Latvijas Universitāte

Fizikas un matemātikas fakultāte

MAĢISTRA DARBS

Jēdzienu un cēloņsakarību izpratne vidusskolas matemātikas kursā

Autors

Ieva Pundure

Vadītājs

Asoc. prof. Jānis Mencis

Rīga, 2013

Anotācija

Maģistra darbā „Jēdzienu un cēloņsakarību izpratne vidusskolas matemātikas kursā” ir divas nodaļas. Pirmajā nodaļā tiek aplūkots, kas ir motivācija un cik liela nozīme ir motivācijai skolēna un skolas dzīvē. Otrajā nodaļā tiek piedāvāti dažādi ar reālo dzīvi saistīti uzdevumi un to atrisinājumi, kas veicina skolēnu izpratni par matemātikas pielietojumu reālajā dzīvē un motivē tos apgūt matemātiku.

Uzdevumi ir sakārtoti četrās apakšnodaļās –

1. Algebriskie modeļi (19 uzdevumi);
2. Ģeometriskie modeļi (17 uzdevumi);
3. Diskrētie modeļi (38 uzdevumi);
4. Funkcijas (20 uzdevumi).

Uzdevumi ir sakārtoti atbilstoši vidusskolas matemātikas kursa tēmām un katras apakšnodaļas beigās ir norādīta katram uzdevumam atbilstošā tēma matemātikas vidusskolas kursā.

Annotation

The master’s paper „Concepts and causal understanding in Secondary School Mathematics Course” consist of two parts. The first part is dealt with the motivation and the importance of the motivation in the student and school life. The second part offers a range of a real-life tasks and solutions to contribute students understanding of mathematical applications in real life and motivate them to learn mathematics.

Tasks are organized into four sections –

1. Algebra models (19 tasks);
2. Geometric models (17 tasks);
3. Discrete models (38 tasks);
4. Functions (20 tasks).

Tasks are sorted and each subdivision is indicated at the end of each task in an appropriate theme for the Secondary School Mathematics Course.

Saturs

Ievads

Matemātiskās spējas lielākā vai mazākā mērā piemīt ikvienam cilvēkam, jo īpaši – vecāko klašu skolēniem, kuri ilgus gadus mācās matemātiku. Patiešām: ikvienam cilvēkam ir spēja orientēties telpā, iztēloties dažādu priekšmetu formu un novietojumu. To nodrošina viena no trim matemātisko spēju sastāvdaļām – ģeometriskā iztēle. Pati dzīve nosaka nepieciešamību plānot savu rīcību, neparastās situācijās radoši izmantot jau gatavus plānus jeb algoritmus vai izstrādāt tos no jauna. Te nepieciešamas algoritmiskās spējas. Cilvēka darbību mērķtiecību visbiežāk nodrošina viņa loģiskā domāšana jeb loģiskās spējas.

Matemātiskās spējas nepieciešamas tādos gadījumos, kad reālu priekšmetu vietā jādarbojas ar matemātiskiem jēdzieniem un simboliem. Tāpēc katram ir iespēja attīstīt savas matemātiskās spējas, risinot matemātikas uzdevumus. Šajā maģistra darbā apkopoti 94 uzdevumi vidusskolēniem, kuru situāciju apraksti ir saistīti ar reālo dzīvi, lai skolēni būtu vairāk motivēti pildīt šos uzdevumus. Mūsdienās, kad tik daudziem vidusskolēniem trūkst motivācijas mācīties matemātiku ir jāmēģina rast dažādas iespējas, lai tos motivētu – lai tie gribētu apgūt matemātiku.

Šajā maģistra darbā esmu atlasījusi un apkopojusi literatūrā sastopamos uzdevumus, kā arī atrisinājusi tos uzdevumus, kuriem nebija klāt sniegts atrisinājums. Tā kā vieni un tie paši uzdevumi sastopami daudzos uzdevumu krājumos, pie tam autori parasti nav norādīti, arī es sekoju šai tradīcijai.

Kopš 2008. gada strādājot Āgenskalna ģimnāzijā tagadējā Rīgas Valsts vācu ģimnāzijā, lielāko daļu no šiem uzdevumiem esmu pielietojusi praktiskā darbā ar vidusskolēniem stundās. Daudzi skolēni arī atzīst, ka tieši uzdevumā piedāvātais interesants situācijas apraksts var pamudināt skolēnu pildīt kādu uzdevumu, tāpēc ir ļoti svarīgi piedāvāt skolēniem šādus uzdevumus, tādejādi maģistra darba tēma ir zināmā mērā aktuāla.

Mans maģistra darbs sastāv no divām nodaļām. Pirmajā nodaļā tiek aplūkots, kas ir motivācija un cik liela nozīme ir motivācijai skolēna un skolas dzīvē. Otrajā nodaļā tiek piedāvāti dažādi ar reālo dzīvi saistīti uzdevumi un to atrisinājumi. Uzdevumi ir sakārtoti četrās apakšnodaļās –

1. Algebriskie modeļi;
2. Ģeometriskie modeļi;

3. Diskrētie modeļi;
4. Funkcijas.

Maģistra darbā ir deviņpadsmit uzdevumi tēmā algebriskie modeļi. Septiņpadsmit uzdevumi tēmā ģeometriskie modeļi. Trīsdesmit astoņi uzdevumi par diskrētiem modeļiem un divdesmit uzdevumi par funkcijām.

Uzdevumi ir sakārtoti atbilstoši vidusskolas matemātikas kursa tēmām un katras apakšnodaļas beigās ir norādīta katram uzdevumam atbilstošā tēma matemātikas vidusskolas kursā.

Tātad maģistra darba mērķis ir izveidot ar reālo dzīvi saistītus uzdevumus un sniegt to atrisinājumus. Lai sasniegtu šo mērķi apkopoju literatūrā pieejamos uzdevumus un sniedzu to atrisinājumus.

1. Motivācijas teorija

Rakstot pirmo nodaļu, galvenokārt tika izmantota literatūra [1; 9; 10; 11; 13; 16]. Šajā nodaļā tiek aplūkots motivācijas jēdziens. Tiek pastāstīts, kas ir iekšējā un ārējā motivācija un cik liela nozīme ir mācību motivācijai klases darbā. Šajā nodaļā vēl tiek runāts par to, kas ir mācīšanās rezultāti un Blūma taksonomija.

1.1. Mācību motivācija

Mūsdienu pasaule ir strauji mainīga, tajā notiek saskarsme un pastāvīga mijiedarbība starp cilvēkiem, kultūrām un vērtībām. Tā paver jaunas idejas, bet rada arī jaunas problēmas. Latvijai attīstoties un arvien vairāk iekļaujoties Eiropas un pasaules apritē, notiek nepārtraukts pārmaiņu process.

Vērtībām dažādojoties, mainās arī pedagoga un izglītojamā attiecības. Audzēkņu uzvedība ir kļuvusi par vienu no aktuālākajām problēmām ne tikai pedagogiem, bet arī pašiem izglītojamiem. Diemžēl viņu uzvedība ne vienmēr sekmē mācīšanos. Laikmetus izturējušas klasiskās vērtības un uzskati, šķiet, zaudē savu aktualitāti. Pusaudzim arvien grūtāk ir piemēroties mainīgajām sabiedrības normām un situācijām, sevis apzināšanās ir nepietiekami attīstīta, morālā izglītība nav veidojusies uz nopietna pamata.

Mūsdienās skolā joprojām ir novērojamas disciplīnas problēmas, neattaisnoti stundu kavējumi, negatīva attieksme pret skolu un sabiedriskajiem pienākumiem skolā. Laika gaitā tās ir pastiprinājušās un nākušās klāt – zema mācību motivācija, atkarības vielu lietošana, vardarbība, neiecietība savstarpējās attiecībās un necieņa pret citādi domājošajiem.

Skolotājs, kurš pieņem un novērtē skolēnus tādus, kādi viņi konkrētā brīdī ir, tic viņu spējām mācīties un attīstīties, skolotājs, kurš pamana un novērtē bērnu centienus apgūt jaunas prasmes, pieļauj atšķirības mācīšanās ātruma, pacietīguma, kārtīguma vai intereses ziņā, rada tādu mācību vidi, kas palīdz veidot savstarpēju uzticību, nostiprina dabisko mācību motivāciju.

Kas ir šis daudznozīmīgais jēdziens ‘motivācija’? Literatūrā sastopamas dažādas motivācijas būtību raksturojošas atziņas.

1. Darbībai motivē bērna emocijas, kuras veidojas dažādās situācijās un kuras nosaka dažādi apstākļi.
2. Motivāciju var kontrolēt apziņa.

3. Darbībai motivē vārds.
4. Bērnu darbībai motivē pašregulācijas tieksme. Mērķtiecība raksturo cilvēka uzvedību, dodot iespēju pārvarēt grūtības.
5. Bērnu darbībai motivē priekšstati.
6. Bērnu motivē viņa identitāte.

T. Mitčels (*T. Mitchel*) ierosina motivācijas definīcijā iekļaut četrus kopīgus raksturojumus.

1. Motivācija ir tipizēta un individualizēta parādība. Tā atspoguļo gan individuālo savdabīgumu, gan dod iespēju bērnam saglabāt savu vienreizīgumu.
2. Motivācija ir daudzšķautņaina parādība. Divas galvenās šķautnes ir — aktivitātes izraisīšana un piesaiste vēlamajai uzvedībai.
3. Motivācija ir tīša, pārdomāta darbība, tā ir saistīta ar cilvēka darbības kontroli.
4. Motivāciju teorijas mērķis ir paredzēt uzvedību, arī darbības un līdzekļus, kas aktivizē iekšējos spēkus.

Tos visu apvienojot, var teikt, ka **motivācija** ir mudinājums, ierosme, kas izraisa organisma aktivitāti un nosaka tās virzību kāda mērķa sasniegšanai. Motivācija regulē kā fiziskās, tā arī psihiskās aktivitātes uzsākšanu, veikšanu un uzturēšanu, kas līdztekus iepriekš minētajam nosaka arī:

1) aktivitātes veida izvēli (piemēram, bēgt vai tuvoties);

2) reakcijas, t.i., darbības intensitāti. [9]

Nosacīti precīzāka definīcija atrodama pedagoģijas terminu skaidrojošajā vārdnīcā:

„Motivācija – motīvu kopums, kas rosina un pamato skolēna darbību, rīcību, uzvedību, attieksmes; vajadzības, intereses u. c., kas ir pamatā cilvēka darbībai, rīcībai, uzvedībai, attieksmēm. Motivācija veidojas dažādu faktoru ietekmē: audzināšana, skolotāju, klases biedru un vienaudžu attieksmes, sekmes, mācību procesa un paša darbības rezultāti u. tml.” [8, 105. lpp]

1.2. Motivācijas veidi

Divi nozīmīgi faktori, kas ietekmē cilvēka darbību, ir **ārējā** un **iekšējā motivācija**. **Ārējā motivācija** balstās uz ārējiem pamudinošiem apstākļiem, tādiem kā citu cilvēku uzvedība, apbalvojumi un sods, apkārtējo cilvēku vērtējums un reakcijas konkrētajā situācijā. Piemēram, skolēns sāk kārtīgi izpildīt mājasdarbus, jo viņam apsolīts mobilais telefons, MP4 atskaņotājs u.tml. Vai arī, vairākums vienas klases zēnu ir pierakstījušies kādās sporta nodarbībās un tāpēc Kārlis arī to izdara. Var teikt, ka šī uzvedība ir ārēji motivēta, jo Kārļa rīcību nosaka draugi. Ja gadītos, ka visi Kārļa draugi atteiktos no šīm nodarbībām, visticamāk, ka ārēji motivētais Kārlis arī atteiktos no tām. Tātad ārējā motivācija parasti balstās uz apbalvojumiem, sodiem un pastiprinājumiem, kas vai nu veicina vēlamo uzvedību, vai bremzē nevēlamo. Ārējās motivācijas gadījumā skolēns galvenokārt ir orientēts uz rezultātu. Atkarībā no teorētiskām nostādnēm ārējai motivācijai var būt gan pozitīva, gan negatīva ietekme.

Pastiprinājumi jeb negaidīti atalgojumi var veicināt iekšējās motivācijas attīstību. Piemēram, skolotāja izteikumi par skolēna veikumu, ja tie attiecināti uz uzdevuma izpildi. Katru motivāciju var arī iznīcināt ar nepārtrauktu izglītojamo kontroli. Manuprāt, lai kaut ko dzīvē iemācītos mums ir jāļauj arī kļūdīties, tāpēc nevajadzētu skolēnus nepārtraukti kontrolēt. Skolotājiem ir jāļauj skolēniem būt patstāvīgiem, lai tie beidzot skolu būtu arī gatavi dzīvei un uzņemtos atbildību gan par sevi, gan par savu rīcību. Pārlieku liela kontrole, manuprāt, tikai traucē skolēniem augt un attīstīt savu personību. Motivāciju var iznīcināt arī izglītojamā mutiski vai materiāli apbalvojumi, kuri kontrolē uzvedību, kā arī par ātru un biežu izteikta uzslava vai nosodījums.

Iekšējās motivācijas gadījumā uzvedību nosaka personības ieinteresētība paša darbībā. Cilvēks veic kādu darbību pašas darbības dēļ, nevis lai sasniegtu kādus ārējus apbalvojumus. Ja skolēni paši meklē papildu avotu par tēmu, kas viņu interesē, tad var droši teikt, ka viņi rāda iekšēji motivētas uzvedības paraugu jaunās vielas apguvē. Ja visi piedalās basketbola nodarbības, bet viens skolēns apmeklē dambretes spēles nodarbības, tad var teikt, ka šī spēle viņu interesē, — iekšēji motivēta uzvedība. Iekšēji motivēts skolēns gūst lielāku gandarījumu darbības procesā, viņu mazāk interesē darbības rezultāts.

Salīdzinot kā ārējā un iekšējā motivācija ietekmē uzvedību un iekšējos procesus, var konstatēt, ka 1) ārēji motivēta uzvedība izzūd, ja izzūd ārējais pastiprinājums, 2) iekšēji motivēta uzvedība var turpināties bez apbalvojuma.

Situācijā ar izvēles iespēju veikt dažādas grūtības pakāpes uzdevumus ārēji motivētie skolēni izvēlas vieglākos uzdevumus un dara tikai tik, cik nepieciešams, lai gūtu apbalvojumu. Iekšēji motivēti skolēni dod priekšroku grūtākiem uzdevumiem, jo tādējādi tiek izprasts noteiktais uzdevums. Veicot kādu radošu darbu, ārēji motivētie ir mazāk radoši, viņos pieaug spriedze, veicot šāda tipa uzdevumus. Iekšēji motivētie ir atraisītāki šo uzdevumu risināšanas laikā. Uz ārējo motivāciju orientēto skolēnu zināšanas ir nestabilākas, virspusīgākas. Iekšējās motivācijas gadījumā skolēns dziļāk apgūst programmu, uzlabojas atmiņas procesi.

Lai darbība būtu efektīva, ļoti svarīgi uzturēt skolēna motivāciju mācīties optimālā aktivācijas līmenī. Tas bērniem atšķiras. Piemēram, dažiem bērniem vajadzīgi vairāki un spēcīgāki stimuli nekā citiem, lai veiktu to pašu darbību. Ja rosinājums nav pietiekams, arī motivācija ir vāja, ja rosinājums ir pārāk spēcīgs, darbības efektivitāte pazeminās.

Teorētiķi metodiķi [1;10] uzskata, ka motivēšana mācību procesam var notikt trīs virzienos.

1. Centrā skolēns ar savu personību un īpašībām.
2. Centrā skolotājs ar savu personību, īpašībām un metodēm.
3. Centrā stunda ar tās motivējošo saturu.

1.3. Motivēšanas paņēmieni klases darbā

Skolotājs darbā ar klasi var dažādos veidos palielināt skolēnu motivāciju. Daži no veidiem ir sen pētīti, citi nākuši no pedagogu veterānu pūra.

- Sāciet stundu, dodot skolēniem motivācijas iemeslu! Centieties viņiem paskaidrot, kam noder viņu veicamie uzdevumi, kā tie sagatavos viņus citu darbu veikšanai un kāpēc tie ir tik svarīgi un interesanti.
- Pasakiet skolēniem skaidri, ko jūs no viņiem vēlaties. Tie, kas ir orientēti uz uzdevumu, tiecas pēc meistarības un jautā sev: kā to vajadzētu darīt un ko noderīgu es iemācīšos?
- Saprātīgi izmantojiet pārbaudes darbus un atzīmes! Skolēni ātri iemācās, ka ar labām atzīmēm ir saistīti dažādi personiski un sociāli ieguvumi. Tās var iegūt motivētāju lomu un rosināt skolēnus mācīties, bet tās var arī graut skolēna pašvērtējumu un justies sociāli atstumtam.
- Aiciniet skolēnus izvirzīt īstermiņa mērķus. Līdzīgi kā topošajiem skolēniem – lielo šķērsli sadaliet mazākos soļos.
- Saprātīgi lietojiet mutiskas un rakstiskas uzslavas! Lietot uzslavu ir visdabiskākais skolotājam pieejamais motivācijas līdzeklis. Tomēr ir ļoti svarīgi lietot iedarbīgu uzslavu un pareizā brīdī, lai tā neizraisa pretēju efektu – dzīšanos pēc uzslavas.
- Cik iespējams samaziniet konkurējošas motivācijas sistēmas pievilcību.
- Izmantojiet pozitīvo iespaidu, ko dod intereses kāpinājums, atklājums, ziņkāre, pētījumi, kontrole un fantāzijas.
- Reizēm izdariet kaut ko negaidītu. Rīkojoties citādi, nekā skolēni ir gaidījuši, tas var veiksmīgi piesaistīt viņu uzmanību un kāpināt interesi par darāmo.
- Rosiniet *apetīti*! Veidojiet mācību gaitu tā, lai sākumā skolēniem būtu kādi panākumi, tas ir svarīgs motivētājs. Apetīte rodas ēdot!
- Esiet uzmanīgi ar sacensībām. Zaudētāji vai uzvarētāji nevar būt vieni un tie paši. Skolēniem piemīt dažādas prasmes un talanti.
- Piemēriem izvēlieties pazīstamu materiālu. Lieciet skolēniem izmantot to, ko viņi iemācījušies jau iepriekš. Jauno mācību materiālu balstot uz jau pazīstamā, jūs rīkosieties atbilstoši likumiem, pēc kuriem prāts būvē zināšanas. Atcerieties bērnus – pasaule sākas ar viņu pašu un pamazām vēršas plašumā.

