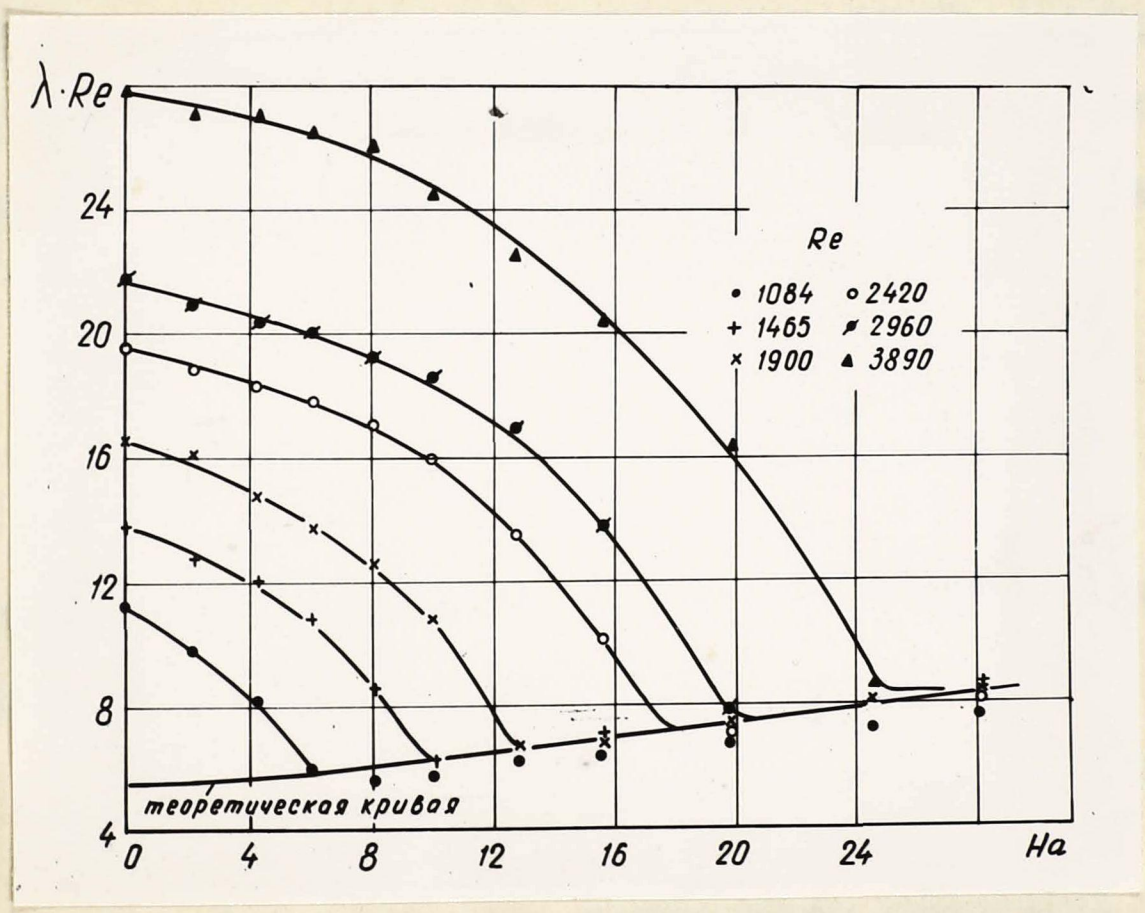


Рис.5-26. Сравнение экспериментальных результатов с теоретическим решением /20/ в координатах $\lambda Re = f(Ha)$ (труба 0,2x2,9 см2).

гидродинамики для случая ламинарного течения в прямоугольных трубах /20 /. Результаты подобного расчета для канала сечением 0,2x2,9 см^2 представлены на рис. 5-26 в координатах $\lambda Re = f(Ha)$. Из графика видно, что, начиная с определенного значения числа Гартмана, экспериментальные точки вполне удовлетворительно ложатся на теоретическую кривую. Это значение Ha совпадает с моментом начала увеличения коэффициента сопротивления (ср. рис.5-26).

Относительно выбранных для сравнения координат $\lambda Re = f(Ha)$ сделаем следующее замечание. Можно показать, что в случае ламинарного течения в прямоугольной трубе с изолированными стенками величина λRe является при заданной геометрии трубы функцией только числа Гартмана Ha . Действительно, для такого течения задача формулируется следующим образом:

$$\begin{cases} \nabla^2 u + \dfrac{Ha^2}{Re_m}\dfrac{\partial b}{\partial y} = -\dfrac{\lambda}{2} Re \\ \nabla^2 b + Re_m \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases} \qquad (5.7)$$

С граничными условиями $u = b = 0$ на стенках трубы и интегральным условием

$$\iint_S u\,dx\,dy = 1, \text{ где} \qquad (5.8)$$

u и b безразмерные компоненты скорости и поля вдоль оси трубы.

S - сечение трубы.

Если ввести $U = -\lambda Re\, U_1$ и $b = -\lambda Re\, b_1$, то для U_1 и b_1 получим:

$$\begin{cases} \nabla^2 U_1 + Ha^2 \dfrac{\partial b_1}{\partial y} = \dfrac{1}{2} \\ \nabla^2 b_1 + \dfrac{\partial U}{\partial y} = 0 \end{cases} \qquad (5.9)$$

$U_1 = b_1 = 0$ на стенках трубы

$$\lambda Re \iint_S U_1\, dx\, dy = -1 \qquad (5.10)$$

Из (5.9) ясно, что U_1 и b_1, а, следовательно, и $\iint_S U_1\, dx\, dy$ является только функцией от Ha. Тогда из (5.10) следует, что

$$\lambda Re = f(Ha)$$

при заданной геометрии канала (отношении сторон $\frac{a}{b}$).

Результаты измерений позволили выяснить ряд особенностей течений в подобных трубах.

1. При представлении экспериментальных данных в виде $\lambda/\lambda_0 = f(Ha/Re)$ (рис. 5-27) оказалось, что минимумы всех кривых практически располагаются на одной вертикали. Начиная с точки минимума экспериментальные результаты при всех больших значениях Ha соответствуют теории ламинарных течений. Это означает, что переход от турбулентного течения к ламинарному происходит при постоянном значении $(Re/Ha)_{кр} \approx 134$ для канала 0,2x2,9 см^2 и $(Re/Ha)_{кр} \approx 130$ для канала 0,4 x 8,0 см^2. (более точными выражениями соот-

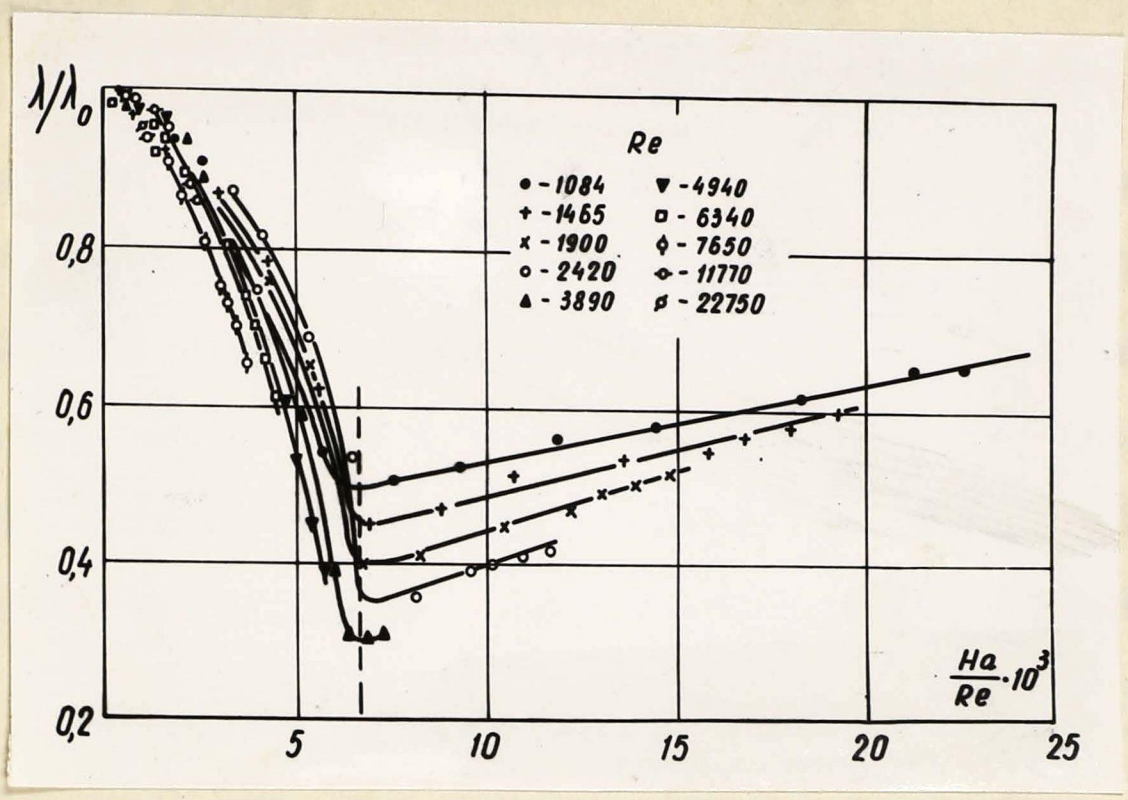


Рис.5-27. Зависимость относительного коэффициента сопротивления от параметра Ha/Re для трубы с сечением 0,2x2,9 см².

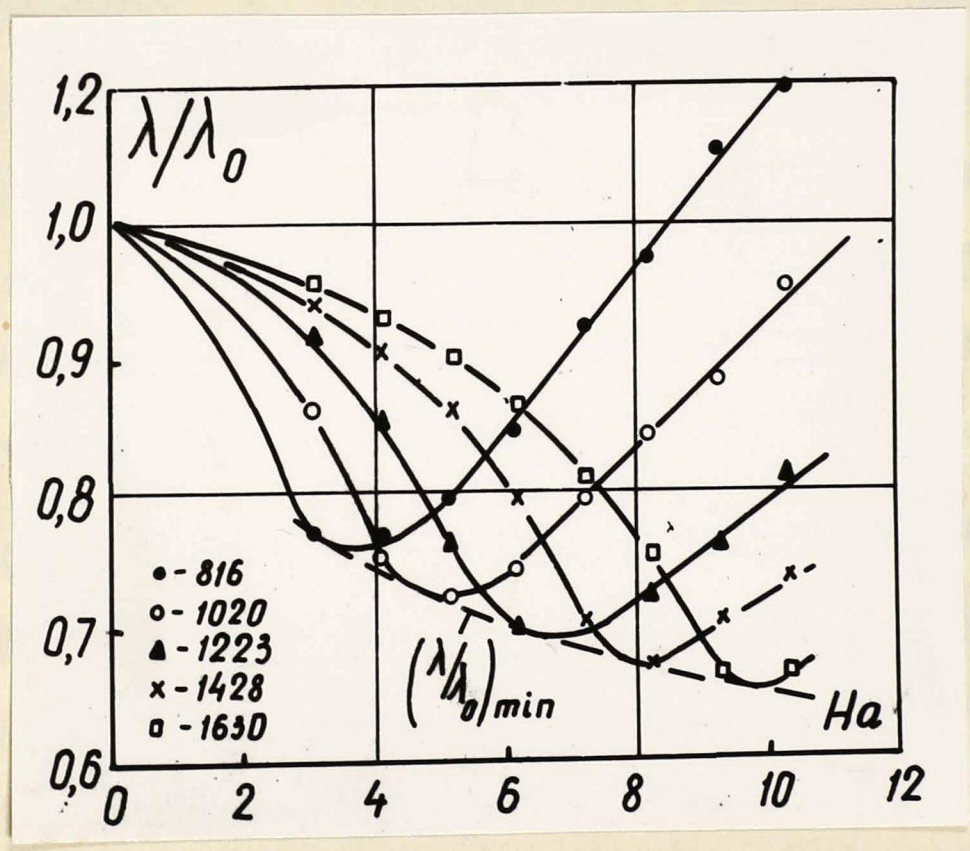


Рис.5-28. Экспериментальные результаты Гартмана и Лазаруса [8] при течении в трубе 0,11 x 0,314 см², расположенной длиной стороной сечения вдоль поля.

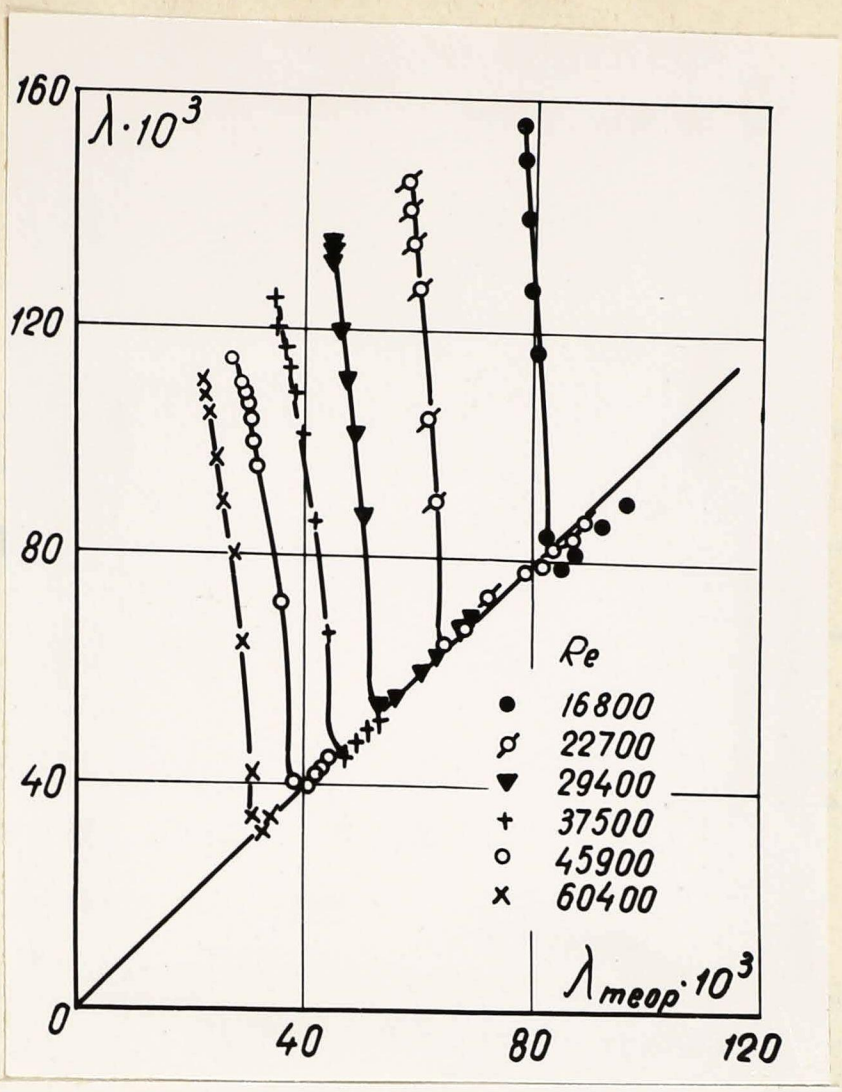
ветственно будут $\left(\frac{Re-200}{Ha}\right)_{кр}=134$ и $\left(\frac{Re-285}{Ha}\right)_{кр}=130$,

однако при достаточно больших Re это уточнение несущественно). Следует отметить, что представление в тех же координатах данных Гартмана и Лазаруса / 8 / (рис.5-28-а,б) для канала 0,11х 0,314 см^2, расположенного длиной стороной сечения вдоль магнитного поля, дает совершенно аналогичную картину. В этом случае $\left(\frac{Re}{Ha}\right)_{кр}\approx 125$ или более точно $\left(\frac{Re-370}{Ha}\right)_{кр}=125$

Заметим, что при Гартмановском течении $\left(\frac{Re}{Ha}\right)_{кр}\approx 215$. Таким образом, несмотря на существенное различие обоих типов течения и даже на то, что различен сам характер смены режимов течения (при Гартмановском течении переход при больших Re постепенный, бескризисный, в нашем случае, по-видимому, кризисный / 60 /), переход происходит при сравнительно близких, постоянных значениях $\frac{Re}{Ha}$. При этом постоянство $\lambda_{кр}$ при разных числах Рейнольдса не наблюдается. Это хорошо видно на рис.5-29-а-б, где изображены $\lambda = f(\lambda_{теор})$

2. При сравнении полученных данных о коэффициенте сопротивления с данными по течению в продольном поле оказывается, что поперечное поле вызывает во много раз более сильное уменьшение коэффициента сопротивления, чем продольное, несмотря даже на то, что максимальное падение этого параметра несколько ослаблено за счет действия эффекта Гартмана. На рис.5-30-а-б, наши данные сопоставлены с результатами Ковнера и Красильни-

а)



б)

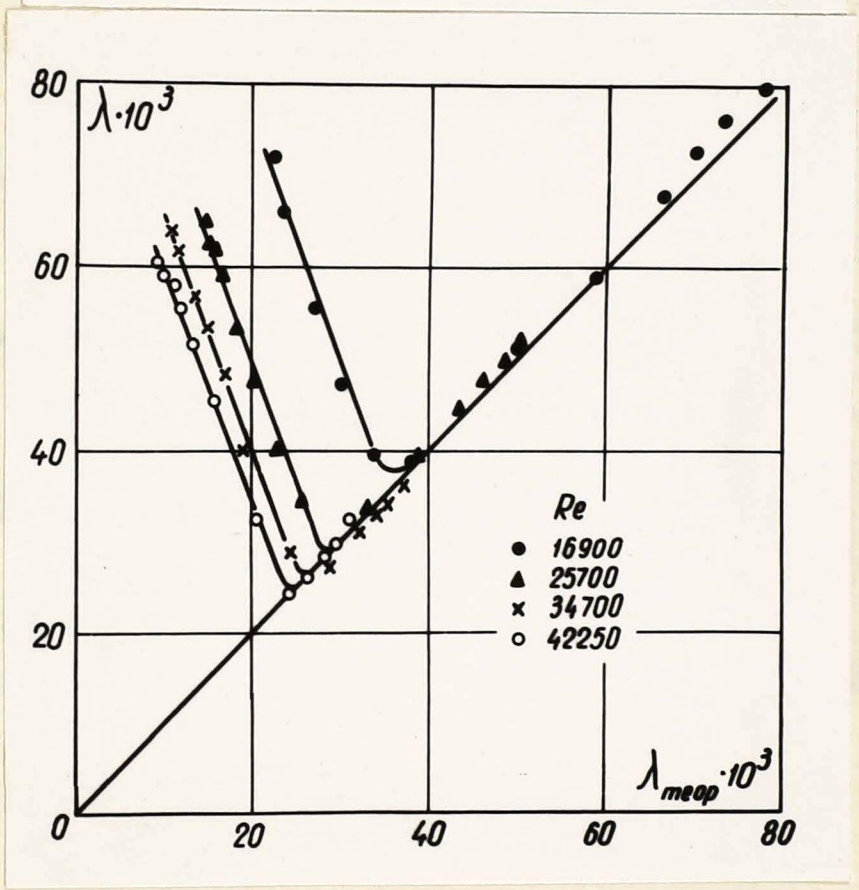
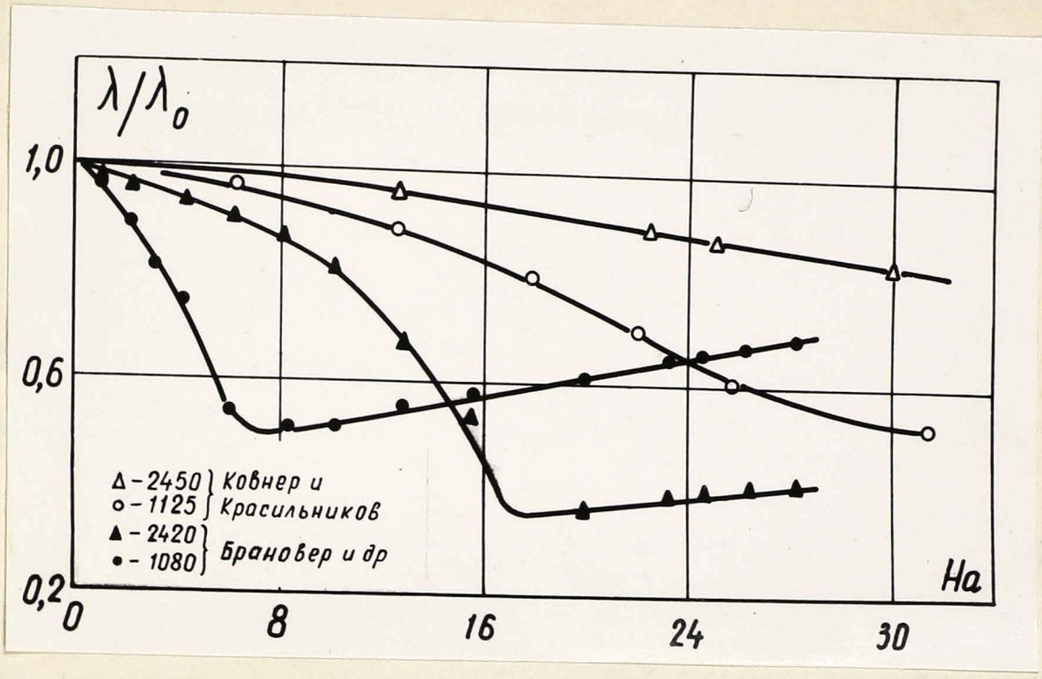


Рис. 5-29. Сопоставление экспериментальных и теоретических значений λ

а) труба 0,2х2,9 см²; б) труба 0,4х3,0 см². (Опытные значения λ в трубе 0,4х30 см² скорректированы до совпадения с λ_0 согласно закону Блазиуса).

λ и Re вычислены по полупериметру трубы, параллельной магнитному полю.

а)



б)

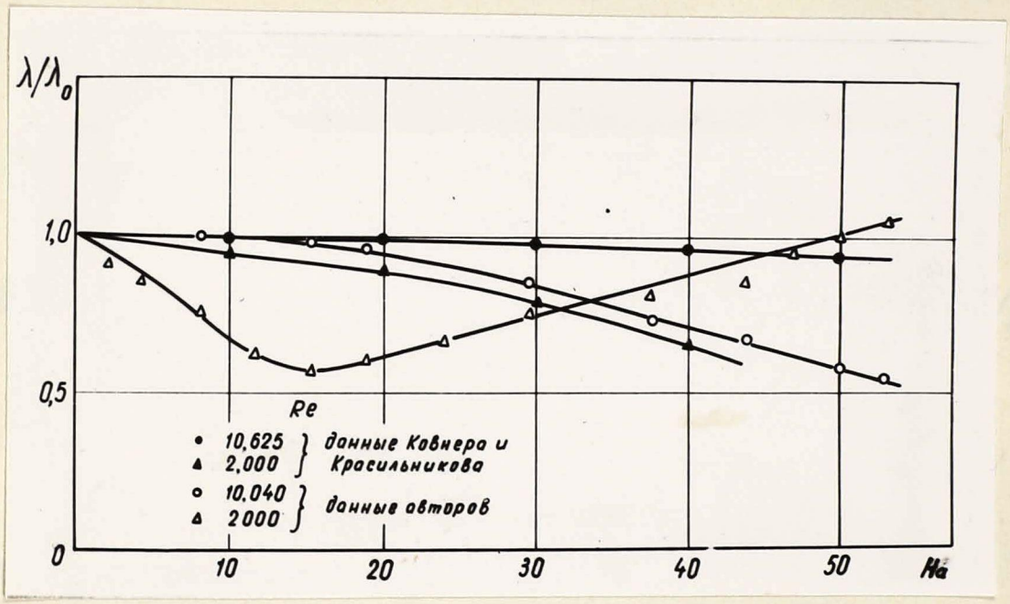


Рис.5-30. Сравнение влияния продольного и поперечного магнитного поля на уменьшение коэффициента сопротивления

а) труба 0,2 x 2,9 см^2;

б) труба 0,4 x 3,0 см^2.

кова / 33 / о коэффициенте сопротивления в круглой трубе под влиянием продольного поля. Это сравнение показывает, что при прочих равных условиях уменьшение λ в поперечном поле оказывается в 5-7 раз больше, чем в продольном. Таким образом, предположение о гораздо более сильном влиянии поперечного поля на турбулентные возмущения скорости, высказанное в начале параграфа, полностью подтверждается.

3. При анализе графиков на рис. 5-23, 5-24 и 5-28а обнаружилось, что огибающая минимумов $(\lambda/\lambda_0)_{min}$ может быть описана простой эмпирической формулой.

Для канала 0,4 x 3,0 см^2, когда $\left(\frac{Re}{Ha}\right)_{кр} \approx 130$

$$\left(\lambda/\lambda_0\right)_{min} = \frac{15{,}25}{(Re-285)^{0{,}426}} \qquad (5.11)$$

Для канала 0,2 x 2,9 см^2, когда $\left(\frac{Re}{Ha}\right)_{кр} \approx 134$

$$\left(\lambda/\lambda_0\right)_{min} = \frac{6}{(Re-200)^{0{,}364}} \qquad (5.12)$$

Для канала Гартмана и Лазаруса 0,11 x 0,814 см^2, когда $Re/Ha \approx 125$

$$\left(\lambda/\lambda_0\right)_{min} = \frac{2{,}03}{(Re-370)^{0{,}16}} \qquad (5.13)$$

Константы b_1 в этих формулах зависят от размеров канала.

§ 6. Выводы и рекомендации.

Имея экспериментальные данные о течениях в прямоугольных трубах в существенно различных случаях, попытаемся сделать некоторые обобщения и выводы.

1. При течении в трубах с проводящими стенками потери напора значительно больше, чем в случае течения в трубах с непроводящими стенками.

Индуцированное в жидкости магнитное поле дополнительно подавляет турбулентные возмущения скорости, что ведет к увеличению критерия Re/Ha, при котором наступает ламинаризация течения. В частности, в наших экспериментах при течении в плоской трубе $Re/Ha \approx 400 \div 500$. Для практических инженерных расчетов, можно в данном случае пользоваться формулами (5.1) и (5.3) уже при отношениях $Ha/Re \approx 0{,}002\text{–}0{,}0025$.

2. Поперечное магнитное поле оказывает существенное влияние на скоростную структуру потока в прямоугольном канале с проводящими стенками. Получающаяся картина течения с резко выраженными максимумами скорости у стенок, параллельных полю, не имеет подобного аналога в общей гидродинамике и может привести к значительным изменениям условий тепло и массообмена при расчете реальных конструкций. При этом следует учитывать, что действительные максимумы скорости могут быть много больше рассчитанных теоретически [39].

Они зависят от соотношения толщин стенок канала и условий контактирования с жидким металлом. Комбинацией расположения проводящих и непроводящих стенок или участков контактирующих и неконтактирующих с рабочей жидкостью возможно управление картиной течения в прямоугольной трубе.

3. Распределение скоростей в прямоугольном канале с двумя проводящими (параллельными полю) и двумя непроводящими (перпендикулярными полю) стенками аналогично скоростной структуре потока в прямоугольном канале со всеми изолированными стенками (начиная с координаты ближайшей к стенке точки 0,04). Хорошее совпадение результатов теории и эксперимента дает основание рекомендовать использовать для практических расчетов проточных частей кондукционных МГД- машин с проводящими шинами данные решения Перклифа для прямоугольных труб с непроводящими стенками /20/.

4. Значение $(Ha/Re)_{кл}$, при котором наступает ламинаризации течения в прямоугольных трубах с непроводящими стенками зависит от соотношения длин сторон в поперечном сечении трубы. При плоско-параллельном течении $(Re/Ha)_{кл} \approx 215$ (этот результат следует из уравнений (3.19)÷(3.22), когда $\chi_{кл} = 0{,}00925$ и $Re_{гр} = 1280$); по мере уменьшения отношения сторон $\beta = \frac{b}{a}$ (a - сторона, параллельная полю) величина $(Re/Ha)_{кл}$ уменьшается, достигая при $\beta \approx 0{,}07$ значения $(Re/Ha)_{кл} \approx 130$. На рис.5-31 показано изменение $(Re/Ha)_{кл}$ в зависимости от β.

Здесь дополнительно использованы данные работ /120,121/.

Постоянство величины $\lambda_{кр}$, по-видимому, имеет место лишь при плоско-параллельном течении - $\lambda_{кр}=0,00935$. С уменьшением отношения β это постоянство постепенно нарушается и при $\beta<1$ коэффициент сопротивления $\lambda_{кр}$ имеет существенно различные значения при различных числах Рейнольдса (рис.5-29).

5. Поперечное магнитное поле, воздействуя на основную, продольную компоненту пульсаций скорости, значительно сильнее подавляет турбулентные возмущения, чем продольное поле. Это приводит к гораздо более быстрой ламинаризации течения и значительному уменьшению коэффициента сопротивления в потоках, где эффект Гартмана проявляется незначительно. Наблюдавшееся в экспериментах резкое падение коэффициента сопротивления уже при сравнительно умеренных магнитных полях дает основание рекомендовать наложение соответствующим образом ориентированного поля для практических целей в качестве инженерного способа значительного уменьшения гидравлических потерь энергии.

