

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS, MATEMĀTIKAS UN OPTOMETRIJAS
FAKULTĀTE
FIZIKAS NODAĻA

**BURBUĻU ĶĒDES
MAGNETOHIDRODINAMISKĀS PLŪSMAS
SADALĪJUMS DINAMISKAJĀS MODĀS**

BAKALaura DARBS

Autors: **Mārtiņš Klevs**

Studenta apliecības Nr.: mk18114

Darba vadītājs: Mihails Birjukovs, Andris Jakovičs

RĪGA 2021

Anotācija

Šis darbs demonstrē *dynamic mode decomposition* (DMD) analīzes lietderību un potenciālu divfāzu plūsmas analīzei. Tiek demonstrēts izstrādāts DMD algoritms, kas ir labi piemērots lielu, sarežģītu skaitliskās modelēšanas un/vai eksperimentā iegūto datu apstrādei. Tiek apskatīta vertikāla burbuļu ķēdes plūsma, taisnstūrīnā traukā, ar šķidro galliju, ar un bez ārēja, statiska horizontāla magnētiska lauka. Magnetohidrodinamiska (MHD) burbuļu plūsma tiek skaitliski modelēta ar galīgo tilpumu (hidrodinamika) un galīgo elementu (elektromagnētisms) metodēm. Tiek apskatīts, kā, mainot burbuļu ieplūdes ātrumu, un magnētiskā lauka stiprumu, tiek ietekmētas burbuļu plūsmas struktūras, un burbuļu astes plūsmas dinamika gan gallija traukā, gan atsevišķa ceļojoša burbuļa atskaites sistēmā. Tas tiek veikts, analizējot plūsmas ātruma lauka dinamisko modu telpiskās struktūras, un modu statistiku, vienas trajektorijas un kopējās plūsmas laikā.

Atslēgas vārdi: Sadalīšana dinamiskajās modās, Sadalīšana singulārajās vērtībās, Magnetohidrodinamika, Hidrodinamika, burbuļu plūsma, daudzfāzu plūsma, šķidrums metāls, Skaitliskā hidrodinamika

Abstract

This work demonstrates the usefulness and potential of dynamic mode decomposition (DMD) for multiphase flow analysis. A custom developed DMD algorithm is shown to be well-suited for analysing large and complex datasets obtained from numerical simulations and/or experiments. Vertical bubble chain flow in a rectangular vessel filled with gallium is studied without and with an applied static horizontal magnetic field. Magnetohydrodynamic (MHD) bubble flow is numerically modeled using the finite volume (hydrodynamics) and finite element (electromagnetism) methods. It is studied how changing the bubble inflow velocity and the magnetic field strength affects the bubble flow structures and the bubble wake flow dynamics in both the gallium vessel and the bubble reference frames. This is done by analyzing the statistics of the flow velocity field modes over trajectory time and total flow time, as well as their spatial patterns.

Keywords: Dynamic mode decomposition, Singular value decomposition, Magnetohydrodynamics, Hydrodynamics, bubble flow, multiphase flow, Computational fluid dynamics

Saturs

Apzīmējumu un saīsinājumu saraksts	5
1. IEVADS	8
1.1. Motivācija	8
1.2. Aktuālo pētījumu pārskats	9
1.3. Darba mērķis un uzdevumi	11
1.4. Autora ieguldījums	11
2. MODELĒTA MHD SISTĒMA	12
3. MHD BURBUĻU PLŪSMAS VIENĀDOJUMI	14
3.1. Vienādojumi elektromagnētiskam laukam	14
3.2. Hidrodinamikas vienādojumi	16
3.3. VOF vienādojumi	19
4. KLASISKĀ DMD TEORIJA	21
4.1. Izvirzījums Kūpmana modās	21
4.2. Algoritma apraksts	22
4.3. Algoritma ierobežojumi un problēmas	24
5. MODIFICĒTĀ DMD TEORIJA	26
5.1. Īpašfrekvenču un īpašmodu aprēķins	26
6. DATU PIRMSAPSTRĀDE DMD APRĒĶINIEM	30
7. PROGRAMMATŪRA	32
7.1. Skaitliskā modelēšana	32
7.1.1. OpenFOAM	32
7.1.2. isoAdvector	32
7.1.3. Elmer FEM	32
7.1.4. EOF-Library	32
7.2. Datu apstrāde	33
7.2.1. Python bibliotēkas	33

7.3. Datu vizualizācija	33
7.3.1. Paraview	33
7.3.2. Paraview caur Jupyter notebook (Python)	33
8. REZULTĀTI	34
8.1. Burbuļu ķēdes plūsmas dinamika	34
8.2. Šķidrums plūsmas modas gallija traukā	39
8.3. Burbuļu atskaites sistēma: trajektorijas un plūsmas struktūras	51
8.4. Burbuļu atskaites sistēma: astes plūsmas ātruma lauka DMD	58
9. PROVIZORISKIE REZULTĀTI: BURBUĻA VIRSMAS DMD MODAS	85
9.1. VOF α modas	85
9.2. Burbuļa virsmas modas	87
10. SECINĀJUMI	92
11. Publikācijas un konferences	96
12. PATEICĪBAS	97
Izmantotās literatūras un avotu saraksts	98
Pielikumi	104
A. Skaitlisko modeļu parametri	105
A.1. Sākuma un robežnosacījumi, VOF vienādojumiem	105
A.2. Skaitliskās modeļošanas parametri	105

Apzīmējumu un saīsinājumu saraksts

MHD	magnetohidrodinamika
DMD	sadalīšana dinamiskajās modās
SVD	sadalīšana singulārās vērtībās
PCA	principālo komponentu analīze
FT	Furjē transformācija
DFT	diskrētā Furjē transformācija
ML	magnētisks lauks
LIC	līnijintegrāļu konvolūcija
RMS	vidējais kvadrātiskais
\mathbb{R}	reālo skaitļu kopa
\mathbb{C}	komplekso skaitļu kopa
\vec{v}	ātruma lauks
t	laiks
e	Eilera skaitlis
π	pī konstante
p	spiediens
ρ	blīvums
$\Delta\rho$	blīvumu starpība
μ	dinamiska viskozitāte
γ	virsmas spraiguma koeficients
α	tilpuma daļas lauks
τ_{km}	sprieguma tenzors
\vec{g}	brīvās krišanas paātrinājums
\vec{E}	elektriskā lauka intensitāte
\vec{D}	elektriskā lauka indukcija
\vec{B}	magnētiskā lauka indukcija
\vec{H}	magnētiskā lauka intensitāte
ρ_e	elektrisko lādiņu blīvums
\vec{j}	strāvas blīvums
μ_0	vakuuma magnētiskā caurlaidība
ε_0	vakuuma dielektriska caurlaidība

c	gaismas ātrums vakuumā
σ	vadītspēja
\vec{B}_{ext}	ārēji pievadītā magnētiskā lauka indukcijas komponente
\vec{B}_{ind}	inducēta magnētiskā lauka indukcijas komponente
\vec{A}	magnētiskā lauka vektoru potenciāls
ϕ	elektriskā lauka skalārs potenciāls
∇	nabla operators
L	raksturīgā garuma skala
U	raksturīgā ātruma skala / kreiso singulāro vektoru matrica (atkarībā no konteksta)
τ	raksturīgā laika skala
ρ_0	raksturīgais blīvums
p_0	raksturīgais blīvums
g_0	raksturīgais brīvā kritiena paātrinājums
k_0	raksturīgais ieliekums
\dot{j}_0	raksturīgā strāva
σ_0	raksturīgā vadītspēja
k	izliekums
Re	Reinoldsa skaitlis
Fr	Froida skaitlis
N	Stjuarta skaitlis
Eo	Eotvosa skaitlis
X	bezdimensionāla fizikāla īpasība / sistēmas stāvokļu matrica (atkarībā no konteksta)
x_k	sistēmas stāvokļa vektors
Y	sistēmas stāvokļu matrica, vienu laika soli uz priekšu
A	sistēmas dinamikas operators, pilnajā reprezentācijā
ω_i	operatora A īpašvektori, pilnajā reprezentācijā
λ_i	operatora A īpašvektori, pilnajā / projekcijas reprezentācijā; operatora K īpašvektori, pilnajā / projekcijas reprezentācijā
C_k	DMD modu sākuma amplitūdas
V	labie singulāro vektoru matrica
S	singulāro vērtību matrica / ātruma lauka gradienta tenzora slīpsimetriskā daļa (atkarībā no konteksta)

\tilde{A}	sistēmas dinamikas operators, projekcijas reprezentācijā
$\tilde{\varphi}$	operatora \tilde{A} īpašvektori, projekcijas reprezentācijā; operatora \tilde{K} īpašvektori, projekcijas reprezentācijā
x'_k	sakrautās sistēmas stāvokļa vektors
K	Kūpmana operators / sakrautās sistēmas dinamikas operators (atkarīgs no konteksta)
K_+	sakrautās sistēmas dinamikas operators, laikā uz priekšu
K_-	sakrautās sistēmas dinamikas operators, laikā atpakaļ
M_0	sakrautās sistēmas stāvokļu matrica
M_1	sakrautās sistēmas stāvokļu matrica, vienu laika soli uz priekšu
\mathcal{F}	Furjē transformācija
\mathcal{F}^{-1}	inversā Furjē transformācija
ω	frekvence
Q	Q-faktors
Ω	ātruma lauka gradienta tenzora simetriskā daļa
a	DMD modas augšanas / dilšanas ātrums.

1. IEVADS

1.1. Motivācija

Burbuļu plūsma šķidrā metālā ir aktuāla daudzos metalurģiskos pielietojumos, piemēram, šķidra metāla maisīšanā, attīrīšanā, nepārtrauktā liešanā, kā arī ķīmiskajos reaktoros, utt. Papildus tam, ir iespējams lietot (daļā pielietojumu jau lieto) ārēju magnētisku lauku (ML), lai kontrolētu šķidrā metāla plūsmu, rezultāta, kontrolējot attiecīgo metalurģisko procesu [1–4]. Viena burbuļa radīta magnetohidrodinamiska (MHD) plūsma ir samērā labi izpētīta, daudzi aspekti no burbuļu kolektīvās dinamikas, it īpaši ML klātbūtnē, pagaidām nav labi izprasti [5–18]. Tas ne tikai ierobežo iespējas pilnveidot un optimizēt vairākus industriālus procesus, bet arī neļauj pilnveidot esošus burbuļu plūsmas modeļus, kā, piemēram, Eilera-Eilera un Lagranža reducētas jeb efektīvas modelēšanas pieejas, dēļ tā, ka nav labi zināms, kā burbuļi savā starpā mijiedarbojas šķidrā metālā, it īpaši MHD plūsmā [3, 19–21]. Neskatoties uz to, pastāv nesen fundamentālas dabas pētījumi, kas sāk apskatīt burbuļu ķēžu sistēmas, kas imitē industriālus apstākļus un burbuļu kolektīvo dinamiku [1, 2, 22–27].

Pastāv vairākas, plaši zināmas metodes, kā var apskatīt un analizēt plūsmas laukus. Šo metožu mērķis, parasti, ir pārveidot plūsmas ātrumu lauku tādā reprezentācijā, kuru ir vieglāk uzskatīt un interpretēt. Plaši pielietotas ātruma lauka reprezentācijas ir

- Virpuļainums ($\nabla \times \vec{u}$) – apraksta plūsmas līdzību virpulim katrā telpas punktā.
- Spirālisms (*helicity*, $\vec{u} \cdot (\nabla \times \vec{u})$) – apraksta plūsmas līdzību spirālei katrā telpas punktā.
- Q-faktors [28] – alternatīva metode kā aprakstīt virpuļu klātbūtni plūsmā.

un citas, uz ātruma lauka atvasinājumiem balstītas izteiksmes. Šāda veida metodes ļauj apskatīt kā šķidruma plūsma telpiski mainās apskatītajā apgabalā.

Papildus telpiskiem atvasinājumiem, bieži vien lieto spektrālas metodes kā *diskrēto Furjē transformāciju* (DFT), kas ļauj atdalīt dažādu lieluma skalu periodiskas struktūras laikā *vai* telpā. Ja apskatāmie dati satur periodiskas struktūras, tad DFT var lietot, lai reprezentētu sistēmu frekvenču telpā, kas ir daudz dabiskāka sistēmas reprezentācija. Toties ja apskatītajiem datiem ir liels telpisks datu dimensiju skaits, tad var būt ļoti grūti un neparocīgi analizēt tās laikā atkarīgo struktūru, jo DFT sistēmu nekādi nenovienkāršo.

Vēl viens, nedaudz modernāks, laikā mainīgu datu, analīzes veids ir *proper orthogonal decomposition* (POD), kas ir ekvivalents PCA. POD laikā mainīgus vairāku dimensiju

datu izsaka jaunā ortogonālā bāzē. Jaunās bāzes vektori ir izvēlēti tā, lai katrs nākamais ortogonālais vektors noklātu vislielāko iespējamo daļu no kopējiem datiem. Viena iespējama interpretācija ir ka katrs nākamais bāzes vektors satur pēc iespējas lielāku daļu no iepriekš neiekļautās sistēmas "enerģijas". Izmantojot POD, parasti tiek apskatīts kā laika gaitā mainās daži sistēmas galvenie POD bāzes vektori. POD radītā sistēmas reprezentācija parasti ir daudz vienkāršāka, nekā oriģinālā sistēma, bet, neskatoties uz to, nav garantijas, ka šāda reprezentācija ir fizikāli nozīmīga [29].

Jau kādu laiku eksistē mūsdienīga un aktīvi augoša pētījumu nozare, kuras pielietojumi aptver vairākas disciplīnas – tā ir metode, kura ir zināma kā sadalīšana dinamiskajās modās (*dynamic mode decomposition*, DMD). DMD kombinē aspektus gan no DFT, gan no POD. Tā vietā, lai ģenerētu ortogonālus bāzes vektorus, DMD algoritms konstruē svārstību modas ar svārstību frekvencēm un augšanas/dilšanas ātrumiem, kuras nav obligāti ortogonālas. Katras modas uzvedība laikā ir neatkarīga no citām modām. Atšķirībā no DFT, DMD ģenerē *mazu un izkliedētu* frekvenču kopu, kur katra frekvence ir sajūgta kopā ar savu telpisko modu, un kopā šie frekvenču un modu pāri, apraksta *galvenās* sistēmas dinamikas struktūras, telpā un laikā. Šāda pieeja ļauj iegūt vienkāršotu, un vienlaikus fizikāli nozīmīgu sistēmas reprezentāciju [29–31].

1.2. Aktuālo pētījumu pārskats

Uz doto brīdi jau ir pietiekami laba izpratne par to, kā uzvedas atsevišķi burbuļi šķidrā metālā, kas ir labi elektrovadošā vide, bez un ar ārējo ML [5–18]. Toties viena burbuļa MHD plūsma ir ļoti atšķirīga no vairāku burbuļu MHD plūsmas, kas ir parasti sastopama metalurģiskos procesos, kur burbuļi bieži mijiedarbojas savā starpā caur vairākiem fizikāliem mehānismiem [3, 21, 25, 26].

Plūsmām bez ML klātbūtnes pastāv vienkāršoti modeļi (Eilera-Eilera, Lagranža), kas ļauj tuvināti aprakstīt burbuļa plūsmas uzvedību [3, 19–21]. Diemžēl, eksistējošie modeļi nespēj precīzi aprakstīt MHD burbuļu plūsmu, tajā parādās svarīgi efekti, kuri izpaužas mērogā kas ir ap burbuļa raksturīgo garumu, (inducēta strāva ap burbuli, strāvas radītais Lorenca spēks, u.c.), un šiem efektiem, uz doto brīdi, nav laba empīriskā/statistiskā modeļa, kas ļautu izvairīties no atsevišķu burbuļu modelēšanas atklāta veidā.

Lai gūtu izpratni par burbuļainas MHD plūsmas kopējo dinamiku, sākumā ir jāizprot mijiedarbības starp blakusesošiem burbuļiem. Vienkāršs veids, kā apskatīt tikai blakuse-

sošu burbuļu mijiedarbību, ir burbuļus laist iekšā šķidrumā ķēdē. Šādā veidā ir iespējams izolēti apskatīt burbuļu dinamiku pie plūsmas parametriem, kad sāk parādīties burbuļu mijiedarbība caur apkārtējo metāla plūsmu [1, 2, 22–27]. Atziņas, kas tiek iegūtas no vienkāršotas burbuļu ķēdes sistēmas analīzes, pēc tam varēs pārnest uz sarežģītāku sistēmu pētījumiem, kur atsevišķus mijiedarbības procesus būtu grūtāk atdalīt.

Burbuļu ķēdes plūsma ar nemainīgu gāzes padeves ātrumu ir bieži kvazi-periodisks process, kur burbuļu ieplūdi un kustību var tuvināti aprakstīt kā vairāku periodisku procesu un perturbāciju kombināciju. Šī iemesla dēļ, DMD ir laba metode kā analizēt burbuļu ķēdes plūsmas, jo DMD atdala vizizteiktākās telpiskas struktūras, kas svārstās ar noteiktu frekvenci un aug vai dilst ar noteiktu ātrumu. DMD bija oriģināli attīstīts tieši lai analizētu hidrodinamiskas sistēmas [30]. Kopš tā pirmsākumiem, DMD tika pielietots, lai analizētu plūsmas nestabilitātes un virpuļu atraušanos [31–34]. DMD ir arī pielietots meteoroloģiskiem datiem [35], video apstrādē [36, 37], elektrokortikogrāfiju (*electrocortigraphy*) analīzē [38, 39], saules plankumu datu analīzē [40], un vairākās citās jomās.

Ir bijuši pāris gadījumi, kur DMD ir tika pielietots MHD plūsmu analīzē, [41, 42] un DMD arī bija izmantots burbuļu plūsmu analīzē [43, 44], bet šajos gadījumos burbuļu dinamika netika modelēta atklātā veidā jeb netika modelēta katra burbuļa individuāla formas dinamika. Uz doto brīdi literatūrā (pēc autora zināšanām šī darba rakstīšanas laikā) nav gadījumu, kad DMD būtu pielietots divfāžu plūsmai ar skaidri izšķirti burbuļiem, it īpaši burbuļu ķēdēm, kas ceļas dēļ peldspējas, ar vai bez ML. Šajā rakstā autors izmanto DMD, lai no MHD burbuļu sistēmas atvasinātu galvenās telpiskās ātruma lauka svārstības modas, kur caur šķidru metālu taisnstūrveida traukā ceļas deformējamo burbuļu ķēde. Autors novēro, kā ārēji pievadīts laikā nemainīgs horizontāls ML un dažādi gāzes ieplūdes ātrumi ietekmē DMD modu spektru un modu telpiskās struktūras, gan statiskajā (trauka) atskaites sistēmā, gan burbuļu atskaites sistēmā. Šim nolūkam autors ir ieviesis modificētu DMD algoritmu, kas ir gan izturīgs pret troksni, gan ir ar salīdzinoši mazu atmiņas patēriņu, pateicoties īpašai sistēmas stāvokļu korelācijas stratēģijai (*augstākas kārtas DMD* [45]) un tiešsaistes sadalīšanas singulārās vērtībās (*singular value decomposition, SVD*) algoritma izmantošanai (*MOSES SVD* [46]).

1.3. Darba mērķis un uzdevumi

Darba galvenais mērķis ir demonstrēt DMD lietderību MHD burbuļu plūsmas sistēmu analīzei. Darba uzdevumi ir:

- Veikt skaitlisku modelēšanu burbuļu MHD ķēdes plūsmas sistēmai.
- Veikt modelēšanas rezultātu pirmsapstrādi un DMD analīzi.
- Vizualizēt no modelēšanas un DMD iegūtos rezultātus un veikt to fizikālu interpretāciju.

1.4. Autora ieguldījums

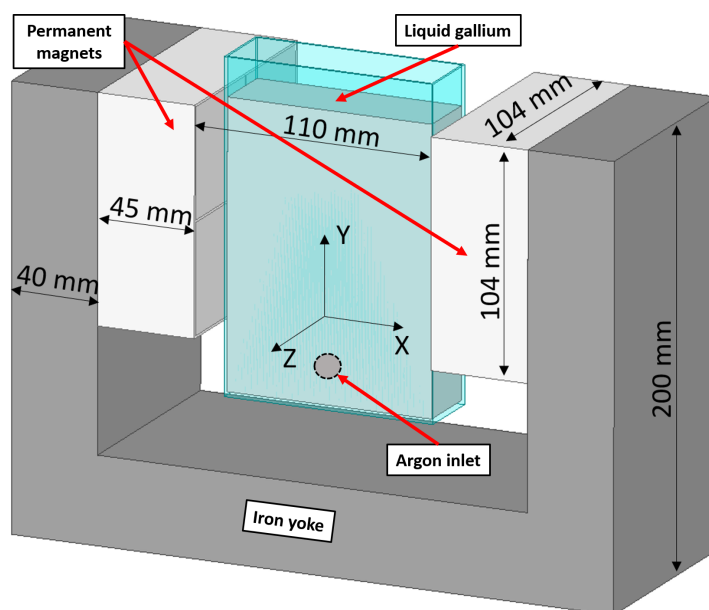
Darba autora ieguldījums ir:

- Modificēta, datu trokšņa izturīga un zema atmiņas patēriņa DMD algoritma izveide.
- Darbā aprakstītās sistēmas skaitliska modelēšana ar OpenFOAM un Elmer, izmantojot EOF-Library.
- Skaitliskā modeļa datu vizualizācija un pēcapstrāde ar ParaView.
- Simulāciju datu pirmsapstrāde DMD aprēķiniem
- DMD veikšana uz apstrādātajiem datiem, izmantojot izveidoto Python implementāciju izstrādātam DMD algoritmam.
- DMD modu pēcapstrāde un vizualizācija ar Paraview.

Bez tam, darba autors ir piedalījies MHD burbuļu plūsmas dinamiskās neitronu radiogrāfijas eksperimentos *Paul Scherrer Institut*, Šveicē. Eksperimenti notika *ICON* neitronu starā – to gaitā, darba autors ir palīdzējis veikt sagatavi eksperimentiem un piedāvājis vienu no atslēgas idejām darba vadītāja izstrādātā attēlu apstrādes koda eksperimentālai validācijai.

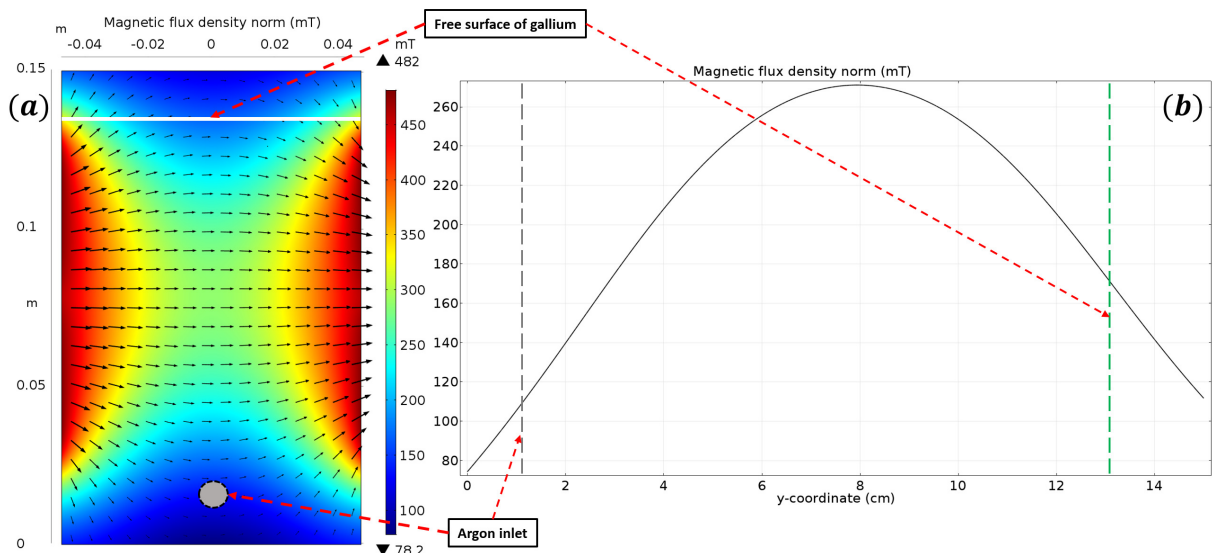
2. MODELĒTA MHD SISTĒMA

Apskatāmā fizikālā sistēma ir vertikāla argona (Ar) burbuļu ķēdes plūsma šķidrājā gallijā (Ga), $150 \times 90 \times 30 \text{ mm}$ taisnstūrveida stikla traukā (Attēls 2.1, 2.2). Attēlos 2.1, 2.2 y ass ir vērsta uz augšu, toties turpmāk šajā darbā tiks izmantotas koordinātu sistēma, kurā z ir vērsts uz augšu, y ir vērsts trauka šaurākajā virzienā, un x ir vērsts tāpat kā iepriekš minētajos attēlos. Argona burbuļi tiek ievadīti trauka apakšā un, peldspējas dēļ, ceļo uz augšu. Ga brīvā virsma ir 130 mm augstumā. Statisks horizontāls ML tiek radīts, izmantojot pastāvīgo magnētu un dzelzs serdes sistēmu, kur šķidrā metāla trauks ir novietots kā redzams Attēlā 2.1. Iegūtā ML konfigurācija ir parādīta attēlā 2.2a. Šī ir īsta fizikālā sistēma ar ko ir bijuši veikti iepriekšēji eksperimenti [1, 22]. Šai sistēmai ir salīdzinoši lielāks biezums y virzienā (30 mm), nekā līdzīgām iepriekšējām sistēmām [25, 26]. To izskaidro fakts, ka iepriekšējos pētījumos [25, 26] tika izmantoti rentgena stari, lai veiktu tiešos burbuļu novērojumus, toties šeit apskatītā sistēma tiek analizēta izmantojot neitronu staru, kas ļauj apskatīt biezākus paraugus [1, 22].



2.1. Attēls. Gallija trauks, novietots magnētu sistēmā [1, 22].

Gallija trauks ir taisīts no kvarca stikla bez bora piemaisījumiem, lai izvairītos no aktivācijas neitronu starā, un nevada elektrību. Gallija trauka, un ieplūdes caurules magnētiskā un elektriskā caurlaidība ir ~ 1 . Gallija blīvums un dinamiskā viskozitāte: $\rho_{Ga} = 6080 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{Ga} = 1.97 \text{ mPa} \cdot \text{s}$; gallija/argona fāzu robežas spraiguma koeficients: $\gamma = 0.72 \text{ N/m}$; argona blīvums un dinamiskā viskozitāte: $\rho_{Ar} = 1.784 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{Ar} = 2.30 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$; Gallija elektrovadītspēja: $3.70 \cdot 10^6 \text{ S/m}$.



2.2. Attēls. (a) ML gallija trauka vidusplaknē un (b) ML lielums caur centrālo vertikālo asi [22].

Tiek apskatīti četri gadījumi ar dažādiem sistēmas parametriem, lai ilustrētu, kā DMD var izmantot, lai novērtētu efektus, ko rada ML un dažādi argona gāzes ieplūdes ātrumi:

- 30 *sccm* plūsmas ātrums, bez ML
- 100 *sccm* plūsmas ātrums, bez ML
- 30 *sccm* plūsmas ātrums, ~ 265 *mT* horizontālais ML burbuļu plūsmas apgabalā
- 100 *sccm* plūsmas ātrums, ~ 265 *mT* horizontālais ML burbuļu plūsmas apgabalā

kur *sccm* apzīmē standarta kubikcentimetrus minūtē. 30 *sccm* plūsmas ātrums radīs efektīvu viena burbuļa plūsmas režīmu, lai parādītu atšķirības, kuras kolektīvā dinamika ievieš sistēmā pie 100 *sccm*.

Dati DMD analīzei tiek ģenerēti, skaitliski modelējot iepriekš minēto sistēmu uzskaitītajos apstākļos, izmantojot skaitlisko modeli, kas izklāstīts [1, 22] (izmantojot *EOF-Library* [47]), $Rm \ll 1$ (magnētiskais Reynolds skaitlis) tuvinājumā. Tas tiek darīts, lai izslēgtu inducētā ML ieguldījumu kopējā ML – inducētā ML ietekmes izpēte ir paredzēta kā viens no nākotnes pētījumiem un ir ārpus šī darba konteksta.

3. MHD BURBUĻU PLŪSMAS VIENĀDOJUMI

3.1. Vienādojumi elektromagnētiskam laukam

Inducēto elektromagnētisko lauku gallijā un argona burbuļos apraksta Maksvela vienādojumi:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_e \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.4)$$

kur \vec{E} – elektriskā lauka intensitāte, \vec{D} – tā indukcija, \vec{B} – magnētiskā lauka indukcija, \vec{H} – magnētiskā lauka intensitāte, ρ_e – elektrisko lādiņu blīvums, ϵ_0 – vakuuma dielektriska caurlaidība, μ_0 – vakuuma magnētiska caurlaidība, \vec{j} – strāvas blīvums.

Gan gallijam, gan argonam apskatītajā kontekstā nav magnētisko un dielektrisko īpašību. Tas ir, tie nav polarizējami vai magnetizējami, tajos nav brīva elektriska lādiņa, un to relatīvas dielektriskā un magnētiskā caurlaidības ir vienādas ar 1. Līdz ar to spēkā ir $\rho_e = 0$, $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ un $\vec{H} = \mu_0^{-1} \vec{B}$, no kā seko

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.5)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.6)$$

kur c ir gaismas ātrums vakuumā, μ_0 ir vakuuma magnētiskā caurlaidība un ϵ_0 ir vakuuma dielektriskā caurlaidība.

No (3.6) var parādīt, ka bīdes strāvas relatīvo nozīmīgumu nosaka bezdimensionālais skaitlis $(2\pi\epsilon_0)/\sigma\tau$, kur σ ir elektrovadītspēja un τ ir raksturīgs laika mērogs elektriskā lauka indukcijas izmaiņām. Ņemot vērā gallija vadītspēju (argonā strāva netiek inducēta), ir skaidrs, ka lai bīdes strāva būtu vērā ņemama, jābūt spēkā $1/\tau \sim 10^{16} \text{ Hz}$. Dotajā sistēmā tas nav sagaidāms, līdz ar ko

$$\frac{2\pi\epsilon_0}{\sigma\tau} \ll 1 \Rightarrow \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \rightarrow \vec{0} \quad (3.7)$$

Pārejot no \vec{E} un \vec{B} uz magnētiskā lauka vektorpotenciālu \vec{A} un elektriskā lauka skalāru potenciālu ϕ

$$\vec{B}_{ind} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.8)$$

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad (3.9)$$

kur \vec{B} tiek sadalīts ārējā, laikā nemainīgā laukā \vec{B}_{ext} , un inducētā, laikā mainīgā laukā \vec{B}_{ind} :

$$\vec{B} = \vec{B}_{ind} + \vec{B}_{ext} \quad (3.10)$$

no vienādojumiem (3.3) un (3.6) var iegūt

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{j} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \phi) + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \right) \quad (3.11)$$

No (3.7) un (3.9) seko, ka

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{0} \Rightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0} \Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \phi) \quad (3.12)$$

kas nozīmē, ka otrais loceklis (3.11) labajā pusē ir identiski vienāds ar nulli, un pielietojot Kulona nosacījumu $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ nonāk līdz

$$\underbrace{\nabla^2 \vec{A}}_{\text{Difūzija}} + \underbrace{\mu_0 \vec{j}}_{\text{Elektriskā strāva}} = \vec{0} \quad (3.13)$$

Strāvas blīvumu \vec{j} nosaka izteiksme

$$\vec{j} = \sigma \left(-\nabla\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \underbrace{\vec{v} \times (\nabla \times \vec{A} + \vec{B}_{ext})}_{\text{Metāla kustības inducēta strāva}} \right) \quad (3.14)$$

kur \vec{v} ir metāla plūsmas ātruma lauks. Iepriekšējās skaitliskās simulācijas parādīja, ka apskatītajā sistēmā \vec{A} laika atvasinājumam nav manāmas ietekmes uz elektrisko strāvu [1, 22], līdz ar ko tas tiks izslēgts no (3.14).

No lādiņa nepārtrauktības vienādojuma

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (3.15)$$

ņemot vērā $\rho_e = 0$ izriet

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (3.16)$$

Lai iegūtu vienādojuma (3.13) bezdimensionālo formu, ievieš raksturīgo izmēra mērogu L un raksturīgo ātrumu U , kā arī skalas pārējiem fizikāliem lielumiem (ar nulles indeksu): $\sigma_0 = \sigma_{Ga}$, $B_0 = |\vec{B}_{ext}|$. Ievērojot

$$\vec{B}_{ind} = \nabla \times \vec{A} \Rightarrow B_0 \sim \frac{A_0}{L} \quad (3.17)$$

$$\nabla \phi \sim \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A} + \vec{B}_{ext}) \Rightarrow \phi_0 \sim U A_0 \quad (3.18)$$

un, ievietojot (3.14) iekš (3.13), iegūst

$$\nabla^2 \vec{A} + Rm \cdot \sigma \left(-\nabla \phi + \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A} + \vec{B}_{ext}) \right) = \vec{0} \quad (3.19)$$

kur *visi fizikālie lielumi ir bezdimensionāli* un Rm ir magnētiskais Reynoldska skaitlis

$$Rm = \mu_0 \sigma_0 U L \quad (3.20)$$

kas šajā kontekstā nosaka to, cik lielu daļu no ārējā lauka indukcijas sastāda metāla kustības inducētais lauks. Vienādojums (3.16), savukārt, ir invariants pret mērogu.

Zemāk tiks parādīts, ka šajā darbā apskatītajiem gāzes plūsmas ātrumiem $Rm \rightarrow 0$. Dēļ tā un arī DMD testēšanas vienkāršības labad inducētais magnētiskais lauks netiek ņemts vērā aprēķinos.

3.2. Hidrodinamikas vienādojumi

Ņemot vērā, ka sagaidītie ātrumi argonam un gallijam ir par kārtām mazāki par attiecīgajiem skaņas izplatīšanas ātrumiem, un ka hidrostatisks spiediens nav ekstremāli liels, gallija un argona plūsmu var uzskatīt par nespiežamu. Šajā tuvinājumā atbilstošais Navjē-Stoksa vienādojums ir

$$\underbrace{\rho \frac{d\vec{v}}{dt}}_{\text{Kopējais maiņas ātrums}} = - \underbrace{\nabla p}_{\text{Spiediena gradients}} + \underbrace{\nabla \cdot \tau_{km}}_{\text{Viskozie spēki}} + \underbrace{\rho \vec{g}}_{\text{Gravitācija}} + \underbrace{\vec{j} \times \vec{B}}_{\text{Lorenca spēks}} + \underbrace{\gamma k \vec{n}_{\partial D}}_{\text{Virsmas spraigums}} \quad (3.21)$$

$$\tau_{km} = \mu \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_m} + \frac{\partial v_m}{\partial x_k} \right); \quad \vec{n}_{\partial D} = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \vec{n}; \quad \forall \vec{r}_0 \in \partial D \quad (3.22)$$

kur ρ ir blīvums, μ ir dinamiskā viskozitāte, p ir spiediens, \vec{g} ir gravitācijas paātrinājums, \vec{j} ir strāvas blīvums, $\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \nabla \times \vec{A}$ ir magnētiskais lauks, γ ir virsmas spraiguma koeficients, k ir lokālais burbuļa virsmas izliekums (apgrieztais liekuma rādiuss), \vec{n} ir burbuļa virsmas normāles vektors.

Spēkā ir arī nepārtrauktības vienādojums atbilstošā formā:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.23)$$

Ieviešot sistēmas izmēru mērogu L , raksturīgo ātrumu U un laika mērogu $\tau = L/U$, kā arī citu fizikālo lielumu skalas (ar indeksu 0) $\rho_0 = \rho_{Ga}$, $p_0 = \rho_0 U^2$, $g_0 = |\vec{g}|$, $k_0 = L^{-1}$, $j_0 = \sigma_0 U B_0$, $\mu_0 = \mu_{Ga}$, $\sigma_0 = \sigma_{Ga}$, un ievietojot tās vienādojumā (3.21), iegūst tā bezdimensionālu versiju:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{\nabla \cdot \tau_{km}}{Re} + \frac{\rho \vec{g}}{Fr^2} + N \left(\vec{j} \times \vec{B} \right) + \frac{2k_1 \vec{n}_{\partial D}}{Eo} \quad (3.24)$$

kur *visi fizikālie lielumi ir bezdimensionāli*. Šeit Re – Reynoldska skaitlis, Fr – Froida skaitlis, N – Stjuarta skaitlis, Eo – Eotvosa skaitlis. Vienādojums (3.23) ir invariants pret mērogu.

Re raksturo proporciju starp plūsmas inerciāliem spēkiem un viskoziem spēkiem. Skaitļa lielums ļauj novērtēt vai plūsma ir lamināra, pārejas vai turbulenta:

$$Re = \frac{UL}{\nu_0} \quad (3.25)$$

Fr uzdod attiecību starp plūsmas inerciāliem spēkiem un gravitācijas spēku. Šis skaitlis nosaka peldspējas nozīmīgumu burbuļu plūsmas dinamikā:

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{g_0 L}} \quad (3.26)$$

N izsaka Lorenca un plūsmas inerciālo spēku relatīvo nozīmīgumu dotajā sistēmā:

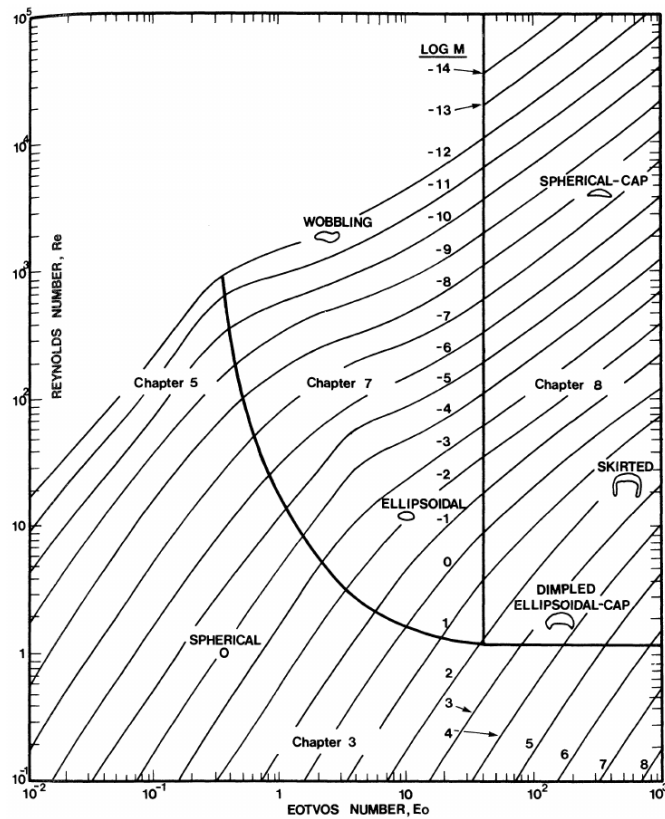
$$N = \frac{\sigma_0 L B_0^2}{\rho_0 U} \quad (3.27)$$

Eo raksturo proporciju starp gravitācijas spēku un burbuļa virsmas spraiguma spēku.

$$Eo = \frac{g_0 L^2 \cdot \Delta\rho}{\gamma} \quad (3.28)$$

kur $\Delta\rho$ ir abu šķidrums fāzu blīvumu starpība. Gallija un argona gadījumā $\Delta\rho \rightarrow \rho_{Ga}$.

Eo kombinācijā ar Re raksturo burbuļa virsmas dinamiku, burbulim ceļoties uz augšu. Attēlā 3.1 ir parādīts, kā mainās burbuļa raksturīga forma atkarībā no Re un Eo bez ML.



3.1. Attēls. Burbuļu dinamikas pie dažādiem bezdimensionāliem burbuļa skaitļiem, [48]

Tabula 3.1 sevī ietver aptuvenus sistēmas raksturīgos bezdimensionālos skaitļus divām raksturīgām garuma skalām: burbuļa diametrs un trauka platums. Skaitļi ir ļoti aptuveni un ir domāti, lai parādītu aptuvenas lieluma skalas. Pēc attēla 3.1 var redzēt, ka sagaidāmi burbuļi ar perturbētu ("wobbling") eliptisku formu, kas nozīmē ka burbuļi, ceļoties uz augšu, svārstās dēļ mijiedarbības ar apkārtējo metāla plūsmu. Protams, attēla 3.1 sevī neietver Stjuarta skaitli (N), jo dotā diagramma neņem vērā MHD efektus. Apskatītas

sistēmas bezdimensionālo grupu vērtību intervālu novērtējums ir pieejams arī [1].

	Burbulis	Trauka y garums
L, mm	5	30
$U, m/s$	0.45	0.45
Re	7000	43000
Fr	2.0	0.83
Eo	2	–
N	0.47	2.8
Rm	0.01	0.06

3.1. tabula

Aptuvenie sistēmas bezdimensionālie skaitļi divām raksturīgām garuma skalām: burbuļa diametrs un trauka platums.

3.3. VOF vienādojumi

Volume of fluid (VOF) metode izšķir fāzes (gallijs un argons) izmantojot tilpuma daļas lauku α , kas apraksta cik lielā proporcijā katrā no fāzēm atrodas telpas punktos:

$$\alpha(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \text{gallijs} \\ 1, & \text{argons} \end{cases} \quad (3.29)$$

α pārnesi nosaka tās nepārtrauktības vienādojums:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \alpha = 0 \quad (3.30)$$

un α lauks attiecīgi nosaka lokālās šķidrums fizikālās īpašības. Šajā gadījumā elektro-
dītspēju, blīvumu un dinamisku viskozitāti nosaka sekojošā bezdimensionāla sakarība:

$$X = (1 - \alpha) + \alpha \cdot \frac{X_{Ar}}{X_{Ga}} \quad (3.31)$$

kur X ir bezdimensionāla fizikālā īpašība.

