

# АСТРОНОМИЯ

ЧИСЛЕННЫЕ  
ЭКСПЕРИМЕНТЫ  
В НЕБЕСНОЙ  
МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ

Министерство высшего и среднего специального образования  
Латвийской ССР  
Латвийский ордена Трудового Красного Знамени  
государственный университет имени Петра Стучки  
Астрономическая обсерватория

## А С Т Р О Н О М И Я

### ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ И АСТРОМЕТРИИ

Межведомственный сборник научных трудов

Ответственный редактор Э. Каупиш



Латвийский государственный университет им. П. Стучки  
Рига 1978

УДК 523., 521., 522., 552., 621.8

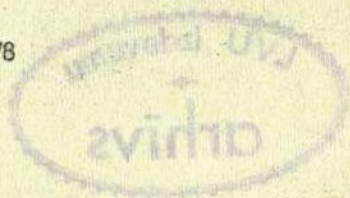
В сборнике научных статей на основе численных экспериментов определены изменения элементов малых планет близ соизмеримости  $2/1$  с Юпитером, определены изменения в элементах комет от возмущений со стороны звезд, найдены границы для формулы Эпика для численных экспериментов. Даны примеры построения вертикального подвижного барьера. Указаны пути оптимизации наблюдений на пассажном инструменте и фотографических наблюдений ИСЗ.

Настоящий сборник является 13-м тематическим выпуском трудов по астрономии.

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
ЛГУ им.П.Стучки от 24 февраля 1978 года

© Латвийский государственный университет им.П.Стучки, 1978

А 20600-030у 177-78  
М 812(11)-78



ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ. АСТРОНОМИЯ, 1978

УДК 523.442

М. А. Д и р к и о  
АО ЛПУ им. П. Стучки

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ДВИЖЕНИИ МАЛЫХ ПЛАНЕТ  
В БЛИЗИ СОИЗМЕРИМОСТИ  $2/1$  С ЮПИТЕРОМ

Кольцо малых планет — сложное структурное образование. Давно известно, что распределение малых планет по их среднему суточному движению не равномерное. Оно не может быть выражено как нормальное распределение какого-либо вида. Кольцо малых планет содержит сгущения и люки. Особенно заметны люки, соответствующие соизмеримостям  $2/1$ ,  $3/1$ ,  $5/2$  с Юпитером и другие. Они открыты еще в 1866 году Д. Кирквудом.

Первыми попытками объяснения наличия люков были предположения о неустойчивости движения в этих областях, но они не привели к определенным результатам. Оказалось даже наоборот — соизмеримость в средних движениях вызывает либрационные явления в движении немногих малых планет, находящихся вблизи люков, а либрационные движения малых планет весьма устойчивы. Э. Рабе пытался объяснить люки и сгущения, принимая, что в некоторую раннюю эпоху развития Солнечной системы Юпитер имел массу в двадцать раз больше современной (E. Rabe, 1956). Известны и другие попытки объяснения существования люков, но все они недостаточно достоверны (Чеботарев, 1973; Чеботарев, Шор, 1976).

Некоторые сдвиги в сторону решения проблемы можно усмотреть в работах Р. Гиффена [8] и Х. Шоля и К. Фрешле [10]. Они использовали метод осреднения И. Нубарта в плоской ограниченной задаче трех тел для определения вековых эффектов близ соизмеримостей  $2/1$ ,  $3/1$  и  $3/2$ . Гиффен указывает, что в окрестности соизмеримости  $2/1$  при малых эксцентриситетах появляется весьма сложное движение, а резонансное движение возможно

только при достаточно больших значениях эксцентриситета.

I. Рассмотрим некоторые свойства орбитальных элементов малых планет около соизмеримости  $2/1$  (такие планеты называются планетами типа Гекубы).

Точной соизмеримости  $2/1$  соответствует среднее суточное движение  $\mu = 598''.26$ . В выпуске "Эфемериды малых планет" на 1977 г. [7] находим всего 33 малые планеты в интервале  $572'' < \mu < 615''$ . Для них средние арифметические значения наклона  $\bar{i} = 16.6$ , углов эксцентриситета  $\bar{\varphi} = 7.1$ . Известно, что для всех нумерованных малых планет  $\bar{i} = 9.4$ ,  $\bar{\varphi} = 8.7$  (Чеботарев, Шор, [6]). Следовательно, для малых планет около соизмеримости  $2/1$  среднее значение наклона значительно больше, а среднее значение эксцентриситета несколько меньше соответствующих значений для всех планет.

2. Для исследования эволюции орбит нами применяется метод вариации элементов (см., напр., Дубяго, [3]). Возмущения учитываются от Юпитера и Сатурна. Для определения возмущений в элементах применяется составленная нами программа на машине БЭСМ-4. Эта программа является развитием нашей прежней программы, составленной для машины БЭСМ-2М (Дирикис [2]). Программа состоит из 14 стандартных подпрограмм. Она пригодна для разных задач, связанных с определением возмущений элементов. В различных режимах, задаваемых отдельной картой или с пульта, программа учитывает возмущения от одной до семи больших планет, выдает либо поисковую эфемериду малой планеты, либо точные сравнения с наблюдениями и т.д. При составлении программы были использованы стандартные программы, полученные нами из ИТА АН СССР (Бохан [1]). Приближенные координаты Юпитера и Сатурна на любой момент находятся при помощи стандартной подпрограммы, учитывающей некоторые наиболее значительные члены в разложениях координат этих планет. Идея такого способа взята из работы В.А.Извекова (Извеков, [4]).

Для попыток исследования эволюции движения малых планет близ соизмеримости  $2/1$  вместо реальных планет мы избрали фиктивные. Преимуществом такого выбора является возможность задать любые значения элементов, напр., поместить планету в области точной соизмеримости. Основная исходная система элементов орбиты малой планеты взята следующая:

$$t_0 = 2400000.5 \text{ ЗД} = 1858.85 \text{ (год)},$$

$$M_0 = 0^\circ; \quad \omega = 4^\circ;$$

$$\varphi = 8^\circ; \quad \Omega = 8^\circ;$$

$$m = 2 m_0 = 598''.257, \quad i = 8^\circ.$$

Из первых же опытов было выявлено, что изменение наклона  $i$  в пределах от  $2^\circ$  до  $16^\circ$  не влияет существенно на результаты. Поэтому в дальнейшем бралось только значение  $i = 8^\circ$ . Значительное влияние на результаты оказывает место сближения малой планеты с Юпитером и соответствующее минимальное расстояние. Место сближения тел определяется в основном элементами  $M_0, \omega, \Omega$ ; из них здесь мы варьировали только  $M_0$ . Значения угла эксцентриситета  $\varphi$  брались от  $2^\circ$  до  $24^\circ$ , в отдельных случаях до  $30^\circ$ .

Эволюция орбитальных элементов определялась от начального момента  $t_0 = 2400000.5$  Юл.Д. = 1858.85 на 1150 лет назад и вперед. Интегрирование уравнений движения для каждой малой планеты на весь промежуток времени 2300 лет (с шагом интегрирования 40 дней) занимает в среднем около 3 часов машинного времени.

В режиме "Эволюция" наша программа печатает значения всех орбитальных элементов при каждом нахождении малой планеты близ перигелия. Кроме того, программа указывает все случаи приближения малой планеты к Юпитеру менее чем на 2 астрономические единицы.

3. Для исследования эволюции орбит в основном достаточно рассматривать 2 элемента — эксцентриситет орбиты и среднее суточное движение. Результаты показывают, что изменения этих элементов имеют колебательный характер. Соответствующие моменты максимумов и минимумов у обоих элементов близки, а в случаях больших эксцентриситетов (напр.,  $\varphi = 24^\circ$ ) даже полностью совпадают. Изменения  $\varphi$  и  $m$  в течение одного периода показаны на одном примере в таблице I.

Нами были проделаны расчеты для значительного количества различных начальных условий. Из них приведем здесь наиболее характерные случаи для  $M_0 = 0^\circ, 180^\circ$  и  $270^\circ$  (табл. 2, 3, 4).

Эпоха	Значения элементов		Эпоха	Значения элементов	
	$\varphi$	$m$		$\varphi$	$m$
1858,85	8° 00	598",26	2145,78	6° 15	591",71
1900,24	10,00	606,13	2181,92	4,61	588,06
1940,98	11,34	613,10	2229,99	3,24	586,24
1969,79	11,72	615,79	2235,91	3,37	584,33
1975,48	11,81	615,29	2283,87	4,75	589,74
2021,59	11,00	611,75	2325,93	7,04	595,84
2062,44	9,58	604,43	2343,78	7,73	598,74
2103,94	7,69	597,40	2367,43	8,93	603,47

В таблицах 2 - 4 приняты обозначения:

- $\bar{P}$  - средний период возмущений элементов  $\varphi$  и  $m$ ,  
 $\bar{\varphi}$ ,  $\bar{m}$  - средние (медианные) значения элементов  $\varphi$  и  $m$ ,  
 $\Delta\bar{\varphi}$ ,  $\Delta\bar{m}$  - средние амплитуды изменений элементов  $\varphi$  и  $m$ .  
 $\Delta_{min}$  - минимальное расстояние малой планеты от Юпитера.

Прочерк в столбце  $\Delta_{min}$  означает, что минимальное расстояние малой планеты от Юпитера на всем рассмотренном интервале не становится менее 2 астрономических единиц.

Из таблиц 2 - 4 можно усмотреть следующие закономерности:

1) С увеличением эксцентриситета средняя амплитуда изменения среднего суточного движения  $\Delta\bar{m}$  увеличивается, а средний период изменения элементов  $\bar{P}$  (т.е. период либрации) и средняя амплитуда изменения эксцентриситета  $\Delta\bar{\varphi}$  либо уменьшаются, либо имеют некоторый максимум около  $\varphi = 8^\circ$ , в зависимости от наличия сближений малой планеты с Юпитером.

2) Сближения с Юпитером в рассмотренных нами случаях не бывают более тесными чем до 1,34 а.е. Они в основном не меняют характера эволюции орбиты, однако в случаях наличия сближений амплитуды изменений элементов больше, чем в подобных случаях без сближений.

3) Ни в одном из рассмотренных случаев малая планета не покидает области соизмеримости, т.е. либрационные движения рассмотренного типа устойчивы, во всяком случае, в

$$M_0 = 0^\circ$$

$\varphi$	$\bar{p}$	$\bar{\varphi}$	$\Delta\bar{\varphi}$	$\bar{m}$	$\Delta\bar{m}$	$\Delta_{min}$
2°	457	5,06	3,42	602,11	9,40	1,76
4	473	4,96	3,85	602,52	10,26	1,72
8	482	6,88	4,26	600,18	15,51	1,67
12	397	11,60	3,23	598,82	19,02	1,77
16	350	15,72	2,64	598,53	20,80	1,90
24	307	23,92	2,02	598,34	23,02	-
30	291	30,01	1,77	598,32	24,00	-

Таблица 3

$$M_0 = 180^\circ$$

$\varphi$	$\bar{p}$	$\bar{\varphi}$	$\Delta\bar{\varphi}$	$\bar{m}$	$\Delta\bar{m}$	$\Delta_{min}$
2°	468	4,34	3,20	601,76	7,94	-
4	468	4,37	2,71	602,44	6,83	-
8	468	7,63	2,05	599,53	8,52	-
12	387	11,91	1,47	598,53	10,13	-
16	361	16,04	1,18	598,22	10,74	-
24	341	24,06	0,88	598,02	11,48	-

Таблица 4

$$M_0 = 270^\circ$$

$\varphi$	$\bar{p}$	$\bar{\varphi}$	$\Delta\bar{\varphi}$	$\bar{m}$	$\Delta\bar{m}$	$\Delta_{min}$
2	415	4,44	3,15	604,34	7,36	1,72
4	422	5,51	3,44	605,10	8,87	1,65
8	706	5,70	4,98	601,13	16,34	1,55
12	457	11,56	4,23	598,99	22,96	1,57
16	357	16,00	3,62	598,72	25,68	1,50
24	263	24,22	3,06	598,79	32,50	1,34

пределах исследованного нами промежутка времени.

4) Если считать полуширину лунка равной около 5", то оказывается, что в среднем планета находится в пределах лунка только около 1/8 всего времени. В случаях меньших

эксцентриситетов, где преобладают сложные движения с сравнительно длительным удалением планеты от ближайшей окрестности точной соизмеримости, эта часть периода еще меньше.

Ф. Швейцер [14] указал на несостоятельность объяснений происхождения люков, основанных на статистических расчетах подобного рода. В будущем мы вернемся к этому вопросу после проведения исследований конкретных малых планет, находящихся в окрестности люка.

### Л и т е р а т у р а

1. Бохан Н.А. О стандартизации астрономических вычислений на электронно-вычислительных машинах. - Бюлл. ИТА, 1969, т. XI, № 10 (133), с. 677.
2. Дирикис М.А. Улучшение элементов орбит 52 малых планет, - Бюлл. ИТА, 1972, т. XIII, № 5 (148), с.277.
3. Дубяго А.Д. Определение орбит. М.-Л., ГИТТЛ, 1949.
4. Извеков В.А. Вычисление эфемерид малых планет на электронной машине БЭСМ. - Бюлл. ИТА, 1960, т. VII, № 9 (92), с.687.
5. Чеботарев Г.А. Структура кольца малых планет. - В кн.: Малые планеты. Под ред. Н.С.Самойловой-Яхонтовой. М., Наука, 1973, с. 255.
6. Чеботарев Г.А., Шор В.А. Структура пояса астероидов. - Труды ИТА, 1976, вып. XV, с.60.
7. Эфемериды малых планет на 1977 год. ИТА АН СССР. Л., Наука, 1976.