Реализация данного предложения может быть осуществлена различным образом. На рис. 5-32 а,б,в показаны некоторые варианты использования на практике описанных выше эффектов. На рис. 5-32а для создания магнитного поля могут быть использованы постоянные магниты. На рис. 5-32 б показано, как для создания магнитного поля используется токопровод, проходящий

внутри кольцевой трубы и создающий вокруг себя азимутальное магнитное поле. На рис. 5-32-в в качестве токопровода используется сама рабочая жидкость, текущая по круглой трубе. В последних двух случаях подавление турбулентных пульсаций выгодно использовать для получения ламинарного течения жидкости, например, с целью получения высококачественной структуры металла при различных металлургических процессах.

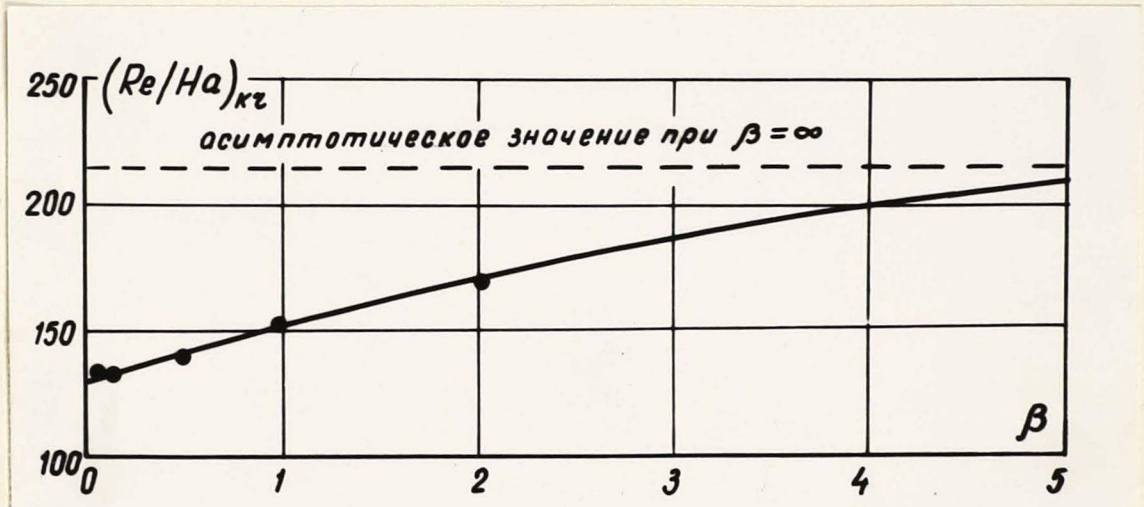
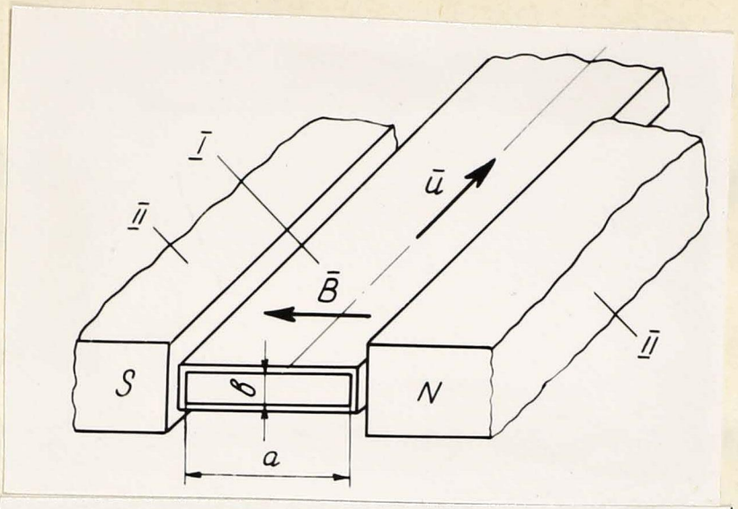
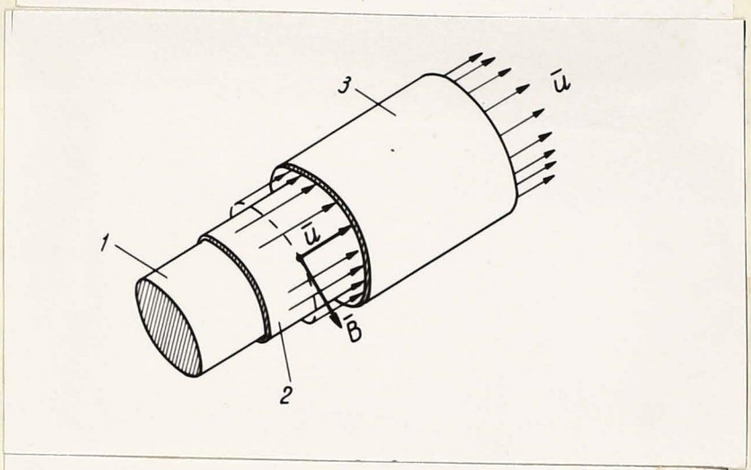


Рис.5-31. Зависимость параметра $(Re/Ha)_{кр}$ от соотношения сторон $\beta = \frac{b}{a}$.

а)



б)



в)

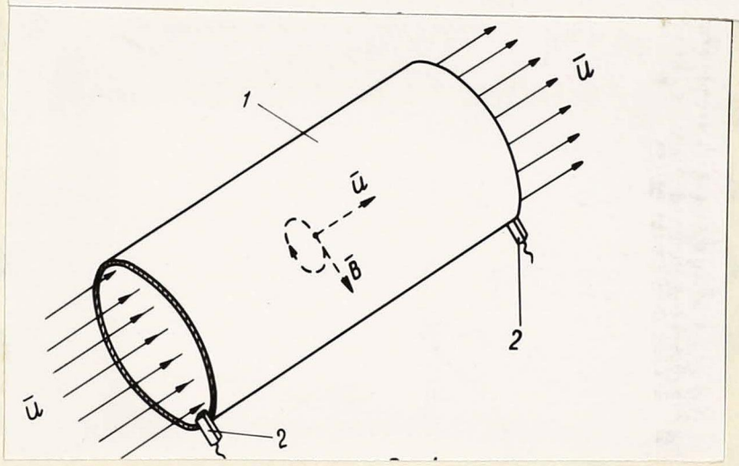


Рис.5-32. Некоторые способы снижения гидравлических потерь энергии в токопроводящих жидкостях:

а) использование канала щелевидного сечения, расположенного длиной стороной вдоль поля (II - полюса магнита; I - канал);

б) создание азимутального магнитного поля с помощью токопровода, проходящего внутри кольцевой трубы (1 - токопровод; 2,3-стенки трубы);

в) создание азимутального магнитного поля путем пропускания тока непосредственно по рабочей жидкости, текущей в круглой трубе (1 - труба, 2 - подвод тока).

Глава VI.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА НЕРАВНОМЕРНЫЕ МГД - ТЕЧЕНИЯ

Данная глава посвящена изучению двух видов неравномерных турбулентных магнитогидродинамических течений: течению на участке стабилизации потока в магнитном поле и течению на участке местного сопротивления, выполненного в виде внезапного расширения.

Расчет стабилизации ламинарного плоско-параллельного течения производился многими авторами численными методами или приближенно на основе интегральных соотношений, путем линеаризации уравнений по способу Рэлея и т.д. [87-89, 122-123]. В работах [87, 122-123] профиль скорости потока при входе в магнитное поле предполагался постоянным, а в [88, 124-125] - параболическим, пуазейлевым. Стабилизация турбулентного плоско-параллельного течения рассмотрена в работах [87, 88].

Результаты этих исследований представляют преимущественно теоретический интерес, т.к. на практике в большинстве случаев условия и допущения, при которых решались задачи, не выполняются. Действительно, в реальных конструкциях МГД- машин имеет место неоднородность магнитного поля в продольном направлении, обусловленная конечной длиной полюсов магнита. Это обстоятельство приводит к сложной картине распределения в краевых зонах индуцированных в жидкости электрических токов,

обусловливающих появление вторичных течений в жидкости и деформацию профиля скорости.

Задача еще более усложняется, если сечение МГД - канала отличается от щелевидного, если имеются проводящие стенки и т.д. Наиболее эффективными в этом случае являются экспериментальные методы исследования.

Мы остановились на двух типах экспериментальных труб: плоской трубе с изолированными стенками (для возможности сравнения с имеющимися теоретическими решениями) и прямоугольной трубе, у которой две стенки, параллельные магнитному полю, были проводящими, а остальные две - непроводящими (аналог проточных частей кондукционных МГД - машин).

Задача работы формулировалась следующим образом: исследовать формирование МГД- профиля скорости при вступлении потока в магнитное поле и его разрушение (возвращение к обычному турбулентному профилю скорости) по выходе потока из зазора магнита.

Случай МГД- течения на участке внезапного расширения выбран объектом исследования по следующим причинам. Во-первых, как уже указывалось выше, проточные части магнитогидродинамических устройств, часто имеют участки, где течение происходит с большими градиентами скоростей (конфузор, диффузор и т.п.), изучение которых возможно пока лишь опытным путем. Во-вторых, для расчета коэффициента сопротивления внезапного расширения в общей гидродинамике имеется удовлетвори-

тельное теоретическое решение - теория Борда, а внутренняя структура в подобных потоках в последнее время детально изучена /126,127/. В-третьих, для получения более полного представления о своеобразной структуре течения, установленной в работе /46/, требуются дополнительные данные как по распределению скоростей в некоторых специальных случаях, так и о распределении давления и коэффициенте сопротивления участка внезапного расширения.

Задачей исследования являлось: а) изучение скоростей структуры потока на участках двух и одностороннего расширения при наличии в канале проводящих стенок, параллельных магнитному полю; б) изучение влияния поперечного магнитного поля на распределение давления и коэффициент сопротивления участков двух- и одностороннего расширения в трубах с непроводящими стенками.

§1. Исследование стабилизации течения в плоской трубе с изолированными стенками.

Исследование стабилизации течения производилось путем измерения профилей скорости в различных сечениях по длине экспериментальной трубы. За длину участка стабилизации обычно принимается расстояние от входа потока в зазор магнита до сечения, где скорость в центре трубы отличается от установившегося при данном режиме значения не более, чем на 1% /44/.

Поскольку в наших опытах средняя относительная ошибка при измерении скоростей составляла ~ 2%, длина участка стабилизации определялась с точностью эксперимента.

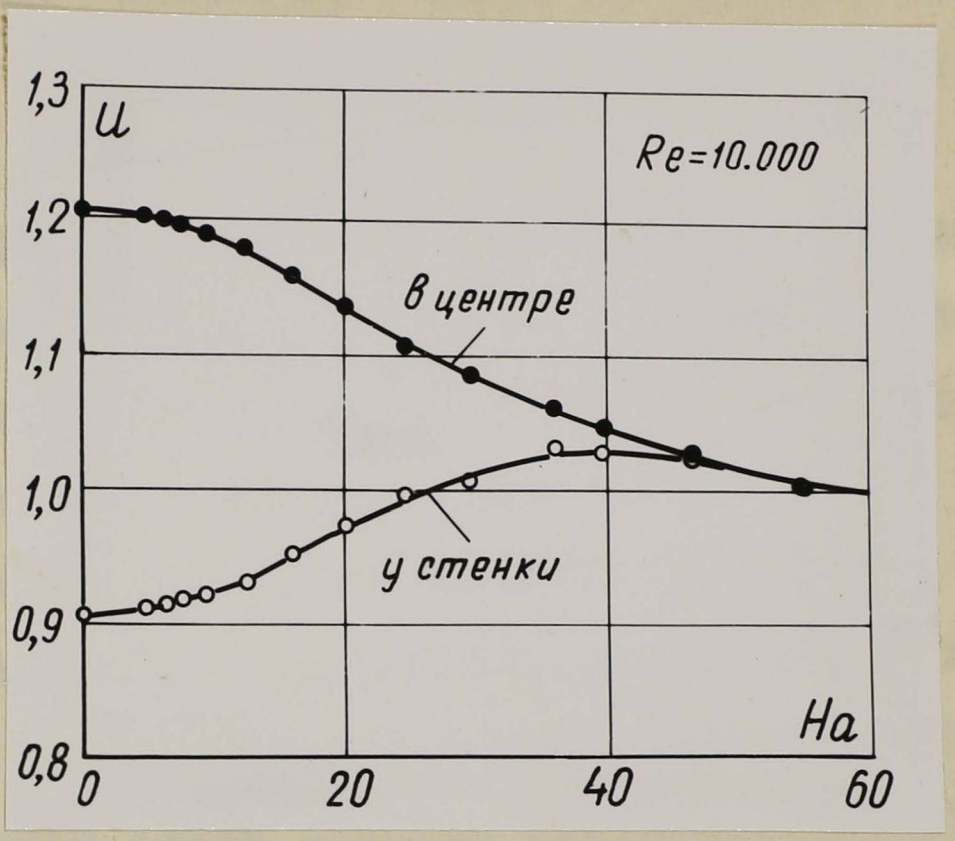
Измерения проводились в той же экспериментальной трубе, что и при исследовании распределения скоростей в § 4 главы III*). Конструкция трубы (рис.3-10) позволяла перемещать измерительный зонд - трубку Пито с диаметром насадка 1,1 мм - в различные сечения вдоль потока. В каждом исследуемом сечении трубка Пито устанавливалась таким образом, чтобы ее конец находился в одной плоскости с отверстием статического отбора давления, расположенным в стенке трубы. Для устранения влияния свободной поверхности сверху канал закрывался специальными вставками между которыми оставалась только узкая щель для ввода в поток измерительного зонда.

После подробного измерения установившихся профилей скорости при различных числах Рейнольдса (см.§ 4 главы III) дальнейшие измерения в различных сечениях по длине производились только в центре и у стенки на уровне продольной оси симметрии трубы.

Работа велась при числах Рейнольдса $5000 \leq Re \leq 10.000$ и числах Гартмана $0 \leq Ha \leq 54,5$.

На рис.6-1 показано изменение максимальной скорости в центре и скорости у стенки ($y = 0,11$) в сече-

*) Данные о размерах экспериментальной трубы, критериях смены режимов течения и т.д. те же, что в § 4 главы III.



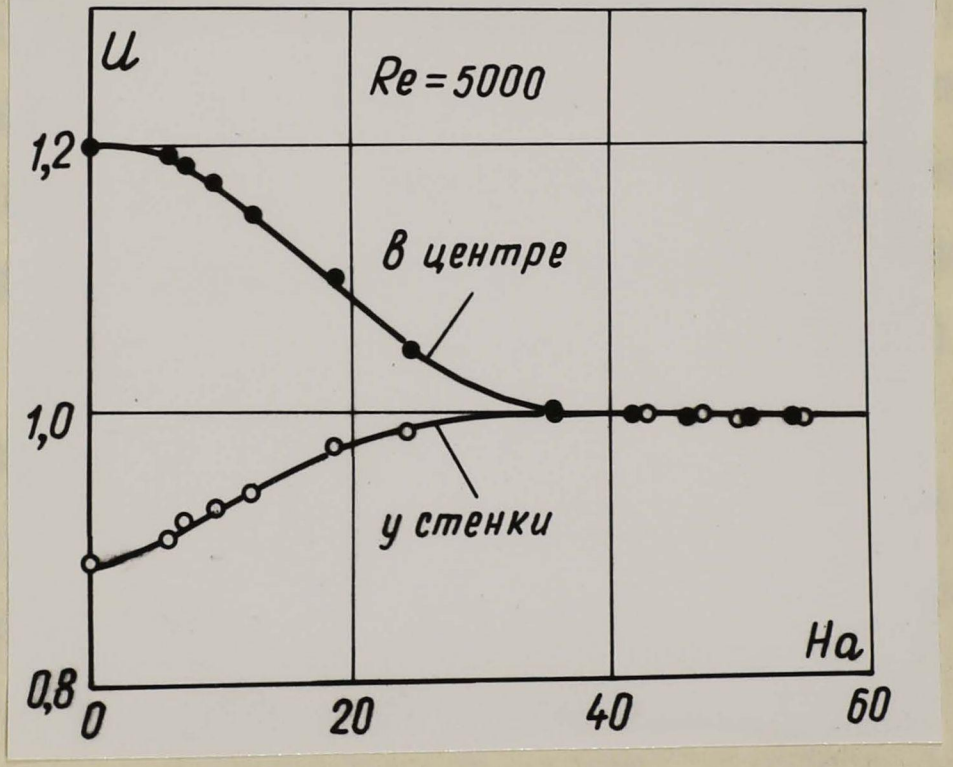


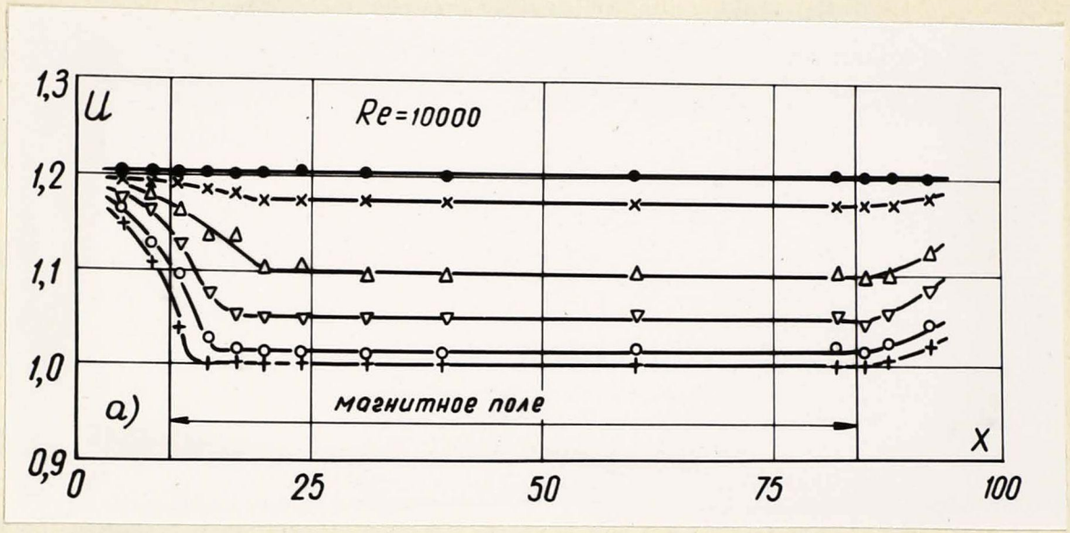
Рис.6-1. Кривые измерения скоростей в центре трубы и у стенки под влиянием магнитного поля.

ний, где течение было полностью стабилизовавшимся, под влиянием магнитного поля. На графиках отчетливо видно, как происходит выравнивание скоростей по сечению трубы с ростом числа Ha.

Результаты измерений стабилизации профиля скорости приведены на рис.6-2 ÷ 6-3. Здесь представлены кривые изменения значений скорости в центре и у стенки в различных сечениях по длине трубы при различных числах Рейнольдса. Из графиков следует, что формирование профиля скорости начинается уже до вступления потока в зазор магнита. С увеличением индукции магнитного поля длина участка стабилизации существенно сокращается, достигая при максимальных числах Гартмана величины двух - трех калибров трубы. Обращает на себя внимание некоторое уменьшение скорости у стенки перед входом потока в магнитное поле. Очевидно, это результат действия концевых эффектов в сочетании с эффектом подавления турбулентных пульсаций в области магнитного поля рассеивания.

Разрушение профиля скорости после выхода потока из зазора магнита происходит не сразу. В центре трубы возвращение к обычному турбулентному профилю идет медленее, чем у стенки, где силы вязкости проявляются сильнее и приводят к более быстрому снижению скорости.

Для получения количественных оценок длины участка стабилизации представим полученные данные в



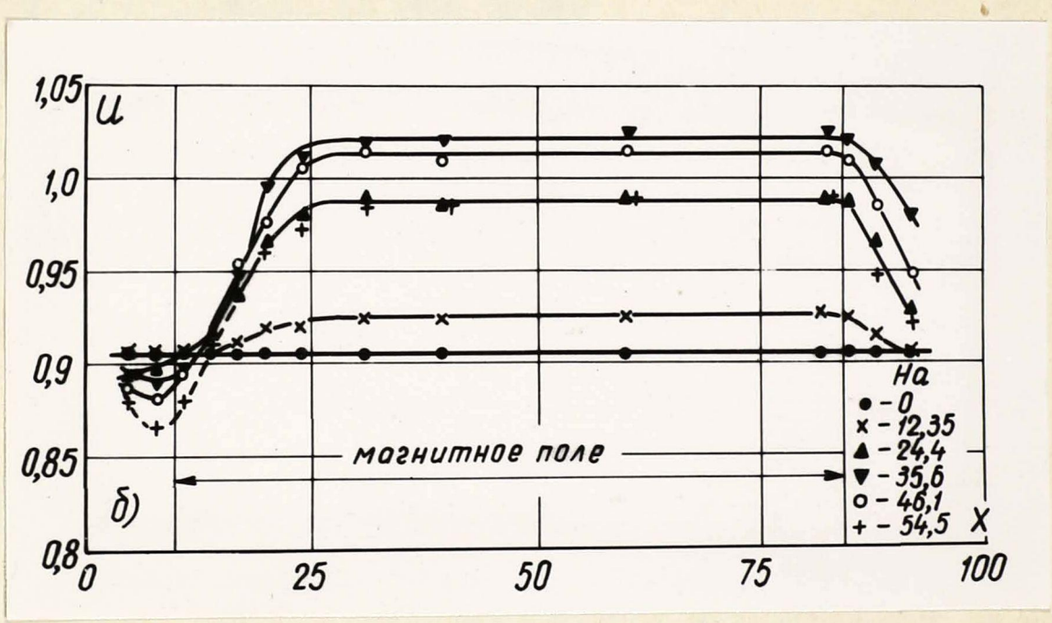
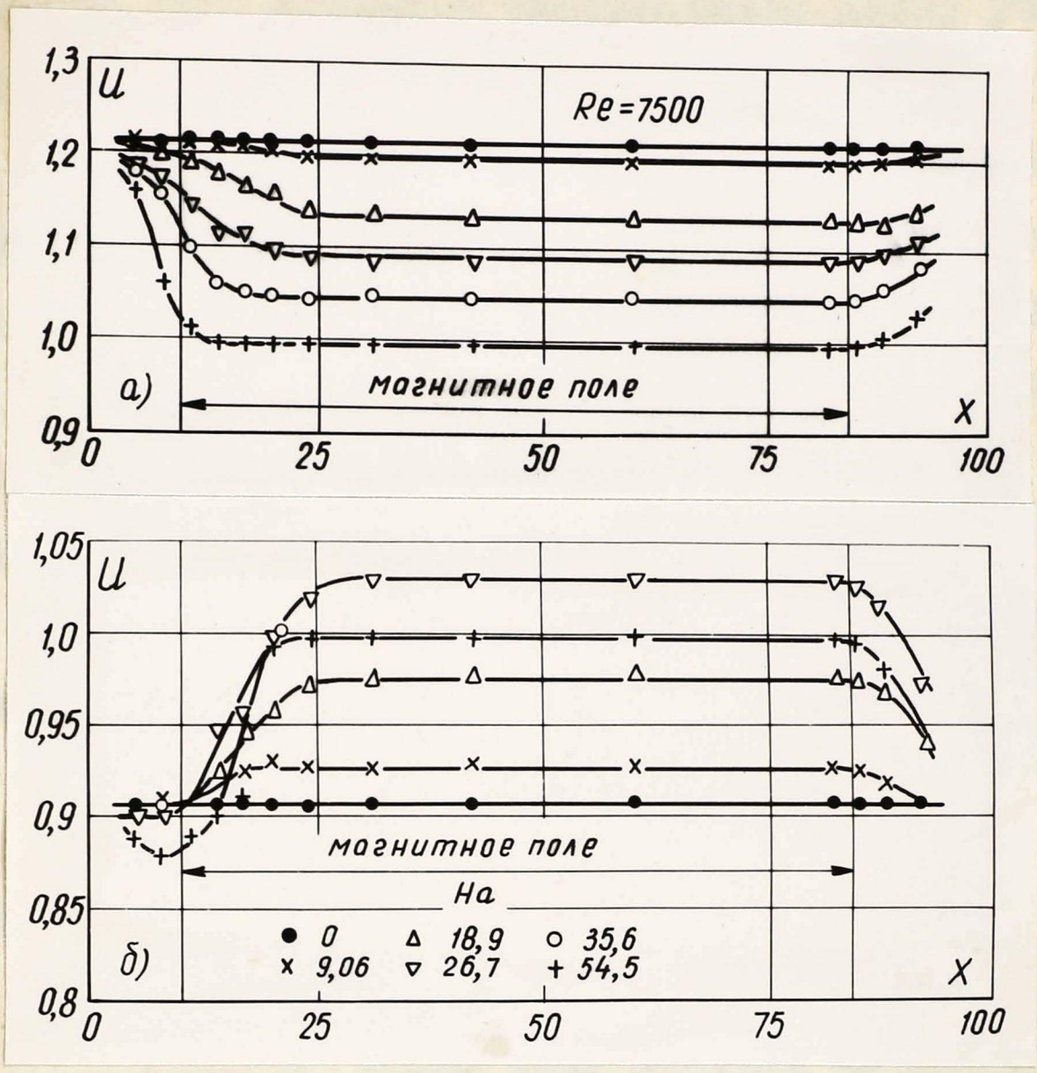


Рис.6-2. Результаты измерений стабилизации профиля скорости при Re = 10000:

а) скорость в центре;
б) скорость у стенки.



а) Re = 5000

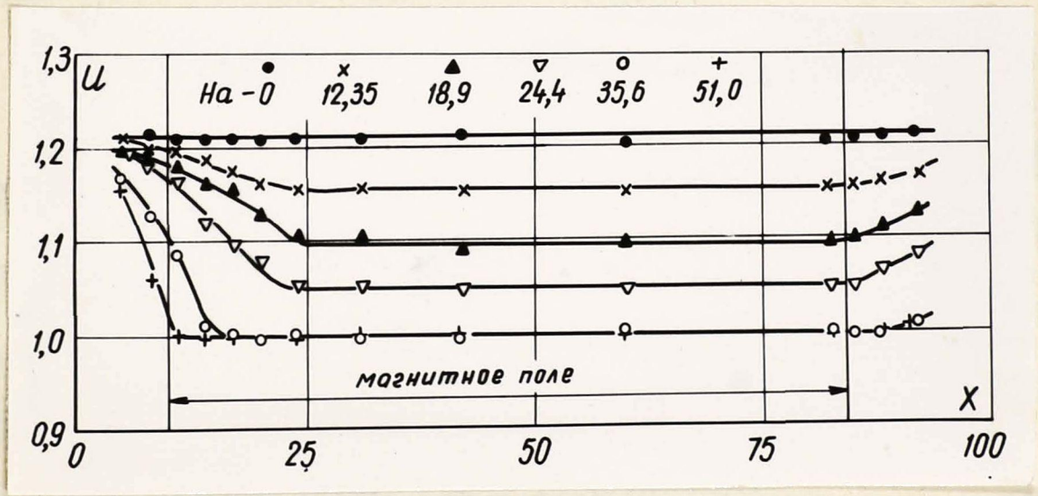


Рис.6–3. Результаты измерений стабилизации профиля скорости при Re = 7500 и Re = 5000.
а) скорость в центре; б) скорость у стенки.

несколько других координатах - рис.6-4 ÷ 6-5. Здесь величина $\frac{x}{a}$ означает безразмерную длину участка стабилизации.

Как и следует из теории /~~125~~ 88 /, длина участка стабилизации рис.6-4 зависит от числа Рейнольдса при турбулентном течении и не зависит от Re при ламинарном течении. Действительно, с ростом напряженности поля, когда течение ламинаризуется кривые на графике (рис.6-4) сливаются в одну линию.

Длина участка стабилизации может быть апроксимирована зависимостью

$$\frac{x}{a\,Re} = A\,e^{-B\,Ha^2} \qquad (6.1)$$

где $A = f_1(Re)$ и $B = f_2(Re)$

Для величины A может быть принята зависимость длины участка стабилизации в отсутствие поля /128/

$$A = 3{,}61\,Re^{0{,}25} \qquad (6.2)$$

Для величины B при числах Re =5000; 7500 и 10000 получены соответственно значения $B = 8{,}32 \cdot 10^{-4}$; $5{,}86 \cdot 10^{-4}$ и $5{,}57 \cdot 10^{-4}$. Вывести общую зависимость для $B = f_2(Re)$ по имеющимся экспериментальным данным не представляется возможным.