Ir svarīgi atcerēties, ka diskretizētā modelī $\alpha \in (0; 1)$ šūnās, kur atrodas abu šķidrumu robeža. Tas nozīmē, ka šūnas materiālās īpašības tiks lineāri interpolētas. Navjē-Stoksa vienādojums šādā formulējumā ir

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{\nabla \cdot \tau_{km}}{Re} + \frac{\rho \vec{g}}{Fr^2} + \frac{\rho k}{Eo} \nabla \alpha + N (\vec{j} \times \vec{B}) \quad (3.32)$$

kur k tiek aprēķināts kā

$$k = -\nabla \cdot \vec{n}; \quad \vec{n} = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \quad (3.33)$$

un bez izmaiņām spēkā ir (3.23).

Ņemot vērā, ka elektrovadītspēja VOF ietvaros ir telpā mainīga, vienādojums priekš ϕ , izrakstot (3.16) un ņemot vērā (3.14), ir sekojošs:

$$\nabla (\sigma \nabla \phi) = \nabla (\sigma \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.34)$$

4. KLASISKĀ DMD TEORIJA

4.1. Izvirzījums Kūpmana modās

Apskatīsim dinamisku sistēmu, kura laikā attīstās no stāvokļa x_k uz x_{k+1} uz daudzveidības (*manifold*) M tā, ka $x_k \in M$ spēkā

$$x_{k+1} = f(x_k) \quad (4.1)$$

kur f ir attēlojums no M uz pašu M , kas nosaka sistēmas evolūciju laika soļos $k \in \mathbb{Z}$. Kūpmana operators (*Koopman operator*) ir lineārs bezgalīgi-dimensionāls operators K , kas iedarbojas uz skalārām funkcijām uz M tā, ka jebkurai skalārai funkcijai $g : M \rightarrow \mathbb{R}$, K attēlo g par jaunu funkciju Kg :

$$Kg(x) = g(f(x)) \quad (4.2)$$

$\varphi_i : M \rightarrow \mathbb{R}$ apzīmē īpašfunkcijas un $\lambda_i \in \mathbb{C}$ apzīmē īpašvērtības Kūpmana operatoram,

$$K\varphi_i(x) = \lambda_i\varphi_i(x). \quad (4.3)$$

Augstāk apskatītai MHD sistēmai nepieciešams apskatīt vektoriālu lauku (ātruma, virpuļainības, utt.) DMD. Apskatīsim vektoriālu funkciju $\vec{g} : M \rightarrow \mathbb{R}^p$ kas izsaka izmērāmo lauku sistēmā. Ja katra no tās skalārām komponentēm pieder īpašfunkciju φ_i lineārai čaulai, tad var izvirzīt \vec{g} caur φ_i kā [49]:

$$\vec{g}(\vec{x}) = \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_i(\vec{x}) \vec{v}_i \quad (4.4)$$

Ja \vec{g} komponentes *nepieder* φ_i lineārai čaulai, var sadalīt K regulārās un singulārās komponentēs, un projicēt \vec{g} komponentes uz īpašfunkciju lineāro čaulu [49]. Izteiksmi (4.4) parasti apskata kā $\vec{g}(\vec{x})$ izvirzījumu \vec{v}_i lineārā kombinācijā, bet tas ir ekvivalents $\vec{g}(\vec{x})$ izvirzījumam φ_i lineārā kombinācijā, kur \vec{v}_i ir vektoriālie koeficienti izvirzījumam. Šajā darbā īpašfunkcijas φ_i tiks sauktas par kūpmana īpašfunkcijām, un attiecīgās \vec{v}_i no (4.4) par Kūpmana modām attēlojumam f priekš \vec{g} .

No (4.1) un (4.2), sistēmas evolūcija laikā no stāvokļa \vec{x}_0 ir uzdots sekojoši:

$$\vec{g}(\vec{x}_k) = \sum_{i=0}^{\infty} K^k \varphi_i(\vec{x}_0) \vec{v}_i = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i^k \varphi_i(\vec{x}_0) \vec{v}_i \quad (4.5)$$

4.2. Algoritma apraksts

Klasiskais DMD algoritms aprēķina tuvinātu lineāru operatoru A , kas reprezentē apskatāmo sistēmu (lineāru vai nelineāru), un spēj pārnest sistēmu vienu laika soli uz priekšu. DMD kontekstā, sistēmas stāvokļus attēlo, izmantojot matricas

$$X_{m \times n} = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ x_0 & x_1 & \cdots & x_{n-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}, \quad Y_{m \times n} = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ | & | & & | \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

kur x_i ir kolonnu vektors, kas attēlo sistēmas stāvokli i -tajā laika solī. Kolonnas Y matricā ir sistēmas stāvokļi, kas ir par vienu laika soli pavirzīti uz priekšu no attiecīgajiem stāvokļa vektoriem X matricā. Šeit tiek pieņemts, ka stāvokļi ir secīgi un sadalīti vienāda garuma intervālos. No šī sistēmas laikā attīstības vienādojumu var izteikt kā

$$AX = Y \quad (4.7)$$

Lai noteiktu DMD jeb Kūpmana modu frekvences, ir jāaprēķina A kompleksās īpašvērtības λ_i un īpašvektori ω_i :

$$A\omega_i = \lambda_i\omega_i \quad (4.8)$$

kur ω_i veido A lineāro čaulu:

$$Ax_i = x_{i+1} \quad (4.9)$$

Laika atkarību var izteikt caur λ_i un ω_i :

$$A^n x_j = x_{j+n} = \sum_k C_k \lambda_k^n \varphi_k = \sum_k C_k e^{a_k t} e^{i\omega_k t} \varphi_k \quad (4.10)$$

Ja sistēmā notiek periodiski un/vai kvazi-periodiski procesi, ω_i un λ_i atspoguļo raksturīgās laika skalas sistēmā. DMD atdala dinamiku pēc laika skalām, un ar to saistītās sistēmas struktūras (modas) var analizēt atsevišķi.

Parasti matricas X un Y ir ļoti lielas, jo tās ir noteiktas ar (parasti smalku) 2D / 3D attēlu izšķirtspēju vai mērījumu punktu kopu no eksperimentiem, vai skaitliskā modeļa režģi. Tāpēc precīzi noteikt matricu A nav iespējams. Parasti lielāko daļu sistēmas

stāvokļu informācijas, kas glabājas X un Y , var tuvināti rekonstruēt ar pāris lielumu kārtām mazāku datu apjomu, t.i., pietiekami labi, lai atspoguļotu galvenās struktūras sistēmā. Tas izriet no tā, ka apskatītajām sistēmām parasti ir koherentas struktūras, kas ir daudz lielākas nekā viens mērīšanas punkts, un tāpēc lielu daļu smalko detaļu var neņemt vērā, nezaudējot nozīmīgu informāciju.

Lai aprēķinātu sistēmas īpašvērtības, tiek izmantota *sadalīšana singulārās vērtībās* (SVD), kas sadala doto stāvokļu matricu trijās matricās:

$$X_{m \times n} = U_{m \times k} S_{k \times k} V_{k \times n}^* \quad (4.11)$$

kur $UU^* = I$, $VV^* = I$, $S = \text{diag}(\sigma_i)$, $k = \min(m, n)$. S ir diagonāla matrica, kas satur X singulārās vērtības σ_i dilstošā secībā. Ja X datiem ir lielas koherentas struktūras, tad σ_i vērtības ātri dils, pieaugot i . Šī īpašība tiek izmantota, lai izveidotu aptuvenu X matricu, ņemot tikai pirmās r singulārās vērtības – to sauc par reducēto (saīsināto) SVD, kas tiks turpmāk izmantots:

$$X_{m \times n} \approx U_{m \times r} S_{r \times r} V_{r \times n}^* \quad (4.12)$$

kur $r \ll k$. Ar iepriekš minēto, (4.7) var pārrakstīt kā:

$$AUSV^* = Y \quad (4.13)$$

no kā var iegūt A :

$$A = YVS^{-1}U^* \quad (4.14)$$

Tagad ir nepieciešams projicēt A apakšstelpā ar mazāku dimensiju skaitu, kas tiek saņemts, izmantojot matricas līdzības transformāciju:

$$\tilde{A}_{r \times r} = U_{r \times m}^* A_{m \times m} U_{m \times r} \quad (4.15)$$

kur \tilde{A} ir A projekcija. Tas tiek darīts, jo \tilde{A} īpašvērtību aprēķins ir daudz vienkāršāks nekā A un, pēc definīcijas, abu matricu īpašvērtības ir identiskas. Pārkartojot (4.15) un ievietojot to (4.14), iegūst:

$$\tilde{A} = U^* Y V S^{-1} \quad (4.16)$$

Tagad var aprēķināt īpašvērtības λ_i un īpašvektorus φ_i :

$$\tilde{A}\tilde{\varphi}_i = \lambda_i\tilde{\varphi}_i \quad (4.17)$$

un pēc tam īpašvektori $\tilde{\varphi}_i$ tiek pārveidoti atpakaļ uz matricas A bāzi caur

$$\varphi_i = U\tilde{\varphi}_i \quad (4.18)$$

Visu apkopojot, klasiskais DMD algoritms ir šāds:

Algoritms 1: Klasiskais DMD

1 kārtojiet datus $\begin{bmatrix} | & | & & | \\ x_0 & x_1 & \cdots & x_n \\ | & | & & | \end{bmatrix}$ matricās

$$X = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ x_0 & x_1 & \cdots & x_{n-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ | & | & & | \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

2 Aprēķiniet saīsināto SVD no X

$$X_{m \times n} = U_{m \times r} S_{r \times r} V_{r \times n}^* \quad (4.20)$$

3 Definējiet matricu

$$\tilde{A} = U^* Y V S^{-1} \quad (4.21)$$

4 Aprēķiniet \tilde{A} īpašvērtības un īpašvektorus

$$\tilde{A}\tilde{\varphi}_i = \lambda_i\tilde{\varphi}_i \quad (4.22)$$

5 Aprēķiniet sistēmas pilnās DMD modas.

$$\varphi_i = U\tilde{\varphi}_i \quad (4.23)$$

6 (Pēc izvēles) Aprēķiniet DMD modu sākotnējās amplitūdas [33]

4.3. Algoritma ierobežojumi un problēmas

Klasiskais DMD algoritms ir jutīgs pret troksni datos, jo troksnis rada kļūdas ģenerētajās īpašvērtībās. Tika novērots, ka apskatītajai MHD sistēmai un vairākiem etaloniem (citām

vienkāršotām sistēmām), ja paredzamo īpašvērtību lielumi ir tuvu 1, t.i., tie atrodas vai gandrīz atrodas uz vienības apla kompleksajā plaknē, tad, pat salīdzinoši augstai signāla un trokšņa attiecībai, troksnis var nedaudz samazināt īpašvērtības lielumus, un dēļ tā pieaug saistītie dilšanas ātrumi, kas rezultātā slāpē DMD modas līdz gandrīz nulles amplitūdai.

SVD algoritms visus sistēmas stāvokļa datus apstrādā vienlaikus. Ja ievades datu kopa ir ļoti liela, SVD būs nepieciešams liels datora operatīvās atmiņas apjoms. Tas var padarīt neiespējamu datu kopu apstrādi no augstas izšķirtspējas skaitliskām simulācijām un eksperimentiem datoros bez ievērojamiem atmiņas resursiem.

Lai šo problēmu risinātu, šajā darbā tiek piedāvāta pieeja, kas apvieno vairāku blakus esošu (laikā) sistēmas stāvokļu korelāciju ar tiešsaistes SVD algoritmu.

5. MODIFICĒTĀ DMD TEORIJA

5.1. Īpašfrekvenču un īpašmodu aprēķins

Vienādojumu (4.9) var vispārināt, iekļaujot vairāk nekā vienu iepriekšēju sistēmas stāvokli:

$$x_k = A_1 x_{k-1} + A_2 x_{k-2} + \cdots + A_d x_{k-d} \quad (5.1)$$

Šī pieeja korelē secīgus sistēmas stāvokļus ar vairākiem iepriekšējiem stāvokļiem, kurus var izteikt kā

$$x'_{k+1} = K x'_k \quad (5.2)$$

kur

$$x'_k = \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \cdots \\ x_{k-d+1} \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3 & \cdots & \mathbf{A}_{d-1} & \mathbf{A}_d \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

un \mathbf{I} un $\mathbf{0}$ ir $n \times n$ vienības un nulles matricas, kur n ir x_k dimensija. Būtībā (5.1) ir lineāra kombinācija no sistēmas stāvokļa evolūcijas soļiem (kā tas ir (4.7), kas savā starpā pārklājas. Šī pieeja pirmo reizi tika piedāvāta [45], lai pētītu sistēmas ar nelielu telpisko dimensiju skaitu, bet metode ir piemērojama arī sistēmām ar lielāku telpisko dimensiju daudzumu. Pārklāšanās nozīmē, ka x_k tiek izteikts no iepriekšējo d stāvokļu "slīdošā vidējā", lai filtrētu troksni, kas atrodas momentānos sistēmas stāvokļos. Šo stratēģiju, piemēram, izmantoja [38, 39].

Lai ieviestu šo efektu, sistēmas stāvokļa datiem jābūt atbilstoši reprezentētiem ("sakrautiem"). Definējam X_i kā

$$X_i = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ x_i & x_{1+i} & \cdots & x_{n+i} \\ | & | & & | \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Līdzīgi kā (4.6) un (4.7), sistēma tiek izteikta kā

$$KM_0 = M_1 \quad (5.5)$$

kur

$$M_0 = \begin{bmatrix} X_{d-1} \\ X_{d-2} \\ \vdots \\ X_0 \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} X_d \\ X_{d-1} \\ \vdots \\ X_1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Šeit matricas M_0 , M_1 tiek konstruētas, vertikāli sakrauļot sistēmas stāvokļu matricas X_j . Tas nozīmē, ka vienā M kolonnā ir informācija no d dažādām X kolonnām. Tādējādi, tā vietā, lai korelētu tikai blakus esošos stāvokļus, kā tas ir darīts (4.7), d sistēmas stāvokļus pārklāj kustīgs korelācijas logs. Šī pieeja ievieš papildu trokšņa noturību DMD, jo lielāks datu "korelācijas rādiuss" efektīvi "vidējo" troksni, ja tāds ir. Darba gaitā tika novērots, ka šī metode var ievērojami palielināt DMD īpašvērtību precizitāti datiem ar zemu signāla/trokšņa intensitātes attiecību. Vienādojumu (5.1) var interpretēt kā diskretizētu lineāru diferenciālo vienādojumu ar kārtu līdz d .

Līdzīgi kā SVD tika veikts priekš X_0 klasiskajā DMD algoritmā, šeit SVD tiek veikts priekš M_0 . Tad gan M_0 , gan M_1 tiek projicēti uz U apakštelpu:

$$\tilde{M}_0 = U^* M_0, \quad \tilde{M}_1 = U^* M_1 \quad (5.7)$$

Pēc tam, laikā uz priekšu un atpakaļejošie \tilde{K} operatori tiek aprēķināti:

$$\begin{aligned} \tilde{K}_+ &= \tilde{M}_1 \tilde{M}_0^+ \\ \tilde{K}_- &= \tilde{M}_0 \tilde{M}_1^+ \end{aligned} \quad (5.8)$$

kur \tilde{M}_0^+ , \tilde{M}_1^+ ir \tilde{M}_0 , \tilde{M}_1 pseido-inversās matricas. Tas ļauj aprēķināt \tilde{K} :

$$\tilde{K} = \sqrt{\tilde{K}_+ \tilde{K}_-^{-1}} \quad (5.9)$$

Lai gan var vienkārši izvēlēties $\tilde{K} = \tilde{K}_+$, (5.9) sniedz nelielu precizitātes pieaugumu ar ļoti niecīgu papildus aprēķina izmaksu, tāpēc to ir vērts ieviest [50].

Visbeidzot, tiek aprēķinātas \tilde{K} īpašvērtības:

$$\tilde{K}\tilde{\varphi}_i = \lambda_i\tilde{\varphi}_i \quad (5.10)$$

un īpašvektorus sākotnējā bāzē atgūst, izmantojot:

$$\varphi_i = U\tilde{\varphi}_i \quad (5.11)$$

Lai iegūtu sistēmas X modas, sistēmas M_0 modas tiek saīsinātas, atstājot tikai pirmos m elementus (matricā vertikāli no augšas), kur m ir X kolonnu garums. Lai gan varētu apgalvot, ka liela daļa informācijas par sistēmu tiek zaudēta šādā veidā, tā kā M_0 , M_1 satur d reizes vertikāli atkārtoto informāciju par X , lielāko daļu no kopējās informācijas var iegūt no pirmajiem neatkārtotajiem elementiem. Jāņem vērā arī tas fakts, ka vertikāli sakrautās daļējās X kopijas laika gaitā atšķiras tikai ar fāzi.

Apkopojot visu, ierosinātā DMD metode ir šāda:

Algoritms 2: Modificētais DMD

1 kārto datus $\begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ x_0 & x_1 & \cdots & x_n \\ | & | & & | \end{bmatrix}$ matricās

$$X_i = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ x_i & x_{1+i} & \cdots & x_{n+i} \\ | & | & & | \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

2 Konstruē matricas M_0 , M_1

$$M_0 = \begin{bmatrix} X_{d-1} \\ X_{d-2} \\ \vdots \\ X_0 \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} X_d \\ X_{d-1} \\ \vdots \\ X_1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

3 Aprēķina matricas M_0 saīsināto SVD

$$M_{m \times n} = U_{m \times r} S_{r \times r} V_{r \times n}^* \quad (5.14)$$

4 Aprēķina matricas \tilde{M}_0^+ , \tilde{M}_1^+

$$\tilde{M}_0 = U^* M_0, \quad \tilde{M}_1 = U^* M_1 \quad (5.15)$$

5 Aprēķina matricas \tilde{K}_+ , \tilde{K}_-

$$\begin{aligned}\tilde{K}_+ &= \tilde{M}_1 \tilde{M}_0^+ \\ \tilde{K}_- &= \tilde{M}_0 \tilde{M}_1^+\end{aligned}\tag{5.16}$$

6 Aprēķina \tilde{K}

$$\tilde{K} = \sqrt{\tilde{K}_+ \tilde{K}_-^{-1}}\tag{5.17}$$

7 Aprēķina \tilde{K} īpašvērtības un īpašvektorus

$$\tilde{K} \tilde{\varphi}_i = \lambda_i \tilde{\varphi}_i\tag{5.18}$$

8 Aprēķina sistēmas pilnas DMD modas

$$\varphi_i = U \tilde{\varphi}_i\tag{5.19}$$

9 Saīsina modas φ_i līdz pirmajiem m elementiem.

10 (Neobligāti) Aprēķina DMD modu sākotnējās amplitūdas [33]

Ir svarīgi ņemt vērā to, ka vienādojumam (5.9) nav unikāla atrisinājuma. Lai risinātu šo problēmu, ir ieteicams izvēlēties risinājumu, kas vistuvāk saskan ar \tilde{K}_+ un \tilde{K}_-^{-1} , jo ir sagaidāms, ka matrica \tilde{K} ir līdzīga šīm abām matricām. Alternatīva pieeja ir \tilde{K} rēķināt šādi:

$$\tilde{K} = \frac{1}{2} \left(\tilde{K}_+ + \tilde{K}_-^{-1} \right)\tag{5.20}$$

Pastāv cieši saistīts algoritms, kas ir pazīstams kā HAVOK [51], kas izmanto to pašu sistēmas reprezentāciju kā (5.13) un arī izmanto SVD, lai no datiem iegūtu struktūras. HAVOK ir cieši saistīts ar DMD un spēj iegūt ļoti nelineāru sistēmu dinamiku.

Matricas M_0 , un M_1 sastāv no d reizes vairāk elementiem, nekā X , Y . Tas var sagādāt problēmas SVD apēķinos, jo nepieciešamās operatīvās atmiņas daudzums var sasniegt ļoti lielus apjomus. Šis ierobežojums liedz lietot algoritmu, ja apskatītā sistēma ir ļoti liela. Lai problēmu risinātu, var tikt pielietots specializēts SVD algoritms, kas ļauj apstrādāt datus iteratīvi, pa daļām (MOSES-SVD) [52].

6. DATU PIRMSAPSTRĀDE DMD APRĒĶINIEM

DMD sadala sistēmu kompleksu svārstību modās:

$$f'(t) = \sum_k C_k \varphi_k e^{iz_k t} = \sum_k C_k \varphi_k e^{a_k t} e^{ib_k t} \quad (6.1)$$

kur $C_k \in \mathbb{C}$. Praksē lielākā daļa no apskatāmām sistēmām aprakstāma ar reālām datu vērtībām:

$$f(t) = \sum_k C'_k \varphi_k e^{a_k t} \cos(b_k t + \phi_k) \quad (6.2)$$

kur $C'_k \in \mathbb{R}$. Tas nozīmē, ka katra reālā moda tiek aprakstīta ar diviem kompleksām modām ar kompleksi saistītām īpašvērtībām, kas faktiski padara pusi no ģenerētajām modām par liekām.

Lai to risinātu, reālo vērtību sākuma datus var pārveidot par kompleksu vērtību datiem, pievienojot sākotnējo datu kompleksu versiju ar $\pi/2$ fāzes nobīdi. Tas nodrošina, ka visas aprēķinātās modas ir unikālas. Lai gan šī metode ievieš skaitliskus artefaktus sistēmas stāvokļos sākumā un beigās (attiecībā uz laiku), to kompensē, nogriežot nelielu daudzumu kompleksos datus no abiem laika galiem. Tomēr jābūt uzmanīgam, jo šajā gadījumā DMD modas imaginārā komponente ne vienmēr (bet iespējams) līdzinās šīs modas reālajai komponentei.

Iepriekš minēto var viegli sasniegt, izmantojot Hilberta transformāciju:

Algoritms 3: Transformācija no reāla uz komplekso apgabalu

1 rēķina DFT (\mathcal{F}) no $f(t)$

$$\tilde{f}(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\} \quad (6.3)$$

2 Ievieš zīmju funkciju $\theta(\omega)$

$$\theta(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \geq 0 \\ -1, & \omega < 0 \end{cases} \quad (6.4)$$

3 Iegūst Furjē reprezentāciju fāzes nobīdītajai $f(t)$

$$\tilde{g}(\omega) = \tilde{f}(\omega)\theta(\omega) \quad (6.5)$$

4 Aprēķina komplekso versiju no $f(t)$, izmantojot $\tilde{f}(\omega)$ un $\tilde{g}(\omega)$ summas inverso DFT. :

$$f'(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{f}(\omega) + \tilde{g}(\omega)\} \quad (6.6)$$

7. PROGRAMMATŪRA

7.1. Skaitliskā modelēšana

7.1.1. OpenFOAM

OpenFOAM ir atvērta koda skaitliskās modelēšanas programmatūra, kas risina parciāldiferenciālvienādojumus ar galīgo tilpumu metodi (*finite volume method*). Šī programmatūra lielā mērā specializēta hidrodinamikas aprēķiniem, un tā satur vairākus algoritmus, kas ir piemēroti dažāda veida hidrodinamiskām sistēmām. Šajā pētījumā tika pielietota OpenFOAM-6 versija.

7.1.2. isoAdvector

OpenFOAM iebūvētā metode nesaspiežamu divfāzu plūsmu risināšanai (*interFoam*) sagādāja problēmas – burbuļu un šķidrā gallija fāzes lauks α , laikam ejot uz priekšu, tika daļēji izsmērēts gar burbuļa ceļu. Tika novērots, ka izsmērēšanas notika pie burbuļa sānu malām, kur ir liels virsmai tangenciāls ātrums un ātruma moduļa gradients.

Lai problēmu risinātu, tika izmantota salīdzinoši jauna šķidrums fāzu savstarpējās virsmas izsekošanas shēma – *isoAdvector* [53, 54]. Šī shēma burbuļa virsmu izšķir zem-šūnas līmenī, virsmas šūnās konstruējot plaknes, kas atdala abas fāzes. Katrā simulācijas solī virsmas plaknes tiek transportētas saskaņā ar ātruma lauku, un tiek risināti papildus vienādojumi, lai nodrošinātu fāzu kopējo tilpumu saglabāšanos. *IsoAdvector* shēma ļauj skaitliskajā modelī ņemt vērā fāzu sadalījumu iekšā šūnā, kas atrisina problēmu ar fāzu "izplūšanu" šūnas līmenī. Praksē tika novērots, ka ar *isoAdvector* starp fāzēm nenotiek robežvirsmas izplūšana.

Skaitliskajai modeļēšanai tika lietoti uz *interFoam* bāzes veidoti *solveri*, kas sevī iekļauj *isoAdvector* shēmu.

7.1.3. Elmer FEM

Elmer FEM (*Elmer*) ir galīgo elementu (*finite element*) metodē balstīta atvērta koda skaitliskās modelēšanas programmatūra. Ar *Elmer* tika modelēta magnētu sistēma, kā arī magnētiskais lauks un strāvas blīvuma lauks gallija traukā.

7.1.4. EOF-Library

EOF-Library [47] ir papildus programmatūra, kas ļauj caur *message passing interface* kopā sajūgt OpenFOAM, un Elmer. Tā tika lietota gadījumiem, kad gallija traukam tika pielikts ārējs ML.

7.2. Datu apstrāde

7.2.1. Python bibliotēkas

Datu apstrādē tika izmantotas *numpy*, *scipy*, *pandas* bibliotēkas. DMD kods tika veidots uz *pyDMD* [55] bāzes. Python skripti tika veidoti ar *Jupyter notebook*.

7.3. Datu vizualizācija

7.3.1. Paraview

Visi 3D attēli tika iegūti izmantojot *Paraview*. *Paraview* ir plaši pielietota, atvērta koda, zinātnisku datu vizualizācijas programma, kas atbalsta ļoti daudzus datu formātus, un ir balstīta uz *VTK* bibliotēkas.

7.3.2. Paraview caur Jupyter notebook (Python)

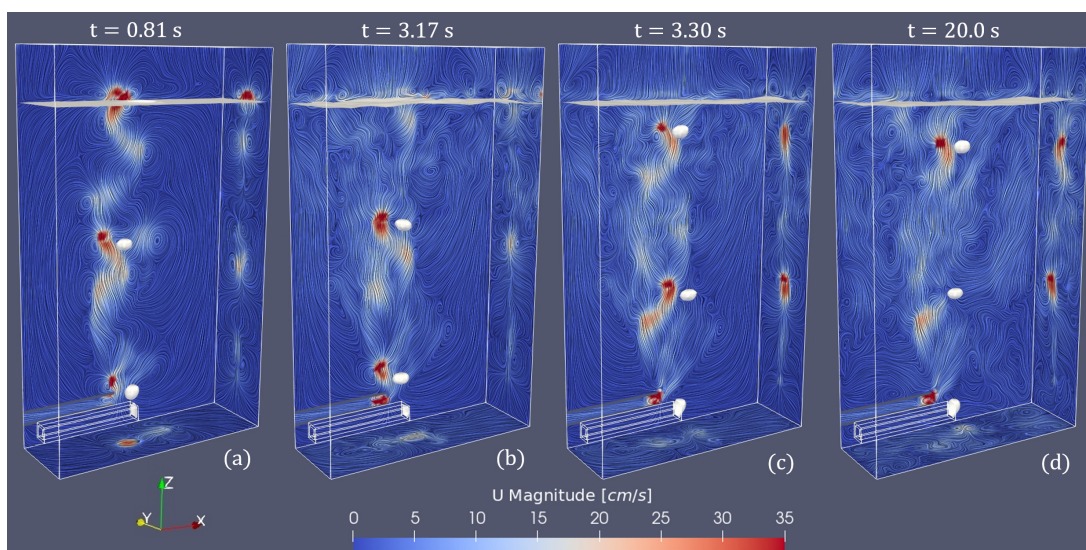
Daži no 3D grafikiem tika iegūti caur *Paraview* ar Python palīdzību. Tam tika lietota Python bibliotēka, kas ļauj apskatīt un mijiedarboties ar *Paraview* logā ģenerēto bildi kā ar daļu no *Jupyter notebook* satura.

8. REZULTĀTI

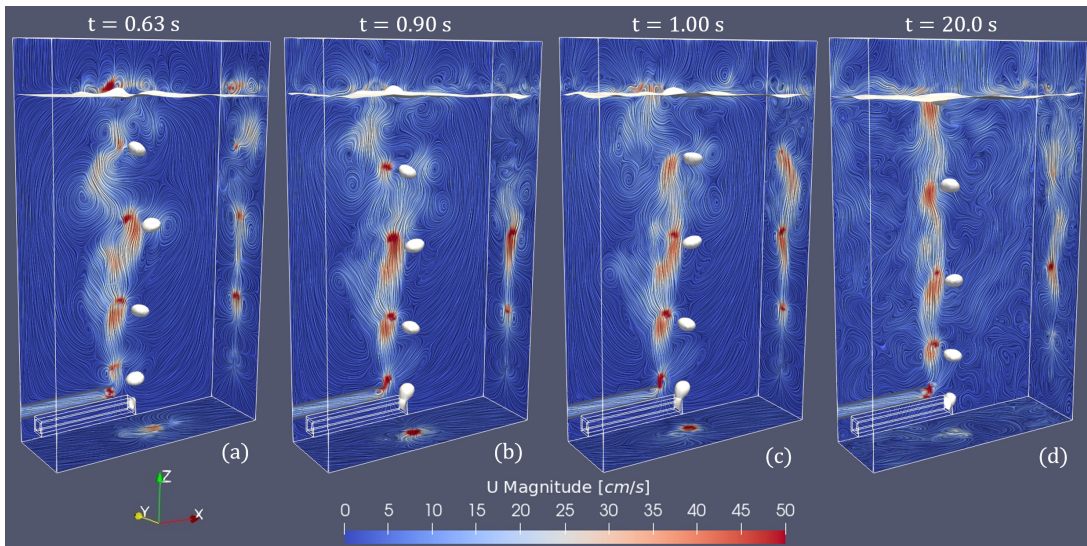
Simulācijas tika veiktas līdz 20s no plūsmas laika visiem četriem gadījumiem, kas ir pietiekami, lai sistēma sasniegtu gandrīz stacionāru stāvokli, sākot no stacionāra gāzes un šķidrums ātruma lauka. Sākotnējie apstākļi ir identiski abām šķidrums fāzēm [1, 22].

8.1. Burbuļu ķēdes plūsmas dinamika

Lai sniegtu kontekstu DMD analīzei, vispirms tiek analizēta ātrums lauka un virpuļu dinamika. Raksturīgi ātrums lauku stāvokļi dažādos laika momentos četriem šeit aplūkotojumiem sistēmas gadījumiem, ir parādīti Attēlos 8.1 - 8.4. Vidusplaknes ātrums moduļa sadalījumi tiek attēloti uz trauka sienām un pēc tam tiek apstrādātas ar *ParaView Virsmas LIC*, kas izmanto ekrāna telpas virsmas līnijas integrālo konvolūciju (LIC), lai ātrums lauku pārveidotu par straumes līniju kopu ar krāsās kodētu ātrums moduli [56]. Aizēnoti balti-pelēki veidojumi atspoguļo burbuļu virsmas un brīvo metāla virsmu konteinera augšpusē. Taisnstūra caurule trauka apakšā nodrošina argona ieplūdi sistēmā.



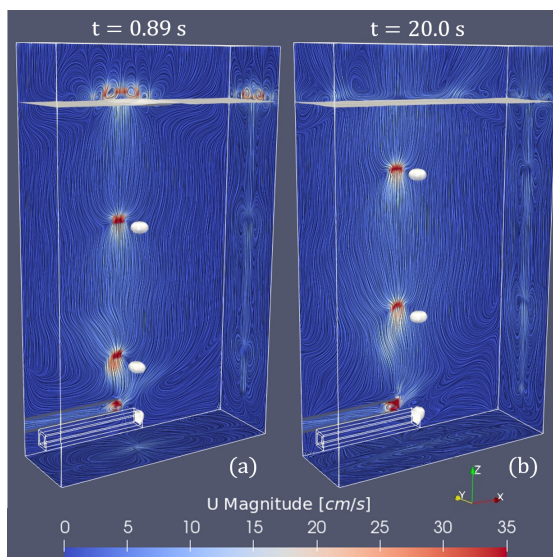
8.1. Attēls. LIC ātrums lauks burbuļu plūsmā ar 30 sccm plūsmas ātrumu bez ārēja ML.



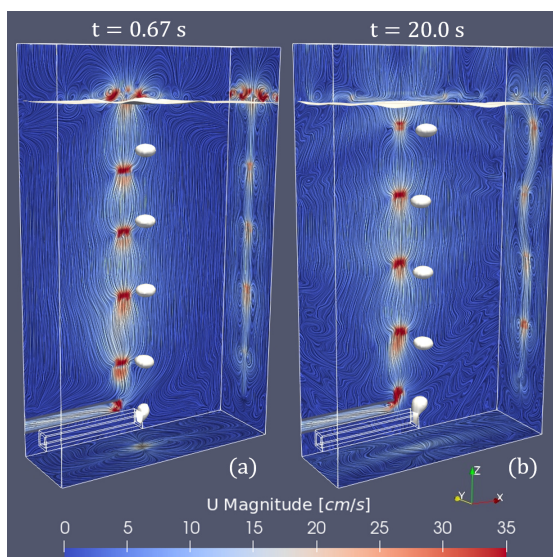
8.2. Attēls. LIC ātruma lauks burbuļu plūsmā ar 100 *sccm* plūsmas ātrumu bez ārēja ML.

Ja netiek pievadīts ārējs ML, burbuļu plūsmā ir redzams klasisks virpuļu atrašanās process [5, 18, 57, 58], kas ir visizteiktāk redzams agrākos laika momentos 8.1a- 8.1c (*XZ* plakne), un vēlāk plūsma kļūst daudz haotiskāka, kā redzams Attēlā 8.1d. Jāņem vērā, ka gadījumā ar 100 *sccm* bez ārēja ML no burbuļiem tiek atrauti lielāki virpuļi ar lielāku ātrumu (Attēli 8.2a-8.2c) un, neskaitot acīmredzamo globālo ātruma moduļa pieaugumu, var redzēt, ka atpakaļ virzītā plūsma no brīvās virsmas un sienām ir izteiktāka netālu no konteineru dibena, lai gan tikai no šiem attēliem vien ir grūti pateikt, cik zemu šis sajaukšanas slānis stiepjas 30 un 100 *sccm* gadījumā. DMD analīzes mērķis būs noteikt, vai abos šajos gadījumos ir kādas īpašas plūsmas struktūras, izņemot triviālo vidējo augšupejošo plūsmu burbuļu ķēdē, un kā šīs struktūras atšķiras abos plūsmas ātrumos.

Pievadot laikā nemainīgu horizontālu ML, tiek panākta gandrīz pilnīga plūsmas laminarizācija 30 *sccm* gadījumā (Attēls 8.3) un ievērojama plūsmas slāpēšana 100 *sccm* gadījumā (Attēls 8.4), jo virpuļu atrašanās tiek apspiesta, kā paredzēts [8, 10, 57, 58]. Trauka *YZ* plaknēs, Attēlā 8.3, LIC ātruma lauks norāda, ka burbuļi ceļas pa aptuveni taisnām līnijām trajektorijām.



8.3. Attēls. LIC ātruma lauks burbuļu plūsmai pie 30 *sccm* plūsmas ātruma ar ārēju ML.



8.4. Attēls. LIC ātruma lauks burbuļu plūsmai pie 100 *sccm* plūsmas ātruma ar ārēju ML.

100 *sccm* gadījumā ir būtiska atšķirība - sākotnēji taisnvirziena burbuļu augšupeja, kā redzams Attēlā 8.4a, vēlāk pāriet uz citām plūsmas struktūrām, kas redzams Attēlā 8.4b. *XZ* plaknē ātruma stāvviļņi veidojas aptuveni pēc pirmajām 10 *s* no modelētās plūsmas laika, savukārt *YZ* plaknē var redzēt, ka trajektorija nedaudz svārstās pie trauka augšpuses, paliekot aptuveni taisna trauka apakšējā pusē. Lai detalizēti analizētu šos modeļus, tiks izmantots DMD.

Lai novērtētu plūsmu tuvāk burbuļiem un burbuļu ķēdei, ir ērti izmantot *Q* kritēriju virpuļu noteikšanai. *Q* kritērijs (*Q*) ir skalārs lauks, kas apzīmē gan plūsmas virpuļu serdes ($Q > 0$), gan seglveida plūsmas zonas ($Q < 0$), un tāpēc ir ļoti piemērots analīzei, kur

tiek salīdzināta plūsmas dinamika ar un bez ML pie dažādiem argona ieplūdes ātrumiem [28]. Q faktoru apraksta vienādojums:

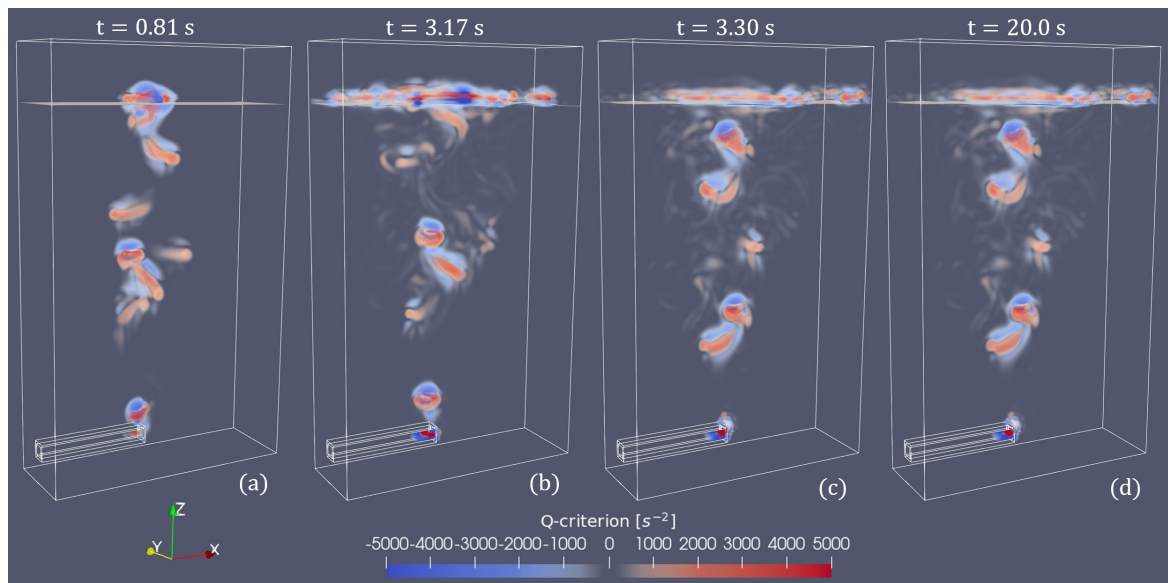
$$Q = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2) \quad (8.1)$$

kur S ir ātruma gradienta tenzora simetriskā daļa un Ω ir ātruma gradienta tenzora anti-simetriskā daļa:

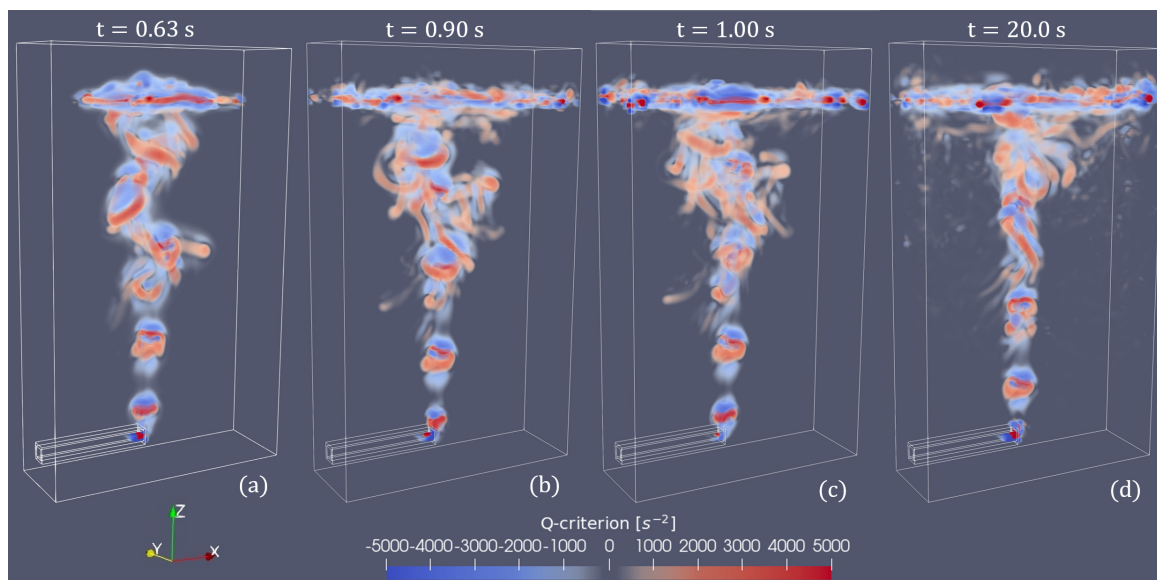
$$S = \frac{1}{2} (\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T) \quad (8.2)$$

$$\Omega = \frac{1}{2} (\nabla\vec{v} - \nabla\vec{v}^T) \quad (8.3)$$

Attēli 8.5 - 8.8 parāda Q laukus iepriekš minētajiem gadījumiem. Q tiek aprēķināts ar *ParaView*, izmantojot filtru *VTK gradient of unstructured data set*.