- Izmantojiet imitācijas un spēles! Situāciju imitācijas un spēles motivē skolēnus, veicina mijattiecības, atklāj reālās dzīves aspektus un palīdz visiem iesaistīties mācīšanās procesā.
- Cik iespējams samaziniet jebkādas nepatīkamas sekas, kuras var skart skolēnus pēc iesaistīšanās mācību procesā.

Skolotājam ir jāpatur prātā, ka it viss, ko viņš dara klasē, gan pozitīvais, gan negatīvais (ieskaitot mācību vielas pasniegšanas veidu, piedāvāto uzdevumu daudzveidību, savstarpējo attiecību veidošanu ar individuāliem skolēniem un visu klasi, paša skolotāja personību un viņa dzīves uztveres modeli), ietekmē skolēnu turpmāko mācību motivāciju.

Pavērojot skolēnus jaunākā skolas vecuma grupā un salīdzinot viņu mācību motivāciju ar izglītojamo mācību motivāciju vecākajās klasēs, nereti vērojams, ka jaunākās skolas vecuma skolēni ir vairāk motivēti, nekā vecākajās klasēs. Svarīgs ir tas brīdis, kuru vecāki un pedagogi nedrīkst palaist garām, lai bērnam nezustu vēlēšanās mācīties un viņš savā darbībā būtu motivēts.

Lai nezustu saikne starp izglītojamo un skolotāja izvirzīto uzdevumu, jācenšas izglītojamajiem paskaidrot, kam noderīgi ir viņu veicamie uzdevumi un kā šie uzdevumi sagatavo viņus citu darbu veikšanai un kāpēc tie ir svarīgi un interesanti. Izglītojamajiem ir jābūt skaidram, ko skolotājs no viņiem gaida. Lai mācību procesu padarītu interesantāku un vieglāk uztveramu, aiciniet izglītojamos izvirzīt īstermiņa mērķus. Īstermiņa mērķi veicina gan izglītojamā mācīšanos, gan motivāciju.

Vecāko klašu skolēnu mācīšanās motivācija ir viena no aktuālākajām problēmām skolas dzīvē. Motivācija ir pamudinājums darboties, lai sasniegtu izvirzītos mērķus. Motivācijas galvenais saturs ir apgūt mācīšanās un pašizglītošanās paņēmienus, savstarpējās sadarbības formas saskarsmē ar citiem cilvēkiem. Diemžēl vecāko klašu skolēnu mācīšanās motivācija ir ļoti atšķirīga. Ir izglītojamie ar ļoti augstu motivāciju un ir izglītojamie, kuriem šī motivācija ir zemā līmenī. Šiem izglītojamajiem ir nepieciešama gan vecāku, gan pedagoga palīdzība.

Lai veicinātu šo izglītojamo ieinteresētību, jācenšas lietot aktīvās darbības formas, jārūpējas par jaunu motivācijas līmeņu izveidi, radot izglītojamajiem jaunus motīvus, padarot tos iedarbīgus, izvirzot jaunus mērķus, dziļāku mācīšanās jēgu. Skolotāju pieņemtā motivācijas teorija var ietekmēt to ko mēs mācām un kā to darām. Ja mācību procesā vadāmies pēc Maslova teorijas norādījumiem, tad nevaram cerēt, ka izglītojamais varētu sasniegt augstus rezultātus un estētiskās vajadzības, ja nebūs apmierinātas viņa fiziskās un sociālās vajadzības.

Mācību procesā svarīga ir izglītojamo vēlēšanās mācīties, tātad skolotāja galvenais uzdevums ir iemācīt izglītojamajiem mācīties un tikai pēc tam veidosies mācību motivācija. Motivācija aktivizē, virza un uztur izglītojamo uzvedību. Jo lielāka ir izglītojamo motivācija, jo vairāk no sava laika viņš atvēl mācībām.

Visbiežāk skolās tiek lietota stimulējošās motivēšanas teorija. Tā izskaidro atalgojuma un soda lomu cilvēku pašreizējā un nākotnes rīcībā. Saskaņā ar motivēšanas teorijām tieši vajadzības stimulē cilvēka rīcību. Ja iepriekš par attiecīgu rīcību izglītojamajam ir bijis labs atalgojums (vērtējums), tad izglītojamais to labprāt atkārto.

Visbiežāk tiek lietotas četras stimulēšanas metodes. Viena no tām ir pozitīvās stimulēšanas metode, kura nozīmē vērtējuma paaugstināšanu – efektīgāku, prasībām atbilstošāku darbu. Otra ir izvairīšanās stimulēšanas metode. Tā nozīmē, ka skolotājs izvairās no izglītojamā sodīšanas par ne visai atbilstošu rīcību. Skolotājs izvairās no izglītojamā publiskas kaunināšanas par nepaveiktu darbu vai būtiski nesamazina vērtējumu, ja darbs nav veikts pēc noteikumiem. Trešā metode ir sodīšanas stimulēšanas metode. Tas nozīmē noteikt izglītojamajam sodu par skolēna nepareizu darbību, piemēram, par kavētu stundu ziņot izglītojamā vecākiem un skolas vadībai, ar mērķi, lai turpmāk izglītojamais neatkārtotu savas kļūdas. Ceturtā metode ir izzušanas stimulēšanas metode. Tas nozīmē, ka skolotājs vienkārši ignorē vai neievēro pēc skolotāja domām ne visai pareizu izglītojamā rīcību.

1.4. Motivācija un Blūma taksonomija

Aizvien vairāk Eiropas valstis, kad izvirza vispārējos izglītības sistēmas mērķus un formulē un apraksta kvalifikācijas, atsaucas uz mācīšanās rezultātiem. Tā vietā, lai koncentrētos uz ieguldījuma aspektiem, piemēram, ilgumu, vietu un konkrētām mācību metodēm, kas saistītas ar kvalifikāciju, uzmanība tiek pievērsta tam, ko audzēknis zina un prot izdarīt mācību procesa beigās.

Eiropas valstīs ir iegūta ievērojama pieredze, un vairākas valstis veido nacionālās kvalifikāciju ietvarstruktūras, balstoties uz mācīšanās rezultātiem, citas valstis apsver iespēju veikt šādas pārmaiņas. Eiropas kvalifikāciju ietvarstruktūras (European qualifications framework, EKI) un Eiropas kredītpunktu sistēmas profesionālā izglītībā un apmācībā (European credit system for vocational education and training, ECVET) – abas ir balstītas uz mācīšanās rezultātiem.

Izglītības sektoros un valstīs, kur termins „mācīšanās rezultāti" reāli tiek lietots, pastāv diezgan liela vienprātība par to, kā definēt šo jēdzienu. 'Tuning'(saskaņošanās) projekts augstākajai izglītībai (González un Wagenaar, 2003) formulē mācīšanās rezultātus kā „apgalvojumus par to, ko audzēkņiem būtu jāzina, jāsaprot un/vai jāspēj demonstrēt pēc mācīšanās procesa pabeigšanas". Kanādā Britu Kolumbijas Izglītības ministrija (Adam, 2006) mācīšanās rezultātus skolu izglītībā apraksta kā „apgalvojumus par to, ko audzēkņiem būtu jāzina un jādara norādītajā klasē".

Mācīšanās rezultātu definīcija, kura tiek izmantota Eiropas kvalifikāciju ietvarstruktūrā, tiek lietota kopīgi un ir plaši pieņemta. Tā līdzinās divām augstākminētajām un piedāvā derīgu sākuma punktu. EKI mācīšanās rezultātus definē kā apgalvojumus par to, ko audzēknis zina, saprot un prot izdarīt, pabeidzot mācīšanās procesu (European Commission, 2006).

EKI mācīšanās rezultātu definīcija tika izveidota, balstoties uz plašiem pētījumiem un diskusijām. Par šo definīciju ir vienojušās valdības un sociālie partneri, piedaloties Eiropas Komisijas darba programmā „Izglītība un apmācība 2010". Tomēr, izmantojot to dažādās sistēmās un kontekstos, kurus aptvēra Eiropas profesionālās izglītības attīstības centra (The European Centre for the Development of Vocational Training, Cedefop) pētījums, šī definīcija tika vēl vairāk vienkāršota, lai maksimāli paplašinātu termina lietošanas iespējas. Tādēļ šī pētījumam ietvaros tika pieņemta sekojoša definīcija: „Mācīšanās rezultāti ir apgalvojumi par to, ko audzēknis zina, saprot un prot izdarīt pēc mācību beigām.” [13]

Lai sasniegtu labus mācību rezultātus, kā jau minēju nepieciešama skolēnu motivācija. Lai motivācijas process kļūtu jēgpilns, lietderīgi uzdevumu izveidē vairāk vai mazāk lietot Blūma taksonomiju.

Pēdējā laikā Blūma taksonomija ir plaši pazīstama kā zināšanu un prasmju iedalījuma veids. Tai noteikti bija tieša ietekme uz dažu mācīšanās rezultātu pieeju attīstību, un var uzskatīt, ka, lai gan ieinteresētām pusēm, kuras veidoja mācīšanās rezultātu shēmas, tieši nebija zināms formulējums, tai joprojām varēja būt netieša ietekme.

Amerikāņu psihologa Bendžamina S. Blūma (Bloom) vārds aizvien biežāk sastopams arī jaunākajos latviešu valodā izdotajos palīgmateriālos skolotājiem. Čikāgas universitātes profesora un viņa kolēģu pūles definēt un sistematizēt pedagoģiskos mērķus izziņas (kognitīvajā), emocionālajā (afektīvajā) un psihomotorajā jomā vainagojās ar rezultātiem pagājušā gadsimta sešdesmitajos gados. Kopš tā laika viņu izstrādātā domāšanas un attieksmju veidošanās līmeņu skala ir kļuvusi par vienu no mūsdienīga mācību procesa radīšanas pamat balstiem.

Izziņas jeb kognitīvā joma ietver mācību satura apguvi sešos domāšanas līmeņos, sākot ar vienkāršākajiem, piemēram, konkrētu faktu atcerēšanos, un beidzot ar sarežģītākajiem - analizēšanu, sintezēšanu un novērtēšanu.

1. līmenis. ESOŠĀS ZINĀŠANAS UN PRIEKŠSTATI Šajā līmenī skolēns atsauc atmiņā viņam jau zināmos faktus, terminus, pamatjēdzienus un atbildes, definīcijas, likumus, uztver konkrētu informāciju.

2. līmenis. IZPRATNE Šajā līmenī salīdzinot, interpretējot, atklājot būtisko, tiek demonstrēta faktu un ideju izpratne, apstrāde un to uztveršanas pakāpe.

3. līmenis. IZMANTOŠANA Esošo zināšanu, faktu, prasmju, stratēģiju, likumu izmantošana jaunās situācijās un atšķirīgos veidos.

4. līmenis. ANALĪZE Informācijas sadalīšana daļās, nosakot cēloņus un motīvus, pierādot izpratni par sakarībām.

5. līmenis. SINTĒZE Informācijas apkopošana, problēmas alternatīvu risinājumu izstrādāšana, kombinējot esošās zināšanas jaunos veidos. Oriģinālu secinājumu un spriedumu radīšana un to izmantošana, risinot problēmas.

6. līmenis. IZVĒRTĒŠANA Mācību satura, zināšanu, priekšstatu novērtēšana, balstoties uz kritērijiem.

Izziņas process īstenojas pilnība tikai tad, ja ir aptverti visi seši domāšanas līmeņi, jo katrs no tiem dod būtisku ieguldījumu konkrētās tēmas, problēmas un jautājuma izpētē.

Savukārt, lai motivētu skolēnus mācībām, atvieglotu iegaumēšanu, rosinātu citas prāta darbības, veidotu attieksmi, skolotājam jāņem vērā Blūma taksonomijas emocionālās jeb afektīvās jomas piecas daļas. Emocionāli piesātināts mācību saturs un vide ļauj saistīt apgūstamo vielu ar personisko pārdzīvojumu, un tas, savukārt, nodrošina ieinteresētu attieksmi un motivāciju tālākai prāta darbībai. Afektīvās jomas mērķi visciešāk ir saistīti ar pašizziņu, pašvērtējumu, savas attieksmes veidošanu un izteikšanu, sākot ar uzmanības pievēršanu informācijai un beidzot ar prasmi raksturot savus uzskatus, balstoties uz vērtību izpratni.

1. līmenis. UZTVERŠANA Uzmanība tiek pievērsta informācijai vai citām ierosmēm, tās tiek apzinātas, rodas vēlēšanās izpētīt tās, sekot tām un nepieciešamība kontrolēt uzmanību.

2. līmenis. REAĢĒŠANA Zinātkāres ierosināšana, kas rada motivāciju un atsaucību. Skolēni mācās uzņemties atbildību par savu reakciju.

3. līmenis. NOVĒRTĒŠANA Savas pārliecības apzināšanās, kritiska tās analīze, pašvērtējums, dažādu vērtīborientāciju izziņa un savu uzskatu stingri pamatota aizstāvība.

4. līmenis. ORGANIZĒŠANA UN KONCEPTUALIZĒŠANA Apgūstamais mācību saturs tiek analizēts, sintezēts, sistematizēts, balstoties uz attieksmēm un izpratni par vērtībām. Tiek noskaidrota vērtību izpratne un veidota vērtīborientācijas sistēma. Lai tas varētu notikt, nepieciešams pašizziņas darbs, kura rezultātā skolēns kļūst atbildīgs par savu darbību un spēj plānot savu nākotni, balstoties uz savu spēju apzināšanos.

5. līmenis. RAKSTUROŠANA AR VĒRTĪBAS PALĪDZIBU Skolēns, balstoties uz savu vērtīborientāciju, raksturo dažādas idejas, uzskatus, saskata kopsakarības, cēloņu – seku attiecības.

Līdztekus jau minētajām taksonomijas jomām B. S. Blūms un viņa kolēģi sāka izstrādāt mācību mērķus psihomotorajā jomā. Šo darbu pabeidza Herovs (Herrow) formulējot sešus psihomotoro iemaņu attīstības līmeņus un saistot tos ar prasmēm izpaust savas sajūtas, emocijas, attieksmes bezvārdiskā komunikācijā.

Psihomotorā darbība, kuras laikā ar kustības palīdzību atklājas psihiskie stāvokļi, ir ļoti nozīmīga mācību procesa ierosināšanas fāzē. Ar vienkāršu, bet atbrīvotu un mērķtiecīgu kustību palīdzību ir iespējams izraisīt noteiktu emocionālu stāvokli, kurš savukārt virza skolēnu uz motivētu un ieinteresētu izziņas procesu.

1. līmenis. REFLEKSĀS KUSTĪBAS Ar gribu nesaistītas motorās reakcijas uz stimulu. Piemēram, drebuļi, aizsardzības pozīcijas ieņemšana, saspringums, atslābināšanās, šūpošanās noguruma dēļ.

2. līmenis. PAMATA KUSTĪBAS Cilvēkam piemītošās pamata kustību shēmas, kuras sastāv no vienkāršām refleksām kustībām. Piemēram, iešana, skriešana, žestikulēšana. Tās ir darbības, kuras ir automātiskas un katram cilvēkam individuālas.

3. līmenis. UZTVERES SPĒJAS Tās ļauj interpretēt uztverto stimulu, piemērot to konkrētajai videi. Piemēram, redzes un dzirdes izšķiršanas spējas, kas ļauj orientēties telpā.

4. līmenis. FIZISKĀS SPĒJAS Tās ir pamats prasmīgai kustību izpildīšanai. Piemēram, ātrums, lokanība, izturība, piepūle.

5. līmenis. KVALIFICĒTAS KUSTĪBAS Tās ir labi izpildītas sarežģītas kustības, kuras ir speciāli jāapgūst un kuru īstenošanai nepieciešams treniņš.

6. līmenis. BEZVĀRDU KOMUNIKĀCIJA Estētiska un radoša kustība, kuras mērķis ir komunikācija, attieksmju, emociju, informācijas tālāka nodošana. Piemēram, pantomīma, kustību teātris, spēles „Dzīvā sistēma", „Mēmais šovs" u.c.

Izmantojot šo taksonomijas jomu, skolotājs veicina katra skolēna brīvu pašizpausmi, kura balstās uz spēju ieklausīties sevī, izzināt sevi un atklāt apjausto ar kustību palīdzību. Tā kā neverbālajai komunikācijai un kustībai skolās nepiešķir lielu lomu, iespējams, ka skolēni sākotnēji nespēs pietiekami atbrīvoties, lai izmantotu kustību kā mācību līdzekli. Tādēļ nepieciešams pakāpenisks darbs, kura laikā skolēns iemācās saprast savu ķermeni, žestus un atraisa prātu, emocijas un kustību kopīgai improvizācijai.

Lai Blūma taksonomija nekļūtu tikai par formu, ir nepieciešams izprast visu trīs jomu līmeņu būtību un savstarpējo saikni. Izmantojot vienu no jomām (un bieži vien skolotāji izvēlas tikai kognitīvo), netiek īstenoti vispārējie mācību mērķi, kuru sasniegšanai ir radīta šī domāšanas kāpņu shēma. Koncentrējot uzmanību uz izziņas darbību, skolēns apgūst konkrētas zināšanas un prasmes tās izmantot, savukārt, ja tā tiek sintezēta ar psihomotoro un afektīvo jomu, cilvēks mācās izprast sevi un dzīvot kopā ar citiem.

Tikai visu domāšanas līmeņu izmantošana ļauj pilnībā īstenoties izziņas procesam un atbilstoši savām spējām tos var īstenot ikviens. Tā kā Blūma taksonomija ietver arī afektīvo jomu, kuru īstenojot palielinās mācību motivācija, skolotājam ir jābūt gatavam pozitīvi reaģēt, sastopoties ar skolēnu pašiniciatīvu un patstāvīgu darbu, padziļināti izzinot doto tēmu.

2. Uzdevumi

Šajā nodaļā tiek aplūkotai ar reālo dzīvi saistītie uzdevumi un to atrisinājumi. Nodaļa sastāv no četrām apakšnodaļām:

1. Algebriskie modeļi;
2. Ģeometriskie modeļi;
3. Diskrētie modeļi;
4. Funkcijas.

Pirmajā apakšnodaļā ir deviņpadsmit uzdevumi tēmā algebriskie modeļi. Otrajā apakšnodaļā ir septiņpadsmit uzdevumi tēmā ģeometriskie modeļi. Trešajā apakšnodaļā tiek aplūkoti trīsdesmit astoņi uzdevumi par diskrētiem modeļiem un ceturtajā apakšnodaļā divdesmit uzdevumi par funkcijām.