Для грубых оценок длины участка стабилизации может служить эмпирическая формула, выведенная по данным рис.6-5

$$\frac{x}{a} = 18 - 0{,}3\,Ha \qquad (6.3)$$

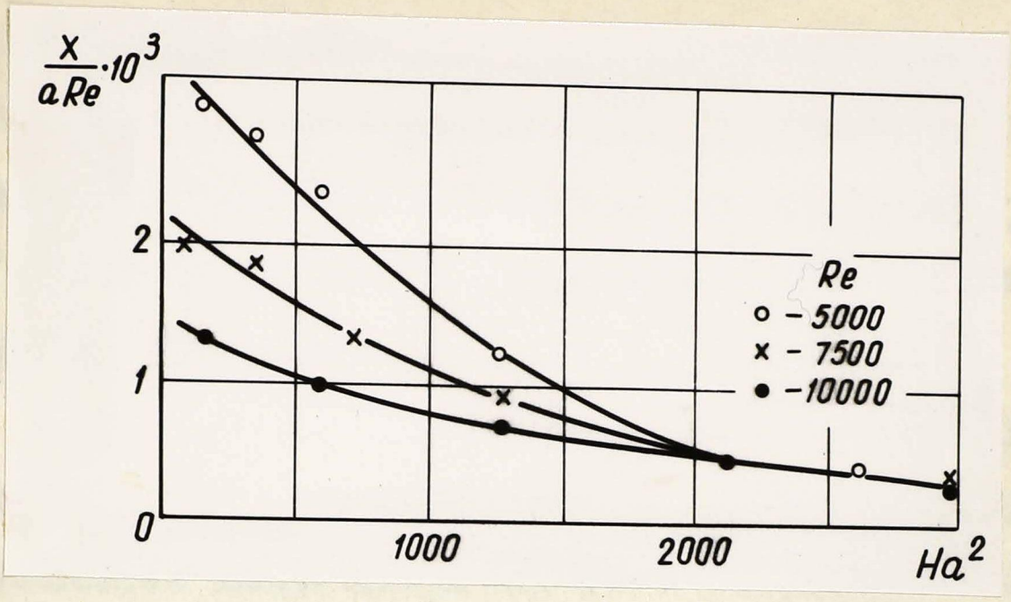


Рис.6–4. Длина участка стабилизации в координатах $\frac{X}{aRe} = f(Ha^2)$

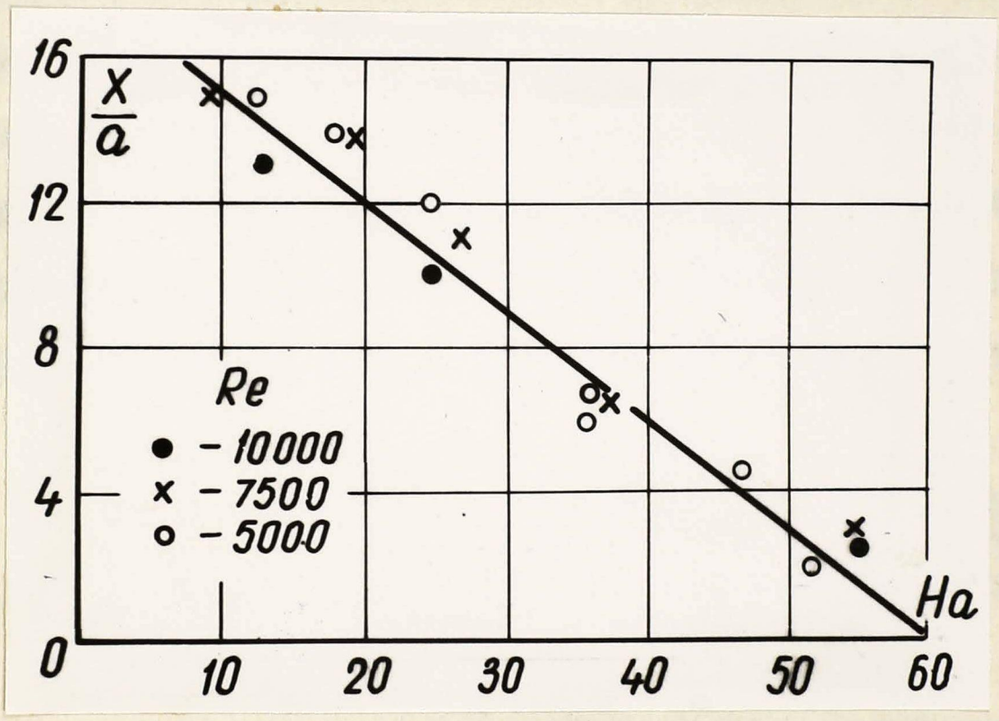


Рис.6–5. Длина участка стабилизации в координатах $\frac{X}{a} = f(Ha)$

Здесь, поскольку длины участков стабилизации в присутствии магнитного поля весьма малы, пренебрегается зависимостью $\frac{x}{a}$ от Re при турбулентном течении, а получающееся отрицательное значение $\frac{x}{a}$ при $Ha > 60$ надо понимать, как очень малую величину длины участка стабилизации.

Таким образом, общая тенденция резкого уменьшения длины участка стабилизации с усилением напряженности магнитного поля проявляется в экспериментах в полной мере. Полученные данные удовлетворительно согласуются с имеющимися теоретическими решениями /38/.

В заключение отметим, что нами была предпринята попытка измерить изменение статического давления на участке формирования профиля скорости. Использовался тот же метод измерения, что и в § 5 главы II и § 3 главы У. Однако чувствительность применяемой измерительной техники не позволила уловить какие-либо изменения статического давления на этом участке.

§ 2. Исследование стабилизации распределения скоростей в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными магнитному полю.

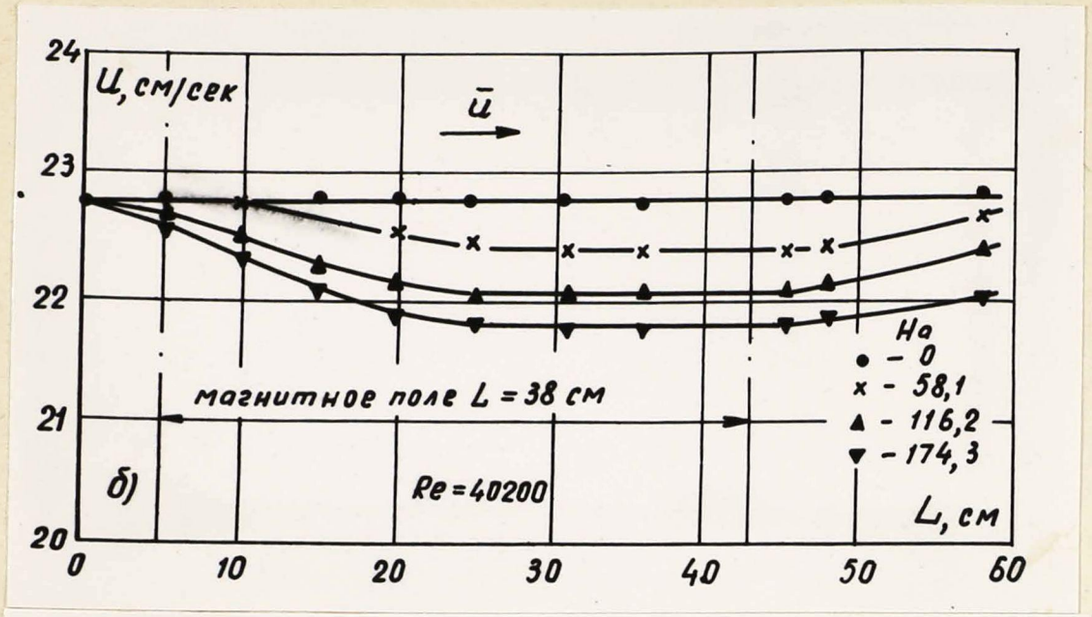
Для данных исследований использовалась та же экспериментальная труба прямоугольного сечения со встроенными медными шинами, параллельными магнитному полю, что и при измерении скоростей в § 3 главы У.*) На

*) Данные о размерах экспериментальной трубы, критериях смены режимов течения и т.д. те же, что в §3 главы У.

участке, где производились измерения (рис.6-6) через каждые 5 см в верхней стенке трубы были изготовлены специальные узкие "карманы" для ввода в поток измерительного зонда - трубки Прандтля диаметром 1,8 мм. Неиспользовавшиеся в некоторой серии измерений "карманы" плотно закрывались съемными вкладышами, нижний торец которых точно совмещался с внутренней поверхностью верхней стенки трубы.

Также, как в предыдущем случае, после подробного измерения профилей скорости по всему сечению трубы в месте, где поток был полностью стабилизовавшимся (§ 3, глава У), изучение стабилизации течения велось путем измерения максимальной скорости в центре трубы и скорости у стенки ($y = 0{,}039$) в центральном сечении, параллельном магнитному полю. Работа велась при двух значениях чисел Рейнольдса ($Re = 40200$ и $Re = 25300$) и в диапазоне чисел Гартмана $0 \leq Ha \leq 174{,}3$ [129]

Результаты экспериментов представлены на рис.6-7÷6-8 в виде графиков измерения по длине трубы максимальной скорости в центре и скорости у стенки . Для сравнения на рис.6-9 приведены кривые измерения этих скоростей в сечении, где течение полностью стабилизовано магнитным полем. Слабое изменение значения величины скорости в центре трубы при малых числах Гартмана можно объяснить наличием эффекта подавления турбулентности, который, как известно, при малых Ha имеет одинаковый порядок величины с эффектом Гартмана.



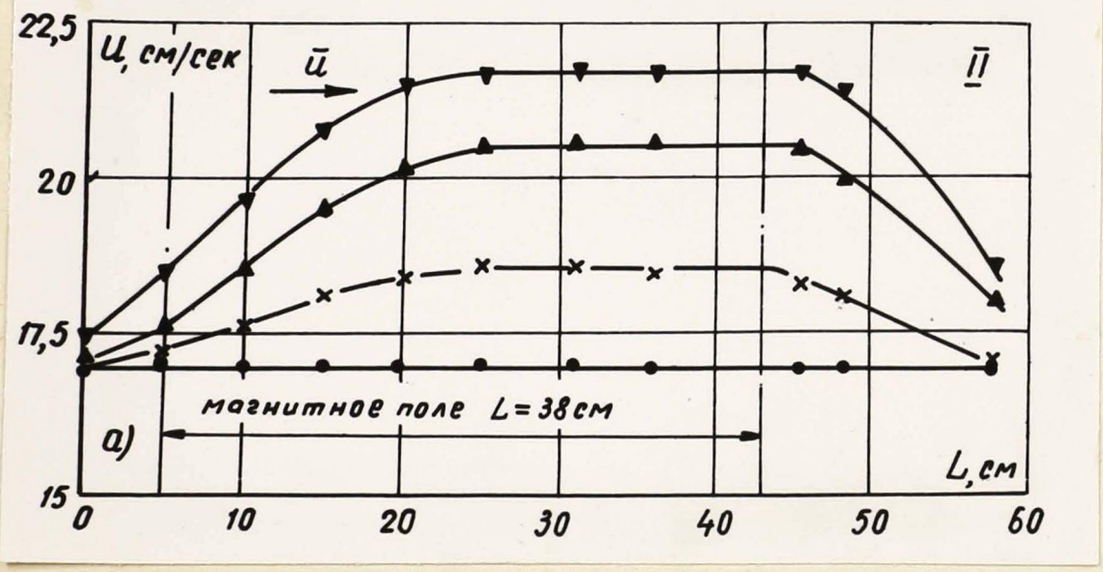


Рис.6-7.

Результаты измерения стабилизации профиля скорости в прямоугольной трубе при Re = 40200:

а) в центре трубы; б) у стенки трубы.

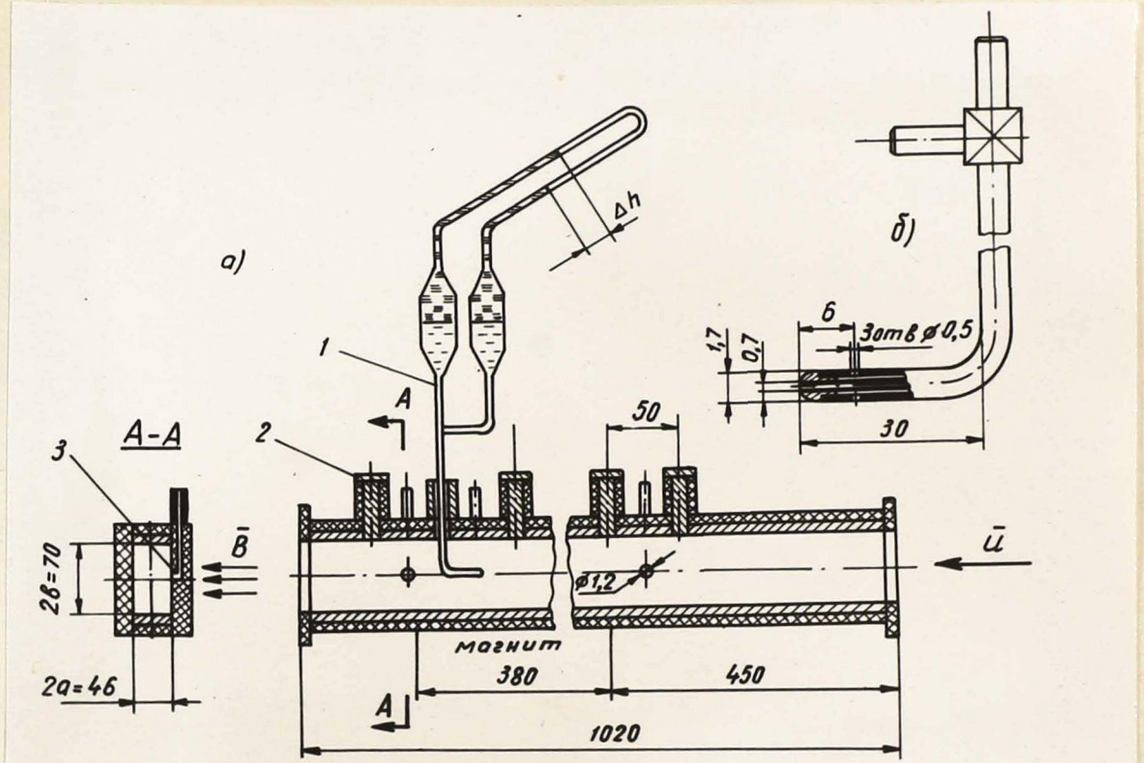


Рис.6-6.

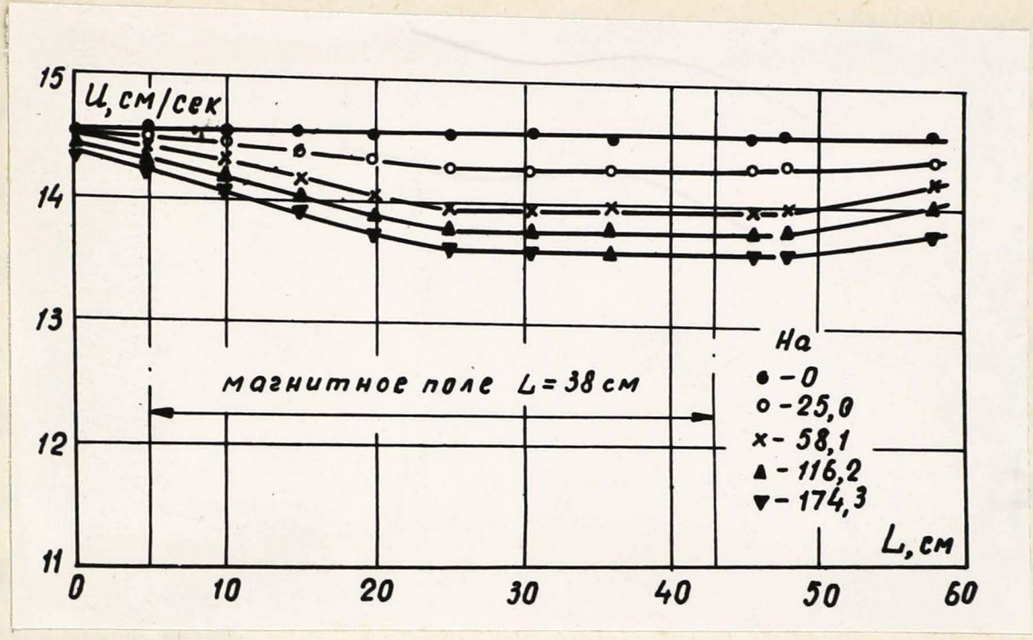
Схема проведения эксперимента:

а) экспериментальная труба с измерителем скорости;

б) трубка Прандтля.

1- измеритель, 2- съемный вкладыш, 3- отверстие для отбора статического давления со стенки трубы.

а)



б)

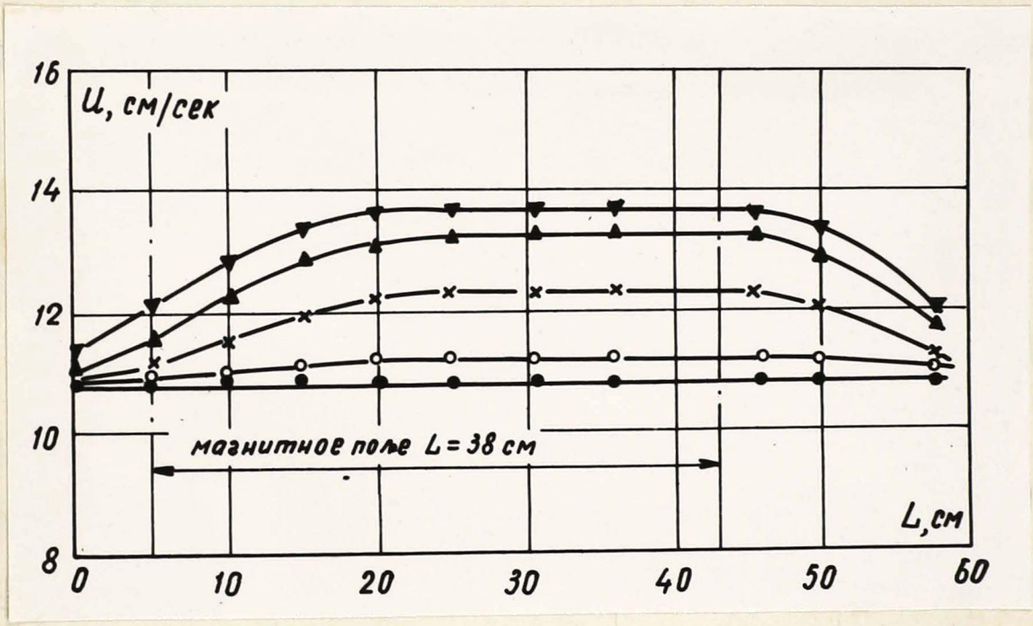


Рис.6-8. Результаты измерения стабилизации профиля скорости в прямоугольной трубе при Re =25300.

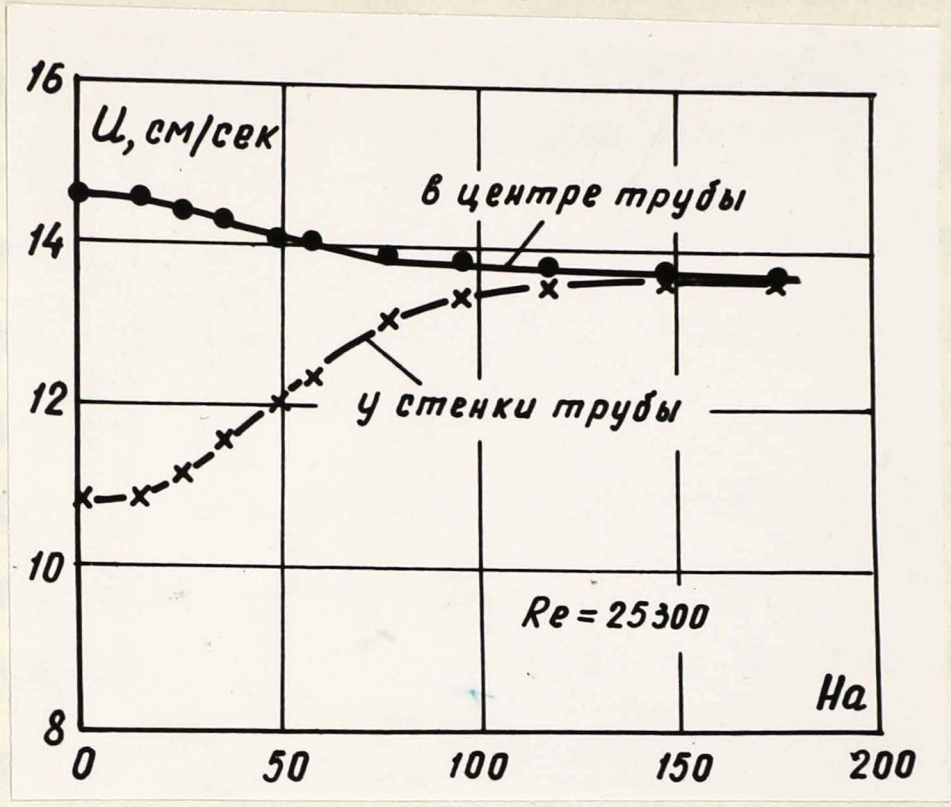
а) в центре трубы, б) у стенки трубы.

Из графиков рис.6-7 ÷ 6-8 следует,что и в случае прямоугольной трубы с проводящими шинами формирование профиля скорости начинается уже до вступления потока в зазор магнита. Стабилизация профиля скорости практически заканчивается на длине порядка 8-10 калибров (полуширин) трубы. Причем, длина участка стабилизации почти одинакова при разных числах Гартмана при обоих значениях Re (она незначительно уменьшается с увеличением Ha),хотя при максимальных значениях Ha поток в ходе стабилизации переходит из турбулентного в ламинарный.

Разрушение профиля скорости также происходит не сразу. По крайней мере еще на длине 1÷1,5 калибров трубы за концом полюсов магнита профиль скорости практически остается таким же,как и при течении в магнитном поле.

Качественное сопоставление наших результатов в данном случае возможно лишь с теоретическим решением Макьюлейтиса /~~115~~ 88/,из которого следует, что при Re =25000 длина участка стабилизации при Ha = 25; 58; 116; 174; соответственно равна ~10; ~10; ~2; ~1,5 калибрам трубы. Причем участок стабилизации при $58 \leq Ha \leq 174$ практически одинаков для случаев ламинарного и турбулентного течения с полностью развитым профилем скорости на входе в магнитное поле.

Таким образом,при течении в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками,параллельными полю, длина



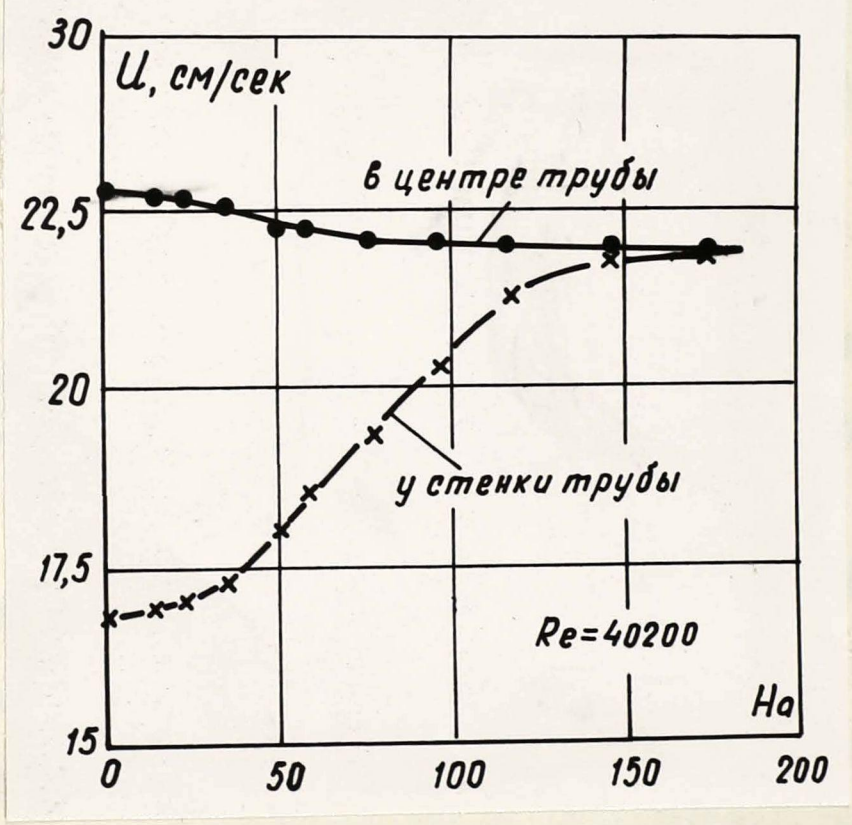


Рис.6-9. Кривые измерения скоростей в центре трубы и у стенки под влиянием магнитного поля.

участков стабилизации профиля скорости отличается от аналогичных длин в случае плоско-параллельного течения. При общем уменьшении участков формирования профиля до 8-10 калибров трубы, они слабо зависят от чисел Ha и Re. Явления уменьшения скорости у стенки у входа потока в магнитное поле в данном случае не наблюдалось.

Подводя итоги исследованиям стабилизации течения в магнитном поле, подчеркнем, что полученные данные имеют достаточно общий характер. Действительно, форма полюсов магнита, а, следовательно, и распределение индукции магнитного поля в большинстве экспериментальных установок и МГД- устройств аналогична имевшему место в нашем случае (рис.6-10), т.е. условия входа потока в магнитное поле соответствовали реальным условиям.

§ 8. Изучение распределения скоростей на участке внезапного расширения под влиянием поперечного магнитного поля.

В главе 1 приводились результаты работы /46/ о течении на участке внезапного расширения в канале с непроводящими стенками. Весьма своеобразный характер перестройки потока в присутствии поперечного магнитного поля (рис.1-4) объяснялся стремлением жидкости в области, где магнитное поле не препятствует ее движению, т.е. к граням канала, параллельным силовым линиям поля. Здесь, в случае изолированности стенок от

жидкости, индуцированные токи текут вдоль силовых линий и, следовательно, электромагнитные силы торможения, препятствующие движению жидкости, отсутствуют.

Указывалось также, что неустойчивость течения, наблюдавшаяся в экспериментах, обусловлена тем, что электромагнитных сил торможения недостаточно для выравнивания скоростей по сечению, так как основной в турбулентных струях механизм турбулентного переноса количества движения в значительной мере подавляется полем.

Приведем дополнительно еще ряд предположений и качественных оценок о влиянии поля на турбулентные пульсации скорости и соотношение вязкостного и турбулентного переноса в обмене количеством движения.

Известно, что поперечное поле, взаимодействуя с потоком проводящей жидкости, обусловливает два самостоятельных, но взаимодействующих эффекта: 1) непосредственное взаимодействие с турбулентными возмущениями, приводящие к ускорению их затухания вследствие джоулевой диссипации; 2) видоизменение профиля осредненной скорости, приводящее к повышению или снижению его устойчивости. Обратимся к первому эффекту. Скорость джоулевой диссипации энергии i-ой компоненты возмущения в расчете на единицу объема может быть выражена так /57/

$$\frac{\partial E_{ij}}{\partial t} = K_j \frac{\sigma B^2 \overline{u_i^2}}{\rho} \qquad (6.4)$$

где K_j - безразмерный коэффициент, а индекс j при E_i и K означает, что рассматривается джоулева диссипация энергии. Таким образом, создается впечатление, что "подавление" турбулентности полем не зависит от масштаба турбулентности. В действительности же существенна относительная роль $\partial E_{ij}/\partial t$ по сравнению со скоростью всегда имеющей место вязкой диссипации $\partial E_{iv}/\partial t$ которая равна

$$\frac{\partial E_{iv}}{\partial t} = K_v \frac{\partial \overline{u_i}^2}{l^2} \qquad (6.5)$$

где K_v - безразмерный коэффициент, а индекс v указывает на то, что речь идет о вязкой диссипации; l - масштаб турбулентности.

Сопоставляя (6.4) и (6.5) легко видеть, что к принципиально новым эффектам должно приводить взаимодействие магнитного поля с турбулентными возмущениями больших масштабов, ибо когда l - мало, джоулева диссипация служит лишь большей или меньшей добавкой к вязкой диссипации, а когда l - велико, джоулева диссипация играет решающую роль. Одним из обусловленных этим эффектов, который уже упоминался нами является следующий. При наложении поперечного поля на плоско-параллельный поток при сравнительно малом числе Рейнольдса ($Re < Re_{кр} \approx 2500$) /14/, когда "внутренний" масштаб турбулентности велик, подавление турбулентности и вызванное этим уменьшение обмена количеством движения поперек потока проявляется столь

сильно, что преобладает над усилением поперечного обмена количеством движения, обусловленного электромагнитными силами (эффектом Гартмана). В результате, при этих числах Re поперечное поле вызывает не уплощение профиля скорости, как обычно, а его вытягивание и соответственное уменьшение коэффициента сопротивления. Это – экспериментальный факт. Более подробное рассмотрение других экспериментальных данных позволяет высказать следующее утверждение: пока в потоке присутствует турбулентность больших масштабов подавление полем механизма турбулентного обмена играет большую роль, чем взаимодействие поля со всем осредненным течением.