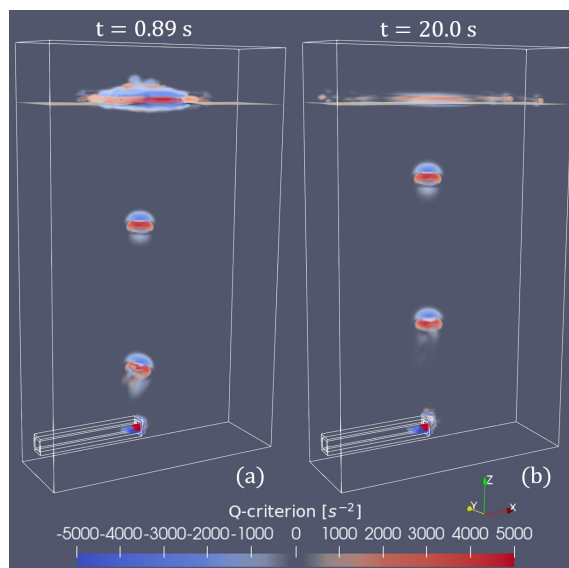
8.5. Attēls. Q lauks burbuļu plūsmā ar 30 *sccm* plūsmas ātrumu bez ārēja ML.



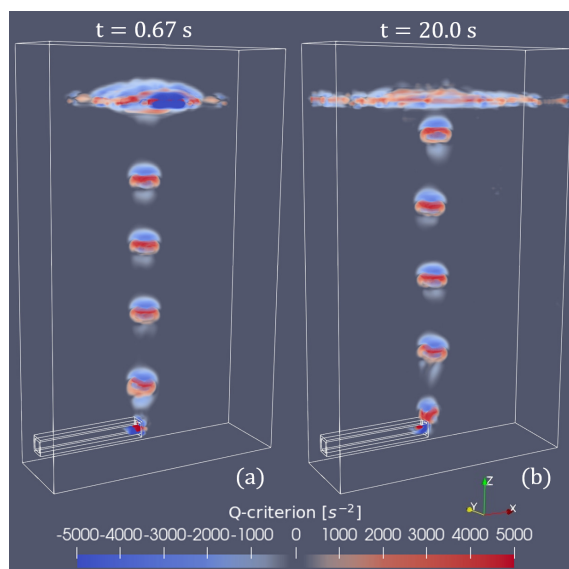
8.6. Attēls. Q lauks burbuļu plūsmai ar 100 *sccm* plūsmas ātrumu bez ārēja ML.

Pie 30 *sccm* Attēls 8.5 norāda, ka burbuļu astēm ir klasiska forma ar garenu "mata-datu" virpuļu pāriem [5, 18, 58]. Var redzēt, ka 30 *sccm* aptuveni atbilst viena burbuļa režīmam, jo aizmugurējie burbuļi nenonāk izteiktos virpuļos aiz iepriekšējiem burbuļiem. Tas izpildās, jo starp burbuļiem ir pietiekami liela atstarpe, kas izraisa virpuļu sabrukšanu/relaksāciju, pirms var notikt to intensīva mijiedarbība ar burbuļiem. Tas ir visizteiktāk redzams tad, kad plūsma stabilizējas (Attēli 8.5b-c – skatoties uz attiecīgām laika vērtībām var pamanīt, ka plūsmas stabilizācija notiek daudz ātrāk nekā pie 100*sccm*) un tiek pārākta tikai a dažas reizes simulācijas sākumā, kur labu piemēru var redzēt Attēlā 8.5a. Pie 100*sccm* situācija radikāli atšķiras - Attēlā 8.6 virpuļi savijas un saduras ar aizmugurējiem burbuļiem, kas nonāk iepriekšējo burbuļu astē, kā rezultātā rodas daudz haotiskāka plūsma.

Ja tiek pievadīts ārējais ML, tad tas faktiski novērš virpuļus ārpus burbuļa tuvumā esošajām zonām, kas ir redzams Attēlos 8.7 un 8.8. Lai gan īsie virpuļu serdes pavedieni ir redzami Attēlos 8.7 un 8.8 netālu no ieplūdes, tie pilnībā izzūd neilgi pēc burbuļu atdalīšanas no ieplūdes. Papildus tam, burbuļu astes virpuļi ir manāmi vājāki pie 30 *sccm*.



8.7. Attēls. Q lauks burbuļu plūsmai ar 30 *sccm* plūsmas ātrumu ar ārēju ML.

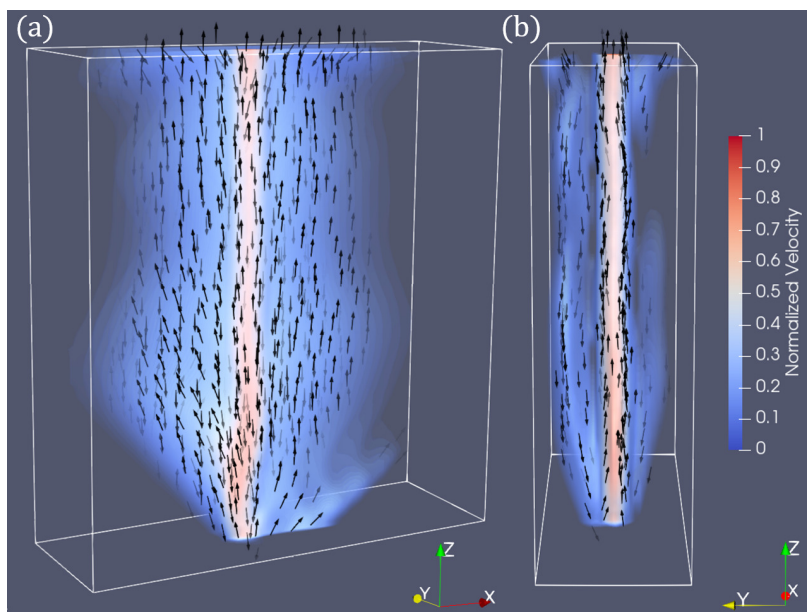


8.8. Attēls. Q lauks burbuļu plūsmai ar 100 *sccm* plūsmas ātrumu ar ārēju ML.

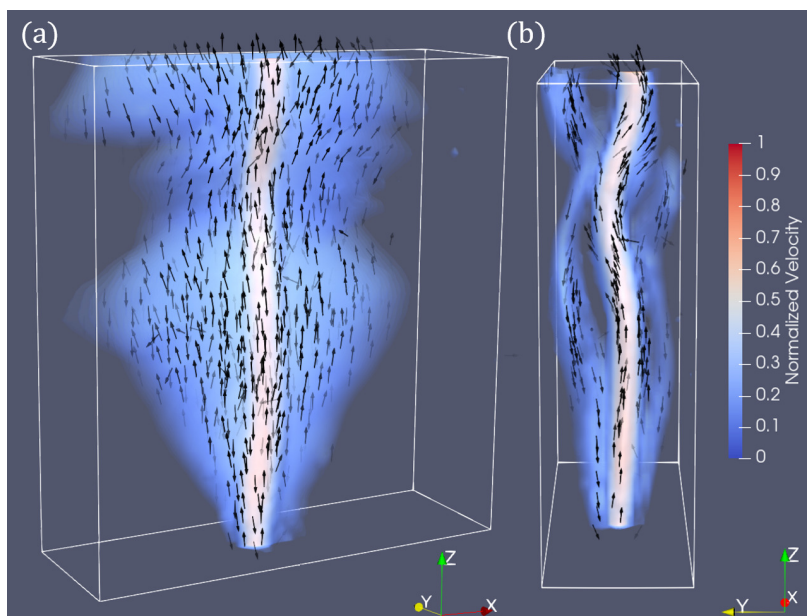
8.2. Šķidrums plūsmas modas gallija traukā

Lai aprēķinātu DMD modas ātruma laukam šķidrā metāla traukā, tika ņemti pēdējie 600 kadri (6 sekundes) no skaitliskās modelēšanas datiem. No datiem tika izgriezta trauka apakšējā daļa ar ieplūdes cauruli, un augšējā daļa ar argona-gallija brīvo virsmu. Tas tika darīts, lai atbrīotos no efektiem, pie ieplūdes caurules, un efektiem pie brīvās virsmas, tā, lai DMD modas atspoguļotu tikai iekšējo plūsmas dinamiku. Dati tiek pārvērsti no reālas kompleksajā formā, pēc kā no 600 kadru datu kopas abiem galiem tiek noņemts 50 kadru buferis, lai izvairītos no artefaktiem. Dēļ tā, DMD tiek veikts 500 ātruma

lauka laika kadriem. Procedūra ir identiska visos iepriekš minētajos sistēmas variantos. Ņemot vērā plūsmas struktūras, kas ir redzamas Attēlos 8.1 - 8.8, ir paredzams, ka DMD modas gadījumos, kad tiek pievadīts ML, būs vienkāršākas un telpiski sakārtotākas. Līdz ar to, analīze tiek sākta tieši ar šiem gadījumiem, jo tos ir vieglāk interpretēt un pēc tam salīdzināt ar gadījumiem, kad netiek pievadīts ML. Dominējošās modas pie 30 un 100sccm, kad tiek pievadīts ML, ir redzamas Attēlos 8.9 - 8.12.



8.9. Attēls. Nultā ātruma lauka DMD moda pie 30 sccm ar ārēju ML.

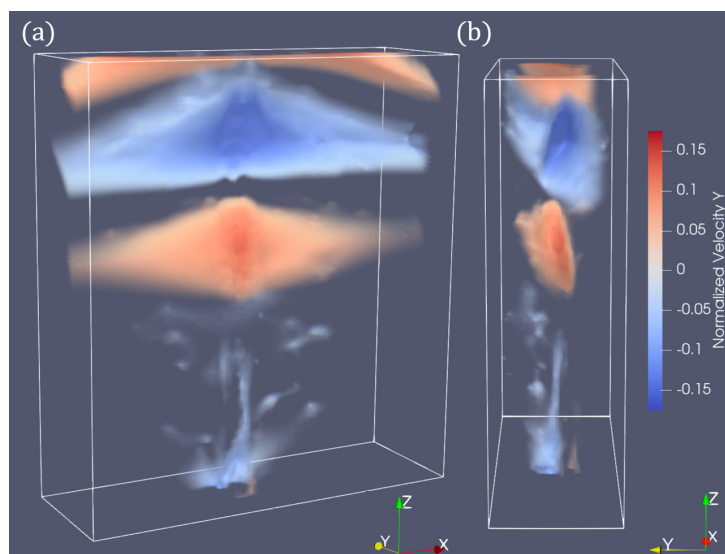


8.10. Attēls. Nultā ātruma lauka DMD moda pie 100sccm ar ārēju ML.

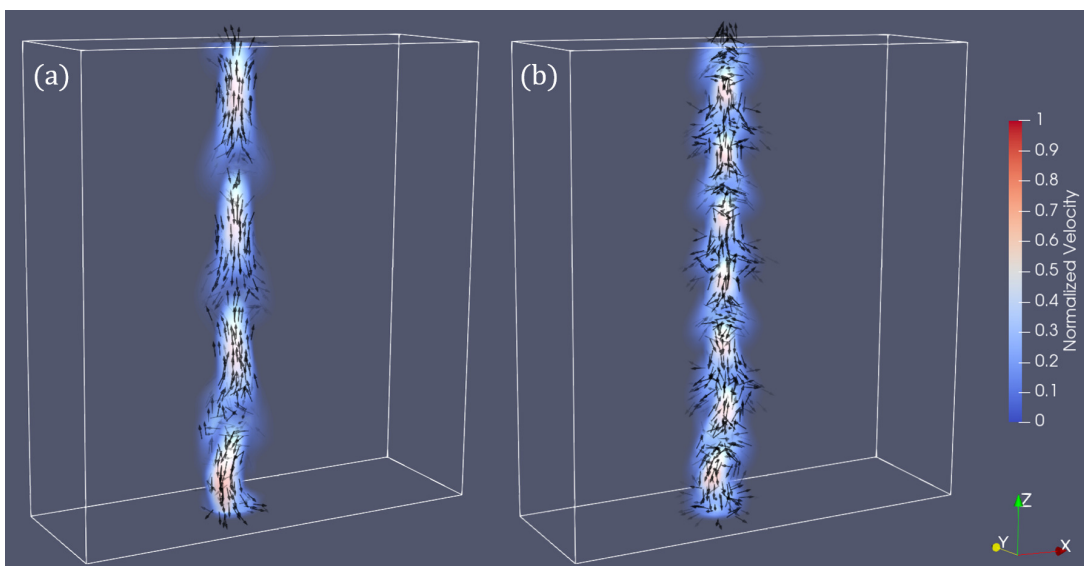
Sākot ar 30 sccm un sakārtojot modas relatīvo pēc to relatīvajām amplitūdām, nulles

(spēcīgākā) ātruma lauka moda ir parādīta Attēlā 8.9. Šai modai ir ļoti zema frekvence ($\omega_0 \sim 0.15 \text{ mHz}$) un niecīgs augšanas ātrums ($a_0 \sim -1.9 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$), tātad šo modu var uzskatīt par stacionāru. Attēlā 8.9a var redzēt, ka burbuļu ķēdes plūsmas reģionā ir koncentrēts maksimālais normalizētais ātrums nultajā modā. Interesanti, ka, kā redzams Attēlā 8.9b, metāla plūsma Y virzienā ir sakārtota trīs loksnes – vienā ar augšupejošu metāla plūsmu ap burbuļa ķēdes apgabalu, kas stiepjas XZ plaknē (Attēls 8.9a) un divas pretplūsmās pa kreisi un pa labi YZ plaknē. Šai modai ir ļoti izteikta simetrija attiecībā pret XZ vidus plakni, papildus YZ plaknei.

Pie 100 sccm , nultajā modā ir redzamas līdzīgas struktūras ($\omega_0 \sim 0.3 \text{ mHz}$, $a_0 \sim 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$) kā pie 30 sccm ar ārēju ML, toties šeit simetrija YZ plaknē tiek izjaukta trauka augšdaļā, kā ir redzams Attēlā 8.10b, un pretplūsmas loksnes ir mazāk sakārtotas. Trauka augšdaļa nultajā modā veidojas stāvviļņi ātruma Y komponentei, kurus var redzēt Attēlā 8.11.

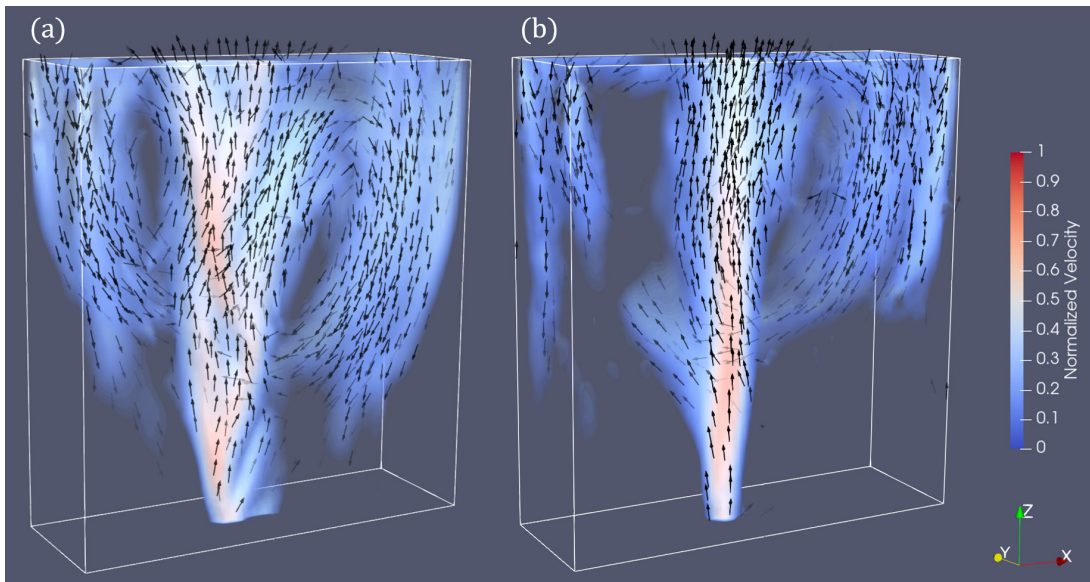


8.11. Attēls. Nulltās ātruma lauka DMD modas Y komponente pie 100 sccm ar ārēju ML, normalizēta attiecībā pret modas lielumu.

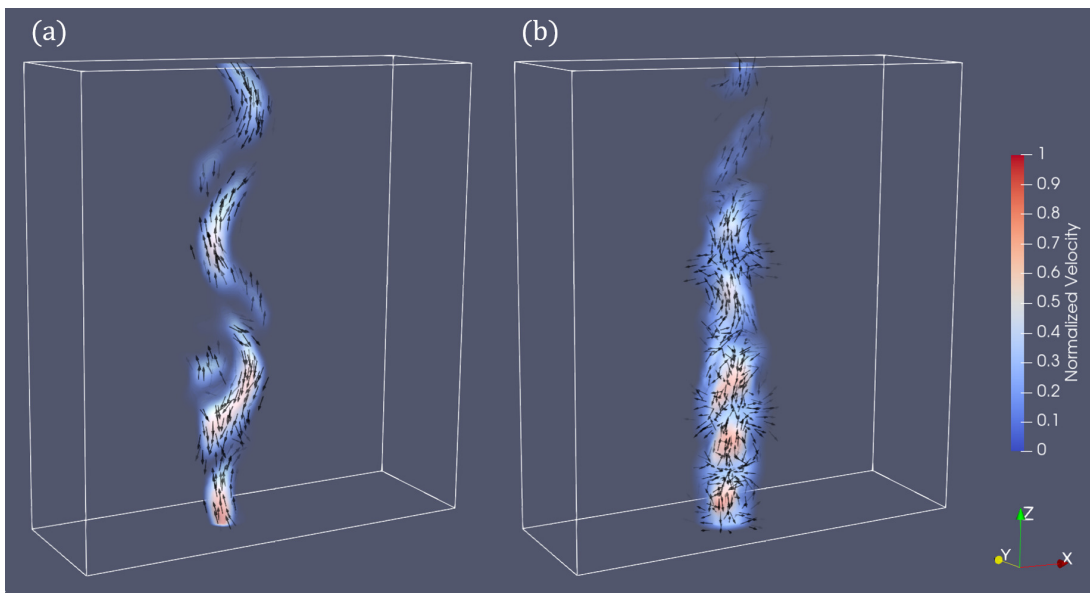


8.12. Attēls. (a) Pirmā un (b) otrā ātruma lauka DMD moda pie 30 *sccm* ar ārēju ML.

1. un 2. ātruma lauka modas pie 30 *sccm* ar ārēju ML ir attēlotas Attēlos 8.12a un 8.12b. Šīs modas, atšķirībā no nulles modām pie 30 un 100 *sccm*, ir nestacionāras, un to plūsmas struktūras svārstās ar attiecīgajām īpašfrekvencēm ($\omega_1 \sim 4.2 \text{ Hz}$, $\omega_2 \sim 8.5 \text{ Hz}$ ar $a_1 \sim -6.7 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ un $a_2 \sim -6.4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$). Šīs modas, kā arī to vājākas, augstākas pakāpes telpiskās harmonikas (šeit nav parādītas) var interpretēt kā koherences rādītāju burbuļu ķēdes plūsmai. Šajā gadījumā var redzēt telpiski periodiskas vertikālas struktūras, kas norāda, ka ārējais ML nodrošina ļoti sakārtotas burbuļu ķēdes ar stabilām un taisnām trajektorijām. Pie 100 *sccm* šīs harmonikas, kas saistītas ar periodisku burbuļu kustību ķēdē, ir ļoti līdzīgas, toties tām ir lielākas *XY* komponentes. Ir interesanti salīdzināt nultās, stacionārās modas pie 30 un 100 *sccm* bez ārēja ML, ar iepriekš apskatītajiem gadījumiem – tas ir parādīts Attēlos 8.13 un 8.14.



8.13. Attēls. Nultās (stacionārās) ātruma lauka modas pie (a) 30 un (b) 100 *sccm* bez ārēja ML. Normalizācija katrai modai ir atsevišķa.



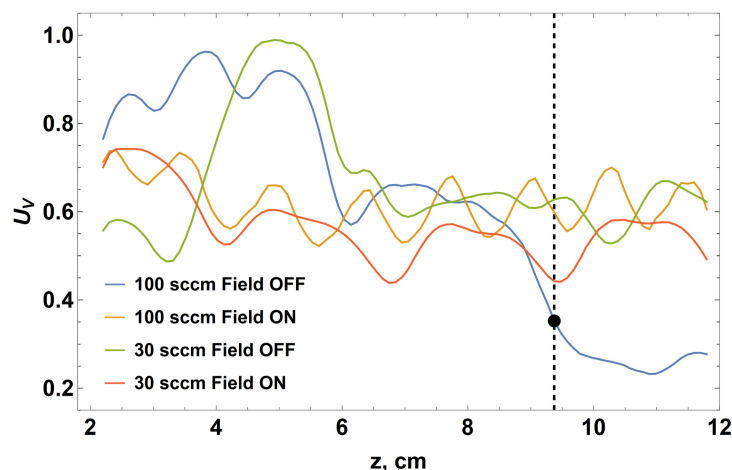
8.14. Attēls. (A) 2. ātruma lauka moda pie 30 *sccm* un (b) 6. moda pie 100 *sccm* bez ārēja ML. Normalizācija katrai modai ir atsevišķa.

Attēlos 8.13a un 8.13b parādīti nultās modas pie 30 ($\omega_0 \sim 3.1 \text{ mHz}$ ar $a_0 \sim -2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) un 100 *sccm* ($\omega_0 \sim 2.1 \text{ mHz}$ ar attiecīgi $a_0 \sim 8.3 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$), bez ārēja ML. Nultā moda Attēlā 8.13a aptver daudz vairāk vietas ap burbuļu ķēdes serdi, kur tās lielums ir salīdzinoši ļoti augsts, turpretī 8.13b centrālā zona ir daudz tievāka, kas norāda, ka ir citas modas, kas dominē tālāk no centra; citiem vārdiem sakot, metāla plūsma ap augšupejošo burbuļu ķēdi ir daudz koherentāka pie 30 *sccm*. Otra lieta, kas jāņem vērā, ir tas, ka 30 *sccm* moda ir daudz simetriskāka pret *YZ* vidusplakni (lai arī

daudz mazāk nekā gadījumā ar ārēju ML). Tas ir loģiski, ņemot vērā zemāku plūsmas ātrumu, kas atbilst Attēlam 8.13a, bet šeit ir nozīmīgi tas, ka, salīdzinot Attēlus 8.9 un 8.13a, šeit vairs nav divu simetrijas plakņu. Dēļ tā, būtu interesanti, tālākos pētījumos, izpētīt pāreju no 1 līdz 2 simetrijas plaknēm, sākot ar sakārtotām plūsmas loksnēm, un pie fiksēta plūsmas ātruma, mainīt ML stiprumu sākot no nulles, kā arī to, kā tiek traucēta modas simetrija, palielinoties plūsmas ātrumam (piemēram, pie fiksēta ML stipruma).

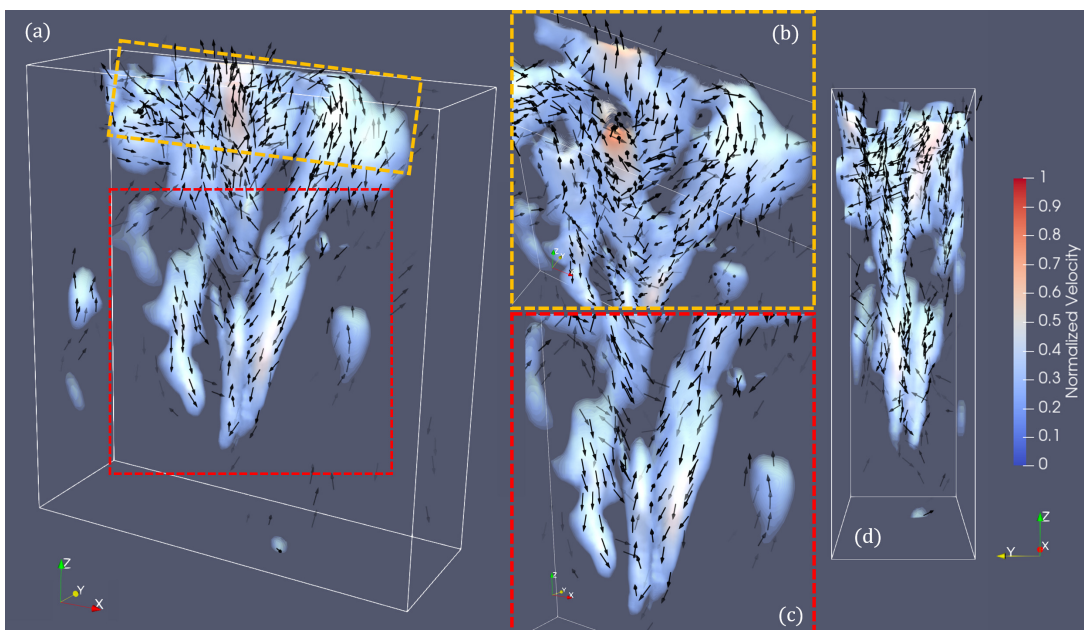
Tikmēr modas, kas ir redzamas Attēlā 8.14 gadījumiem bez ML, ir interesantas vairāku iemeslu dēļ. Pirmkārt, pēc amplitūdas tās vairs nav pirmās, bet otrā pie 30 (Attēls 8.14a, $\omega_2 \sim 4.3 \text{ Hz}$, $a_2 \sim 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$) un sestā pie 100 *sccm* (Attēls 8.14b, $\omega_6 \sim 10.3 \text{ Hz}$, $a_6 \sim 6.0 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$), norādot, ka, kā paredzēts, burbuļu savstarpējās kustības koherence ir daudz zemāka nekā gadījumos, kad tiek pievadīts ārējs ML. Turklāt, apskatot Attēlu 8.14a ar Attēlu 8.14b, var secināt, ka, lai gan tā ir kopumā vājāka salīdzinājumā ar citām plūsmas struktūrām, moda Attēlā 8.14a parāda koherentu zig-zag kustību, kas stiepjas visā gallija traukā, turpretī Attēlā 8.14b var redzēt, ka modas lielums manāmi samazinās virs noteikta augstuma sliekšņa, norādot, ka modai var piemērot *koherences garumu*. Lai to izmērītu, varētu definēt kritēriju, kas ļautu kvantitatīvi noteikt plūsmas ātruma un MF lieluma svārstību ietekmi uz plūsmas stabilitāti.

Viens vienkāršs veids kā ieviest koherences garumu ir burbuļu ķēdes modām (kā, piemēram, Attēlos 8.12 un 8.14), definējot ātruma moduļa sliekšni, piedzīt tilpumus ar eliptiskiem šķērsriezumiem, kuri ir ekstrudēti Z virzienā gallija trauka garumā. Tad tilpuma garumā ik pēc noteiktā intervāla gar Z izrēķināt ātruma moduļa integrāļus eliptiskajos šķērsgriezumos. Kā piemērs, tiek apskatītas izteiktākas modas, kuras nosaka burbuļu plūsmu ķēdē katram gadījumam – iepriekš minētās procedūras rezultāts parādīts Attēlā 8.15. Koherences garuma noteikšanai tiek ieviests sliekšnis 50% no ātruma vērtības, kas ir vistuvāk ieplūdei – var redzēt, ka burbuļu ķēžu koherences garumi pie 30 un 100 *sccm* ar ārēju ML un 30 *sccm* bez ārēja ML pārsniedz ceļa garumu līdz brīvai virsmai, savukārt koherences garums pie 100 *sccm* bez ārēja ML ir $\sim 7.35 \text{ cm}$ (ieplūde ir zem 2 *cm* atzīmes). Attēls 8.14b liek domāt, ka burbuļu kustība ķēdē zaudē koherenci virs 3/4 no attāluma starp ieplūdi un brīvo virsmu. Tas arī saskan ar to, kas redzams Attēlā 8.6, it īpaši simulācijas laika intervāla beigās. Attēls 8.15 arī atspoguļo burbuļa telpisko frekvenci ķēdēs, gadījumos, kad tiek pievadīts ārējs ML.



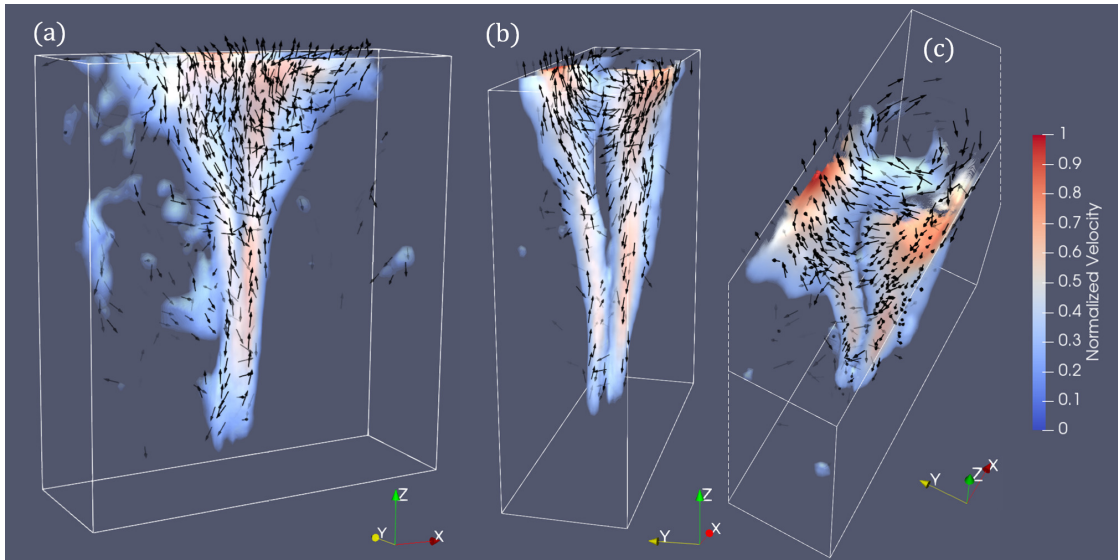
8.15. Attēls. Normalizēti ātruma moduļa integrāļi U_V izteiktākajam ātruma lauka modām, kas saistīti ar burbuļu kustības modeļiem burbuļu ķēdē. Integrāļus aprēķina pa eliptiskiem šķērsgrizumiem dažādos augstumos (z), kuros ātruma lieluma vērtības pārsniedz sliekšni, kas visos gadījumos ir identisks.

Interesanti ir arī izpētīt modas pie 30 un 100 *sccm* bez ārēja ML, kas uztver plūsmas turbulenci, piemēram, modas, kas ir redzamas Attēlā 8.16 - 8.18. 1. ātruma lauka moda pie 30 *sccm* bez ārēja ML ($\omega_1 \sim 0.18 \text{ Hz}$, $a_1 \sim 4.6 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$) ir redzama Attēlā 8.16: Attēls 8.16a norāda, skatoties blakus nultai modai Attēlā 8.13a, ka šī 1. moda aizņem vietu ap nultās modas centrālo serdi (attiecībā pret trauku un burbuļu ķēdi). Tā sastāv arī no pretīm plūstošām vertikālām strūklām, kuras labāk redzamas Attēlos 8.16c un 8.16d. Attēls 8.16d parāda, ka pretplūstošos reģionus, šķietami, aptuveni ierobežo XZ vidus plakne, lai gan nav redzamas simetrijas, tādas kādas ir redzamas nultajās modās ar ārēju ML (Attēli 8.9b un 8.10b). Attēlā 8.16b var redzēt arī kaut ko, kas izskatās vā virpuļaina plūsma, augšējā trauka apgabalā.



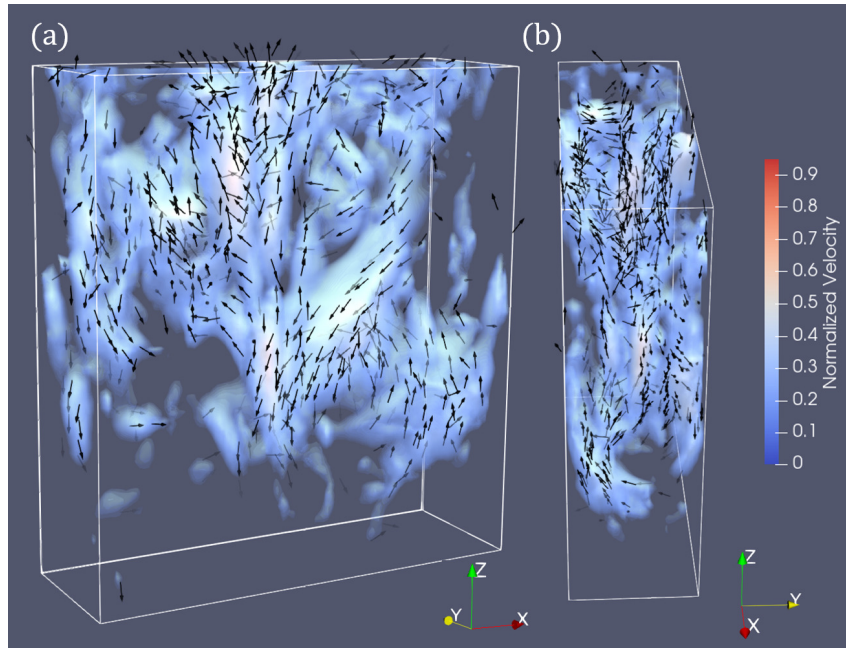
8.16. Attēls. Pirmā ātruma lauka moda pie 30 *sccm* bez ārēja ML.

Salīdzinājumam - Attēlā 8.17 ir redzams 1. ātruma lauka moda pie 100 *sccm* bez ārēja ML ($\omega_1 \sim 0.36 \text{ Hz}$, $a_1 \sim -1.2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$). Šeit ievēribas cienīga iezīme ir tā, ka atšķirībā no tā, kā tas ir pie 30 *sccm*, šajā modā ir divi skaidri nodalīti reģioni ar pretplūsmu, kas ir redzams Attēlā 8.17b. Tāpat kā 30 *sccm* gadījumā, šī moda aizņem vietu ap nultās modas serdi (Attēls 8.13)b, šoreiz ar daudz skaidrāku simetriju attiecībā pret *XZ* vidusplakni. Attēls 8.17c norāda uz virpuļainu plūsmu augšējā modas apgabalā, līdzīgi kā Attēls 8.16b, bet šeit, plūsma modā ir sakārtotāka, nekā 30 *sccm* gadījumā. Turklāt, atšķirībā no Attēla 8.16b, Attēlā 8.17b var redzēt, ka šķiet, ka virpuļveida plūsma stiepjas tālāk zem brīvās virsmas nekā 30 *sccm* gadījumā.



8.17. Attēls. Pirmā ātruma lauka moda pie 100 *sccm* bez ārēja ML.

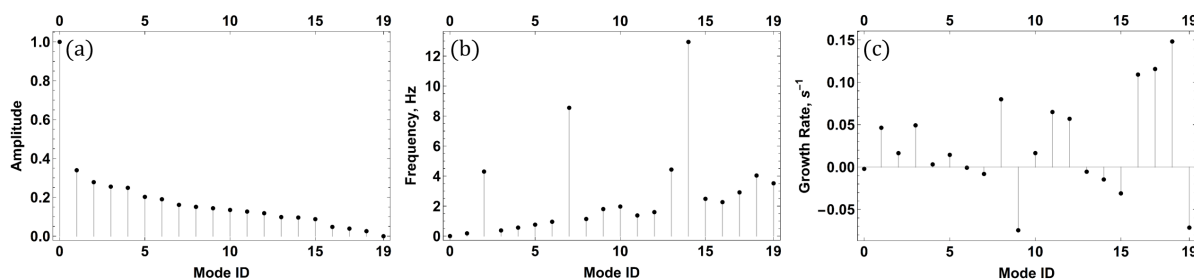
Tomēr Attēli 8.1 un 8.2, kā arī Attēli 8.5 un 8.6 liecina, ka ātruma lauks ir haotiskāks 100 *sccm* gadījumā. Iemesls ir tāds, ka pastāv izteikta 2. moda ($\omega_2 \sim 0.19 \text{ Hz}$, $a_2 \sim -4.9 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$), kas ir parādīta Attēlā 8.18, kas aptver lielāko daļu no trauka tilpuma. Šai modai nav redzama simetrija, un tas, iespējams, nosaka smalkāku nesakārtotu ātruma lauka struktūru, kas ir redzama Attēlos 8.2 un 8.6. Līdzīgai modai pie 30 *sccm* ir daudz mazāka amplitūda, kas ir zemāka nekā 2. modai Attēlā 8.14, kam vajadzētu izskaidrot novērojumus no ātruma un Q attēliem.



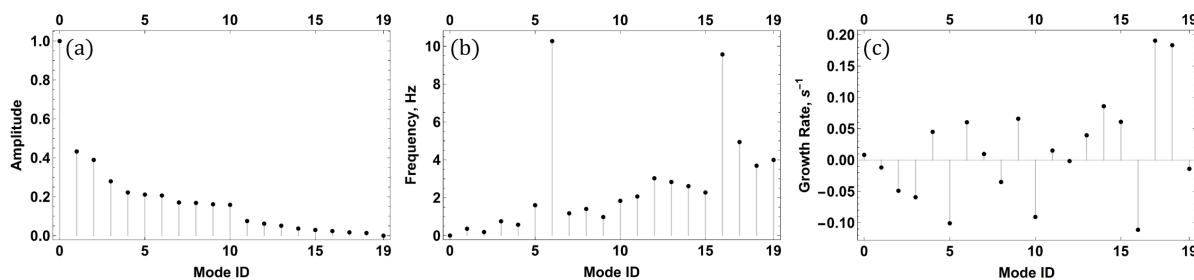
8.18. Attēls. Otrā ātruma lauka moda pie 100 *sccm* bez ārēja ML.

Gadījumiem bez piemērota ML, ir arī augstākas kārtas modas, toties tām ir mazākas amplitūdas un to struktūras ir līdzīgas kā Attēlā 8.18 un to telpisko struktūru raksturīgā garuma skala samazinās, pieaugot modas kārtai. Augstākas kārtas modas ir jāinterpretē ar piesardzību, divu iemeslu dēļ: pirmkārt, 1 mm kubisks skaitliskā modeļa režģis nespēj precīzi izšķirt smalkākās plūsmas struktūras augstākas kārtas modās; otrkārt, it īpaši 100 *sccm* gadījumā, visticamāk, ir vajadzīgs ilgāks datu uzņemšanas laiks, lai attēlotu reprezentatīvus plūsmas lauka stāvokļus. Šajā darbā citas gallija trauka modas nav parādītas.

Lai gan daudzām modām sākotnēji var būt lielas vai, tiesi otrādi, ļoti mazas amplitūdas, ir svarīgi ņemt vērā to augšanas ātrumu DMD analizē lietotajā laika intervālā (5 sekundēs). Interesanti ir arī apskatīt modu sākotnējās amplitūdas, frekvenci, un augšanas/dilšanas ātrumu, katrā no šeit aplūkotajiem gadījumiem - tas ir redzams Attēlos 8.19 - 8.22.



8.19. Attēls. (a) Sākotnējās normalizētās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi modām pie 30 *sccm* bez ārēja ML.

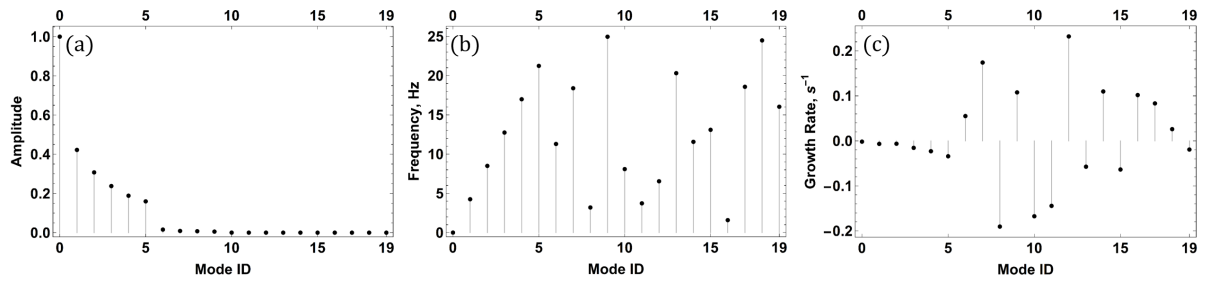


8.20. Attēls. (a) Sākotnējās normalizētās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi modām pie 100 *sccm* bez ārēja ML.