8. Giffen R. A Study of Commensurable Motion in the Asteroid Belt. - Astron. and Astrophys. 1973, vol.23, p.387, Mit. Astr. Rech.-Inst. Serie B, 1973, No 33.
9. Rabe E. On the Origin of the Kirkwood Gaps and the Minor Planet Families. - Zeitschr.f. Astrophysik, 1956, vol.40, p.107; Mitt. Astr. Rech.-Inst. Serie A, No 4.
10. School H. and Froeschle C. Asteroidal Motion at the 3/1 Commensurability. - Astron. and Astrophys. 1974, vol.33, p.455; Mitt. Astr. Rech.-Inst. Serie B, No 42.
11. Schweizer F. Resonant Asteroids in the Kirkwood Gaps and Statistical Explanation of the Gaps. - Astron. J. 1969, vol.74, No 6, p.779.

### Резюме

М. А. Д и р к и с

#### О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ПЛАНЕТ ВЕЛИЗИ СОИЗМЕРИМОСТИ 2/1 С ЮПИТЕРОМ

Исследован характер движений малых планет близ соизмеримости 2/1 с Юпитером в течение 2000 лет при помощи численного интегрирования с учетом возмущений от Юпитера и Сатурна. Для ряда фиктивных планет приведены периоды изменения элементов и средние амплитуды изменения эксцентриситета и среднего суточного движения. Определены особенности движения малых планет типа Гекубы в зависимости от эксцентриситета и минимального расстояния от Юпитера.

Таблиц - 4, библиогр. - II названий.

K o p s a v i l k u m s

M. D ī r i ģ i s

PAR DAŽĀM MAZO PLANĒTU KUSTĪBU ĪPATNĪBĀM  
KOMMENSURABILITĀTES 2/1 TUVUMĀ PRET JUPITERU

Pētīts kustību raksturs mazajām planētām, kurām vidējā dienas kustība aptuveni attiecas pret Jupitera vidējo dienas kustību kā 2/1. Pētījumos apskatīta mazo planētu librāciju kustība 2000 gadu laikā ar skaitliskās integrācijas metodi, ievērojot Jupitera un Saturna izsauktās perturbācijas. Virknei fiktīvu planētu iegūti orbitālo elementu izmaiņu periodi un ekscentrisitātes un vidējās dienas kustības izmaiņu vidējās amplitūdas. Atrastas Hecubas tipa mazo planētu kustības īpatnības atkarībā no ekscentrisitātes un no minimālā attāluma līdz Jupiteram.

S u m m a r y

M. D ī r i ģ i s

SOME PECULIARITIES IN THE MOTION OF ASTEROIDS  
CLOSE TO 2/1 COMMENSURABILITY WITH JUPITER

The motion of asteroids close to 2/1 commensurability with Jupiter has been studied by means of numerical integration, accounting for perturbations from Jupiter and Saturn during an interval of 2000 years. Periods of changes of orbital elements and mean amplitudes of changes of eccentricity and mean daily motion have been determined for some fictitious asteroids. Some peculiarities in the motion of Hecuba type asteroids depending upon eccentricities and minimum distances from Jupiter have been found.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ, АСТРОНОМИИ, 1978

УДК 521.7

К. А. Штейнс  
АО ЛГУ им. П. Стучки

О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНЕНИЯ ФОРМУЛЫ ЭПИКА

§ 1. Формула Эпика [1 - 3] имеет место, если быстро движущееся возмущающее тело находится сравнительно далеко от возмущаемого тела. Покажем, что формулу Эпика возможно получить на основе сферы действия. Понятие "сфера действия" введено для упрощения подсчетов и анализа. Считается, что в сфере действия притяжением основного тела можно пренебречь. При выводе формулы Эпика считается, что имеется только возмущающее тело, что соответствует бесконечно большому радиусу сферы действия. Предлагаемый нами вывод формулы Эпика имеет то преимущество, что он позволяет определить пределы применения формулы Эпика.

Пусть вокруг возмущающего тела  $S$  описана сфера действия с радиусом  $q$  и вектор скорости  $\vec{v}_s$  пересекает сферу действия в полюсе  $\Pi$ . Комета входит в сферу действия в точке  $K$ , которая имеет сферическую координату  $\alpha$ , отсчитываемую от полюса  $\Pi$ . Предположим, что комета имеет пренебрежимо малую абсолютную скорость. В таком случае в плоскости относительной орбиты будет лежать абсолютная скорость  $\vec{v}_s$ . Относительная скорость кометы при входе в сферу действия будет равна  $-\vec{v}_s$  и будет образовывать с радиусом вектором угол  $\pi - \alpha$ . Следовательно, параметр относительной орбиты

$$\rho = \frac{q^2 \sin^2 \alpha v_s^2}{\kappa^2} = cd^2, \quad (1)$$

где  $d$  - величина, входящая в формулу Эпика, а именно ближайшее расстояние от кометы до звезды,  $\kappa^2$  - постоянная притяжения;

$$c = \frac{v_s^2}{\kappa^2 m'} \quad (2)$$

является величиной постоянной для данной звезды с массой  $m'$  и для окрестности звезд примерно равно  $10^4 - 10^5 (\text{ae.}^{-1})$ . Большая полуось относительной орбиты  $A$  определяется формулой

$$v_s^2 = \kappa^2 m' \left( \frac{2}{q} - \frac{1}{A} \right).$$

Естественно считать  $\frac{2}{q}$  гораздо меньше чем  $c$ . Следовательно, относительные орбиты комет — гиперболы, притом

$$\frac{1}{A} = -c \quad (3)$$

Из уравнения (3) следует, что все относительные орбиты комет для данной звезды имеют одинаковые большие полуоси.

Эксцентриситеты относительных орбит комет определяются формулой

$$E^2 = 1 + c^2 d^2 \quad (4)$$

Будем считать, что  $\vec{v}_s$  при входе кометы направлено по асимптоте. Из уравнения относительной орбиты кометы можно определить угол  $2\varphi$  между асимптотами, а именно

$$\cos \varphi = \frac{1}{E} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + c^2 d^2}} \quad (5)$$

Чтобы имело место условие, что приращение скорости кометы направлено по ближайшему расстоянию от кометы до прямой, по которой движется звезда, должно  $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$ , т.е.  $c^2 d^2 \gg 1$ . Следовательно,

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos \varphi = \frac{1}{cd} = \frac{\kappa^2 m'}{v_s^2 d} \quad (6)$$

Абсолютное приращение скорости звезды определяется по формуле

$$\Delta v = (\pi - 2\varphi) v_s = \frac{2 \kappa^2 m'}{d v_s} \quad (7)$$

и направлено по ближайшему расстоянию от кометы до прямой, по которой движется звезда. Таким образом формула Элика (7) доказана.

Упрощения формулы (5); т.е. ее замена на (6), невозможны, если не имеет место условие  $c^2 d^2 \gg 1$ . Будем счи-

тять, что замена (5) на (6), если

$$e^2 d^2 \leq 1, \quad (8)$$

что примерно соответствует ошибке на 50%. Следовательно, если

$$d < \frac{1}{e} = \frac{\kappa^2 m^1}{v_s^2},$$

то формула Эпика становится слишком грубым приближением для определения изменений скорости вследствие возмущений со стороны звезд. Примерные значения предела применений формулы Эпика по нашей оценке

$$d_0 = 0,01 \text{ а.е.} \quad (9)$$

Условия направления вектора приращения скорости по ближайшему расстоянию более жесткие чем (8). Значение (9) должно быть увеличено. Если считать, что направление приращения скорости может отклониться от ближайшего расстояния на звезду на  $\pm 10^\circ$ , то примерно

$$d \leq \frac{10}{e} \quad (10)$$

Следовательно, также при подсчете возмущений почти для всех комет имеет место формула Эпика.

### Л и т е р а т у р а

1. Opik E. Note on Stellar perturbations of nearly parabolic orbits. - Harvard Reprint, 1932, No 79.
2. Oort J.H. The Structure of the Cloud of Comets Surrounding the Solar System and a Hypothesis Concerning its Origin. - BAN, 1950, vol.11, No 408, p.91.
3. Rickman H. Stellar perturbations of orbits of long-period comets and their significance for cometary capture. - Bull. of Astr. Inst. of Czechoslovakia, 1976, vol.27, p.92.

Резюме

К. А. Штейнс

О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНЕНИЯ ФОРМУЛЫ ЭПИКА

Дан вывод формулы Эпика на основе сферы действия и показано, что формула Эпика неприменима при подсчетах возмущения со стороны звезд на движение комет, если комета подходит к звезде ближе чем  $0,1$  а.е.

Библиогр. - 3 назв.

Koršavilkums

K. Šteins

PAR EPIKA FORMULAS PIELIETOŠANU ROBEŽĀM

Izvesta Epika formula, izmantojot darbības sfēru un parādīts, ka Epika formula kļūst nederīga, ja zvaigzne pietiek komētai tuvāk par  $0,1$  a.v.

Summary

K. Šteins

ON THE APPLICATION LIMITS OF THE OPIK FORMULA

The Opik formula is deduced using the concept of the sphere of action. This formula is shown to become invalid, if the star approaches the comet closer than to  $0,1$  AV.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ, АСТРОНОМИИ, 1978

УДК 521.73

И. А. Ревина  
АО ЛГУ им. П. Стучки

ВОЗМУЩЕНИЕ СО СТОРОНЫ ЗВЕЗД НА ДВИЖЕНИЕ ДОЛГОПЕРИО-  
ДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Имеется ряд работ [1], [2], [3], [4], в которых рассмотрены вопросы возмущений комет от звезд. Нами этот вопрос рассмотрен в работе [5], где при определении возмущений считалось, что возмущающая звезда перемещается относительно Солнца равномерно по прямой со средней скоростью. Ввиду недостаточности большого статистического материала статьи [5] ниже проверяются результаты, полученные в статье [5] на более обширном статистическом материале. Проверена также зависимость некоторых параметров орбит комет от начального перигельного расстояния и рассмотрена устойчивость круговых орбит комет в зависимости от значений больших полуосей. Уравнения движения кометы относительно Солнца и метод решения этих уравнений даны в работе [5].

§ I. Устойчивость орбит комет  
в зависимости от их больших  
полуосей

Чтобы оценить устойчивость орбит почти параболических комет, мы определяли значения перигельных расстояний в зависимости от возмущения со стороны звезд в течение одного оборота вокруг Солнца при разных значениях больших полуосей. Если перигельные расстояния стали большими чем 25 а.е., то орбита считалась неустойчивой. Начальные значения перигельного расстояния 1,267 а.е.

Устойчивость орбит комет определялась всего для 5 значений больших полуосей в афелиях  $\alpha = 12500; 25000;$

50000; 75000; 100000 а.е. Определены 40 разных орбит комет при одном значении большой полуоси  $a$ . Полученные результаты дают представление, с какими значениями  $a$  орбиты комет устойчивы, т.е. сколько орбит из 40 вычисленных удовлетворяют условию устойчивости. Для разных значений  $a$  использовались те же случайные числа.

В итоге можно сказать, что большинство орбит почти параболических комет, у которых в афелии  $a = 12500$  а.е. (80%) и  $a = 25000$  а.е. (75%) устойчивы, а орбиты с  $a = 100000$  а.е. неустойчивы. Зависимость устойчивости от значения  $a$  представлена на рис. I (сплошная линия).

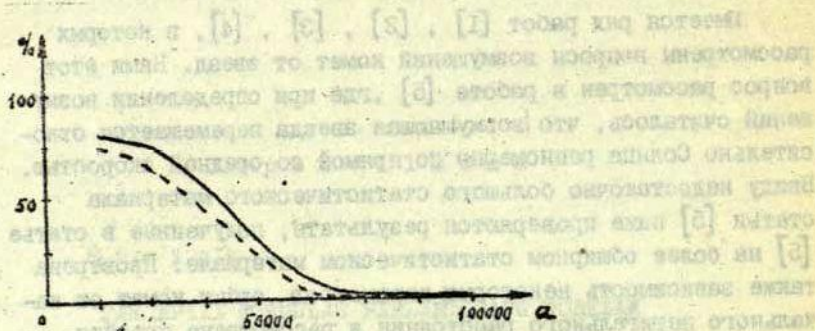


Рис. I Устойчивость орбит комет от  $a$ .

Если сравнить с работой [5], где было только 8 разных орбит для каждого значения большой полуоси (на рис. I штрихованная линия), то видно, что разница между этими кривыми не велика. Самая большая разница получается при  $a = 25000$  а.е.

Больше вычислений мы не делали, так как вычисление каждой орбиты требует немало машинного времени (приблизительно 35 минут для определения орбиты после миллиона лет) и дальнейшие вычисления не внесут заметных изменений в картину устойчивости. Нам кажется, что полученные результаты дают убедительное представление об устойчивости почти параболических орбит комет в зависимости от их больших полуосей при гравитационных возмущениях со стороны звезд.

## § 2. Зависимость орбит комет от начального перигельного расстояния $q_0$ .

В работе [5] нами была получена формула

$$\overline{\Delta q^2} = \frac{10V}{3} \overline{\Delta v^2} \frac{q_0 a^2}{\kappa^2}, \quad (1)$$

от которой можно было ожидать, что  $\overline{\Delta q^2}$  сильно зависит от  $q_0$ . При одном и том же значении  $a$  по формуле (1) получается, что отношение приращений квадрата двух разных перигельных расстояний равно

$$\frac{\overline{\Delta q_1^2}}{\overline{\Delta q_2^2}} = \frac{q_1}{q_2}. \quad (2)$$

Было также интересно узнать, как зависят другие элементы орбиты от  $q_0$ . Чтобы выявить эту зависимость для разных начальных перигельных расстояний, мы вычислили 25 орбит комет. Мы выбрали три начальных перигельных расстояния

$q_0 = 0,6335; 1,267; 6,335$ . При этом каждую орбиту для всех трех значений  $q_0$  мы вычисляли с одними и теми же возмущающими звездами. Так как устойчивы орбиты только с  $a = 12500$  и  $a = 25000$  а.е., то мы выбрали только такие орбиты.