Как известно /127/, граница транзитной струи и вихревых зон, образующихся при струйном течении в ограниченном пространстве, является генератором макротурбулентности, сносимой осредненным потоком далеко вниз по потоку. Кинетическая энергия, заключенная в турбулентных возмущениях может превосходить кинетическую энергию осредненного течения. Понятно, что эта турбулентность весьма крупных масштабов является также главным фактором в поперечном переносе количества движения и в размыве струи.

Рассмотрим, что произойдет при наложении на такое течение (рис.6-11) поперечного магнитного поля. Основываясь на соображениях, изложенных выше и на результатах экспериментальных исследований равномерных турбулентных МГД течений, можно ожидать, что эффект подав-

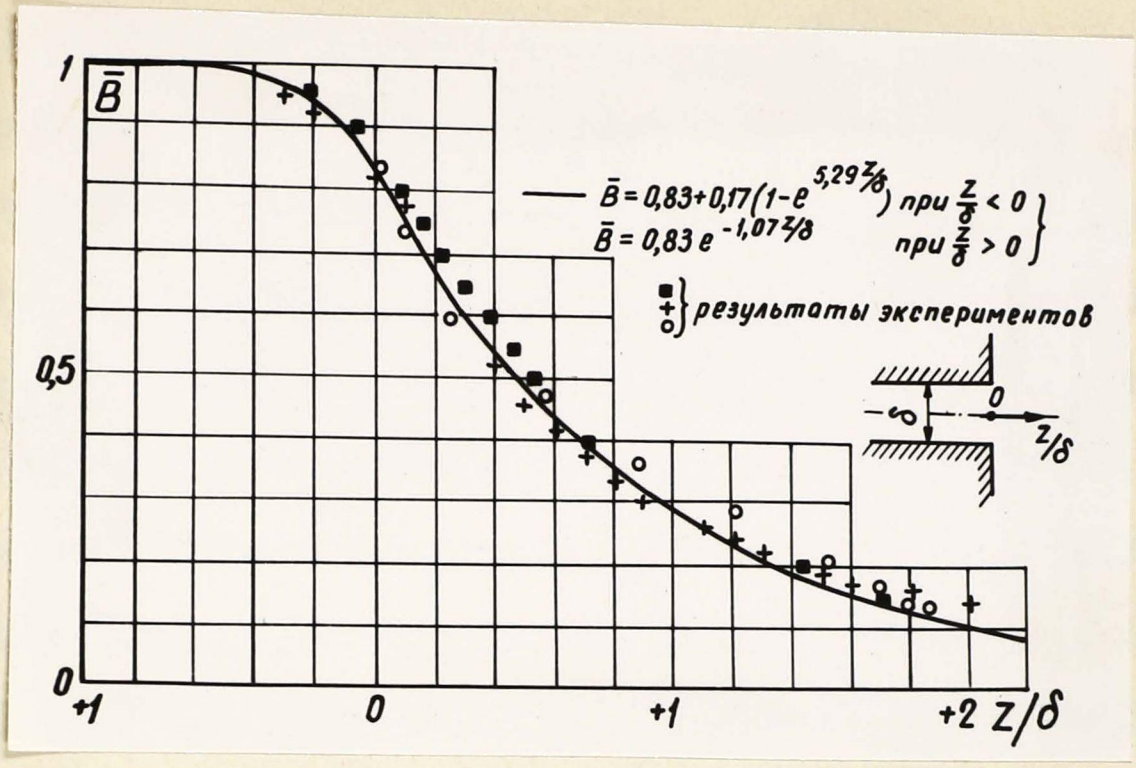


Рис.6-10. Распределение индукции магнитного поля для случая прямоугольных полюсов магнита по данным К.А.Бировалка.

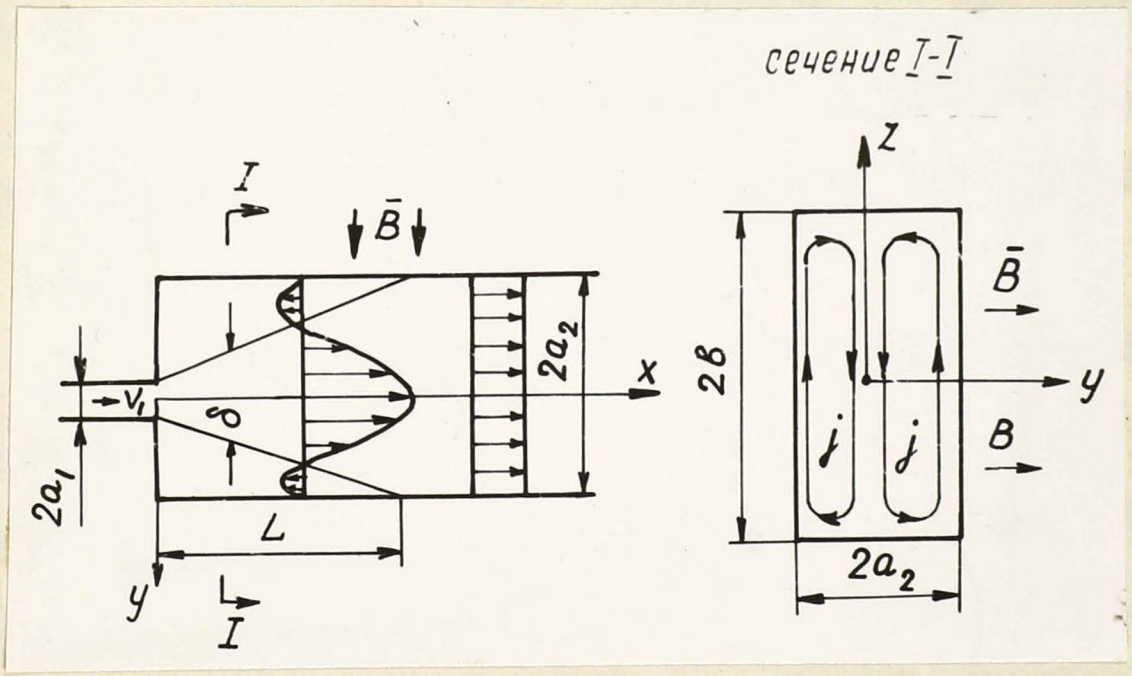


Рис.6-11. Схема течения жидкости на участке симметричного внезапного расширения.

ления турбулентности будет превалировать над эффектом Гартмана. Следовательно, по мере увеличения напряженности поля и подавления крупномасштабных турбулентных возмущений струя будет сужаться, а вихревые зоны расширяться. Если при этом средняя скорость поддерживается постоянной, то осредненные электромагнитные тормозящие силы в транзитной струе будут увеличиваться. Одновременно будет увеличиваться и тормозящий электромагнитный момент, обусловленный осредненным вращением жидкости в вихревых областях. Таким образом, создается противоречие: с одной стороны, вследствие нарушения турбулентного механизма переноса количества движения струя не расширяется, с другой - не расширяющаяся струя в поперечном поле столь быстро растрачивает свою энергию вследствие джоулевой диссипации, что течение может вообще стать невозможным. Чтобы пояснить это, произведем упрощенную грубую оценку диссипации энергии в струе, предполагая, что она расширяется не быстрее, чем в отсутствие поля.

Рассмотрим соотношение между энергией, вносимой потоком $W_0 = \frac{\rho Q^3}{8a_1^2}$ (Q - расход жидкости) и энергией, диссипируемой вязкими и электромагнитными силами на длине канала L, за которую примем расстояние от щели до места касания струи стенок канала (рис.6-11).

Основную часть вязкой диссипации можно представить в виде:

$$W_\mu = 2\mu \int_0^L \int_0^{a_2} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dy\,dx \qquad (6.6)$$

а джоулевой диссипации

$$W_j = 2 \int_0^L \int_0^{a_2} \frac{|\bar{j}|^2}{\sigma} dy\,dx \qquad (6.7)$$

При этом ток $\bar{j} = \sigma[\bar{E} + \bar{V} \times \bar{B}]$ определим через среднюю скорость $U_{cp} = Q/2a_2$, так что $\bar{j} = \sigma \bar{B} \times (\bar{V} - \bar{U}_{cp})$, а для вычисления интегралов воспользуемся полиномиальным представлением скорости

$$U = \frac{3Q}{4a_2\left(1 - \frac{a_2^2}{5\delta^2}\right)} \left[1 - \frac{\delta^2 + a_2^2}{\delta^2 a_2^2} \cdot y^2 + \frac{y^4}{\delta^2 a_2^2}\right] \qquad (6.8)$$

Этот простейший профиль выбран из условий:

$$u(\pm a_2) = 0; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0; \quad U(\pm\delta) = 0; \quad \int_{-a_2}^{a_2} u\,dy = Q$$

и применим при не очень больших отношениях $\frac{a_2}{a_1} < \sqrt{5}$.

Не делая здесь громоздких выкладок, приведем лишь окончательные результаты. Для $\frac{a_2}{a_1} = 2$ и линейно расширяющейся струи $\delta = a_1 + \frac{a_2 - a_1}{L} \cdot x$ условие существования течения принимает вид

$$\frac{a_2}{L} Re > 8{,}6 + 0{,}945\, Ha^2 \qquad (6.9)$$

Здесь критерии вычисляются по U_{cp} и a_2. При $Ha = 0$ это условие всегда соблюдается (за исключением очень малых чисел Re), при Ha, отличном от нуля, джоулева диссипация может привести к тому, что существование

плоско-параллельного течения станет невозможным. Так, при $Re = 10^4$ и $\frac{a_z}{L} \sim 10^{-1}$ уже при $Ha > 32{,}4$ диссипируемая энергия превышала бы вносимую. В реальных же условиях Ha может достигать нескольких сотен. Заметим также, что энергия диссипации могла бы уменьшаться с уменьшением L, но эффект подавления турбулентности может привести лишь к увеличению L (струя не расширяется быстрее, чем в отсутствие поля). Таким образом, можно заключить, что турбулентная струя проводящей жидкости в ограниченном пространстве должна становиться в поперечном поле неустойчивой и переходить в какую-то другую форму течения. Конечно, приведенные выше сугубо упрощенные оценки, влияния магнитного поля на характер струйного течения не отражают всей сложности явления. Ясно, что дальнейшее изучение этого вопроса должно вестись экспериментально.

В работе /46/ сформировавшееся под влиянием поля "двуязычное" течение было устойчивым во времени (рис. 1-4), но процесс формирования, начинающийся сразу по выходе струи из щели, сопровождался некоторыми небольшими колебаниями скорости вблизи центра канала $z \approx 0$, особенно заметными при больших скоростях истечения. Такое, относительно спокойное перестроение потока объясняется наличием зон предпочтительного движения жидкости, расположенных вблизи стенок, параллельных полю, где электромагнитные силы торможения близки к нулю (см. выше). Интересно исследовать случай, когда в

потоке нет ярко выраженной области ослабленного действия электромагнитных сил торможения, т.е. когда стенки, параллельные полю являются хорошими проводниками и замыкание индуцированных в жидкости по оси z токов происходит частично по ним, вне зоны течения. Такой эксперимент был поставлен нами в канале сечением 3,0 x 8,3 $см^2$, верхняя и нижняя стенки которого были выполнены из меди толщиной 3,5 мм и тщательно амальгамированы ртутью. Канал имел длину 70 см и находился (рис.2-10) между полюсами электромагнита в контуре описанном в §2 главы II.

Исследовались два вида участков внезапного расширения: симметричное двухстороннее расширение и одностороннее расширение. В первом случае струя ртути поступала в канал через плоскую, шириной 1,47 мм, щель, ось которой совпадала с осью канала. Во втором случае щель, шириной 1,44 мм примыкала непосредственно к одной из боковых граней канала [130]

Участок стабилизации в щели составлял 9 см или более 120 калибров. Этот участок также находился в магнитном поле. Боковые стенки канала были изолированы от ртути тонким слоем шеллака. С целью устранения влияния свободной поверхности канал закрывался сверху специальными вставками, между которыми оставался лишь узкий зазор для введения в поток трубки Прандтля с диаметром и длиной насадка соответственно 2 мм и 35 мм.

Опыты проводились при числах Рейнольдса $2875 \leq Re \leq 5850$ и в диапазоне чисел Гартмана $0 \leq Ha \leq 160$ (за характерный размер принята полуширина широкой части канала - $a_2 = 1{,}5$ см). Такие значения Re и Ha были выбраны с целью получения примерно той же скорости истечения струи из щели, что и в опытах работы /46/, что давало возможность непосредственно сравнивать результаты двух серий экспериментов.

Канал с двухсторонним симметричным расширением.

На рис.6-12 представлены экспериментальные профили скорости при $Re = 2875$ по ширине канала (по оси y) в сечении, находящемся на одинаковом удалении от стенок, параллельных магнитному полю (рис. 6-12а), вблизи одной из этих стенок (рис.6-12б) и профили максимальной скорости по высоте (по оси z) канала (рис.6-12в). Положение точки, где скорость достигала максимального значения, определялось в каждом сечении $z = const$ путем перемещения приемного отверстия измерительной трубки по ширине канала (оси y).

Измерения показали, что характер перестроения потока резко отличается от наблюдавшегося в описанном выше опыте /46/ с непроводящими стенками. Наиболее существенным отличием является ярко выраженная неустойчивость профиля максимальной скорости по высоте канала уже при $Re = 2875$ (рис.6-12в), в то время

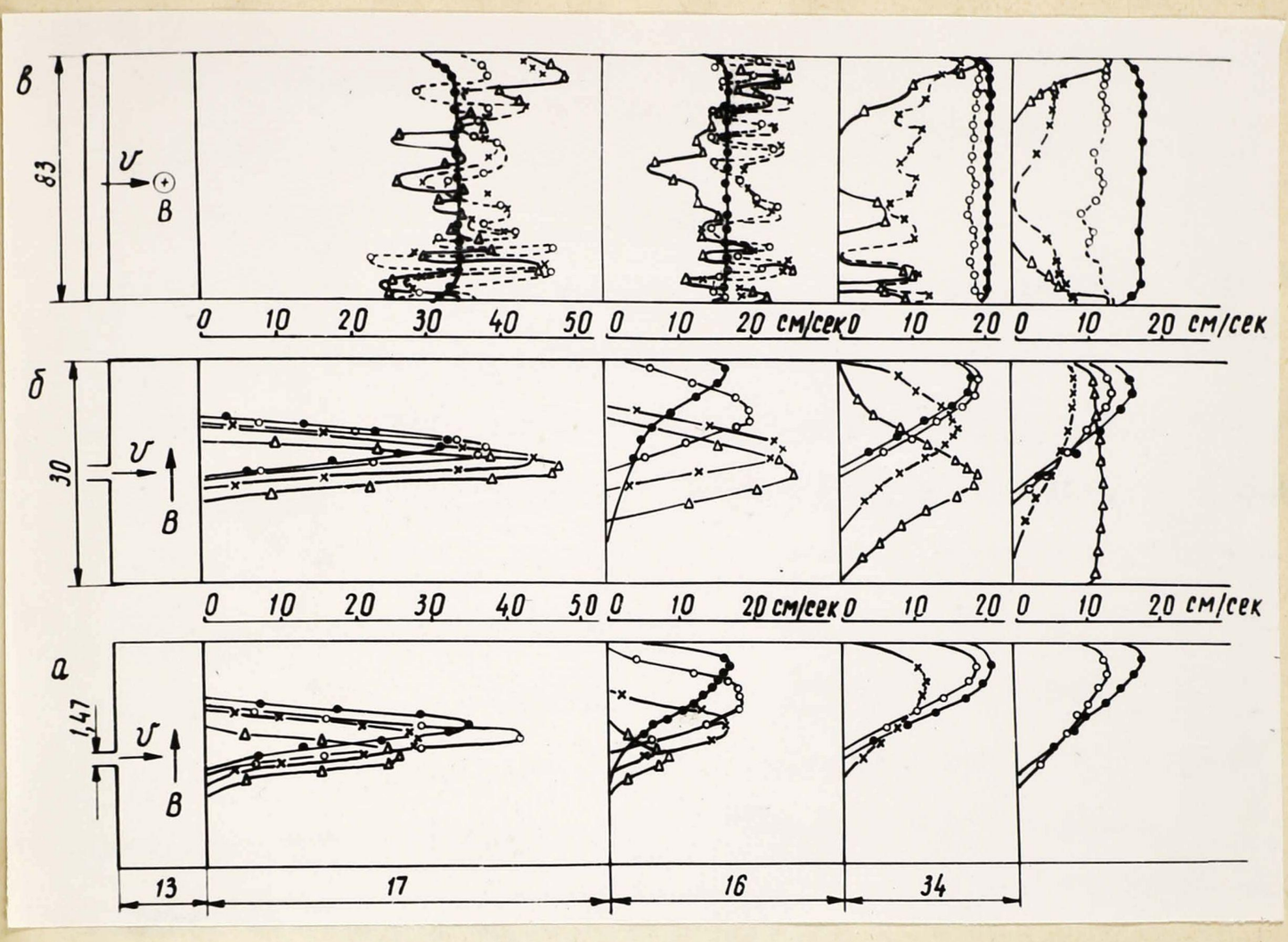


Рис.6-12. Профили скорости на участке симметричного внезапного расширения в канале с проводящими стенками, параллельными магнитному полю $Re = 2575$. (• - $Ha = 0$; ○ - $Ha = 52,5$; × - $Ha = 82,5$; △ - $Ha = 123,5$).

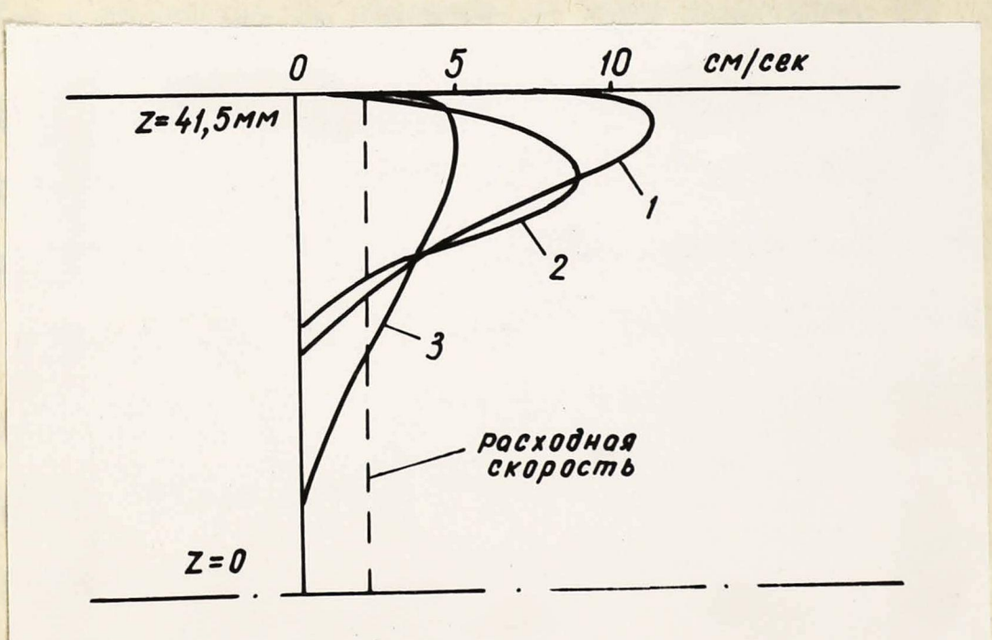


Рис.6-13. Развитие профиля максимальной скорости с удалением от уступа стенки трубы при $Re = 2575$ и $Ha = 123,5$.

как без проводящих шин при том же Re этот профиль сохранял устойчивый характер и неустойчивость появлялась при более высоких значениях Re. На небольших расстояниях от щели профиль скорости в плоскости $Z-Y$ имеет многочисленные экстремумы и напоминает "гребенку". Колебания величины осредненной скорости происходят примерно около линии максимальной скорости при $Ha=0$, причем характерно отсутствие ярко выраженных областей предпочтительного движения жидкости, как это имело место в опытах /46/ с непроводящими стенками (в последних, как уже упоминалось, течение сосредоточивалось у граней $Z=\pm 45$ мм). Лишь на сравнительно большом расстоянии от щели появляется тенденция к сосредоточению течения у стенок, параллельных магнитному полю. С удалением от щели происходит вытягивание колеблющегося по оси Z профиля скорости к граням $Z=\pm 41{,}5$ мм и вместе с тем увеличение периода колебаний по оси Z (число пиков максимальной скорости уменьшается). Интересно, что измерения в сечении, удаленном на $X=46$ мм от щели, показывают практически полное отсутствие при $Ha=123$ вихревых зон, расположенных в плоскости $X-Y$. На основании же профиля максимальной скорости можно заключить о появлении вихревых зон в плоскости $Z-X$, т.е., с осью вихря, параллельной магнитному полю. Интенсивность этих вихрей столь значительна, что в этом сечении появляются даже зоны обратного течения жидкости.

В следующем сечении (X =80 мм) картина течения уже напоминает ту, которая имела место в опытах /46/ в канале с непроводящими стенками. На рис.6-13 показано дальнейшее изменение профиля максимальной скорости в плоскости $Z-X$ с удалением от щели. Видно, как основная масса жидкости сначала начинает течь вблизи стенок $Z=\pm 41{,}5$ мм, а затем с увеличением X скорость там уменьшается и происходит постепенное выравнивание профиля скоростей.

Отметим также, что пики максимальной скорости U_m при небольших значениях X не располагались на одной вертикали. Как показали измерения, пики U_m (рис.6-12в) находятся ближе к оси симметрии канала (или располагались на самой оси при больших Ha), а впадины - на некотором удалении от оси, причем это удаление тем больше, чем глубже впадина. Отличие в расположении по оси y пиков и впадин U_m достигало 2-3 мм. Несмотря на некоторое колебание величины U_m (эти колебания существены вблизи от щели), положение этих экстремумов в пространстве было почти совершенно устойчивым во времени.

Из рис.6-12в видно, что величина магнитного поля не влияет на число пиков скорости, увеличение же скорости истечения струи приводит к дроблению течения на еще более мелкие "языки". Это хорошо видно на рис.6-14, где приведены результаты измерения максимальной скорости при Re =5750 и $Ha=0$; 52,5 и 123.

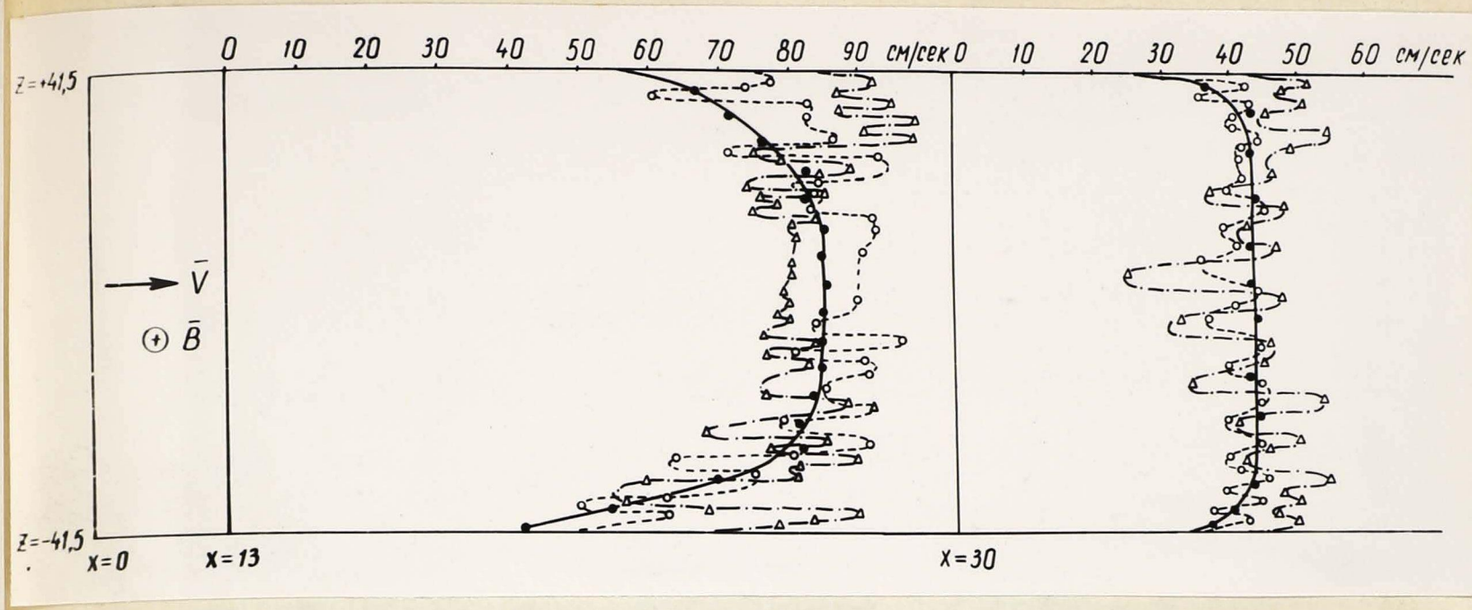


Рис.6-14. Профили максимальной скорости при Re =5750. Обозначения те же, что на Рис.6-12.

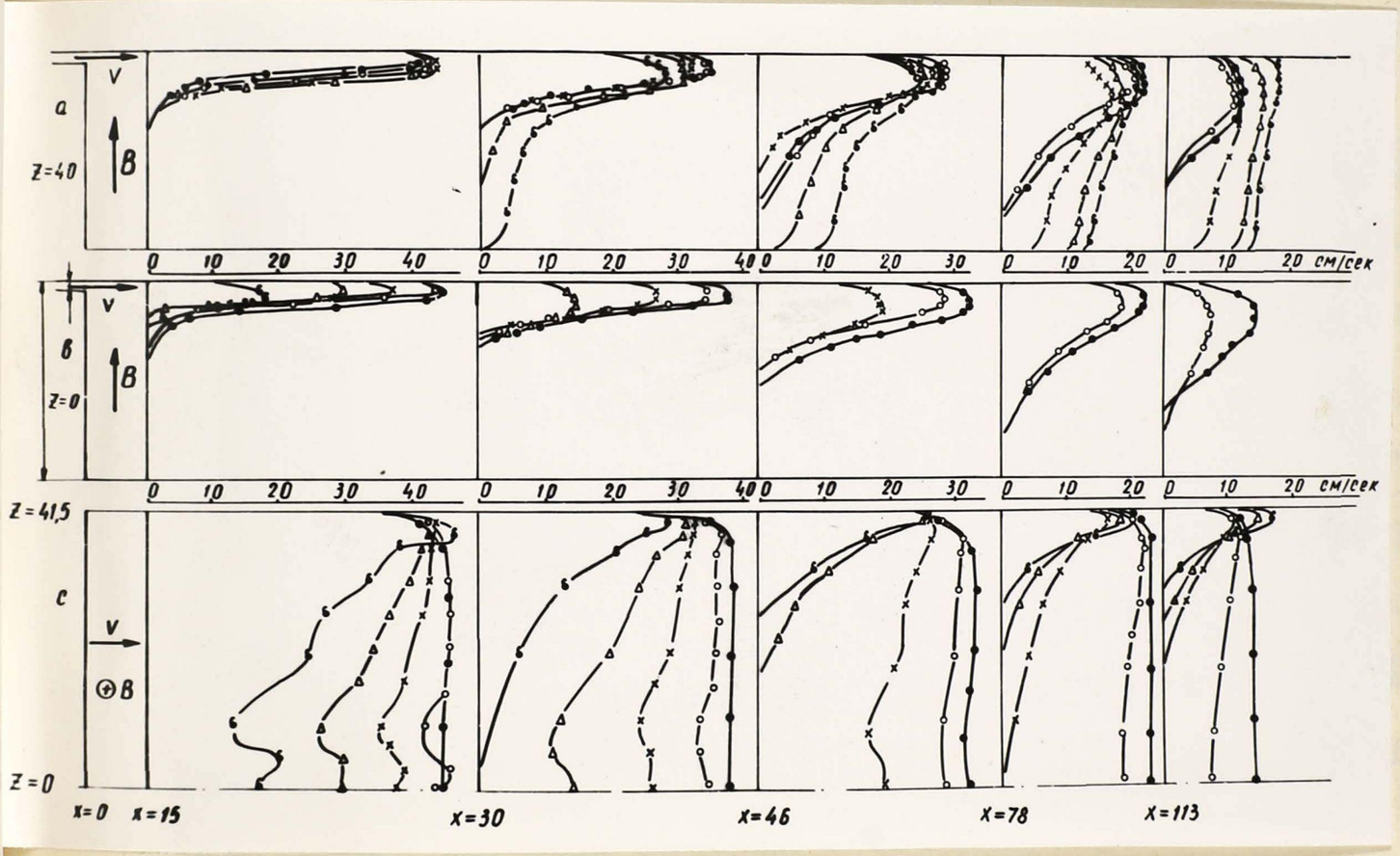


Рис.6-15. Профили скорости на участке одностороннего внезапного расширения при Re =2890. (•-Ha=0 ; o-Ha =87; x-Ha =81; Δ-Ha =123; δ-Ha =321).