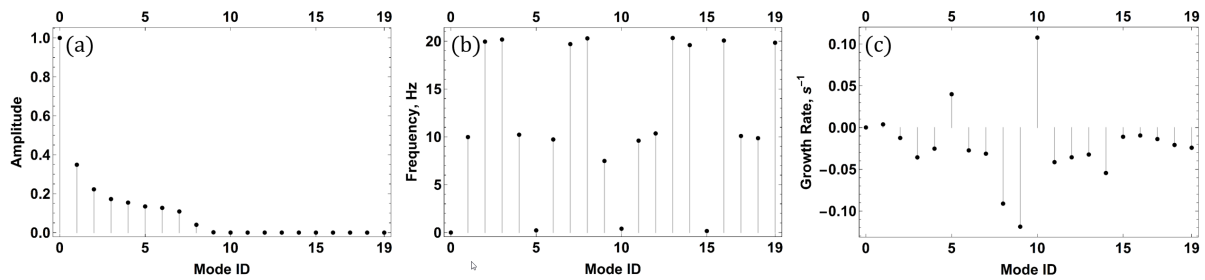
Visos gadījumos, nultajām stacionārajām modām, sākotnējā amplitūda ir vairāk nekā divreiz lielāka salīdzinājumā ar visām citām modām. Var atzīmēt vairākus modeļus gadījumiem, kad nav lietota MF (Attēli 8.19 un 8.20). Pirmkārt, modām ar augstākām laika frekvencēm, parasti ir zemākas amplitūdas, izņemot dažas izņēmuma modas, kas atšķiras starp 30 un 100 *sccm*. Vēl viena raksturīga iezīme ir tā, ka normalizētās amplitūdas,

pieaugot modu secībai, 30 *sccm* gadījumā samazinās, vairāk nekā pie 100 *sccm* (skaitļi 8.19a un 8.20a) kur pie 100*sccm* amplitūdas slīpums 1. – 4. modai ir straujāks un ir neliels leciens starp 10. un 11. modu. Interesanti ir arī tas, ka, lai gan augstākas kārtas modām amplitūda nav pārāk atšķirīga, 1. – 3. Un 5. modai, pie 100 *sccm*, ir diezgan lieli negatīvi augšanas ātrumi (Attēls 8.20 c), kas nozīmē, ka to modu dominance, pār augstākas frekvences modām, laika gaitā, samazināsies. Papildus tam, 6. modai ir ievērojams pozitīvs augšanas ātrums un visaugstākā frekvence (Attēls 8.20b). Tikmēr pie 30 *sccm* Attēlā 8.19c ir redzams, ka zemākas frekvences modām ir vai nu ievērojams pozitīvs, vai gandrīz nulles augšanas ātrums un divām modām ar visaugstāko frekvenci, augšanas ātrums ir negatīvs. Tas liek domāt, ka lielāks plūsmas ātrums veicina smalkākas plūsmas struktūras ar mazāku laika skalu, un DMD ļauj to kvantificēt. Principā, simulācijām ar lielāku režģa izšķirtspēju vajadzētu būt iespējams padziļināti analizēt plūsmas DMD modu struktūru raksturīgās garuma skalas, izmantojot attēlu apstrādi un/vai spektrālās metodes.

Kad tiek pievadīts ārējs ML (Attēli 8.21 un 8.22), parādās vairākas nozīmīgas atšķirības. Pirmkārt, tagad nav skaidra sakarība starp frekvences un modas secību, pēc amplitūdas, kā redzams Attēlos 8.21b un 8.22b. Otrkārt, skaitļi 8.21a un 8.22a norāda, ka atšķirībā no gadījumiem bez ārēja ML, ar ārēju ML, ir ļoti straujš modu amplitūdas kritiens pēc 5. modas pie 30 *sccm* un 7. modas pie 100 *sccm*, pēc kā, modu amplitūdas ir tik mazas, ka pat augstās pozitīvās augšanas vērtības pie 30 *sccm* (Attēls 8.21) neietekmē kopējo dinamiku. Šīs pozitīvās augšanas vērtības vairāk nekā pusei modu pēc 5. modas pie 30 *sccm* ir krasā pretstatā tam, kas redzams Attēlā 8.22c pie 100 *sccm*, kur var redzēt, ka lielākajai daļai modu ir ievērojams negatīvs augšanas ātrums. Attēli 8.21b un 8.22b norāda uz modu laika frekvences globālo pieaugumu - to var attiecināt uz telpiskām harmonikām, kas ir saistītas ar burbuļu ķēdi, piemēram, Attēlā 8.12. Visi šie ir kvantitatīvi rādītāji, ieskaitot mazāku modu skaitu, kas ir nepieciešams sistēmas aprakstīšanai ar ārēju ML, ko var pielietot, lai sistemātiski pētītu, kā ML stabilizē un regulē plūsmas lauku un kā tas tiek traucēts pie lielākiem plūsmas ātrumiem. Modu augšanas ātrumi parādīti Attēlā 8.22c izskaidro arī pakāpenisku pāreju no taisnām uz *YZ* plaknes zig-zag trajektorijām par 100 *sccm* ar ārēju MF (Attēls 8.10) - nultā moda, laika gaitā, kļūst izteiktāka, salīdzinājumā ar citiem sarūkošām modām.



8.21. Attēls. (a) Sākotnējās normalizētās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi modām pie 30 *sccm* ar ārējo ML.



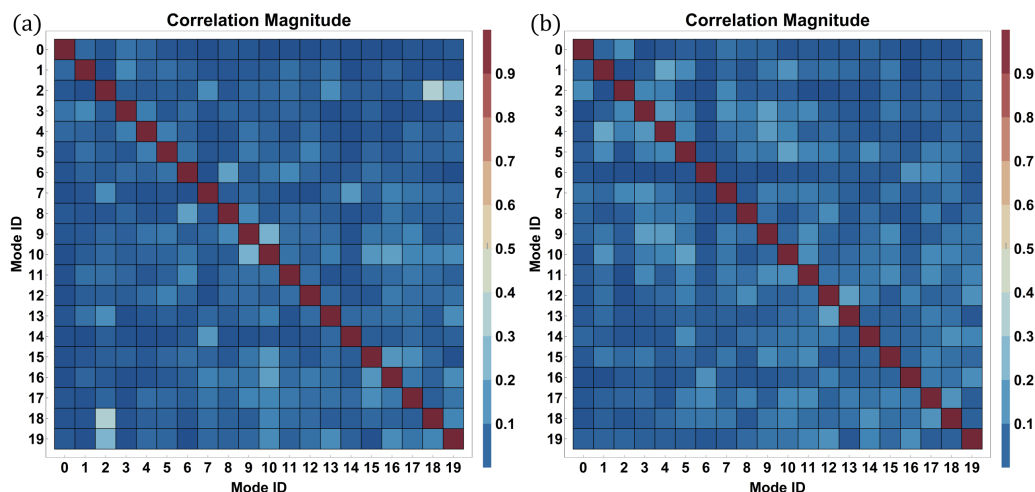
8.22. Attēls. (a) Sākotnējās normalizētās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi modām pie 100 *sccm* ar ārējo ML.

Visbeidzot, ir svarīgi analizēt telpiskās korelācijas pakāpi starp DMD modām - modu korelācijas matricas ir norādītas Attēlos 8.23 un 8.24, kur var redzēt, ka modas ir diezgan vāji korelētas, izņemot pāris modas pie 100 *sccm* ar ārējo ML (Attēls 8.24b). Iemesls, kāpēc daži no modu pāriem ir mazāk ortogonāli nekā citi, ir tāds, ka DMD uztver arī argona ātruma lauka svārstības burbuļos. Pie pašreizējās izšķirtspējas, šīs svārstības nav pietiekami labi izšķirtas un tās var interpretēt kā savstarpēji korelētu troksni, tāpēc tās modas, kas satur šo korelēto troksni ir nedaudz savstarpēji korelētas. Ir sagaidāms, ka augstākas kārtas modas ir jutīgākas pret šo efektu, jo argona ātruma lauka troksnim ir smalkas telpiskas un laika skalas. Var pamanīt, ka kopējās, ārpus diagonāles korelācijas vērtības ir mazākas pie 30 *sccm* ar ārējo ML, nekā tās ir pie 100 *sccm* (Attēls 8.24).

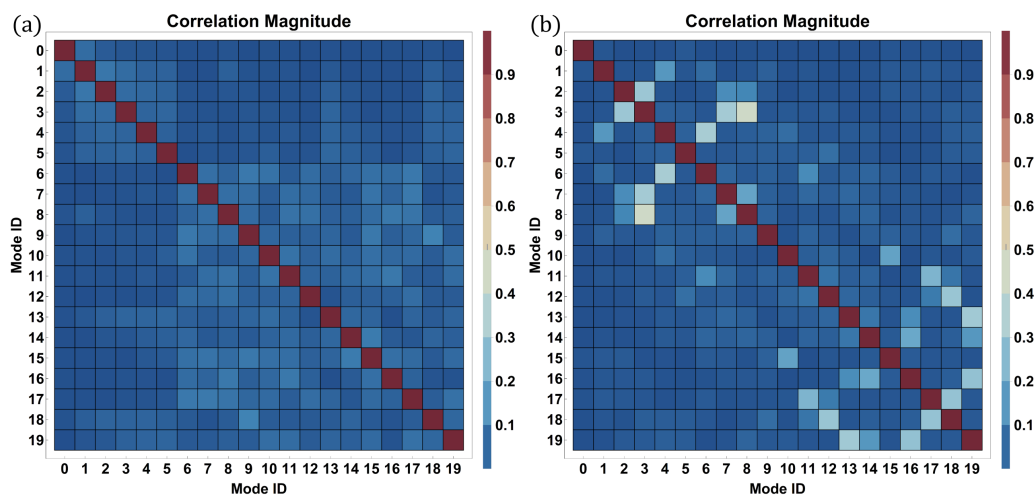
Gadījumiem bez ML (Attēls 8.23) var redzēt, ka pie 30 *sccm* ir dažas izteiktākas korelācijas, taču, kopumā, vērtības ir zemākas nekā pie 100 *sccm*, kur nav lielu pīķu, t.i., ārpus diagonāles vērtības ir izkliedētākas matricā. To var izskaidrot ar faktu, ka lielākā daļa modu pie 100 *sccm* ir daudz haotiskākas un tām ir sīkākas telpiskās struktūras nekā 30 *sccm* gadījumā, ar telpiskām / laika skalām, kas bieži vien nedaudz pārklājas ar korelēto troksni, kas izskaidro vienmērīgo sadalījumu ārpus diagonāles elementiem. Iepriekšējos gadījumos, kad tiek pievadīts ārējs ML, plūsma ir galvenokārt lamināra un praktiski vien-

īgās smalkās laika/telpiskās struktūras, kas ir līdzīgas troksnim, ir atrodamas dažās ar burbuļu ķēdi saistītajās telpiskajās harmonikās, t.i., augstākas kārtas modās, kas līdzīgi kā Attēlā 8.12 - šķiet, ka pārklāšanās ir spēcīgāka pie 100 *sccm*.

Tomēr fakts, ka, kopumā, modas, it īpaši spēcīgākās no zemo kārtu modām, ir ļoti ortogonālas, nozīmē, ka ir diezgan droši fiziski attiecināt šīs modas uz dažādiem impulsa pārnese mehānismiem (un to telpiskajām harmonikām), kas notiek traukā.



8.23. Attēls. Korelācijas matricas trauka ātruma lauka modām (a) pie 30 *sccm* un (b) pie 100 *sccm* bez ārēja ML.



8.24. Attēls. Korelācijas matricas trauka ātruma lauka modām (a) pie 30 *sccm* un (b) pie 100 *sccm* ar ārēju ML.

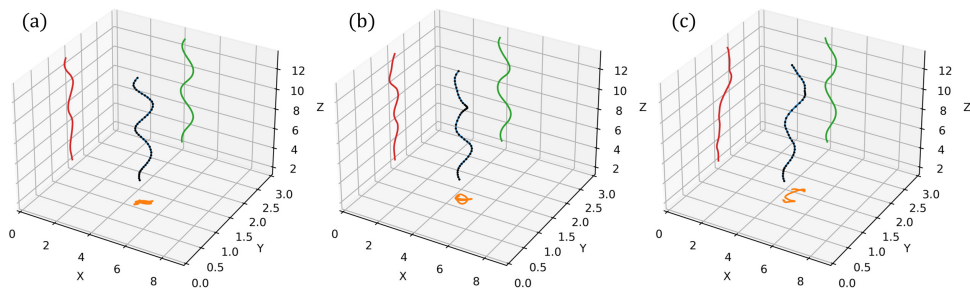
8.3. Burbuļu atskaites sistēma: trajektorijas un plūsmas struktūras

Lai detalizētāk analizētu burbuļa astes plūsmu, vispirms ir jāpārvietojas uz burbuļa atskaites sistēmu, izsekojot atsevišķus burbuļus, rekonstruējot to centru trajektorijas un

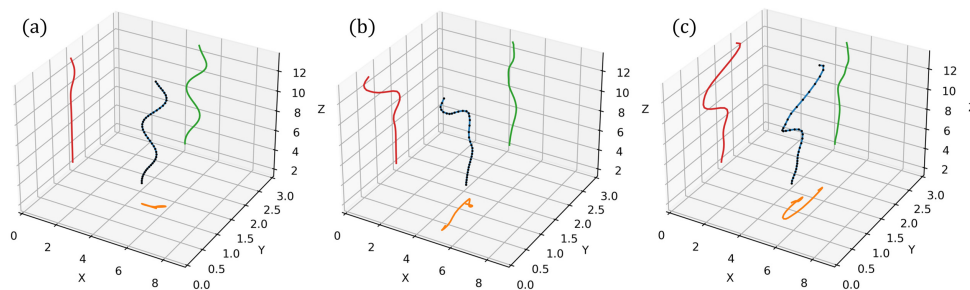
veicot ātruma mērījumus, no kuriem var aprēķināt relatīvā ātruma lauku, burbuļa atskaites sistēmā. Tas tiek darīts šādi:

- Fāzu robežas nosaka, pielietojot *VTK marching cubes algoritmu*.
- Noņem augšējo brīvo virsmu un burbuļus pie ieplūdes, kas vēl nav atdalījušies.
- Aprēķina burbuļu centroīdas un tilpumu, no to virsmām, izmantojot *STL Python* bibliotēku.
- Veic trajektorijas rekonstrukciju un velocimetriju, izmantojot mūsu *MHT-X* izsekošanas kodu (atvērtā pirmkoda) [59].

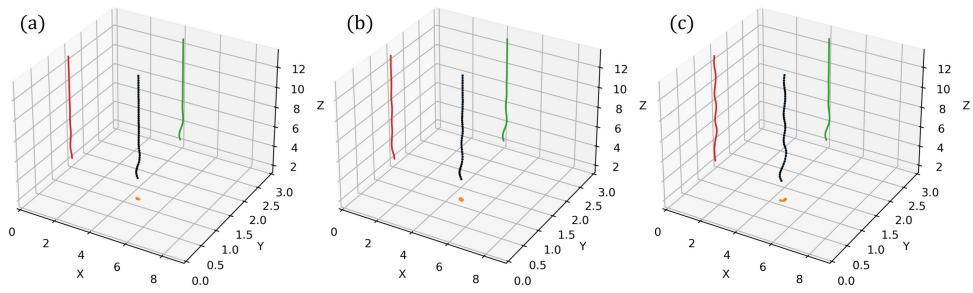
Attēli 8.25-8.28 parāda reprezentatīvas aprēķinātās trajektorijas. Ar šīm trajektorijām, tika aprēķināti ātruma lauki burbuļu atskaites sistēmā. Šie un attiecīgie Q lauki (invarianti pret Galileja transformāciju) ir redzami Attēlos 8.29-8.36.



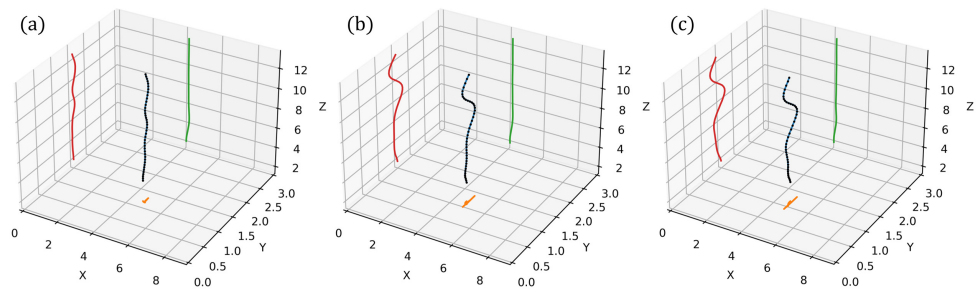
8.25. Attēls. Reprezentatīvas trajektorijas (zilās līnijas) pie 30 *sccm*, bez ārēja ML. Trajektorijas (a-b) ir sakārtotas secīgi laikā. Diagrammu asis atbilst trauka asīm. Oranžās, zaļās un sarkanās līnijas ir trajektorijas projekcijas uz XY , XZ un YZ plaknēm. Melnie punkti uz zilajām līnijām ir burbuļu centri, kurus izmanto trajektoriju rekonstrukcijai.



8.26. Attēls. Reprezentatīvas trajektorijas pie 100 *sccm*, bez ārēja ML. Trajektorijas (a-b) tiek sakārtotas secīgi laikā.

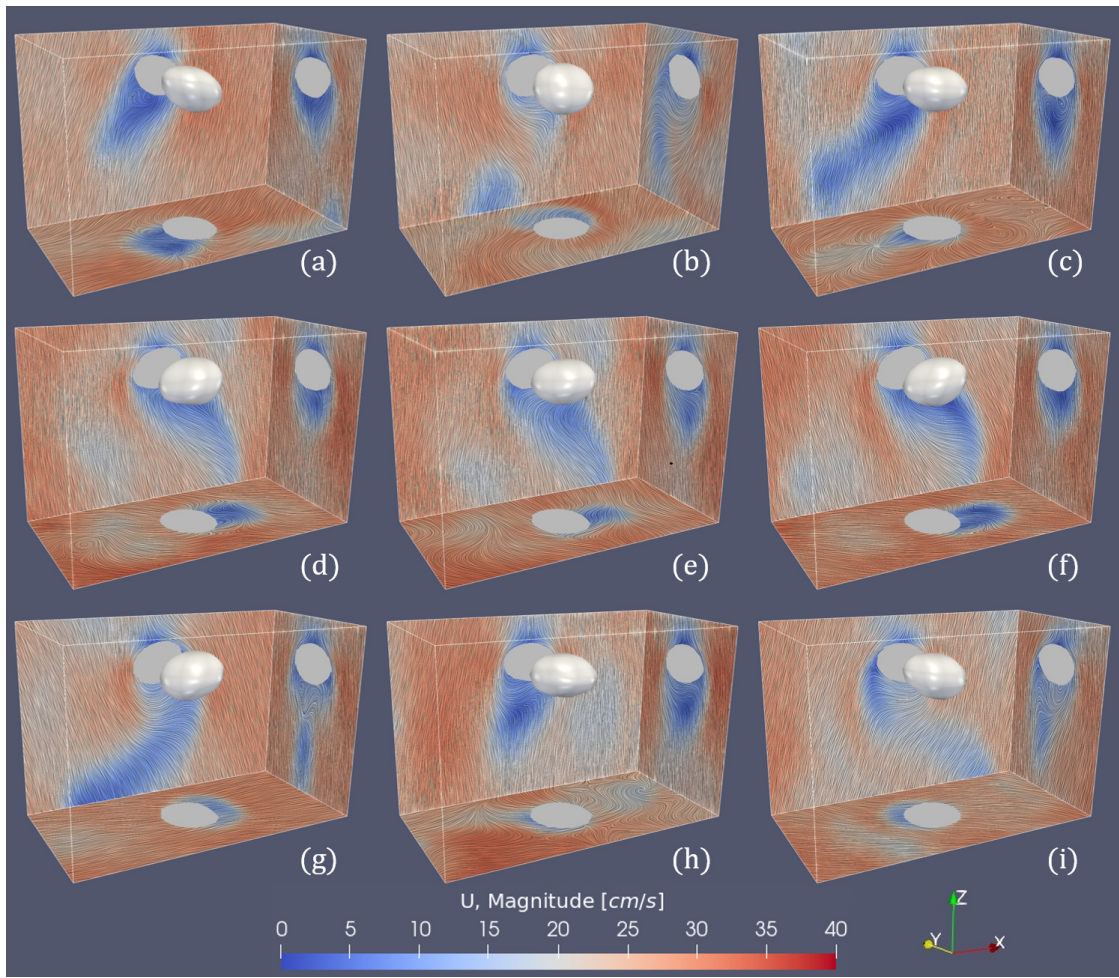


8.27. Attēls. Reprēzentatīvas trajektorijas pie 30 *sccm*, bez ārēja ML. Trajektorijas (a-b) tiek sakārtotas secīgi laikā.



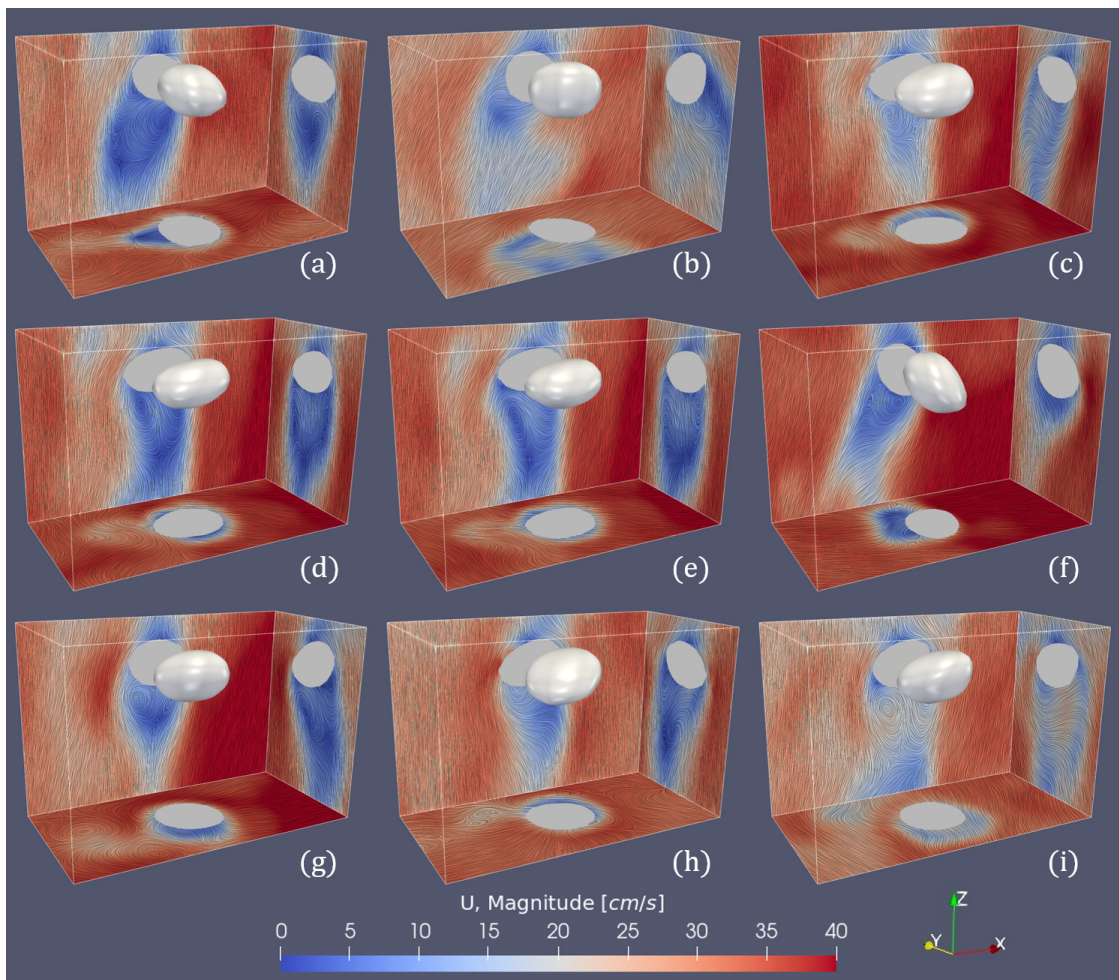
8.28. Attēls. Reprēzentatīvas trajektorijas pie 100 *sccm*, ar ārēju ML. Trajektorijas (a-b) tiek sakārtotas secīgi laikā.

Ir manāma atšķirība starp trajektorijām pie 30 *sccm* bez ML un pie 100 *sccm* bez ML - lai gan trajektorijās ir manāmas perturbācijas, 30 *sccm* atbilst diezgan regulāriem klasiskajiem zig-zagiem, kas laika gaitā saglabājas (Attēls 8.25), savukārt 100 *sccm* burbuļiem ir nesakārtoti zig-zag ceļi ar lielākām novirzēm ārpus plaknes (*XZ*) (Attēls 8.26). Gadījumi ar ārējo ML ir interesanti ar to, ka trajektorijas sākotnēji ir gandrīz pilnīgi taisnas, taču, laika gaitā, attīstās ļoti mazas periodiskas perturbācijas pie 30 *sccm* (Attēls 8.27). Pie 100 *sccm*, kā redzams Attēlā 8.28, trajektoriju augšējā daļā rodas ievērojamas ārpus plaknes perturbācijas, kas pēc kāda laika tās kļūst pastāvīgas (Attēls 8.25c) - to izskaidro ātruma lauka nultā moda, kas ir redzama Attēlā 8.10.



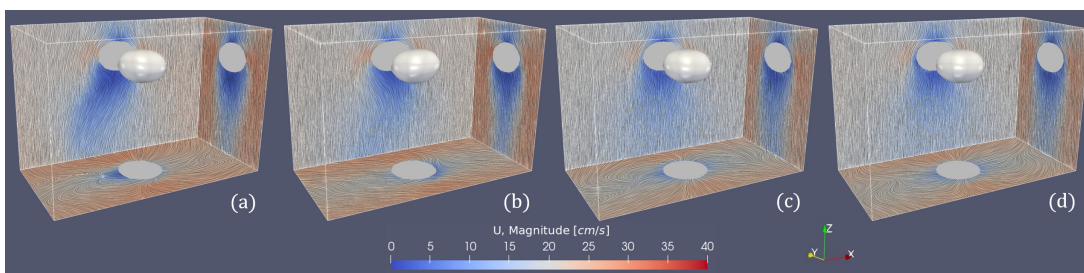
8.29. Attēls. 30 *sccm* bez ārēja ML: relatīvā ātruma lauka, ap burbuļiem, LIC diagrammas, pie pāris reprezentatīviem laika punktiem.

Ātruma lauks, burbuļu atskaites sistēmā, pie 30 *sccm* bez ārēja ML, *pie raksturīgiem laika punktiem*, ir redzams Attēlā 8.29. Var redzēt, ka šķidrums plūsmā, zem burbuļa, iet cauri periodiskām svārstībām, kas ir, lielākoties, simetriskas ap XZ plakni. Var manīt, ka, aiz burbuļa, formējas virpuļi galējā plūsmā (piem. Attēli 8.29a un 8.29i) un ir novērojama plūsmas asimetrizācija (Attēli 8.29b, 8.29c, 8.29g-8.29i). Neskatoties uz to, virpuļi, burbuļa astes plūsmā, ir nelieli, un pati astes plūsma ir salīdzinoši īsa, pretēji tam, kas ir redzams pie 100 *sccm* (Attēls 8.30), kur var redzēt, ka burbuļa astes plūsma iet ārpus apskatītā reģiona. Redzamie virpuļi, pie 100 *sccm*, arī, ir daudz lielāki, kā var redzēt Attēlos 8.30a, 8.30d-g un 8.30i. Burbuļa astes plūsma arī svārstās ar lielāku amplitūdu YZ plaknē. Skatoties uz XY plaknēm Attēlos 8.29 un 8.30, var pamanīt, ka burbuļa astes plūsma zem, pāris burbuļa diametru garuma, ir daudz nesakārtotāka.

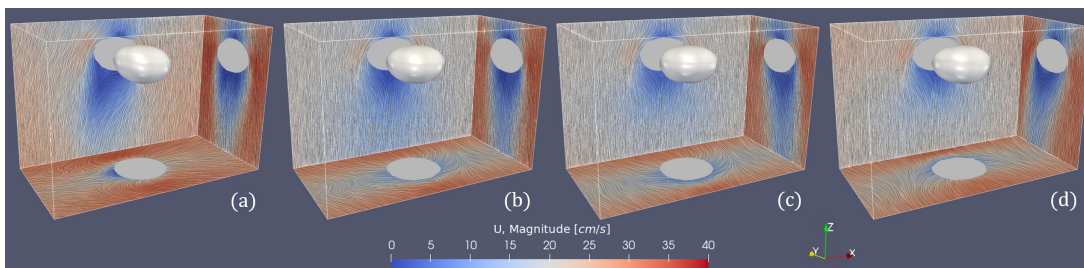


8.30. Attēls. 100 *sccm* bez ārēja ML: relatīvā ātruma lauka, ap burbuļiem, LIC diagrammas pie reprezentatīviem laika punktiem.

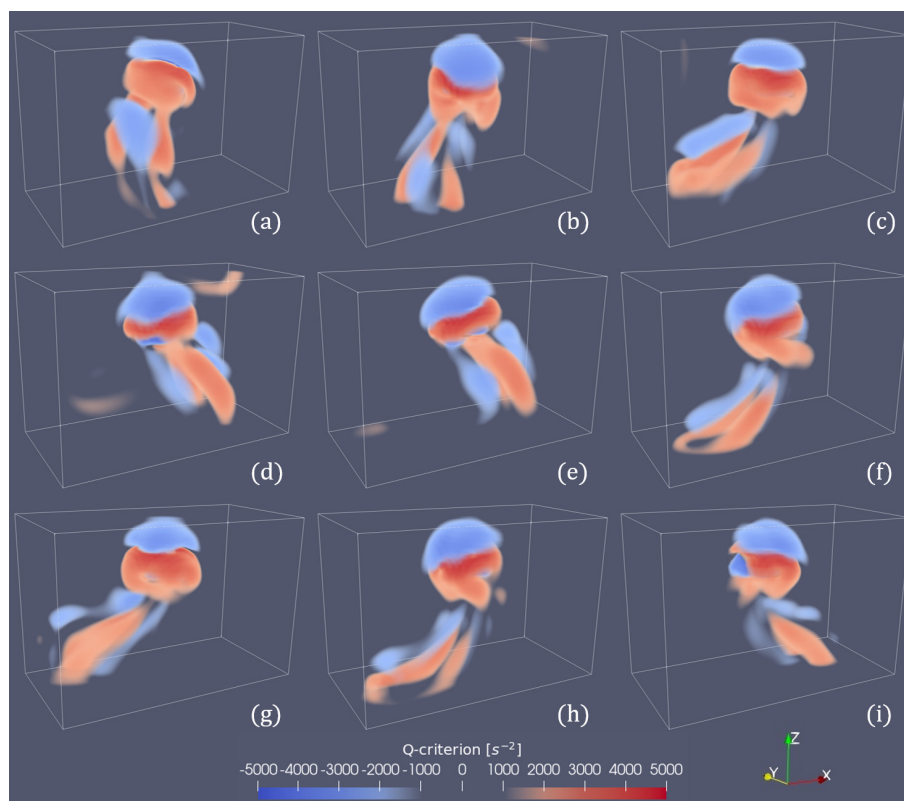
Pievadot ārēju ML, burbuļu astes plūsma tiek *laminarizēta*, un tās izmērs ievērojami samazinās, kā var redzēt Attēlos 8.31 pie 30 *sccm* un 8.32 pie 100 *sccm*. Var redzēt, ka abos gadījumos nenotiek virpuļu veidošanās un atrašanās. Vēl var manīt, ka, neskaitot ātruma pieaugumu, pie 100 *sccm* ir manāmas burbuļa astes plūsmas svārstības *YZ* plaknē (Attēli 8.32c un 8.32d). Šīs svārstības var skaidrot ar nulto DMD modu trauka atskaites sistēmā (Attēls 8.10). Ir svarīgi ņemt vērā, ka Attēlos 8.31a un 8.32a burbuļu plūsmas aste ir slīpa *XZ* plaknē tad, kad burbuļi atraujas no horizontālas $+X$ virzienā vērstās ieplūdes caurules.



8.31. Attēls. 30 *sccm* ar ārēju ML: relatīvā ātruma lauka, ap burbuļiem, LIC diagrammas pie reprezentatīviem laika punktiem.



8.32. Attēls. 100 *sccm* ar ārēju ML: relatīvā ātruma lauka, ap burbuļiem, LIC diagrammas pie reprezentatīviem laika punktiem.



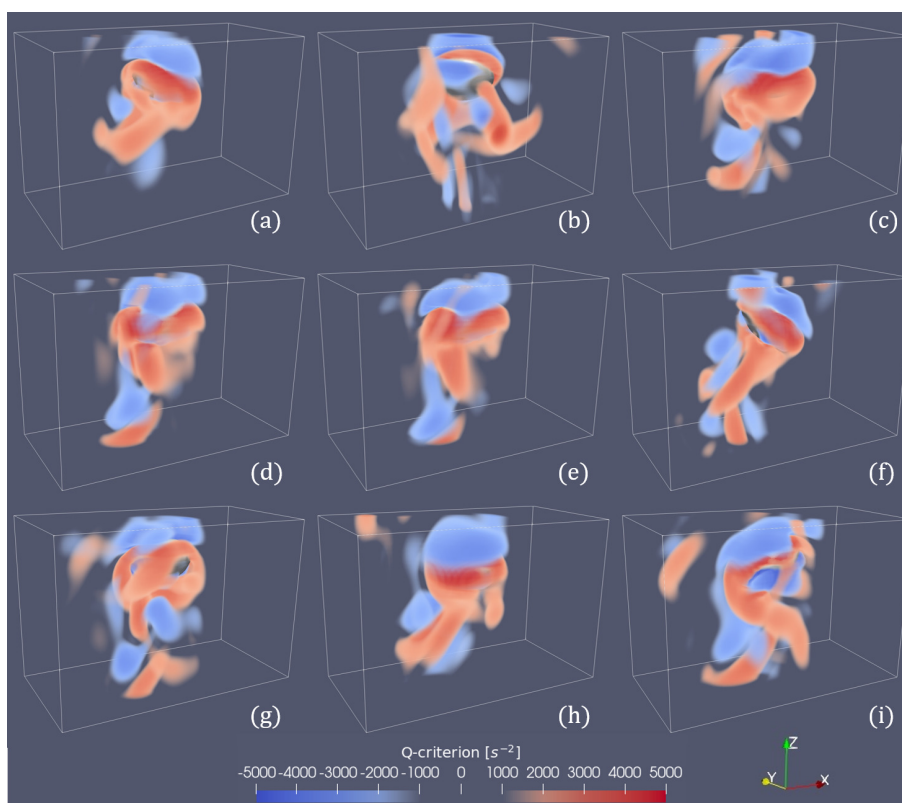
8.33. Attēls. 30 *sccm* bez ārēja ML: Q lauks ap burbuļiem, pie reprezentatīviem laika punktiem.

Skatoties uz Q lauku, ap burbuļa plūsmas asti, pie 30 *sccm* bez ārēja ML (Attēls 8.33),

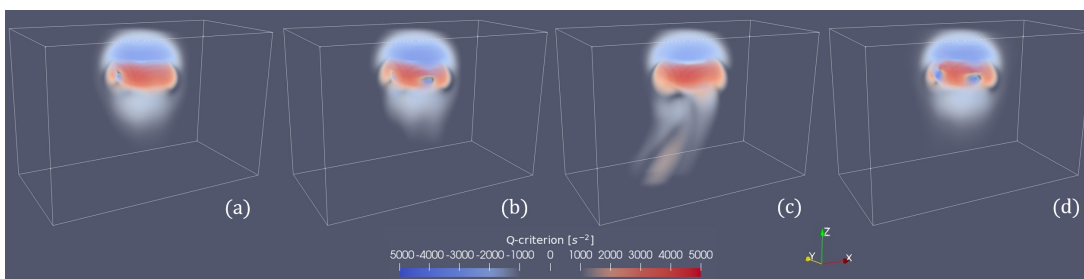
var redzēt raksturīgos *matadatas formas virpuļus*, no to sarkanajām virpuļu serdēm. Šīs *virpuļu serdes* ir salīdzinoši sakārtotas, un Q lauks neuzrāda mazākas garuma skalas virpuļus ap galvenajiem virpuļiem. Vēl var secināt, ka virpuļiem no iepriekšējā burbuļa nav manāma ietekme uz nākamā burbuļa plūsmu, apskatītajā reģionā.

Tas ir pretstatā ar 100 *sccm*, kas ir redzams Attēlā 8.34, kur var redzēt, ka virpuļu struktūras, kas ir palikušas no iepriekšējiem burbuļiem, neizzūd pirms nākamie burbuļi ar tām mijiedarbojas. Šī faktora un intensīvāku turbulentu burbuļu astes plūsmas pulsāciju kombinācija iedarbojas, lai izjauktu citādi regulāras virpuļu serdes zem burbuļiem. Spēcīga iepriekšējo burbuļu plūsmas ietekme ir it īpaši redzama Attēlos 8.34c, 8.34g, 8.34i. Burbulis Attēlā 8.34a ir viens no pirmajiem burbuļiem, līdz ar to tā apkārtējā plūsma ir sakārtotāka.

Ja tiek pievadīts ML, tad EM gallija plūsmas slāpēšana, apspiež virpuļus aiz burbuļiem, kā ir redzams Attēlā 8.35, kur nav redzamas virpuļu serdes zem burbuļiem, un vienīgie izteiktie Q reģioni apraksta seglveida plūsmu tieši virs burbuļa.

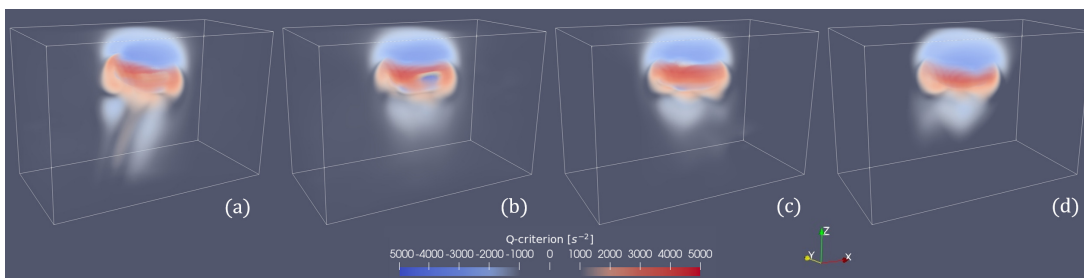


8.34. Attēls. 100 *sccm* bez āreja ML: Q lauks ap burbuļiem pie reprezentatīviem laika punktiem.



8.35. Attēls. 30 *sccm* bez āreja ML: Q lauks ap burbuļiem pie reprezentatīviem laika punktiem.

Pie 100 *sccm* ar ārēju ML (attēls 8.36), Q lauka struktūras ir ļoti līdzīgas kā pie 30 *sccm*, tikai ar lielākām absolūtām Q lauka vērtībām. Burbuļa astes plūsmas Attēlos 8.35c in 8.36a atbilst plūsmai tieši pēc burbuļa atrašanās no ieplūdes caurules, kas izraisa stipru perturbāciju un virpuļu ģenērāciju, kas tiek ātri noslāpēta, un plūsma ātri tiek laminarizēta.

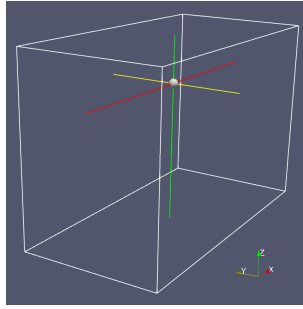


8.36. Attēls. 100 *sccm* ar ārēju ML: Q lauks ap burbuļiem pie reprezentatīviem laika punktiem.

8.4. Burbuļa atskaites sistēma: astes plūsmas ātruma lauka DMD

Lai aprēķinātu DMD modas, ātruma laukam burbuļu atskaites sistēmā, mēs izmantojām burbuļu trajektorijas, kas norisinās tajā pašā laika intervālā, kurā tika veikta trauka atskaites sistēmas DMD un noņemam trajektorijas, kas ir īsākas par 10 kadriem. Pārējās trajektorijas tiek apgrieztas, lai burbuļi atrastos vertikālā intervālā $z \in [40 \text{ mm}, 110 \text{ mm}]$. Tas tiek darīts, lai izvairītos no asām ātruma lauka maiņām pie ieplūdes caurules un augšpusē, pie brīvās virsmas. Pāreja uz burbuļu atskaites sistēmu tiek veikta šādi: burbuļu centroīdu trajektorijas, laika gaitā, tiek interpolētas ar kubiskiem splainiem un tiek aprēķināti momentānie burbuļu centroīdu ātrumi, ņemot pozīcijas laika atvasinājumu pa splainiem; gallija trauka ātruma lauks tiek atkārtoti interpolēts taisnstūrveida reģionā (Attēls 8.37), kas seko burbuļa centroīdai, un burbuļa centroīdas ātrums tiek atņemts

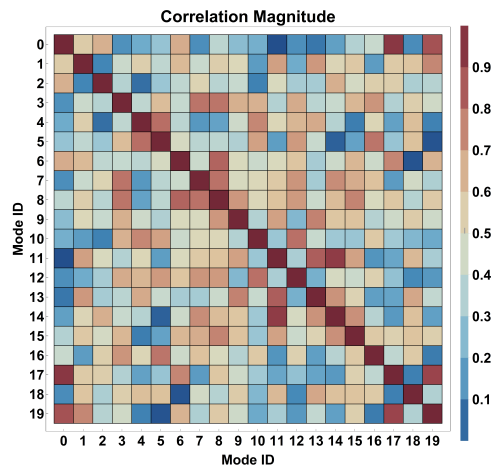
no interpolētā ātruma lauka. Interpolēšanas reģions ir garāks virzienā z^- , lai notvertu lielāku daļu no burbuļa astes plūsmas.



8.37. Attēls. Ātruma lauka interpolēšanas reģions burbuļa atskaites sistēmā. Pelēkais punkts asu krustpunktā ir burbuļa centroida. Reģiona izmēri ir: $x^- = x^+ = 15 \text{ mm}$; $y^- = y^+ = 7.5 \text{ mm}$; $z^+ = 5 \text{ mm}$; $z^- = -15 \text{ mm}$.