Результаты вычислений даны в таблицах I и 2, из которых первая относится к орбитам с  $a = 25000$  а.е. после миллиона лет, а вторая к орбитам с  $a = 12500$  а.е. после полуоборота. В таблицах даны средние приращения величин  $q$ ,  $q^2$ , скорости  $v$  и  $\frac{1}{a}$ . Из таблиц I и 2 видно, что отношение (2) совсем не выполняется при  $a = 25000$  а.е. и только приблизительно при  $a = 12500$  а.е. Это еще раз подтверждает, что приближенные формулы на больших расстояниях не выполняются. Все средние изменения из-за возмущений от звезд величин  $q$  и  $\frac{1}{a}$  при  $a = 25000$  а.е. почти одинаковые, т.е. эти величины не зависят от начального перигельного расстояния. Но это утверждение не в силе при  $a = 12500$  а.е., где только  $\overline{\Delta v}$  почти постоянно, а другие величины сильно зависят от начального перигельного расстояния. Значит, при малых значениях  $a$  устойчиво

орбиты с малыми начальными перигельными расстояниями.

Таблица 1

$$a = 25000 \text{ а.е.}$$

$q_0$	$\overline{\Delta q}$	$\overline{\frac{1}{a}} \times 10^7$	$\overline{\Delta v}$	$\overline{\Delta q^2}$
6,335	5,300	-0,747	0,1754	195,00
1,267	5,839	-0,751	0,1778	141,45
0,6335	6,036	-0,753	0,1782	143,41

Таблица 2

$$a = 12500 \text{ а.е.}$$

$q_0$	$\overline{\Delta q} \times 10$	$\overline{\frac{1}{a}} \times 10^6$	$\overline{\Delta v}$	$\overline{\Delta q^2}$
6,335	0,266	-0,391	0,3268	1,801
1,267	0,656	-0,862	0,3448	0,423
0,6335	0,716	-0,963	0,3462	0,228

### § 3. Устойчивость круговых орбит комет от их больших полуосей

Определялось при каких значениях  $a$  возмущения со стороны звезд могут преобразовать круговые орбиты на другой вид. Будем считать, что круговая орбита стала неустойчивой, если возмущения со стороны звезд переменили начальную скорость кометы на гиперболическую скорость после одного оборота вокруг Солнца. В таблицах 3 и 4 даны значения скоростей перигельных расстояний после миллиона лет для разных значений начальных больших полуосей. В таблицах даны следующие величины:

$R = a = q_0$  = радиус, большая полуось и начальное перигельное расстояние орбиты;

$N$  = номер орбиты;

$v_0$  = начальная круговая скорость;

$v_{кр}$  = критическая величина скорости кометы (если скорость кометы больше критической, то орбита кометы будет гиперболической);

$v_{ок}$  = окончательная величина скорости кометы;

$q_{ок}$  = окончательная величина перигельного расстояния.

Как видно из таблицы 3, одна из семи орбит, т.е. № 5 при  $a = 100000$  а.е. и  $a = 50000$  а.е. переходит на гиперболическую. Окончательная скорость этой орбиты приближается к критической скорости. Мы предполагаем, что так как приращение скорости оставалось с одним и тем же знаком, т.е. скорость увеличивалась то скорость после некоторого времени станет гиперболической. Из табл. 4  $a \leq 25000$  а.е. видно, что эти орбиты устойчивы.

Таблица 3

$R = a = q_0$	$N$	$v_0$	$v_{ок}$	$q_{ок}$
		$v_{кр}$		
100000	1	0,0198708 0,0291013	0,0208901	96094,1
	2		0,0226318	100267,6
	3		0,0219196	95030,1
	4		0,0198744	93613,2
	5		0,0254190	98306,9
	6		0,0111820	58075,8
	7		0,0194709	90292,5
50000	1	0,0281001 0,0397392	0,0295162	48386,4
	2		0,0289135	50151,2
	3		0,0263756	39037,3
	4		0,0274202	45513,8
	5		0,0340197	49477,8
	6		0,0267894	39362,3
	7		0,0279968	47873,3

В этой таблице тоже для орбиты № 5, т.е. при прежних возмущениях имеются самые большие изменения в скорости, но эта скорость далека от критической скорости. Мы также убедились, что орбиты комет с  $a \ll 10000$  а.е. остаются почти круговыми в течение нескольких оборотов вокруг Солнца (вычисления здесь не приведены). Так как при разных  $a$  каждая орбита вычислялась с одними и теми же возмущающими звездами, то в заключение можно сказать, что при  $a > 25000$  а.е. орбиты будут процентуально одинаково неустойчивы, а при  $a \leq 25000$  а.е. все орбиты устойчивы за период оборота вокруг Солнца.

Таблица 4

$R = a = q_p$	№	$n_0$ $n_{up}$	$n_{ок}$	$q_{ок}$
25000	1	0,0397393	0,0400345	2476I,3
	2	0,0561993	0,0400092	24846,6
	3		0,040173I	2485I,7
	4		0,0393852	24026,7
	5		0,0415772	25004,2
	6		0,0400579	238II,1
	7		0,0399916	24846,7
10000	1	0,0628318	0,0628546	9987,1
	2	0,0888567	0,0632683	9758,1
	3		0,0629148	9966,1
	4		0,0628219	9992,3
	5		0,0687452	8869,2
	6		0,0626060	1000I,7
	7		0,0631034	9942,6

#### § 4. Пример Рикмана

В работе Рикмана [3] рассмотрена примерно такая же проблема, как нами в работе [5]. Рикман выводит выражения для гелиоцентрического импульса, приобретаемого кометой вследствие прохождения звезды на различных расстояни-

ях от кометы и вычисляет окончательные значения дисперсии перигельных расстояний и наклонов орбит. Так как мы также определяли изменения перигельных расстояний, то интересно сравнить результаты.

Рикман рассматривает орбиты с малыми перигельными расстояниями ( $q \sim 10$  а.е.), большими расстояниями афелия ( $Q = 2a \gg 100$  а.е.), эксцентриситетами близкими к единице и случайной ориентацией орбит. Динамическую проблему он формулирует классическим образом.

Рикман рассмотрел следующий случай  $M_s = M_\odot$ ;  $n_s = 30 \text{ км с}^{-1}$ ;  $q_0 = 5 \text{ а.е.}$ ;  $Q = 2 \cdot 10^4 \text{ а.е.}$ . Он получил, что дисперсия перигельного расстояния равна  $0,1$  а.е. Нами при указанных значениях исследовано 20 разных орбит и в среднем получено  $\Delta q = 0,1$  а.е., а дисперсия перигельного расстояния вследствие возмущений со стороны звезд равна  $0,07$  а.е.

#### Л и т е р а т у р а

1. Фесенков В.Г. О происхождении комет. - Астрон. журн., 1951, т. 28, вып. 2, с. 98.
2. Маковер С.Г. О возмущениях комет от неподвижных звезд. - Бюлл. ИТА, 1964, т. IX, № 8(III), с. 525.
3. Rickman H. Stellar perturbations of orbits of long-period comets and their significance for cometary capture. - Bull. astron. Inst. Czech., 1976., vol. 27, No 2, p. 92.
4. Штейнс К.А. В вопросе о возмущениях от звезд на движение комет. - Астрон. журн., 1955, т. 32, вып. 3, с. 282.
5. Штейнс К.А. Ревина И.А. Устойчивость почти параболических орбит в кометном облаке. - В кн.: Астрономия. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени. Рига, ЛГУ им. П.Стучки, 1977, с. 76.

#### Р е з ю м е

И. А. Р е в и н а

#### ВОЗМУЩЕНИЕ СО СТОРОНЫ ЗВЕЗД НА ДВИЖЕНИЕ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Полученные результаты дают представление о зависимости устойчивости орбит комет от большой полуоси, от некоторых

элементов орбит, от начальных значений перигельного расстояния и от большой полуоси круговых орбит.

Таблиц - 4, иллюстр. - 1, библиогр. - 5 назв.

## К о р а в и л к у м с

### I. R e v i n a

#### ZVAIGŽŅU PERTURBĀCIJAS GARPERIODA KOMĒTU KUSTĪBĀ

Aplūkotas zvaigžņu perturbācijas komētu kustībā. Iegūtie rezultāti dod priekšstatu par komētu orbītu stabilitātes atkarību no lielās pusass, dažu orbītu elementu atkarību no perihēlija attāluma sākuma vērtības un riņķveida orbītu stabilitāti atkarībā no lielās pusass.

### S u m m a r y

### I. R e v i n a

#### PERTURBATIONS OF STARS ON THE MOTION OF LONG-PERIOD COMETS

The article deals with perturbations of stars on the motion of comets. The obtained results show some estimates about dependence of orbit stability upon semimajor axis, dependence of some orbital elements upon starting values of the perihelion distance and dependence of circular orbit stability upon semimajor axis.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ, АСТРОНОМИЯ, 1978

УДК 522.26

И. А. Р е в и н а

АО ЛГУ им. П. Стучки

О ГРАНИЦАХ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Вопрос об определении границ солнечной системы является в большой мере условным. Эту проблему можно решать теоретическим путем, средствами небесной механики. Впервые с точки зрения принадлежности комет к солнечной системе проблема рассматривалась проф. Г.А.Чеботаревым в статьях [1,2], где он определил численные значения границ солнечной системы.

§1. Постановка задачи.

Будем считать, что границы солнечной системы определяет тот наибольший радиус орбиты небесного тела, при котором оно достаточно долго будет двигаться вокруг Солнца. На движение планеты или кометы в периферийных областях солнечной системы наряду с силами притяжения к Солнцу и планетам будут оказывать влияние силы тяготения со стороны ближайших звезд и Галактики в целом. Мы учтем только силы тяготения со стороны ближайших звезд и Галактики. Так как телом нулевой массы (т.е. самым малым) солнечной системы является комета и место нахождения этих тел в солнечной системе неизвестно, то, выяснив устойчивость движения их вокруг Солнца, мы получим границы солнечной системы. Устойчивое движение кометы мы определим как такое движение, при котором скорость кометы остается эллиптической на протяжении нескольких оборотов вокруг Солнца. А неустойчивое движение будет тогда, когда комета на протяжении одного-двух оборотов вокруг Солнца переходит на гиперболическую скорость. В статьях [1,2] Г.А.Чеботарев рассматривает в качестве постоянно действующего возмущающего фактора на движение комет гравитационное поле Галактики в целом. Вся масса Галактики предполагается

сооредоточенной в ее центре (ядро Галактики). Движение Солнца вокруг центра Галактики происходит по законам Кеплера. Масса Галактики  $M = 1,3 \cdot 10^{11}$  масс Солнца, радиус галактической орбиты Солнца  $R = 16,5 \cdot 10^8$  а.е. и период обращения Солнца вокруг центра Галактики  $P = 1,86 \cdot 10^8$  лет.

Введем прямоугольную систему координат и поместим начало координат в центр Солнца. Тогда уравнения движения кометы под притяжением Солнца и центра Галактики:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\kappa^2 \frac{x}{r^3} = -\kappa^2 M \left( \frac{x_1 - x}{\Delta^3} - \frac{x_1}{R^3} \right), \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\kappa^2 \frac{y}{r^3} = -\kappa^2 M \left( \frac{y_1 - y}{\Delta^3} - \frac{y_1}{R^3} \right), \quad (1)$$

где

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad R^2 = x_1^2 + y_1^2, \quad \Delta^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \quad (2)$$

и  $x, y$  - гелиоцентрические координаты кометы,  $x_1, y_1$  - гелиоцентрические координаты центра Галактики. Солнце, комета и центр Галактики в начальный момент интегрирования расположены на одной прямой (оси  $x$ ). Притом центр Галактики движется по часовой стрелке с равномерной скоростью вокруг Солнца по круговой орбите.

В статьях [3,4] мы рассмотрели возмущение со стороны звезд на движение комет. Теперь можно сравнить, который из эффектов больше - притяжение Галактики в целом или возмущение со стороны звезд.

## §2. О точности решения задачи.

Мы интегрировали уравнения движения методом Рунге - Кутты четвертого порядка. Чтобы оценить точность наших результатов, мы решили вычислить один пример из работ Чеботарева [1,2] и сравнить их. Стандартная программа на вычислительной машине БЭСМ-4 дает возможность выбирать произвольную точность, притом для каждого неизвестного свою. Вычислив пример, мы получили, что результаты не совпадают (отличие достигает 5%), есть какое-то фазовое отклонение во времени. Выбрав шаг в 4 раза меньше, результаты получились те же. Также ничего не изменилось при других начальных шагах и управляющих константах.

Тогда мы решили задачу поставить на машину ЕС-1020, где можно работать с двойной точностью, так как казалось,

что в ходе интеграции та может теряться. Результаты оказались такими же, как и на ЭСМ-4. Уменьшение шага тоже не давало совпадения при данном времени. Нам кажется, что такое фазовое отклонение результатов получилось потому, что в работах [1,2] слишком большой шаг интеграции.

### §3. Результаты.

Наши исследования, которые подробно описаны в статьях [3,4], показали, что возмущения со стороны звезд могут значительно изменить путь кометы. При возмущениях со стороны звезд мы считали орбиту устойчивой, если при данном значении большой полуоси  $a$  возмущения со стороны звезд в течение одного оборота вокруг Солнца не выводят перигельные расстояния за пределы сферы радиусом 25 а.е., если их начальные значения 1 а.е.