Профили скоростей, снятые по ширине канала в $z=$ $=40$ мм (рис.6-12б) и $z=0$ (рис.6-12а) примерно также видоизменяются с ростом Ha, как и в канале со всеми изолированными стенками. По выходе из щели струя прилипает к одной из боковых стенок. С увеличением напряженности магнитного поля она выпрямляется, стремясь к оси симметрии канала. Величина скорости на небольших расстояниях от щели в области $z=0$ с ростом поля уменьшается, а вблизи $z=40$ увеличивается. Постепенно размываясь при больших X струйный профиль переходит в обычный турбулентный профиль скорости, характерный для равномерного течения в канале.

Подводя итог описанным экспериментам по изучению скоростной структуры в канале с двухсторонним симметричным внезапным расширением при наличии проводящих шин, параллельных магнитному полю, можно заключить следующее: отсутствие ярко выраженных зон предпочтительного движения жидкости приводит к более сложному характеру перестроения струйного течения в магнитном поле. Проводящие стенки еще более усиливают дестабилизирующее действие поля на поток за внезапным расширением. Переход течения к плоско-параллельному в плоскостях, ортогональных вектору магнитной индукции (когда взаимодействие с полем стремятся быть минимальным), происходит "более мучительно" через образование неустойчивых структур, и завершается на больших расстояниях от щели, чем в случае непроводя-

щих стенок. Вероятно, в этом случае происходит и образование областей локально замкнутых токов, поэтому там, где токи текут параллельно магнитному полю, происходит местное выпучивание профиля максимальной скорости.

Канал с односторонним расширением.

В случае двухстороннего внезапного расширения выходящая из щели струя в какой-то мере неустойчива и в отсутствие магнитного поля. Неустойчивость эта проявляется в прилипании струи к одной из стенок и в "перепрыгивании" от одной стенки к другой. Поэтому представляет интерес рассмотреть влияние магнитного поля на макроскопически более устойчивые течения с крупномасштабной турбулентностью. Таким течением является пристеночная струя в канале с односторонним расширением, размеры которого указаны выше.

На рис.6-15 приведены результаты измерений профилей скорости при Re =2890, на рис.6-16 при Re =5650. Также, как и в предыдущих опытах, измерения проводились у грани Z = ± 41,5 мм (а), в центре канала Z =0 (в). Измерялись также профили максимальной скорости по высоте канала, т.е., по оси Z (с).

Для описываемых опытов характерна относительно слабая по сравнению с симметричной струей интенсивность обратного течения. Это обусловлено тем, что значительная часть энергии пристеночной струи идет на

преодоление трения у стенки и лишь часть оставшейся энергии переходит в энергию обратного течения. В симметричной же струе пристеночное трение незначительно /127/.

Как выяснилось, наложение поперечного магнитного поля приводит к уже известному из предыдущих опытов перестроению потока: чем выше напряженность поля, тем большая часть жидкости устремляется к граням, параллельным полю, причем у этих граней (рис.6-15а) течение быстрее теряет струйный характер, чем в центре канала (рис.6-15в).

При небольших Ha (рис.6-15б) ощутимое выпучивание профиля скорости у стенок $z = \pm 41{,}5$ имеет место на сравнительно больших расстояниях от цели. С увеличением Ha возрастание Um становится существенным. Заметим, что в данном случае заметного перемещения положения максимальной скорости по ширине канала (оси y) не наблюдалось, и хотя имеются основания полагать /42/, что с ростом Ha течение приближается к безотрывному, тем не менее этот эффект играет второстепенную роль по сравнению с эффектом вытеснения струи к граням, параллельным полю.

Из сравнения рисунков 6-12 и 6-15 следует, что наличие проводящих стенок в опытах с пристеночной струей не приводит к появлению ярко выраженной неустойчивости профиля максимальной скорости в магнитном поле, как это имело место в случае симметричной струи. Устойчивый характер профиля сохраняется,

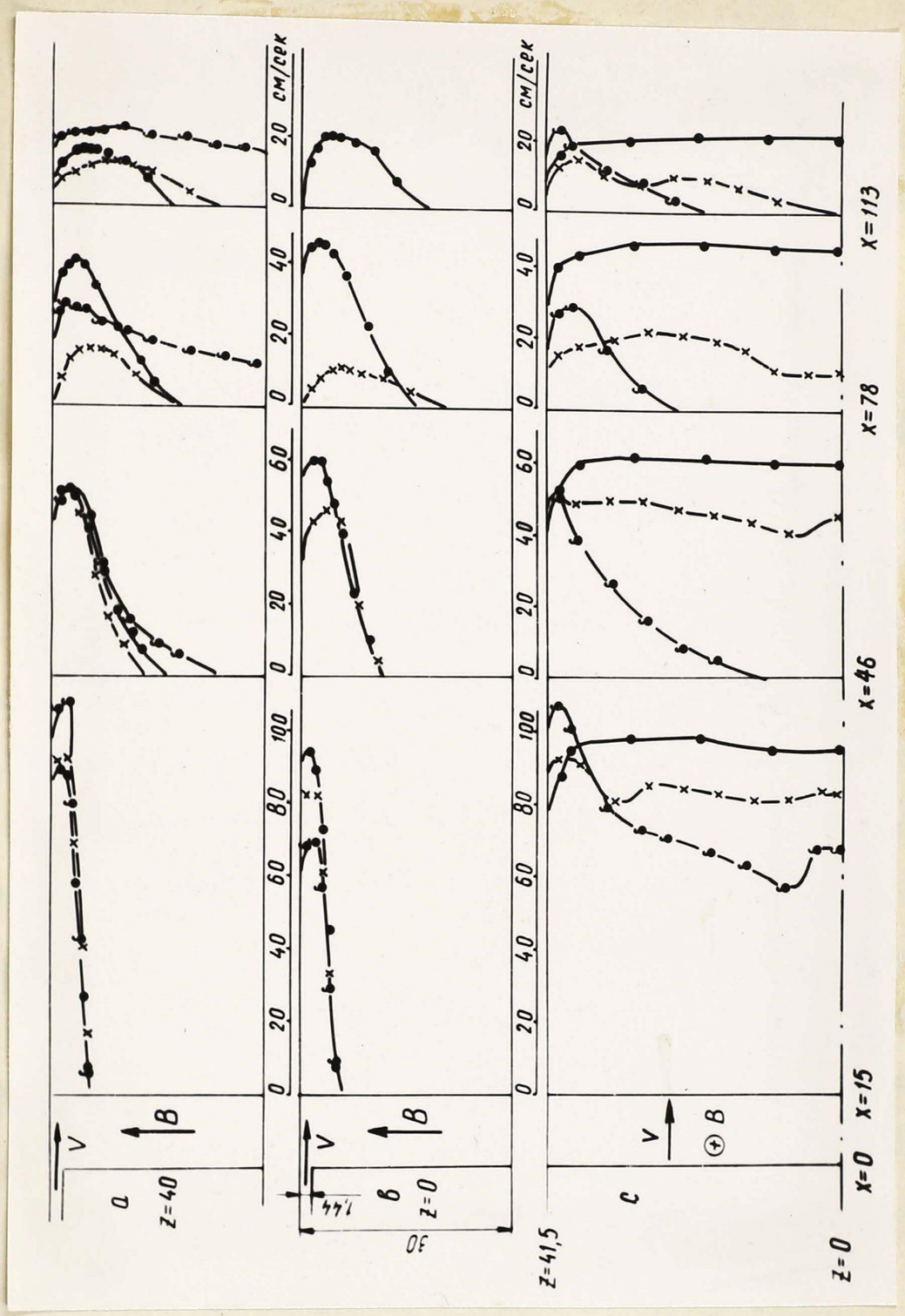
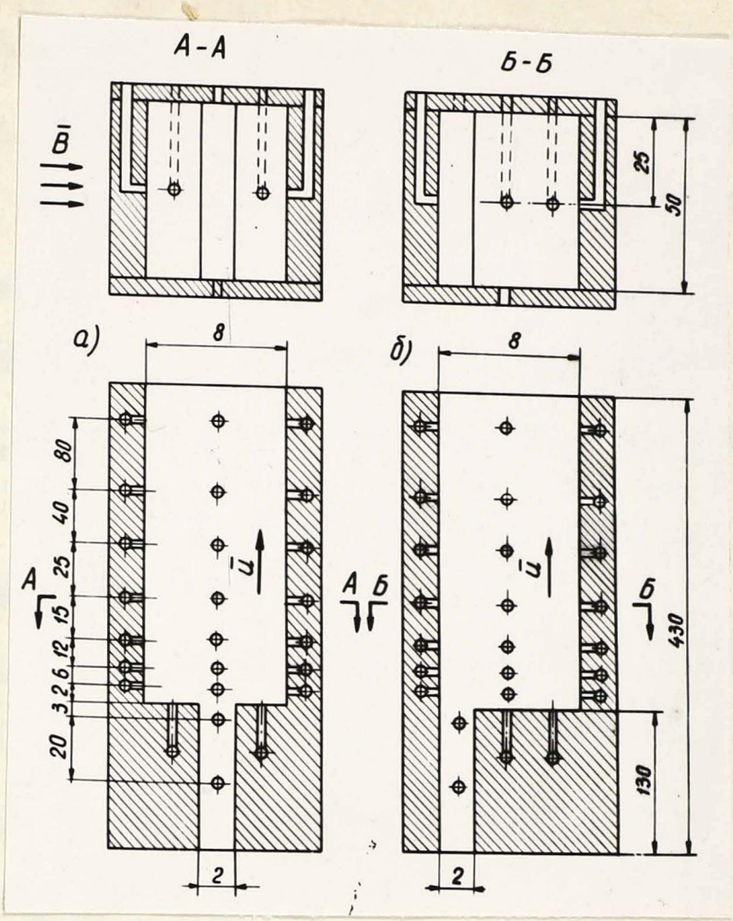


Рис.6-16. Профили скорости на участке одностороннего внезапного расширения при Re =5850. Обозначения те же, что на рис.6-15.

несмотря на отдельные выпучивания вблизи сечения $z=0$, и при увеличении скорости истечения вдвое (рис.6-16). Это дает основание считать, что и в магнитном поле пристеночная струя более устойчива, чем симметричная.

§ 4. Исследование влияния поперечного магнитного поля на распределение давления и коэффициент сопротивления в трубе с внезапным расширением.

Фундаментальное изменение скоростной структуры потока на участке внезапного расширения под влиянием поперечного магнитного поля должно оказывать сильное влияние на распределение давления и коэффициент сопротивления подобных участков местных сопротивлений. Для выяснения этого вопроса был поставлен эксперимент с двумя трубами, изготовленными из оргстекла и включавшимися в рабочий участок ртутного контура с баком постоянного напора. Первая труба (рис.6-17а) имела двухстороннее симметричное расширение, вторая - одностороннее расширение (рис.6-17б). В обоих случаях размеры узкой и широкой части составляли соответственно 0,2 см и 0,8 см. Высота труб была равна 5,0 см, общая длина - 43,0 см. В магнитном поле находился участок длиной 38 см, причем до уступа стенки трубы поток проходил в поле расстояние, равное 9 см, что составляет 90 калибров щели (за калибр принята полуширина щели). В различных сечениях по длине трубы



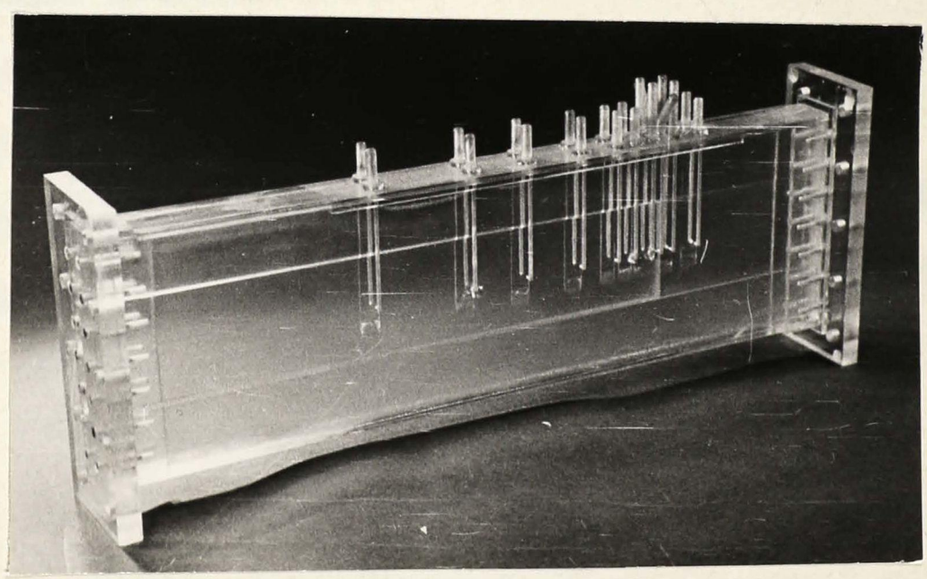


Рис.6-17. Схема и общий вид экспериментальных труб.

а) Труба с двухсторонним расширением

б) Труба с односторонним расширением.

имелись отверстия для отбора статического давления (всего 25 отверстий). Причем, в каждом сечении отборы давления размещались на всех четырех стенках трубы. Это давало возможность наблюдать изменение распределения давления как по длине трубы, так и по ее поперечному сечению. Кроме того, в каждой трубе имелись два отверстия отбора давления с уступа стенки в сечении внезапного расширения, расположенных на уровне продольной оси симметрии трубы [131]

Эксперименты велись при числах Рейнольдса $1840 \leqslant Re \leqslant 23200$ и числах Гартмана $0 \leqslant Ha \leqslant 118{,}2$. За характерный размер при определении Re и Ha принималась полуширина широкой части трубы. В каждом из опытов поддерживалось некоторое постоянное значение расхода и при последовательно- увеличивающейся индукции магнитного поля фиксировались показания пьезометров. По полученным результатам строились графики распределения давления по длине трубы и вычислялся коэффициент сопротивления внезапного расширения (см. §6 главы II).

$$\zeta = \frac{P_2 - P_1}{U_2^2} \cdot 2g \qquad (6.10)$$

где P_1 - давление перед внезапным расширением,

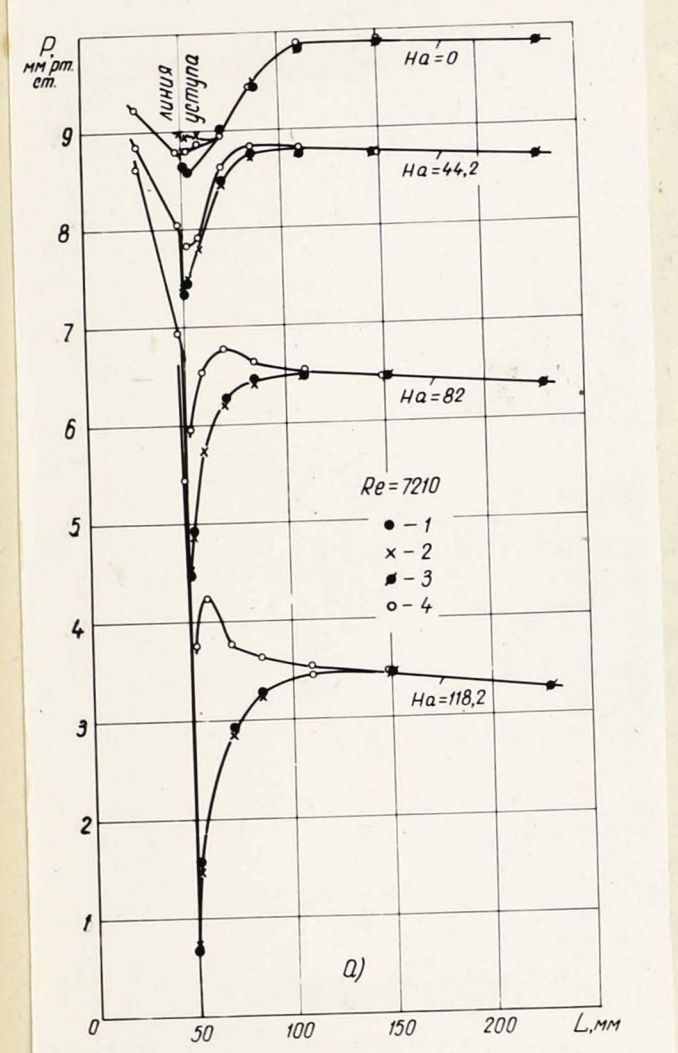
P_2 - давление за внезапным расширением,

U_2 - средняя скорость течения в широкой части трубы.

Подчеркнем необходимость тщательного выбора местоположения точки, в которой измеряется значение давле-

ния P_2 . По общепринятому определению 3 эта точка должна соответствовать началу установившегося движения в трубе за участком внезапного расширения. Поскольку, как это было выяснено в предыдущем параграфе, магнитное поле увеличивает участок стабилизации течения и каждому значению числа Гартмана при $Re = const$, строго говоря, соответствует свое положение начала установившегося течения координата этой точки все время меняется. Чтобы ликвидировать возможность ошибки вследствие неправильного выбора мест отбора давлений, в нашем случае значения P_2 и P_1 определялись по графикам продольного распределения давлений. В расчет принималось то значение P_2, где давление от всех точек отбора, находящихся в одном сечении, оказывалось приблизительно одинаковым, и, начиная с которого происходило уменьшение давления согласно закону равномерного течения в трубе. Значение P_1 определялось на границе узкой и широкой частей трубы, путем продолжения пьезометрической линии, проведенной по результатам измерений в щели. Ниже приводятся основные результаты исследования. На рис.6-18 показано изменение распределения давления по длине трубы под влиянием магнитного поля при $Re = 7210$ для обеих труб. Из графиков видно, что тип внезапного расширения (двухстороннее или одностороннее) не влияет на картину распределения давлений - полученные данные подобны. Экспериментальные кривые (на рис. 6-18)

а)



б)

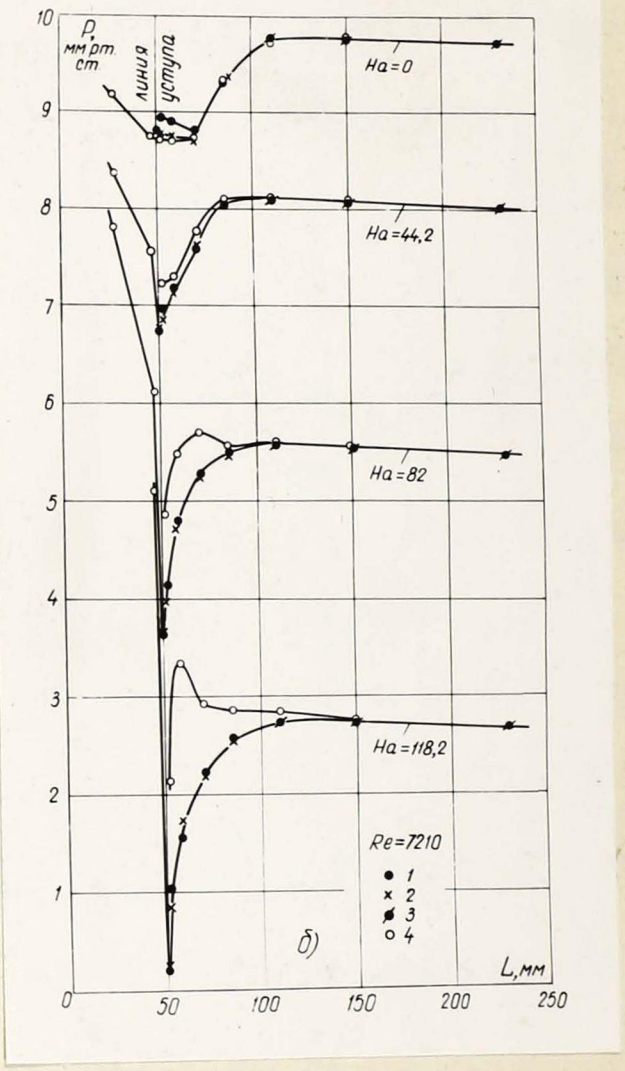


Рис.6-18. Распределение давления на участке внезапного расширения:

а) двухстороннее симметричное расширение;
б) одностороннее расширение.

1,2 – отбор давления со стенок, перпендикулярных полю (1 – левая стенка, 2 – правая стенка);

3 – совмещенные выводы от левой и правой стенок;

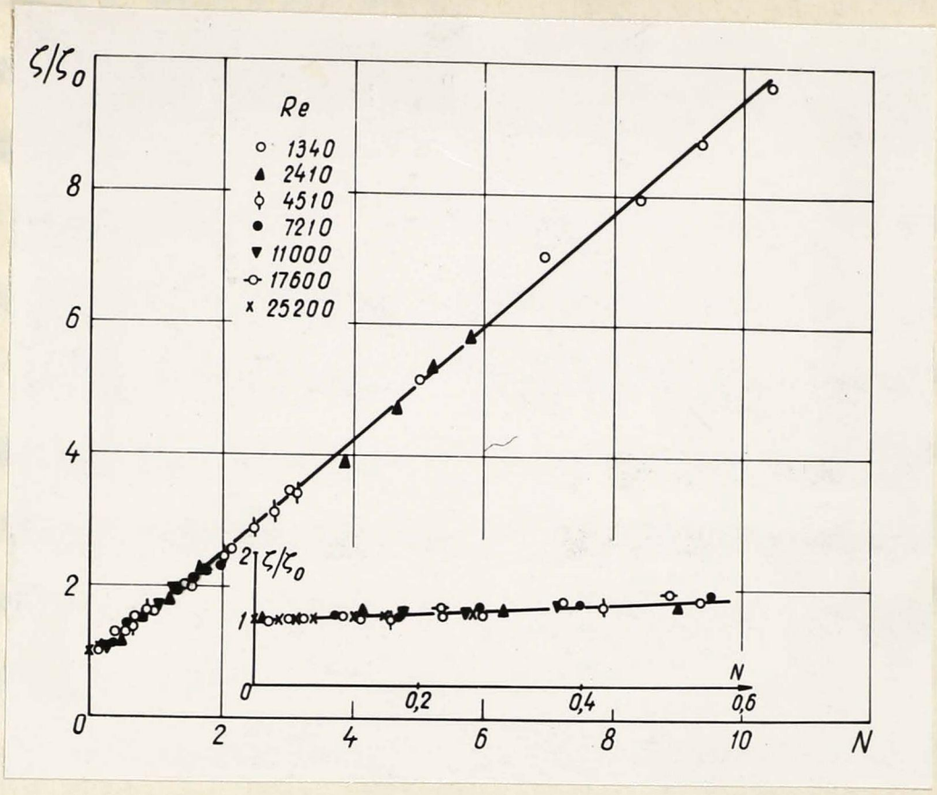
4 – отбор давления со стенок, параллельных полю.

хорошо согласуются с результатами, полученными при исследовании скоростной структуры таких потоков. Действительно, вблизи уступа кривые распределения давления на левой и правой стенках (перпендикулярных полю) трубы при $Ha=0$ различны, что свидетельствует о прилипании струи к одной стенке. С увеличением индукции магнитного поля струя выпрямляется и становится симметричной, о чем свидетельствует совпадение кривых распределения давления. Подобная картина имела место и при непосредственном измерении распределения скоростей на участке внезапного расширения. Обращает на себя внимание поведение вблизи участка уступа кривых распределения давления, снятых со стенок, параллельных магнитному полю (дно и крышка). При $Ha=0$ эти кривые занимают промежуточное положение между двумя описанными выше. С увеличением числа Гартмана они резко поднимаются тем раньше и сильнее, чем больше величина индукции магнитного поля. Это явление можно объяснить, предположив, что отверстия в дне и крышке трубы воспринимают часть скоростного напора потока при его перестроении в "двурогое" течение, как это наблюдалось в предыдущем параграфе.

Длина участка стабилизации (если судить о ней по кривым распределения давления) менялась в указанном диапазоне чисел Re и Ha от ~25 калибров при $Ha=0$ до ~ 40 калибров при $Ha=118,2$.

На рис.6-19 изображена зависимость относительного

а)



б)

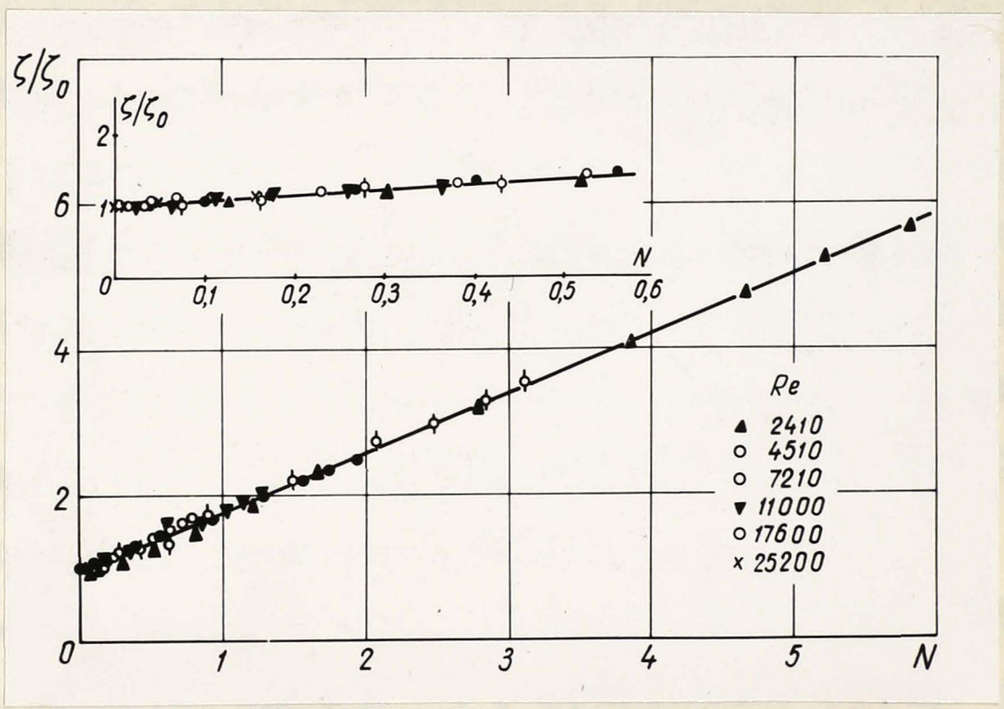


Рис.6-19. Зависимость относительного коэффициента сопротивления от числа Стюарта:

а) двухстороннее симметричное расширение;

б) одностороннее расширение.

коэффициента сопротивления внезапного расширения ζ/ζ_0 от числа Стюарта N (здесь ζ_0 - коэффициент сопротивления в отсутствие магнитного поля). Число Стюарта выбрано в качестве аргумента потому, что в данном случае потоку свойственна крупномасштабная турбулентность и роль вязкости можно полагать небольшой. Кроме того, как показано в работе / 7 /, дополнительная энергия, затрачиваемая на поддержание осредненного движения в областях с замкнутой циркуляцией за счет электромагнитных сил пропорциональна величине $N\cdot\zeta_0$ (здесь $\zeta_0=\left(\frac{a_2}{a_1}-1\right)^2$ - коэффициент сопротивления внезапного расширения, согласно теореме Борда).

При $N=0$ экспериментальные значения ζ хорошо совпадают с теоретическими, вычисленными по формуле Борда. Отклонение не превышает 10%. При $N\geq 0{,}1$ коэффициент сопротивления начинает линейно зависеть от числа Стюарта, причем результаты в пределах точности измерений совпадают для случаев двухстороннего и одностороннего расширения. /Напомним, что степень расширения обеих труб одинакова).

До $N\approx 0{,}1$ значения ζ почти не меняются, особенно при больших числах Re. Объяснение этому факту, по-видимому, следует искать в подавлении полем турбулентных пульсаций, что ведет к уменьшению коэффициента сопротивления в противовес эффекту торможения осредненного течения, приводящего к увеличению ζ. Зависимость ζ от N при $N\geq 0{,}1$ апроксимируется фор-

мулой:

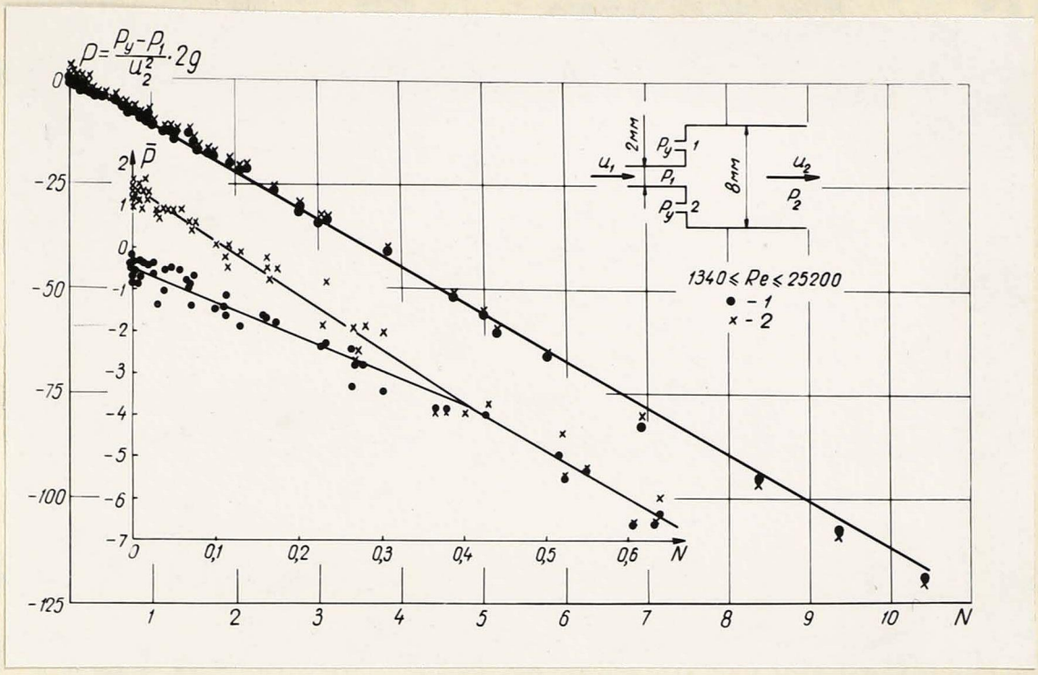
$$\zeta/\zeta_0 = 1 + 0{,}65\,N \qquad (6.11)$$

причем величина ζ/ζ_0 не зависит от числа Рейнольдса. Некоторое отличие поведения ζ по сравнению с тем, которое было получено в работе /45/, объясняется, по-видимому, тем, что в указанной работе давление измерялось лишь в двух точках по длине, причем вторая точка отбора давления, судя по полученным теперь результатам, находилась слишком близко к уступу.