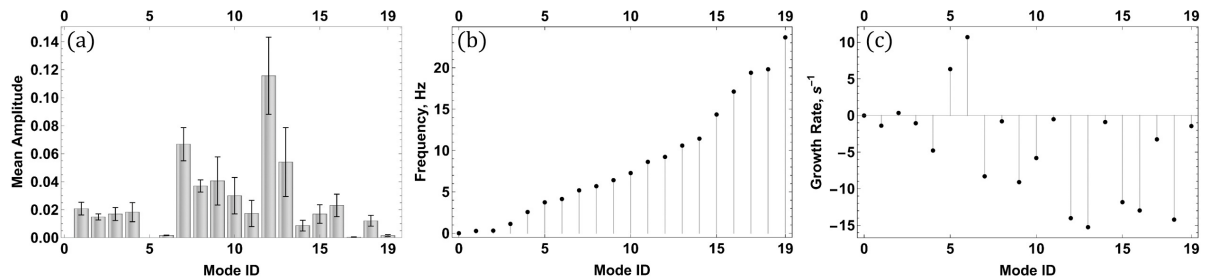
Interpolētajam laukam tiek uzklāta sfēriska maska ar $4,5 \text{ mm}$ rādiusu, kas ir centrēta uz burbuļa centroīdu. Tas tiek darīts, lai maskētu argona ātruma lauka straujās maiņas, iekšā burbuļos. Ieejas datu pārvēršana no reālas uz komplekso formu (Sadaļa 6) tiek veikta katram lauka režģa punktam, burbuļa trajektorijas laika diapazonā. Ātruma lauka stāvokļu sakraušana (5.13) tiek veikta trajektoriju lauka datiem, atsevišķi iegūstot katras trajektorijas matricas M_0 un M_1 . Matricas M_0 abos galos tiek apgrieztas laikā, lai novērstu trajektorijas pārklāšanos laika nobīdes dēļ. Pēc tam visas M_0 tiek apvienotas pēc to trajektoriju secības laikā, veidojot M'_0 . Tas pats tiek darīts ar M_1 , kas attiecīgi veido M'_1 . Pēc tam DMD tiek veikts ar M'_0 un M'_1 , iegūstot modas visam trajektoriju ansamblim. Sākotnējās amplitūdas tiek aprēķinātas katrai trajektorijai atsevišķi kā [33]. Tāpat kā traukam, tiek aprēķinātas pirmās 20 dinamiskās modas, burbuļa reģionā.

Pie 30 sccm ar ārēju MF, Attēls 8.38 parāda, ka modas, apskatītajā reģionā (Attēls 8.37), burbuļu atskaites sistēmā (turpmāk sauktas "burbuļu modas"), ir stipri savstarpēji korelētas. Tas nozīmē, ka burbuļu modas, atšķirībā no ātruma lauka modām trauka atskaites sistēmā, ir jāinterpretē kopīgi un ir nepieciešama padziļināta analīze.

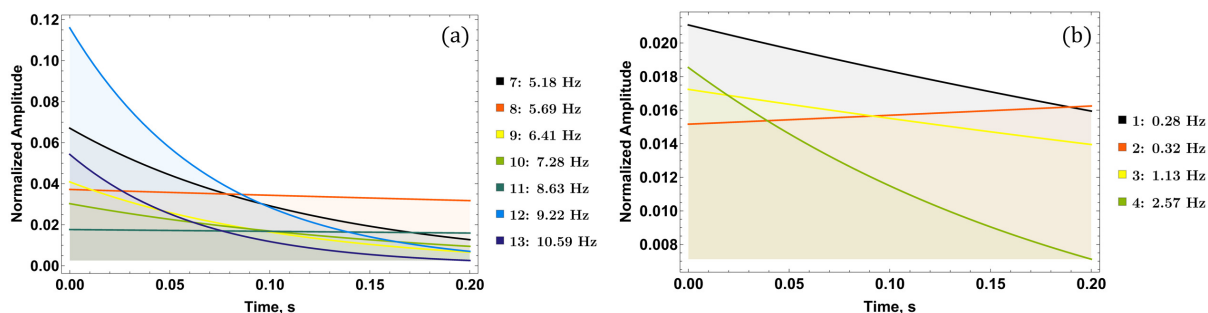


8.38. Attēls. Burbuļa DMD modu korelācijas vērtību matrica pie 30 *sccm* ar ārēju ML.

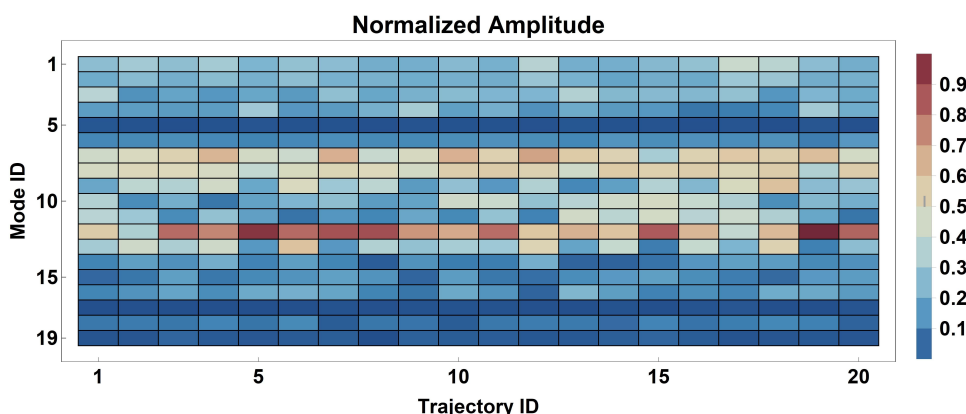
Neskaitot vidējās sākotnējās amplitūdas (tāpat kā iepriekš, normalizētas pēc nultās DMD modas amplitūdas) ar standarta novirzēm, frekvencēm un augšanas ātrumiem (Attēls 8.39), rūpīgi jāpārbauda arī normalizētā modu amplitūdu dinamika (Attēls 8.40), kā arī normalizētas vidējās kvadrātiskās (RMS) modu amplitūdas katrai analizētajai trajektorijai (Attēls 8.41). Attēlā 8.41 normalizēšana tiek veikta no 1. līdz 19. modai, vizuāliem nolūkiem - tas ir tāpēc, ka nultās modas amplitūda ir, aptuveni, par vienu lieluma kārtu lielāka nekā nākamā lielākā, šajā gadījumā 12. modai. Šie datu vizualizācijas soļi tiks atkārtoti pārējiem trim apskatītajiem gadījumiem.



8.39. Attēls. 30 *sccm* ar ārēju ML: relatīvā ātruma lauka modas: (a) normalizētas sākotnējās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi. Normalizācija veikta pret nultās modas amplitūdu.

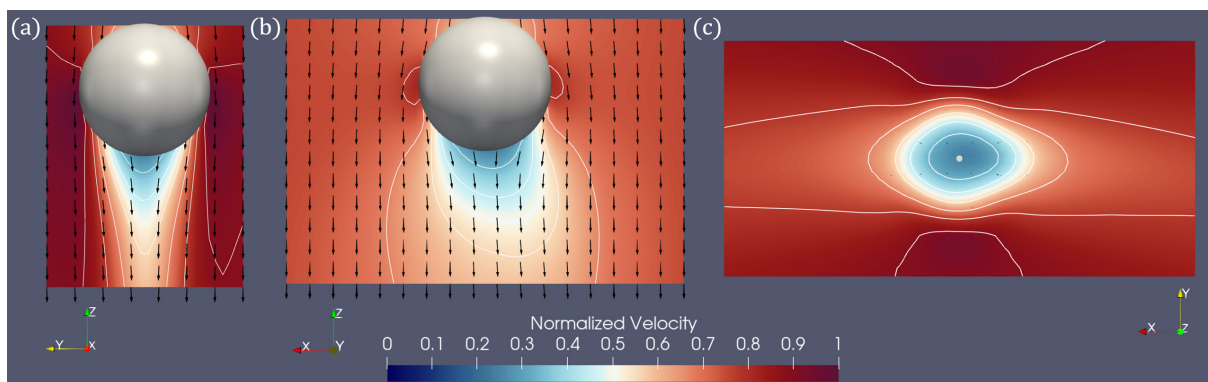


8.40. Attēls. 30 *sccm* ar ārēju ML: normalizēto modu amplitūdu dinamika, trajektorijas laikā. Normalizācija attiecībā pret nulto modu. Maznozīmīgas modas nav iekļautas. Leģenda: Modas ID un frekvences.



8.41. Attēls. 30 *sccm* ar ārēju ML: normalizētas vidējās kvadrātiskās (RMS) amplitūdas modām, visās apstrādātās trajektorijās. Normalizācija tiek veikta ar režīmiem no 1 līdz 19.

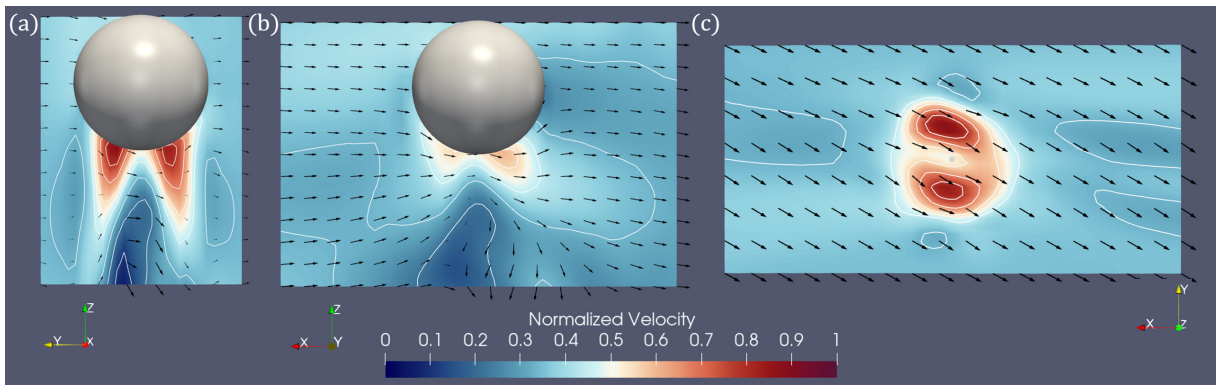
Visstiprākā burbuļu plūsmas ātruma lauka moda ir nultā moda, kas būtībā ir vidējās plūsmas moda ar $\omega_0 \sim 2.6 \text{ mHz}$ un $a_0 \sim -9.4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, redzams Attēlā 8.42. Tās relatīvais stiprums, starp modām, ir tuvu vieniniekam, ar standartnovirzi $\sim 0.26\%$. Neskatoties uz nulto modu, kā redzams Attēlos 8.39 un 8.40a, sākotnēji dominējošās modas ir 12, 7 un 13, un modām 9, 8, 10 un 11 ir mazāka, bet tomēr ievērojama amplitūda. Vēl ir svarīgas zemākas frekvences modas no 1 līdz 4 un to amplitūdas dinamika, kas ir redzama Attēlā 8.40b. Jāņem vērā, ka modas 12., 7., 13., 9. un 10. modas, trajektorijas laikā ļoti ātri dilst, savukārt 8. un 11. modu amplitūdas gandrīz nemainās. Is svarīgi ņemt vērā, ka sākotnēji 8.40 attēloto modu amplitūdu summa ir ~ 0.38 no nultās modas amplitūdas, toties trajektorijas laika intervāla beigās, to kopējais ieguldījums samazinās līdz ~ 0.1 .



8.42. Attēls. Nultā burbuļa ātruma lauka moda 30 *sccm* ar ārēju ML: (a) YZ plaknē, (b) XZ plaknē un (c) XY plaknē. Pelēkā sfēra a) un b) grafikā apzīmē masku, ko, pirms DMD, izmanto uz datiem, apskatītajā reģionā (Attēls 8.37). Piezīme: pelēkais punkts c) grafikā plaknes centrā ir vieta, kur sfēriskā maska krustojas ar XY plakni, t.i., plakne atrodas tieši zem maskas. Plaknes YZ un XZ sevī satur sfēriskās maskas centru. Plaknes ātruma lauka vektora garumi (a-c) tiek mērogoti, uz plaknēm projicējot vienmērīgu, vienāda garuma vektoru režģi.

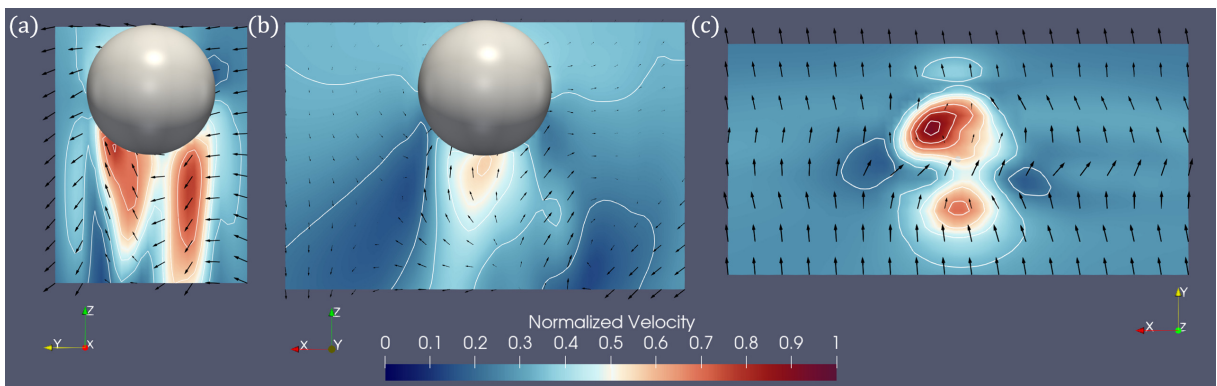
Lai saprastu, kāda, šai modu dilšanai, ir ietekme uz kopējo ātruma lauku, ir jāpārbauda augstākas kārtas modu telpiskās struktūras - tās ir redzamas Attēlos 8.43 - 8.47, kuri ir sakārtoti pēc vidējās sākotnējās amplitūdas, dilstošā secībā. Šāda veida attēlu kārtība tiek saglabāta visā šajā sadaļā. 1. līdz 4. moda šeit nav parādīta, jo 1. un 2. moda ir nedaudz sagrozītas nultās modas versijas (Attēlā 8.38, ka 1. un 2. režīms ir stingri korelē ar nulto modu), savukārt 3. un 4. moda ir attiecīgi daudz vājākas 12. un 7. modu versijas. Kombinācijā, modas no 1. līdz 4. sākotnēji veido $< 8\%$ no nultās modas amplitūdas un ievērojami samazinās trajektorijas laikā (Attēls 8.40).

12. modai ($\omega_{12} \sim 9.22 \text{ Hz}$, $a_{12} \sim -14 \text{ s}^{-1}$), kā ir redzams Attēlā 8.43, pārsvarā, ir ļoti izteikta X komponente ar mazāku Y virziena ieguldījumu, kas nozīmē, ka šī moda attēlo ātruma lauka svārstības ap burbuli, galvenokārt XZ plaknē, ar mazāk izteikām YZ svārstībām. Šo modu var interpretēt kā plūsmas struktūras, kas ir atbildīgas par burbuļu trajektorijas svārstībām XZ plaknē trajektoriju sākuma stadijās, kā redzams Attēlā 8.27 - kur zaļās līnijas attēlo trajektorijas projekcijas XZ plaknē. 12. modas eksponenciālā sabrukšana, kuras amplitūda \sim samazinās trīs reizes trajektorijas laika intervāla pirmajā trešdaļā, un tās frekvence atbilst strauji slāpētajām svārstībām, kas novērotas trajektoriju XZ projekcijām. Attēls 8.41 liecina, ka tas tā ir lielākajai daļai trajektoriju.

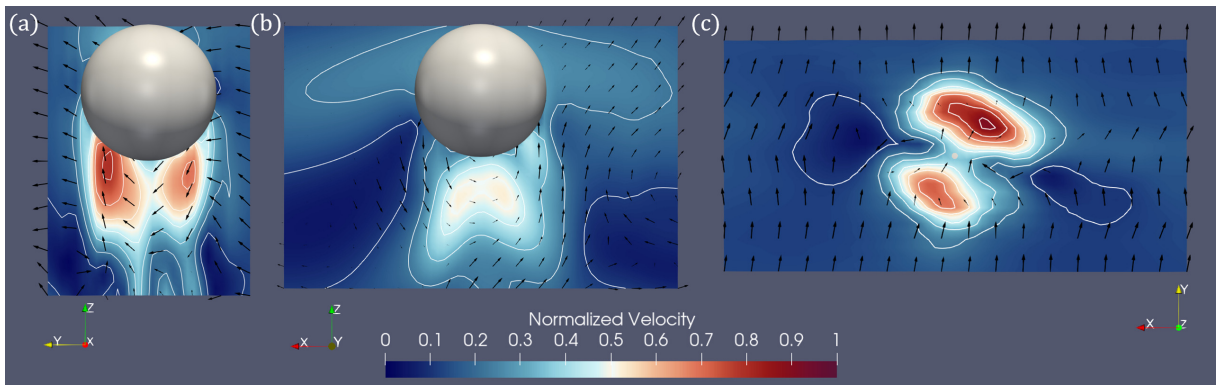


8.43. Attēls. 12. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

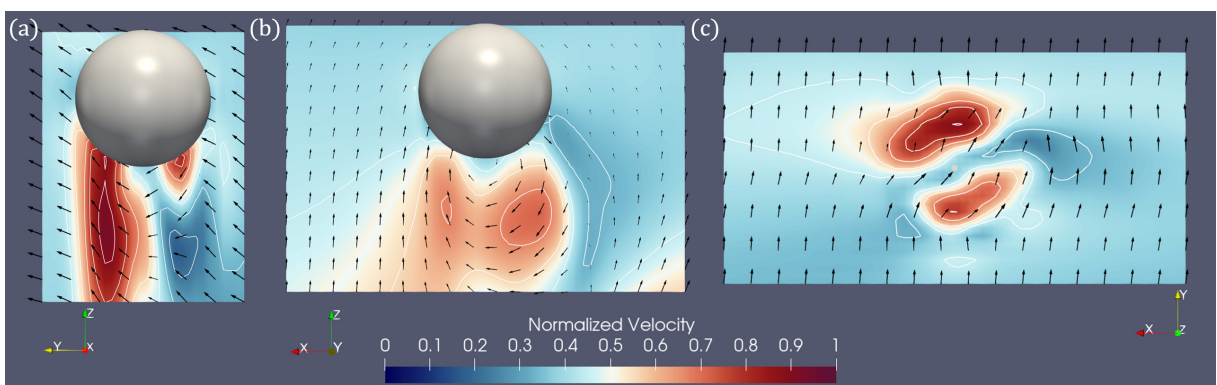
Moda 7 ($\omega_7 \sim 5.2 \text{ Hz}$, $a_7 \sim -8.3 \text{ s}^{-1}$) un 13 ($\omega_{13} \sim 11 \text{ Hz}$, Savukārt $a_{13} \sim -15 \text{ s}^{-1}$) satur ātruma lauka svārstības *YZ* plaknē, *Y* virzienā ar nelielām ārpus plaknes perturbācijām (Attēli 8.44 un 8.45). Lai gan iepriekš minētās modas diezgan ātri nodilst, modām 8 ($\omega_8 \sim 5.7 \text{ Hz}$, $a_8 \sim -0.8 \text{ s}^{-1}$) un 11 ($\omega_{11} \sim 8.6 \text{ Hz}$, $a_{11} \sim -0.5 \text{ s}^{-1}$), kas ir savstarpēji līdzīgas, augšanas ātrums ir ļoti mazs un dēļ tā, tās saglabājas plūsmā vidējā trajektorijas laikā. 9. moda šeit netiek parādīta, jo tā ir daudz vājāka nekā 12. moda un ir tai ļoti līdzīga.



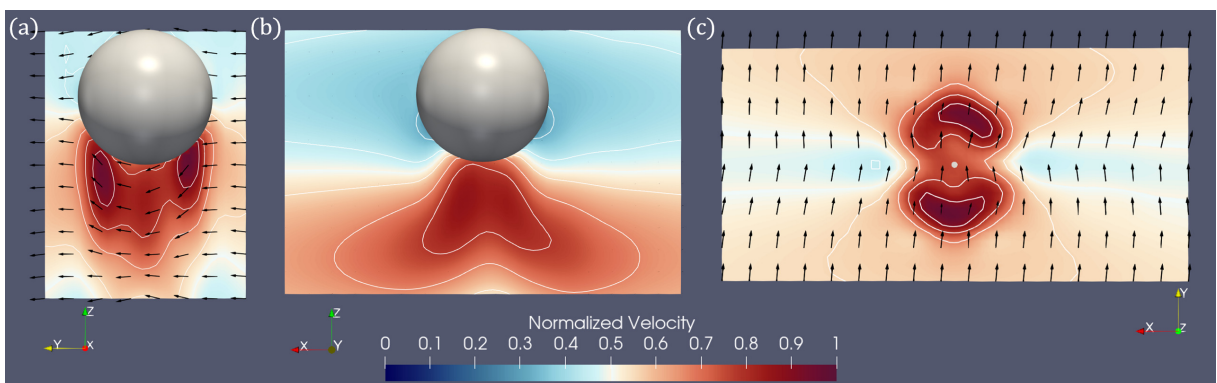
8.44. Attēls. 7. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



8.45. Attēls. 13. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



8.46. Attēls. 8. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



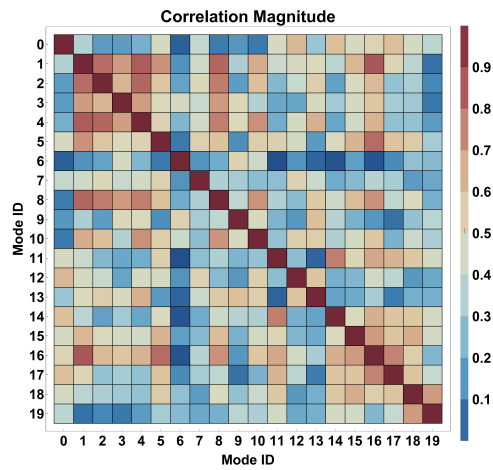
8.47. Attēls. 11. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

Varētu domāt, ka šīs modas nosaka trajektoriju svārstības *YZ* plaknē, it īpaši ņemot vērā, ka šīm svārstībām ir palielinātas amplitūdas vēlākām trajektorijām (Attēls 8.27), kas saskan ar nedaudz lielākām RMS amplitūdām, kas novērotas 7., 8. un 11. modā vēlākām trajektorijām (Attēls 8.41). Svarīgi, ka šo modu periodi ir ar vidējā trajektorijas

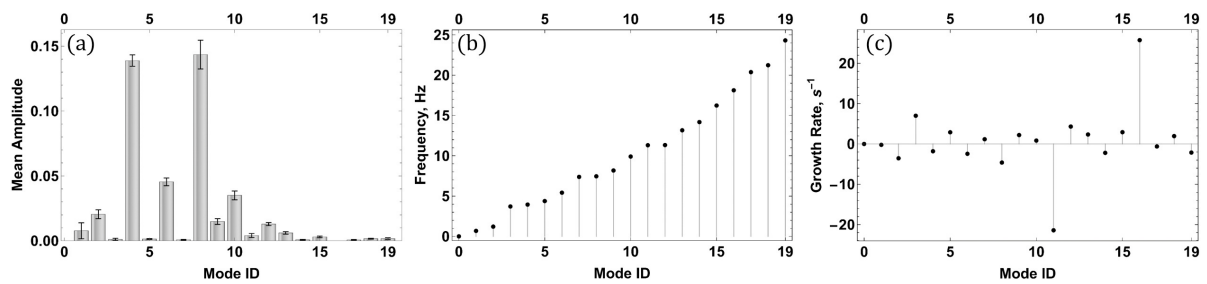
laika lieluma kārtu vai mazāki par to. Ir svarīgi ņemt vērā, ka šāda uzvedība nav skaidri redzama, skatoties uz trauka atskaites sistēmas modām pie 30 *sccm* ar ārēju ML (Attēls 8.9), norādot uz iespējamo DMD lietderību, apskatot burbuļu astes plūsmu atsevišķi. Toties, augstākai pārlicēbai, ir nepieciešams ilgāks DMD datu uzņemšanas laiks, katrai trajektorijai.

Jāatzīmē arī, ka starp iepriekšminētajām modām ir ievērojama korelācija: 7 ↔ (8,12), 8 ↔ 12, 11 ↔ 13 (Attēls 8.38). Ir svarīgi ņemt vērā arī to, ka šīm modām ir ļoti liela simetrija un nevienā no tiām nav maza mēroga telpiskas struktūras, kas norāda uz burbuļu astes plūsmas laminarizāciju ar pievadītu ārēju ML, kas atbilst novērotajai burbuļu astes plūsmai Attēlos 8.31 un 8.35.

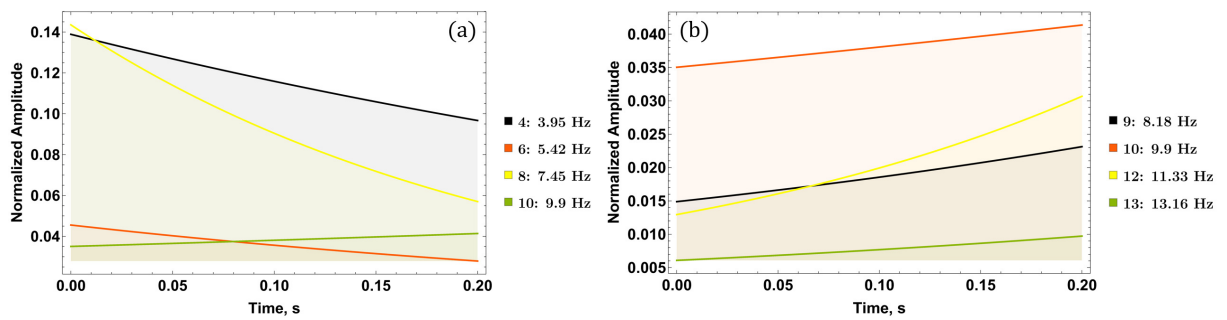
Modu analīzes rezultāti pie 100 *sccm* ar ārēju ML ir redzami Attēlos 8.48 - 8.51. Tāpat kā 30 *sccm* gadījumā, daudzas no DMD modām ir ievērojami korelētas (Attēls 8.48). Attēls 8.49a norāda, ka ir tikai divas modas ar salīdzinoši augstām sākotnējām amplitūdām. Toties, atšķirībā no gadījuma pie 30 *sccm*, šeit ir redzams Attēlā 8.49c, ka ir diezgan daudz modu ar pozitīviem augšanas ātrumiem, kaut arī augšanas ātrumu lielumi ir salīdzinoši mazi, izņemot 16. modu – bet šai modai ir ļoti maza sākotnējā amplitūda un, neskatoties uz visaugstāko augšanas ātrumu, RMS amplitūda ir niecīga, kā redzams Attēlā 8.51. Interesanti ir arī tas, ka modas augšanas slāpēšana pie 30 *sccm* un 100 *sccm* ar ārēju ML, kas ir novērota Attēlos 8.39c un 8.49c tiek novērota arī trauka atskaites sistēmas DMD modām (Attēli 8.21c un 8.22c) ar atšķirību, ka trauka atskaites sistēmas modu augšanas ātrums pārsvarā ir negatīvs pie 100 *sccm*, nevis 30 *sccm*, kā tas ir burbuļu modām. Attēli 8.50 un 8.51 norāda, ka ir noderīgi tuvāk apskatīt modas 4, 6, 8-10 un 12, jo tās vai nu sākotnēji ir dominējošas par ievērojamu daudzumu, vai arī saglabājas vai pieaug līdz ievērojamai amplitūdai.



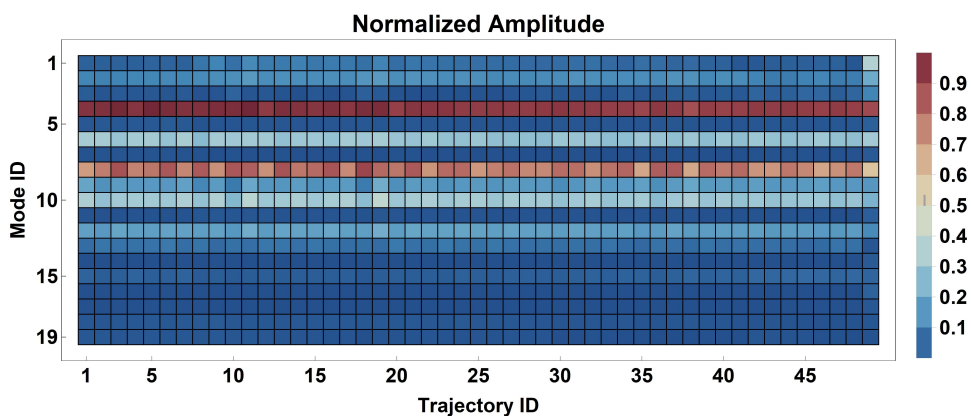
8.48. Attēls. Burbuļa DMD modu korelācijas lielumu matrica pie 100 *sccm* ar ārēju ML.



8.49. Attēls. 100 *sccm* ar ārēju ML: burbuļa ātruma lauka modas (a) normalizētas sākotnējās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi.



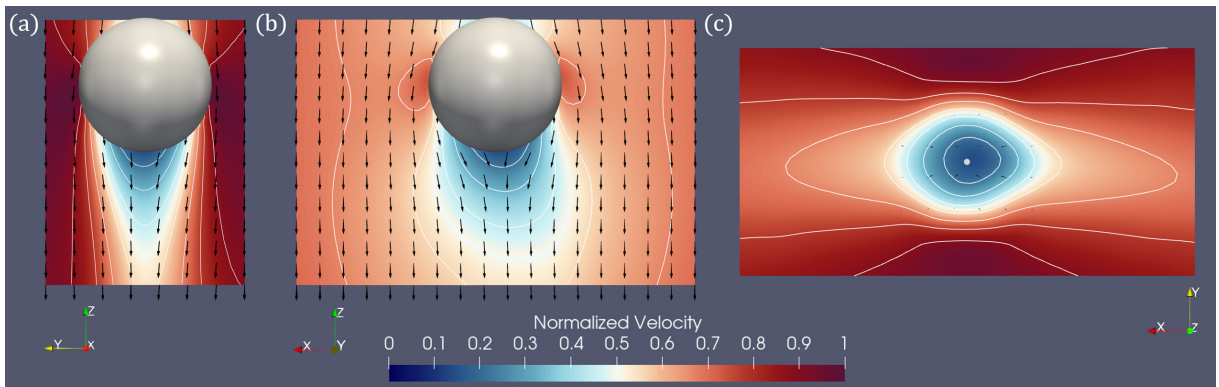
8.50. Attēls. 100 *sccm* ar ārēju ML: amplitūdas dinamika vidējā trajektorijas laikā nozīmīgām modām.



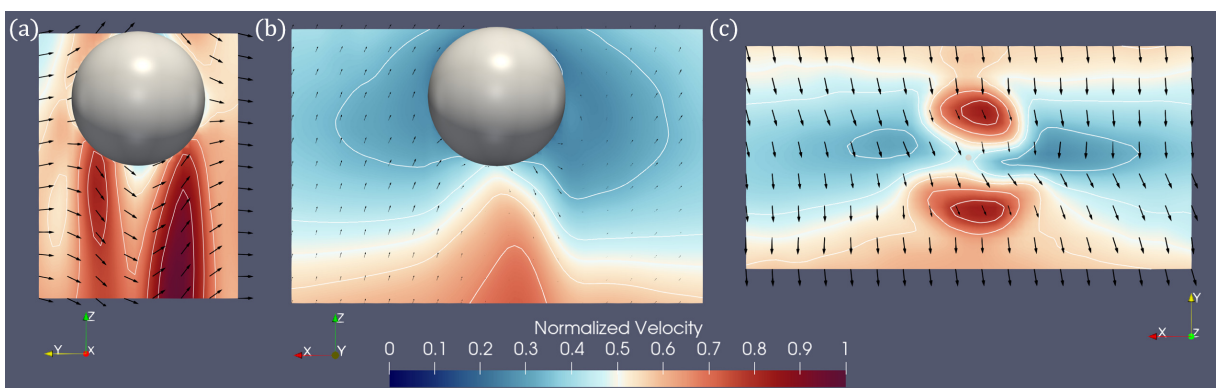
8.51. Attēls. 100 *sccm* ar ārēju ML: normalizētas RMS amplitūdas DMD modām visās apstrādātajās trajektorijās.

Nozīmīgas burbuļu modas pie 100 *sccm* ar ārēju ML ir redzamas Attēlos 8.52 - 8.58. Uzmanīgi ir skaidrs, ka nultā moda ($\omega_0 \sim 2.3 \text{ mHz}$, $a_0 \sim 4.6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, ar relatīvu amplitūdu ~ 1 , visām trajektorijām, ar 0.66% standartnovirzi) Attēlā 8.52 ir ļoti līdzīga 30 *sccm* nultajai modai (Attēls 8.42). Atšķirība slēpjas izteiktākā, lielākā stagnācijas zonā zem burbuļa. Svarīga atšķirība starp modām šajā gadījumā pret 30 *sccm* ir tas, ka pie 100 *sccm* burbuļa astes plūsmas, ir augstas amplitūdas modas ar daudz spēcīgākām Z komponentēm: modas 8 ($\omega_8 \sim 7.5 \text{ Hz}$, $a_8 \sim -4.6 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.54), 10 ($\omega_{10} \sim 9.9 \text{ Hz}$, $a_{10} \sim 0.83 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.55), 9 ($\omega_9 \sim 8.2 \text{ Hz}$, $a_9 \sim 2.2 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.57) un it īpaši 12 ($\omega_{12} \sim 11 \text{ Hz}$, $a_{12} \sim 4.3 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.58) salīdzinājumā ar to, kas redzams Attēlos 8.44a, 8.45a un 8.46a.

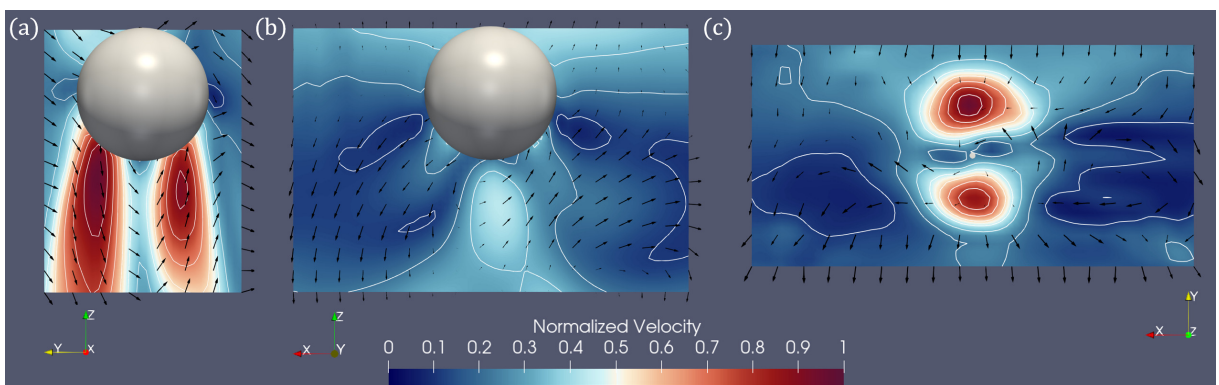
Var pamanīt atšķirību starp Attēliem 8.27 un 8.28 - pie 100 *sccm* nav izteikta sākotnējā burbuļa pārvietošanās XZ plaknē, atšķirībā no 30 *sccm*. Aplūkojot modas ar nozīmīgam X komponentēm, ir svarīgi nemt vērā, ka pie 30 *sccm* ir 12. moda (Attēls 8.43), kam sākotnēji ir vislielākā amplitūda, pēc nultās modas, savukārt pie 100 *sccm*, 6. modai ($\omega_6 \sim 5.4 \text{ Hz}$, $a_6 \sim -2.4 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.56) ir ~ 3 reizes mazāka sākotnējā amplitūda, salīdzinot ar 4. modu ($\omega_4 \sim 3.9 \text{ Hz}$, $a_4 \sim -1.8 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.53) un 8, un 9. modai ir mazāk izteikta X komponente un vēl mazāka amplitūda visā trajektorijas laikā. Salīdzinoši nelielais X komponentu ieguldījums šajās modās, iespējams, izskaidro trajektoriju XZ projekciju atšķirības.



8.52. Attēls. 0. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



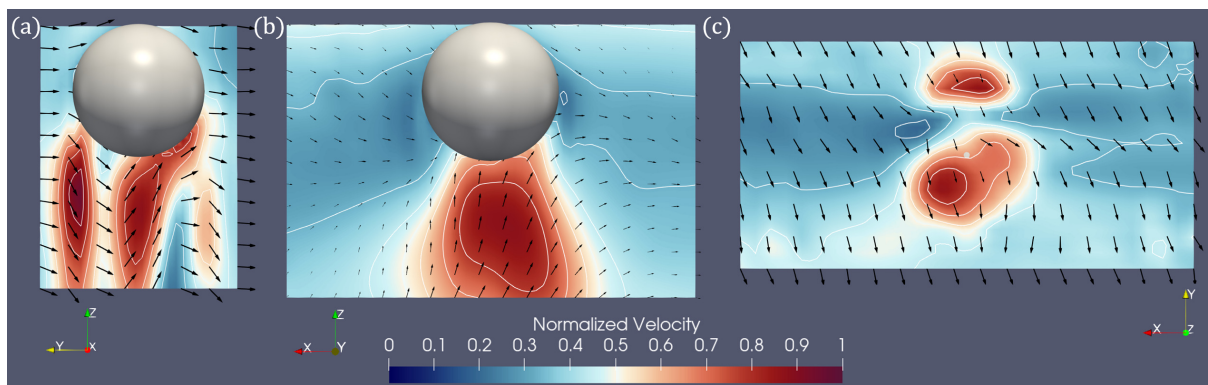
8.53. Attēls. 4. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



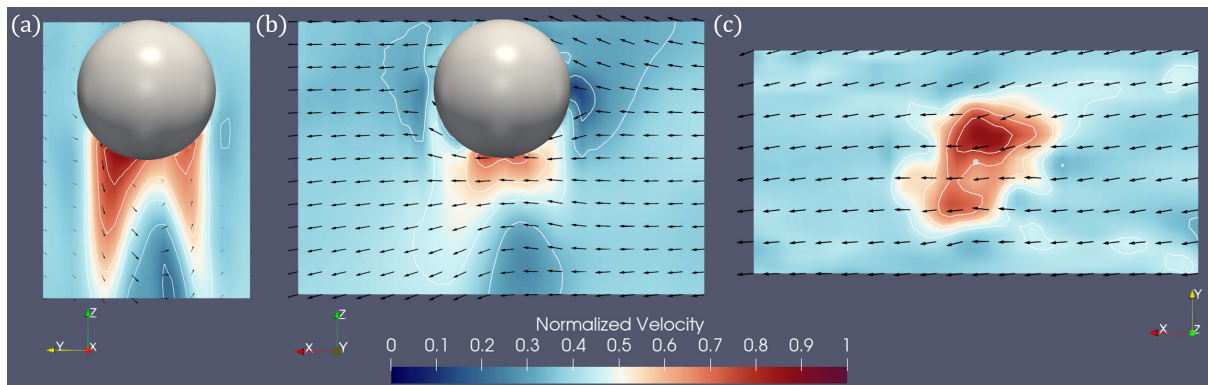
8.54. Attēls. 8. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* ar ārēju ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

Ir svarīgi arī apskatīt trajektoriju *YZ* projekcijas pie 30 *sccm* (Attēls 8.27) un 100*sccm* (8.28) - var manīt, ka novirzes *YZ* plaknē kopumā ir lielākas 100 *sccm* gadījumā pat sākotnējām trajektorijām (Attēls 8.28). 4. moda ($\omega_4 \sim 3.9 \text{ Hz}$, $a_4 \sim -1.8 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.53), modas 8, 10 un 9 visas veicina burbuļa astes plūsmas ātruma lauka svārstības *XY* plaknē,

Z virzienā un ir dominējošas, visas trajektorijas laikā. Turklāt, to kopējais relatīvais ieguldījums kopumā ir ievērojami lielāks nekā līdzīgu modu gadījumā pie 30 *sccm*. Lai gan tas varētu izskaidrot trajektorijas svārstības plaknē YZ un modu frekvences liecina, ka tas ir ticams, nav skaidri redzams no Attēla 8.51 ka iepriekšminētajām modām plūsmas laikā vajadzētu izraisīt pāreju no aptuveni taisnas trajektorijas, kā redzams 8.28a Attēlā, uz trajektorijām ar zig-zag struktūrām metāla konteinerā augšdaļā kā Attēlos 8.28b un 8.28c.



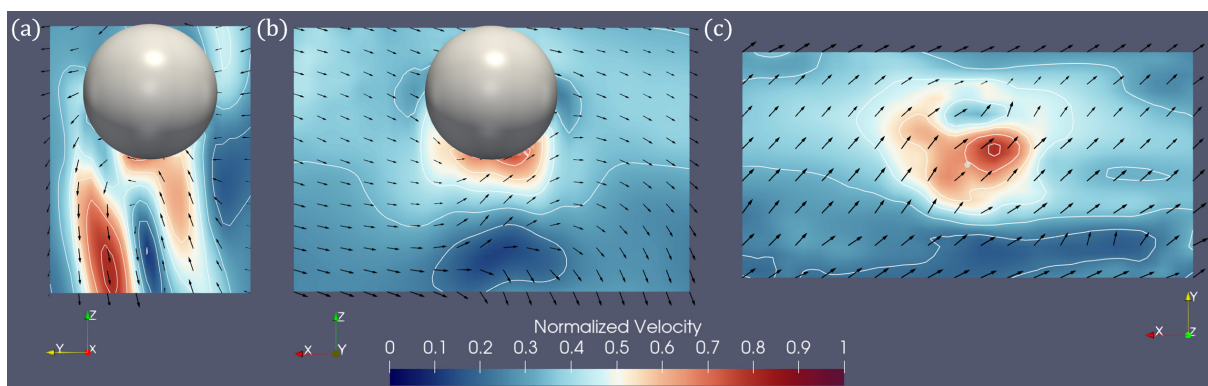
8.55. Attēls. 10. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* ar ārēju ML: (a) YZ plakne, (b) XZ plakne un (c) XY plakne.