Visiem uzdevumi ir sniegti arī to atrisinājumi un tie ir sakārtoti atbilstoši vidusskolas matemātikas kursa tēmām un katras apakšnodaļas beigās ir norādīta katram uzdevumam atbilstošā tēma matemātikas vidusskolas kursā.

2.1. Algebriskie modeļi

2.1.1. Uzdevumi un to atrisinājumi

1. uzdevums

Artūrs nopirka vējjaku, kuras cena bija 72 lati. Pēc divām nedēļām veikalos sākās atlaižu laiks un jaka tika nocenota par 15%. Cik tagad maksā šī jaka? Cik latus Artūrs ietaupītu, ja šo jaku pirktu tagad?

$72 \cdot 0{,}15 = 10{,}8\ (Ls)$ ... *tik Ls Artūrs ietaupītu*

$72 - 10{,}8 = 61{,}2\ (Ls)$ ... *tik Ls jaka maksā tagad*

2. uzdevums

Komandā ir 4 meitenes, bet zēnu ir par 2 vairāk. Cik procentu no komandas dalībniekiem ir meitenes?

$$\frac{4}{10} = 40\%$$

40% komandas dalībnieku ir meitenes.

3. uzdevums

Volejbola komanda vēlas īrēt sporta zāli. Treniņiem katru mēnesi tā izmanto zāli 32 stundas. Zāles īpašnieki piedāvā 2 variantus: pirmais – mēneša maksa Ls 140 un vēl Ls 3 par katru stundu; otrais- par katru stundu jāmaksā Ls 7. Volejbola komanda vēlas īrēt zāli vienu mēnesi. Aprēķini, kurš no variantiem komandai ir izdevīgāks!

$140 + 3 \cdot 32 = 140 + 96 = 236$ ... *pirmais variants*

$7 \cdot 32 = 224$ ... *otrais variants*

Otrais variants komandai ir izdevīgāks.

4. uzdevums

Sakarā ar nodokļu likmes paaugstināšanos preces cena tiks palielināta par 15%. Par cik latiem pieaugs preces cena, ja pašreiz šī prece maksā Ls 900?

$$900 \cdot 0{,}15 = 135\ (Ls)$$

Preces cena pieaugs par Ls 135.

5. uzdevums

Izpārdošanā televizora cena tiks samazināta par 30%. Cik maksās prece izpārdošanā, ja tagad tā maksā Ls 1620?

$$1620 - 1620 \cdot 0{,}3 = 1620 - 486 = 1134\ (Ls)$$

Izpārdošanā prece maksās Ls 1134.

6. uzdevums

Ozoliņu ģimene maijā patērēja 5m^3 gāzes. Jūnijā – par 40% vairāk nekā maijā. Jūnija patēriņš bija $\frac{7}{9}$ no jūlijā izlietotās gāzes daudzuma. Maksa par 1 m^3 gāzes ir Ls 0,56. Vai Ozoliņu ģimenei pietiks ar 5 latiem, lai samaksātu jūlija rēķinu?

x ... tik liels bija gāzes patēriņš jūlijā

$\frac{7}{9}x$ *jeb* $0{,}4 \cdot 5 + 5 = 7\ (m^3)$... *tik liels bija gāzes patēriņš jūnijā*

Iegūstam vienādojumu:

$$\frac{7}{9}x = 7$$

$$\frac{7}{9}x = 7 \,|\cdot 9$$

$$x = 9\ (m^3)$$

$$0{,}56 \cdot 9 = 5{,}04\ (Ls)$$

Ar Ls 5 nepietiks, lai samaksātu jūlija rēķinu par gāzi.

7. uzdevums

Kopā velomaratonam pieteicās 1102 dalībnieki. Dalības maksa pieaugušajiem ir Ls 7, bet bērniem Ls 4,5. Kopā par dalību ieņēma Ls 6964. Cik pieaugušo un cik bērnu pieteicās velomaratonam?

x ... tik pieaugušo pieteicās velomaratonam

1102 – x ... tik bērnu pieteicās velomaratonam

Iegūstam vienādojumu:

$$7x + 4{,}5(1102 - x) = 6964$$

$$2{,}5x = 6964 - 4959$$

$$2{,}5x = 2005 \,|: 2{,}5$$

$x = 802$ *(pieaugušie)*

$1102 - 802 = 300$ *(bērni)*

Velomaratonam pieteicās 802 pieaugušie un 300 bērni.

8. uzdevums

I. Ņūtona uzdevums.

Pļavā zālē aug vienādi biezi un ātri. Zināms, ka 70 govis apēstu visu zāli pļavā 24 dienās, bet 30 govis – 60 dienās. Cik govju apēdīs visu zāli pļavā 96 dienās?

Govju skaits un dienu skaits nav saistīts tiešā veidā. Lai atrastu to savstarpējo sakaru, ieviesīsim palīgelementus a, b, c.

Pieņemsim, ka zāles daudzums pļavā sākumā ir a vienības; katru dienu pļavā izaug b vienības zāles, viena govs dienā apēd c vienības zāles.

1. reizē 24 dienās bija un izauga a + 24b vienības zāles; 70 govis 24 dienās apēstu $70 \cdot 24c$ *vienības, tādēļ* $a + 24b = 70 \cdot 24c$. *(1)*

2. reizē (analoģiski) $a + 60b = 30 \cdot 60c$. *(2)*

3. reizē (analoģiski) $a + 96b = x \cdot 96c$. *(3), kur ar* x *apzīmēts meklējamais govju skaits.*

No vienādojums (2) atņemam (1), iegūstam $c = 0{,}3b$. *(4)*

No (4), ievietojot (1), iznāk $a = 480b$. *(5)*

a un c vērtības no (4), (5) ievieto (3) un iegūst, ka $x = 20$ *(govis).*

9. uzdevums

Divi tūristi veica 20 km garu maršrutu – katrs pa citu ceļu. Jānis, kura ātrums bija par 1 km/h lielāks nekā Pētera ātrums, veica šo distanci par 1 h ātrāk nekā Pēteris. Cik km/h ir Pētera ātrums?

Lai sastādītu vienādojumu, var izmantot tabulu.

	Jānis	*Pēteris*
ceļš (km)	20	20
ātrums (km/h)	$x + 1$	x
laiks (h)	$\frac{20}{x+1}$	$\frac{20}{x}$

Tabula 1

Iegūstam vienādojumu:

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1, no\ kurienes$$

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1 \quad | \cdot x(x+1) \qquad\qquad x \neq 0 \qquad x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$20x + 20 - 20x = x^2 + x$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$
$$x_1 = 4$$
$$x_2 = -5\ (neatbilst\ uzdevuma\ nosacījmiem)$$

Pētera ātrums bija 4 km/h.

10. uzdevums

Kārlim bija jāatrisina 30 uzdevumi neklātienes matemātikas olimpiādē. Katru stundu viņš atrisināja par 1 uzdevumu vairāk nekā bija plānojis, tad visus uzdevumus viņš bija atrisinājis par 1 stundu ātrāk nekā bija plānojis. Cik stundās Kārlis pabeidza darbu?

Lai sastādītu vienādojumu, var izmantot tabulu.

	uzdevumi stundā	*stundas*
pēc plāna	$\frac{30}{t}$	t
reāli	$\frac{30}{t-1}$	$t-1$

Tabula 2

Tā kā reāli tika atrisināti par 1 uzdevumu stundā vairāk nekā plānots, tad iegūstam vienādojumu:

$$\frac{30}{t-1} - \frac{30}{t} = 1, nokurienes$$

$$\frac{30}{t-1} - \frac{30}{t} = 1 \quad | \cdot t(t-1) \qquad\qquad t-1 \neq 0 \quad t \neq 0$$
$$t \neq 1$$

$$30t - 30t + 30 = t^2 - t$$

$$t^2 - t - 30 = 0$$

$$t_1 = 6$$

$$t_2 = -5\ (neatbilstuzdevumanosacījmiem)$$

Iegūstam, ka Kārlis atrisināja visus uzdevumus piecās stundās.

11. uzdevums

Datoroperatorei bija jāsaliek 480 lappušu biezs manuskripts. Ja katru darba dienu viņa būtu salikusi par 16 lappusēm vairāk nekā plānots, tad darbu viņa būtu veikusi 5 dienas ātrāk. Cik dienās datoroperatore salika manuskriptu?

Lai sastādītu vienādojumu, var izmantot tabulu.

	lappuses dienā	*dienas*
pēc plāna	$\frac{480}{t}$	t
reāli	$\frac{480}{t-5}$	$t-5$

Tabula 3

Ja tiktu salikts par 16 lappusēm dienā vairāk nekā plānots, tad iegūstu vienādojumu:

$$\frac{480}{t-5}-\frac{480}{t}=16, no\ kurienes$$

$$\frac{480}{t-5}-\frac{480}{t}=16 \quad | \cdot t(t-5)$$

$$t-5 \neq 0 \qquad t \neq 0$$
$$t \neq 5$$

$$480t-480t+2400=16t^2-80t$$

$$16t^2-80t-2400=0$$

$$t_1=15$$
$$t_2=-10\ (neatbilst\ uzdevuma\ nosacījmiem)$$

Tātad, lai datoroperatore saliktu manuskriptu viņai vajadzēja 15 dienas.

12. uzdevums

Kārlim ir 70 lati, bet Fredim ir 24 lati. Kārlis katru dienu iztērē 8 latus, bet Fredis katru dienu nopelna 5 latus. Nosaki mazāko dienu skaitu, kam jāpaiet, lai Fredim būtu vairāk naudas nekā Kārlim! Sastādi uzdevuma nosacījumiem atbilstošu nevienādību un atrisini to!

x ... dienu skaits

8x ... tik Ls šajās dienās iztērē Kārlis

5x ... tik Ls šajās dienās nopelna Fredis

Sastādām uzdevuma nosacījumiem atbilstošu nevienādību:

$$70 - 8x < 24 + 5x$$

$$-13x < -46 \quad |:(-13)$$

$$x > \frac{46}{13} = 3\frac{7}{13}$$

Jāpaiet 4 dienām, lai Fredim būtu vairāk naudas nekā Kārlim.

13. uzdevums

Par uzvaru konkursā klase balvā saņēma 50 latus un nolēma doties ekskursijā, kuras kopējās izmaksas ir 225 lati. Ja katrs skolēns maksātu 6 latus un 20 santīmus, tad naudas nepietiktu, turpretī, ja katrs maksātu 6,5 latus, tad daļa naudas paliktu pāri. Cik skolēnu brauks ekskursijā?

x ... tik skolēnu brauks ekskursijā

$$\begin{cases} 50 + 6{,}2x < 225 \\ 50 + 6{,}5x > 225 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6{,}2x < 175 \ |:6{,}2 \\ 6{,}5x > 175 \ |:6{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 28\dfrac{7}{31} \\ x > 26\dfrac{12}{13} \end{cases}$$

Ekskursijā brauks 27 skolēni.

14. uzdevums

Šobrīd automašīnas vērtība ir Ls 12500, turklāt zināms, ka tās vērtība katru gadu samazinās par 12%.

a) Nosaki automašīnas cenu pēc 5 gadiem!

b) Pēc cik pilniem gadiem automašīnas vērtība būs zem Ls 6500?

Šajā uzdevumā izmantosim salikto procentu formulu:

$$y = S(1+p)^x,$$

kur S – sākuma kapitāls, p – procentu likme decimāldaļā, x – noguldījuma termiņš, y – uzkrājums.

a) $y = 12500 \cdot (1-0{,}12)^5 = 12500 \cdot 0{,}88^5 \approx 6596{,}65\ (Ls)$

Pēc pieciem gadiem automašīnas cena aptuveni būs Ls 6596,65

b) $12500 \cdot (1-0{,}12)^x < 6500$

$$12500 \cdot 0{,}88^x < 6500 \ \ |: 12500$$

$$0{,}88^x < 0{,}52$$

$$x > \log_{0{,}88} 0{,}52 \approx 5{,}12$$

Pēc 6 pilniem gadiem automašīnas vērtība būs mazāka nekā Ls 6500.

15. uzdevums

Lai noteiktu skrejceļa garumu kāds nepieciešams, lai lidmašīna paceltos, lieto formulu $L(x) = 3lgx$, kur x – lidmašīnas masa (mārciņās) un L – skrejceļa garums (angļu pēdās).

a) Kā mainīsies skrejceļa garums, ja lidmašīnas masa tiek palielināta 10 reizes?
b) Aprēķini maksimālo tādas lidmašīnas masu, kura var pacelties no 3000 pēdu gara skrejceļa.

Pārveido iegūtās atbildes metros vai tonnās, ja 1 angļu pēda = 22,86 cm un 1 kg = 2,205 mārciņas.

a) $L(10x) = 3 \cdot (lg10x) = 3 \cdot (lg10 + lgx) = 3 + 3lgx$

Skrejceļa garums palielinās par 3 angļu pēdām jeb aptuveni 0,7 metriem.

b) $300 = 3lgx \,|: 3$

$100 = lgx$

$x = 10^{100}$

Maksimālā lidmašīnas masa, kura var paceltie no 3000 pēdu gara skrejceļa ir 10^{100} *mārciņas.*

16. uzdevums

Tirgotājs nopirka apelsīnus par 35 sant. kilogramā un ābolus par 15 sant. kilogramā un samaksāja Ls 36. Vienu sesto daļu no visiem apelsīniem un vienu piekto daļu no āboliem viņš pārdeva par iepirkuma cenu, bet visus pārējos apelsīnus un ābolus pārdeva ar 20 % lielu peļņu. Par visiem augļiem tirgotājs ieņēma Ls 41,9. Cik kg apelsīnu un cik kg ābolu bija sākumā?

x ... tik ir apelsīnu kilogramu

y ... tik ir ābolu kilogramu

$0{,}35x + 0{,}15y$ *jeb Ls 36 ... tik Ls tirgotājs samaksāja*

$\frac{1}{6} \cdot 0{,}35x + \frac{1}{5} \cdot 0{,}15y + \frac{5}{6} \cdot 0{,}42x + \frac{4}{5} \cdot 0{,}18y \text{ jeb Ls } 41{,}9 \ldots tik\ tirgotājs\ ieņēma$

Iegūstam vienādojumu sistēmu:

$$\begin{cases} 0{,}35x + 0{,}15y = 36 \\ \frac{1}{6} \cdot 0{,}35x + \frac{1}{5} \cdot 0{,}15y + \frac{5}{6} \cdot 0{,}42x + \frac{4}{5} \cdot 0{,}18y = 41{,}9 \end{cases}$$

Izsakot no pirmā vienādojuma x iegūst:

$$x = \frac{36 - 0{,}15y}{0{,}35}$$

Ievietojam 2.vienādojumā:

$$\frac{1}{6} \cdot 0{,}35 \cdot \frac{36 - 0{,}15y}{0{,}35} + \frac{1}{5} \cdot 0{,}15y + \frac{5}{6} \cdot 0{,}42 \cdot \frac{36 - 0{,}15y}{0{,}35} + \frac{4}{5} \cdot 0{,}18y = 41{,}9$$

$$6 - 0{,}025y + 0{,}03y + 36 - 0{,}15y + 0{,}144y = 41{,}9$$

$$-0{,}001y = -0{,}1$$

$$y = 100$$

Aprēķinam x:

$$x = \frac{36 - 0{,}15 \cdot 100}{0{,}35} = \frac{21}{0{,}35} = 60$$

Tirgotājs nopirka 60 kg apelsīnu un 100 kg ābolu.

17. uzdevums

Grāmata maksā Ls 4,50. pēc pazemināšanas pircēju skaits pieauga pusotras reizes, bet ienākumi par pārdotajām grāmatām palielinājās par 25%. Par cik santīmiem tika pazemināta grāmatas cena?

Pieņemsim, ka cenu pazemināja par x santīmiem. Tad jaunā cena ir $450 - x$ *santīmi.*

Pieņemsim, ka agrāk bija y pircēji, tagad ir $1{,}5y$ *pircēju. Agrāk ieņēma* $450y$ *santīmu, tagad ieņem* $1{,}5y \cdot (450 - x)$ *santīmu.*

No vienādojuma $1{,}25 \cdot 450y = 1{,}5y \cdot (450 - x)$ *iegūstam, ka* $x = 75$ *(santīmi).*

18. uzdevums

Kompaktdisku plauktā ietilpst x parastie un y dubultie cietie diski, pavisam kopā 30 disku. Aprēķini iespējamo parasto un dubulto disku skaitu.

Uzdevuma nosacījumiem atbilst vienādojums:

$$x + y = 30$$

Pieņemam, ka zināmais mainīgais ir x un no dotā vienādojuma izsakām y:

$$y = 30 - x$$

Vienādojuma vispārīgais atrisinājums ir skaitļu pāris $(x; 30 - x)$, *bet tā kā x un y ir disku skaits –* $x, y \in N$, *tad šī uzdevuma atrisinājumu var attēlot tabulā.*

x	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
y	*30*	*27*	*24*	*21*	*18*	*15*	*12*	*9*	*6*	*3*	*0*

Tabula 4

19. uzdevums

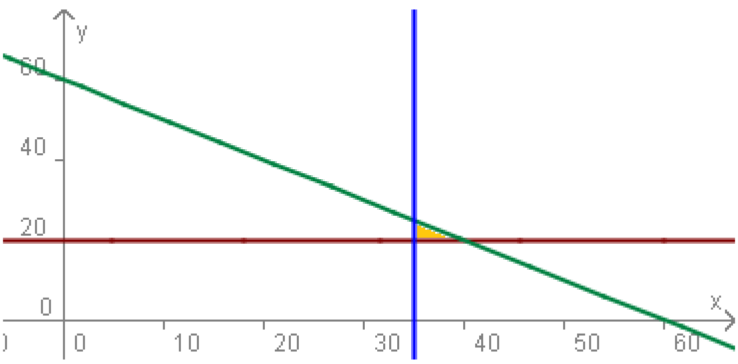
Linards ballītei nolēma nopirkt kūciņas un sāļos groziņus, kopā ne vairāk kā 60 gabalus. Viņš nolēma pirkt vismaz 35 sāļos groziņu, bet kūciņas – vismaz 20. Cik dažādas iespējas ir Linardam?

x … tik kūciņas Linards nopirka

y … tik sāļos groziņus Linards nopirka

Tālāk sastādām uzdevuma nosacījumiem atbilstošu nevienādību sistēmu:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 60 \end{cases}$$



Attēls 1

Atrisinot šo sistēmu grafiski (1. attēls), redzam, ka sistēmas atrisinājums ir grafikā iekrāsotā daļa, bet tā kā x un y ir kūciņu skaits $– x, y \in N$, *tad šī uzdevuma atrisinājumu var attēlot tabulā:*

Groz.	*35*	*35*	*35*	*35*	*35*	*35*	*36*	*36*	*36*	*36*	*36*	*37*	*37*	*37*	*37*	*38*	*38*	*38*	*39*	*40*
Kūc.	*20*	*21*	*22*	*23*	*24*	*25*	*20*	*21*	*22*	*23*	*24*	*20*	*21*	*22*	*23*	*20*	*21*	*22*	*21*	*20*

Tabula 5

2.1.2. Uzdevumu klasifikācija atbilstoši vidusskolas matemātikas kursam

Uzdevuma numurs	Klase	Temats	Tēma
1. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Algebriskas izteiksmes.
2. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Algebriskas izteiksmes.
3. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Algebriskas izteiksmes.
4. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Algebriskas izteiksmes.
5. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Algebriskas izteiksmes.
6. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Vienādojumi un to atrisināšanas vispārīgās metodes..
7. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Vienādojumi un to atrisināšanas vispārīgās metodes.
8. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Vienādojumi un to atrisināšanas vispārīgās metodes.
9. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Vienādojumi un to atrisināšanas vispārīgās metodes.
10. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Vienādojumi un to atrisināšanas vispārīgās metodes.
11. uzdevums	10. klase	Algebriskas izteiksmes un vienādojumi.	Vienādojumi un to atrisināšanas vispārīgās metodes.
12. uzdevums	11. klase	Algebriskas nevienādības.	Nevienādības, nevienādību sistēmas un to atrisinājumi.
13. uzdevums	11. klase	Algebriskas nevienādības.	Nevienādības, nevienādību sistēmas un to atrisinājumi.
14. uzdevums	12. klase	Eksponentvienādojumi un nevienādības.	Eksponentnevienādības.