На рис.6-20 приведены результаты изменения давления на уступ стенки под влиянием магнитного поля. Здесь по вертикальной оси отложена безразмерная разность давления на уступ и давления в потоке до расширения $\bar{P} = \frac{P_y - P_1}{u_2^2} 2g$, а по горизонтальной оси значения N. При $N=0$ средняя разность давлений $\bar{P}$ приблизительно равна нулю, как и принято считать в общей гидродинамике. С увеличением индукции магнитного поля $\bar{P}$ уменьшается, причем при $N \lesssim 0{,}4$ значения $\bar{P}$ разнятся на левом и правом уступах в трубе с двухсторонним расширением.

В случае одностороннего расширения значения давлений от обеих отверстий на уступе практически совпадают, но до $N \lesssim 0{,}15$ отклоняются от прямолинейной зависимости от числа Стварта. Начиная с $N \gtrsim 0{,}15 \div 0{,}4$ давление на уступе уменьшается линейно от N и практически одинаково для обеих труб. Здесь также следует подчеркнуть независимость экспериментальных ре-

а)



б)

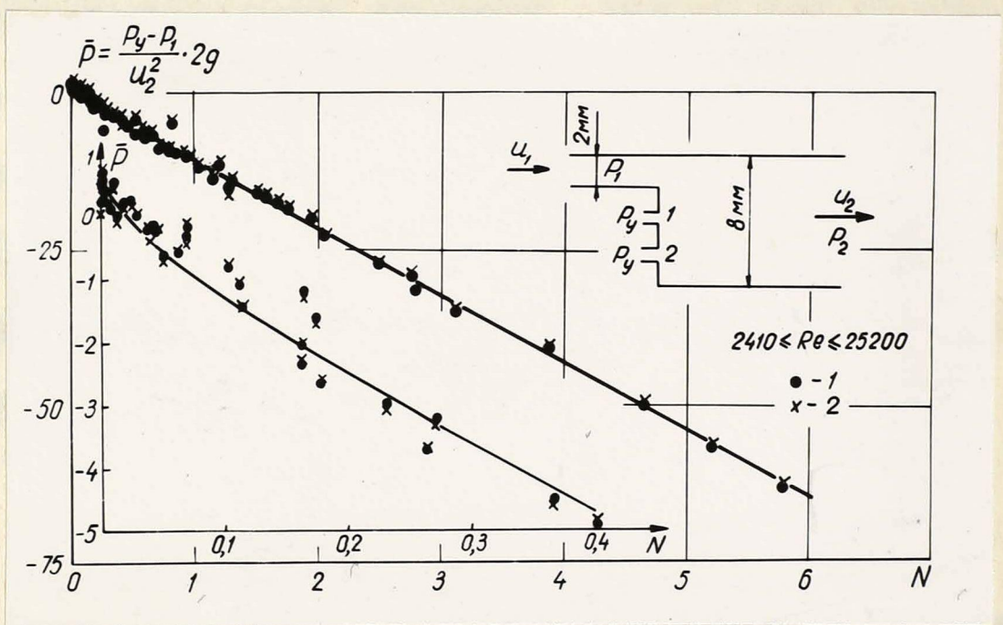


Рис.6-20. Изменение давления на уступ стенки под влиянием магнитного поля:

а) двухстороннее симметричное расширение;

б) одностороннее расширение.

зультатов от числа Рейнольдса.

Зависимость $\bar{P}$ от N (рис.6-20) при $N \geq 0{,}15 \div 0{,}4$ апроксимируется экспериментальной формулой:

$$\bar{P} = \frac{P_y - P_1}{U_2^2} \cdot 2g = f(N) \approx -11N \qquad (6.12)$$

§ 5. Модификация теоремы Борда для случая течения в поперечном магнитном поле.

Как известно, для случая внезапного расширения в общей гидродинамике имеется теоретическое решение - теорема Борда - удовлетворительно согласующееся с экспериментальными данными. Используя формулу (6.12), можно рассмотреть модификацию теоремы Борда для течения в магнитном поле.

Пусть U_1 и U_2 и P_1 и P_2 средние скорости и давления в сечениях 1 и 1 и П-П (рис.6-21). Давление на уступ P_y находим из (6.12)

$$P_y = \frac{U_2^2}{2g} f(N) + P_1 \qquad (6.13)$$

По уравнению Бернулли потери напора h между сечениями 1-1 и П-П равны (если принять $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$)

$$h = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2g} \qquad (6.14)$$

Из уравнения количества движения без учета сил трения на участке 1-1 - П-П можно записать:

$$P_1 \omega_1 + P_y(\omega_2 - \omega_1) - P_2 \omega_2 = Q\rho(U_2 - U_1) \qquad (6.15)$$

Здесь ω_1 и ω_2 площади соответственно узкой и широкой части трубы, $Q=\omega_1 u_1=\omega_2 u_2$ - расход жидкости. Подставим в выражение (6.13) значение P_y из (6.13) и найдем значение $(P_1 - P_2)$. Полученное выражение подставим в (6.14) и, сделав преобразования, получим

$$h=\left(\frac{u_1}{u_2}-1\right)^2\frac{u_2^2}{2g}-\frac{u_2^2}{2g}\frac{(\omega_2-\omega_1)}{\omega_2}f(N) \qquad (6.15)$$

Т.К. по теореме Борда

$$\left(\frac{u_1}{u_2}-1\right)^2=\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}-1\right)^2=\zeta_0$$

можем записать

$$h=\frac{u_2^2}{2g}\left[\zeta_0-\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)f(N)\right] \qquad (6.16)$$

Отсюда

$$\zeta=\zeta_0-\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)f(N) \qquad (6.17)$$

Для описанных выше экспериментальных труб

$$\zeta=\zeta_0+8{,}25N \qquad (6.18)$$

Сравнение экспериментальной зависимости (6.11) и расчетной (6.18) на первый взгляд обнаруживает разницу в значениях коэффициентов при N. Однако, если учесть, что экспериментальные значения ζ_0 завышены на 5 +10%, это противоречие разъясняется. Действительно, на рис. 6-22 приведено сопоставление экспериментальных результатов для обеих труб с данными, полученными по формуле (6.18).

Как видно из графика, отклонение ζ от расчетных

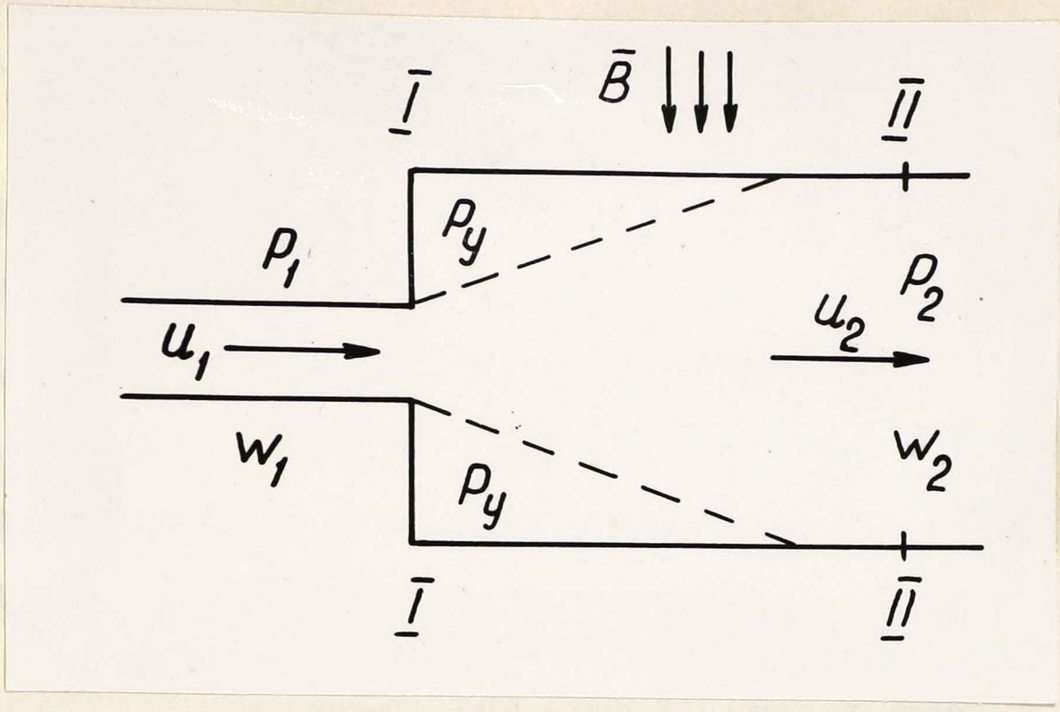


Рис.6-21. Схема течения на участке внезапного расширения.

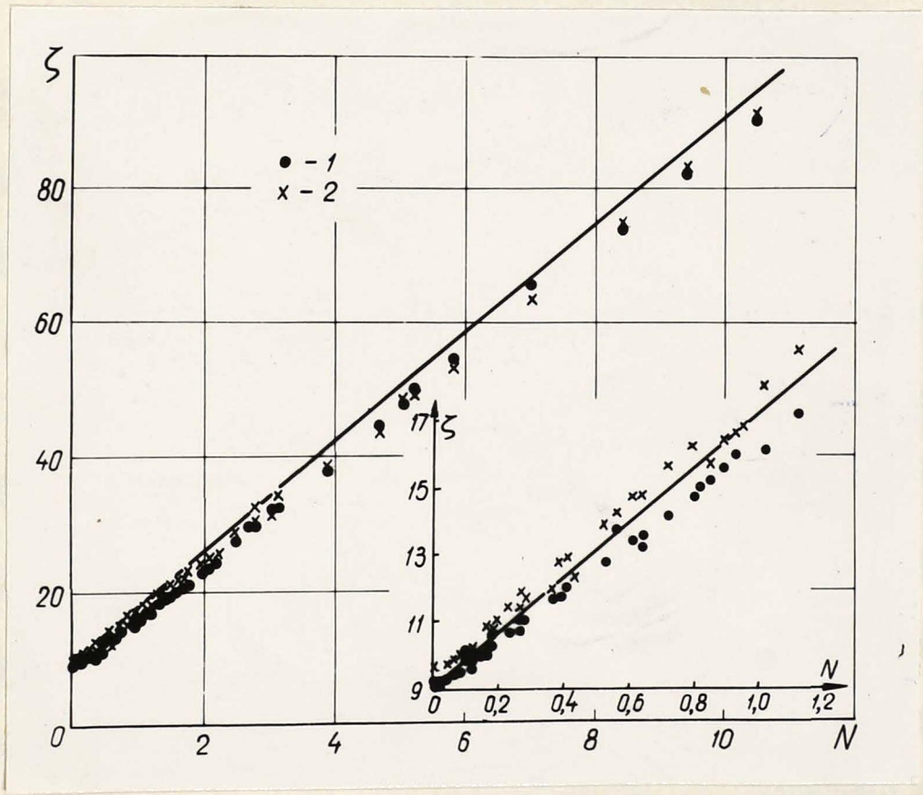


Рис.6-22. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений ζ.

1- двухстороннее расширение

2- одностороннее расширение.

значений не превышает 5%.

Использование зависимости (6.17) может оказаться весьма полезным при проведении дальнейших экспериментальных исследований. В самом деле, для вычисления ζ достаточно получить экспериментально лишь функцию $f(N)$, а для этого необходимо измерить давление только в двух точках - перед расширением и на уступе стенки трубы.

Для суждения о характере поведения $f(N)$ при других степенях расширения требуются дальнейшие эксперименты.

§ 6. Выводы и рекомендации.

Результаты проведенных исследований двух типов неравномерных течений позволяют сделать следующие выводы:

1. Поперечное магнитное поле значительно сокращает участок формирования профиля скорости, как при турбулентном, так и ламинарном режимах течений.

2. Длина участка стабилизации в магнитном поле зависит от формы трубы и наличия в ней проводящих стенок. В плоской трубе с изолированными стенками эта длина существенно уменьшается с увеличением напряженности магнитного поля, достигая при $Re/Ha \approx 100$ величины 1-2 калибров. В прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными полю, эта длина

меняется весьма слабо, даже при переходе от турбулентного режима течения к ламинарному. В диапазоне $690 \leq Re/Ha \leq 145$ длина участка стабилизации меняется в этом случае от 10 до 8 калибров трубы.

8. Изучение МГД - профилей скорости допустимо производить за полюсами магнита на участке длиной около 1-1,5 калибров трубы.

4. Течение на участках с внезапным расширением при наличии проводящих стенок, параллельных магнитному полю, в конечном счете аналогично течению в канале со всеми изолированными стенками. Неустойчивость потока в этом случае очень сильно зависит от начальной стабильности течения. В случае симметричной струи наличие медных шин резко увеличивает образование промежуточных неустойчивых структур, что ведет к возрастанию длины участка стабилизации. В случае пристеночной струи перестройка потока происходит относительно спокойно даже при наличии проводящих стенок.

5. Измерение распределения давления на участке внезапного расширения подтверждает существование своеобразной картины течения в присутствии магнитного поля. Распределение давления не зависит от вида внезапного расширения - двухстороннего или одностороннего. При измерении коэффициентов местных сопротивлений нужно с большой осторожностью подходить к выбору мест отбора статического давления.

6. Расчет коэффициента сопротивления участка внезапного расширения может быть произведен по формуле, выведенной на основе модифицированной теоремы Борда и включающей в себя одну экспериментальную функцию. Для определения этой функции достаточно измерить давление в потоке до расширения и на уступе стенки трубы в центральном сечении. При одинаковых степенях расширения измерения $\zeta_н$ и $\zeta_в$ коэффициента сопротивления в присутствии магнитного поля одинаково для случаев двух- и одностороннего расширения.

7. При разработке МГД - машин нужно иметь ввиду, что если турбулентный поток, вступая в магнитное поле, имеет значительные градиенты скорости вдали от твердых стенок, то поперечное поле не только не способствует выравниванию скоростей по сечению, но наоборот, неравномерность усиливается, а длина участка стабилизации течения оказывается значительно большей, чем в отсутствие поля.

8. Имевший место в экспериментах эффект резкого понижения статического давления на уступе стенки трубы по мере увеличения числа Стюарта может найти практическое применение, например, при дегазации расплавов жидких металлов в металлургическом производстве.

9. Быстрое и глубокое перестроение течения уже при весьма умеренных магнитных полях позволяет рекомендовать наложение магнитного поля для управления

потоками жидкости. Примером такого применения обнаруженных эффектов может служить "Гидропреобразователь к устройству для пайки и лужения плат печатных схем" /132/ (авторское свидетельство № 152005). Гидропреобразователь используется для формирования и управления струей жидкого припоя, создаваемой электромагнитным насосом рассеянного поля /133,134/.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные выводы из результатов работы и рекомендации для инженерной практики были сделаны нами в конце каждой главы. В заключение подведем итоги проделанной работы.

I. Методологические вопросы.

1. Создана экспериментальная установка для исследования турбулентных МГД - течений ртути в поперечном магнитном поле. Разработана методика проведения работ и изготовления экспериментальных каналов при давлении в сети до 5 атм.

2. Исследована возможность применения в МГД- экспериментах измерительных зондов типа трубок Пито-Прандтля.

3. Исследовано распределение статического давления по сечению экспериментальной трубы с целью выбора мест отбора статического давления.

II. Равномерные МГД - течения.

1. Разработана полуэмпирическая теория для расчета турбулентного плоско-параллельного течения между гладкими стенками.

2. Разработана полуэмпирическая теория для расчета турбулентного плоско-параллельного течения между стенками, покрытыми равномерной зернистой шероховатостью.

3. Выведена система интерполяционных зависимостей для расчета турбулентного МГД - течения в плоских трубах.

4. Проведены экспериментальные исследования распределения скоростей:

1) в плоской трубе с непроводящими стенками;
2) в прямоугольной трубе с проводящими стенками;
3) в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными магнитному полю и двумя непроводящими стенками, перпендикулярными полю.

5. Проведены экспериментальные исследования влияния магнитного поля на коэффициент сопротивления в случае:

1) течения в плоских трубах со стенками, покрытыми равномерной зернистой шероховатостью;
2) течения в плоской трубе с проводящими стенками;
3) течения в прямоугольной трубе с непроводящими стенками;
4) течения в трубах щелевидного сечения, расположенных длиной стороной сечения параллельно магнитному полю.

Результаты экспериментов подтвердили возможность использования в расчетах данных предлагаемых полуэмпирических теорий и интерполяционных зависимостей, выявили ряд характерных особенностей МГД- течений в трубах различной формы, позволили уточнить критерии перехода от турбулентного режима течения к ламинарному и дали ряд эмпирических расчетных зависимостей.

III. Неравномерные МГД - течения.

1. Проведено экспериментальное исследование стабилизации течения в магнитном поле:

1) в плоской трубе с непроводящими стенками;

2) в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными магнитному полю.

2. Проведено экспериментальное изучение скоростной структуры потока на участках с внезапным расширением при наличии двух проводящих стенок, параллельных магнитному полю:

1) в случае симметричного двухстороннего расширения;

2) в случае одностороннего расширения.

3. Проведено экспериментальное изучение распределения давления на участках внезапного расширения:

1) в случае симметричного двухстороннего расширения;

2) в случае одностороннего расширения.

4. Исследовано влияние магнитного поля на коэффициент сопротивления участков внезапного расширения.

1) в случае симметричного двухстороннего расширения;

2) в случае одностороннего расширения.

5. Выведен аналог теоремы Борда для случая течения в поперечном магнитном поле.

В результате проведенных исследований определены длины участков стабилизации МГД- потоков и их изменение

в зависимости от напряженности магнитного поля; обнаружены специфические эффекты при течении на участках двух- и одностороннего расширения (резко выраженная неустойчивость, значительное понижение давления на уступе стенки и т.д.); установлено, как меняется коэффициент сопротивления участка внезапного расширения под влиянием магнитного поля и предложены расчетные зависимости для определения значений ζ .

Полученные результаты об особенностях течения в трубах различных форм позволили сделать ряд практических рекомендаций по управлению потоком и снижению гидравлических потерь энергии в турбулентных магнитогидродинамических течениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.М.Кирко, Жидкий металл в электромагнитном поле, Изд-во "Энергия", 1966.

2. Инженерные вопросы магнитной гидродинамики, изд-во Мир, 1965.

3. Т.Каулинг, Магнитная гидродинамика, изд-во Иностранная литература, 1959.

4. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, ГИФМЛ, 1959.

5. А.Г.Куликовский, Г.А.Любимов, Магнитная гидродинамика, ГИФМЛ, 1962.

6. С.А.Регирер, Магнитогидродинамические течения в каналах и трубах, Москва, 1966.

7. Г.Г.Брановер, О гидравлике турбулентных потоков жидкого металла в присутствии поперечного магнитного поля, диссертация на соискание ученой степени канд.техн.наук, Рига, 1961.

8. J.Hartman, F.Lazarus. Det. Kgl. Danske Vidensk. Selskab. (Math.-fys. Medd.), 1937, 15, 7.

9. Г.Г.Брановер, О.А.Лиелаусис, Вопросы магнитной гидродинамики, 2, Рига, 1963, 59.

10. W. Murgatroyd. Phil. Mag., 1953, 44, 1348.

11. П.С.Ликодис, Экспериментальные исследования процессов переноса в турбулентном потоке проводящей среды в присутствии магнитного поля. Международный симпозиум по свойствам и применению низкотемпературной плазмы. Москва, 1965.

12. E.C.Brouillette, P.S.Lykoudis. Measurement of skin friction for turbulent MHD - channel flow. Lafayette (Ind), 1962.

13. J.Hartman. Det. Kgl. Danske Vidensk. Selskab. (Math.-fys. Medd.), 1937, 15, 6.

14. Г.Г.Брановер, О.А.Лиелаусис, АТЭ, 1965, 35, 2, 235.

15. Г.Г.Брановер, Турбулентные магнитогидродинамические течения в трубах, изд-во Зинатне, Рига, 1967.

16. E. Crausse, Y.Poirier. C.R. Acad. Sci., Paris, 1957, 244, 23, 2772.

17. J.A.Shercliff. J.Fluid Mech., 1956, 1, 644.

18. А.И.Хожаинов, ЖТФ, 1966, 36, 1, 147.

19. A. Maciulaitis, A.L.Loeffler, P.J.Calcamos. International Symposium on Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, Salzburg, июль 1966, SM - 74/195.

20. J.A. Shercliff. Proc. Cambr. Philos.Soc., 1953, 49, 1, 136.

21. А.И.Хожаинов, Механика жидкости и газа, 1966, 4, 114.

22. P.Lecocq. Bull. Centre rech. et essais Chatou, 1964, 8, suppl. 1 - 185.

23. Г.Г.Брановер, Сб. Вопросы магнитной гидродинамики, Рига, 1964, 4, 133.

24. А.Г.Рябинин, А.И.Хожаинов, ЖТФ, 1963, 33, 1, 80.

25. К.И.Дмитриев, Ю.М.Михайлов, В.С.Пресняков. Международный симпозиум по производству электроэнергии с помощью МГД - генераторов, Зальцбург, июль 1966, SM-74/93.

26. Н.М.Турчин. Теплофизика высоких температур, 1963, 1, 1, 118.

27. Г.Г.Брановер, О.А.Лиелаусис. Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы, 2, 1962, 575.

28. Г.Г.Брановер, Р.К.Дукуре. Вопросы магнитной гидродинамики, 2, Рига, 1963, 77.

29. Р.К.Дукуре. Магнитная гидродинамика, 1965, 1, 29.

30. Р.К.Дукуре. Магнитная гидродинамика, 1966, 2, 109.

31. M.Bader, W.C.A.Carlson, NACA, TN4274, 1958

32. S.Globe. Transaction of the ASME Series C.j. of Heat Transfer, 1961, 445.

33. Д.С.Ковнер, Е.Ю.Красильников, ДАН СССР, 1965, 163, 5, 1096.

34. Л.Г.Генин, В.Г.Килин, Теплофизика высоких температур, 1966, 4, 2, 283.

35. Б.С.Петухов, Л.Г.Генин, В.Г.Килин, Теплофизика высоких температур, 1967, № 2.

36. В.Б.Левин, И.А.Чиненков, Магнитная гидродинамика, 1966, 4, 147.

37. С.И.Брагинский, ЖЭТФ, 1959, 37, 5, 1417.

38. Г.Г.Брановер, О.А.Лиелаусис. Изв.АН Латв.ССР, 1961, 1, 60.

39. J.C.R.Hunt. J.Fluid. Mech., 1965, 21, part. 4, 577.

40. J.C.R.Hunt, K.Stuartson. J.Fluid Mech., 1965, 23, part 3, 563.

41. А.Б.Цинобер, А.Г.Штерн, Э.В.Щербинин, Изв.АН Латв.ССР, сер. физ.и техн.наук, 1964, 4, 31.

42. Х.Э.Калис, А.Б.Цинобер, А.Г.Штерн, Э.В.Щербинин, Магнитная гидродинамика, 1965, 1, 18.

43. Г.Г.Брановер, А.М.Гельфгат, А.Б.Цинобер, А.Г.Штерн, Э.В.Щербинин, Магнитная гидродинамика, 1966, 1, 98.

44. А.И.Хожаинов, ЖТФ, 1965, 35, 9, 1568.

45. Г.Г.Брановер, О.А.Лиелаусис, Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы, II, Рига, 1962, 587.

46. Г.Г.Брановер, Э.В.Щербинин, Магнитная гидродинамика, 1966, 3, 55.

47. Г.Г.Брановер, О.А.Лиелаусис, Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы, Рига, 1962, 591.

48. Г.Г.Брановер, Н.М.Слюсарев, Э.В.Щербинин, Магнитная гидродинамика, 1965, 1, 33.

49. Н.И.Болонов, Б.А.Коловандин, И.Л.Повх, Е.Ф.Скринник. Изв. Высших учебн.завед., сер."Энергетика", 1966, №1, 65.

50. S.Miklos, Rev. Scient. Instrum., 1965, 36, 7, 945.

51. M.Sajben, I.A.Fay. Experimental measurment of the growth of a turbulenty mercury jet in a coaxial magnetic field, Massachusetts Institute of Technology, Fluid Mech. labor., publ. Nr.65-5, 1965.

52. S.Lundquist. Arkiv. f. Fysik, 1952, 5, 297

53. R.C.Lock. Proc. Roy.Soc. London, 1955, A 233, 105.

54. P.S.Lykoudis. Rev.Mod. Phys., 1960, 32, 4, 796.

55. J.T.Stuart. Proc. Roy. Soc. London, 1954, A 221, 189.

56. Е.П.Велихов. ЖЭТФ, 1959, 36, 4, 1192.

57. В.Г.Левин. Магнитная гидродинамика, 1965, 2, 3.

58. J.Rotta. Zeitschr. f Phys. 1951, 129, 547.

59. В.М.Девлев, 4-е рижское совещание по магнитной гидродинамике, сб.тезисов, Рига, 1964.

60. Л.А.Вулис, Б.А.Фоменко, Магнитная гидродинамика, 1966, 1, 74.

61. S.Chandrasekhar. Proc. Roy. Soc. London, 1953, A216, 1126, 293.

62. S.Chandrasekhar, D.Elbert Danna. Proc. Roy. Soc. London, 1961, A 262 , 1311.

63. Е.П.Велихов. ЖЭТФ, 1959, 5, 36.

64. U.H.Kurzweg. J.Fluid Mech., 1963, 1, 17.

65. J.W.Deardorff. J.Fluid Mech., 1963, 4, 15.

66. P.H.Roberts. Proc.Camb.Phil.Soc.,1954, 3, 60.

67. B.Lehnert. Tellus, 1952, 4, 1, 63.

68. E.R.Niblett. Canad. J.Phys., 1958, 36, 11, 1509.

69. R.I.Donelly, M.Ozima. Proc.Roy.Soc.,1962, A266,1325,272.

70. R.I.Donelly, D.R.Caldwell. J.Fluid Mech., 1964,19, part.2, 257.

71. Л.Гаррис, Магнитогидродинамические течения в каналах, изд. Иностр. литературы,1963.

72. Г.Шлихтинг. Теория пограничного слоя, М.,ИЛ,1956, 399(382).

73. Г.Г.Брановер, Прикладная магнитная гидродинамика, Труды Института физики АН Латв.ССР,1961, Рига,12, 177.

74. Д.С.Ковнер, Магнитная гидродинамика,1965, 2, 11.

75. Л.Г.Лойцянский, ПММ, 1958, 22, 5, 600.

76. E.R.Van Driest. Journ. of Aeronautical Sci., 1956, 23, 1007.

77. R.S.Ong, J.A.Nicholls. Journ. of Aero Space Sci., 1959, 26, 313.

78. И.М.Толмач, Магнитная гидродинамика,1965, 4, 75.

79. J.N.Kapur, R.K.Jain. Phys.Fluids, 1962, 5, 5, 589.

80. Д.С.Ковнер, В.Б.Левин, Теплофизика высоких температур,1964, 2, 5, 742.

81. B.Lehnert. Quart.Appl.Math., 1955, 12, 321.

82. С.И.Сыроватский, УФН, 1957, 62, 3, 247.

83. А.Н.Колмогоров, Изв.АН СССР,сер.физ.,1942,6,1-2,56.

84. Д.С.Ковнер, Изв.ВУЗ,сер.Авиационная техника,1964,1, 170.

85. L.C.Napolitano. Rev.Mod.Phys., 1960, 32, 4, 735.

86. И.П.Гинзбург,Л.И.Скурин, Магнитная гидродинамика, 1966, 4, 83.