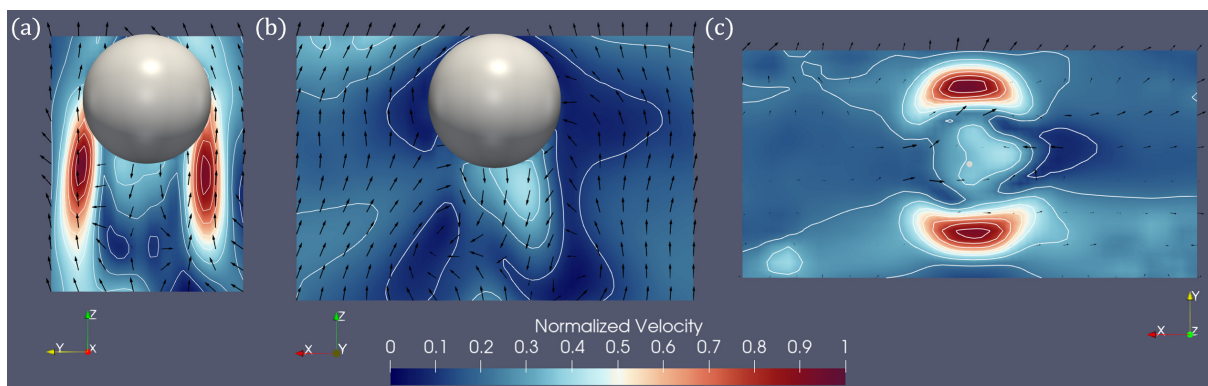
8.56. Attēls. 6. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* ar ārēju ML: (a) YZ plakne, (b) XZ plakne un (c) XY plakne.

Kā minēts iepriekš, tas lielā mērā izriet no ātruma lauka dominējošās nultās modas, trauka atskaites sistēmā, (Attēls 8.10), kas pakāpeniski kļūst vēl izteiktāka nekā citas ātri dilstošas modas (Attēls 8.22c). Rūpīgāk aplūkojot nozīmīgo burbuļu modu RMS amplitūdu vēsturi (Attēls 8.59), var redzēt, ka modas, 4, 8, 10 uzrāda nelielu negatīvu tendenci. Fakts (tik tālu uzrādītie rezultāti norāda), ka trajektorijas formas un to pārejas, laika gaitā, šajā gadījumā ir izskaidrojamas ar trauka DMD modām, nevis ar burbuļu

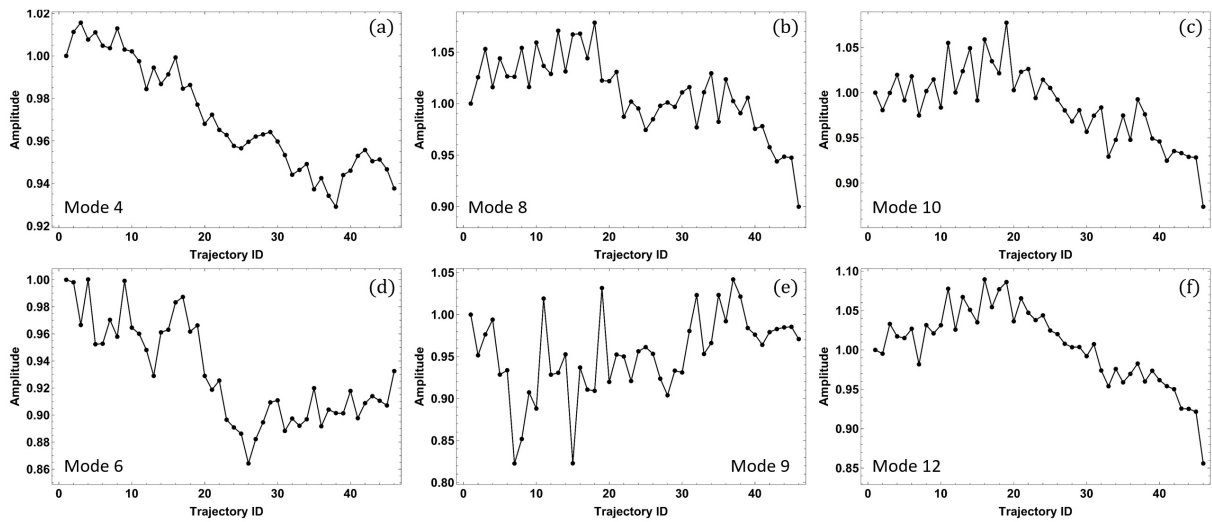
modām. Varētu domāt, ka atbildīgas ir lielāka mēroga plūsmas struktūras, nevis burbuļa astes plūsmas struktūras. Tomēr ir pamatoti pieņemti, ka sākotnējā plūsmas asimetrija / traucējumi – un līdz ar to arī attiecīgas burbuļu modas - metāla trauka YZ plaknē ir atbildīgas par lielāka mēroga struktūru parādīšanos. Pašas YZ plaknes perturbācijas varētu rasties no asimetriskas burbuļu atdalīšanās no argona ieplūdes caurules – būtu loģiski, ka šī asimetrija tiek pastiprināta ar palielinātu gāzes plūsmas ātrumu. Būtu interesanti izpētīt, kā YZ simetrija tiek izjaukta, jo plūsmas ātrums svārstās no 30 *sccm* līdz 100 *sccm* un vairāk, kā arī noskaidrot, kā tas tiek atspoguļots burbuļa DMD modās.



8.57. Attēls. 9. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* ar ārēju ML: (a) YZ plakne, (b) XZ plakne un (c) XY plakne.



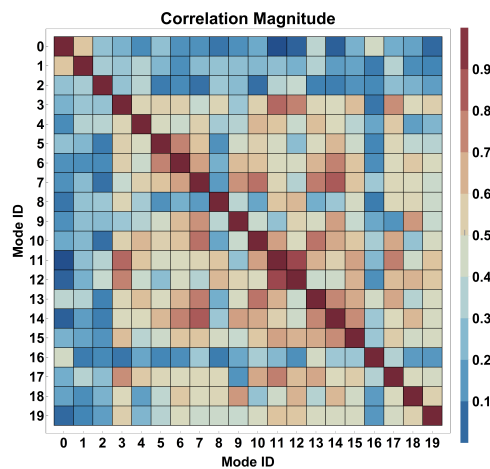
8.58. Attēls. 12. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* ar ārēju ML: (a) YZ plakne, (b) XZ plakne un (c) XY plakne.



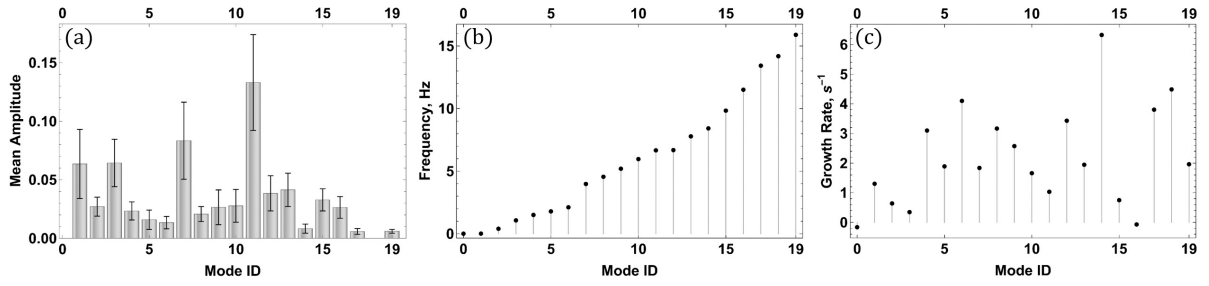
8.59. Attēls. 100 *sccm* ar ārēju ML: vidējo RMS amplitūdu vēsture, plūsmas laikā (trajektorijas ID), nozīmīgām burbuļa ātruma lauka modām. Dati ir vidējoti ar 5-trajektoriju platu skrējošā vidējā logu. Amplitūdas normalizācija ir pēc līknes vidējošanas un ir atsevišķa katrai modai.

Starp aplūkotajām modām, šīs ir būtiski korelētas (Attēls 8.48): $8 \leftrightarrow (6,9)$, $10 \leftrightarrow (4,12)$.

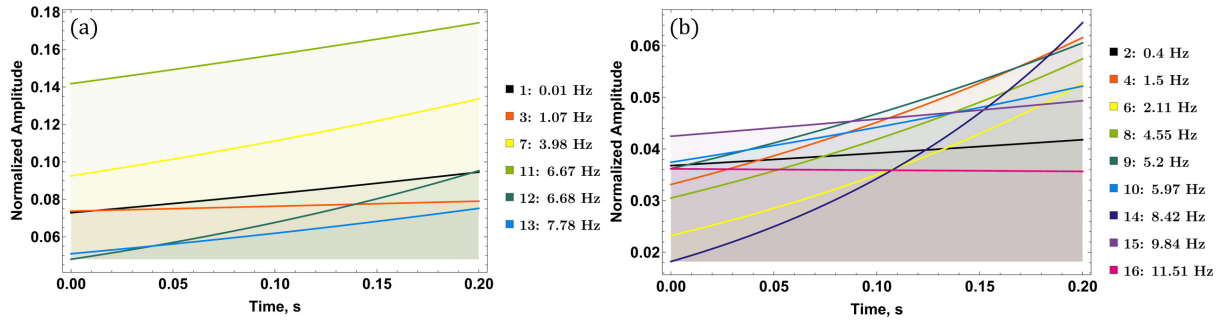
Pārejot uz gadījumiem bez ML, vispirms tiek apskatīts 30 *sccm* gadījums: DMD modu analīzes rezultāti ir redzami Attēlos 8.60 - 8.63.



8.60. Attēls. Burbuļa DMD modu korelācijas lielumu matrica pie 30 *sccm* ar bez ārēja ML.

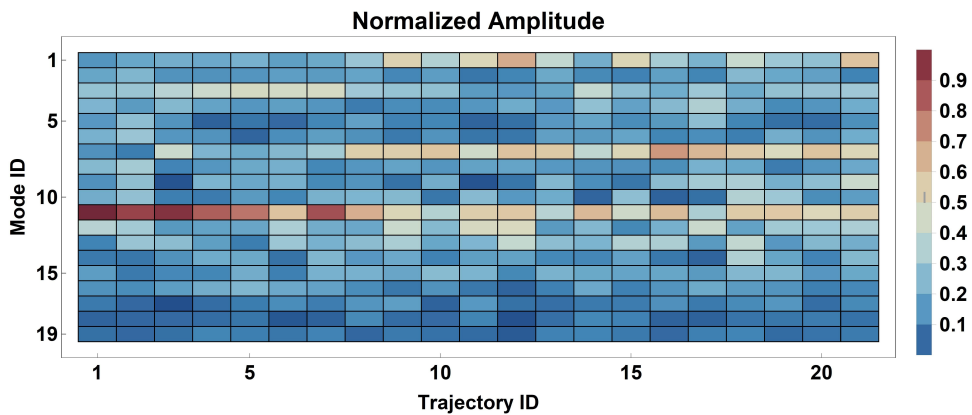


8.61. Attēls. 30 *sccm* ar bez ārēja ML: burbuļa ātruma lauka modas (a) normalizētas sākotnējās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi.



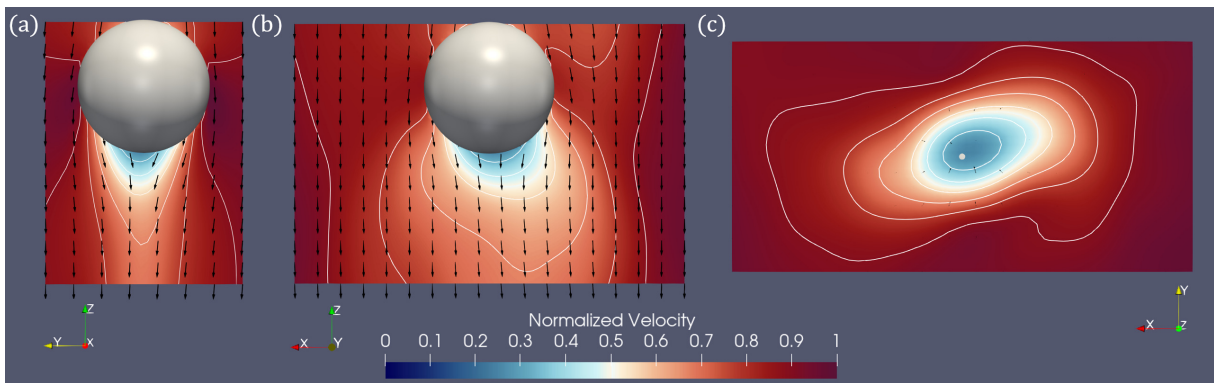
8.62. Attēls. 30 *sccm* bez ārēja ML: amplitūdas dinamika vidējā trajektorijas laikā nozīmīgām modām.

Var pamanīt, ka modu frekvences Attēlā 8.61b, kopumā, ir zemākas nekā abos gadījumos, kad tiek pievadīts ārējs ML (Attēli 8.39b un 8.49b) - šī tendence tika novērota arī iepriekš, trauka ātruma lauka modām (Attēli 8.19b - 8.22b). Vēl viena atšķirība, kas ir skaidri redzama Attēlā 8.62, ir, ka gan pirmās nozīmīgās modas, kas ir dominējošas (a), gan mazākas modas (b), veido ļoti nozīmīgu plūsmas daļu, salīdzinot ar nultās modas amplitūdu: attiecīgi ~ 0.48 un ~ 0.29 .



8.63. Attēls. 30 *sccm* bez ārēja ML: normalizētā vidējās kvadrātiskās (RMS) amplitūdas modām, visās apstrādātās trajektorijās.

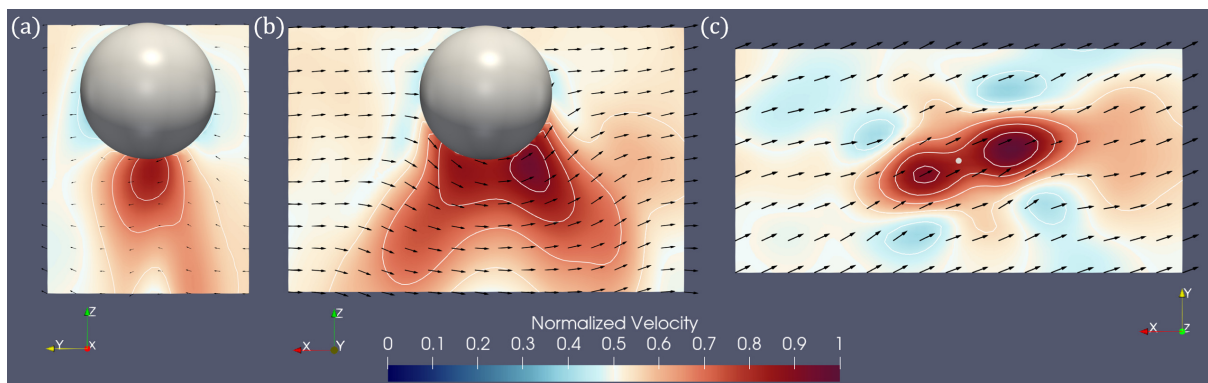
Kā redzams Attēlā 8.61c, tikai divām modām, 0. un 16., augšanas ātrums ir nedaudz negatīvs, savukārt pārējām modām ir pozitīvs augšanas ātrums, kas noved pie kopēja nenulles modu relatīvā nozīmīguma pieauguma, vidējā trajektorijas laikā: iepriekšminēto modu grupu amplitūdu summas, attiecīgi, ir ~ 0.65 un ~ 0.48 . Papildus tam, ir interesanti, ka zemāko frekvenču modām no 1 līdz 3 ir ļoti mazs relatīvās amplitūdas pieaugums. Turklāt Attēls 8.63 norāda, ka 7. modas (trešā spēcīgākā moda pēc 0. modas) RMS amplitūda, plūsmas laikā, kopumā palielinās, savukārt 11. modai (otrā dominējošā moda pēc 0. modas) RMS amplitūds, ar laiku samazinās. Nozīmīgākās modas ir parādītas Attēlos 8.64 - 8.70.



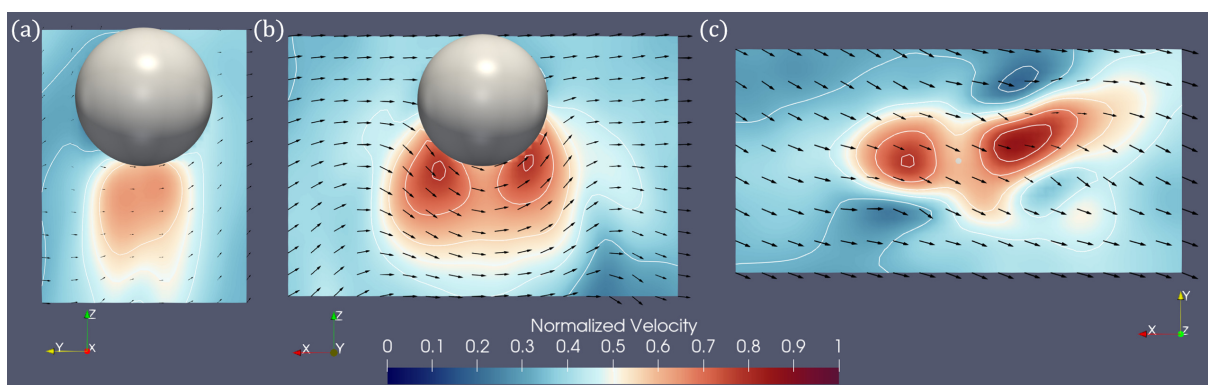
8.64. Attēls. 0. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

Nultā moda ($\omega_0 \sim 5.4 \text{ mHz}$, $a_0 \sim -0.16 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.64), tāpat kā iepriekš, ir ar vislielāko amplitūdu, kas, pēc normēšanas, ir ~ 1 , visām trajektorijām, ar $\sim 4.6\%$ novirzi. Lai gan tās dilšanas ātrums ir par lieluma kārtu lielāks nekā gadījumos, kad tiek pievadīts ārējs ML, tās amplitūda joprojām vidēji samazinās tikai līdz 0.96. Ir skaidrs, it īpaši no Attēla 8.64c, ka šajā gadījumā nultā moda ir ļoti asimetriska *XY* plaknē, vienlaikus, pārsvarā, saglabājot simetriju *YZ* plaknē (a). Var manīt, ka nākamās divas dominējošās modas, 11 ($\omega_{11} \sim 6.7 \text{ Hz}$, $a_{11} \sim 1.0 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.65) un 7 ($\omega_7 \sim 4.0 \text{ Hz}$, $a_7 \sim 1.8 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.66), arī ir diezgan simetriskas, it īpaši *XZ* plaknē. Abās modās var redzēt ļoti izteiktu burbuļa astes plūsmas zonu zem burbuļa, kā arī to, ka abas modas norāda uz dominējošo plūsmu *X* virzienā ar mazāku ieguldījumu *Y* virzienā. Ātruma lauka struktūras, kas ir redzamas Attēlos 8.65b un 8.66 b, un modu frekvences, kas atbilst zig-zag trajektoriju viļņu garumiem, ņemot vērā vidējo trajektorijas laiku, ieteiktu, ka šīs modas var būt atbildīgas par virpuļu atraušanos un trajektoriju zig-zag kustību *XZ* plaknē (Attēls 8.25), jo ātruma lauka svārstības *X* virzienā ir visspēcīgākās apgabalos, kur veidojas

burbuļu radītie virpuļi (Attēls 8.29). 12. moda ($\omega_{12} \sim 6.7 \text{ Hz}$, $a_{12} \sim 3.4 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.68) ir līdzīga modai 11 un 7, bet ir mazāk simetriska un tai ir lielāka Y komponente. Papildus tam, modas 11 un 12 ir ļoti izteikti korelētas (Attēls 8.60).

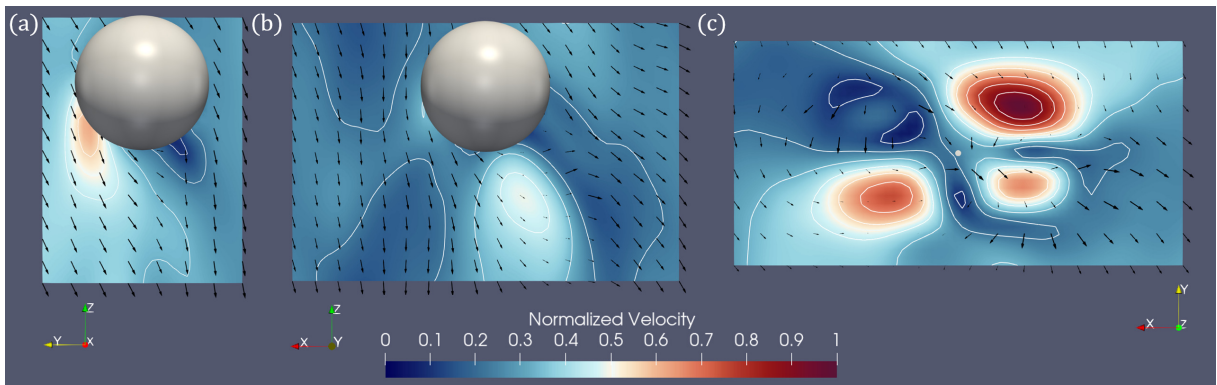


8.65. Attēls. 11. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) YZ plakne, (b) XZ plakne un (c) XY plakne.



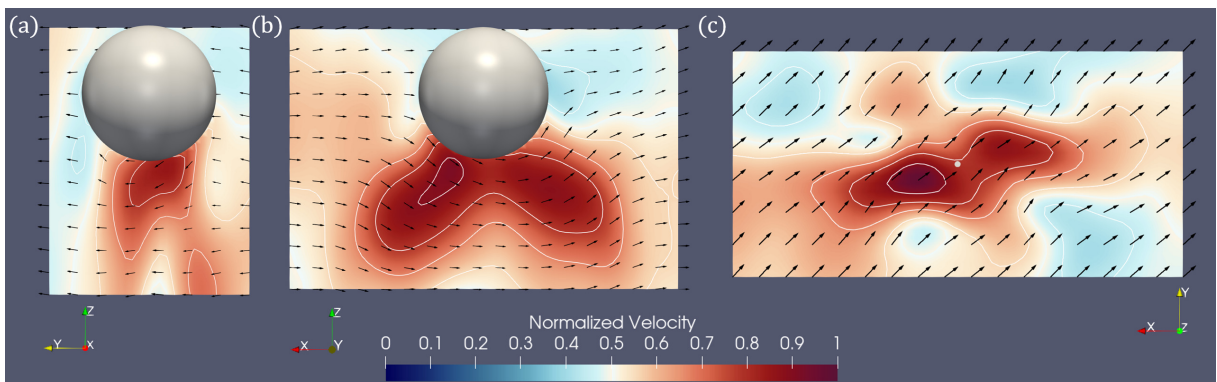
8.66. Attēls. 7. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) YZ plakne, (b) XZ plakne un (c) XY plakne.

Pirmā moda ($\omega_1 \sim 12 \text{ mHz}$, $a_1 \sim 1,3 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.67 varētu būt saistīta ar nulto modu, jo tā sevī ietver izteiktu plūsmu Z virzienā un plūsmas struktūras Attēlā 8.67c norāda, ka tā varētu būt augstākas pakāpes nultās modas telpas harmonika (frekvences atšķiras ar koeficientu ~ 2.2). Saskaņā ar Attēlu 8.60 modas 0 un 1 ir manāmi korelētas.

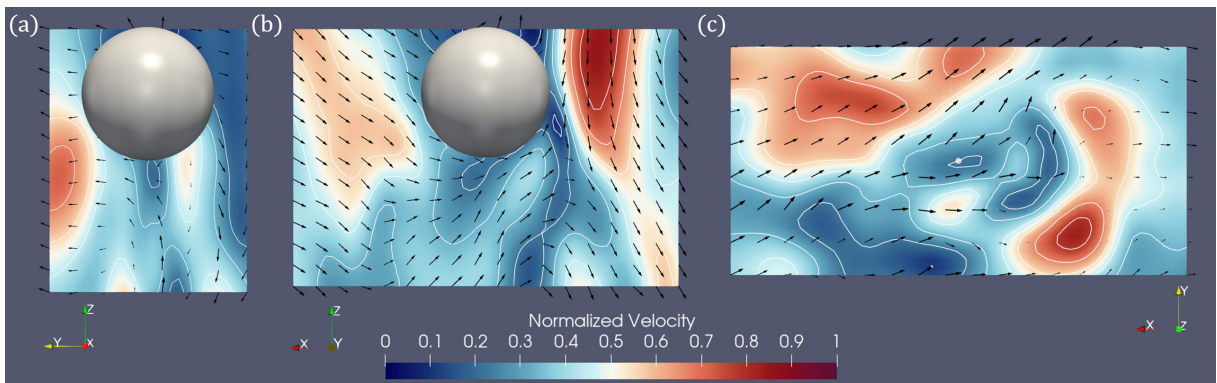


8.67. Attēls. 1. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

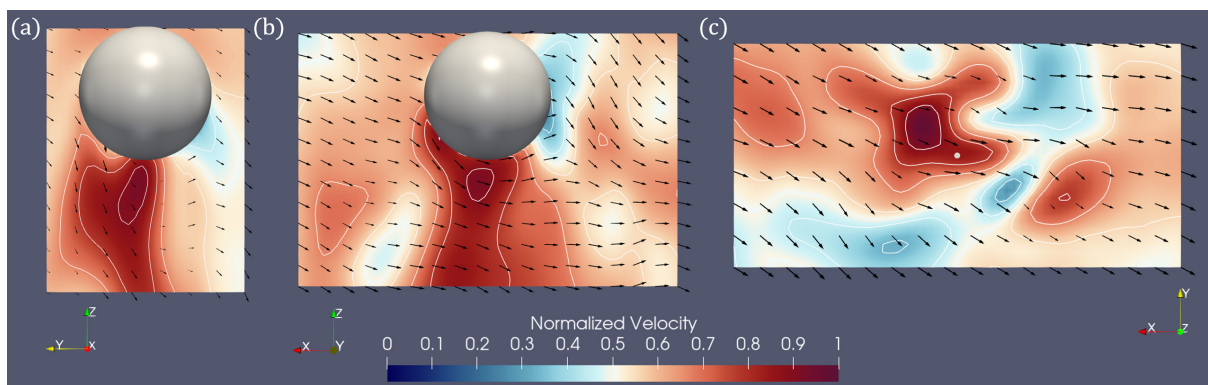
Pārējās divas no dominējošajām modām ir 3 ($\omega_3 \sim 1.1 \text{ Hz}$, $a_3 \sim 0.35 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.69) un 13 ($\omega_{13} \sim 7.8 \text{ Hz}$, $a_{13} \sim 1.9 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.70) - tām ir sarežģītas plūsmas struktūras, un tām nav acīmredzamu simetriju vai skaidru vispārējo ātruma lauka virzienu. Modas, kas ir sagrupētas Attēlā 8.62b, ir lielā mērā ir perturbētas 11., 7., 1. modu versijās, kurām nav skaidras simetrijas kā 3. un 13. modai.



8.68. Attēls. 12. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



8.69. Attēls. 3. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



8.70. Attēls. 13. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

Modas 15 ($\omega_{15} \sim 9.8 \text{ Hz}$, $a_{15} \sim 0.75 \text{ s}^{-1}$) un 16 ($\omega_{16} \sim 12 \text{ Hz}$, $a_3 \sim -6.9 \cdot 10^{-3}; \text{ s}^{-1}$) ir interesantas, jo tās būtībā ir perturbēti 12. modas varianti, kas ir redzami pie 100 *sccm* ar ārēju ML (Attēls 8.58) ar plūsmas ātruma lieluma maksimumu, kas ir pagriezts par $\pi/2$ *XY* plaknē.

8. moda ($\omega_8 \sim 4.6 \text{ Hz}$, $a_8 \sim 3.2 \text{ s}^{-1}$), kas ir redzama Attēlā 8.71, ir pelnījusi īpašu uzmanību, neskatoties uz relatīvi zemu amplitūdu. Ātruma lauka struktūras, kas ir redzamas Attēlā 8.71b, liecina, ka šī moda, visticamāk, ir saistīta ar virpuļu atraušanos - nevis tieši tāpat kā 11. un 7. moda, bet drīzāk tā reprezentē burbuļa astes plūsmu tūlīt pēc virpuļa atdalīšanas, kur, ir augšupejoša plūsma (*XZ* plaknē), burbuļa sānā, no kura ir notikusi atdalīšanās. Šajā gadījumā, vai drīzāk, aplūkojot šīs modas fāzi, virpuļa atdalīšanās notika pa labi no burbuļa, un virpulis ar pulksteņrādītāja virziena rotāciju izraisīja plūsmas augšupvērsto apgabalu. Neskatoties uz plūsmas lauku, ir vēl divi faktori, kas liecina, ka tā varētu būt pareizā interpretācija. Pirmkārt, modas frekvence ir aptuveni atbilstoša, jo tās periods aptuveni atbilst vidējam trajektorijas laika periodam. Aplūkojot trajektorijas (Attēls 8.25), tiek konstatēts, ka zig-zag kustība *XZ* plaknē iekļaujas $\sim 1 - 1.5$ viļņu garumos, kas nedaudz atšķiras no modas frekvences, bet ir pietiekami tuvu, lai izraisītu aizdomas. Otrkārt, Attēls 8.62b norāda, ka 8. modas amplitūda, trajektorijas laikā, ievērojami palielinās (salīdzinot ar sākotnējo vērtību), kas būtu sagaidāms, ņemot vērā, ka, burbulim paātrinoties, pacelšanās laikā, arī atdalītie virpuļi uzrāda lielākas ātruma vērtības. Vēl viens neliels arguments ir tāds, ka 8. moda ir diezgan cieši saistīta ar 11. un 12. modu (Attēls 8.60), kas, visticamāk, arī ir saistītas ar virpuļu atraušanos, kā norādīts iepriekš.



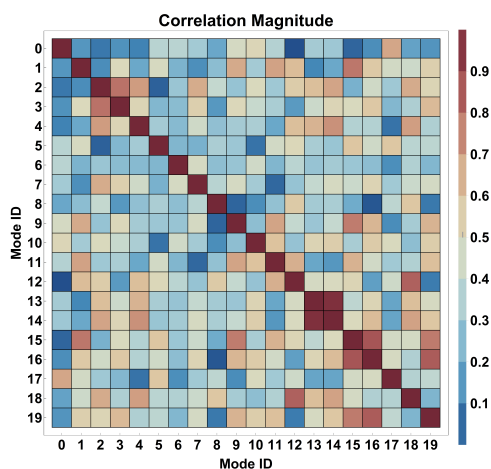
8.71. Attēls. 8. moda burbuļa ātruma laukam pie 30 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

Trajektorijas *XY* projekcijas (Attēls 8.25) ir izšķobītu spirāļu un blīvi izkārtotu paškrustojošu līniju veidā, ir saistītas ar salīdzinoši daudz nesakārtotākajām un asimetriskām modu plūsmas struktūrām, kas ir redzamas šajā gadījumā, atšķirībā no gadījumiem ar ārēju ML. Visbeidzot, lai uzsvērtu korelāciju starp modām, ir šādas atkarības (Attēls 8.60): $0 \leftrightarrow 1$, $13 \leftrightarrow (7,11)$; korelēti trīskārši $(3,11,12)$ un $(8,11,12)$.

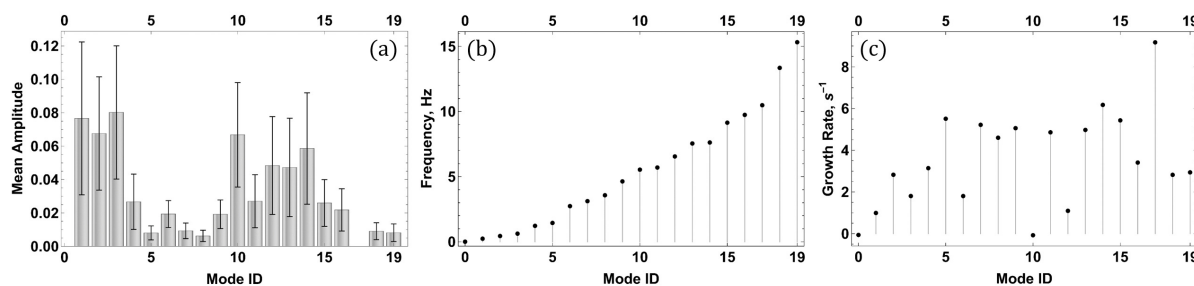
Ņemot vērā augstāk minētās DMD modas pie 30 *sccm* bez ārēja ML, ir svarīgi redzēt, kā tās atšķiras no rezultātiem pie 100 *sccm* bez ārēja ML. DMD modu analīzes rezultāti ir redzami Attēlos 8.72 - 8.75. Tāpat kā pie 30 *sccm* bez ārēja ML, arī pie 100 *sccm* frekvences ir nemainīgi zemākas nekā gadījumos, kad tiek pievadīts ML (Attēls 8.73b). Ņemiet vērā arī to, ka 100 *sccm* (Attēls 8.73c) augšanas ātrumi, tāpat kā 30 *sccm*, ir pozitīvi, izņemot modu 0 un 10 (0 un 16 pie 30 *sccm*, kā redzams Attēlā 8.61c). Tomēr, kopumā, augšanas ātrumi ir lielāki. Vēl viena atšķirība ir tāda, ka, šajā gadījumā, augstākas frekvences modām, sākotnējās amplitūdas, ir lielākas nekā pie 30 *sccm* (Attēls 8.73 pret Attēlu 8.61a). Attēli 8.74a un 8.74b parāda dominējošās modas un modas ar mazāku kopējo amplitūdu, attiecīgi - divas visspēcīgākās modas 8.74a, modas 14 un 13, ir augstākas frekvences nekā divas spēcīgākās modas Attēlā 8.62a. Tā kā modu grupēšana dominējošā / sekundārā grupā ir grūti izdarīt objektīvi, šajā gadījumā par nominālo robežu tika izmantota 10. moda (Attēls 8.74b), jo, vidējās trajektorijas laikā, tā mainās ļoti maz, un tās un 9. modas beigu amplitūdas vidēji ir nedaudz zem 11. modas beigu amplitūdas (Attēls 8.62a).

Vēl viena būtiska atšķirība ir tā, ka dominējošajām modām pie 100 *sccm* ir zemākas relatīvās sākotnējās amplitūdas nekā 30 *sccm* gadījumā un to vērtību sadalījums, pēc trajektorijām, ir mazāk izkliedēts (Attēls 8.74a). Turklāt amplitūdu starpības, starp vidējās

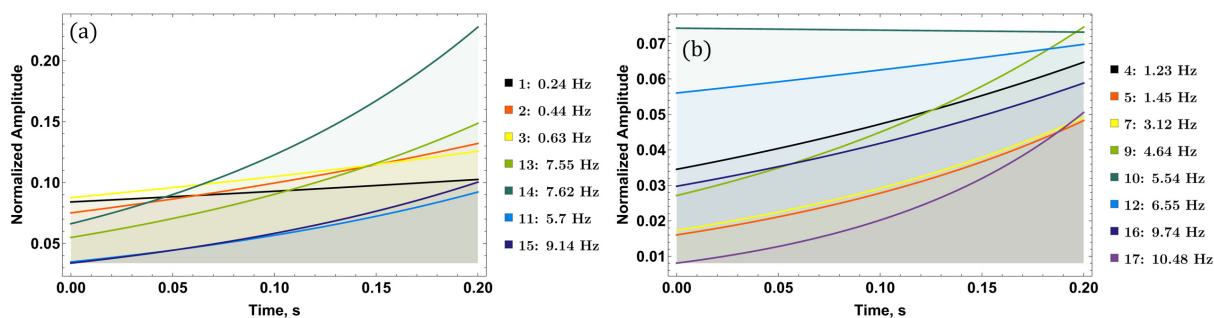
trajektorijas laika sākumu un beigām, lielākajai daļai modu, ir lielākas pie 100 *sccm*. Konkrēti, dominējošo dinamisko modu amplitūdas sākotnēji veido ~ 0.44 , un šī summa, vidējās trajektorijas laikā, palielinās līdz ~ 0.93 (Attēls 8.74a), savukārt mazākas amplitūdas sākotnēji kopsummā dod ~ 0.26 , kas, trajektorijas laikā, kļūst par ~ 0.48 . Nultās modas, kas apraksta vidējo plūsmas lauku, amplitūda ir vidēji ~ 1.08 (sākotnēji 1) ar 5.2% standartnovirzi, kas nozīmē, ka dominējošās nestacionāras modas praktiski "aizēno" vidējo plūsmas lauku, un sekundāras modas arī plūsmā iegulda būtiskas perturbācijas. Tas liek gaidīt daudz perturbētākas burbula astes plusmas struktūras nekā pie 30 *sccm*, kā tam arī vajadzētu būt.



8.72. Attēls. Burbuļa DMD modu korelācijas lielumu matrica pie 100 *sccm* ar bez ārēja ML.

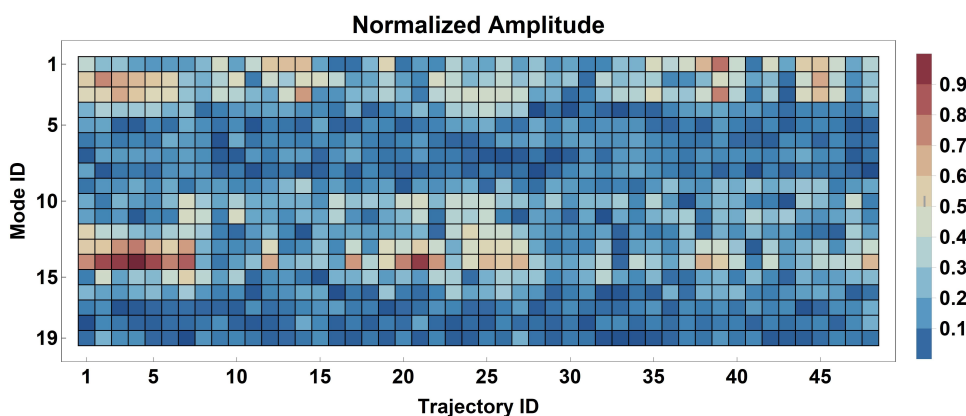


8.73. Attēls. 30 *sccm* ar bez ārēja ML: burbula ātruma lauka modas (a) normalizētas sākotnējās amplitūdas, (b) frekvences un (c) augšanas ātrumi.

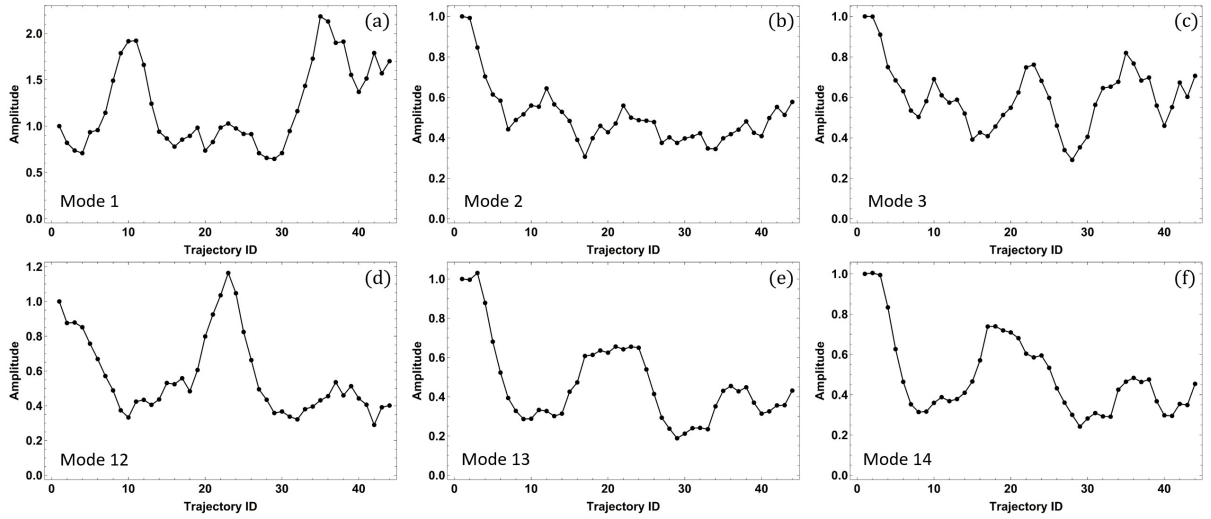


8.74. Attēls. 30 *sccm* bez ārēja ML: amplitūdas dinamika vidējā trajektorijas laikā nozīmīgām modām.

Ir arī interesanti redzēt, ka modu RMS amplitūdu vērtības, secīgās trajektorijās, (Attēls 8.75), šķietami, parāda svārstību tendences piecām dominējošajām modām, kā arī 12. modai – rūpīga pārbaude liecina, ka tā patiešām ir, kā redzams Attēlā 8.76. Tas ir interesanti, jo rodas jautājums, kā šīs tendences ir saistītas ar trauka atskaites sistēma ātruma lauka modām. Ņemot vērā, ka DMD algoritma apstrādātās trajektorijas aptver plūsmas laiku ~ 5 s un ievērojamu ekstrēmu frekvences, kas ir redzamas Attēlā 8.76, šķiet, ka tas ir iespējams ka aplūkotās burbuļa astes plūsmas modas modulē trauka plūsmas modas ar aptuveni < 1 Hz frekvencēm - tas atbilstu 1. līdz 4. trauka atskaites sistēmas modai, kas ir visspēcīgākāš pēc nultās trauka plūsmas modas (Attēls 8.20).