В статье [4] даны те значения больших полуосей  $a$  орбиты почти параболических комет, с которыми орбиты комет устойчивы. Нами получено, что орбиты почти параболических комет, у которых в афелии  $a = 12500$  а.е. и  $a = 25000$  а.е., устойчивы. Эти численные значения, по нашему мнению, характеризуют границы солнечной системы.

В результате исследования круговых и эллиптических орбит в работах [1,2] Чеботарев определил, что реальные границы солнечной системы имеют  $R = 60000$  а.е. Так как мы получили другие границы [3,4] и наши орбиты комет более вытянуты, чем в работах [1,2], то надо было проверить, как в качестве возмущающего фактора на эти орбиты действует гравитационное поле Галактики. Вычислив задачу, описанную в §1, с начальными значениями  $a = 25000$  а.е.,  $a = 12500$  а.е. и  $q = 1,3$  а.е., мы получили, что эти орбиты остаются в течение одного оборота эллиптическими. Эксцентриситет орбиты  $e$  и большая полуось  $a$  меняются в небольших пределах. В первом случае эксцентриситет все время оставался приблизительно равным 0,99995, а во втором случае - 0,9999. В итоге можно сказать, что полученные нами границы солнечной системы  $R = 25000$  а.е. верны [3,4], а результаты Г.А.Чеботарева преувеличены.

## Л и т е р а т у р а

1. Чеботарев Г.А. О границах солнечной системы. - АЖ, 1964, т.41, вып.5, с. 983.
2. Чеботарев Г.А. О движении комет во внешней области солнечной системы. - АЖ, 1966, т.43, вып.2, с.435.
3. Штейнс К.А., Ревина И.А. Устойчивость почти параболических орбит в кометном облаке. - В кн.: Астрономия. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени. Рига, ЛГУ им. П.Стучки, 1977, с.76.
4. Ревина И.А. Возмущение со стороны звезд на движение долгопериодических комет. - Наст. сб., с.15.

## Р е з ю м е

И. А. Р е в и н а

## О ГРАНИЦАХ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Найдено, что на движение комет возмущения со стороны звезд влияют больше, чем притяжение Галактики в целом. Определено, что границы солнечной системы равны  $R = 25000$  а.е.

## K o r s a v i l k u m s

I. R e v i n a

## PAR SAULES SISTĒMAS ROBEŽĀM

Ir atrasts, ka zvaigžņu ietekmei komētas kustībā ir lielāka loma nekā Galaktikas pievilksanai. Noteikts, ka Saules sistēmas robežas ir ar  $R = 25000$  a.v.

## Summary

## I. R e v i n a

## ABOUT THE LIMITS OF THE SOLAR SYSTEM

It has been found that the influence of stars on the motion of comets is greater than that of the Galactic nucleus. The boundary of the solar system is estimated to be at 25000 a.u. from the Sun.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ. АСТРОНОМИЯ, 1978

УДК 525.35

Ю. А. Фрейманис  
Радиоастрофиз. обс. АН ЛатвССР

О СПЕКТРАХ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ

В природе существуют процессы, в которых зависимость физической величины от времени характеризует более или менее искаженная синусоида. В настоящей статье исследованы две функции такого типа:

$$1) \text{ функция } A(t) = \begin{cases} \sin 5\pi t & \text{при } 1,6n \leq t < 1,6n + 0,6, \\ \kappa & \text{при } 1,6n + 0,6 \leq t < 1,6(n+1), \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ или } t \geq 40, \end{cases}$$

где  $\kappa$  при каждом значении  $t$  случайные числа с нормальным распределением, центр распределения 0, дисперсия  $\sigma^2 = 1$ , если  $n$  целое число,  $0 \leq n \leq 24$ ;

$$2) \text{ функция } B(t) = \begin{cases} (-1)^n \sin 5\pi(t - c_n) & \text{при } 1,6n + c_n \leq t < 1,6n + c_n + 0,6, \\ \kappa & \text{при } 0 \leq t < 40, \text{ если } t \text{ не удовлетворяет условию} \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ или } t \geq 40, \end{cases} \quad \begin{matrix} (a) \\ \text{случая (a),} \end{matrix}$$

где  $\kappa$  случайные числа нормально распределены, центр распределения 0 и дисперсия 1,  $c_n$  являются случайными величинами с равномерным распределением в сегменте  $[0; 1]$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, 24$ . В случае обеих функций сегмент  $[0; 40]$  оси времени  $t$  разделяется на 25 интервалов длиной 1,6 единиц каждый, где функции  $A(t)$  и  $B(t)$  не равняются нулю, период синусоиды является 0,4. В таком случае каждый интервал длиной 1,6 единиц содержит 1,5 периода синусоиды и случайные числа (см. графики). Весь сегмент  $[0; 40]$  вместил бы 100 периодов, если синусоида не была бы искривлена случайными числами.

Функции  $A(t)$  и  $B(t)$  исследованы численно. Найдено представление в тригонометрических рядах:

$$A(t) = \frac{a^{(0)}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_1^{(k)} \cos \frac{5k\pi}{100} t + \sum_{k=1}^{\infty} a_2^{(k)} \sin \frac{5k\pi}{100} t,$$

$$B(t) = \frac{b^{(0)}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} b_1^{(k)} \cos \frac{5k\pi}{100} t + \sum_{k=1}^{\infty} b_2^{(k)} \sin \frac{5k\pi}{100} t$$

и коэффициенты для гармоник, у которых в сегменте  $[0; 40]$  помещаются 95, 96, 97, ..., 105 периоды, т.е.  $k = 95, 96, \dots, 105$ . Для каждой гармоники была найдена общая амплитуда

$$a^{(k)} = \sqrt{(a_1^{(k)})^2 + (a_2^{(k)})^2}$$

и

$$b^{(k)} = \sqrt{(b_1^{(k)})^2 + (b_2^{(k)})^2}.$$

Нас интересует спектр только в сегменте  $[0; 40]$ , а не в интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Так как функции  $A(t)$  и  $B(t)$  содержат части такой синусоиды, у которой  $k = 100$ , то можно было бы ожидать, что при  $k = 100$  коэффициенты разложения имеют максимум. Фактические результаты приведены в следующей таблице (см. также графики).

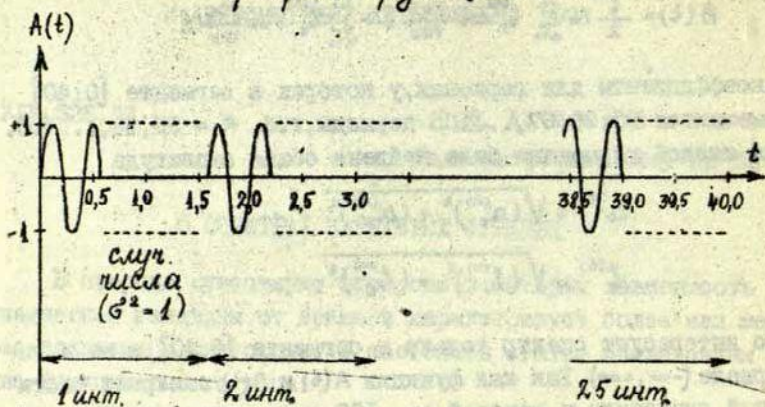
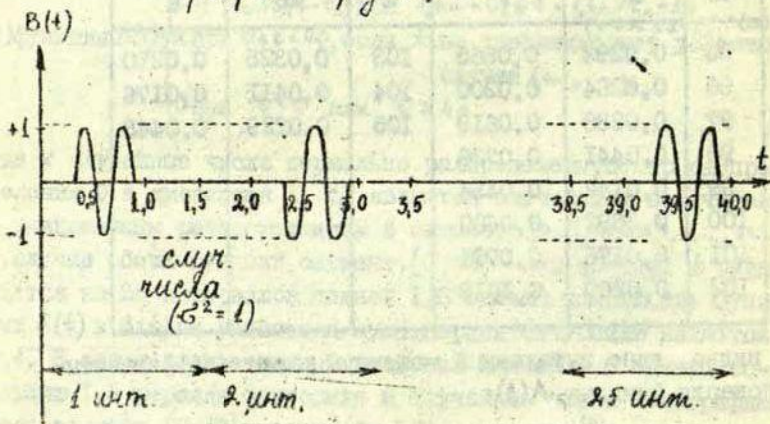
Таблица I

$k$	$a^{(k)}$	$b^{(k)}$	$k$	$a^{(k)}$	$b^{(k)}$
95	0,0292	0,0665	103	0,0325	0,0290
96	0,0264	0,0200	104	0,0411	0,0176
97	0,0288	0,0619	105	0,0229	0,0448
98	0,0441	0,0736			
99	0,0142	0,0454			
100	0,3892	0,0600			
101	0,0176	0,0791			
102	0,0209	0,1019			

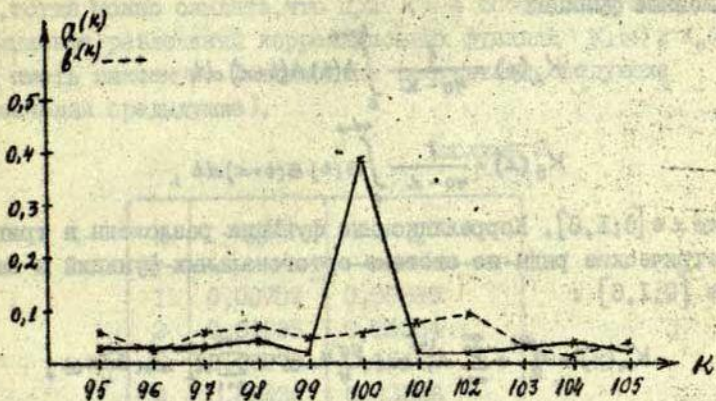
Как видно, явно выраженный максимум имеют коэффициенты разложения функции  $A(t)$ :

$$\frac{a^{(k)}}{a^{(100)}} \leq 0,12, \quad k = 95, 96, \dots, 99, 101, \dots, 105.$$

Спектр функции  $A(t)$  является узким, помехи на него влияют относительно мало. В связи с тем, что у функции  $B(t)$  фазы отрезков синусоиды являются случайными числами и каждый

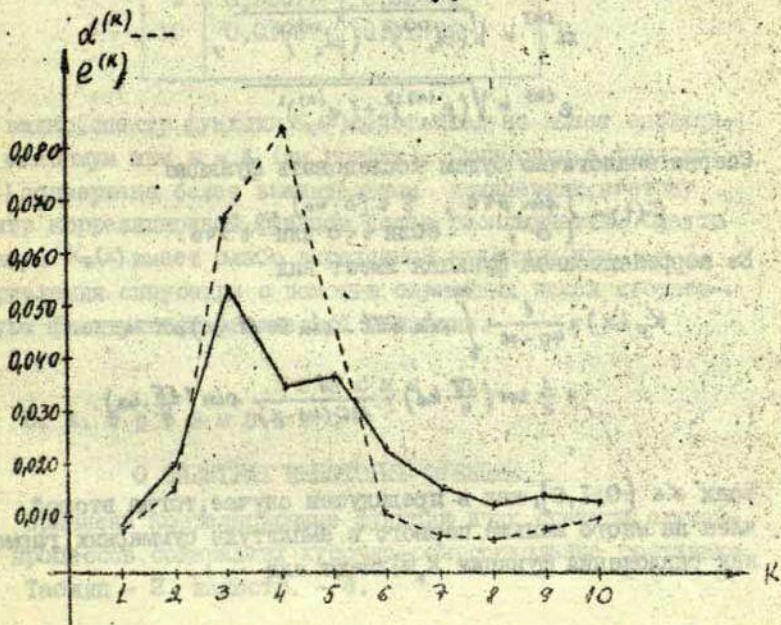
График функции  $A(t)$ .График функции  $B(t)$ .

Спектры функций  $A(t)$  и  $B(t)$  -  
 амплитуды  $a^{(k)}$  и  $b^{(k)}$  - гармоник.



Спектры  $K_A(x)$  и  $K_B(x)$   
 Корреляционных функций -

амплитуды гармоник  $d^{(k)}$  и  $e^{(k)}$



следующий отрезок умножен на  $(-1)^n$  (см. график функции 3(3)), у коэффициентов  $k^{(n)}$  отсутствует явно выраженный максимум (имеется слабый максимум при  $k = 102$ ); спектр функции  $B(t)$  расплывчатый. Для функций  $A(t)$  и  $B(t)$  были вычислены корреляционные функции

$$K_A(x) = \frac{1}{40-x} \int_0^{40-x} A(t)A(t+x) dt$$

и

$$K_B(x) = \frac{1}{40-x} \int_0^{40-x} B(t)B(t+x) dt,$$

где  $x \in [0; 1,6]$ . Корреляционные функции разложены в тригонометрические ряды по системе ортогональных функций в сегменте  $[0; 1,6]$ :

$$K_A(x) = \frac{d^{(0)}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} d_1^{(k)} \cos \frac{5\sqrt{k}}{4} x + \sum_{k=1}^{\infty} d_2^{(k)} \sin \frac{5\sqrt{k}}{4} x,$$

и

$$K_B(x) = \frac{e^{(0)}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} e_1^{(k)} \cos \frac{5\sqrt{k}}{4} x + \sum_{k=1}^{\infty} e_2^{(k)} \sin \frac{5\sqrt{k}}{4} x.$$

Были вычислены коэффициенты разложения для  $1 \leq k \leq 10$  и суммарные амплитуды гармоник

$$d^{(k)} = \sqrt{(d_1^{(k)})^2 + (d_2^{(k)})^2},$$

$$e^{(k)} = \sqrt{(e_1^{(k)})^2 + (e_2^{(k)})^2}.$$

Сперва аналогично будем исследовать функцию

$$F(t) = \begin{cases} \sin 5\sqrt{t}, & t \in [0; 40], \\ 0, & \text{если } t < 0 \text{ или } t > 40. \end{cases}$$

Ее корреляционная функция имеет вид

$$\begin{aligned} K_F(x) &= \frac{1}{40-x} \int_0^{40-x} \sin 5\sqrt{t} \cdot \sin 5\sqrt{t+x} dt = \\ &= \frac{1}{2} \cos\left(\frac{5\sqrt{x}}{4} \cdot 4x\right) + \frac{1}{10\sqrt{x}(40-x)} \sin\left(\frac{5\sqrt{x}}{4} \cdot 4x\right). \end{aligned}$$

Если  $x \in [0; 1,6]$ , как в предыдущем случае, тогда второй член на много меньше первого и амплитуды суммарных гармоник разложения функции  $K_F(x)$  имеют вид

$$f^{(\kappa)} \approx \frac{1}{2} \delta_{\kappa 4}$$

Так как функции  $A(t)$  и  $B(t)$  построены изгиба функции  $F(t)$ , тогда можно ожидать, что при  $\kappa = 4$  соответствующие коэффициенты разложений корреляционных функций  $K_A(x)$  и  $K_B(x)$  будут иметь максимум. Фактические результаты следующие (обозначения предыдущие).