15. uzdevums	12. klase	Logaritmiskie vienādojumi un nevienādības.	Logaritmiskie vienādojumi.
16. uzdevums	12. klase	Vienādojumi un nevienādības, to sistēmas.	Vienādojumi ar diviem mainīgajiem.
17. uzdevums	12. klase	Vienādojumi un nevienādības, to sistēmas.	Vienādojumi ar diviem mainīgajiem.
18. uzdevums	12. klase	Vienādojumi un nevienādības, to sistēmas.	Vienādojumi ar diviem mainīgajiem.
19. uzdevums	12. klase	Vienādojumi un nevienādības, to sistēmas.	Nevienādību sistēmas ar diviem mainīgākiem.

2.2. Ģeometriskie modeļi

2.2.1. Uzdevumi un to atrisinājumi

1. uzdevums

Futbola spēles laikā bumbu vienlaicīgi spēra divi spēlētāji, kuri atradās bumbas pretējās pusēs. Kurā no gadījumiem (skat. 2. – 3. att.) bumbai tika pielikts lielāks kopīgais spēks? Pamato atbildi.

a)

Attēls 2

b)

Attēls 3

Lielāks spēks tiks pielikts otrajā gadījumā, jo rezultējošā vektora modulis ir 25 N, bet pirmajā gadījumā tikai 5 N. Bumba abos gadījumos lidos pa labi.

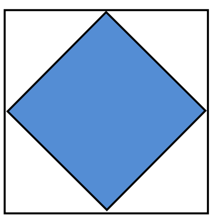
2. uzdevums

Lielā kvadrāta malas garums ir 8. Aprēķini tā iekrāsotās daļas laukumu. (Skatīt 4. attēlu).

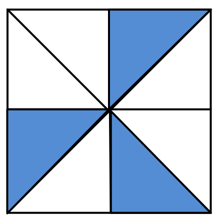
a) 32;

$b\ \frac{3}{8}\cdot 64 = 24$..

a)



b)

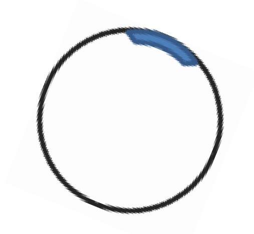


Attēls 4

3. uzdevums

Nomainot automašīnas riepas, tās nepieciešams balansēt. Nenobalansētas riepas rada vibrāciju, kas padara auto vadīšanu nogurdinošu un veicina priekšlaicīgu riepu nodilšanu.

Riepai, kuras diametrs ir *0,65* m, nepieciešams atsvariņš, kas atbilst 10° lielam centra leņķim. Aprēķini atsvariņa loka garumu.



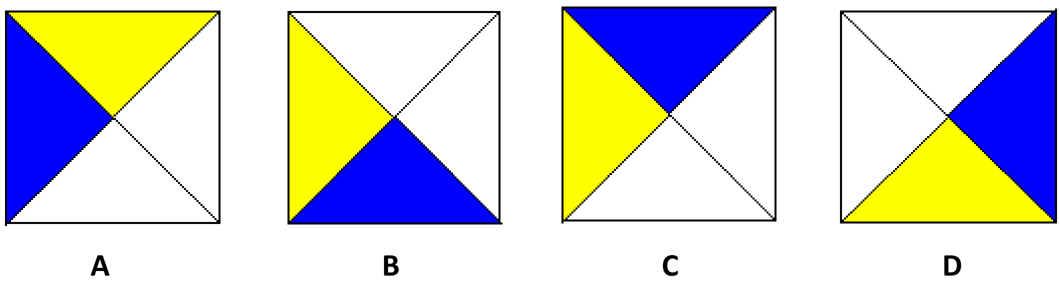
Attēls 5

Lai atrisinātu šo uzdevumu izmantosim riņķa līnijas garuma aprēķināšanas formulu: $C = 2\pi R$*. Iegūstam, ka* $C = 0{,}65\pi$ m*. Tātad 360 grādu lielam lokam atbilst* $0{,}65\pi$ *m liels loka garums, bet 10 grādus lielam lokam atbilst* $0{,}65\pi : 36 \approx 0{,}057$ m *liels loka garums.*

Esam ieguvuši, ka atsvariņa loka garums ir aptuveni $0{,}057$ m.

4. uzdevums

Noteikt, kurš no 6. attēlā redzamajiem kvadrātiem ir lieks. Kāpēc?

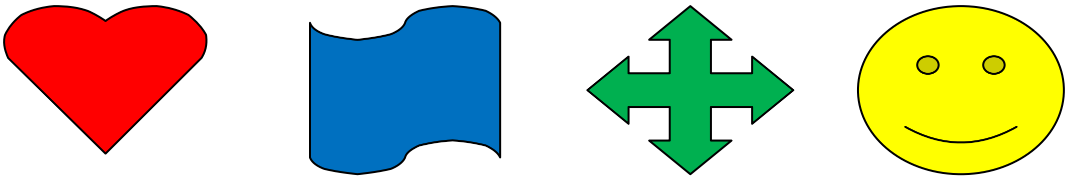


Attēls 6

Kvadrāts C atšķirībā no citiem nav iegūstams ar pagriešanas un paralēlās pārneses palīdzību.

5. uzdevums

Ja iespējams, zīmējumos dotajām figūrām iezīmē to simetrijas asis.

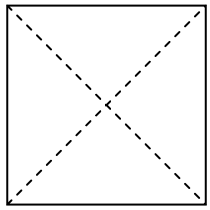


Attēls 7

6. uzdevums

Sagriezt kvadrātu ar diviem griezieniem tā, lai no iegūtajām daļām varēti salikt divus kvadrātus.

Atbildi skatīties 8. attēlā.

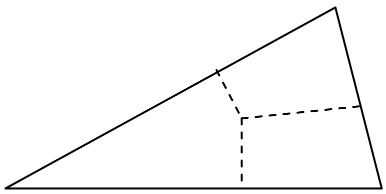


Attēls 8

7. uzdevums

Sagriez trijstūri tā, ka izveidojas 3 četrstūri.

Atbildi skatīties 9. attēlā.



Attēls 9

8. uzdevums

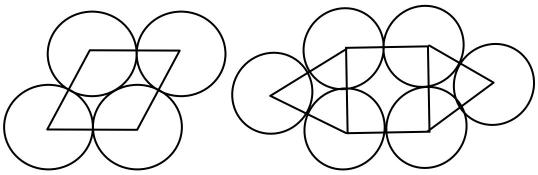
Dots daudz apaļu vienādu monētu. Vai var novietot plaknē a) 18; b) 19; c) 24 monētas tā, lai katra pieskartos tieši trim citām monētām?

Pētot monētu iespējamo novietojumus, secinām, ka uzdevuma nosacījumiem atbilstošos izkārtojumos ir divu veidu pamatelementi: „rombs" un „lukturītis" (10. attēls).

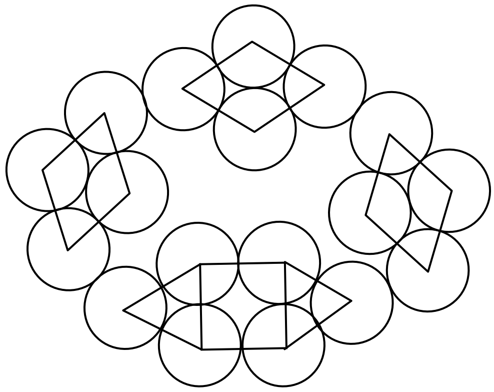
a) gadījumā prasītais izkārtojums ir iespējams, piemēram, izmantojot vienu „lukturīti" un 3 „rombus" (11. attēls; $18 = 3 \cdot 4 + 6$);

b) gadījumā atrisinājums nav iespējams, jo to nevar iegūt ar pamatelementu palīdzību. Var spriest arī citādi: ja b) gadījumā prasītais novietojums būtu iespējams, tad monētu pieskaršanās punktu skaits būtu $\frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 3$, *kas nav vesels skaitlis;*

c) gadījumā var izmantot 6 „rombus”.



Attēls 10



Attēls 11

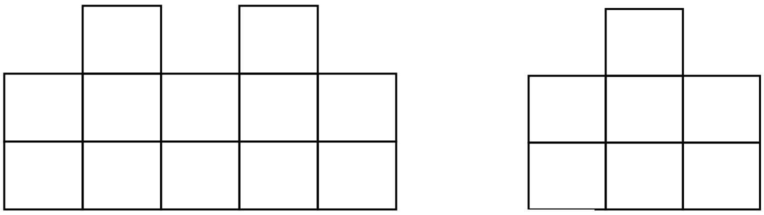
9. uzdevums

Muša iekļuva kārbā, kurā glabājas cukurs. Kārbai ir kuba forma, un muša atrodas kuba virsotnē. Vai muša var apiet kuba visas 12 šķautnes, nelecot, nepārlidojot un pa katru šķautni ejot tikai vienu reizi?

Katrā no 8 kuba virsotnēm krustojas 3 tā šķautnes. Doto uzdevumu var formulēt tā: vai kuba karkasu (telpā) var uzzīmēt ar vienu vilcienu? To nevar izdarīt, jo zīmulim katrā virsotnē ir „jāieiet” un no tās „jāaiziet”. To varētu izdarīt, ja kubam būtu tikai 2 virsotnes, kurās krustojas nepāra skaits šķautnes.

10. uzdevums

No cik kubiņiem, kas novietoti cits uz cita var sastāvēt tornis, ja dots tā priekš skats un sānskats (12. attēls)? Celtnes konstrukcija pieļauj iespēju, ka tajā ir „caurumi”, t. i., nevar apgalvot, ka kubiņš atrodas zem katra celtnes kubiņa, pat tad, ja domājam par „augšstāviem”.



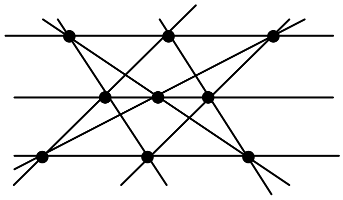
Attēls 12

Tornis var sastāvēt no 12 līdz 32 kubiņiem.

11. uzdevums

Vai 9 kokus var iestādīt 10 rindās tā, lai katrā rindā būtu pa 3 kokiem?

Jā, var skatīt 13. attēlu.

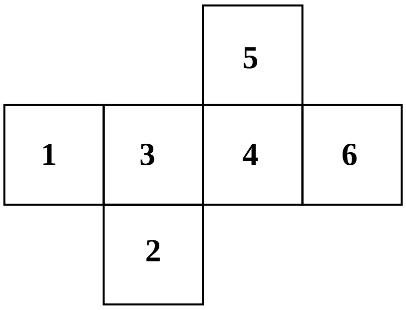


Attēls 13

12. uzdevums

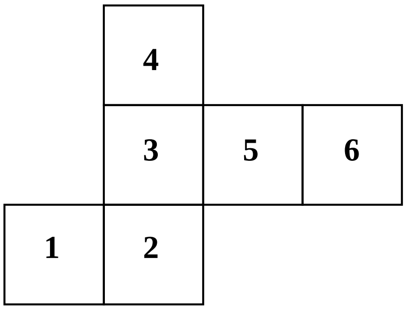
Dots kuba izklājums (14. – 15. attēls). Kuras no kuba šķautnēm ir paralēlas?

a)



Attēls 14

b)



Attēls 15

a) 1 un 4, 2 un 5, 3 un 6;

b) 1 un 5, 2 un 4, 3 un 6.

13. uzdevums

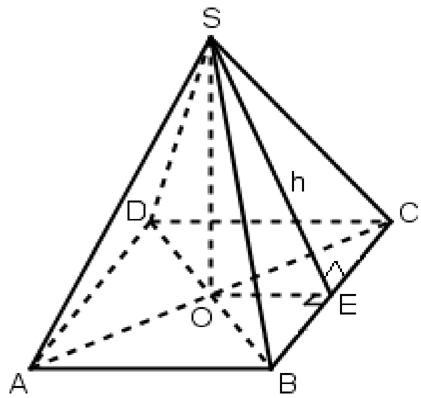
Izmantojot doto 16. attēlu, raksturo taišņu un plakņu savstarpējo novietojumu. Lieto jēdzienus: *paralēlas, krustiskas, šķērsas taisne, paralēlas, perpendikulāras plaknes.*

Attēls 16

14. uzdevums

Vasaras nojumei ir piramīdas forma, kuras pamats ir rombs. Pamata diagonāļu garumi ir 6 m un 8 m. Nojumes augstums ir 1,8 m. Nojumes karkasa stabilitātei tiks ieliktas latiņas, kas ir nojumes sānu skaldņu augstumi. Aprēķini šādas latiņas garumu.

Izveidosim uzdevuma nosacījumiem atbilstošu zīmējumu (17. attēls).



Attēls 17

Dots: ABCD – rombs;

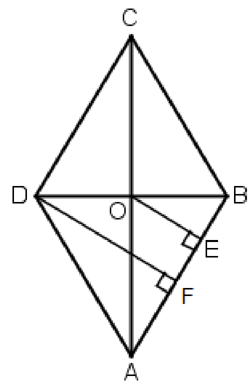
SO = 1,8 m; AC = 8 m; BD = 6 m

Jāaprēķina: SE

Risinājums:

1) *Izmantosim piramīdas pamatā esošo rombu (18. att.) un aprēķināsim tā laukumu.*

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24\ (m^2)$$



Attēls 18

2) *Tālāk aprēķināsim romba malas garumu. Tā kā romba diagonāles ir perpendikulāras un krustpunktā dalās uz pusēm, tad trijstūris AOB ir taisnleņķa trijstūris. Pēc Pitagora teorēmas*:

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$
$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$
$$AB^2 = 16 + 9 = 25$$
$$AB = \sqrt{25} = 5\ (m)$$

3) *Aprēķināsim romba augstuma – DF garumu, izmantojot romba laukuma aprēķināšanas formulu.*

$$S_{ABCD} = AB \cdot DF$$
$$24 = 5 \cdot DF$$
$$DF = 4{,}8\ m$$
$$OE = \frac{1}{2} DF = 2{,}4\ m$$

4) *Izmantosim taisnleņķa trijstūri SOE (17. attēls), lai aprēķinātu piramīdas sānu skaldnes augstumu SE. Pēc Pitagora:*

$$SE^2 = SO^2 + OE^2$$

$$SE^2 = 1{,}8^2 + 2{,}4^2$$

$$SE^2 = 3{,}24 + 5{,}76 = 9$$

$$SE = 3\ m$$

Atbilstošās latiņas garums ir 3 metri.

15. uzdevums

Bākai, kuras augstums ir 16 m un pamata rādiuss $\frac{10}{3}$ m, ir cilindriska forma. Bākas sānos atrodas logs, kuram ir riņķa forma. Loga augstums ir 2 m. Bākas ārējo sānu virsmu ir nolemts nokrāsot. Viena kvadrātmetra nokrāsošanai izmanto 200 g krāsas. Vienā kārbā ir 5 kg krāsas. Cik liels ir mazākais kārbu skaits, kas nepieciešams bākas nokrāsošanai (aprēķinos izmanto $\pi \approx 3$)?

Uzdevuma atrisināšanā izmantojam formulas:

$S_{sānu} = 2\pi RH$, *kur* $R = \frac{10}{3}m$, *H = 16m*

$S_{riņķim} = \pi \cdot r^2$, *kur r = 1m*

$$S_{sānu} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{10}{3} \cdot 16 = 320\ (m^2)$$

$$S_{riņķim} = 3 \cdot 1 = 3\ (m^2)$$

$$S = S_{sānu} - S_{riņķim} = 320 - 3 = 317\ (m^2)$$

Tā kā vienā kārbā ir 5 kg krāsas, tad ar vienu kārbu var nokrāsot $25m^3$. *Iegūstam, ka* $317 : 25 = 12{,}68$. *Tātad, lai nokrāsotu bākas ārējo sānu virsmu vajadzēs 13 kārbas ar krāsu.*

16. uzdevums

Izveidot plānu uzdevuma atrisināšanai: Konusveidīgas vāzes augstums ir 18 cm un pamata diametrs ir 24 cm. Vāze pielieta pilna ar ūdeni. Ūdens ir jāpārlej cilindrveida vāzē, kuras pamata diametrs ir 10 cm. Cik augstai ir jābūt vāzei, lai, pārlejot tajā ūdeni, tā paliktu tukša vismaz 2 cm attālumā no augšējās malas?