87. W.C.Moffatt. Boundary layer effects in magnetohydrodinamic flows, Massachusetts Institute of Technology Magnetogasdynamics Lab. Rep.61 - 4,1961.

88. A.Maciulaitis, A.L.Loeffler. Jr.AIAA Journal, 1964, 2, 12, 2100.

89. C.H.Kruger,O.K.Sonju. "Proc. 1964 Heat Transfer and Fluid Mech.Inst.Berkley, Calif" Stanford, Calif.Univ.,Press,1964, 147.

90. Д.С.Ковнер,Е.Ю.Красильников,О.М.Миронов, Теплофизика высоких температур,1965,3,2, 315.

91. Б.В.Парфенов,С.А.Регирер, Магнитная гидродинамика, 1965, 4, 50.

92. Г.Г.Брановер, И.М.Кирко,О.А.Лиелаусис, Прикладная магнитогидродинамика,XII,Рига,1961, 167.

93. Р.К.Дукуре,Г.П.Упит, Прикладная магнитогидродинамика,XII, Рига, 1961, 237.

94. А.Бродский,Ю.Гельфгат. Материалы пятого Рижского совещания по магнитной гидродинамике, Рига,1966, выпуск 13, 86.

95. П.П.Кремлевский. Расходомеры,М.-Л, Машгиз,1963.

96. И.Л.Повх. Аэродинамический эксперимент в машиностроении,М.-Л, 1965.

97. А.Б.Синобер,Э.В.Щербинин, Изв.АН Латв.ССР,1962,11, 45.

98. R.G.Folsom. Transact. of the ASME, 1956, 7, 78.

99. J.L.Livesey. Journal of Aero Sci.,1954, 21, 641.

100. К.П.Яковлев, Математическая обработка результатов измерений,М.,ГИТТЛ, 1958.

101. Г.Е.Пустовалов, Е.В.Талалаева. Простейшие физические измерения и их обработка, изд-во МГУ, 1967.

102. У.Чайлдс, Физические постоянные, Физматгиз, 1962.

103. В.С.Чиркин, Теплофизические свойства материалов (справочное руководство), Физматгиз, М., 1959.

104. А.С.Монин, А.М.Яглом, "Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности", часть 1, Наука, М., 1965.

105. Г.Г.Брановер, Ю.М.Гельфгат, А.Б.Цинобер, Магнитная гидродинамика, 1966, 3, 3.

106. И.Е.Идельчик, Справочник по гидравлическим сопротивлениям, Госэнергоиздат, М., 1960.

107. Г.Г.Брановер, Е.З.Рабинович, Гидродинамика расплавленных металлов, Москва, Наука, 1967 (в печати).

108. J.Rotta. Ing.Arch., 1950, 18, 4, 277.

109. J.Nikuradse. Strömungs Gesetze in rauhen Röhren. VDI - Forschungheft, 1933, 361.

110. Г.Г.Брановер, Г.А.Витолиньш, Р.К.Дукуре, Р.П.Зелберга, Калис Х.Э., А.Б.Цинобер, Магнитная гидродинамика, 1967, 3.

111. J.Malaika. Journal of the Hydraulics division, Proceedings of Civil Engineers, 1966, 6, 3310.

112. Г.Г.Брановер, Ю.М.Гельфгат, Р.К.Дукуре, Магнитная гидродинамика, 1966, 4, 148.

113. C.C.Chang, Y.T.Yen. ZAMP, 1962, 13, 3, 266.

114. C.C.Chang, B.H.Lundgren. ZAMP, 1961, 12, 2, 100.

115. T.S.Lundgren, B.H.Atabek, C.C.Chang. Phys.Fluids, 1961, 4, 8, 1006.

116. Г.А.Гринберг, ПММ, 1962, 26, 1, 80.

117. J.Laufer, NACA, Rep.1174, 1955.

118. J.Laufer. NACA, Rep.1053.1951.

119. Г.Г.Брановер,А.С.Васильев,Ю.М.Гельфгат,В.В.Щербинин, Магнитная гидродинамика,1966, 4, 78.

120. Г.Г.Брановер,А.С.Васильев,Ю.М.Гельфгат, Изв. АН Латв.ССР,сер. физ. и техн.наук,1967, 2.

121. Г.Г.Брановер,А.С.Васильев,Ю.М.Гельфгат, Изв. АН Латв.ССР,сер.физ.и техн.наук, 1967, 3.

122. J.Shercliff. Proc.Cambridge Phil.Soc.,1956, 52, 573.

123. A.Braudt,J.Gillis. Phys.Fluids, 1966, 2, 4, 690.

124. C.L.Hwang, K.C.Li, L.T.Fan. Phys.Fluids, 1966, 2, 6, 1134.

125. C.W.Tan. AIAA Journal, 1965, 3, 7, 1369.

126. Г.И.Абрамович. Труды ЦИАМ, 1958, N -322.

127. Г.И.Абрамович, Теория турбулентных струй, Физматгиз,М.,1960.

128. А.Д.Альтшуль, Гидравлические потери на трение в трубопроводах, М.,Госэнергоиздат,1963.

129. Ю.М.Гельфгат, Изв.АН Латв.ССР,сер. физ.и техн. наук,1967, 4.

130. Г.Г.Брановер,Ю.М.Гельфгат,В.В.Щербинин, Изв.АН Латв.ССР,сер.физ.и техн.наук,1967, 2,

131. Г.Г.Брановер,А.С.Васильев,Ю.М.Гельфгат, Магнитная гидродинамика,1967, 3.

132. Ю.М.Гельфгат,Авторское свидетельство № 152005, Бюллетень изобретений № 23, 1962.

133. А.Б.Микельсон, Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы,Рига,1959, 305.

134. С.Л.Буслович,Ю.М.Гельфгат,Л.Е.Калкут, ГОСИНТИ № 9-68-731/17,Москва,1968.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

ТАБЛИЦЫ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ.

Таблица 1.

Экспериментальные данные о распределении скоростей в плоской трубе с сечением 1,0x9,0 $см^2$.

Примечание: Измерения проведены в центральном сечении, параллельном магнитному полю; за характерный размер принята полуширина трубы, параллельная полю - $a = 0,5$ см; начало координат - на стенке трубы.

Re	Ha	y мм	u см/сек.	Re	Ha	y мм	u см/сек.
1	2	3	4	1	2	3	4
17400	0	0,55	35,30	17400	54,50	1,50	40,80
		0,75	37,50			2,00	40,80
		1,00	38,75			2,50	40,80
		1,25	40,30			3,00	40,80
		1,50	40,70			3,50	40,80
		2,00	42,40			4,00	40,80
		2,50	45,50			4,50	40,80
		3,00	45,00			5,00	40,80
		3,50	45,75				
		4,00	46,30				
		4,50	46,90	10000	0	0,55	20,75
		5,00	47,10			0,75	21,10
		5,50	46,66			1,00	23,40
		6,00	46,85			1,25	24,00
						1,50	24,33
17400	17,50	0,55	38,20			1,75	24,52
		0,75	39,70			2,00	24,80
		1,00	39,85			2,25	24,80
		1,25	41,20			2,50	24,95
		1,50	41,40			2,75	24,95
		2,00	42,20			3,00	25,03
		2,50	42,60			3,50	25,03
		3,00	42,70			4,00	25,20
		3,50	42,80			4,50	25,20
		4,00	42,65			5,00	25,27
		4,50	42,85			5,50	25,20
		5,00	42,80			6,00	25,20
		5,50	42,80			6,50	25,10
		6,00	42,80				
17400	54,50	0,55	40,50	10000	35,60	0,55	23,60
		0,75	40,70			0,75	23,90
		1,00	40,60			1,00	24,13
		1,25	40,80			1,25	24,21

1	2	3	4
10000	35,60	1,50	24,28
		1,75	24,28
		2,00	24,31
		2,25	24,28
		2,50	24,31
		2,75	24,28
		3,00	24,31
		3,50	24,28
		4,00	24,28
		4,50	24,28
		5,00	24,31
		5,50	24,31
		6,00	24,28
10000	46,10	0,55	23,30
		0,75	23,35
		1,00	23,40
		1,25	23,35
		1,75	23,40
		2,00	23,35
		2,25	23,40
		2,50	23,40
		2,75	23,40
		3,00	23,40
		3,50	23,40
		4,00	23,40
		4,50	23,40
		5,00	23,40
10000	54,50	0,55	23,03
		0,75	23,03
		1,00	23,03
		1,25	23,03
		1,50	23,03
		1,75	23,03
		2,00	23,03
		2,25	23,03
		2,50	23,03
		2,75	23,03
		3,00	23,03
		3,50	23,03
		4,00	23,03
		4,50	23,03
		5,00	23,03
7500	0	0,55	15,74
		0,75	16,00
		1,00	16,45
		1,25	17,10
		1,50	17,72
7500	0	1,75	18,15
		2,00	18,37
		2,25	18,93
		2,50	19,20
		2,75	19,60
		3,00	19,90
		3,50	20,40
		4,00	20,60
		4,50	20,90
		5,00	21,00
		5,50	20,65
		6,00	20,40
7500	9,06	0,55	15,95
		0,75	16,35
		1,00	16,80
		1,25	17,50
		1,50	17,93
		1,75	18,40
		2,00	18,81
		2,25	19,10
		2,50	19,37
		2,75	19,60
		3,00	19,90
		3,50	20,20
		4,00	20,50
		4,50	20,60
		5,00	20,60
		5,50	20,60
		6,00	20,50
7500	18,90	0,55	16,80
		0,75	17,20
		1,00	17,49
		1,25	17,90
		1,50	18,25
		1,75	18,50
		2,00	18,75
		2,25	18,91
		2,50	19,11
		2,75	19,21
		3,00	19,36
		3,50	19,49
		4,00	19,58
		4,50	19,58
		5,00	19,58

1	2	3	4	1	2	3	4
7500	26,70	0,55	17,93	5000	0	0,55	10,20
		0,75	18,20			0,75	10,43
		1,00	18,58			1,00	10,75
		1,25	18,67			1,25	11,14
		1,50	18,70			1,50	11,38
		1,75	18,70			1,75	11,80
		2,00	18,70			2,00	12,08
		2,25	18,70			2,25	12,32
		2,50	18,70			2,50	12,55
		2,75	18,70			2,75	12,72
		3,00	18,74			3,00	12,90
		3,50	18,74			3,50	13,19
		4,00	18,74			4,00	13,42
		4,50	18,74			4,50	13,68
		5,00	18,80			5,00	13,79
						5,50	13,66
7500	35,60	0,55	17,80				
		0,75	17,80				
		1,00	17,80	5000	12,35	0,55	10,86
		1,25	17,80			0,75	11,10
		1,50	17,80			1,00	11,38
		1,75	17,80			1,25	11,75
		2,00	17,80			1,50	12,08
		2,25	17,80			1,75	12,16
		2,50	17,80			2,00	12,26
		2,75	17,80			2,25	12,45
		3,00	17,80			2,50	12,55
		3,50	17,80			2,75	12,62
		4,00	17,80			3,00	12,71
		4,50	17,80			3,50	12,90
		5,00				4,00	13,09
						4,50	13,05
						5,00	13,09
7500	54,50	0,55	17,10				
		0,75	17,10				
		1,00	17,10	5000	18,9	0,55	11,17
		1,25	17,10			0,75	11,57
		1,50	17,14			1,00	11,96
		1,75	17,10			1,25	12,03
		2,00	17,10			1,50	12,17
		2,25	17,10			1,75	12,17
		2,50	17,14			2,00	12,26
		2,75	17,10			2,25	12,26
		3,00	17,10			2,50	12,35
		3,50	17,10			2,75	12,35
		4,00	17,14			3,00	12,35
		4,50	17,10			3,50	12,35
		5,00	17,14			4,00	12,44
						4,50	12,35
						5,00	12,44

1	2	3	4
5000	24,4	0,55	11,48
		0,75	11,65
		1,00	11,78
		1,25	11,78
		1,50	11,78
		1,75	11,78
		2,00	11,78
		2,25	11,78
		2,50	11,78
		2,75	11,78
		3,00	11,78
		3,25	11,78
		3,50	11,78
		4,00	11,78
		4,50	11,78
		5,00	11,78
5000	35,6	0,55	11,40
		0,75	11,49
		1,00	11,49
		1,25	11,49
		1,50	11,49
		1,75	11,49
		2,00	11,49
		2,25	11,49
		2,50	11,49
		2,75	11,49
		3,00	11,49
		3,25	11,49
		3,50	11,49
		4,00	11,49
		4,50	11,49
		5,00	11,49
5000	41,7	0,55	11,40
	51,0	0,75	11,40
	54,5	1,00	11,40
		1,25	11,40
		1,50	11,40
		1,75	11,40
		2,00	11,40
		2,25	11,40
		2,50	11,40
		2,75	11,40
		3,00	11,40
		3,25	11,40
		3,50	11,40
		4,00	11,40
		4,50	11,40
		5,00	11,40

Таблица 2.

Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в плоских трубах со стенками, покрытыми равномерной зернистой шероховатостью.

Примечание: За характерный размер принимается полуширина трубы, параллельная магнитному полю.

Re	Ha	$\lambda \cdot 10^3$	Re	Ha	$\lambda \cdot 10^3$
1	2	3	1	2	3
1. Труба с сечением 0,4x7,0 см²; K =0,0063 см; ε =0,032.					
19250	0	11,4	11950	15,7	14,1
	5,2	11,4		20,7	14,4
	10,1	11,7		25,4	15,1
	15,7	11,7		31,1	17,2
	20,7	12,1		38,2	18,7
	25,4	12,7		46,5	24,4
	38,2	15,0			
	46,5	18,0	10100	0	12,9
	52,7	19,8		5,2	12,9
	57,0	21,5		7,6	12,0
	61,0	22,7		15,7	13,4
	63,0	23,7		20,7	15,3
				25,4	16,8
15200	0	12,4		31,1	18,8
	5,2	12,0		38,2	21,8
	10,1	12,7		46,5	27,7
	15,7	13,8		52,7	31,2
	20,7	14,0		57,0	36,6
	25,4	15,3		61,0	39,1
	31,1	15,9		63,0	42,1
	38,2	17,1			
	46,5	22,7	9060	0	12,5
	52,7	26,2		5,2	12,0
	57,0	28,6		10,1	12,4
	61,0	33,0		15,7	13,0
	63,0	34,4		20,7	13,5
				25,4	16,1
11950	0	12,0		31,1	19,2
	2,7	12,0		38,2	22,2
	5,2	12,6		46,5	27,8
	7,6	13,4		52,7	33,3
	10,1	13,7		57,0	36,4
				61,0	39,0
				63,0	41,5

1	2	3	1	2	3
6015	0	12,6	4070	0	12,8
	2,7	12,7		5,2	12,5
	5,2	12,8		7,6	13,2
	7,6	12,9		10,1	14,9
	10,1	13,4		15,7	16,7
	15,7	14,0		20,7	20,2
	20,7	15,7		25,4	24,0
	25,4	17,7		31,1	29,8
	31,1	19,6		36,2	35,0
	36,2	24,8		46,5	52,0
	46,5	32,0		52,7	61,8
	52,7	39,2		57,0	69,2
	57,0	44,0		61,0	75,5
	61,0	48,8		68,0	79,7
	68,0	52,7			

2. Труба с сечением 0,6x7,0 см^2; K=0,0065 см; ε=0,021.

22600	0	10,5	14180	0	10,1
	7,4	11,1		7,4	10,1
	14,5	11,6		14,5	10,6
	22,6	12,4		22,8	11,4
	29,9	13,3		29,9	13,5
	36,8	14,2		36,8	16,2
	44,1	17,1		44,1	18,6
	54,5	20,8		54,5	21,3
	68,1	25,6		68,1	29,3
	77,0	28,5		77,0	33,0
	82,6	32,2		82,6	35,7
	87,4	33,7		87,4	39,7
	90,7	34,8		90,7	42,5
18100	0	10,8	11440	0	10,8
	7,4	11,1		7,4	10,8
	14,5	11,5		11,1	11,3
	22,6	12,4		14,5	12,3
	29,9	13,2		22,8	14,4
	36,8	14,4		29,9	16,5
	44,1	16,9		36,8	18,5
	54,5	21,0		44,1	21,1
	68,1	27,2		54,5	26,8
	77,0	31,3		68,1	37,2
	82,6	33,6		77,0	43,3
	87,4	36,7		82,6	47,4
	90,7	38,9		87,4	50,7
				90,7	56,8

1	2	3	1	2	3
9000	0	10,8	5480	0	10,4
	4,0	11,0		7,4	11,2
	7,4	10,9		11,1	14,4
	14,5	12,0		14,5	15,5
	22,8	13,6		22,8	19,2
	29,9	16,1		29,9	28,7
	36,8	19,2		36,8	36,7
	44,1	22,6		44,1	44,7
	54,5	28,7		54,5	59,8
	68,1	38,7		68,1	81,4
	77,0	47,8		77,0	99,0
	82,6	58,9		82,6	114,8
	87,4	64,0		87,4	123,6
	90,7	66,5		90,7	134,8
5000	0	10,4	2485	0	10,4
	7,4	11,2		4,0	10,9
	11,1	11,3		7,4	12,9
	14,5	11,6		11,1	15,1
	22,8	16,3		14,5	16,7
	29,9	20,2		22,8	25,9
	36,8	27,9		29,9	36,0
	44,1	32,9		36,8	48,8
	54,5	43,4		54,5	79,0
	68,1	61,0		68,1	106,2
	77,0	76,0		82,6	149,5
	82,6	91,8		90,7	172,3
	87,4	93,3			
	90,7	100,6			

3. Труба с сечением 0,6x7,0 см^2; K =0,01 см: ε =0,033.

23500	0	14,6	18200	69,3	36,7
	8,7	14,6		79,2	45,2
	15,2	15,0		85,0	47,3
	23,0	15,7		94,0	54,5
	30,5	16,5			
	37,9	18,3	15680	0	14,6
	55,3	28,2		8,7	14,6
	69,3	28,2		8,7	14,6
	79,2	38,7		11,2	15,2
	85,0	36,1		15,2	15,8
				23,0	16,9
18200	0	14,7		30,5	17,7
	8,7	14,7		37,9	20,7
	15,2	15,3		46,2	23,2
	30,5	18,4		55,3	28,8
	37,9	20,8		69,3	35,4
	55,3	27,5		79,2	42,0
				85,0	45,6
				90,2	48,6
				94,0	52,3

1	2	3
11400	0	14,7
	3,7	14,7
	8,7	14,7
	11,2	14,7
	15,2	15,5
	23,0	16,2
	30,5	19,3
	37,9	24,1
	46,2	27,4
	55,3	33,6
	69,3	43,0
	79,2	49,2
	85,0	55,4
	90,2	59,8
	94,0	62,9
9100	0	14,6
	3,7	14,6
	8,7	14,6
	11,2	14,6
	15,2	15,8
	23,0	18,2
	30,5	20,7
	37,9	24,4
	46,2	30,4
	55,3	37,7
	69,3	49,8
	79,2	62,0
	85,0	66,8
	90,2	71,7
	94,0	76,6
7000	0	14,7
	3,7	14,7
	8,7	14,7
	11,2	14,7
	15,2	16,5
	23,0	18,6
	30,5	22,7
	37,9	30,9
	46,2	38,1
	55,3	47,4
	69,3	70,0
	79,2	82,4
	85,0	92,7
	90,2	101,0
	94,0	107,0
4900	0	13,3
	3,7	13,3
	8,7	13,3
	11,2	13,3
	15,2	14,4
	23,0	16,2
	30,5	22,3
	37,9	30,2
	46,2	41,2
	55,3	55,8
	69,3	76,3
	79,2	90,6
	85,0	99,7
	90,2	110,0
	94,0	118,0
2000	0	11,7
	3,7	11,7
	8,7	11,7
	11,2	15,6
	15,2	17,6
	23,0	24,7
	30,5	35,0
	37,9	55,0
	46,2	73,4
	55,3	95,0
	69,3	129,0
	79,2	155,0
	85,0	188,4
	90,2	228,0

Таблица 3.

Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в плоской трубе с проводящими стенками.

Примечание: Стенки трубы изготовлены из меди $\alpha = 111$; размер поперечного сечения - 0,5х6,9 см^2; за характерный размер принята полуширина трубы в направлении поля - a = 0,25 см.

Re	Ha	$\lambda \cdot 10^2$	Re	Ha	$\lambda \cdot 10^2$
1	2	3	1	2	3
10050	0	0,60	4890	59,8	163,0
	4,5	1,22		71,6	242,0
	8,5	2,84			
	12,5	4,08	2980	0	0,78
	16,5	6,85		0,5	0,92
	20,9	10,0		4,5	2,52
	24,9	13,8		8,5	6,11
	28,6	18,9		12,5	12,2
	32,3	24,0		16,5	21,7
	36,2	28,0		20,9	32,2
	40,3	37,0		24,9	46,5
	45,0	48,0		32,3	81,1
				40,5	124,0
8230	0	0,63		49,6	192,0
	0,5	0,85		59,8	278,0
	4,5	1,16		71,6	406,0
	8,5	2,43		79,0	495,0
	12,5	4,65		84,5	555,0
	16,5	7,66		89,3	605,0
	20,9	12,1		93,0	648,0
	24,9	16,2			
	32,3	30,3	1480	0	0,98
	40,3	45,0		0,5	1,24
	49,6	69,1		4,5	3,72
	58,5	85,0		8,5	11,1
	66,5	91,6		12,5	24,2
	59,8	101,0		16,5	42,2
				20,9	64,5
4890	0	0,72		24,9	94,2
	4,5	1,61		32,3	169,0
	8,5	3,66		40,5	249,0
	12,5	7,27		49,6	364,0
	16,5	12,3		59,8	570,0
	20,9	19,0		71,6	880,0
	24,9	27,4		79,0	1000,0
	32,3	47,8		84,5	1145,0
	40,3	78,4		89,3	1249,0
	49,6	115,0		93,0	1340,0

Таблица 4.

Экспериментальные данные о распределении скоростей в прямоугольной трубе с проводящими стенками.

Примечание: Материал стенок трубы - медь; за характерный размер сечения 4,6 x 7,0 см²; принята полуширина трубы в направлении поля - a =2,3 см; все измерения проведены при Re =40200. Координаты отсчитываются от стенок трубы.

а) Распределение скоростей в центральном сечении, параллельном магнитному полю (z = 85 мм = const).

№№ пп.	Ha	y мм	u см/сек.	№№ пп.	Ha	y мм	u см/сек.
1	2	3	4	1	2	3	4
1.	0	1	16,81	3.	116,2	1	19,60
		2	18,30			2	19,75
		3	19,30			3	19,75
		5	20,65			5	19,84
		8	21,80			8	19,75
		13	22,60			13	19,84
		18	22,95			18	19,80
		23	23,20			23	19,80
		28	23,00			28	19,80
		33	22,60			33	19,80
2.	58,1	1	18,05	4.	174,3	1	19,30
		2	18,82			2	19,30
		3	19,30			3	19,30
		5	19,95			5	19,30
		8	20,45			8	19,30
		13	20,80			13	19,30
		18	21,00			18	19,30
		23	21,00			23	19,30
		28	21,00			28	19,30
		33	20,80			33	19,30

б) Распределение скоростей в центральном сечении, перпендикулярном магнитному полю (y = 23 мм = const).

№ пп	Ha	Z мм	u см/сек.	№ пп	Ha	Z мм	u см/сек.
1	2	3	4	1	2	3	4
1.	0	1	18,50	3.	116,2	1	25,50
		2	19,48			2	28,50
		3	20,15			3	30,40
		5	21,10			4	30,50
		8	21,95			5	30,20
		18	22,70			6	29,50
		20	23,20			8	28,05
		27	23,20			10	26,45
		35	23,20			13	24,60
		43	23,20			16	22,90
		50	23,20			20	21,50
						27	20,20
						35	19,88
2.	58,1	1	20,00	4.	174,3	1	32,20
		2	21,85			2	35,80
		3	22,95			3	35,70
		5	23,70			4	35,00
		7	23,95			5	33,40
		8	23,90			6	31,60
		10	23,75			8	28,90
		13	23,35			10	25,50
		16	23,15			13	22,75
		18	22,80			16	21,55
		20	21,95			20	20,45
		24	21,45			27	19,35
		28	21,15			35	19,30
		35	21,15				

в) Распределение скоростей в 3 мм от стенки параллельной магнитному полю (z = 3 мм = const).

№№ пп	Ha	y мм	u см/сек.	№№ пп	Ha	y мм	u см/сек.
1	2	3	4	1	2	3	4
1.	0	1	14,37	3.	116,2	1	22,40
		2	14,87			2	25,20
		3	16,13			3	26,10
		5	17,23			5	27,65
		8	18,42			8	29,70
		13	19,45			13	30,19
		18	19,70			18	30,21
		23	20,15			23	31,10
		28	19,70			28	30,21
		33	19,45			33	30,19
2.	58,1	1	17,87	4.	174,3	1	26,00
		2	19,70			2	28,05
		3	20,80			3	30,56
		5	21,60			5	32,40
		8	22,05			8	33,70
		13	22,60			13	35,06
		18	23,15			18	35,70
		23	23,40			23	36,00
		28	23,15			28	35,70
		33	22,60			33	35,00

г) Распределение скоростей по поперечному сечению трубы при $Ha = 0$ и $Ha = 116{,}2$.

Ha	Z мм \ y мм	u см/сек. 23	18	13	8	5	3	2	1
0	1	18,50	18,30	18,05	17,61	16,95	15,80	14,42	14,37
	2	19,48	19,00	18,52	18,00	17,10	16,00	15,40	14,88
	3	20,15	19,70	19,45	18,42	17,23	16,13	15,67	15,37
	5	21,10	20,85	20,55	20,34	18,68	17,45	16,00	16,01
	8	21,95	21,70	21,60	21,25	19,58	18,41	16,90	16,60
	13	22,70	22,60	22,15	21,80	20,41	18,92	17,88	16,90
	20	23,20	22,95	22,60	21,95	20,55	19,20	18,20	16,81
	27	23,20	22,95	22,60	21,97	20,60	19,20	18,30	16,81
	35	23,20	22,95	22,60	21,80	20,65	19,30	18,30	16,81
116,2	1	29,00	28,40	28,10	27,80	26;50	25,10	23,65	21,50
	2	31,15	30,40	30,25	29,95	28,25	26,5	25,45	22,70
	3	31,10	30,21	30,19	29,70	27,85	26,10	25,20	22,40
	5	30,20	29,40	29,20	28,60	26,80	25,85	23,80	20,70
	8	26,05	27,20	27,00	26,10	24,00	21,60	21,50	19,75
	13	24,60	24,00	24,00	22,95	21,63	20,44	20,35	19,60
	20	21,53	21,40	21,35	20,81	20,40	20,00	19,84	19,60
	27	19,95	19,85	20,22	19,85	20,00	19,80	19,75	19,75
	35	19,80	19,80	19,84	19,75	19,84	19,75	19,75	19,60

Таблица 5.

Экспериментальные данные о распределении скоростей в прямоугольной трубе с двумя проводящими стенками, параллельными магнитному полю.

Примечание: Размер поперечного сечения трубы 4,6x7,0 см²; стенки, параллельные полю, изготовлены из меди; перпендикулярные полю - из оргстекла; за характерный размер принята полуширина трубы в направлении поля - a = = 2,3 см; начало координат - на стенках трубы.

а) Распределение скоростей в центральном сечении, параллельном магнитному полю (z =35 мм = const).

Re	Ha	y мм	u см/сек	Re	Ha	y мм	u см/сек.
1	2	3	4	1	2	3	4
40200	0	0,9	16,94	40200	174,3	0,9	21,71
		1,5	17,86			1,5	21,71
		2,0	18,80			2,0	21,71
		3,0	19,45			3,0	21,71
		5,0	20,80			5,0	21,71
		8,0	21,25			8,0	21,80
		13,0	22,10			13,0	21,71
		18,0	22,52			18,0	21,71
		23,0	22,75			23,0	21,80
40200	58,1	0,9	18,40	25300	0	0,9	10,75
		1,5	19,45			1,5	11,51
		2,0	20,35			2,0	11,81
		3,0	20,90			3,0	12,13
		5,0	21,55			5,0	12,92
		8,0	21,75			8,0	13,30
		13,0	22,06			13,0	14,10
		18,0	22,15			18,0	14,29
		23,0	22,34			23,0	14,53
40200	116,2	0,9	20,55	25300	58,1	0,9	12,38
		1,5	21,25			1,5	13,21
		2,0	21,60			2,0	13,30
		3,0	21,71			3,0	13,60
		5,0	21,75			5,0	13,84
		8,0	21,75			8,0	13,84
		13,0	21,80			13,0	13,84
		18,0	22,00			18,0	14,00
		23,0	22,00			23,0	14,00

1	2	3	4	1	2	3	4
25300	116,2	0,9	13,30	25300	174,3	0,9	13,60
		1,5	13,75			1,5	13,60
		2,0	13,75			2,0	13,60
		3,0	13,75			3,0	13,60
		5,0	13,75			5,0	13,60
		8,0	13,75			8,0	13,60
		13,0	13,82			13,0	13,60
		18,0	13,82			18,0	13,60
		23,0	13,82			23,0	13,60

б) Распределение скоростей в центральном сечении, перпендикулярном магнитному полю (y = 23 мм = const).