Таблица 2

$\kappa$	$\alpha^{(\kappa)}$	$e^{(\kappa)}$
1	0,00789	0,00889
2	0,01635	0,02054
3	0,06778	0,05467
4	0,08438	0,03556
5	0,04658	0,03768
6	0,01091	0,02375
7	0,00725	0,01658
8	0,00654	0,01286
9	0,00877	0,01408
10	0,01067	0,01294

Как видно, спектр функции  $K_A(x)$  действительно имеет выраженный максимум при  $\kappa = 4$  (см. график). Синусоида в функции  $B(t)$  подвержена более значительным искажениям, поэтому спектр корреляционной функции более расплывчатый. Спектр функции  $K_B(x)$  имеет слабо выраженный максимум при  $\kappa = 3$ . Искривления синусоиды с помощью случайных чисел соответствуют флуктуациям физической величины.

### Резюме

Ю. А. Фрейманис

### О СПЕКТРАХ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ

Сравнены корреляционные функции и их спектры случайных процессов, содержащих кусочно-синусоидальные составные.

Таблиц - 2, иллюстр. - 4.

**Kopsavilkums****J. Freimanis****PAR DAŽU FUNKCIJU SPEKTRIEM**

Salīdzinātas korelācijas funkcijas un to spektri gadījuma procesiem, kas satur gabaliem sinusoidas sastāvdaļas.

**Summary****J. Freimanis****ON SPECTRA OF SOME FUNCTIONS**

Correlation functions and their spectra for random processes are compared. These processes contain sinusoidal components in certain domains.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ, АСТРОНОМИЯ, 1978

УДК 521.61

Ю. Х. Магар  
АО ЛГУ им. П. Стучки

ПОСТРОЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПОДВИЖНОГО  
БАРЬЕРА ПОИСКА ИСЗ

В в е д е н и е

По близко расположенным угловым наблюдениям ИСЗ часто невозможно однозначно определить элементы орбиты спутника. В связи с этим возникают серьезные трудности при прогнозировании движения ИСЗ. Как указано в работах [1], [2], [3] имеют место случаи, когда для прогнозирования вместо элементов орбиты приходится пользоваться однопараметрическими семействами элементов орбиты спутника. Это приводит к тому, что каждому моменту прогноза сопоставляется не точечное положение спутника, а некоторая одномерная область вероятных положений. Такое прогнозирование движения ИСЗ сильно отличается от привычной схемы вычисления эфемерид. В работах [1] и [2] приведен один из методов построения специфической эфемериды, т.н. подвижного барьера. Но построенный согласно этому методу барьер является сложной кривой на небесной сфере, проводить наблюдения на которой затруднительно.

В настоящей работе предпринята попытка разработать такую методику построения подвижного барьера, которая удобно применима для любой точки земной поверхности и полученный согласно которой барьер был бы легко наблюдаемым астрономическими приборами. В основу работы положены результаты полученные автором в работах [3] и [4], согласно которым однопараметрическое семейство элементов орбиты задается формулами

$$i, \Omega, u_0 - \text{const}, \quad (1)$$

$$\omega = u_0 - v_0, \quad e = \frac{1}{\frac{1}{e_0} \sin v_0 - \cos v_0},$$

где  $p, e, i, \Omega, \omega, u_0$  — кеплеровы элементы орбиты [9], зависящие от параметра  $v_0 \in (v_{01}, v_{02})$ ,  $e_0, p_0$  — константы. В качестве параметра выбрано  $v_0$  — истинная аномалия ИСЗ в эпоху, которая может принимать любое значение из своей области определения.

### § I. Геометрия параметрических орбит

В начале выясним некоторые геометрические свойства орбит, принадлежащих к однопараметрическому семейству, определяемому соотношениями (I).

Во-первых, все орбиты семейства компланарны и расположены в плоскости, определяемой элементами орбиты  $\Omega$  и  $i$ . В этой плоскости возможно построить внутреннюю  $L_1$  и внешнюю  $L_2$  огибающую семейства, между которыми заключены все возможные орбиты (рис. I). Согласно (I) геоцентрическое расстояние спутника  $r$  можно представить в виде

$$r = p_0 \frac{1 + e \cos v_0}{1 + e \cos v},$$

а т.к.  $v = u - \omega = u - u_0 + v_0 = u_1 + v_0$ , где  $u_1 = u - u_0$ , то

$$r = p_0 \frac{1 + e \cos v_0}{1 + e \cos(u_1 + v_0)}. \quad (2)$$

Следовательно, все орбиты семейства имеют одну общую точку  $S$  с орбитальными координатами  $(u_0, p_0)$ , т.к. независимо от значения параметра  $v_0$  при  $u = u_0$  (т.е.  $u_1 = 0$ ) имеем  $r = p_0$ . Точку  $S$  в дальнейшем будем называть узлом наблюдений, т.к. согласно [3] в ее окрестностях расположены исходные наблюдения, по которым определены параметры семейства.

Для количественной характеристики изучаемого семейства орбит проводились расчеты с использованием наблюдений ИСЗ "Мидас-4" (6102801). Результаты расчетов отражены

на рис. 1, 2 и 3.

На рис. 1 в масштабе 1 : 600 000 000 изображены огибающие семейства орбит. Ось  $x$  направлена по линии узлов. На рис. 2 представлены графики зависимости  $r(u)$  при разных значениях угла  $u$ , отсчитываемого от узла наблюдений. Чем дальше от узла наблюдений необходимо прогнозировать движение ИСЗ, тем неувереннее определяется его геоцентрическое расстояние. Удовлетворительную точность прогноза по пространственному положению спутника следует ожидать лишь в окрестностях узла наблюдений. Степень неопределенности  $r$  можно характеризовать расстоянием  $\Delta r$  между огибающими  $L_1$  и  $L_2$  семейства орбит. Зависимость  $\Delta r$  от  $u$  для ИСЗ "Мидас-4" приведена на графике рис. 3. Совершенно ясно, что в рассматриваемом случае невозможно дать прогноз движения ИСЗ (эфемериду) обыкновенного типа.

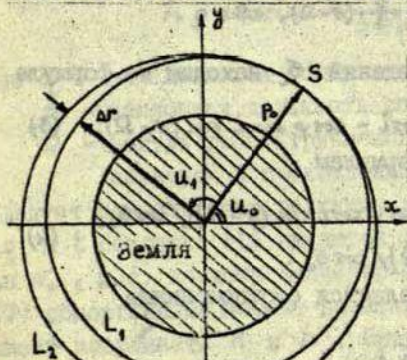


Рис. 1.

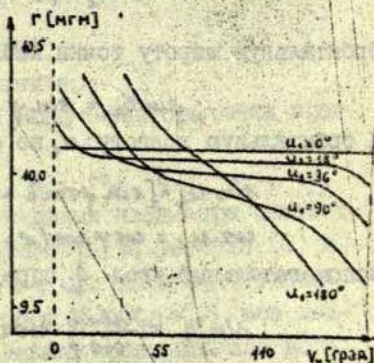


Рис. 2.

## § 2. Преобразования координат

В настоящем параграфе получим некоторые, важные для дальнейшего изложения, формулы (обоснование см. [10]). Пусть  $R$ ,  $\varphi$ ,  $\delta$  — сферические координаты в II экваториальной системе точки, для которой строится прогноз движения ИСЗ. Осуществим переход к орбитальной системе координат, основной плоскостью которой является плоскость семейства орбит. Для этого рассмотрим сферический треугольник  $SPS$ , где  $S$  — полюс семейства орбит,  $P$  — полюс Земли,  $S$  — точка наблюдений.



Пусть  $(\beta_c, u_c)$  орбитальные координаты точки прогнозируемых проходов. Для каждого значения параметра  $n_0$  найдется такой момент времени

$$t = t_0 + \frac{1}{n} (E_c - e \sin E_c - M_0), \quad (6)$$

где

$$t_0 \frac{E_c}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} t_0 \frac{u_c - \omega}{2},$$

$M_0$  - средняя аномалия ИСЗ в эпоху элементов семейства  $t$ , для которого аргумент широты спутника  $u = u_c$ . В этот момент времени при данном значении параметра  $n_0$  геоцентрические горизонтальные координаты спутника равны

$$A = \pi - q, \quad (7)$$

$$h = \arcsin \frac{r^2 - R^2 - \rho^2}{2R\rho},$$

где  $q$  - определяется формулами (5),

$\rho$  - наклонная дальность спутника,

$R$  - модуль геоцентрического радиус-вектора точки прогнозируемых проходов.

Следует помнить, что величины  $n$ ,  $e$ ,  $M_0$ ,  $E_c$ ,  $\omega$ ,  $r$ ,  $q$  и  $t$  согласно (I) являются функциями параметра семейства  $n_0$ , т.е. каждому значению параметра  $n_0$  формулы (6) и (7) сопоставляют момент времени  $t$ , при котором спутник имеет координаты  $A$  и  $h$ . Придавая  $n_0 \in (n_{01}, n_{02})$  все возможные значения, таким образом, можно проверить все возможные местоположения спутника, в одном из которых (соответствующему ранее неизвестному истинному значению параметра  $n_0 \in (n_{01}, n_{02})$  спутник будет обнаружен. Следовательно, формулы (6) и (7) представляют собой подвижный барьер  $t(n_0)$ ,  $A(n_0)$ ,  $h(n_0)$ , осуществляющий перехват спутника на угловом расстоянии  $u_c = u_c - u_0$  от узла наблюдений.

Величина  $q$  и, следовательно, азимут барьера  $A$  для большинства спутников слабо зависит от параметра  $n_0$  по сравнению с угловой высотой барьера  $h$ . Это связано с тем, что изменение  $q$  обусловлено исключительно поворотом Земли за время наблюдения барьера. Таким образом, барьер, определяемый формулами (6) и (7), является почти вертикальным. Если в формулу (6) к моментам времени  $t$  добавить по-

правку  $\Delta t$  такую, что

$$\frac{dA}{dt} \Delta t = \Delta A,$$

где  $\Delta A$  - отклонение текущего значения азимута  $A$  от некоторого среднего значения  $A_0$ , то формулами (7) будет определен строго вертикальный подвижный барьер [5].

Формулы (7) и (2), совместно с результатами численных расчетов, выполненными для ИСЗ "Мидас-4" (6102801), позволяют оценить размеры вертикального подвижного барьера на небесной сфере. В таблице I приведены интервалы изменения угловой высоты  $h$  в градусах в зависимости от орбитальных координат точки прогнозируемых проходов. Параметр  $\sigma_0 \in (\sigma_{01}, \sigma_{02})$  пробегает все допустимые значения, а  $\mu_1 = \mu_c - \mu_0$ .

Метод барьера неприменим, если прогнозируемая продолжительность наблюдения барьера больше периода обращения спутника. Это позволяет оценить, как долго после осуществления исходных наблюдений можно пользоваться методом барьера. Для использованных в качестве примера наблюдений ИСЗ "Мидас-4" (6102801) интервал времени, в котором справедливо построение барьера, оказался равным  $\Delta T = 1,08617$  суток.

Таблица I

"Мидас-4" (6102801)

$\mu_c \backslash \mu_i$	$\mu_i = 18^\circ$	$\mu_i = 36^\circ$
2,5	83,16-83,20	83,07-83,21
5,0	76,42-76,49	76,24-76,51
10,0	63,58-63,70	63,25-63,75
20,0	41,67-41,85	41,20-41,91
40,0	11,49-11,66	11,07-11,72
$\mu_c \backslash \mu_i$	$\mu_i = 90^\circ$	$\mu_i = 180^\circ$
2,5	82,46-83,40	82,26-83,77
5,0	75,41-76,89	74,68-77,60
10,0	61,77-64,42	60,49-65,73
20,0	35,17-42,88	37,43-44,83
40,0	09,24-12,62	07,80-14,51

#### § 4. З а м е ч а н и я о б о ц е н к е т о ч н о с т и

Хочется обратить внимание на особенности оценки точности элементов орбиты и последующего прогноза в случае близко расположенных исходных наблюдений. Несмотря на трудности, которые возникают в этом случае, возможно однозначное определение наиболее вероятных элементов орбиты и также их корреляционной матрицы. Так, например, в работе [4] содержится метод определения наиболее вероятного значения параметра  $\lambda_0$ , определяющего наиболее вероятную орбиту семейства (I). В работах [6] и [7] в свою очередь приведен другой, т.н. метод параметров видимого движения, дающий одну единственную, наиболее вероятную орбиту, удовлетворяющую исходным наблюдениям. В работах [6] и [7] однако не приведена оценка точности полученных элементов орбиты. Казалось бы естественным для определения точности пользоваться корреляционной теорией, согласно которой [8]

$$K_{ij} = \sum_{\ell, n} \left( \frac{\partial z_i}{\partial x_\ell} \right) \left( \frac{\partial z_j}{\partial x_n} \right) K_{\ell, n}, \quad (8)$$

где  $z_i, z_j$  — элементы орбиты,

$x_\ell, x_n$  — исходные наблюдения,

$K_{ij}, K_{\ell, n}$  — элементы корреляционных матриц элементов орбиты и исходных наблюдений.