1) Aprēķinam konusveidīgās vāzes tilpumu. Izmantojam formulu:

$$V_{konuss} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3},$$

kur R = 12 cm, H = 18 cm.

$$V = \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 18}{3} = 864\pi \ (cm^3)$$

2) Izmantojot cilindra tilpuma aprēķināšanas formulu, nosakām cilindriskās vāzes vajadzīgo augstuma garumu.

$$V_{cilindrs} = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$864\pi = \pi \cdot 5^2 \cdot (H - 2)$$

$$864\pi = 25\pi H - 50\pi$$

$$25\pi H = 814\pi \ |: 25\pi$$

$$H = 32{,}56 \ (cm)$$

Lai pārlejot ūdeni cilindriskajā vāzē, tā paliktu tukša vismaz 2 cm attālumā no augšējās malas, vāzes augstumam jābūt vismaz *32,56 cm.*

17. uzdevums

Akvārijā, kuram ir lodes segmenta forma, rādiuss ir 15 cm. Tas ir piepildīts ar ūdeni 15 cm augstumā. Ūdens blīvums ir 1000 kg/m^3. Aprēķini ielietā ūdens masu ($m = \rho V$, kur m – masa (kg), ρ – blīvums (kg/m^3), V – tilpums (m^3)).

Uzdevuma atrisināšanā izmantosim lodes segmenta aprēķināšanas formulu:

$$V_{segm.} = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3}h\right),$$

kur R ir lodes rādiuss, h – segmenta augstums.

$$V_{segm.} = \pi \cdot 15^2 \left(15 - \frac{1}{3}15\right) = 2250\pi \ (cm^3) = 0{,}00225\pi \ (m^3)$$

$$m = \rho V = 1000 \cdot 0{,}00225\pi = 2{,}55\pi \ (kg)$$

Akvarijā ielietā ūdens masa ir $2{,}55\pi$ *kilogrami.*

2.2.2. Uzdevumu klasifikācija atbilstoši vidusskolas matemātikas kursam

Uzdevuma numurs	Klase	Temats	Tēma
1. uzdevums	10. klase	Vektori.	Vektora reizināšana ar skaitli.
2. uzdevums	10. klase	Trijstūri.	Trijstūru laukumu aprēķināšana.
3. uzdevums	10. klase	Riņķa līnija un riņķis.	Ar riņķa līniju saistītie nogriežņi, taisnes un leņķi.
4. uzdevums	11. klase	Ģeometriskie pārveidojumi.	Paralēlā pārnese.
5. uzdevums	11. klase	Ģeometriskie pārveidojumi.	Aksiālā simetrija.
6. uzdevums	11. klase	Ģeometriskie pārveidojumi.	Figūru sagriešana
7. uzdevums	11. klase	Ģeometriskie pārveidojumi.	Figūru sagriešana
8. uzdevums	11. klase	Ģeometriskie pārveidojumi.	Plaknes pārklājumi.
9. uzdevums	11. klase	Paralelitāte un perpendikularitāte telpā.	Stereometrijas pamatjēdzieni un aksiomas.
10. uzdevums	11. klase	Paralelitāte un perpendikularitāte telpā.	Stereometrijas pamatjēdzieni un aksiomas.
11. uzdevums	11. klase	Paralelitāte un perpendikularitāte telpā.	Taišņu savstarpējais novietojums telpā.
12. uzdevums	11. klase	Paralelitāte un perpendikularitāte telpā.	Taišņu savstarpējais novietojums telpā.
13. uzdevums	11. klase	Paralelitāte un perpendikularitāte telpā.	Taišņu un plakņu savstarpējais novietojums telpā
14. uzdevums	12. klase	Piramīdas.	Piramīdas laukuma aprēķināšana.

15. uzdevums	12. klase	Rotācijas ķermeņi.	Cilindrs.
16. uzdevums	12. klase	Rotācijas ķermeņi.	Cilindrs, konuss.
17. uzdevums	12. klase	Rotācijas ķermeņi.	Lode, lodes segmenta tilpuma aprēķināšana.

2.3. Diskrētie modeļi

2.3.1. Uzdevumi un to atrisinājumi

1. uzdevums

Trīs tabulās skaitļi izvietoti pēc vienas likumsakarības. Aizpildīt tukšo rūtiņu.

11	12	15	16

14	6	15	7

	8	10	7

Tabula 6

Meklējamais skaitlis ir 11, jo 11 = 12 + 15 – 16, 14 = 6 + 15 – 7, 11 = 8 + 10 – 7.

2. uzdevums

Jānis apgalvo, ka aizvakar viņam bija 16 gadi, bet nākošgad viņš paliks 19 gadus vecs. Vai tas ir iespējams?

Jā. Jānis to paziņo 1. janvārī. 31. decembrī ir bijusi dzimšanas diena, kad Jānis kļuva 17 gadus vecs. Aizvakar (30. decembrī) viņš bija 16 gadus vecs, bet nākošgad kļūs 19 gadus vecs, jo šogad paliks 18.

3. uzdevums

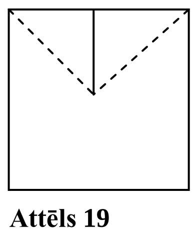
Tagad man ir divreiz vairāk gadu, nekā jums bija tad, kad man bija tik daudz gadu, cik jums ir tagad. Kad jums būs tik daudz gadu, cik man ir tagad, tad kopā mums būs 63 gadi. Cik gadu tagad ir katram no mums?

Pašlaik jums ir 21 gads, bet man – 28 gadi.

4. uzdevums

Kā jāsaloka no papīra izgriezts kvadrāts, lai no tā ar viena taisna griezienа palīdzību iegūtu četrus kvadrātus? Norādīt griezuma līniju.

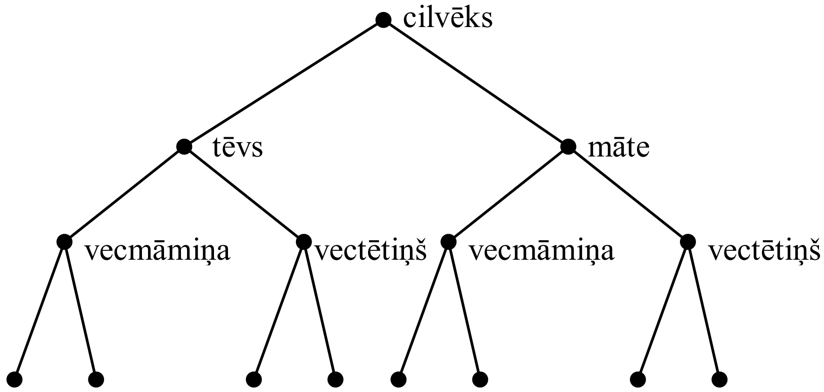
Atbildi skatīties 19. Attēlā.



Attēls 19

5. uzdevums

Cik pavisam vecvecmāmiņu un vecvectētiņu ir bijis jūsu visām vecvecmāmiņām un vecvectētiņiem?



Attēls 20

Katram cilvēkam ir bijuši 8 vecvecāki (20. attēls), tāpēc atbildē iegūstam 8 · 8 = 64.

6. uzdevums

Četras draudzenes atnāca uz slidotavu katra ar savu brāli. Viņi sadalījās pāros un sāka slidot. Izrādījās, ka katrā pārī „kavalieris" ir garāks par „dāmu" un neviens neslido ar savu māsu. Visgarākais izrādījās Jānis Veldre, nākamais pēc auguma – Andrejs Jātnieks, pēc tam sekoja Laila Jātniece, Sandris Putniņš, Olita Putniņa, Dairis Krūmiņš, Inita Krūmiņa un Anna Veldre. Kurš ar kuru slidoja?

Laila Jātniece var slidot kopā tikai ar Jāni Veldri, jo Andris Jātnieks ir viņas brālis, bet Sandris un Dairis ir mazāka auguma. Analoģiski spriežot, Olita slido ar Andri, Inta – ar Sandri, Anna – ar Dairi.

7. uzdevums

Kafejnīcā ēd bulciņas vismaz divi skolēni ar atšķirīgiem uzvārdiem un vismaz divi – ar atšķirīgiem vārdiem. Vai var apgalvot, ka šajā kafejnīcā ēd bulciņas vismaz trīs skolēni, kam atšķirīgi gan vārdi, gan uzvārdi?

Nē. Varbūt bulciņas ēd Valdis Ozoliņš, Valdis Kārkliņš un Jānis Kārkliņš.

8. uzdevums

Pēc sastrīdēšanās kovārņu bara katrs loceklis nolaidās savā kokā, taču vienam putnam pietrūka koka – viņš palika lidojam. Ja katrā kokā varētu apmesties pa diviem kovārņiem, tad viens koks paliktu pāri. Aprēķini, cik bija koku un cik – kovārņu.

Iedomāsimies kokus, katrā no tiem – kovārni. Viens putns paliek lidojam. Pēc tam nosēdināsim lidojošo kovārni pirmajā kokā, skatoties no kreisās puses. No pēdējā koka pārsēdināsim kovārni uz otro koku. Rezultātā viens koks paliks brīvs. Kovārņu pārsēdināšanu nevar tālāk turpināt, citādi būs brīvi divi vai vairāk koku. Secinām, ka ir 3 koki un 4 kovārņi.

9. uzdevums

Sadalīt 5 kliņģerus 6 zēniem tā, lai neviens kliņģeris netiktu sadalīts 6 vienādās daļās.

Trīs kliņģerus sagriezīsim uz pusēm un iegūsim 6 puses. Atlikušos 2 kliņģerus sagriezīsim katru 3 vienādās daļās un tā iegūsim 6 trešdaļas. Katram zēnam pienākas viens lielais un viens mazais gabaliņš, jo

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}.$$

10. uzdevums

Kādā pilsētā daļa iedzīvotāju pārvalda tikai angļu valodu, daļa – tikai vācu valodu, bet pārējie – abas valodas. Angļu valodā runā 85%, bet vācu valodā – 75% iedzīvotāju. Aprēķināt, cik procenti iedzīvotāju pārvalda abas valodas.

Tikai vācu valodu prot $100\% - 85\% = 15\%$.

Abas valodas prot $75\% - 15\% = 60\%$ *iedzīvotāju.*

11. uzdevums

Es izdzēru $\frac{1}{6}$ tasītes melnas kafijas un papildināju to ar pienu. Pēc tam es izdzēru $\frac{1}{3}$ tasītes un no jauna papildināju to ar pienu. Tad es izdzēru vēl pustasīti un atkal to piepildīju pilnu ar pienu. Visbeidzot es izdzēru visu tasīti. Ko es izdzēru vairāk: kafiju vai pienu?

$$Izdzertā\ piena\ daudzums\ ir\ \frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=1\ tasīte.$$

Tātad es izdzēru tasīti kafijas un tasīti piena.

12. uzdevums

Pavasarī Karlsons nokritās svarā par 25%, vasarā – pieņēmās svarā par 20%, rudenī – nokritās svarā par 10%, bet pa ziemu atkal pieņēmās svarā par 20%. Noskaidrot, ka izmainījās viņa svars gada laikā.

Pieņemsim, ka sākumā Karlsona svars bija a vienības. Pēc dotā pavasarī tas bija $0{,}75a$, *vasarā* $0{,}75a+0{,}15a=0{,}90a$, *rudenī* $0{,}90a-0{,}09a=0{,}81a$, *ziemā* $0{,}81a+0{,}162a=0{,}972a$ *vienības. Acīmredzot gada laikā Karlsons nokritās svarā par* 2,8%.

13. uzdevums

Sešas dažādas dāvanas jāsadala trim cilvēkiem tā, lai katrs saņemtu tieši divas dāvanas. Cik veidos to var izdarīt?

Katram no trim cilvēkiem ir 6 iespējas, kā izvēlēties pirmo dāvanu, un 5 iespējas otrās dāvanas izvēlei. Tā kā izvēles secība nav svarīga, iegūstam $\frac{6\cdot 5}{2}=15$ *iespējas. Pavisam ir* $3\cdot 15=45$ *iespējas.*

14. uzdevums

Nezinītis ir iemācījies atlikt 19˚ lielus leņķus. Kā viņš var atlikt 1˚ lielu leņķi?

$19\cdot 19=361$, *tātad* $361-360=1$.

15. uzdevums

Cik veidos 21. attēlos var izlasīt vārdu „matemātika”, ja no katra burta jāiet vienu rindiņu uz leju vai jāpārvietojas pa vienu vietu pa labi vai pa kreisi?

M
A A
T T T
E E E E
M M M M M
A A A A A A
T T T T T T T
I I I I I I I I
K K K K K K K K K
A A A A A A A A A A

Attēls 21

Pārejot no 1. rindiņas uz 2. rindiņu, ir divas iespējas, kā veidot vārda MATEMATIKA fragmentu MA. Pārejot no 2. rindiņas uz 3. rindiņu, fragmentu MAT var izveidot $2 \cdot 2$ *veidos. Analoģiski, pārejot no 3. rindiņas uz 4.rindiņu, fragmentu MATE var izveidot* $(2 \cdot 2) \cdot 2$ *veidos utt. Pārejot no 8. rindiņas uz 9. rindiņu, vārda MATEMATIKA izveidošanai ir pavisam* $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 = 2^9 = 512$ *iespējas.*

16. uzdevums

Municipālais policists Jānis Krūmiņš, izdzirdējis stiklu šķindoņu, pagriezās un ieraudzīja 4 pusaudžus, kuri bēga projām no sasistas vitrīnas. Pēc 5 minūtēm bēgošie bija nogādāti policijas iecirknī. Andris paziņoja, ka stiklu esot izdauzījis Viktors. Viktors apgalvoja, ka vainīgais esot Sandris. Sandris teica, ka Viktors melojot. Juris nebeidza atkārtot, ka viņš neesot vainīgs. Tālākā izmeklēšanā noskaidrojās, ka tikai viens no zēniem ir teicis patiesību. Kurš izsita vitrīnu?

Apzīmēsim bērnu liecības ar V, S „ne S”, „ne J”. Viens no izteikumiem S vai „ne S” ir patiess, tātad izteikumi V un „ne J” ir aplami. Tas nozīmē, ka vainīgs ir Juris.

17. uzdevums

2019. gadā man palika tikpat gadu, cik liela ir mana dzimšanas gada ciparu summa. Kurā gadā es piedzimu, un cik man ir gadu?

$\overline{18xy}$ *gadā uzdevuma autors nevarēja piedzimt, jo viņam 2019. gadā varētu būt ne vairāk kā 27 gadi (*$1+8+x+y \leq 27$*), bet tas nav iespējams.*

Pieņemsim, ka dzimšanas gads ir $\overline{19xy}$*. 2019. gadā uzdevuma autoram būtu* $2019-(1900+10x+y)=119-10x-y$ *gadu, kas pēc dotā ir vienāds ar dzimšanas gada ciparu summu, proti, ar* $1+9+x+y$*. Iegūstam vienādojumu* $119-10x-y=10+x+y$*, no kurienes* $11x+2y=109$.

Pēdējā vienādībā x *– nepāra skaitlis, jo* $2y$ *ir pāra skaitlis;*

$11x < 109$*, t. i.,* $x=3$*; 5; 7 vai 9;*

ja $x=3$*, tad* $y=38$*, kas nav iespējams, jo* y *ir cipars,*

ja $x=5$*, tad* $y=27$*, kas arī nav iespējams;*

ja $x=7$*, tad* $y=16$*, kas arī nav iespējams;*

ja $x=9$*, tad* $y=5$.

Tas nozīmē, ka dzimšanas gads ir 1995. 2019. gadā uzdevuma autoram paliks 24 gadi, kas patiešām ir $1+9+9+5$.

18. uzdevums

Uz galda atrodas trīs vienādas kastītes. Vienā no tām atrodas divas melnas lodītes, otrā – melna un balta lodīte, trešajā – divas baltas lodītes. Uz kastītēm ir uzraksti „Divas baltas", „Divas melnas", „Melna un balta", pie tam ir zināms, ka neviens no uzrakstiem neatbilst īstenībai. Kā, izņemot tikai vienu lodīti, noteikt uzrakstu pareizo secību?

Jāizvēlas lodīte no kastītes ar uzrakstu „Melna un balta". Šajā kastē nevar atrasties dažādu krāsu lodītes, tātad, ja tiks izvilkta balta lodīte, tas norādīs, ka tajā atrodas divas baltas lodītes. Tad no atlikušajām kastītēm ar uzrakstiem „Divas baltas" un „Divas melnas" divas melnās lodītes var atrasties tikai pirmajā kastītē. Tātad otrajā kastītē atrodas balta un melna lodīte.

19. uzdevums

Uz tāfeles uzrakstīti 6 skaitļi: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Jebkuriem diviem no šiem skaitļiem drīkst pieskaitīt pa vieniniekam. Vai, veicot šo operāciju vairākas reize, var panākt, ka visi skaitļi kļūst vienādi?

Doto skaitļu summa 21 ir nepāra skaitlis. Katru reizi pieskaitot pa diviem vieniniekiem skaitļu summa palielinās par 2, un tā paliek nepāra skaitlis. Tātad visi skaitļi nevar kļūt vienādi, jo tādā gadījumā to summa būtu pāra skaitlis.

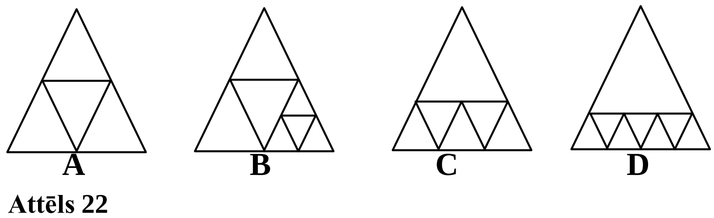
20. uzdevums

Trīs greizsirdīgi vīri ar savām sievām, nonākuši platas upes krastā atrada divvietīgu laivu un nolēma pārcelties uz pretējo krastu. Vai šie seši cilvēki var pārcelties pāri upei tā, ka neviena sieva nepaliek krastā un nebrauc vienā laivā ar svešu vīru?

Tas ir iespējams 11 pārbraucienos. Apzīmēsim pārus ar Aa, Bb, Cc, kuros ar mazo burtu apzīmētas sievas. Iekavās norādīsim, kas brauca laivā. Pirms iekavām pa kreisi minēsim tos, kuri palika vienā krastā, pa labi – tos, kuri paliek otrā krastā: Bb,Cc(→Aa); A,Bb,Cc(←A)a; A,B,C(→bc)a; A,B,C(←a)b,c; Aa(→BC)b,c; Aa(←Bb)Cc; a,b,(→AB)Cc; a,b(←c)A,B,C; a(→bc)A,B,C; a(←b)A,B,Cc; (→ab)A,B,Cc; Aa,Bb,Cc.