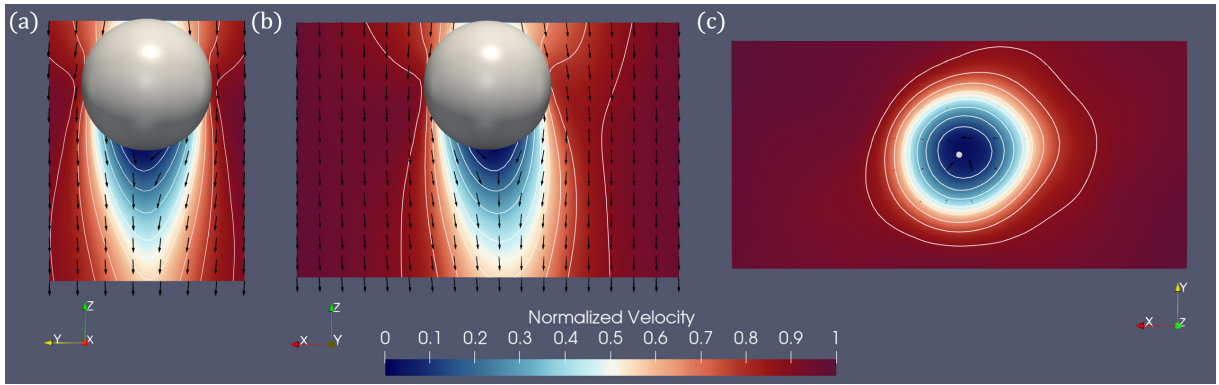
8.75. Attēls. 100 *sccm* bez ārēja ML: normalizētā vidējās kvadrātiskas amplitūdas (RMS) modām, visās apstrādātās trajektorijās.



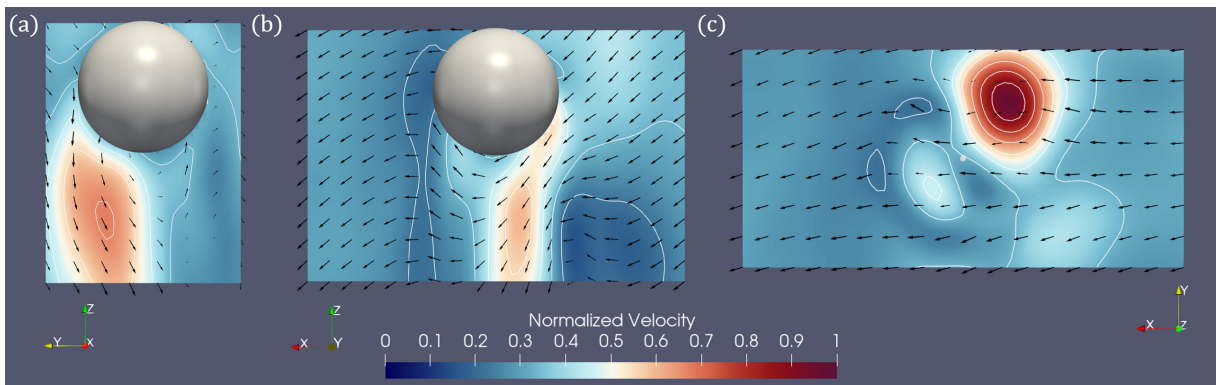
8.76. Attēls. 100 *sccm* bez ārēja ML: vidējota RMS amplitūdu vēsture, plūsmas laikā, (trajektorijas ID) nozīmīgām burbuļa ātruma lauka modām. Vidējošana tika veikta ar 5 trajektoriju platumu.

Ievērojamas burbuļu astes plūsmas modas pie 100 *sccm*, ar ārēju ML, ir redzamas Attēlos 8.77 - 8.83. Nultā moda, tāpat kā citos gadījumos, ir stacionāra ($\omega_0 \sim 6.6 \text{ mHz}$, $a_0 \sim -6.2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.77) un tā nav tik asimetriska kā nultā moda pie 30 *sccm* (Attēls 8.64). Tai arī ir daudz attīstītāka burbuļu astes plūsma, kas ir sagaidāms.

14. moda ($\omega_{14} \sim 7.6 \text{ Hz}$, $a_{14} \sim 6.2 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.78) uzrāda ātruma lauka struktūras, kas atbilst burbuļa astes plūsmai, kad burbulis ir slīpi vērsts, *XZ* plaknē, kā ir redzams Attēlā 8.30, (b), (f), kur, vienā astes plūsmas pusē, veidojas stagnācijas zona, savukārt, otrā pusē (*XZ* plaknē) tiek novērots lielāks ātrums. Vēl viens šī pieņēmuma arguments ir tāds, ka modas frekvence labi atbilst vidējai novērotajai trajektoriju svārstību frekvencei (Attēls 8.26). 13. modai ($\omega_{13} \sim 7.5 \text{ Hz}$, $a_{13} \sim 5.0 \text{ s}^{-1}$) ir nākamā augstākā RMS amplitūda kopumā, taču, šeit tā netiek parādīta, jo tās plūsmas struktūras ir ļoti līdzīgas 14. modai. Attēls 8.72 norāda, ka 13. un 14. moda ir ārkārtīgi cieši telpiski korelētas (korelācijas vērtība ~ 0.97) un norāda, ka 13. moda var būt ar kompleksu fāzi nobīdīta 14. moda, it īpaši ņemot vērā, ka $\omega_{14} \approx \omega_{13}$.

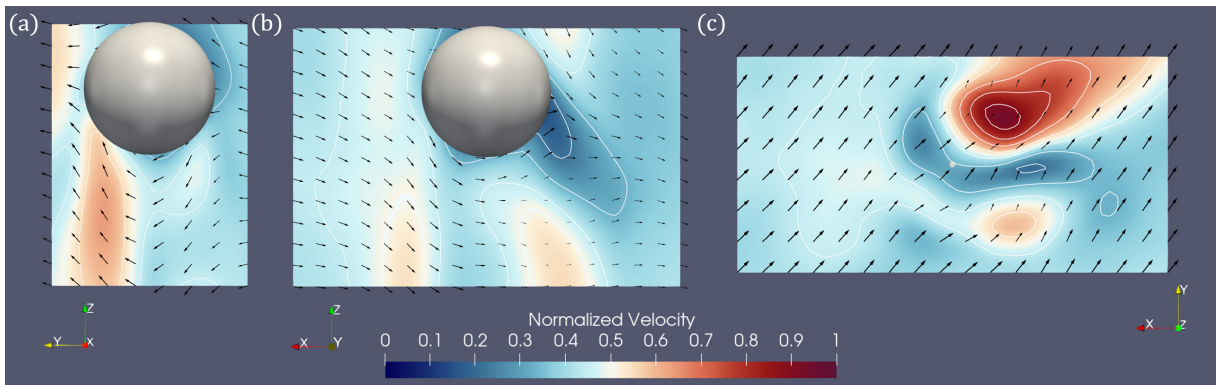


8.77. Attēls. 0. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

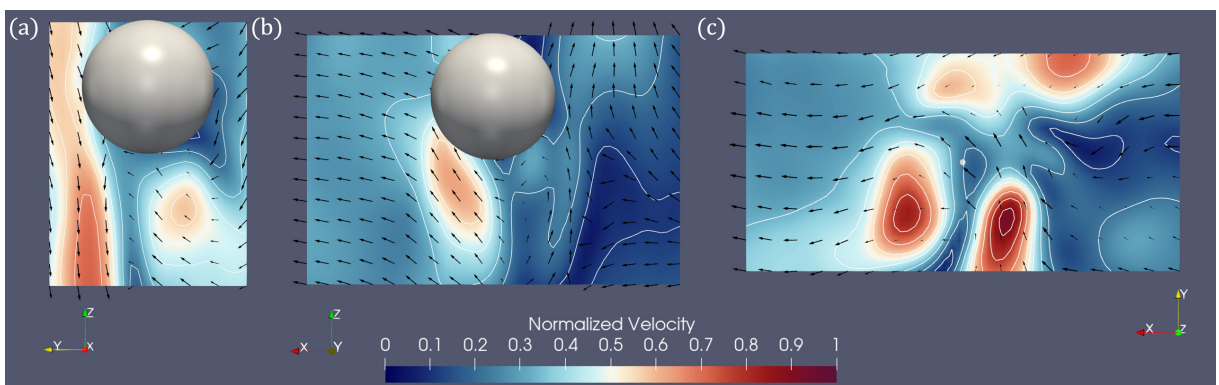


8.78. Attēls. 14. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

2. moda ($\omega_2 \sim 0.45 \text{ Hz}$, $a_2 \sim 2.8 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.79, pēc izskata, nav skaidri saistīta ar noteiktu impulsa pārneses mehānismu, burbuļu astes plūsmā, bet drīzāk parāda plūsmas svārstības, galvenokārt, *XY* plaknē ar samērā zemu frekvenci. Arī 3. modu ($\omega_3 \sim 0.63 \text{ Hz}$, $a_3 \sim 1.8 \text{ s}^{-1}$) ir grūti interpretēt, skaidru fizikālu procesu ziņā, ko varētu sagaidīt burbuļa astes plūsmā, bet tā drīzāk parāda nesakārtotas zemas frekvences svārstības galvenokārt *Z* virzienā četrus "strūklus" formā, kas ir redzamas Attēla 8.80c kā četri ātruma lauka maksimumi ar gandrīz nulles *XY* komponenti - divas no tām "strūklām" ir daļēji novērotas Attēlos 8.80a un 8.80b. Ir jāņem vērā, ka modas 2 un 3 ir ievērojami korelētas (Attēls 8.72).

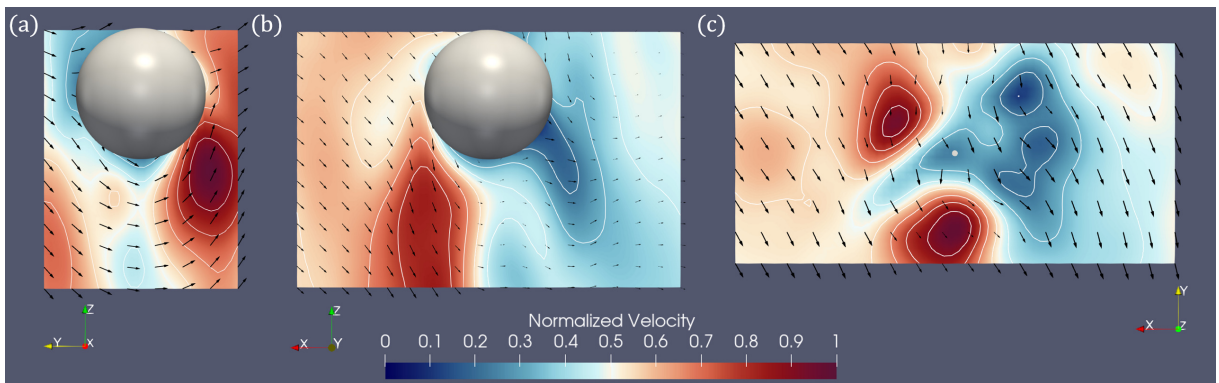


8.79. Attēls. 2. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.



8.80. Attēls. 3. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

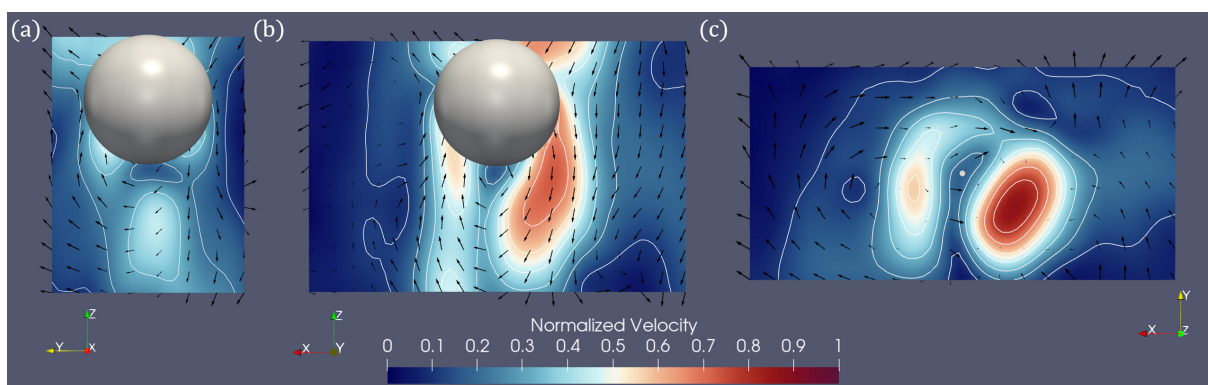
1. moda ($\omega_1 \sim 0.23 \text{ Hz}$, $a_2 \sim 1.0 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.81) veicina ātruma lauka svārstības *Y* virzienā ar samērā vāju *Z* komponenti, un plūsmas struktūras liek domāt, ka moda var būt saistīta ar burbuļa astes plūsmas svārstībām *YZ* plaknē. Tomēr nav skaidrs, kā tas izpaužas, ņemt vērā zemo modas frekvenci.



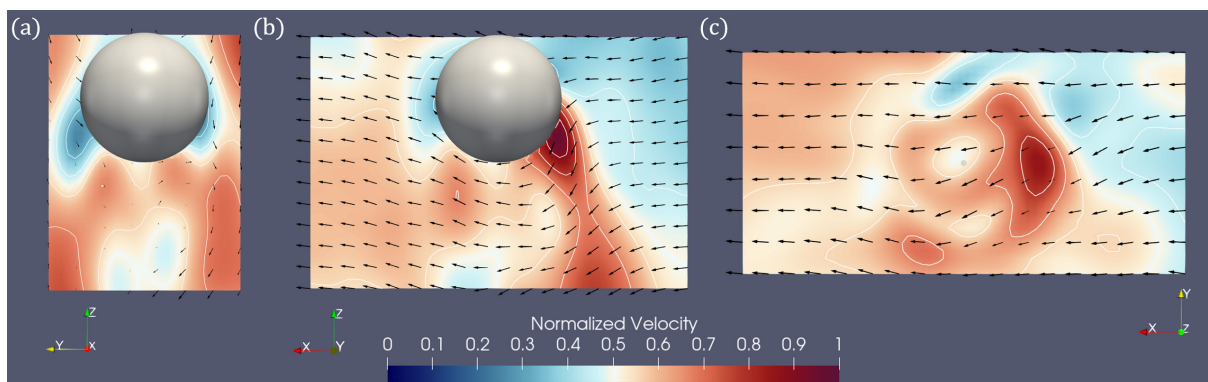
8.81. Attēls. 1. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

15. modai ($\omega_{15} \sim 9.1 \text{ Hz}$, $a_{15} \sim 5.4 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.82) no otras puses, ir gan laika skala, gan plūsmas lauks, kas atbilst burbuļa astes plūsmas svārstībām, kad burbulis periodiski maina slīpuma leņķi. Šī moda ir diezgan simetriska arī YZ plaknē, ātruma moduļa ziņā, (Attēls 8.82a) un parāda virpuļainas plūsmas struktūras XY plaknē (Attēls 8.82c). 11. moda ($\omega_{11} \sim 5.7 \text{ Hz}$, $a_{11} \sim 4.9 \text{ s}^{-1}$, Attēls 8.83) ir interesanta ar to, ka tā gandrīz pilnībā parāda burbuļa plūsmas lauka svārstības X virzienā ar asimetrisku ātruma maksimumu, kas atrodas tieši virs (Attēls 8.83b) zona, kurā ir paredzams, ka veidosies burbuļa astes plūsmas virpulis (Attēls 8.30). Šīs modas frekvence ir diapazonā, kurā moda varētu būt atbildīga par virpuļu atrašanās ietekmēšanu, ar ātruma pulsācijām X virzienā. 11. moda arī ir diezgan simetriska YZ plaknē.

12. moda ($\omega_{12} \sim 5.7 \text{ Hz}$, $a_{12} \sim 4.9 \text{ s}^{-1}$), kas, plūsmas lauka struktūrā, ir nedaudz līdzīga 8. modai pie 100 *sccm* ar ārēju ML (Attēls 8.54), bet ar attīstītāku burbuļa astes plūsmu. 9. modas ($\omega_9 \sim 4.6 \text{ Hz}$, $a_9 \sim 5.1 \text{ s}^{-1}$) ātruma lauks atgādina 7. modu pie 30 *sccm*, ja nav ārēja ML (Attēls 8.66), bet ar daudz izteiktākām ātruma maksimumu zonām zem burbuļa, kas ir iegarenas Z virzienā, un, kopumā, lielāku Y komponenti. 10. moda ($\omega_{10} \sim 5.5 \text{ Hz}$, $a_{10} \sim -7.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) savukārt ļoti atgādina modas 2, 13 un 14 šim pašam gadījumam un ir nedaudz korelēta ar visām trim (Attēls 8.72). 16. moda ($\omega_{16} \sim 9.7 \text{ Hz}$, $a_{16} \sim 3.4 \text{ s}^{-1}$) būtībā ir 15. moda, bet ar mazāku RMS amplitūdu un nedaudz lielāku frekvenci ($\omega_{15} \sim 9.1 \text{ Hz}$). Ir svarīgi ņemt vērā, ka modas 15 un 16 ir ļoti cieši korelētas (Attēls 8.72).



8.82. Attēls. 15. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* bez ārēja ML: (a) YZ plakne, (b) XZ plakne un (c) XY plakne.



8.83. Attēls. 11. moda burbuļa ātruma laukam pie 100 *sccm* bez ārēja ML: (a) *YZ* plakne, (b) *XZ* plakne un (c) *XY* plakne.

Vel ir jāpiemin, ka, kaut arī dažas no modām pie 100 *sccm* bez ML ir fiziski interpretējamas, vismaz hipotētiski, tās ir ļoti grūti attiecināt uz noteiktam trajektoriju iezīmēm (Attēls 8.26). Lai gan varētu apgalvot, ka dažas sākotnējās trajektorijas, kā ir redzams 8.26a, var izskaidrot ar 10., 13. un 14. modas sākotnējo dominanci, kas atbilstu svārstībām, kas ir redzamas *XY* burbuļu trajektoriju projekcijās, vēlākas trajektorijas ir ļoti nesakārtotas, dažas bez skaidri saskatāmiem struktūrām, tāpēc ir ļoti grūti piešķirt specifiskas modas novērotajai uzvedībai, ar darbā veikto analīzi. Kaut arī, dažas, šķietami nejaušas, trajektoriju perturbācijas (Attēls 8.26) varētu būt saistītas ar dažu galveno modu RMS amplitūdu svārstībām (Attēls 8.76), pašlaik nav skaidrs, cik lielā mērā.

Lai apkopotu modu korelācijas, starp modām ir šādas korelācijas (Attēls 8.72): $14 \leftrightarrow (2,13)$, $2 \leftrightarrow (3,14)$, $11 \leftrightarrow (1,9)$, $15 \leftrightarrow (1,9,16)$.

9. PROVIZORISKIE REZULTĀTI: BURBUĻA VIRSMAS DMD MODAS

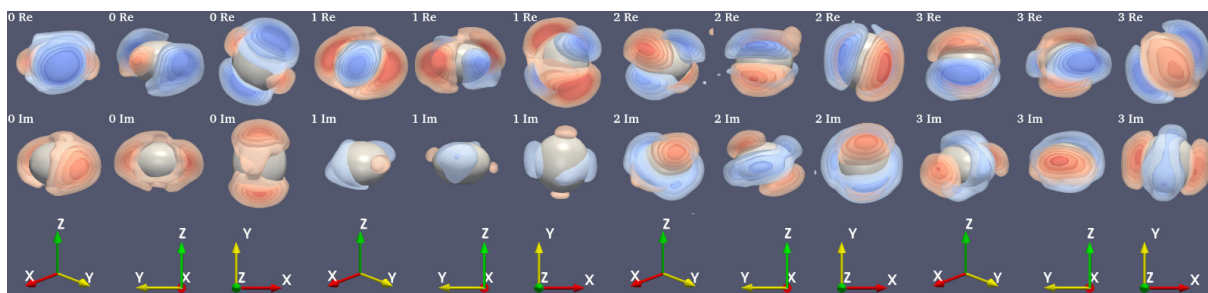
Neskaitot plūsmas ātruma lauku, ir interesanti arī dabūt DMD modas burbuļu virsmas dinamikai. Burbuļu virsma mijiedarbojas ar apkārtesošo plūsmu, tādēļ virsmas dinamikas izpratne palīdzēs izprast pašu MHD burbuļu plūsmu.

9.1. VOF α modas

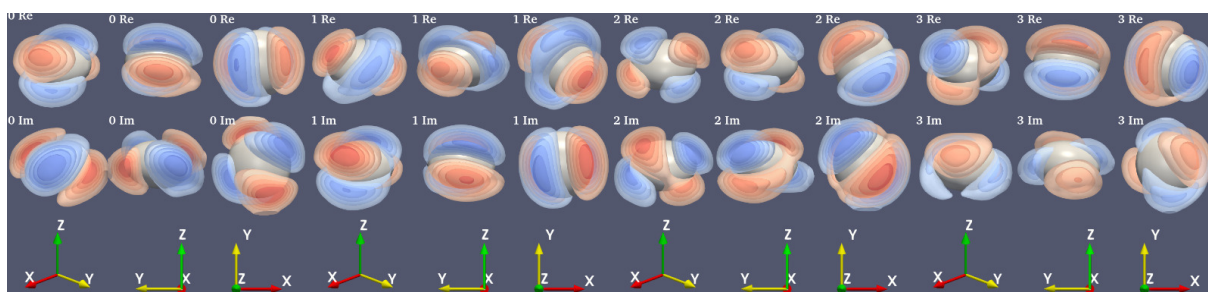
Sekojošās modas tika iegūtas ar tēdu pašu metodi, kā ātruma lauka modas, burbuļa atskaites sistēmā. Atšķirībā no burbuļa ātruma lauka modām, šeit netiek lietota sfēriska maska.

Attēlos 9.1, 9.3, 9.2, 9.4, ir redzamas pāris zīmīgākās α lauka DMD modas.

Attēlos 9.1, un 9.2 ir redzamas zīmīgas α lauka modas, gadījumos bez ML. Var redzēt, ka ievērojama daļa no modu reālām/imaginārām, pēc izskata, atgādina kvadrupols. Ir ļoti svarīgi atcerēties, ka katrai DMD modai ir gan reālā, gan imaginārā komponente, un, bieži vien, abas komponentes atšķiras. Ja skatās uz modu reālām un imaginārām komponentēm kopā, tad var novērot, ka dažas no apskatītajām modām, izrāda kustību, kas ir līdzīga burbuļa rotācijai, kas ir kombinēta kopā ar sānisku deformāciju.



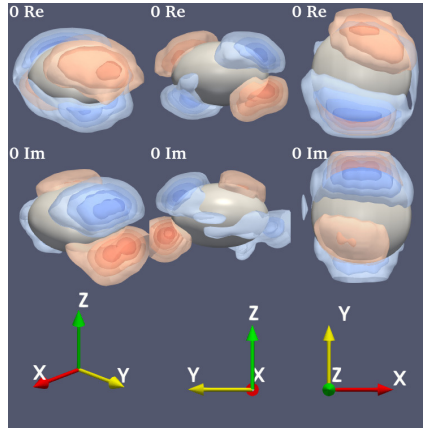
9.1. Attēls. α lauka, pāris zīmīgas modas, pie 30sccm bez ārēja ML.



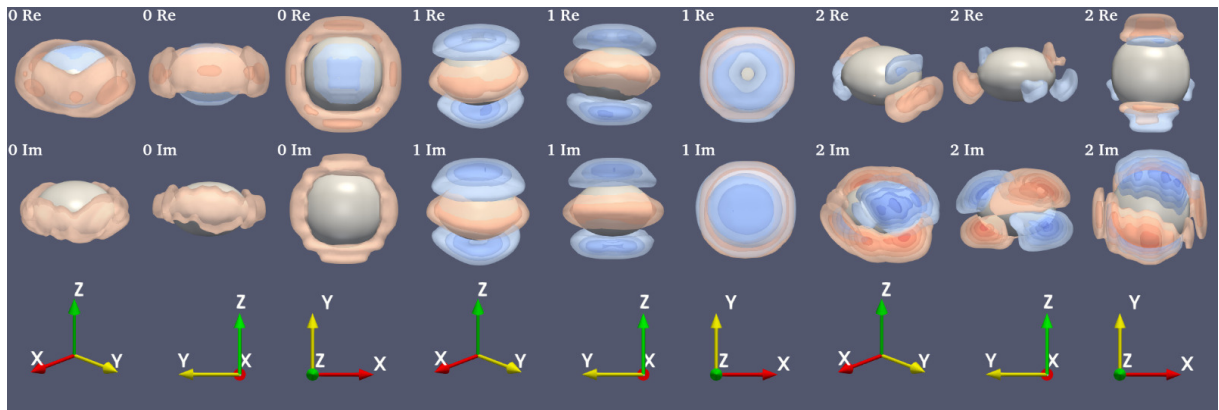
9.2. Attēls. α lauka, pāris zīmīgas modas, pie 100sccm bez ārēja ML.

Attēlos 9.3, un 9.4 ir redzamas zīmīgas α lauka modas, gadījumos ar ML. Šīs modas, atšķirībā no iepriekš apskatītajām modām attēlos 9.1, un 9.2, ir daudz izšķobītākas un

trokšņainākas. To var izskaidrot ar faktu, ka burbuļu virsma ļoti maz mainījās, skaitliskas simulācijas laikā. Attēlā 9.4 ir redzamas pāris modas, kas, iespējams, atbilst fizikālai burbuļa virsmas kustībai. Modas, kas ir redzamas attēlā 9.3, ir ļoti trokšņainas, un tās ir grūti interpretēt. Abos gadījumos, nultā moda, kas apraksta burbuļa vidējo formu bija par vismaz vienu lieluma kārtu stiprāka par pārējām modām.



9.3. Attēls. α lauka, pāris zīmīgas modas, pie $30sccm$ ar ārēju ML.



9.4. Attēls. α lauka, pāris zīmīgas modas, pie $100sccm$ ar ārēju ML.

α lauka burbuļa virsmas reprezentācija ir parocīga, jo to iegūst no tās pašas skaitliskās modelēšanas, kas bija veikta iepriekš. Toties šāda reprezentācija nav fizikāla, jo tā apraksta burbuļa tilpumu, nevis virsmu. Pie nelielām virsmas maiņām metode spēj notvert virsmas dinamiku, bet tas ir tikai dēļ fakta, ka α lauka robežas kustības ir salīdzināmas ar režģa punktu intervāliem. Ja kustības notiek tikai starp diviem punktiem, tad α lauks, robežsūnās, svārstīsies starp 0 un 1. Tāda veida dinamiku spēs labi notvert DMD. Ja α lauka svārstības ievērojami pārsniedz režģa punktu intervālu, tad DMD dos nefizikālas modas, jo DMD neņem vērā nekādas telpiskās sakarības, un uz katru datu punktu izturas kā abstrakta vektora komponenti.

9.2. Burbuļa virsmas modas

Šīs modas tika iegūtas, reprezentējot burbuļa virsmu, kā punktu kopu sfēriskā koordināšu sistēmā.

Datu apstrādes process ir sekojošs:

- Tiek iegūtas burbuļa virsmas, no $\alpha = 0.5$ izovirsmām, STL formātā.
- STL dati tiek attīrīti, izņemot ārā virsmas, kas nav slēgtas (pie iekšējās, un trauka augšpuse)
- Katra burbuļa virsma tiek centrēta, pēc tās centroīdas.
- Tiek veikta staru izsekošana caur *Python* ar *Pyembree*, *Embree* bibliotēku palīdzību, no koordināšu sākumpunktā, ar virzieniem, kuri ir vienmērīgi leņķiski sadalīti, lai noteiktu punktus, kuros stari saskaras ar burbuļa virsmu.

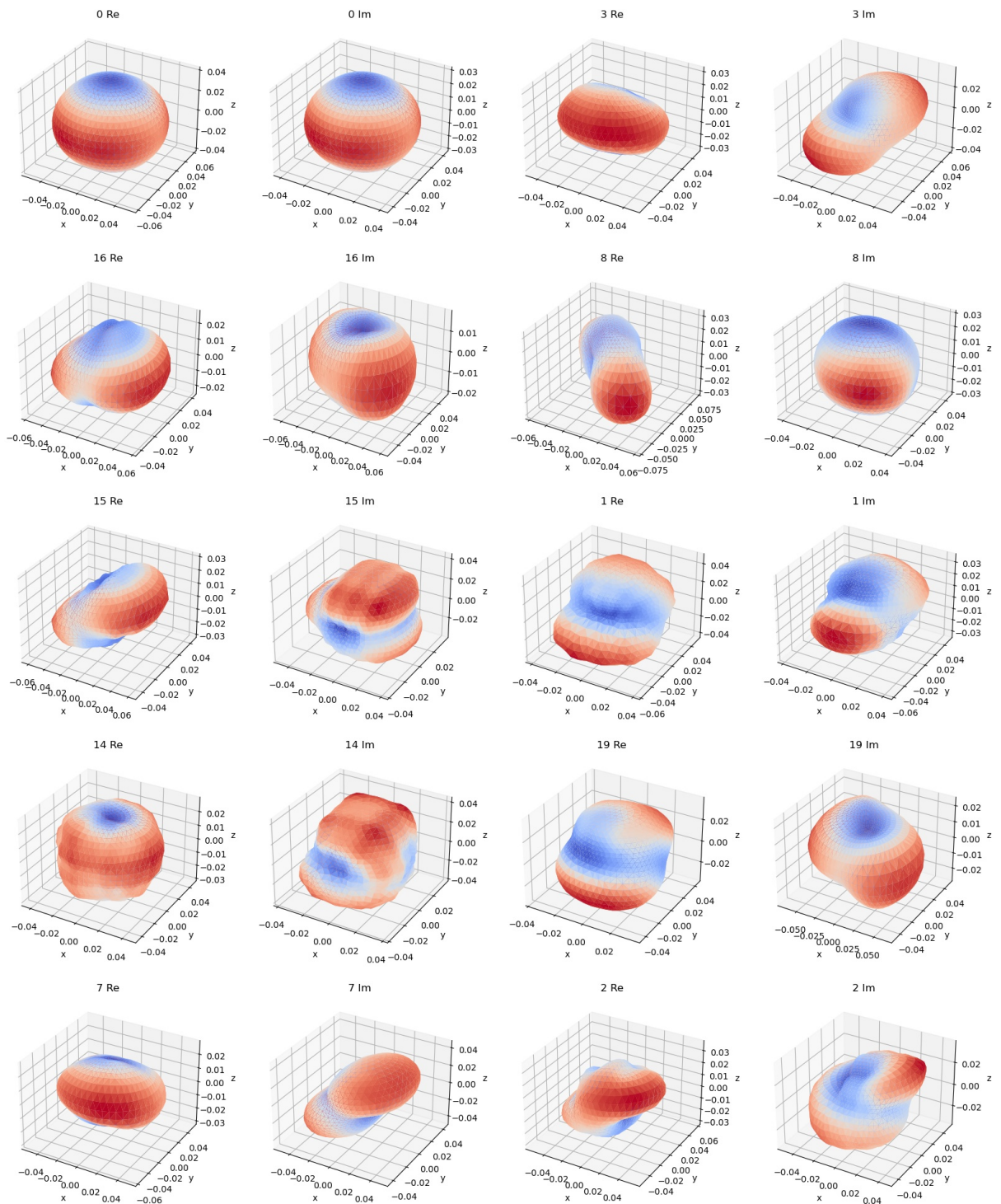
DMD algoritmā tiek ievadīti tikai, laikā mainīgie, punktu rādiusi, pret koordināšu sākumpunktu.

Attēlos 9.5, 9.7, 9.6, 9.8, visas nenulles modas tiek vizualizētās, ar klāt pieskaitītu nulto modu. Šāds vizualizācijas stils labāk apskata modu perturbatīvo dabu, un papildus tam, sfēriskās koordinātēs, ir grūti vizualizēt negatīvus modu punktu rādījumus.

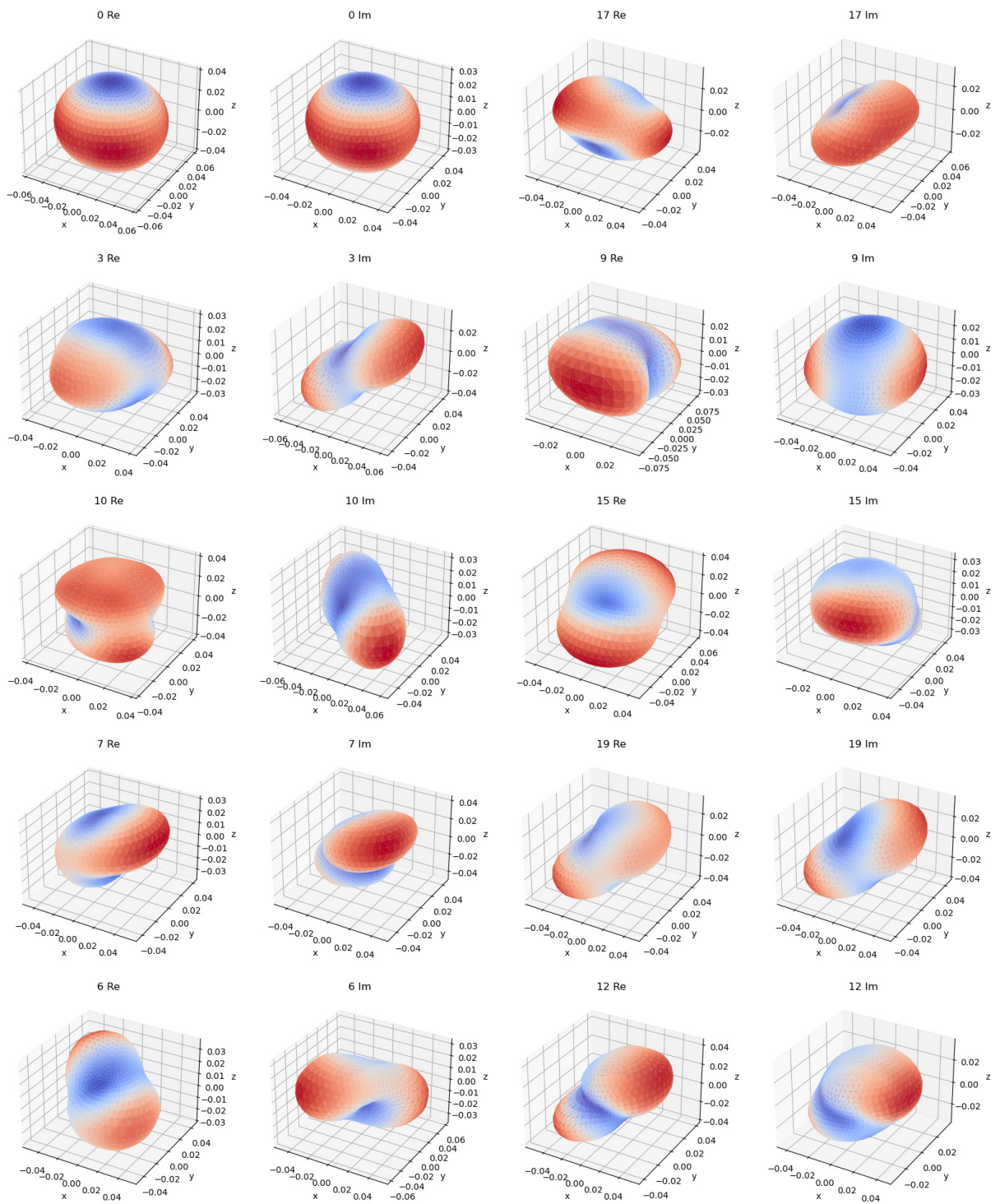
Attēlos 9.5, 9.7, 9.6, 9.8 ir redzamas pāris no burbuļa virsmas punktu rādījumus DMD modām.

Attēlos 9.5, 9.6 ir redzamas rādījumus modas, gadījumos bez ML. Šeit ir redzamas pāris modas, kas, iespējams atbilst rotācijai un šķērseniskai stiepšanai, toties lielu daļu modas ir grūti interpretēt. $100sccm$ gadījumā, dažas no modām atbilst rotācijai, un dažas atbilst šķērseniskai virsmas izstiepšanai un saraušanai, katra moda ir orientēta citā virzienā. Pie $30sccm$, modās ir manāms lielāks troksnis. Tāpat kā iepriekš, ir modas, kas atbild par burbuļa virsmas rotāciju un deformāciju. Modās manītais troksnis ir ar periodu $1mm$, kas sakrīt ar skaitliskās simulācijas izšķirtspēju.

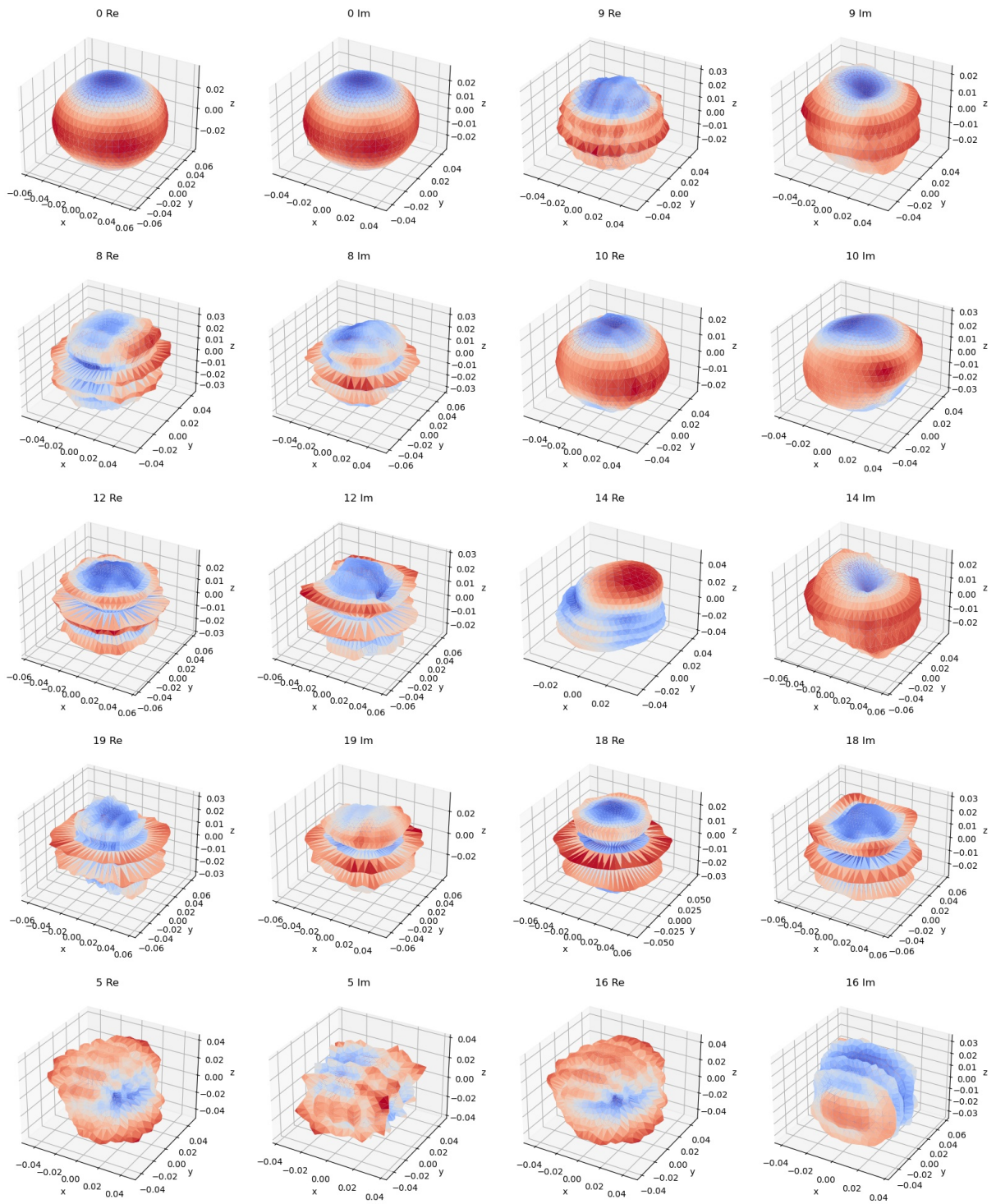
Attēlos 9.7, 9.8 ir redzamas rādījumus modas, gadījumos ar ML. $30sccm$ gadījumā, vienīgā moda ar pārlicinošu fizikālu nozīmi ir nultā moda, kas apraksta burbuļa vidējo formu. Pārējās modas apraksta režģa interpolācijas radītu troksni. Ir pāris modas, kas neatbilst tīram troksnim, bet tās nevar nozīmīgi interpretēt. $100sccm$ gadījumā, troksnis nav tik izteikts, kā pie $30sccm$, un izskatās, ka liela daļa modu notver gan virsmas kustību, gan troksni. Tāpat kā iepriekš, nav iespējams fizikāli interpretēt nenulles modas.