Введением формального параметра  $\lambda$  формулу (8) можно преобразовать к виду

$$K_{ij} = \sum_{\ell, n} \frac{\left( \frac{\partial z_i}{\partial \lambda} \right) \left( \frac{\partial z_j}{\partial \lambda} \right)}{\left( \frac{\partial x_\ell}{\partial \lambda} \right) \left( \frac{\partial x_n}{\partial \lambda} \right)} K_{\ell, n}. \quad (9)$$

Если существует параметр  $\lambda$ , порождающий однопараметрическое семейство элементов орбиты, удовлетворяющее исходным наблюдениям, то по крайней мере для некоторых элементов орбиты выполняется

$$\left( \frac{\partial z}{\partial \lambda} \right) \gg \left( \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right).$$

Появление очень больших элементов в корреляционной матрице элементов орбиты (9) из-за малых знаменателей  $\left( \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right)$  не

только указывает на статистическую несобусловленность полученной наимвероятнейшей орбиты, но и ставит под сомнение саму оценку точности билинейной формулой (8). Исследования, выполненные с использованием понятия функции качества [4] показали, что нелинейные эффекты в оценке точности элементов орбиты в данном случае вносят существенные поправки и ими пренебрегать нельзя. Формула (8) дает формальный результат, имеющий мало общего с истинной точностью полученной орбиты.

### З а к л ю ч е н и е

Вертикальный подвижный барьер, основы построения которого даны в настоящей работе, легко осуществим на большинстве приборов для наблюдений ИСЗ. Азимут прибора устанавливается постоянным и согласно формулам (6) и (7) меняется только угловая высота поискового телескопа. Появление спутника в поле зрения прибора следует ожидать в любой момент наблюдения барьера.

Полученные формулы в сочетании с формулами работ [3] и [4] решают проблему прогнозирования прохождений ИСЗ по близко расположенным угловым исходным наблюдениям другим методом чем в работах [1] и [2]. Практическое осуществление метода было выполнено А.Зариным [5] в виде комплекса программ для ЭВМ класса М-20. При этом дополнительно учитывались вековые возмущения в элементах орбиты из-за сжатия Земли, эмпирические соотношения зависимости угловых элементов орбиты от параметра и некоторые другие факторы. Результаты расчетов [5] указывают на вполне достаточную надежность и эффективность перехвата спутника методом вертикального подвижного барьера.

### Л и т е р а т у р а

1. Штейнс К.А., Лауцениекс Л.К. О точности определения орбит ИСЗ. - Уч.записки Латв.ИУ, 1973, т.173.
2. Штейнс К.А., Лауцениекс Л.К. Использование подвижного барьера при прогнозировании появления спутника. - Уч. записки Латв.ИУ, 1973, т.173.

3. Жагар Ю.Х. Однопараметрические семейства элементов орбиты ИСЗ. - В кн.: *Астрономия. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени*. Рига, ЛГУ им. П.Стучки, 1977.
4. Жагар Ю.Х. Определение постоянных параметризации. - В кн.: *Астрономия. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени*. Рига, ЛГУ им. П.Стучки, 1977.
5. Зариньш А.Я. О прогнозировании прохождений ИСЗ с помощью подвижного вертикального барьера. - Настоящий сборник, с. 46.
6. Киселев А.А., Быков О.П. - АЖ, 1973, т.50, вып.6.
7. Киселев А.А., Быков О.П. - АЖ, 1976, т.53, вып.4.
8. Джейкинс Г., Ватто Д. Спектральный анализ и его применение. М., Мир, 1971, с. 91 - 112.
9. Эскобал П.Р. Методы определения орбит. М., Мир, 1968, с.80 - 134.
10. Справочное руководство по небесной механике и астеродинамике. М., Наука, 1971, с. 21 - 84.

## Резюме

Ю. Х. Жагар

### ПОСТРОЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПОДВИЖНОГО БАРЬЕРА ПОИСКА ИСЗ

Работа посвящена построению т.н. вертикального подвижного барьера - специфической эфемериды для прогнозирования движения ИСЗ. Необходимость подобного прогнозирования возникает в случаях, когда имеется неполная информация об элементах орбиты, полученных по угловым наблюдениям ИСЗ, расположенным на короткой дуге орбиты.

В статье исследуются некоторые геометрические свойства однопараметрических семейств элементов орбиты [3]. Показано, что семейство параметрических орбит компланарно и все орбиты имеют одну общую точку. Применяя сферическую геометрию, получены формулы для вычисления угловых параметров вертикального подвижного барьера, приводятся численные примеры. Даны также некоторые заключения относительно оценки точности метода.

Практические результаты применения вертикального по-

движного барьера для прогнозирования движения ИСЗ можно найти в работе [5].

Иллюстр. - 4; табл. - 1, библиогр. - 10 назв.

## К о р с а в и л к у с

Ж. Жагарс

### VERTIKĀLĀS KUSTĪGĀS BARJERAS APRĒKINĀŠANA ZMP KUSTĪBAS PROGNOZĒŠANAI

Darbs veltīts specifiskas ZMP efemerīdas vertikālās kustīgās barjeras aprēķināšanas metodikai. Nepieciešamība pielietot šāda veida efemerīdas rodas tad, ja, izmantojot tuvi izvietotus lēniskus ZMP novērojumus, nav izdevies noteikt visus pavadoņa orbītas elementus.

Darbā aplūkotas dažas vienparametrisko orbītas elementu saimju [3] geometriskās īpašības. Parādīts, ka šādas orbītu saimes ir komplanāras un visām orbītām ir viens kopīgs punkts. Lietojot sfērisko geometriju, iegūtas svarīgas praktiskas formulas vertikālās kustīgās barjeras parametru aprēķināšanai. Analizēti skaitliski piemēri un sniegti norādījumi par metodes precizitātes izvērtējuma īpatnībām.

Kustīgās vertikālās barjeras praktiskas pielietošanas rezultātus ZMP kustības prognozēšanā var atrast darbā [5].

## Summary

J. Žagars

### THE CALCULATION OF VERTICAL BARRIER FOR PREDICTION THE SATELLITES MOVEMENT

This paper is devoted to problem of calculation the unique ephemeris of the artificial Earth satellites so called vertical barrier. The necessity of prediction the satellites movement with vertical barrier becomes if we have only particular information about orbital elements, given from few angular observations.

This paper deals with some geometrical properties of single parameter orbit families [3], shows, that parametrical orbits are complanare and have one common point. By using the spherical geometry the important estimations are given for calculation the angular parameter of vertical barrier, illustrated by numerical examples. Some conclusions about accuracy control also consists in this paper.

The practical results of vertical barrier utilisation for prediction of satellites movement you can find in [5].

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ, АСТРОНОМИИ, 1978

УДК 521.24

А. Я. З а р и н ь ш  
АО ЛГУ им. П. Стучки

О ПРОГНОЗИРОВАНИИ ПРОХОЖДЕНИЙ ИСЗ С ПОМОЩЬЮ  
ПОДВИЖНОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО БАРЬЕРА

Опыт показывает, что наблюдения ИСЗ, сделанных на одной станции на одном витке орбиты, недостаточно для уверенного определения орбиты спутника. Поэтому точное прогнозирование последующих прохождений затруднено. Однако необходимость такого прогнозирования возникает, например, при обеспечении наблюдений спутника, орбита которого известна плохо или не известна вообще. Этот вопрос уже неоднократно обсужден, выдвинут ряд возможных схем решения [3, 5, 7, 8]. Их сущность в основном состоит в том, что каждому моменту времени сопоставляется не одно положение спутника, а некоторая область вероятных положений. Для отыскания спутника поле зрения инструмента перемещается в этой области, в области подвижного барьера.

Расчеты, подтверждающие принципиальную пригодность такого метода, приведены в нескольких работах [5, 6, 7]. Однако осуществление такого прогнозирования в реальном масштабе времени является весьма сложной задачей, требует сопряжения множества алгоритмов, и, сколько нам известно, не проводилось. Не исследовалась также точность прогнозов, срок их действия и другие показатели. Настоящая работа представляет собой попытку осуществить на ЭВМ практически применимый вариант оперативного прогнозирования прохождений ИСЗ, используя для этого подвижной вертикальный барьер, и оценить его точность и область

применения,

При построении алгоритма использованы работы [1 - 5].

Если исходные наблюдения охватывают короткую дугу орбиты и сделаны из одной станции, то, как показано в [4, 5], а также подтверждается вычислениями, среднеквадратическая невязка наблюдений  $\Phi$  (функция качества элементов орбиты) имеет ярко выраженную овражную структуру.  $\Phi$  достигает минимума на некотором коррелированном множестве элементов (на "дне" оврага, см. рис. 1). Вдоль оврага можно ввести параметр (им, в частности, может быть один из элементов орбиты), от которого зависят остальные элементы. В результате получается однопараметрическое семейство орбит, которое в каждый момент порождает одномерную область вероятных положений спутника. При прогнозировании оно заменяет единственную орбиту.

Два варианта такого семейства орбит предложены Л. Науценнеком [5, 7] и Ю. Жагарсом [1, 2]. В настоящей работе нами был избран второй из них. В алгоритме, разработанном в [1, 2] получены выражения для эксцентриситета и фокального параметра:

$$e = \frac{e_0}{\sin N_0 - e_0 \cos N_0}, \quad (1)$$

$$p = p_0 (1 + e \cos N_0),$$

где  $e_0, p_0$  - постоянные, а в качестве параметра выступает истинная аномалия в эпоху  $N_0$ . Из геометрических соображений ( $e > 0$ ) выделяются две основные области изменения параметра, которые ещё ограничиваются при анализе хода функции качества [2].

Получена также небольшая эмпирическая зависимость угловых элементов орбиты  $i, \Omega, u_0$  от значения большой полуоси орбиты типа

$$i = i_0 + C_i (a - a_0), \quad (2)$$

где  $a_0 = p_0 / (1 - e^2)$ , а  $C_i$  - малая постоянная (порядка доли градуса на мегаметр). (2) выполняется с точностью до малых величин высшего порядка чем  $C_i$ . Это позволяет несколько увеличить точность прогнозирования.

Чтобы практически получить значения постоянных  $a_0, e_0, i_0, \Omega_0, u_0, C_i, C_\Omega, C_u$ , а также доверительный интервал изменения параметра, согласно [2] производится диффе-

ренциальное улучшение пяти элементов орбиты при ряде фиксированных значений  $\omega$ . При этом каждому комплексу элементов присваивается вес, обратно пропорциональный квадрату функции качества.

## I. Построение подвижного вертикального барьера

Ясно, что для наблюдений произвольная подвижная пространственная кривая, которая представляет на текущий момент все орбиты семейства, весьма неудобна. Чтобы поиск спутника вдоль этой кривой растянуть во времени, нами был избран подвижный вертикальный барьер. Его текущая точка (точка поиска) является пересечением очередной орбиты семейства с некоторым определенным фиксированным вертикальным большим кругом. Тогда для отыскания спутника поле зрения инструмента нужно перемещать только по высоте, что удобно, применяя инструмент с азимутальной монтировкой (например, АМУ-75, СТ-1). Вертикальный большой круг выбирается так, чтобы он содержал точку кульминации пролета спутника, соответствующую наиболее вероятнейшей орбите (минимуму функции качества), это обеспечивает близость к кульминации и остальных точек поиска.

Расчет собственно точек вертикального подвижного барьера ведется начиная с одного конца интервала изменения параметра. Для нахождения точек пересечения орбиты семейства, соответствующей очередному значению параметра, с вертикальным большим кругом барьера, применяется итерация по времени. Момент пересечения барьера ищется по совпадению геоцентрических направлений на спутник и на точку пересечения орбиты с плоскостью барьера. Последнее представляет собой векторное произведение нормалей к плоскостям орбиты и барьера

$$\vec{K} = \vec{W} \times \vec{N}.$$

Направление на спутник вычисляется по общеизвестному алгоритму (см., например, [9]). При этом учтены вековые возмущения элементов  $\omega$ ,  $\Omega$ ,  $i$ .

В процессе итерации время исправляется на промежуток,

необходимый спутнику, чтобы пройти дугу орбиты между направлениями вектора  $\mathbf{K}$  и радиус-вектора спутника. Последующие значения параметра выбираются так, чтобы весь интервал изменения параметра содержал 20 - 40 точек, по возможности равноотстоящих по времени. В результате получается таблица, содержащая предполагаемые высоты спутника над горизонтом в ряд последовательных моментов времени при постоянном азимуте. Зависимость высоты точки поиска от времени, как правило, почти линейно.

## 2. Результаты численных оценок

Изложенный алгоритм был реализован в виде рабочего комплекса программ (на языке АЛГОЛ-60 для транслятора ТА-ПМ, ЭВМ БЭСМ-4), которые взаимодействуют при помощи операционной системы, разработанной в АО ЛГУ Э.Мухиним и Н.Кагарсом. Время счета составляет 10 - 30 минут, в зависимости от числа и качества исходных наблюдений.