21. uzdevums

Pierādīt, ka vienādmalu trijstūri var sagriezt tieši: a) četros; b) sešos; c) septiņos; d) astoņos vienādmalu trijstūros. Noskaidro, kāds ir mazākais skaits m, ar kuru sākot vienādmalu trijstūri var sagriezt *m*, *m* + 1, *m* + 2, *m* + 3, ... vienādmalu trijstūros. Atbildi pamato!



Attēls 22

22. attēlā. A, B, D redzam, ka sadalot vienādmalu trijstūra malu n vienādās daļās, var iegūt tā sadalījumu 2n vienādmalu trijstūros. Acīmredzot šādi varam iegūt vienādmalu trijstūrus jebkurā pāra skaitā, sākot ar četri. 6. attēlā A un C parādīts, kā iegūto daļu skaitu ikreiz var palielināt par 3. Pielietosim šādu operāciju pāra skaitļiem 4, 6, 8, 10, ... , tā iegūstot visus par 6 lielākus nepāra skaitļus 7, 9, 11, 13, ... Atbilde: m = 6.

22. uzdevums

Vai var iesēdināt 45 trušus 9 būros tā, lai katrā būrītī būtu citāds trušu skaits?

Jā, var: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$.

23. uzdevums

Zēnam ir 13 monētas (1, 2, 5, 10, 20, 50 santīmi). Pierādīt, ka vismaz trim no viņa monētām ir vienāda vērtība.

Iespējamas santīmu monētas ar 6 atšķirīgām vērtībām (1, 2, 5, 10, 20, 50 santīmi). Ja zēnam būtu pa divām monētām ar katru no 6 iespējamām vērtībām, trīspadsmitā monēta paliktu pāri. Tātad vismaz trim monētām ir vienāda vērtība.

24. uzdevums

Kādu rītu tajā momentā, kad uzleca saule, alpīnists sāka kāpt augstā kalnā. Šaura taciņa, kuras platums bija 1 m, veda uz virsotni. Alpīnists bieži apstājās, lai atpūstos, tāpēc viņa kustības ātrums mainījās. Īsi pirms saulrieta tika sasniegta kalna virsotne. Nākamās dienas rītā reizē ar saullēktu alpīnists devās atpakaļceļā, un viņa kustības vidējais ātrums, protams, bija lielāks nekā turpceļā. Pierādīt, ka uz taciņas ir tāds punkts, kurā alpīnists atradās vienā un tajā pašā laikā, gan kāpjot augšā, gan dodoties atpakaļceļā.

Pieņemsim, ka bija divi alpīnisti: viens kāpa kalnā, otrs devās no kalna lejā. Alpīnisti noteikti sastapās. Tas nozīmē, ka uzdevuma tekstā raksturotais punkts noteikti pastāv.

25. uzdevums

Piecās 10.klasēs kopā mācās 128 skolēni. Pierādi, izmantojot pierādījumu no pretējā, ka kādā klasē mācās vairāk nekā 25skolēni!

Pierādījums.

Pieņemam pretējo: katrā klasē mācās tieši 25 skolēni.

$5 \cdot 25 = 125 < 128$*, trīs skolēni ''paliek pāri''.*

Mūsu pieņēmums, ka „katrā klasē mācās tieši 25 skolēni" ir aplams.

Tātad kādā klasē mācās vairāk nekā 25 skolēni.

26. uzdevums

Uz Ventspili ar četriem autobusiem aizbrauca 162 futbola komandas „Skonto" līdzjutēji. Pierādi, izmantojot pierādījumu no pretējā, ka kādā autobusā brauca vairāk nekā 40 līdzjutēji!

Pierādījums.

Pieņemam pretējo: katrā autobusā brauca tieši 40 līdzjutēji.

$4 \cdot 40 = 160 < 162$, *redzam, ka 2 līdzjutējiem nav vietas autobusos.*

Mūsu pieņēmums, ka „katrā autobusā brauca tieši 40 līdzjutēji" ir aplams.

Tātad kādā autobusā brauca vairāk nekā 40 līdzjutēji.

27. uzdevums

25 zēni un 25 meitenes sēž pie apaļa galda. Pierādīt, ka vismaz vienam zēnam pretī sēž meitene.

Pieņemsim, ka katram zēnam pretī sēž zēns. Savienosim pretim sēdošos zēnus ar diametru. Tā kā katram diametram ir divi gali, tad pie galda sēž pāra skaits zēnu. Esam ieguvuši pretrunu, jo ap galdu sēž 25 zēni. Tātad vismaz vienam zēnam pretī sēž meitene.

28. uzdevums

Vecāki Alisei uz dzimšanas dienu apsolīja nopirkt jaunu datoru. Uzraksti 2 kvalitatīvus un 2 kvantitatīvus datus, kas palīdzētu vecākiem saprast kādu datoru meita vēlas.

29. *uzdevums*

Vilciens brauca 5 stundas ar ātrumu 50km/h un 6 stundas ar ātrumu 80 km/h. Aprēķini vilciena braukšanas vidējo ātrumu!

Vispirms noskaidrosim cik km garu ceļu vilciens nobrauca:

$$s_1 = 5 \cdot 50 = 250\ (km)$$

$$s_2 = 6 \cdot 80 = 480\ (km)$$

$$s = s_1 + s_2 = 250 + 480 = 730\ (km)$$

Kopumā vilciens brauca 11 stundas. Iegūstam, ka vilciena vidējais ātrums ir :

$$v_{vidējais} = \frac{730}{11} = 66\frac{4}{11}(km/h).$$

30. uzdevums

Doti Lienes vērtējumi ballēs temata noslēguma darbos matemātikā. Lienes vērtējumi ir 4; 5; 5; 4; 7. Izmaini divus Lienes vērtējumus tā, lai vidējais vērtējums nemainītos, bet mediāna būtu 4.

Piemēram, 4;4;4;5;8

31. uzdevums

Eleonora piedalījās skolas erudītu konkursā. Pirmajā kārtā viņa ieguva 69 punktus, otrajā – 56. Kurā kārtā viņas rezultāts bija labāks attiecībā pret pārējiem dalībniekiem, ja pirmajā kārtā vidējā vērtība bija 59 un standartnovirze 5, bet otrajā kārtā vidējā vērtība bija 48 un standartnovirze 4?

Abās kārtās Eleonoras rezultāti bija vienlīdz labi salīdzinot ar pārējiem dalībniekiem, jo abās kārtās Eleonoras punktu skaits atrodas divu standartnoviržu attālumā.

32. uzdevums

Skolas ēdnīcā vienmēr ir saņemami n vieni un tie paši ēdieni. Salasījies par nepieciešamību dažādot uzturu, Jānis ir nolēmis pēc iespējas ilgāk izvēlēties atšķirīgas pusdienas, kas sastāv no vismaz viena ēdiena.

1) Cik dienas, ilgi viņš to var izdarīt?
2) Cik pavisam ēdiena porciju tiks apēst šajās dienās, ja katrreiz tiek izvēlēta noteikta ēdiena viena porcija?

$2^n - 1$ *dienas;* $n \cdot 2^{n-1}$ *porcijas.*

1) *No vismaz viena elementa sastāvošo n elementu kopas apakškopu skaits ir* $2^n - 1$*, jo tukša kopa šoreiz ir izslēdzama: Jānis pusdieno vienmēr.*
2) *Katrs ēdiens tiek izvēlēts* 2^{n-1} *reizes, tāpēc šajā laikā tiek apēstas* $n \cdot 2^{n-1}$ *porcijas .*

33. uzdevums

Kastē atrodas 70 vienāda izmēra, svara un materiāla klucīši: 20 sarkani, 20 zaļi, 20 dzelteni, pārējie – melni un balti. Kāds vismazākais klucīšu skaits neskatoties jāpaņem, lai tiktu paņemti ne mazāk kā 10 vienas krāsas klucīši?

Jāpaņem vismaz 38 klucīši. Ja izvēlētos 37, varētu gadīties, ka starp tiem būtu 10 melni un balti, 9 sarkani, 9 zaļi un 9 dzelteni klucīši, tātad vēl nebūtu 10 vienas krāsas klucīši.

34. uzdevums

Cik veidos 15 solos var sasēdināt pa pāriem 15 zēnus un 15 meitenes tā, lai katrs zēns sēdētu vienā solā ar meiteni?

Atbilde: $(15!)^2 \cdot 2^{15}$ *veidos.*

Vispirms sasēdināsim skolēnus tā, lai katrā solā kreisajā pusē sēdētu zēns (kopā sanāk 15! iespējas), bet labajā pusē – meitene (15! iespējas), tā iegūstot $(15!)^2$ *iespējas. Pēc tam 15 solu kopā izvēlēsimies to solu apakškopu, kuras skolēnus varētu samainīt vietām katra sola robežās. Tādu apakškopu skaits ir* 2^{15}. *Pavisam iegūstam* $(15!)^2 \cdot 2^{15}$ *iespējas.*

35. uzdevums

Loterijā no 1000 biļetēm 200 ir ar laimestu. Kāda ir varbūtība, ka nopērkot vienu biļeti, tā būs ar laimestu?

$$P = \frac{200}{1000} = 0{,}2$$

Nopērkot vienu biļeti varbūtība, ka tā ir ar laimestu, ir 0,2.

36. uzdevums

Internetveikala katalogā ir atlaides ādas, vilnas un džinsu žaketēm. Katra žakete ir pieejama 4 izmēros (S, M, L, XL) un katrā no trim krāsām – melnā, brūnā un zilā. Aizpildot pasūtījuma veidlapu jāatzīmē vēlamais audums, krāsa un izmērs. Aprēķini varbūtību, ka uz labu laimi pasūtīta žakete būs brūna L izmēra žakete.

$$P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

Varbūtība, ka uz labu laimi pasūtīta žakete būs brūna un L izmēra ir $\frac{1}{12}$.

37. uzdevums

Kādā veselības pētījumā tika konstatēts, ka starp 175 pieaugušajiem 56 ir paaugstināts asinsspiediens.

a) Aprēķini statistisko varbūtību, ka nejauši izvēlētam pieaugušajam cilvēkam nav paaugstināts asinsspiediens.

b) Cik cilvēku varētu būt paaugstināts asinsspiediens, ja kādā pilsētā dzīvotu 250 000 pieaugušie?

$$\frac{119}{175} = 0{,}68$$

a) Statistiskā varbūtība, ka nejauši izvēlētam pieaugušajam nav paaugstināts asinsspiediens ir 0,68

$$0{,}32 \cdot 250000 = 80000$$

b) Paaugstināts asinsspiediens varētu būt 80000 pieaugušajiem.

38. uzdevums

Mājas galam ir taisnstūrveida forma, kuras izmēri ir 8 m un 12 m, šajā fasādē ir trīs logi ar izmēriem 1,2 m un 0,8 m. Andris spēra bumbu pret šīs mājas sienu. Kāda varbūtība, ka viņš trāpīs logā?

Aprēķinam mājas sienas laukumu:

$$S = 8 \cdot 12 = 96\ (m^2)$$

Aprēķina viena loga laukumu:

$$S = 0{,}8 \cdot 1{,}2 = 0{,}96\ (m^2)$$

Aprēķinam varbūtību:

$$P(A) = \frac{notikumam\ A\ atbilstošās\ figūras\ laukums}{visai\ notikumu\ kopai\ atbilstošās\ figūras\ laukums} = \frac{3 \cdot 0{,}96}{96} = 0{,}03$$

Varbūtība, ka viņš trāpīs logā ir 0,03.

2.3.2. Uzdevumu klasifikācija atbilstoši vidusskolas matemātikas kursam

Uzdevuma numurs	Klase	Temats	Tēma
1. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
2. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
3. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
4. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
5. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
6. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
7. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
8. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
9. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
10. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
11. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
12. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
13. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
14. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.

15. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
16. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
17. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
18. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
19. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
20. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Spriedumi.
21. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Tiešais pierādījums.
22. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Tiešais pierādījums.
23. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Tiešais pierādījums.
24. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Tiešais pierādījums.
25. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Pierādījums no pretējā.
26. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Pierādījums no pretējā.
27. uzdevums	10. klase	Matemātiskie spriedumi, izteikumi un pierādījumi.	Pierādījums no pretējā.
28. uzdevums	11. klase	Statistikas elementi.	Dati un datu veidi.
29. uzdevums	11. klase	Statistikas elementi.	Datu kopas vidējie lielumi.
30. uzdevums	11. klase	Statistikas elementi.	Datu kopas vidējie lielumi.

31. uzdevums	11. klase	Statistikas elementi.	Datu kopas izkliedes mēri.
32. uzdevums	11. klase	Kombinatorikas elementi.	Kombinatorikas pamatlikumi.
33. uzdevums	11. klase	Kombinatorikas elementi.	Kombinatorikas pamatlikumi.
34. uzdevums	11. klase	Kombinatorikas elementi.	Skaitļa faktoriāls.
35. uzdevums	11. klase	Varbūtību teorijas elementi.	Klasiskā varbūtība.
36. uzdevums	11. klase	Varbūtību teorijas elementi.	Klasiskā varbūtība.
37. uzdevums	11. klase	Varbūtību teorijas elementi.	Statistiskā varbūtība.
38. uzdevums	11. klase	Varbūtību teorijas elementi.	Ģeometriskā varbūtība.

2.4. Funkcijas

2.4.1. Uzdevumi un to atrisinājumi

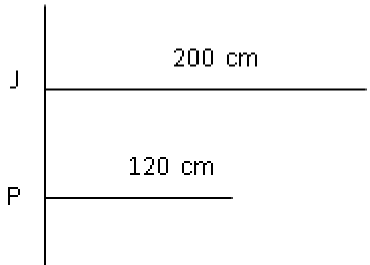
1. uzdevums

Jānītim un Pēterītim ir katram savs radio vadāms automašīnas modelis. Automašīna pārvietojas katra pa savu taisnu trasi turp un atpakaļ. Automašīnu ātrumi ir vienādi un var pieņemt, ka tie nemainās (arī mainot kustības virzienu). Jāņa automašīna aizbrauc turp un griežas atpakaļ starta pozīcijā 20 sekundēs, bet Pētera automašīna to izdara 12 sekundēs. Modeļus palaiž vienlaicīgi un darbina tik ilgi, kamēr tie abi vienlaicīgi atgriežas starta pozīcijās.

Noskaidro:

a) Kad brauciena laikā abas mašīnas atrodas vienā attālumā no starta līnijas?

b) Uzzīmē koordinātu plaknē grafikus, kas raksturo abu modelīšu attālumu no starta vietas atkarībā no laika!

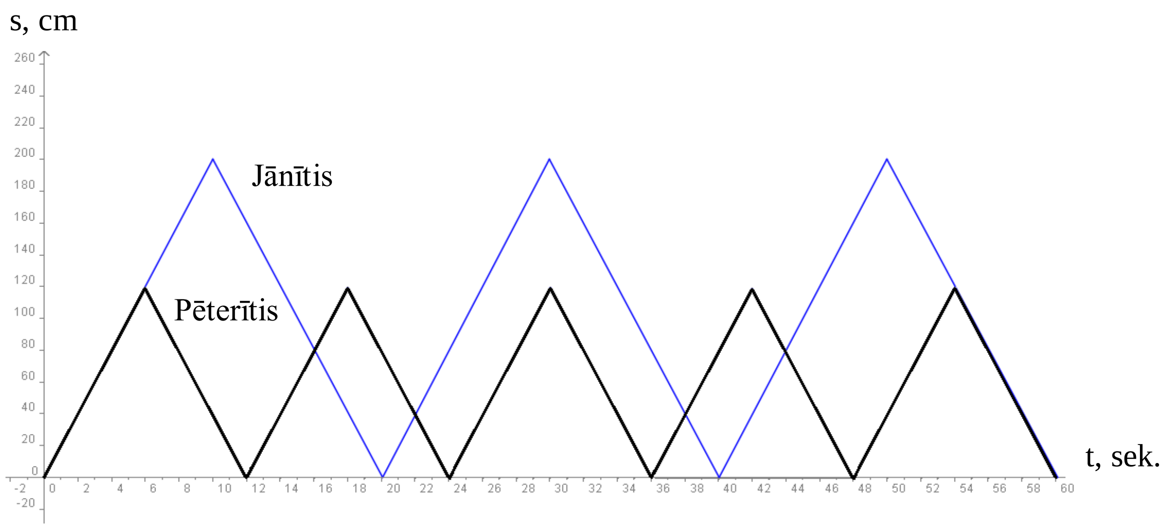


Attēls 23

c) Kādu informāciju vēl var iegūt, izmantojot funkciju grafikus?

a) Pirmās 6 sekundes abas automašīnas bija vienādā attālumā no starta līnijas. Arī pēc 16, 22, 38 un 44 sekundēm, un pēdējās 6 sekundes (no 54. līdz 60. sekundei) automašīnas bija vienādā attālumā no starta līnijas.

b) Skatīt 24. attēlu



Attēls 24

2. uzdevums

Izveido reālās situācijas matemātisko modeli. Izvēlies atbilstošu neatkarīgo mainīgo.

a) Attālums (km), ko vilciens nobrauks 6 stundās.

b) Lineļļas krāsas masa (kg), kas nepieciešama kvadrātveida laukuma nokrāsošanai, ja krāsas patēriņš ir 0,25 kg uz 1 m^2.

c) Ūdens tilpums (*l*), ko var ieliet vāzē, kurai ir kuba forma.

d) Jakas cena (Ls) šobrīd, ja tās pamatcena pazemināta par 10%.

e) Lidmašīnas kustības ātrums $\left(\frac{km}{h}\right)$, ja tā nolidoja 200 km.

a) $s(v) = 6v;$

b) $L(a) = 0{,}25a^2;$

c) $V(a) = a^3;$

d) $C(x) = 0{,}9x;$

e) $v(t) = \frac{200}{t}.$

3. uzdevums

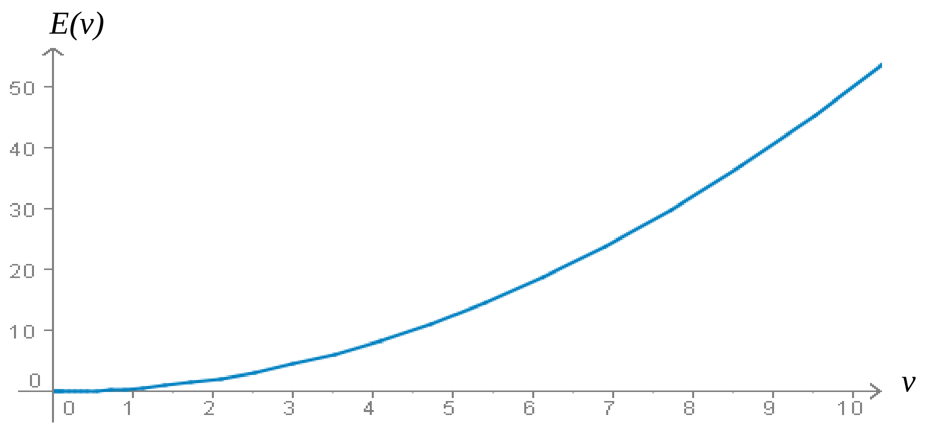
Ķermeņa kinētisko enerģiju aprēķina pēc formulas:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

(*m* – ķermeņa masa, *v* – kustības ātrums). Kurā gadījumā riteņbraucējs veica lielāku darbu (darbs ir vienāds ar enerģijas izmaiņu), ja:

a) vienmērīgi palielinās ātrums no 5 m/s līdz 7 m/s;

b) vienmērīgi palielinās ātrums no 7 m/s līdz 9 m/s.