Re	Ha	Z мм	U см/сек	Re	Ha	Z мм	U см/сек
40200	0	0,9	16,40	40200	116,2	13,0	21,72
		1,4	16,92			18,0	22,08
		2,0	20,00			22,0	22,08
		3,5	21,05			28,0	22,08
		6,0	21,86			35,0	22,08
		10,0	22,40				
		13,0	22,65	25300	174,3	0,9	10,15
		18,0	22,75			1,5	10,40
		22,0	22,75			2,0	10,85
		28,0	22,75			2,5	11,91
		35,0	22,75			4,5	12,49
						6,0	12,92
40200	58,1	0,9	18,27			8,0	13,38
		1,5	18,94			13,0	13,61
		3,0	19,90			17,0	13,61
		6,0	21,05			22,0	13,61
		10,0	21,90			28,0	13,61
		13,0	22,20			35,0	13,61
		18,0	22,30				
		22,0	22,30				
		28,0	22,30	40200	174,3	0,9	15,60
		35,0	22,30			1,4	16,45
						2,0	17,50
40200	116,2	0,9	17,10			3,5	18,98
		1,5	18,00			6,0	20,25
		3,0	19,41			10,0	21,06
		6,0	20,59			13,0	21,41
		10,0	21,40			18,0	21,60
						22,0	21,71
						28,0	21,71
						35,0	21,71

в) Распределение скоростей по поперечному сечению трубы при $Ha = 0$ и $Ha = 174{,}3$. ($Re = 40200$)

Ha	Zмм \ Yмм	u см/сек. 28	16	13	8	5	3	2	1,5	0,9
0	1	18,72	16,38	16,14	17,82	17,10	16,00	14,62	14,58	14,38
	2	20,00	18,98	18,32	17,94	17,64	16,28	15,64	15,52	15,40
	3	20,67	19,60	19,00	18,05	17,82	16,52	16,08	16,00	15,90
	5	21,48	20,98	20,10	19,68	18,58	17,54	16,88	16,04	16,45
	8	22,10	21,82	21,15	20,75	19,32	18,67	17,85	17,25	16,88
	13	22,65	22,62	21,70	21,25	20,16	19,31	18,32	17,58	16,90
	20	22,75	22,62	22,15	21,32	20,30	19,41	18,71	17,69	16,90
	27	22,75	22,62	22,15	21,32	20,37	19,45	18,80	17,80	16,90
	35	22,75	22,62	22,10	21,25	20,30	19,45	18,80	17,86	16,94
174,3	1	15,90	16,00	16,00	16,00	16,00	15,90	16,00	16,00	15,00
	2	17,50	17,50	17,50	17,50	17,50	17,50	17.48	17,38	15,60
	3	18,78	18,78	18,78	18,78	18,78	18,69	18,69	18,67	17,40
	5	19,85	19,85	19,85	19,85	19,85	19,85	19,78	19,78	19,85
	8	20,68	20 70	20,70	20,68	20,70	20,68	20,68	20,68	20,52
	13	21,41	21,41	21,41	21,41	21,45	21,45	21,41	21,41	21,38
	20	21,71	21,71	21,71	21,71	21,80	21,71	21,70	21,70	21,70
	27	21,71	21,71	21,71	21,71	21,80	21,80	21,71	21,71	21,70
	35	21,80	21,71	21,71	21,80	21,71	21,71	21,71	21,71	21,71

Таблица 6.

Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в прямоугольной трубе с непроводящими стенками.

Примечание: Размер поперечного сечения трубы 0,6x1,2 см2; за характерный размер принят гидравлический радиус R = 0,2 см.

Re	Ha	$\lambda \cdot 10^3$	Re	Ha	$\lambda \cdot 10^3$
1	2	3	1	2	3
8760	0	6,35	4190	82,0	29,65
	20,4	6,56		90,1	32,20
	29,9	6,78		95,2	34,20
	39,5	8,00		98,7	35,00
	47,4	8,55		101,2	36,10
	60,3	10,68			
	69,6	12,09			
	82,0	14,32	2800	0	8,06
	90,1	16,00		5,7	7,65
	95,2	16,73		10,6	8,06
	98,7	17,08		15,6	8,90
	101,2	17,67		20,4	10,55
				29,9	16,66
6085	0	6,73		39,5	20,75
	10,6	6,86		47,4	26,20
	20,4	6,73		60,3	32,90
	29,9	8,22		69,6	36,60
	39,5	10,64		82,0	43,40
	47,4	12,07		90,1	46,80
	60,3	15,08		95,2	49,80
	69,6	17,60		98,7	50,60
	82,0	21,00		101,2	53,50
	90,1	22,50			
	95,2	23,45			
	98,7	24,70	2000	0	8,72
	101,2	25,50		5,7	8,18
				10,6	9,27
4190	0	7,20		15,6	12,00
	5,7	6,94		20,4	16,35
	10,6	6,94		29,9	23,70
	15,6	7,44		39,5	30,10
	20,4	8,55		47,4	36,60
	29,9	11,03		60,3	43,80
	39,5	14,40		69,6	51,70
	47,4	17,85		82,0	60,10
	60,3	21,65		90,1	66,50
	69,6	25,20		95,2	70,50
				98,7	72,80
				101,2	75,00

Таблица 7.

Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в плоских трубах, расположенных длинной стороной сечения вдоль силовых линий магнитного поля.

Примечание: За характерный размер принят гидравлический радиус сечения - R.

Re	Ha	$\lambda \cdot 10^3$	Re	Ha	$\lambda \cdot 10^3$
1	2	3	1	2	3
1. Труба с поперечным сечением 0,2x2,9 см^2; R = 0,0935см.					
22750	0	4,36	11770	19,8	5,36
	2,2	4,54		23,1	5,28
	4,3	4,59		24,5	5,12
	6,1	4,49		26,3	4,96
	8,1	4,49		28,1	4,83
	10,0	4,48			
	12,8	4,47			
	15,6	4,44	7650	0	5,85
	19,8	4,37		1,1	5,85
	23,1	4,33		2,2	5,85
	24,5	4,27		4,3	5,80
	26,3	4,24		6,1	5,80
	28,1	4,21		8,1	5,65
				10,0	5,44
16560	0	5,14		12,8	5,34
	1,1	5,12		15,6	5,06
	2,2	5,09		19,8	4,70
	4,3	5,09		23,1	4,38
	6,1	5,06		24,5	4,28
	8,1	5,02		26,3	4,07
	10,0	5,02		28,1	3,82
	12,8	4,94			
	15,6	4,84			
	19,8	4,53	6340	0	6,40
	23,1	4,40		1,1	6,28
	24,5	4,35		2,2	6,30
	26,3	4,30		4,3	6,30
	28,1	4,19		6,1	6,22
				8,1	6,12
11770	0	5,63		10,0	6,02
	1,1	5,60		12,8	5,72
	2,2	5,63		15,6	5,56
	4,3	5,60		19,8	5,13
	6,1	5,56		23,1	4,74
	8,1	5,58		24,5	4,50
	10,0	5,58		26,3	4,22
	12,8	5,54			
	15,6	5,49		28,1	3,92

1	2	3
4940	0	6,87
	1,1	6,82
	2,2	6,76
	4,3	6,67
	6,1	6,64
	8,1	6,64
	10,0	6,24
	12,8	5,89
	15,6	5,62
	19,8	4,85
	23,1	4,16
	24,5	3,64
	26,3	3,08
	28,1	2,70
3690	0	7,14
	1,1	7,05
	2,2	6,96
	4,3	6,96
	6,1	6,81
	8,1	6,70
	10,0	6,28
	12,8	5,80
	15,6	5,24
	19,8	4,20
	23,1	2,80
	24,5	2,21
	26,3	2,16
	28,1	2,21
2960	0	7,36
	1,1	7,12
	2,2	7,06
	4,3	6,94
	6,1	6,76
	8,1	6,5
	10,0	6,25
	12,8	5,75
	15,6	4,65
	19,8	2,62
	23,1	2,62
	24,5	2,69
	26,3	2,77
	28,1	2,82
2420	0	8,07
	1,1	7,99
	2,2	7,77
	4,3	7,55
	6,1	7,34
2420	8,1	7,04
	10,0	6,58
	12,8	5,84
	15,6	4,84
	19,8	2,90
	23,1	2,14
	24,5	2,22
	26,3	2,29
	28,1	2,36
1900	0	8,72
	1,1	8,60
	2,2	8,47
	4,3	7,75
	6,1	7,20
	8,1	6,60
	10,0	5,67
	12,8	3,48
	15,6	3,60
	19,8	3,91
	23,1	4,08
	24,5	4,27
	26,3	4,40
	28,1	4,51
1465	0	9,40
	1,1	9,10
	2,2	8,70
	4,3	8,18
	6,1	7,35
	8,1	5,88
	10,0	4,28
	12,8	4,42
	15,6	4,81
	19,8	5,02
	23,1	5,12
	24,5	5,32
	26,3	5,43
	28,1	5,63
1084	0	10,03
	1,1	9,71
	2,2	8,96
	4,3	7,48
	6,1	5,43
	8,1	5,05
	10,0	5,24
	12,8	5,61
	15,6	5,80
	19,8	6,17
	23,1	6,35

1	2	3	1	2	3
1084	24,5	6,55			
	26,3	6,74			
	28,1	6,93			

2. Труба с поперечным сечением 0,4x3,0 см^2; R=0177 см.

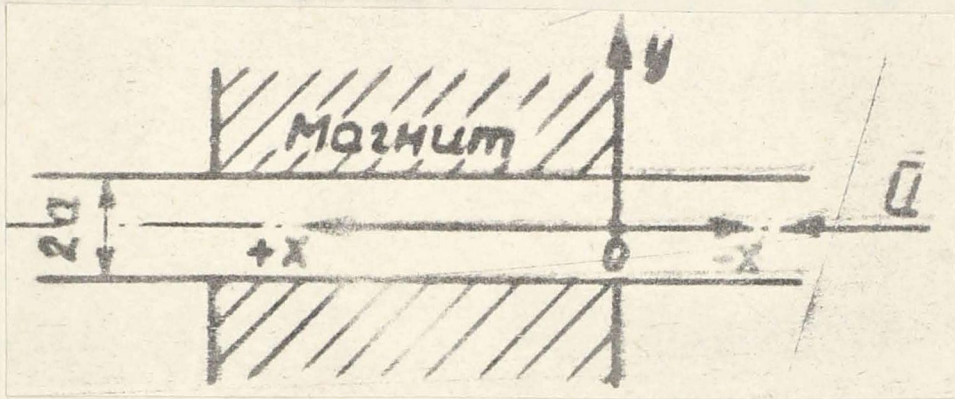
44600	0	4,01	6850	0	6,48
	4,2	3,96		4,2	6,42
	6,1	4,04		6,1	6,29
	11,6	4,05		11,6	6,28
	15,3	4,01		15,3	5,85
	16,9	4,05		16,9	5,69
	25,6	3,97		25,6	4,83
	29,5	3,72		29,5	4,26
	37,5	3,66		37,5	2,86
	43,8	3,60		43,8	2,42
	46,9	3,54		46,9	2,35
	50,0	3,51		50,0	2,41
	53,0			53,0	2,54
22150	0	4,78	5000	0	7,14
	2,1	4,74		4,2	7,0
	4,2	4,74		6,1	6,9
	6,2	4,78		11,6	6,65
	8,1	4,78		15,3	6,35
	11,6	4,71		16,9	6,76
	15,3	4,62		25,6	5,27
	16,9	4,54		29,5	5,52
	25,6	4,38		37,5	5,77
	29,5	4,05		43,8	4,15
	37,5	3,78		46,9	4,40
	43,8	3,64		50,0	4,77
	46,9	3,52		53,0	
	50,0	3,44			
	53,0				
10040	0	5,82	8040	0	7,67
	2,1	5,86		2,1	7,42
	4,2	5,73		4,2	7,23
	6,1	5,92		6,2	6,99
	11,6	5,90		8,1	6,81
	15,3	5,71		11,6	6,63
	16,9	5,59		15,3	5,77
	25,6	4,94		16,9	4,09
	29,5	4,26		25,6	4,75
	37,5	3,86		29,5	5,62
	43,8	3,57		37,5	6,35
	46,9	3,36		43,8	6,82
	50,0	3,20		46,9	7,16
	53,0			50,0	7,41
				53,0	

1	2	3
2000	0	9,04
	2,1	8,48
	4,2	7,75
	6,1	6,45
	11,6	5,60
	15,3	5,17
	18,9	5,17
	28,8	5,60
	29,5	6,03
	37,5	6,88
	43,8	8,05
	46,9	8,60
	50,0	9,05
	53,0	9,46
1460	0	10,38
	2,1	9,63
	4,2	8,15
	6,1	7,60
	11,6	7,60
	15,3	7,65
	18,9	8,50
	29,5	9,26
	37,5	11,50
	43,8	13,00
	46,9	14,46
	50,0	15,38
	53,0	16,00
		16,35

Таблица 8.

Экспериментальные данные о стабилизации профиля скорости в плоской трубе.

Примечания: Размер поперечного сечения трубы 1,0x9,0 см²; за характерный размер принята полуширина трубы a =0,5 см; данные о подробных измерениях профилей скорости приведены в таблице 1. Измерения у стенки соответствуют координате y_z =0,11, в центре - y = 1,0. Координата z соответствует центральному сечению, параллельному полю. Остальные данные показаны на схеме.



а) Изменение величины скорости в центре и у стенки в месте стабилизовавшегося течения (X =810 мм).

Re	Ha	В центре: u см/сек.	У стенки: u см/сек.	Re	Ha	В центре: u см/сек	У стенки: u см/сек.
5000	0	13,78	10,20	10000	0	27,70	20,80
	6,0	13,70	10,42		4,8	27,70	20,90
	7,0	13,60	10,54		6,0	27,60	20,95
	9,1	13,44	10,65		7,0	27,50	21,00
	12,3	13,19	10,75		9,1	27,40	21,10
	18,9	12,65	11,18		12,3	27,05	21,30
	24,4	12,00	11,29		15,8	26,65	21,87
	35,6	11,50	11,29		19,6	26,05	22,28
	41,7	11,50	11,40		24,4	25,40	22,90
	47,1	11,50	11,50		29,4	24,95	23,15
	50,9	11,40	11,40		35,6	24,40	23,70
	54,5	11,40	11,40		39,4	24,00	23,60
					46,1	23,60	23,40
					54,5	23,00	23,00

б) Измерение величины скорости в центре и у стенки в разных сечениях вдоль потока.

1. Re =10000, в центре.

X мм:	-25	-10	5	20	35	50	70
На :	скорость u см/сек.						
0	27,60	27,60	27,60	27,60	27,57	27,60	27,65
12,35	27,41	27,30	27,30	27,20	27,20	26,90	26,95
24,40	27,39	27,10	26,62	26,00	26,10	25,60	25,35
35,60	26,90	26,75	25,65	24,75	24,20	24,06	24,10
46,10	26,75	25,80	25,10	23,50	23,30	23,10	23,20
54,30	26,35	25,40	23,60	23,02	23,02	23,02	23,02

X мм:	105	160	250	360	575	890	410
На :	скорость u см/сек.						
0	27,60	27,57	27,60	27,60	27,57	27,60	27,60
12,35	26,90	26,85	26,90	26,90	27,15	26,90	24,60
24,40	25,10	25,10	25,25	25,25	25,12	25,12	25,70
35,60	24,06	24,10	24,25	24,25	23,90	24,40	24,70
46,10	23,20	23,20	23,40	23,40	23,30	23,30	24,00
54,30	23,02	23,02	23,02	23,02	23,02	23,10	23,30

1. Re =10000, у стенки.

X мм:	-25	-10	5	20	35	50	70
На :	скорость u см/сек.						
0	20,75	20,70	20,75	20,75	20,75	20,75	20,75
12,35	20,80	20,70	20,75	20,75	20,90	21,10	21,10
24,40	20,84	20,60	20,80	21,05	21,50	22,15	22,50
35,60	20,84	20,40	20,60	21,05	21,75	22,84	23,25
46,10	20,30	20,20	20,54	21,10	21,81	22,40	23,10
54,30	20,20	19,85	20,15	20,85	21,75	22,10	22,30

X мм:	105	160	250	360	375	390	410
На :	скорость	u	см/сек.				
0	20,75	20,75	20,75	20,75	20,75	20,75	20,70
12,35	21,20	21,15	21,20	21,25	21,30	20,75	20,62
24,40	22,70	22,60	22,60	22,60	22,64	22,15	21,26
35,60	23,35	23,40	23,55	23,55	23,40	23,10	22,45
46,10	23,25	23,15	23,30	23,30	23,20	22,60	21,75
54,50	22,60	22,55	22,60	22,60	21,50	21,75	21,10

II. Re =7500, в центре

X мм:	-25	-10	5	20	35	50	70
На :	скорость	u	см/сек.				
0	20,92	20,92	20,92	20,92	20,92	20,92	20,85
9,06	20,92	20,85	20,85	20,80	20,80	20,70	20,60
18,90	20,80	20,70	20,48	20,30	20,10	19,90	19,60
26,70	20,40	20,25	19,70	19,22	19,22	18,91	18,75
35,60	20,40	19,90	18,68	18,25	18,07	18,00	17,93
47,10	20,30	19,22	18,25	17,54	17,41	17,34	17,34
54,50	19,95	18,20	17,47	17,09	17,09	17,09	17,09

X мм:	105	160	250	360	375	390	410
На :	скорость	u	см/сек.				
0	20,85	20,85	20,92	20,92	20,85	20,85	20,92
9,06	20,60	20,50	20,60	20,60	20,50	20,60	20,70
18,90	19,55	19,49	19,55	19,49	19,41	19,35	19,70
26,70	18,70	18,70	18,75	18,75	18,75	18,90	19,80
35,60	18,07	18,00	18,06	18,10	18,05	18,22	20,40
47,10	17,34	17,41	17,41	17,34	17,21	17,21	17,47
54,50	17,09	17,09	17,09	17,09	17,09	17,30	17,70

II. Re =7500, у стенки

X мм:	-25	-10	5	20	35	50	70
На :	скорость	u	см/сек.				
0	15,73	15,73	15,73	15,80	15,68	15,68	15,68
9,06	15,68	15,80	15,73	15,80	15,95	16,10	15,95
18,90	15,68	15,80	15,68	15,95	16,24	16,65	16,65
26,70	15,60	15,50	15,50	16,24	16,60	17,20	17,55
35,60	15,44	15,37	15,44	15,95	16,65	17,28	17,28
47,10	15,37	15,13	15,50	15,80	16,53	17,09	16,93
54,50	15,08	14,75	15,08	15,50	15,80	16,93	17,09

X мм:	105	160	250	360	375	390	410
На :	скорость			и	см/сек.		
0	15,68	15,68	15,73	15,68	15,68	15,73	15,73
9,06	15,95	16,02	15,95	15,95	15,89	15,83	15,73
18,90	16,80	16,80	16,88	16,90	16,78	16,60	16,15
26,70	17,80	17,80	17,80	17,80	17,65	17,45	16,73
35,60	17,68	17,73	17,80	17,68	17,20	17,09	16,45
47,10	17,18	17,20	17,20	17,20	16,60	16,40	16,35
54,50	17,09	17,09	17,09	17,09	17,03	16,60	16,20

II. Re =5000, в центре

X мм:	-25	-10	5	20	35	50	70
На :	скорость			и	см/сек.		
0	13,85	13,93	13,85	13,85	13,85	13,85	13,85
12,35	13,85	13,70	13,70	13,60	13,47	13,24	13,24
18,90	13,70	13,60	13,51	13,30	13,24	12,90	12,64
24,40	13,70	13,51	13,34	12,82	12,54	12,35	12,05
35,60	13,42	12,90	12,44	11,58	11,48	11,37	11,48
51,00	13,24	12,17	11,48	11,37	11,37	11,37	11,37

X мм:	105	160	250	360	375	390	410
На :	скорость			и	см/сек.		
0	13,85	13,93	13,85	13,83	13,85	13,85	13,93
12,35	13,24	13,18	13,18	13,18	13,24	13,34	13,34
18,90	12,64	12,44	12,54	12,54	12,60	12,75	12,90
24,40	12,30	11,98	11,98	11,98	11,98	12,20	12,35
35,60	11,37	11,37	11,48	11,48	11,58	11,47	11,56
51,00	11,37	11,37	11,37	11,37	11,37	11,37	11,37

Таблица 9.

Экспериментальные данные о стабилизации профиля скорости в прямоугольной трубе.

Примечания: Размер поперечного сечения трубы 4,6x7,0 см²; за характерный размер принята полуширина трубы a =2,3 см; данные о подробных измерениях профилей скорости приведены в таблице 5. Измерения у стенки соответствуют координате y =0,04, в центре - y = 1,0. Координата z соответствует центральному сечению, параллельному полю. Остальные данные аналогично схеме таблицы 6, длина полюсов магнита 380 мм.

а) Изменение величины скорости в центре и у стенки в месте стабилизовавшегося течения (x =330 мм).

Re	Ha	В центре и см/сек	У стенки и см/сек.	Re	Ha	В центре и см/сек	У стенки и см/сек.
1	2	3	4	1	2	3	4
40200	0	22,72	16,72	25300	0	14,54	10,87
	15,0	22,65	16,89		15,0	14,54	10,87
	28,2	22,60	17,03		25,0	14,55	11,20
	34,8	22,50	17,30		34,8	14,30	11,60
	49,4	22,25	18,00		49,4	14,10	12,08
	58,1	22,20	18,53		58,1	14,00	12,40
	76,6	22,10	19,30		76,6	13,85	13,10
	95,7	22,05	20,30		95,7	13,80	13,40
	116,2	22,00	21,40		116,2	13,75	13,50
	146,0	21,95	21,80		146,0	13,70	13,66
	174,3	21,80	21,80		174,3	13,64	13,72

б) Изменение величины скорости в центре и у стенки в разных сечениях вдоль потока.

1. Re = 40200, у стенки

X мм:	-50	0	50	100	150	200
На :	скорость u см/сек.					
0	16,94	16,90	16,94	16,94	17,15	17,15
58,1	16,94	17,30	17,62	18,11	18,88	18,60
116,2	17,15	17,71	18,55	19,55	20,10	20,50
174,3	17,50	18,55	19,70	20,80	21,55	21,65

X мм:	260	310	400	480	580	
На :	скорость u см/сек.					
0	16,94	16,94	17,00	17,00	16,88	
58,1	18,60	18,50	18,41	17,91	17,15	
116,2	20,55	20,55	20,42	20,02	18,11	
174,3	21,71	21,71	21,70	21,45	18,65	

1 Re = 40200, в центре

X мм:	-50	0	50	100	150	200
На :	скорость u см/сек.					
0	22,75	22,80	22,80	22,80	22,80	22,80
58,1	22,75	22,75	22,74	22,72	22,55	22,50
116,2	22,75	22,68	22,50	22,25	22,12	22,06
174,3	22,68	22,60	22,32	22,06	21,95	21,80

X мм:	260	310	400	480	580	
На :	скорость u см/сек.					
0	22,75	22,75	22,80	22,75	22,80	
58,1	22,37	22,35	22,32	22,40	22,65	
116,2	22,05	22,06	22,06	22,10	22,40	
174,3	21,78	21,80	21,80	21,85	22,00	

II. Re =25800, у стенки

X мм :	-50	0	50	100	150	200
На :	скорость u см/сек.					
0	10,75	10,75	10,75	10,85	10,85	10,85
23,2	10,85	10,85	11,00	11,00	11,15	11,20
58,1	10,90	11,10	11,32	11,93	12,24	12,35
116,2	11,10	11,50	12,25	12,90	13,10	13,20
174,3	11,40	12,13	12,84	13,40	13,65	13,65

X мм:	260	310	400	450	580	
На :	скорость u см/сек.					
0	10,75	10,75	10,85	10,75	10,85	
23,2	11,20	11,20	11,18	11,10	10,97	
58,1	12,35	12,35	12,30	12,05	11,20	
116,2	13,20	13,25	13,20	12,92	11,80	
174,3	13,65	13,72	13,70	13,45	11,93	

II. Re =25800, в центре.

X мм:	-50	0	50	100	150	200
На :	скорость u см/сек.					
0	14,60	14,52	14,60	14,60	14,60	14,52
23,2	14,60	14,52	14,47	14,42	14,37	14,28
58,1	14,52	14,40	14,32	14,19	14,05	13,93
116,2	14,45	14,30	14,18	14,00	13,87	13,75
174,3	14,40	14,22	14,10	13,93	13,73	13,60

X мм:	260	310	400	450	580	
На :	скорость u см/сек.					
0	14,60	14,58	14,58	14,60	14,60	
23,2	14,25	14,28	14,28	14,30	14,37	
58,1	13,92	14,00	14,05	14,00	14,19	
116,2	13,75	13,75	13,78	13,80	14,00	
174,3	13,60	13,64	13,60	13,62	13,75	

Таблица 10.

Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления участков внезапного расширения.

Примечание: Размеры узкой и широкой частей сечения соответственно $2a_1$=2 мм и $2a_2$=8 мм.
За характерный размер принята полуширина широкой части сечения трубы.

1. Труба с двухсторонним симметричным расширением.

Re	Ha	ζ	Re	Ha	ζ
1	2	3	1	2	3
25200	0	9,22	11000	96,5	14,58
	8,9	9,26		106,0	16,16
	17,7	9,30		112,0	17,25
	27,2	9,30		118,2	18,00
	35,5	9,38			
	44,2	9,48	7210	0	9,62
	53,8	9,62		4,7	9,77
	63,6	9,92		8,9	9,87
	82,0	10,72		17,7	10,05
				27,2	10,20
17600	0	9,07		35,5	10,24
	4,7	9,14		44,2	11,00
	8,9	9,22		53,8	11,95
	17,7	9,11		82,0	16,00
	27,2	9,26		96,5	18,50
	35,5	9,42		106,0	20,35
	44,2	9,81		112,0	21,25
	53,8	9,96		118,2	23,00
	63,6	10,66			
	82,0	11,66	4510	0	9,46
	96,5	12,67		4,7	9,46
	106,0	13,42		8,9	9,42
	112,0	14,15		13,3	9,46
	118,2	14,57		17,7	9,46
				27,2	9,69
11000	0	9,38		35,5	10,57
	8,9	9,47		44,2	11,30
	17,7	9,30		53,8	13,03
	27,2	9,20		63,6	15,60
	35,5	9,87		82,0	19,35
	44,2	10,69		96,5	23,30
	53,8	11,06		106,0	27,30
	63,6	11,67		112,0	29,55
	82,0	13,30		118,2	32,15

1	2	3	1	2	3
2410	0	9,28	1340	0	9,28
	4,7	9,29		4,7	9,10
	6,9	9,57		6,9	9,48
	13,3	9,67		13,3	9,19
	17,7	10,00		17,7	10,14
	27,2	10,67		27,2	12,15
	35,5	11,36		35,5	15,25
	44,2	14,50		44,2	18,60
	58,8	16,71		58,8	23,81
	63,6	20,52		63,6	32,00
	82,0	29,91		82,0	47,60
	96,5	38,00		96,5	65,60
	106,0	43,80		106,0	73,50
	112,0	49,60		112,0	81,80
	118,2	58,80		118,2	89,80

2. Труба с односторонним расширением

25200	0	10,20	7210	0	9,89
	6,9	10,20		4,7	9,91
	17,7	10,21		6,9	9,90
	35,5	10,51		13,3	9,90
	63,6	11,28		17,7	9,90
				27,2	10,7
17600	0	9,73		35,5	11,00
	6,9	9,88		44,2	11,98
	17,7	9,96		58,8	13,10
	27,2	10,10		63,6	14,80
	35,5	10,28		82,0	16,70
	44,2	10,50		96,5	19,60
	58,8	10,93		106,0	21,48
	63,6	11,50		112,0	22,90
	82,0	12,80		118,2	24,20
	96,5	13,95			
	106,0	14,69	4510	0	9,56
	112,0	15,72		4,7	10,00
	118,2	16,55		6,9	10,05
				13,3	9,54
11000	0	9,27		17,7	10,10
	4,7	9,06		27,2	10,20
	6,9	9,50		35,5	11,80
	17,7	9,20		44,2	12,35
	27,7	9,40		58,8	12,65
	35,5	10,20		63,6	16,43
	44,2	10,80		82,0	21,00
	58,8	11,48		96,5	24,80
	63,6	11,98		106,0	26,70
	82,0	14,88		112,0	52,00
	96,5	15,71			
	106,0	17,10		118,2	84,10
	112,0	18,20			
	118,2	19,70			

1	2	3
2410	0	9,41
	4,7	9,01
	8,9	9,42
	13,3	9,32
	17,7	9,66
	27,2	10,70
	35,5	12,14
	44,2	14,50
	53,8	17,60
	63,6	21,78
	82,0	30,20
	96,5	38,40
	106,0	44,40
	112,0	48,80
	118,2	53,00