Для проверки алгоритма использовались реальные наблюдения спутников *Geos-A*, *Midas-4* и *Pages*, полученные на станциях Рига, Ужгорода и Эвенигорода камерами АСУ-75 в 1972-1973 годах. Длина геоцентрической дуги исходных наблюдений менялась в пределах от 3 до 20 градусов, что соответствует интервалам времени от 2 до 12 минут. Дифференциальное улучшение всех шести элементов орбит при этом оказалось невозможным ввиду плохой обусловленности системы нормальных уравнений, поэтому были вычислены однопараметрические семейства орбит. Полученная зависимость функции качества  $\Phi$  от параметра для спутника *Geos-A* показана на рис. 1, там же указаны длины используемых геоцентрических дуг и их расположение на видимой дуге орбиты. Как видно, если длина дуги меньше  $10^\circ$ , то минимум  $\Phi$  становится неопределенным. Элементы орбиты, соответствующие минимуму  $\Phi$ , отличаются от истинных и при больших дугах; эфемериды, вычисленные по ним, не позволяют найти спутник на следующих витках. Зависимость элементов орбиты от параметра, однако, от изменения длины дуги исходных наблюдений меняется сравнительно мало, так что координаты точек

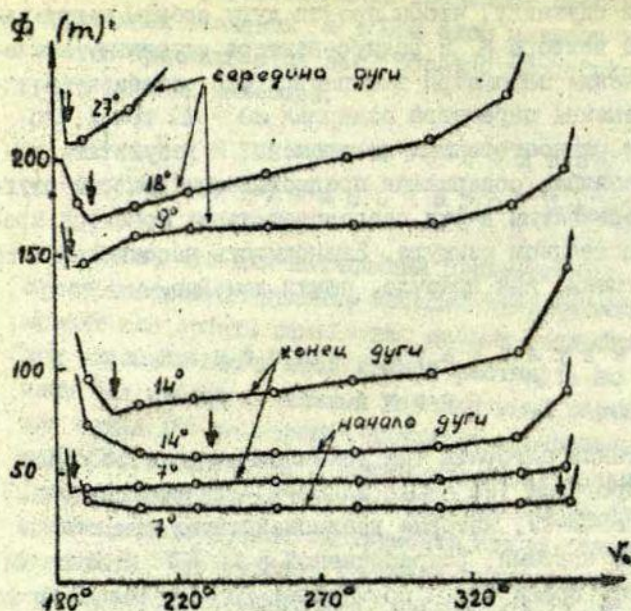


Рис. 1. Зависимость функции качества от параметра (спутник Glos-A, станция Рига, 17.03.1972)

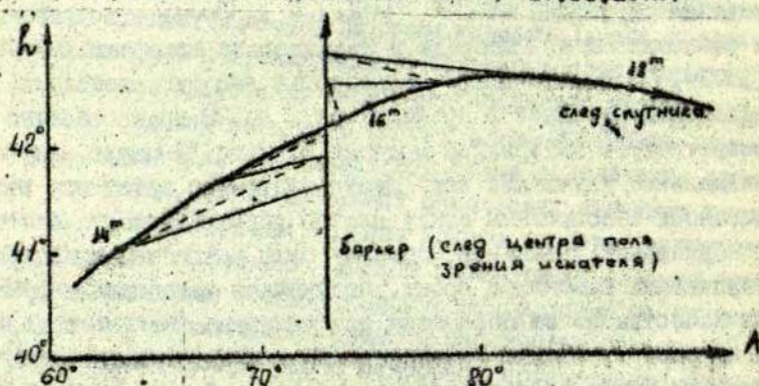


Рис. 2. След спутника Midas-4 и проекция участка вертикального подвижного барьера в Ужгороде в 22<sup>h</sup> UT 17.03. 1972 (9-й виток от исходных наблюдений). Положения точек поиска и спутника, соответствующие одним и тем же моментам, соединены (сплошными линиями для исходных наблюдений в дуге 27°, прерывными - в дуге 14°).

поиска на фиксированный момент времени отличается между собой не более чем на доли градуса. Но с уменьшением длины этой дуги увеличивается доверительный интервал изменения параметра и, вместе с тем, диапазон изменения элементов орбиты. Это приводит к значительному увеличению длительности поиска.

Сопоставление полученных прогнозов с фактически наблюдаемым следом спутника (один пример дан на рис. 2) показало, что минимальное расстояние точки поиска от проекции спутника в этих случаях не превышает 0.3 - 0.5 градусов дуги, что достаточно для обеспечения видимости. Как и следовало ожидать, с уменьшением длины исходной дуги ухудшается и точность прогноза. Максимальную длительность прогноза определяет длина дуги и точность исходных наблюдений, а также в некоторой степени эксцентриситет орбиты спутника - чем он больше, тем больше интервал изменения полуоси и тем сильнее поиск растягивается по времени. Обычно длительность прогноза ограничивается тем, что время поиска становится больше периода обращения спутника.

По предварительным оценкам для суточного прогноза необходима наблюдение на дуге 10 - 20 градусов, для прогноза на несколько (1-3) витков достаточно дуги 5-10 градусов (2-4 минуты). Сделанные вычисления, как мы полагаем, подтверждают пригодность метода для оперативного короткосрочного прогнозирования поисковых областей спутников по наблюдениям с одной станции на одном витке.

Необходимо отметить, что справедливость соотношений (1) и (2) установлена только для угловых исходных наблюдений применительно к небольшой (до  $20^\circ$ ) дуге орбиты [1]. Применение других типов наблюдений (например, лазерных), очевидно, требует дополнительных исследований. Предварительные расчеты показывают, что при использовании комбинации угловых и лазерных наблюдений, нарушается справедливость по крайней мере эмпирических соотношений (2).

## Л и т е р а т у р а

1. Жагар Ю.Х. Однопараметрические семейства орбит ИСЗ. - В кн.: *Астрономия. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени*. Рига, ЛГУ им. П.Стучки, 1977, с. 108.
2. Жагар Ю.Х. Определение постоянных параметризации. - В кн.: *Астрономия. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени*. Рига, ЛГУ им. П.Стучки, 1977, с. 121.
3. Жагар Ю.Х. Построение подвижного вертикального барьера поиска ИСЗ. - Настоящий сборник, с. 35.
4. Жагар Ю.Х. Оценка точности прогнозирования движения ИСЗ. *Дипломная работа*. М., МГУ, 1973.
5. Лауцениекс Л.К. Определение орбит и прогнозирование появления искусственных спутников Земли. *Диссертация на соискание уч. степени канд. физ-мат. наук*. Рига, 1973.
6. Штейнс К.А., Лауцениекс Л.К. Использование подвижного барьера при прогнозировании появления спутника. - *Уч. записки Латв.ГУ*, 1973, т. 175, с. 17.
7. Лауцениекс Л.К. Вычисление области подвижного барьера методом минимизации. - В кн.: *Астрономия. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени*. Рига, ЛГУ им. П.Стучки, 1977, с. 90.
8. Штейнс К.А., Лауцениекс Л.К. О точности определения орбит ИСЗ. - *Уч. записки Латв.ГУ*, 1973, т. 175, с. 3.
9. Оскобал П. *Методы определения орбит*, М., Мир, 1970, ч. 5.

## Резюме

А. Я. Зариньш

О ПРОГНОЗИРОВАНИИ ПРОХОЖДЕНИЯ ИСЗ С ПОМОЩЬЮ  
ПОДВИЖНОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО БАРЬЕРА

Составлен комплекс программ для оперативного краткосрочного прогнозирования наблюдений ИСЗ по наблюдениям в малой (до  $20^\circ$ ) дуге орбиты из одной станции, когда однозначное определение эфемерид затруднительно. Поиск ИСЗ осуществлен с помощью подвижного вертикального барьера. Необходимое для этого однопараметрическое семейство орбит получено по методике, предложенной Ю. Загарсом. Произведены некоторые оценки точности и срока пригодности прогнозов. Результаты расчетов подтверждают возможность получения прогноза поисковой области длительностью до суток, минимальное удаление точки поиска от проекции спутника при этом не превышает  $0,5$  дуги.

Иллюстр. - 4, обложка. - 10 назв.

## K o r s a v i l k u m s

A. Z a r i n š

PAR ZMP PĀRLIDOJUMU PROGNOZĒŠANU AR KUSTĪGĀS  
VERTIKĀLĀS BARJERAS PALĪDZĪBU

Sastādīts programmu komplekss ZMP novērojumu operatīvai īstermiņa prognozēšanai pēc vienas stacijas novērojumiem īsā (līdz  $20^\circ$ ) orbītas lokā, kad viennozīmīgas efemerīdas noteikšana ir apgrūtināta. Pavadona meklēšanai lieto ta kustīgā vertikālā barjera. Tās atrašanās nepieciešamā vienparametriskā orbītu saime iegūta pēc J. Zaģara izatrā-

dātās metodikas. Novērtēta prognozēšanas precizitāte un prognozes derīguma laiks. Aprēķinu rezultāti liecina, ka iespējams iegūt meklēšanas apgabala prognozi diennaktij uz priekšu, minimālais meklēšanas punkta leņķiskais attālumš no pavadona projekcijas pie tam nepārsniedz  $0^{\circ},5$ .

### S u m m a r y

A. Z a r i n š

#### ON THE PROGNOSTICATING OF SATELLITE PASS USING THE MOBILE VERTICAL BARRIER

A complex of programs is developed for short term operative prognosticating of satellite pass using only observations of a single satellite pass at a single station, when it is difficult to obtain certain ephemeris. The mobile vertical barrier is used to search for a satellite. A single parameter set of orbital elements needed for it, is calculated using method, developed by J. Žagars. Numerical examples turns out, that searching areas for a day can be calculated from observations, minimal angular distance between the searching point and the satellite is less than  $0^{\circ},5$ .

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ. АСТРОНОМИЧ., 1978

УДК 522.982

К. А. Штейнс  
АО ЛГУ им. П. Стучки

О ТРЕБОВАНИЯХ К ПРОГРАММЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОПРАВОК ЧАСОВ

В службе времени Латвийского госуниверситета средние моменты прохождения звезд определяются автоматически. Сп-ределение поправок часов является наиболее трудным этапом в обработке данных наблюдений. При составлении программы для вычисления поправок часов имелась в виду не только эконо-мия рабочей силы, но также и улучшение качества обработ-ки, т.к. при помощи ЭВМ можно легко проводить численные эксперименты. Составлена программа, которая дает возмож-ность вычислить 6 вариантов поправок часов и соответствую-щих параметров, притом те данные, которые в будущем могут быть использованы для подробного анализа наблюдательной системы по прохождению звезд, выдаются на перфокарты. Вы-числяются, например, в отдельности поправки по звездам, наблюдения которых начаты с востока и запада.

Естественно, что программа будет изменена в случае необходимости, после выявления результатов наблюдений АО ЛГУ. Наблюдения в Службе времени АО ЛГУ имеют некоторые особенности, которые следует учесть при программировании.

1. Средние моменты регистрируются без указания целых 30 секунд. Для вычисления правильного значения следовало рассмотреть несколько вариантов возможных значений. Про-грамма составлялась на языке Фортран и варианты вычисля-лись при помощи служебных функций Фортрала срезки и модуля.

2. Азимут пассажного инструмента АО ЛГУ сравнительно быстро меняется от ночи к ночи и в течение одной ночи [1]. Бывают ночи, когда азимут изменяется в течение одного ча-са на 0,3 секунды. Это явление затрудняет отбор неудачно проведенных наблюдений, т.е. неправильных средних момен-

тов регистрации, которые возникают из-за опоздания включения регистрирующего устройства. Для избежания резервирования в памяти массивов для разных вариантов описаний наблюдений введен массив меток "качественный" и "некачественный". При помощи оператора IF некачественные наблюдения исключались при помощи гипотетических значений поправки и азимута инструмента. Рассматривался вариант в предположении, что азимут инструмента меняется пропорционально времени.

3. Часто наблюдения проводятся при недостаточной длине пузырька уровня. Имеется серьезное опасение, что отсчет показаний уровня происходит в момент, когда пузырек еще окончательно не остановился. В связи с этим вычислялись два варианта поправок часов, один - в предположении, что пузырек не скользит, второй - что находится в движении и останавливается при наблюдении следующей звезды.

Учитывалось, что вычисления следует проводить один раз в неделю и сразу вычислять поправки для наблюдений за все ночи. При составлении программы по возможности учитывалась экономия труда при подготовке данных для вычисления с программой. С другой стороны, считалось, что могут быть более или менее удачный выбор данных, например, при перфорации однотипных данных допускается меньше ошибок. Считалось, что данные наблюдений должны быть представлены по возможности полно. Поэтому в программу вводятся данные о температуре, направлении и силе ветра, состоянии облачности и т.д. Эти данные при подсчетах не используются, но выводятся на перфокарты совместно с параметрами, которые в дальнейшем будут подлежать подробному анализу. Данные одной ночи выводятся с указанием Юлианского дня и отделяются от остальных ночей метками.