Attēls 25

Ja ātrums palielinās no 5 m/s līdz 7 m/s, tad $\Delta E = 12\,m$*, bet ja ātrums vienmērīgi palielinās no 7 m/s līdz 9 m/s, tad* $\Delta E = 16\,m$*. Tātad otrajā gadījumā riteņbraucējs veica lielāku darbu.*

4. uzdevums

Pie mums temperatūru mēra pēc Celsija skalas, bet daudzviet pasaulē to mēra pēc Fārenheita skalas. Ja temperatūru Celsija skalā apzīmē ar c, bet Fārenheita skalā ar f, tad ir spēkā formula:

$$f = \frac{9}{5}c + 32.$$

a) Aprēķini, cik grādu Celsija skalā atbilst temperatūra, kas Fārenheita skalā vienāda ar 140F; – 22F; 95F!

b) Aprēķini, cik grādu Fārenheita skalā atbilst temperatūra, kas Celsija skalā vienāda ar 80C; – 40C; – 10C!

c) Kāda funkcija saista temperatūru Celsija skalā un temperatūru Fārenheita skalā?

a) $Ja\ f = 140,\ tad\ c = 60;$

$ja\ f = -22,\ tad\ c = -30;$

$ja\ f = 95,\ tad\ c = 35.$

b) $Ja\ c = 80,\ tad\ f = 176;$

$ja\ c = -40,\ tad\ f = -40;$

$ja\ c = -10,\ tad\ f = 14.$

c) Temperatūru Celsija un Fārenheita skalā saista lineāra funkcija.

5. uzdevums

Apelsīni maksā 80 santīmus kilogramā, iepirkumu maisiņš maksā 15 santīmus.

a) Izsaki maksu par pirkumu kā funkciju atkarībā no apelsīnu svara a.

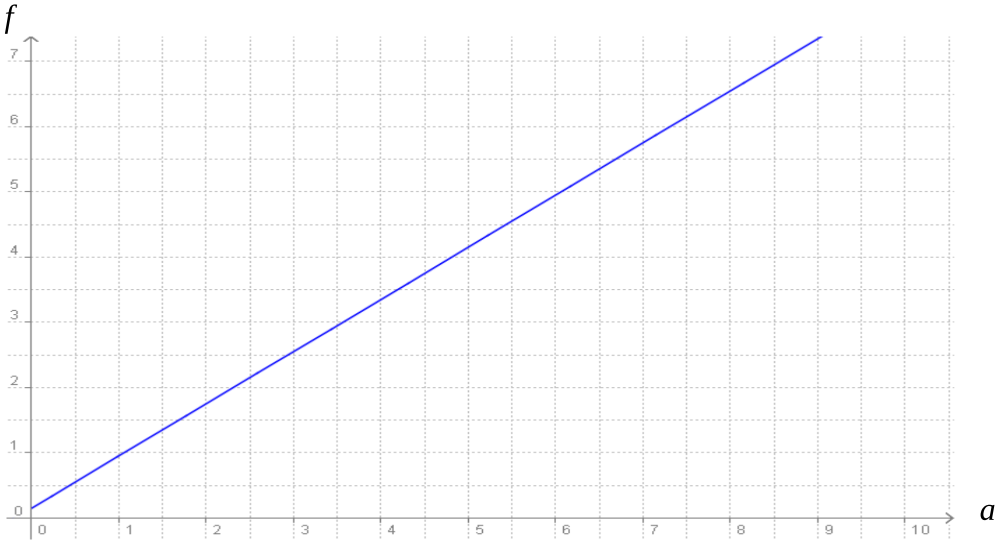
b) Nosaki funkcijas definīcijas apgabalu.

c) Uzzīmē koordinātu plaknē dotās funkcijas grafiku.

a) $f(a) = 0{,}8a + 0{,}15$

b) $D(f) \in (0; +\infty)$

c) Skatīt 26. attēlu



Attēls 26

6. uzdevums

Viena klade maksā 40 santīmus, bet viena burtnīca 15 santīmus. Pēterim ir Ls 2,4. Cik dažādus pirkumus viņš var izdarīt, lai iztērētu visu naudas summu?

x... tik burtnīcas Pēteris nopirka

y... tik klades Pēteris nopirka

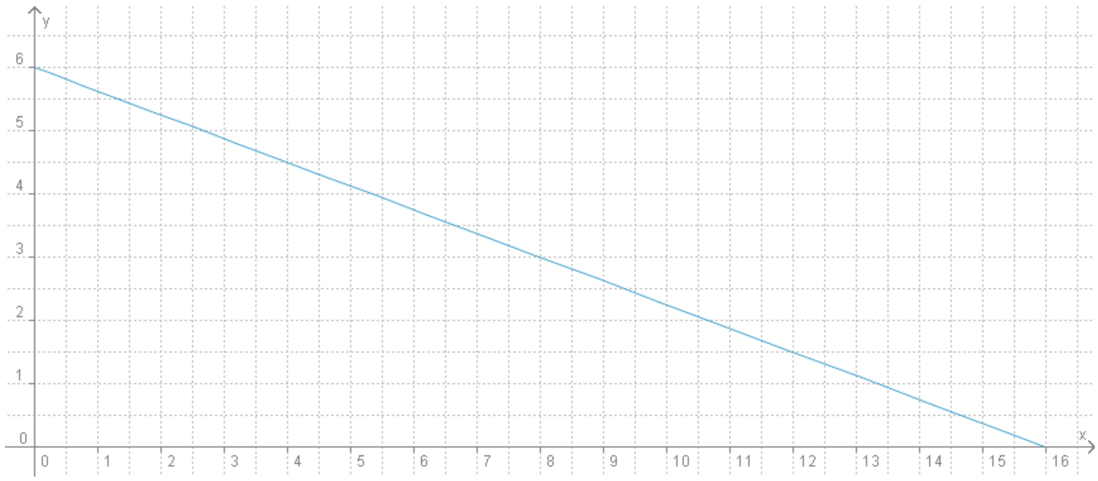
2,4 Ls... tik naudas Pēteris iztērēja

$$0{,}15x + 0{,}4y = 2{,}4$$

$$0{,}4y = 2{,}4 - 0{,}15x \,|: 0{,}4$$

$$y = 6 - 0{,}375x$$

Pēc grafika redzam (27. attēls), ka Pēteris var izdarīt divus dažādus pirkumus, lai iztērēt visu naudu. Pēteris var nopirkt 6 klades vai 16 burtnīcas.



Attēls 27

7. uzdevums

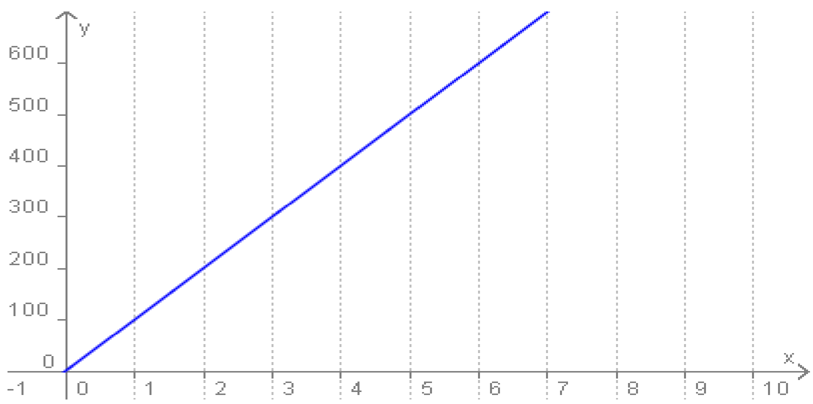
Skatoties kartē, Anita atklāja sakarību starp attālumiem kartē un patiesajiem attālumiem dabā. Dažus lielumus viņa atzīmēja tabulā.

Attālums kartē, cm	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
Attālums dabā, km	50	100	150	200	250	300

Tabula 7

Izvirzi hipotēzi, vai šī sakarība ir lineāra funkcija. Ja ir, uzraksti funkcijas formulu un konstruē tās grafiku.

Šī sakarība ir lineāra funkcija. Funkcijas formula ir: $y = 100x$.



Attēls 28

8. uzdevums

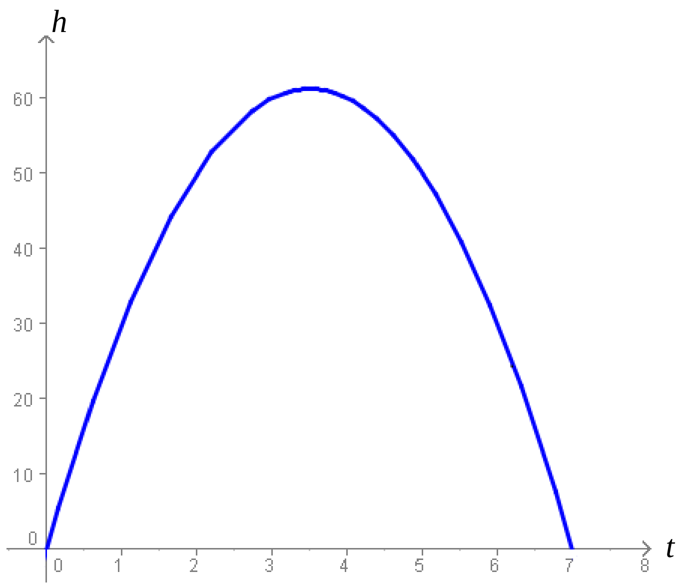
Slīpi pret horizontu tiek mests akmens. Akmens augstumu h pēc t sekundēm kopš izmešanas brīža izsaka funkcija $h(t) = 35t – 5t^2$.

a) Uzzīmē dotās funkcijas grafiku. Uz abscisu ass atliec laiku t (1 sekunde 2 rūtiņas), bet uz ordinātu ass augstumu h (10 metri 2 rūtiņas).

b) Nosaki akmens maksimālo augstumu.

c) Pēc cik sekundēm no izsviešanas brīža akmens nokrīt uz zemes?

a) Skatīt 29. attēlu



Attēls 29

b) Akmens maksimālais augstums ir 60 metri.

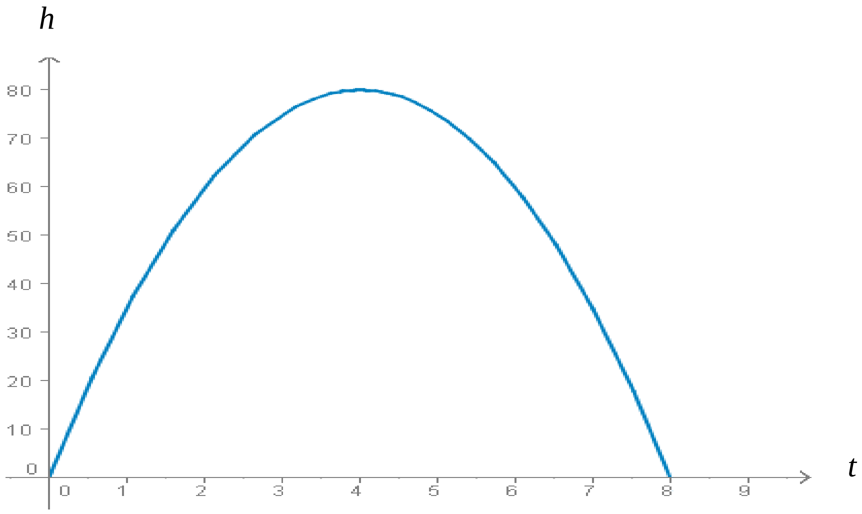
c) Akmens uz zemes nokrīt pēc 7 sekundēm.

9. uzdevums

Tenisists iesita pa bumbiņu, tā uzlidoja augšup. Tās augstumu metros pēc t sekundēm nosaka funkcija $h(t) = 40t - 5t^2$.

a) Cik augstu virs zemes tā uzlidos?

b) Pēc cik sekundēm tā nokritīs uz zemes?



Attēls 30

a) Tenisa bumbiņa uzlidos 80 metru augstumā.

b) Tenisa bumbiņa uz zemes nokritīs pēc 8 sekundēm.

10. uzdevums

Tabulā dotas kāda jaundzimušā bērna masas izmaiņas pirmajās 6 dzīves nedēļās.

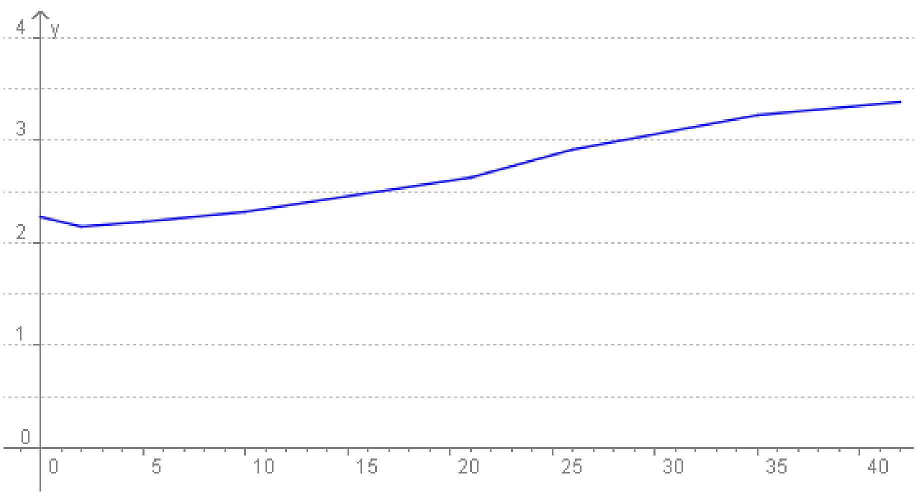
Dienas	0	2	5	10	21	26	35	42
Masa, kg	2,25	2,16	2,2	2,31	2,64	2,91	3,24	3,37

Tabula 8

a) Konstruē tabulā aprīkotās funkcijas grafiku;

b) nosaki, vai dotā funkcija ir augoša vai dilstoša;

c) salīdzini $f(2)$ un $f(10)$; $f(n)$ un $f(n+7)$, ja n – naturāls skaitlis un $2 < n < 35$.



Attēls 31

a) *Skatīt 31. attēlu*

b) *Funkcija ir augoša, ja arguments ir lielāks par 2. Funkcija ir dilstoša, ja arguments lielāks par 0, bet mazāks par 2.*

c) $f(2) < f(10)$; $f(n) < f(n+7)$.

11. uzdevums

Kuri no reālās dzīves piemēriem ir periodiski procesi?

a) cilvēka pulss	c) mēness fāzu maiņa	e) gadalaiku maiņa
b) koka augšana	d) maratona skriešana	f) šūpošanās šūpolēs

Periodiski procesi ir a; c un e.

12. uzdevums

Ledusskapī ielikts ēdiens atdziest pēc eksponentfunkcijas $f(x) = c \cdot a^x$ likuma, kur a un c konstantes. Māte ielika ledusskapī 70° grādus siltu zupu un pēc 10 minūtēm tās temperatūra bija 60°.

a) Nosaki konstanšu *a* un *c* aptuvenās vērtības.

b) Aprēķini, cik grādus liela būs zupas temperatūra pēc 30 minūtēm?

c) Uzzīmē grafiku, kas raksturotu zupas temperatūru ilgākā laika posmā kopš zupas ielikšanas ledusskapī.

a) *Lai noteiktu konstantes a un c, ir jābūt zināmiem sākuma nosacījumiem. Varam uzskatīt, ka sākuma stāvoklī laiks ir vienāds ar 0, tātad:*

$$f(0) = c \cdot a^0$$

$$70 = c \cdot 1$$

$$c = 70$$

Esam noteikuši c vērtību, tālāk noteiksim konstantes a vērtību:

$$f(x) = 70 \cdot a^x$$

$$60 = 70 \cdot a^{10} \; |:70$$

$$a^{10} \approx 0{,}86$$

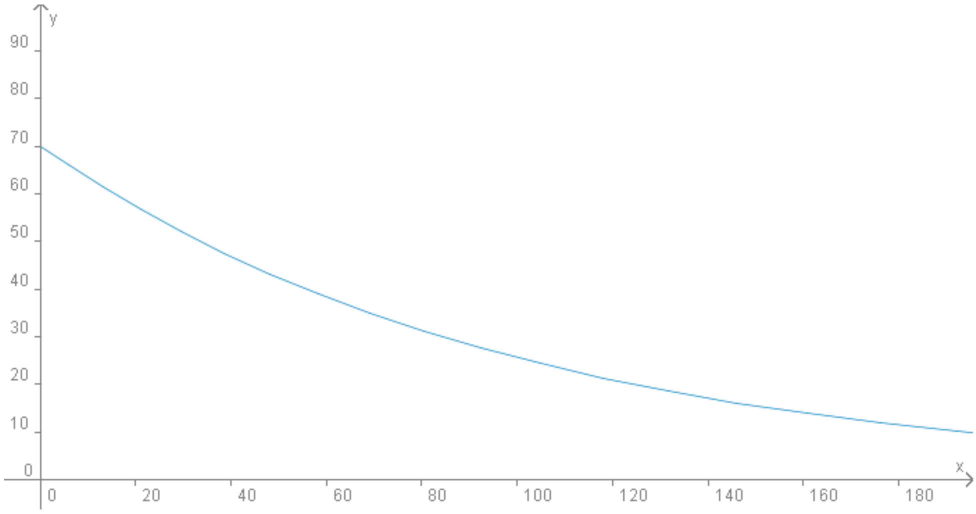
$$a = \sqrt[10]{0{,}86} \approx 0{,}985 \approx 0{,}99$$

b) Lai aprēķinātu zupas temperatūru pēc 30 minūtēm izmantosim formulu:

$$f(30) = 70 \cdot 0{,}99^{30} \approx 51{,}78 \approx 52$$

Pēc 30 minūtēm zupas temperatūra būs apmēram 52°.

c) Skatīt 32. attēlu



Attēls 32

13. uzdevums

Baktēriju skaits pēc t sekundēm kādā baktēriju kolonijā ir $B(t) = 80 \cdot 100^{\frac{t}{8}}$. Aprēķini:

a) baktēriju skaitu, ja $t = 0; 8;$

b) pēc cik sekundēm būs 800 000 baktērijas?

a) Ja t = 0, tad $B(0) = 80 \cdot 100^{\frac{0}{8}} = 80 \cdot 100^0 = 80;$

ja t = 8, tad $B(8) = 80 \cdot 100^{\frac{8}{8}} = 80 \cdot 100^1 = 800.$

$$b)\ \ 800000 = 80 \cdot 100^{\frac{t}{8}} |: 80$$

$$10000 = 100^{\frac{t}{8}}$$

$$100^2 = 100^{\frac{t}{8}}$$

$$2 = \frac{t}{8}$$

$$t = 16$$

Baktēriju skaits būs 800 000 pēc 16 sekundēm.