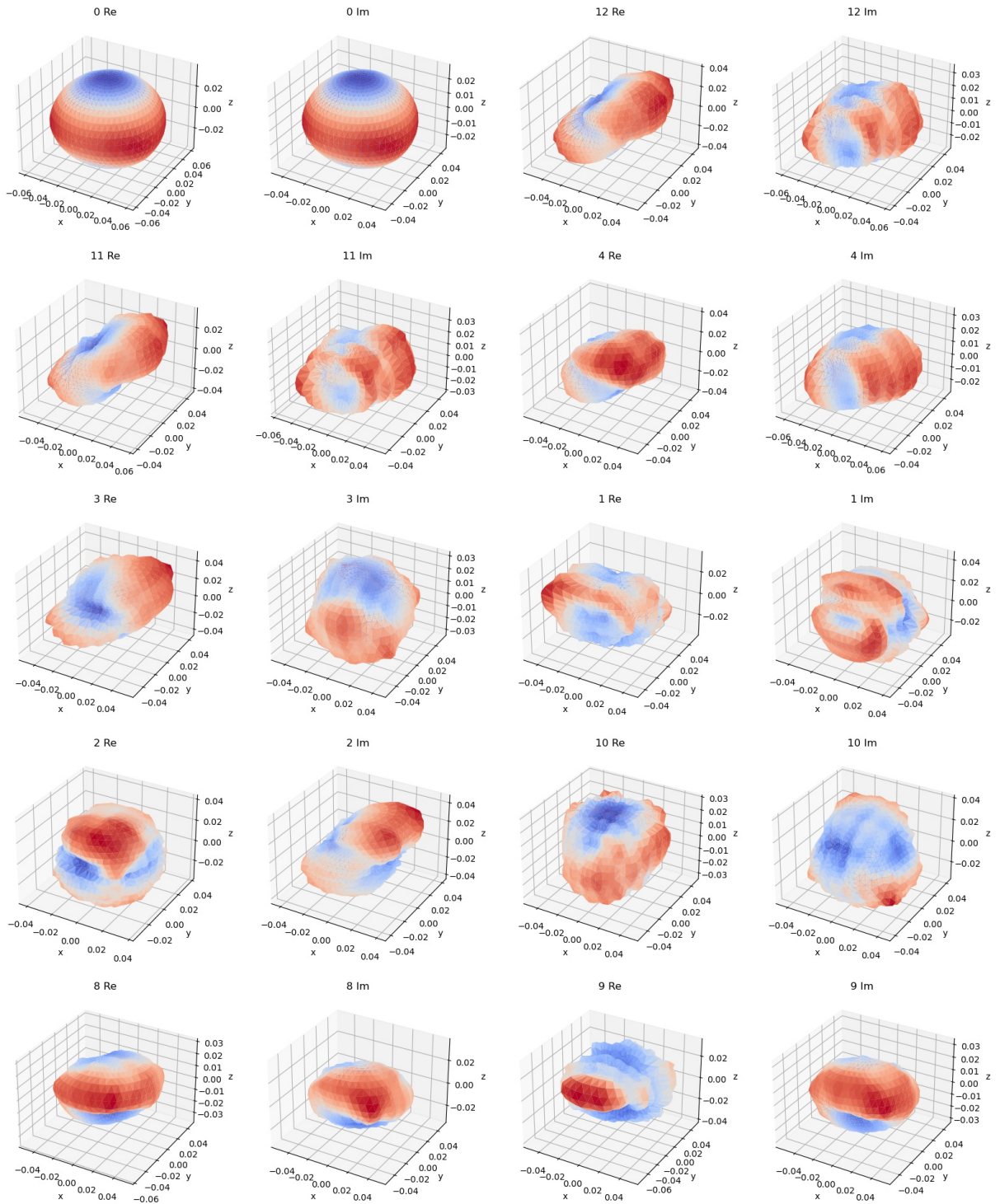
9.5. Attēls. Burbuļa virsmas sfēriskās reprezentācijas modas pie $30scm$ bez ārēja ML.



9.6. Attēls. Burbuļa virsmas sfēriskās reprezentācijas modas pie $100sccm$ bez ārēja ML.



9.7. Attēls. Burbuļa virsmas sfēriskās reprezentācijas modas pie $30sccm$ ar ārēju ML.



9.8. Attēls. Burbuļa virsmas sfēriskās reprezentācijas modas pie $100scm$ ar ārēju ML.

10. SECINĀJUMI

Apkopojot darbā sniegtos rezultātus: tika izstrādāts un implementēts datu trokšņa noturīgs DMD algoritms ar salīdzinoši mazu atmiņas patēriņu, apvienojot augstākas kārtas DMD un straumēšanas SVD (MOSES SVD) pieejas, kā arī reālu uz kompleksu datu transformāciju pirms DMD analīzes. Tā kā kods tika izstrādāts, lai veiktu DMD datiem no MHD burbuļu plūsmas simulācijām, tika ieviesta metodika burbuļu astes plūsmas DMD analīzei burbuļu atskaites sistēmā, apvienojot *VTK* un *Python* koda bibliotēkas ar nesen izstrādāto *MHT-X* objektu izsekošanas algoritmu (Pētera Zvejnieka, pz18006, bakalaura darbs).

Šie rīki tika izmantoti vienkāršotas šķidra metāla sistēmas ar MHD burbuļu plūsmu analīzei, strādājot ar tai iegūtajiem skaitliskās modelēšanas rezultātiem, lai novērtētu potenciālu padziļinātai fizikālu procesu analīzei ar DMD. Tika veiktas relatīvi zemas telpiskās izšķirtspējas, bet tomēr reprezentatīvas un fizikāli nozīmīgas, skaitliskas simulācijas burbuļu ķēdes plūsmai: ar gandrīz viena burbuļa plūsmas režīmu ar zemāku plūsmas ātrumu ($30scm$), kā arī lielāku plūsmas ātrumu ($100scm$) ar izteiktu burbuļu kolektīvo dinamiku; abi gadījumi tika modelēti ar un bez statistiska horizontāla ML.

Ātruma lauka DMD rezultāti gan šķidrā metāla trauka atskaites sistēmā, gan burbuļa atskaites sistēmā norāda, ka DMD patiešām ir ļoti noderīgs līdzeklis burbuļu plūsmas analīzei. Uz to norāda fakts, ka pat pašreizējai zema telpiskajai izšķirtspējai un ierobežotam modelētās plūsmas laikam, iegūtās DMD modas lielā mērā, kaut arī daudzos gadījumus vismaz hipotētiski, izskaidro novēroto ātruma un Q-faktora lauku dinamiku, kā arī burbuļu trajektorijas. Turklāt, DMD modu statistiskā un plūsmas lauka analīze identificēja vairākus ievērojamas cieņīgus efektus un novērojumus, kas prasa turpmāku izpēti:

- DMD modas metāla trauka atskaites sistēmā parāda, ka gadījumos, kad nav ārējā ML, nultajām (vidējām/stacionārām) ātruma lauka modām ir simetrija, galvenokārt attiecībā pret YZ vidusplakni. Turpretim, ja tiek pievadīts horizontāls ML, tad novēro ļoti skaidru simetriju XZ vidusplaknē, kā arī YZ vidusplaknē, zemākajam plūsmas ātrumam.
- Zemākajam plūsmas ātrumam ($30scm$), XZ simetrija izpaužas kā trīs paralēlas metāla plūsmas loksnes, kas ir izkārtotas Y virzienā: centrālā loksne ap burbuļa ķēdes kodolu ar plūsmu pozitīvā Z virzienā, un divas loksnes abās pusēs ar pretplūsmu negatīvā Z virzienā. Pie lielāka plūsmas ātruma, XZ simetrija ir daļēji sagrauta trauka augšdaļā, un trīs pretplūsmas slāņi pieņem zigzag-veida formas (projicētas)

YZ plaknē.

- Ātruma lauka stāvviļņi, ar plūsmas svārstībām Y virzienā, laika gaitā diezgan ātri attīstās trauka augšdaļā un saglabājas visu atlikušo plūsmas laiku.

Ir svarīgi precīzi noskaidrot turpmākajos pētījumos, kā notiek pāreja starp simetrijas stāvokļiem un pretplūsmas lokšņu veidošanos. Ir plānots veikt simulācijas ar dažādu ML stiprumu un orientāciju, kā arī plūsmas ātrumu, un noskaidrot, vai pāreja ir pakāpeniska, vai arī pastāv noteikta parametru kombinācija Reinoldsa (Re), Stjuarta (N) / Hartmana (Ha) un Eotvosa (Eu) skaitļiem, pie kuriem notiek straujāka pāreja. Interesanti ir arī redzēt, kā pieaugošs plūsmas ātrums izjauc plūsmas struktūras un to simetriju, vienlaikus izraisot stāvviļņu parādīšanos trauka ātruma laukā.

Neulles kartas trauka atsauces sistēmas modām bija arī fizikāli interesantas iezīmes, kuras būtu jāpēta tālāk:

- Modas, kas ir saistītas ar ātruma lauka svārstībām burbuļu ķēdē, norāda, ka burbuļu plūsmas struktūrām var piešķirt koherences garumu, ko var izmērīt, ieviešot kritēriju (šeit izmantoto vai labāku alternatīvu) – šeit atklājas, ka burbuļu ķēdes koherences garumi visiem gadījumiem, izņemot 100sccm bez ML, pārsniedz šķidrā metāla trauka vertikālo izmēru, turpretī izņēmuma gadījumā ķēdes koherences garums ir $\sim 3/4$ no trauka augstuma.
- Galīgais koherences garums norāda uz burbuļu ķēdes nestabilitātes iestāšanos, pārsniedzot noteiktu augstuma sliekšni – šo destabilizāciju varētu saistīt ar augstākas kārtas trauka atskaites sistēmas modām.
- Augstākas kārtas modas, gadījumos, kad nav pievadīta ārēja ML, satur smalkas plūsmas struktūras turbulentu pulsāciju dēļ, kas laika gaitā attīstās traukā – rezultāti liek domāt, ka DMD modas tās sadala dažādās telpiskās/laika mēroga grupās.

Burbuļu ķēdes plūsmas koherences garuma mērījumi un turbulentās plūsmas struktūru raksturīgās garuma skalas, ko atklāj DMD, ļauj atrast vietu telpā, kur sākas plūsmas nestabilitāte, un ļauj apskatīt kā ML stiprums un orientācija ietekmē turbulentu plūsmas struktūru veidošanos – visu to var kvantificēt. Toties, turbulences struktūru analīzei ir nepieciešamas skaitliskas simulācijas ar augstāku telpisko izšķirtspēju.

Burbuļu astes plūsmas DMD analīze burbuļu atskaites sistēmā sniedza vairākas atziņas:

- Augstāka plūsmas ātruma gadījumos izskatās, ka burbuļa astes plūsmas modas ievērojami modulē procesi, kas atrodas ārpus burbuļu tuvā apgabala (trauka modas) – lai gan tas kvalitatīvi šķiet loģiski, ir svarīgi, ka DMD ļauj to kvantificēt.
- Burbuļa astes plūsmas modu modulešana ar trauka modām ir izteiktāka pie 100sccm bez ML.
- Rezultāti pie 100sccm ar ārēju ML, iespējams, liecina, ka plūsmas izcelsme plūsmas asimetrizācijai YZ plaknē jāmeklē, analizējot burbuļa astes plūsmas modu dinamiku, nevis, kā varētu intuitīvi likties, apskatot modas gallija trauka atskaites sistēmā.

Tas nozīmē, ka DMD no skaitliskām simulācijām ar ilgāku plūsmas laiku un lielāku telpisko izšķirtspēju varētu atklāt, kā plūsmas struktūras attīstās traukā un ap burbuli, un kā dažāda telpiskā/laika mēroga procesi ietekmē viens otru. To kvantitatīvi nosakot, veicot dziļāku DMD modu analīzi, nekā tika veikta šajā darbā (nav iespējams ar pašreizējo telpisko izšķirtspēju), dažādos bezdimensionālo skaitļu ($Re/N(Ha)/Eo$) telpas punktos, varētu atklāt svarīgu informāciju par atgriezenisko saiti starp lokālām plūsmām ap burbuļiem un globālām plūsmām traukā. Jo vairāk, ir potenciāls iegūt lietderīgas empīriskas sakarības.

Šajā brīdī autors atturas no turpmākas pašreizējo datu analīzes – tas nebūtu produktīvi zemās izšķirtspējas dēļ. Tomēr, šeit iegūtie rezultāti norāda, ka izstrādāto metodiku varētu un vajadzētu piemērot arī citiem interesējošiem plūsmas laukiem:

- Analizējot ātruma virpuļainuma lauku, var novērot plūsmas struktūras un efektus, kas citādi netiek ņemtas vērā ātruma lauka analīzē.
- Veicot DMD burbuļa virsmas dinamikai burbuļa atskaites sistēmā ļautu kvantificēt ārējā ML un gāzes ieplūdes ātruma ietekmi uz burbuļa formas svārstībām, mērot dominējošās virsmas viļņu garuma skalas un laika frekvences. Šajā darbā tas tika demonstrēts konceptuāli, bet padziļonātai kvantitatīvai analīzei būs veltīts topošais zinātniskais raksts, kā arī ir nepiesiedami augstākas telpiskās izšķirtspējas dati.

Turklāt, burbuļu virsmas analīzi var izdarīt arī burbuļu formas projekcijām, kas var būt iegūtas, piemēram, izmantojot dinamisku neitronu/rentgena radiogrāfiju līdzīgai MHD sistēmai – piemēram, sistēmai, kuras ir pētīta [1, 22] un līdzīgām sistēmām, ar kurām nesen tika veikti eksperimenti *Paul Scherrer Institute* ar ICON neitronu staru, kuros darba

autors piedalījās. Iegūtos datus var nākotnē izmantot DMD analīzei, iepriekš minētajā veidā.

Galvenais šī pētījuma ierobežojošais faktors ir skaitlisko simulāciju zemā izšķirtspēja. Visos apskatītajos gadījumos, skaitliskajās simulācijās izmantotā režģa šūnas izmērs ir $1 \times 1 \times 1$ mm, kas ir daudz, ņemot vērā, ka gallija trauks ir 30 mm plats y virzienā, un burbuļa diametrs ir ap 4-5 mm. Var uzreiz saprast, ka smalkus burbuļu virsmas efektus ar šādu izšķirtspēju nevar modelēt. Ņemot vērā, ka visasākās plūsmas ātruma lauka maiņas notiek pie burbuļa virsmas, var secināt, ka režģa izšķirtspēja var daļēji ietekmēt burbuļu dinamiku un trajektorijas. Papildus burbuļu virsmai, augstāka izšķirtspēja arī ir nepieciešama lai precīzāk modelētu turbulento gallija plūsmu. Par laimi, ir veiktas arī pāris augstākas izšķirtspējas (0.5mm un 0.25mm), īsāka laika intervāla, skaitliskas simulācijas, kas liecina, ka sagaidāma burbuļu kustība ir līdzīga tai, ko novēro šajā darbā apskatītajās skaitliskajās simulācijās, bet ne identiska.

Tieši tāpēc tagad notiek sadarbība ar Grīnvičas Universitātes *Computational Science and Engineering* grupu, kas ļaus šo sistēmu modelēt ar daudz augstāku izšķirtspēju, ar Grīnvičas Universitātes augstās veiktspējas datoru palīdzību. Jau dotajā brīdī notiek jaunie aprēķini ar smalkāku režģi, ar un bez ML.

Atzīstot nepieciešamību nākotnē strādāt ar lielām, augstas izšķirtspējas simulācijas datu kopām, plānots papildināt esošo DMD kodu ar specializētām metodēm, lai datora atmiņā efektīvi veiktu OR sadalīšanu (viens no SVD elementiem) matricām ar ļoti augstu proporciju starp vertikālo un horizontālo izmēru.

Visbeidzot, darba autoram ir jānorāda uz ļoti izteiktu piedāvātas pieejas ierobežojumu, attiecībā uz DMD analīzi burbuļu atskaites sistēmā – rodas problēmas, kad burbuļi pārvietojas pārāk tuvu viens otram vai saduras, saplūst un/vai sadalās. Tādās situācijās viena burbuļa datus parādās cita burbuļa kustība. Šāda pārklāšanās var potenciāli izbojāt DMD rezultātus. Šis ierobežojums attiecas arī uz līdzīgiem DMD pielietojumiem, ārpus sistēmas, kas ir pētīta šajā darbā – piemēram, tuvplāna plūsmas analīze daļiņām, kas pārvietojas šķidrumsos.

11. Publikācijas un konferences

- DMD kods ir pieejams vietnē *GitHub* [60]. Šajā darbā ieviesto klašu nosaukumi sākas ar *mosesdmd*. Visas no šīm klasēm izmanto MOSES-SVD, kas ir ieviests [61] (*GitHub*).
- Iegūtie rezultāti tika prezentēti 79. LU konferencē un tika pieņemts raksts konferencēm EPM 2021 (Jūnijs) un RMHD 2021 (Septembris).
- arXiv ir publicēts raksts saistībā ar šajā darbā iegūtajiem rezultātiem [62]. Raksts, kas tika nesen iesniegts žurnālā *Physics of Fluids* ir saņēmis pozitīvas recenzijas, un drīzumā būs publicēts.

12. PATEICĪBAS

Šis darbs tika izstrādāts ar atbalstu no ERAF projekta Nr. 1.1.1.1/18/A/108 „Skaitliskās modelēšanas pieeju izstrāde kompleksu multifizikālu mijiedarbības procesu izpētei elektromagnētiskajās šķidrā metāla tehnoloģijās”, ko realizē Latvijas Universitāte sadarbībā ar SIA “Latvo”.

Darba autors ir ļoti pateicīgs Androm Jakovičam (LU) par darba resursu un labas darba atmosfēras nodrošināšanu, un kolēģim Peterim Zvejniekam (LU) pa izcilu sadarbību.

Liels paldies Andrew Kao (Greenwich) un Catherine Tonry (Greenwich) par sadarbību saistībā ar skaitlisko modelēšanu un piekļuves nodrošināšanu HPC datoriem.

Darba autors ir pateicīgs savam darba vadītājam Mihailam Birjukovam par atkārtotu palīdzības sniegšanu, un zinātniskā darba vadīšanu.

Paldies arī Marijai Isupovai par latviešu valodas stila pārbaudi un labojumiem šajā darbā.

Izmantotās literatūras un avotu saraksts

- [1] M. Birjukovs, V. Dzelme, A. Jakovics, K. Thomsen, and P. Trtik. Phase boundary dynamics of bubble flow in a thick liquid metal layer under an applied magnetic field. 5. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.061601>.
- [2] E. Baake, T. Fehling, D. Musaeva, and T. Steinberg. Neutron radiography for visualization of liquid metal processes: bubbly flow for CO₂ free production of hydrogen and solidification processes in EM field. 228:012026. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/228/1/012026>. Publisher: IOP Publishing.
- [3] Z. Liu, L. Li, F. Qi, B. Li, M. f. Jiang, and F. Tsukihashi. Population balance modeling of polydispersed bubbly flow in continuous-casting using multiple-size-group approach. Metallurgical and Materials Transactions B, 46, 2015. <http://dx.doi.org/10.1007/s11663-014-0192-y>.
- [4] D. Schurmann, I. Glavinic, B. Willers, and K. Timmel. Impact of the electromagnetic brake position on the flow structure in a slab continuous casting mold: An experimental parameter study. Metallurgical and Materials Transactions B, 51, 2019. <http://dx.doi.org/10.1007/s11663-019-01721-x>.
- [5] G. Mougin and J. Magnaudet. Path instability of a rising bubble. Physical Review Letters, 88:014502, 2002. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.014502>.
- [6] M. Tripathi, K. Sahu, and R. Govindarajan. Dynamics of an initially spherical bubble rising in quiescent liquid. Nature Communications, 6:6268, 2015. <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms7268>.
- [7] S. Schwarz and J. Fröhlich. Numerical study of single bubble motion in liquid metal exposed to a longitudinal magnetic field. International Journal of Multiphase Flow, 62:134–151, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2014.02.012>.
- [8] K. Jin, P. Kumar, S. Vanka, and B. Thomas. Rise of an argon bubble in liquid steel in the presence of a transverse magnetic field. Physics of Fluids (1994-present), 28:093301, 2016. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4961561>.
- [9] J. Zhang and M.-J. Ni. Direct simulation of single bubble motion under vertical

- magnetic field: Paths and wakes. Physics of Fluids, 26(10):102102, 2014. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4896775>.
- [10] J. Zhang, M.-J. Ni, and R. Moreau. Rising motion of a single bubble through a liquid metal in the presence of a horizontal magnetic field. Physics of Fluids, 28:032101, 2016. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4942014>.
- [11] C. Zhang. Liquid metal flows driven by gas bubbles in a static magnetic field, 2009.
- [12] W. I. Shew, S. Poncet, and J.-F. Pinton. Force measurements on rising bubbles. Journal of Fluid Mechanics, 569:51–60, 2006. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112006002928>.
- [13] E. Strumpf. Experimental study on rise velocities of single bubbles in liquid metal under the influence of strong horizontal magnetic fields in a flat vessel. International Journal of Multiphase Flow, 97:168–185, 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.08.001>.
- [14] T. Richter, O. Keplinger, N. Shevchenko, T. Wondrak, K. Eckert, S. Eckert, and S. Odenbach. Single bubble rise in gainsn in a horizontal magnetic field. International Journal of Multiphase Flow, 104:32–41, 2018. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.03.012>.
- [15] C. Zhang, S. Eckert, and G. Gerbeth. Experimental study of single bubble motion in a liquid metal column exposed to a DC magnetic field. International Journal of Multiphase Flow, 31:824–842, 2005. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2005.05.001>.
- [16] Z. Wang, S. Wang, X. Meng, and M. Ni. Udv measurements of single bubble rising in a liquid metal galinstan with a transverse magnetic field. International Journal of Multiphase Flow, 94:201–208, 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.05.001>.
- [17] J. Zhang and M.-J. Ni. What happens to the vortex structures when the rising bubble transits from zigzag to spiral? Journal of Fluid Mechanics, 828:353–373, 2017. <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2017.514>.

- [18] D. Gaudlitz and N. Adams. Numerical investigation of rising bubble wake and shape variations. Physics of Fluids, 21, 2009. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3271146>.
- [19] Z. Liu and B. Li. Large-eddy simulation of transient horizontal gas–liquid flow in continuous casting using dynamic subgrid-scale model. Metallurgical and Materials Transactions B, 2017. <http://dx.doi.org/10.1007/s11663-017-0947-3>.
- [20] W. Yang, Z. Luo, N. Zhao, and Z. Zou. Numerical analysis of effect of initial bubble size on captured bubble distribution in steel continuous casting using euler-lagrange approach considering bubble coalescence and breakup. Metals, 10:1160, 2020. <http://dx.doi.org/10.3390/met10091160>.
- [21] W. Yang, Z. Luo, Y. Gu, Z. Liu, and Z. Zou. Numerical analysis of effect of operation conditions on bubble distribution in steel continuous casting mold with advanced bubble break-up and coalescence models. ISIJ International, Adv. Pub., 2020. <http://dx.doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2020-106>.
- [22] M. Birjukovs, V. Dzelme, A. Jakovics, K. Thomsen, and P. Trtik. Argon bubble flow in liquid gallium in external magnetic field. 63:1–7. <http://dx.doi.org/10.3233/JAE-209116>.
- [23] L. Liu, O. Keplinger, T. Ziegenhein, N. Shevchenko, S. Eckert, H. Yan, and D. Lucas. Euler-euler modeling and X-ray measurement of oscillating bubble chain in liquid metals. International Journal of Multiphase Flow, 110:218–237, 2018. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.09.011>.
- [24] B. Krull, E. Strumpf, O. Keplinger, N. Shevchenko, J. Fröhlich, S. Eckert, and G. Gerbeth. Combined experimental and numerical analysis of a bubbly liquid metal flow. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 228:012006, 2017. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/228/1/012006>.
- [25] O. Keplinger, N. Shevchenko, and S. Eckert. Experimental investigation of bubble breakup in bubble chains rising in a liquid metal. International Journal of Multiphase Flow, 116:39–50, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2019.03.027>.

- [26] O. Keplinger, N. Shevchenko, and S. Eckert. Visualization of bubble coalescence in bubble chains rising in a liquid metal. International Journal of Multiphase Flow, 105:159–169, 2018. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.04.001>.
- [27] O. Keplinger, N. Shevchenko, and S. Eckert. Validation of X-ray radiography for characterization of gas bubbles in liquid metals. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 228:012009, 2017. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/228/1/012009>.
- [28] G. Haller. An objective definition of a vortex. Journal of Fluid Mechanics, 525:1–26, 2005. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112004002526>.
- [29] J. Tu, C. Rowley, D. Luchtenburg, S. Brunton, and J. Kutz. On dynamic mode decomposition: Theory and applications. Journal of Computational Dynamics, 1, 2013. <http://dx.doi.org/10.3934/jcd.2014.1.391>.
- [30] P. Schmid and J. Sesterhenn. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. 656. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112010001217>.
- [31] C. Rowley, I. Mezic, S. BAGHERI, P. Schlatter, and D. HENNINGSON. Spectral analysis of nonlinear flows. 641:115–127. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112009992059>.
- [32] A. Seena and H. J. Sung. Dynamic mode decomposition of turbulent cavity flows for self-sustained oscillations. 32(6):1098–1110. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2011.09.008>.
- [33] M. R. Jovanović, P. J. Schmid, and J. W. Nichols. Sparsity-promoting dynamic mode decomposition. 26(2):024103. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4863670>.
- [34] J. Rojssel. Koopman mode analysis of the side-by-side cylinder wake. p. 60.
- [35] J. Manning and R. Baldick. Forecasting short-term dynamics of fair-weather cumuli using dynamic mode decomposition.
- [36] J. Grosek and J. N. Kutz. Dynamic mode decomposition for real-time background/foreground separation in video.

- [37] I. Ul Haq, K. Fujii, and Y. Kawahara. Dynamic mode decomposition via dictionary learning for foreground modeling in videos. 199:103022. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cviu.2020.103022>.
- [38] B. W. Brunton, L. A. Johnson, J. G. Ojemann, and J. N. Kutz. Extracting spatial-temporal coherent patterns in large-scale neural recordings using dynamic mode decomposition. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jneumeth.2015.10.010>.
- [39] Y. Shiraishi, Y. Kawahara, O. Yamashita, R. Fukuma, S. Yamamoto, Y. Saitoh, H. Kishima, and T. Yanagisawa. Neural decoding of electrocorticographic signals using dynamic mode decomposition. 17(3):036009. <http://dx.doi.org/10.1088/1741-2552/ab8910>. Publisher: IOP Publishing.
- [40] A. B. Albidah, W. Brevis, V. Fedun, I. Ballai, D. B. Jess, M. Stangalini, J. Higham, and G. Verth. Proper orthogonal and dynamic mode decomposition of sunspot data. Publisher: Sheffield.
- [41] V. C. Loukopoulos, G. C. Bourantas, and K. Miller. Study of the thermo-magneto-hydrodynamic flow of micropolar-nanofluid in square enclosure using dynamic mode decomposition and proper orthogonal decomposition. 84:272–288. <http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechflu.2020.06.012>. Publisher: Elsevier.
- [42] R. Taylor, J. N. Kutz, K. Morgan, and B. A. Nelson. Dynamic mode decomposition for plasma diagnostics and validation. 89(5):053501. <http://dx.doi.org/10.1063/1.5027419>.
- [43] A. Alessandri, P. Bagnerini, M. Gaggero, D. Lengani, and D. Simoni. Dynamic mode decomposition for the inspection of three-regime separated transitional boundary layers using a least squares method. 31(4):044103. <http://dx.doi.org/10.1063/1.5086225>. Publisher: American Institute of Physics.
- [44] M. Liu, L. Tan, and S. Cao. Dynamic mode decomposition of gas-liquid flow in a rotodynamic multiphase pump. 139:1159–1175. <http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2019.03.015>.
- [45] S. Le Clainche and J. M. Vega. Higher order dynamic mode decomposition.

- 16(2):882–925. <http://dx.doi.org/10.1137/15M1054924>. Publisher: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [46] A. Eftekhari, R. Hauser, and A. Grammenos. Moses: A streaming algorithm for linear dimensionality reduction. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2019. <http://dx.doi.org/10.1109/TPAMI.2019.2919597>.
- [47] J. Vencels, P. Råback, and V. Geža. Eof-library: Open-source elmer fem and openfoam coupler for electromagnetics and fluid dynamics. SoftwareX, 9, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.softx.2019.01.007>.
- [48] R. Clift, J. Grace, and M. Weber. Bubbles, Drops, and Particles. 1978.
- [49] I. Mezic. Spectral properties of dynamical systems, model reduction and decompositions. Nonlinear Dynamics, 41:309–325, 2005. <http://dx.doi.org/10.1007/s11071-005-2824-x>.
- [50] S. T. M. Dawson, M. S. Hemati, M. O. Williams, and C. W. Rowley. Characterizing and correcting for the effect of sensor noise in the dynamic mode decomposition. 57(3):42. <http://dx.doi.org/10.1007/s00348-016-2127-7>. Version: 3.
- [51] S. L. Brunton, B. W. Brunton, J. L. Proctor, E. Kaiser, and J. N. Kutz. Chaos as an intermittently forced linear system. 8(1):19. <http://dx.doi.org/10.1038/s41467-017-00030-8>.
- [52] A. Eftekhari, R. A. Hauser, and A. Grammenos. MOSES: A streaming algorithm for linear dimensionality reduction.
- [53] J. Roenby, H. Bredmose, and H. Jasak. IsoAdvect: Geometric VOF on general meshes. 2018.
- [54] J. Roenby, H. Bredmose, and H. Jasak. A computational method for sharp interface advection. Royal Society Open Science, 3, 2016. <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.160405>.
- [55] N. Demo, M. Tezzele, and G. Rozza. PyDMD: Python Dynamic Mode Decomposition. The Journal of Open Source Software, 3(22):530, 2018. <http://dx.doi.org/https://doi.org/10.21105/joss.00530>.

- [56] B. Loring, H. Karimabadi, and V. Rortershteyn. A screen space gpgpu surface lic algorithm for distributed memory data parallel sort last rendering infrastructures. 2014.
- [57] J. Fröhlich, S. Schwarz, S. Heitkam, C. Santarelli, C. Zhang, T. Vogt, S. Boden, A. Andruszkiewicz, K. Eckert, S. Odenbach, and S. Eckert. Influence of magnetic fields on the behavior of bubbles in liquid metals. The European Physical Journal Special Topics, 220:167–183, 2013. <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2013-01805-4>.
- [58] S. Schwarz. An immersed boundary method for particles and bubbles in magnetohydrodynamic flows.
- [59] P. Zvejnieks, M. Birjukovs, M. Klevs, M. Akashi, S. Eckert, and A. Jakovics. Mht-x: Offline multiple hypothesis tracking with algorithm x, 2020.
- [60] MartinKlevs. MartinKlevs/PyDMD.
- [61] MartinKlevs. MartinKlevs/MOSES-SVD.
- [62] M. Klevs, M. Birjukovs, P. Zvejnieks, and A. Jakovics. Dynamic mode decomposition of magnetohydrodynamic bubble chain flow in a rectangular vessel. 2021.

A. Skaitlisko modeļu parametri

A.1. Sākuma un robežnosacījumi, VOF vienādojumiem

\vec{u}

- Apakša, sāni: **no slip**
- Augša: īpašs robežnosacījums "*Pressure-inlet outlet velocity*": <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-bcs-outlet-pressure-inlet-outlet.html>
- Ieplūde: konstants \vec{u}_0 .

p

- Apakša, sāni: $\nabla p = \vec{0}$
- Augša: $p = 0$
- Ieplūde: $\nabla p = \vec{0}$

α

- Apakša, sāni: $\nabla \alpha = \vec{0}$
- Augša: $\alpha = 0$
- Ieplūde: $\alpha = 1$

V (elektrisks potenciāls)

- Apakša, sāni: $\nabla V = \vec{0}$
- Augša: $V = 0$
- Ieplūde: $\nabla V = \vec{0}$

\vec{A} (magnētisks potenciāls)

- Visas robežas: $\nabla \cdot \vec{A} = 0$
- Punkts (0,0,0): $\vec{A} = \vec{0}$

A.2. Skaitliskās modeļēšanas parametri

OpenFOAM skaitliskās modeļēšanas parametri:

```

1 solvers
2 {
3     "alpha.argon.*"
4     {
5         interfaceMethod "isoAdvector";
6         isoFaceTol      1e-6;
7         surfCellTol     1e-6;
8         snapTol         1e-12;
9         nAlphaBounds    3;
10        clip             true;
11
12        nAlphaCorr       2;
13        nAlphaSubCycles  2;
14        cAlpha           1;
15
16        MULESCorr        yes;
17        nLimiterIter     3;
18
19        solver           smoothSolver;
20        smoother         symGaussSeidel;
21        tolerance        1e-8;
22        relTol           0;
23    }
24
25    ".*(rho|rhoFinal)"
26    {
27        solver           diagonal;
28    }
29
30    "pcorr.*"
31    {
32        solver           PCG;
33        preconditioner
34        {
35            preconditioner GAMG;
36            tolerance      1e-07;
37            relTol         0;
38            smoother       DICGaussSeidel;
39        }
40        tolerance        1e-10;
41        relTol           0;
42        maxIter          100;
43    }
44
45    p_rgh
46    {
47        solver           GAMG;
48        tolerance        1e-10;
49        relTol           0;
50        smoother         DIC;
51    }
52
53    p_rghFinal
54    {
55        solver           PCG;
56        preconditioner
57        {
58            preconditioner GAMG;
59            tolerance      1e-07;
60            relTol         0;
61            nVcycles       2;
62            smoother       DICGaussSeidel;
63            nPreSweeps     2;
64        }
65        tolerance        1e-10;
66        relTol           0;
67    }
68
69    "(U|epsilon).*"
70    {
71        solver           smoothSolver;

```

```

72     smoother      GaussSeidel;
73     tolerance     1e-06;
74     relTol       0;
75     nSweeps      1;
76 }
77
78 "(T|k|B|nuTilda).*"
79 {
80     solver        smoothSolver;
81     smoother      symGaussSeidel;
82     tolerance     1e-08;
83     relTol       0;
84 }
85 }
86
87 PIMPLE
88 {
89     momentumPredictor no;
90     transonic        no;
91     nOuterCorrectors 1;
92     nCorrectors     2;
93     nNonOrthogonalCorrectors 2;
94     pRefCell        0;
95     pRefValue       0;
96 }

```

OpenFOAM skaitliskās modelēšanas shēmas:

```

1  ddtSchemes
2  {
3      default      Euler;
4  }
5
6  gradSchemes
7  {
8      default      Gauss linear;
9  }
10
11 divSchemes
12 {
13     div(phi,alpha) Gauss vanLeer;
14     div(phirb,alpha) Gauss interfaceCompression;
15
16     div(rhoPhi,U) Gauss linearUpwind grad(U);
17     div(rhoPhi,K) Gauss upwind;
18     div(phi,p) Gauss upwind;
19     div(phi,k) Gauss upwind;
20     div(phi,epsilon) Gauss upwind;
21     div(((rho*nuEff)*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
22 }
23
24 laplacianSchemes
25 {
26     default      Gauss linear corrected;
27 }
28
29 interpolationSchemes
30 {
31     default      linear;
32     elcond       cellPoint;
33     U            cellPoint;
34 }
35
36 snGradSchemes
37 {
38     default      corrected;
39 }

```

Elmer skaitliskās modelēšanas parametri:

```
1 Header
2   CHECK KEYWORDS Warn
3   Mesh DB "." "3DforElmer"
4   Include Path ""
5   Results Directory ""
6 End
7
8 Simulation
9   Max Output Level = 5
10  Coordinate System = Cartesian
11  Coordinate Mapping(3) = 1 2 3
12  Simulation Type = Steady state
13  Steady State Max Iterations = 10000000
14  Steady State Min Iterations = 10000000
15  Output Intervals = 10000000
16  Timestepping Method = BDF
17  BDF Order = 1
18  Solver Input File = case.sif
19 End
20
21 Constants
22   Permittivity of Vacuum = 8.8542e-12
23   Permeability of Vacuum = 1.257e-6
24 End
25
26 Body 1
27   Target Bodies(1) = 14
28   Name = "air"
29   Equation = 1
30   Material = 1
31 End
32
33 Body 2
34   Target Bodies(1) = 15
35   Name = "yoke"
36   Equation = 1
37   Material = 2
38 End
39
40 Body 3
41   Target Bodies(1) = 16
42   Name = "tank"
43   Equation = 1
44   Material = 3
45   Body Force = 2
46 End
47
48 Body 4
49   Target Bodies(1) = 17
50   Name = "magnets"
51   Equation = 1
52   Material = 4
53   Body Force = 1
54 End
55
56 Body 5
57   Target Bodies(1) = 18
58   Name = "copperPipe"
59   Equation = 1
60   Material = 5
61 End
62
63 Solver 1
64   Equation = OpenFOAM2Elmer
65   Procedure = "OpenFOAM2Elmer" "OpenFOAM2ElmerSolver"
66
67   Target Variable 1 = String "OF Conductivity"
68   Target Variable 2 = String "OF U1"
69   Target Variable 3 = String "OF U2"
70   Target Variable 4 = String "OF U3"
```

```

71 End
72
73 Solver 2
74 Equation = "MGDynamics"
75 Variable = AV
76 Procedure = "MagnetoDynamics" "WhitneyAVSolver"
77
78 Linear System Symmetric = True
79 Linear System Solver = iterative
80 Linear System Preconditioning = none
81 Linear System Residual Output = 10
82 Linear System Max Iterations = 1000
83 Linear System Iterative Method = BiCGStabl
84 BiCGStabl polynomial degree = 4
85 Linear System Abort Not Converged = False
86 Linear System Convergence Tolerance = 1.0e-7
87 Nonlinear System Convergence Tolerance = 1.0e-7
88 Nonlinear System Max Iterations = 20
89 Nonlinear System Newton After Iterations = 3
90 Nonlinear System Newton After Tolerance = 1.0e-7
91 Nonlinear System Relaxation Factor = 1
92
93 Exported Variable 1 = -dg "OF conductivity"
94 Exported Variable 1 Mask = String "material: mapping"
95 Exported Variable 2 = -dg "OF U1"
96 Exported Variable 2 Mask = String "material: mapping"
97 Exported Variable 3 = -dg "OF U2"
98 Exported Variable 3 Mask = String "material: mapping"
99 Exported Variable 4 = -dg "OF U3"
100 Exported Variable 4 Mask = String "material: mapping"
101 End
102
103 Solver 3
104 Equation = "MGDynamicsCalc"
105 Procedure = "MagnetoDynamics" "MagnetoDynamicsCalcFields"
106 Potential Variable = String "AV"
107
108 Calculate Current Density = Logical True
109 Calculate Electric Field = Logical False
110 Calculate Magnetic Field Strength = Logical True
111 Calculate Joule Heating = Logical False
112 Calculate JxB = Logical True
113
114 Linear System Symmetric = True
115 Linear System Solver = iterative
116 Linear System Preconditioning = None
117 Linear System Residual Output = 0
118 Linear System Max Iterations = 5000
119 Linear System Iterative Method = CG
120 Linear System Convergence Tolerance = 1.0e-7
121 End
122
123 Solver 4
124 Equation = ElmerToOpenFOAM
125 Procedure = "Elmer2OpenFOAM" "Elmer2OpenFOAMSolver"
126
127 Target Variable 1 = "magnetic flux density" 1
128 Target Variable 2 = "magnetic flux density" 2
129 Target Variable 3 = "magnetic flux density" 3
130 End
131
132 Equation 1
133 Name = "MgDyn"
134 Active Solvers(4) = 1 2 3 4
135 End
136
137 Body Force 1
138 Magnetization 1 = Real 909456
139 Magnetization 2 = Real 0
140 Magnetization 3 = Real 0
141 End
142

```

```

143 Body Force 2
144   Lorentz velocity 1 = Equals "OF U1"
145   Lorentz velocity 2 = Equals "OF U2"
146   Lorentz velocity 3 = Equals "OF U3"
147 End
148
149 Material 1
150   Name = "air"
151   Electric Conductivity = 0
152   Relative Permittivity = 1
153   Relative Permeability = 1
154 End
155
156 Material 2
157   Name = "ironCore"
158   Electric Conductivity = 0
159   Relative Permittivity = 1
160   Relative Permeability = Real 1e5
161 End
162
163 Material 3
164   Name = "liquidGallium"
165   Electric Conductivity = Equals "OF Conductivity"
166   Relative Permittivity = 1
167   Relative Permeability = 1
168   Mapping = Logical True
169 End
170
171 Material 4
172   Name = "magnets"
173   Electric Conductivity = 0
174   Relative Permittivity = 1
175   Relative Permeability = Real 1.03
176 End
177
178 Material 5
179   Name = "copper"
180   Electric Conductivity = 0
181   Relative Permittivity = 1
182   Relative Permeability = 1
183 End
184
185 Boundary Condition 1
186   Target Boundaries(1) = 19
187   Name = "Farfield"
188   AV {e} = Real 0.0
189 End

```

Bakalaura darbs „Burbuļu ķēdes magnetohidrodinamiskās plūsmas sadalījums dinamiskajās modās” izstrādāts Latvijas Universitātes Fizikas, matemātikas un optometrijas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autors: _____ /Mārtiņš Klevs/

Rekomendēju/nerekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs: Mihails Birjukovs, Andris Jakovičs _____ 01.06.2021.

Recenzents: Dr. phys. Ivars Driķis

Darbs iesniegts Fizikas nodaļā 01.06.2021.

Dekāna pilnvarotā persona: metodiķe Inita Šneide

Darbs aizstāvēts bakalaura gala pārbaudījuma komisijas sēdē

_____.2021. prot. Nr. _____, vērtējums _____

Komisijas sekretārs: _____