14. uzdevums

Basketbolists noslēdza ar klubu sekojošu līgumu: viņš saņems $ 500 par līguma parakstīšanu un pēc katras nospēlētās spēles iepriekš saņemtā naudas summa dubultojas. Kāda funkcija apraksta basketbolista iegūto naudas summu pēc *n* nospēlētām spēlēm? Uzraksti šīs funkcijas formulu.

Basketbolista iegūto naudas summu apraksta eksponentfunkcija: $f(n) = 500 \cdot 2^n$.

15. uzdevums

Pirmdienā Rūta e-pastā saņēma vēstuli, kurā pēdējais teikums bija: „Rīt šo vēstuli nosūti 8 cilvēkiem". Rūta nākošajā dienā aizsūtīja vēstuli 8 draudzenēm. Cik vēstuļu tika nosūtīts laikā no pirmdienas līdz piektdienai (ieskaitot), ja zināms, ka puse no cilvēkiem, kas tās saņem, tālāk vēstules nesūta. Uzraksti formulu, ar kuras palīdzību var aprēķināt n-tajā dienā nosūtīto vēstuļu skaitu v_n, ja $v_1 = 1$.

Lai atrisinātu šo uzdevumu, sastādīsim tabulu.

Dienas	*Vēstuļu skaits*
1. diena	*1*
2. diena	*8*
3. diena	$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$
4. diena	$\frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 8 = 128$
5. diena	$\frac{1}{2} \cdot 128 \cdot 8 = 512$
Kopā	***681***

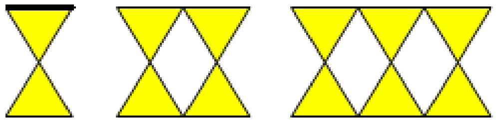
Tabula 9

Redzam, ka kopā tika nosūtīta 681 vēstule. N – tajā dienā nosūtīto vēstuļu skaitu var aprēķināt pēc formulas:

$$v_n = 2^{2n-1}$$

16. uzdevums

Pēc noteikta principa no 15 cm gariem kociņiem tiek veidotas figūras, kur katrā nākošajā ir par vienu „smilšu pulksteni” vairāk. Cik kociņu nepieciešams desmitās figūras izveidošanai?



Attēls 33

Lai atrisinātu šo uzdevumu, izmantosim aritmētiskās progresijas vispārīgā locekļa aprēķināšanas formulu:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

Šajā uzdevumā $a_1 = 6, d = 6,$ *bet* $n = 10$, *tāpēc*

$$a_{10} = 6 + (10-1) \cdot 6 = 60$$

Desmitās figūras izveidošanai vajag 60 kociņus.

17. uzdevums

Karaļvalsts stiprinieks Augusts sastādīja šādu treniņu un uztura programmu vienai nedēļai:

- pirmdienā viņš skries 2 km, bet katrā nākošajā dienā par 2 km vairāk;
- pirmdienā viņš apēdīs 2 kg smagu kūku, bet katrā nākošajā dienā 2 reizes vairāk.

a) Cik kilometrus nedēļas laikā Augusts noskries?

b) Cik kilogramus kūkas nedēļas laikā Augusts apēdīs?

Augusts domā, ka viņa izveidotā treniņu un uztura programma ir labi sabalansēta, jo noskrieto kilometru skaits un apēsto kūku masa pieaug proporcionāli. Vai tā ir? Pamato savu atbildi!

Lai atrisinātu šo uzdevumu izmantosim aritmētiskās un ģeometriskās progresijas pirmo n locekļu summas formulas.

Atbilstoši uzdevuma nosacījumiem izmantosim formulas:

$$S_n = \frac{\left(2a_1 + d(n-1)\right)n}{2},$$

kur S_n *– aritmētiskās progresijas pirmo n locekļu summa,* a_1 *– aritmētiskās progresijas pirmais loceklis, d – diference, n – locekļu skaits*

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, kur\ q \neq 1$$

S_n – ģeometriskās progresijas pirmo n locekļu summa, b_1 – ģeometriskās progresijas pirmais loceklis, q – kvocients, n – locekļu skaits.

$$a)\ S_7 = \frac{\big(2 \cdot 2 + 2 \cdot (7-1)\big) \cdot 7}{2} = 56\ (km)$$

$$b)\ S_7 = \frac{2 \cdot (1-2^7)}{1-2} = 254\ (kg)$$

Augusts nedēļas laikā noskries 56 km un apēdīs 254 kg kūku. Viņa izveidotā treniņu un uztura programma nav sabalansēta.

18. uzdevums

Fiziķis Franks Benfords pētīja, cik bieži katrs cipars dažādos datos tiek rakstīts kā pirmais cipars. Viņš analizēja gan basketbola spēļu statistiku, gan skaitļus laikrakstos u. c. 1938. gadā Franks Benfords atklāja formulu:

$$P = lg\left(1 + \frac{1}{d}\right),$$

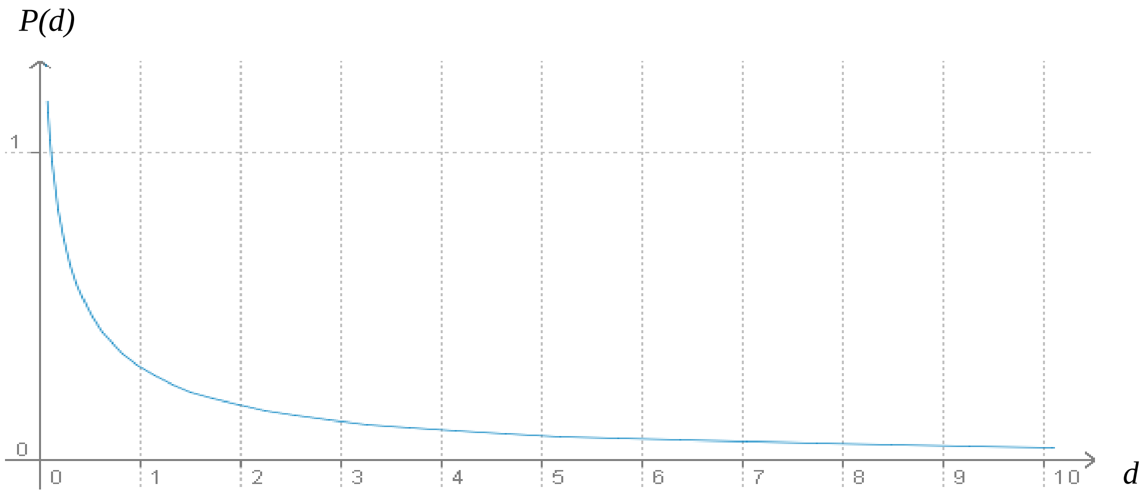
kur P – ir varbūtība, ka pirmais zīmīgais kādas kopas cipars ir d.

a) Konstruē funkcijas $P(d)$ grafiku.

b) Nosaki funkcijas $P(d)$ inversās funkcijas formulu un konstruē inversās funkcijas grafiku.

c) Aprēķini ciparu, kuram varbūtība to izvēlēties ir 0,097.

d) Aprēķini varbūtību, ka pirmais cipars ir 1.



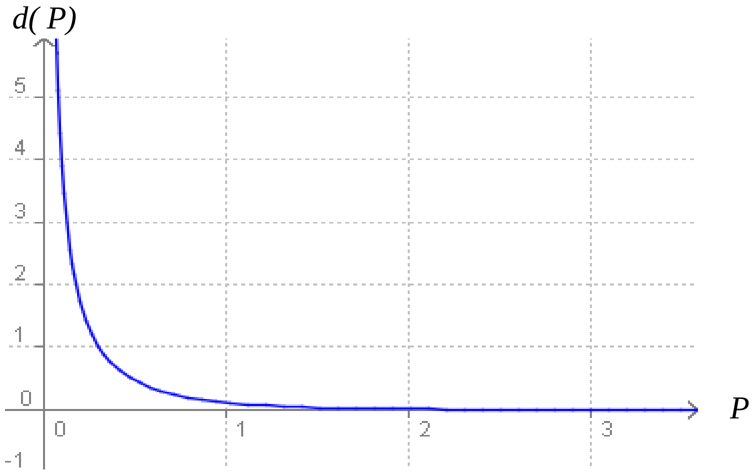
Attēls 34

a) Skatīt 34. attēlu

b) $P(d)$ *inversās funkcijas formula ir:*

$$d(P) = \frac{1}{1^P - 1}$$

Inversās funkcijas grafiks redzams 35. attēlā.



Attēls 35

c) 4

d) 0,3

19. uzdevums

Uzņēmums gatavo vaļējas kartona kastes. Lai kastes būtu stabilākas, visapkārt kastes pamatam tiek iestrādāta viena metāla stieple. Pieejamais metāla stieples garums ir 1 m. Kastēm jābūt 25 cm augstām. Cik lieliem jābūt kastes pamatu malu garumiem, lai kastes tilpums būtu lielākais iespējamais?

Kastes tilpums ir atkarīgs no tā, kāda garuma pamata malas izvēlas, jo kastes augstums ir nemainīgs – 25 cm. Uzraksta kastes tilpumu V kā pamata malas garuma x funkciju.

Pamata malas garuma izvēli ierobežo pieejamās stieples garums, proti, kastes pamata perimetram jābūt 1 m garam. Ja $P_{pam.}$ *= 100 cm un vienas malas garumu apzīmē ar x, tad otras malas garums ir:*

$$(100 - 2x) : 2 = 50 - x.$$

Kastes tilpuma aprēķināšanai var izmantot taisnas prizmas tilpuma aprēķināšanas formulu V = $S_{pam.} \cdot H$. *Tad* $S_{pam\,.} = x \cdot (50 - x)$ *un*

$$V(x) = x \cdot (50 - x) \cdot 25 = 25x(50 - x) = 1250x - 25x^2$$

Lai noskaidrotu maksimālo iespējamo tilpumu V, jāatrod funkcijas $V(x)$ *maksimālā vērtība.* $V(x)$ *ir kvadrātfunkcija, kas atbilstoši uzdevuma nosacījumiem ir definēta intervālā (0; 50), jo x kā kastes pamata malas garums ir pozitīvs un noteikti mazāks par stieples garuma pusi jeb 50 cm.*

Kvadrātfunkcijas $V(x) = 1250x - 25x^2$ *grafiks ir parabola, kuras zari vērsti uz leju, un tāpēc tā savu maksimālo vērtību sasniedz virsotnē. Parabolas virsotnei atbilstošās x vērtības ir*

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-1250}{2 \cdot (-25)} = \frac{1250}{50} = 25,$$

un tā pieder definīcijas apgabalam, t. i., $25 \in (0; 50)$.

Kastes tilpums būs lielākais iespējamais, ja kastes pamata malas garums ir 25 cm. Šajā situācijā kastes pamats būs kvadrāts.

20. uzdevums

Pieņemsim, ka funkcija $P(t)$ izsaka iedzīvotāju skaitu Nākotnes salā pēc *t* gadiem. Apraksti, kā izmainās iedzīvotāju skaits Nākotnes salā katrā no dotajām situācijām, un nosaki, kāda veida funkcija raksturo katru procesu.

a) $P(t) = 10 \cdot 1{,}5^t$ c) $P(t) = 10 \cdot 0{,}5^t$

b) $P(t) = 150t + 10$ d) $P(t) = -50t + 100$

a)Pieaug eksponenciāli; b) pieaug lineāri; c) samazinās eksponenciāli; d) samazinās lineāri.

2.4.2. Uzdevumu klasifikācija atbilstoši vidusskolas matemātikas kursam

Uzdevuma numurs	Klase	Temats	Tēma
1. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Funkcijas jēdziens, funkcijas definīcijas un vērtību apgabali.
2. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Funkcijas definēšana.
3. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Funkcijas un argumenta pieaugums.
4. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Lineāra funkcija.
5. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Lineāra funkcija.
6. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Lineāra funkcija.
7. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Lineāra funkcija.
8. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Kvadrātfunkcija.
9. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Kvadrātfunkcija.
10. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Funkcijas īpašības.
11. uzdevums	10. klase	Lineāras, pakāpes un kvadrātfunkcijas.	Funkcijas īpašības.
12. uzdevums	10. klase	Eksponentfunkcija. Logaritmiskā funkcija.	Eksponentfunkcija.
13. uzdevums	10. klase	Eksponentfunkcija. Logaritmiskā funkcija.	Eksponentfunkcijas īpašības.
14. uzdevums	10. klase	Eksponentfunkcija. Logaritmiskā funkcija.	Eksponentfunkcijas īpašības.

15. uzdevums	10. klase	Virknes.	Virknes uzdošanas veidi.
16. uzdevums	10. klase	Virknes.	Virknes uzdošanas veidi.
17. uzdevums	10. klase	Virknes.	Aritmētiskā un ģeometriskā progresija.
18. uzdevums	12. klase	Funkcijas.	Inversās funkcijas jēdziens.
19. uzdevums	12. klase	Funkcijas.	Funkcijas īpašību izmantošana uzdevumu risināšanā.
20. uzdevums	12. klase	Funkcijas.	Funkcijas īpašību izmantošana uzdevumu risināšanā.

Nobeigums

Mūsdienu situācija prasa, lai jaunieši gūtu ne tikai labas bāzes zināšanas kādā konkrētā jomā, bet vienlaicīgi iegūtu vispārējas prasmes pielietot tās praksē, risināt problēmas, pieņemt lēmumus, kas balstīti uz loģiski izvērtētiem faktiem. Viņiem jāprot novērtēt matemātikas iespējas sabiedrībai nozīmīgu praktisku problēmu risināšanā, jāprot saskatīt matemātisko modeļu vai matemātikai raksturīgo metožu lietojumu praktisku problēmu risināšanā, tāpēc ir ļoti svarīgi skolas kursā piedāvāt dažādus ar reālo dzīvi saistītus matemātikas uzdevumus. Šis bija arī viens no iemesliem, kāpēc savā maģistra darbā izvēlējos apkopot šādus uzdevumus un sniegt to atrisinājumus

Balstoties uz iegūtajiem rezultātiem varu secināt, ka:

1. Pirmajā nodaļā aplūkotais motivācijas jēdziens palīdz labāk izprast skolēnus un klases darbu kopumā. Blūma taksonomijas apraksts palīdz labāk veidot stundas darbu un piedāvāt skolēniem atbilstoša līmeņa uzdevumus.
2. Otrajā nodaļā aplūkotie uzdevumi – to saistība ar reālo dzīvi, palielina skolēnu motivāciju mācīties matemātiku, jo daudziem ir ļoti svarīgs tieši zināšanu praktiskais pielietojums.
3. Uzdevumiem sniegtie atrisinājumi atvieglo skolotāju darbu.
4. Uzdevumu klasifikācija atbilst vidusskolas matemātikas kursa tēmām, tādejādi skolotājam viegli orientēties piedāvātajos uzdevumos, lai sekmīgi veidotu jēgpilnu mācību procesu.

Literatūras saraksts

1. Geidžs N.L., Berliners D.C. Pedagoģiskā psiholoģija, Zvaigzne ABC, 1999
2. Ģingulis E. Attīstīsim savas matemātiskās spējas, Zvaigzne ABC, 1997
3. Lude I., Briņķe D. Matemātika 10. klasei 1. daļa, Pētergailis, 2008, 195 lpp.
4. Lude I., Briņķe D. Matemātika 10. klasei 2. daļa, Pētergailis, 2008, 191 lpp.
5. Slokenberga E., France I., France I. Matemātika 10. klasei, Lielvārds, 2009, 279 lpp.
6. Slokenberga E., France I., France I. Matemātika 11. klasei, Lielvārds, 2010, 320 lpp.
7. Slokenberga E., France I., France I. Matemātika 12. klasei, Lielvārds, 2011, 255 lpp.
8. Pedagoģijas terminu skaidrojošā vārdnīca, Zvaigzne ABC, 2000, 248 lpp.
9. Reber, A.S. Dictionary of Psychology, Penguin Books, 1995
10. Raščevska M. Psiholoģija vidusskolai, Zvaigzne ABC, 1999
11. http://iac.edu.lv/arhivs/numuri/raksti/6_Btaksonomija.DOC
12. http://imageshack.us/
13. http://refernet.lv/doc/Pareja%20uz%20macisanas%20rezultatiem_2008.pdf
14. http://www.dzm.lu.lv/mat/mat_prog_proj.pdf
15. http://www.dzm.lu.lv/pedagogiem/metodiskie_materiali/musdienigs_macibu_saturs_un_process/
16. http://www.nki-latvija.lv/content/files/Rauhvargers.pdf

Maģistra darbs „Jēdzienu un cēloņsakarību izpratne vidusskolas matemātikas kursā” izstrādāts LU Fizikas un matemātikas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autors: / Ieva Pundure /

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītāja: asoc. prof. Jānis Mencis __________________ 2013.

Recenzents:

Darbs iesniegts Matemātikas nodaļā ________2013.

Dekāna pilnvarotā persona: vecākā metodiķe Dzintra Holsta

Darbs aizstāvēts maģistra gala pārbaudījuma komisijas sēdē

____ 06.2013. prot. Nr._____

Komisijas sekretāre: docente Silvija Čerāne ____________________