Из предосторожностей, которые обеспечивают малую вероятность допускания ошибок, следует отметить выбранный нами прием записи редуцированных постоянных. Эти данные записываются не для двух, а для трех последовательных дат. Интерполяция происходит с учетом вторых разностей, что также увеличивает точность вычисления. Программа составлена так, чтобы ошибка, допущенная одним наблюдателем при подготовке данных в вычислении не влияла бы на результаты

1976 г.			
Дата	$u_p - u_i$	Дата	$u_p - u_i$
10 II	0 <sup>s</sup> ,0025	28 VIII	0 <sup>s</sup> ,0029
16 II	12	28 VIII	- 48
16 II	00	6 IX	15
18 II	63	6 IX	18
18 II	14	8 IX	4
26 II	100	8 IX	37
26 II	37	14 IX	8
6 III	- 27	14 IX	55
6 III	- 11	18 IX	- 42
4 IV	12	18 IX	15
4 IV	55	22 IX	26
14 IV	5	22 IX	53
29 IV	42	30 IX	20
6 V	96	16 IX	36
11 V	1	16 IX	49
11 VI	82	28 X	19
24 VI	38	28 X	57
24 VI	33	20 XI	- 31
24 VIII	9	20 XI	30
24 VIII	0,0046		

вычислений поправок другой ночи. Это достигнуто при помощи меток при введении данных наблюдений в активную память ЭВМ. Для экономии машинного времени и места в активной памяти составлялись и применялись следующие блок-программы. I. Для вычисления поправки часов, ее ошибки и азимута

по способу наименьших квадратов. 2. Для нахождения правильного значения секунды и ее десятой доли. Программа работает быстро. Обработка данных одного года, т.е. 1500 прохождений требует примерно один час машинного времени, притом получается 6 вариантов поправок часов.

Анализ наблюдательных данных Службы времени АО ЛГУ за 1976 год показал, что невозможно получить оптимальные значения поправок часов считая, что азимут за вечер меняется пропорционально времени. Поэтому было решено провести анализ данных наблюдений за 1976 год заново с измененной программой. Было также установлено, что некоторые наблюдатели допускают систематические ошибки из-за преждевременного отсчета пузырька уровня. Приводим результаты обработки наблюдений канд. физ.-мат. наук Э.Я. Каупуш за 1976 год (см. табл. 1) [2]. В эталонном времени [2] дана только одна поправка за вечер. В таблице имеются следующие обозначения:  $u_p$  - значение поправки по отсчету уровня,  $u_i$  - значение поправки, где второй отсчет уровня заменен первым отсчету уровня следующей звезды. Видно, что из 39 поправок только в 5 случаях получается отрицательный знак. Нет корреляции между изменением наклоности пассажного инструмента и  $u_p - u_i$ . Объяснение факта, что  $u_p - u_i > 0$  дано в статье П.П. Розенберга [3].

### Л и т е р а т у р а

1. Штейнс К.А. Об исследованиях вращения Земли службой времени АО Латв. гос. ун-в. - Уч. зап. Латв. ГУ, 1967, т. 96, с. 3.
2. Всемирное время. Бюллетень Е - 8. Госстандарт СССР. М., 1976.
3. Розенберг П.П. Об отсчете показаний уровня пассажного инструмента. - См. настоящий сборник, с. 60.

## Резюме

К. А. Штейнс

## О ТРЕБОВАНИЯХ К ПРОГРАММЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОПРАВК ЧАСОВ

Описана программа для вычисления поправок часов. Вычисляются шесть вариантов поправок часов, что позволяет определить их надежность и влияние различных факторов на поправку. В качестве примера при помощи программы раскрыта одна систематическая ошибка в наблюдениях.

## K o r s a v i l k u m s

K. Š t e i n s

## PRASĪBAS PULKSTENA KOREKCIJAS APRĒKINĀŠANAS PROGRAMMAI

Iztirzāta skaitlošanas programma precīza laika korekcijas rēķināšanai. Rēķina sešus pulkstena korekcijas variantus, kas ļauj noteikt korekcijas drošību un dažādu faktoru ielaidu uz korekciju. Ar šīs programmas palīdzību atrastas sistemātiskas novirzes, ko izsauc novērojumi.

## S u m m a r y

K. Š t e i n s

## ON THE REQUIREMENT TO THE CLOCK CORRECTION COMPUTATION PROGRAM

The programme for determination time correction is described. Six versions of time correction are determined which allows to define its reality and influence of different factors on the correction. Systematic declinations due to observations are found by means of this programme.

ЛАТВИЙСКИМ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ, АСТРОНОМИЯ, 1978

УДК 552.981

П. П. Розенберг  
АО ЛГУ им. П. Стучки

ОБ ОТСЧЕТЕ ПОКАЗАНИИ УРОВНЯ ПАССАЖНОГО ИНСТРУМЕНТА

При регистрации моментов прохождений звезд с помощью пассажного инструмента при каждой звезде производится перекладка его в лагерах с целью исключить ошибку коллимации. При этом приходится определять наклонность горизонтальной оси инструмента. На АПМ-10 это делается с помощью уровня с ценой деления порядка 1". Ввиду очень малой выпуклости ампулы уровня пузырек в ней перемещается медленно и устанавливается через значительное время. Отсчет уровня желательнее производить во время следования звезды по визирной решетке, так как в другое время наклонность оси может быть иной, чем во время собственно регистрации, но не ранее, чем пузырек окончательно установился. Это обстоятельство при работе с визирной решеткой подобной решетке применяемой в АО ЛГУ (рис. 1) налагает определенные ограничения на склонение звезд, которые еще допустимо наблюдать на внутренних участках решетки (CD и EF), так как после перекладки инструмента уровень должен успеть успокоиться и быть отсчитанным к концу прохождения звезды по решетке.



Рис. 1.

Время прохождения изображением звезды участка решетки длиной  $l$ :

$$t = 14,36 l \sec \delta, \text{ где } t \text{ в секундах, } l \text{ в мм.}$$

При наблюдении звезды на внешних участках решетки перекладка инструмента производится после точки В, а отсчет уровня после перекладки должен быть окончен в Н, чтобы успеть подготовиться к наблюдению следующей звезды списка.

В случае решетки А0 ЛГУ (АВ = 1,1 мм, ВН = 6,9 мм) при самых "быстрых" звездах ( $\delta \approx 0^\circ$ ) уровень после перекладки вполне успевает установиться ( $t_{\text{вн}} \approx 100$  сек). Иначе обстоит дело при наблюдении звезд со склонениями  $\delta \approx 10^\circ \div 30^\circ$  на внутренних участках.

Для перекладки инструмента успокоения и отсчета уровня остается участок DF. Перекладка инструмента и наведение его на звезду занимает около 15 секунд [1].

Чтобы определить время, нужное для успокоения и отсчета уровня, автором была экспериментально определена зависимость скорости движения пузырька и времени его установления от его длины (рис. 2)

Из графика видно, что для надежного и оперативного отсчета уровня следует работать с пузырьком длиной в 40 — 50 делений (полная шкала 60 делений). Еще более длинный пузырек из-за понижения температур во время наблюдения может выйти за пределы шкалы. В этом случае уровень устанавливается приблизительно за 40 сек. Однако следует учесть, что кривые на графике являются усредненными из значительного числа отсчетов и в отдельных случаях уровень может успокаиваться значительно дольше, особенно при малой длине пузырька. Причиной, побудившей заняться уровнем, явилось то обстоятельство, что на нашем инструменте после посадки оси на лагерах пузырек всегда плывет в одну и ту же сторону, а именно с запада на восток. А это при преждевременном отсчете уровня приводит к систематической ошибке. Поэтому следовало установить минимальное значение склонения звезд, которые допустимо регистрировать на внутренней решетке без ущерба для точности отсчета уровня.

Величина ошибки регистрации момента прохождения

$$\Delta t = \Delta x \frac{\tau}{2} \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \text{ при ошибке отсчета уровня } \Delta x = 0,1.$$

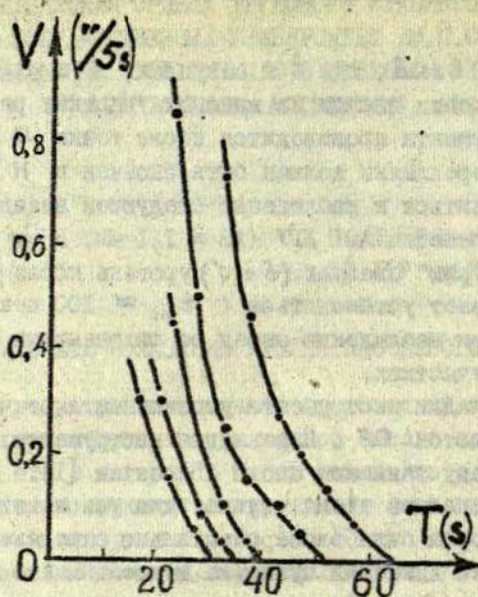


Рис. 2

Значения  $\Delta i$ ,  $\varphi = 57^\circ$ ,  $\frac{\tau}{T} = 0,0338$  сек для различных  $\delta$  дана в табл. I.

$\delta$ ( $^\circ$ )	$\Delta i$ (сек) при $\Delta X = 0,1$	$t_{DF}$ (сек)	$t_{BH}$ (сек)
0	0,0018	49	96
20	0,0029	52	102
30	0,0035	57	110
40	0,0042	64	126
50	0,0052	76	149
60	0,0067	98	192
70	0,0096	146	280

В случае систематичности этих погрешностей они вносят систематическую погрешность в поправки часов.

В таблице I приведено время прохождения звездой участков DF и ВН (рис. I) в зависимости от ее склонения. Учитывая время, нужное для перекладки инструмента, следует признать наблюдение звезд с  $\delta < 30^\circ$  на внутренней решетке нежелательным независимо от длины пузырька, хотя это и является соблазнительным с точки зрения экономии времени и уплотнения программы наблюдений. Разумеется, здесь могут быть небольшие вариации в ту и другую сторону с поправкой на "расторпность" конкретного наблюдателя.

К.А. Штейнсом [2] была составлена программа для вычисления поправок часов на ЭВМ. В порядке эксперимента были обработаны результаты наблюдений Э.Я. Каупуш за 1976 год таким образом, что наклонность инструмента вычислялась по показаниям уровня, отсчитанным первый раз перед перекладкой инструмента, второй раз - перед перекладкой при наблюдении следующей звезды, т.е. в обоих случаях произведены отсчеты вполне успокоившегося уровня. Полученные результаты сравнены с результатами традиционных вычислений [2]. Оказалось, что за редким исключением (5 случаев из 40) разница между результатами традиционного и нового вариантов вычислений больше нуля. По-новому вычисленные поправки явно отличаются от старых в меньшую сторону.

Напишем уравнения Мейера для вычисления поправки часов для случаев:

1) когда показания уровня отсчитаны оба раза во время наблюдения данной звезды ( $u_p$ );

2) когда второй отсчет взят из наблюдения следующей звезды ( $u_i$ ):

$$u_p + k_p K = -i_p J + (\alpha - T_0) - \Delta \sec \delta,$$

$$u_i + k_i K = -i_i J + (\alpha - T_0) - \Delta \sec \delta.$$

Вычитая второе уравнение из первого имеем:

$$(u_p - u_i) + (k_p - k_i) K = -(i_p - i_i) J.$$

Решая способом наименьших квадратов систему таких уравнений для звезд одной поправки получаем:

$$n(u_p - u_i) + (k_p - k_i)[K] = -(\overline{i_p - i_i})[J],$$

$$(u_p - u_i)[K] + (k_p - k_i)[KK] = -(\overline{i_p - i_i})[JK],$$

где  $n$  — число звезд,  $\overline{(i_p - i_i)}$  — усредненное значение наклонности.

Умножив первое уравнение на  $[KK]$ , второе на  $[K]$  и вычтя второе из первого находим:

$$u_p - u_i = \frac{(\overline{i_p - i_i}) \{ [JK][K] - [J][KK] \}}{n[KK] - [K]^2}. \quad (1)$$

Для общего случая анализ этого выражения невозможен, но в случае реальных наблюдательных данных коэффициент при  $(\overline{i_p - i_i})$  всегда оказывается отрицательным и находится примерно в области  $-1,5 \div -2$ . Таким образом, знак  $(u_p - u_i)$  зависит только от знака  $(\overline{i_p - i_i})$ , а тот в свою очередь определяется поведением пузырька уровня и временем его успокоения.

Наклонность  $i$  горизонтальной оси пассажного инструмента при нулевой риске уровня справа от наблюдателя, когда визирная решетка на восточном конце оси, определяется из символического уравнения  $[Z]$ , где  $\omega$  — означает сумму

$$i = \frac{1}{4}(\omega - E)\tau$$

отсчетов уровня, когда решетка на западном конце,  $E$  — то же самое на восточном конце,  $\tau$  — цена деления уровня.

Если пузырек уровня плывет всегда с запада на восток, то при преждевременном отсчете уровня в положении инструмента "восток" получим заниженные данные, а в положении "запад" — завышенные. Разность отсчетов  $(\omega - E)_p$  окажется завышенной по сравнению с ее истинным значением  $(\omega - E)_i$ , получаемым при успокоившемся уровне.

Таким образом  $(\overline{i_p - i_i})$  в выражении (1) при преждевременных отсчетах уровня будет чаще всего положительным и, следовательно, разность  $(u_p - u_i)$  будет отрицательной.

Однако при обработке наблюдений Э.Я.Каупуш оказалось, что в подавляющем большинстве случаев разность  $(u_p - u_i) > 0$  и в среднем составляет  $0,0025$ , что никак не согласуется с нашими выводами. В беседе с Э.Я.Каупуш выяснилось, что в отличие от других наблюдателей она ведет перекладку инстру-

мента весьма энергично, так что пузырек пробегает место положения равновесия и приближается к нему с противоположной стороны, т.е. слева. В таком случае знак  $(u_p - u_i)$  меняется на отрицательный, а знак разности двояким образом численных поправок  $(u_p - u_i)$  — на положительный, что и наблюдается на самом деле.

При средней ошибке отсчета уровня  $\Delta x$  порядка 0,15 делений ошибка поправки  $(u_p - u_i)$  получается около 0,0025,

Сравнение по-новому вычисленных поправок Э.Я.Каупуш за 1976 год с данными "Эталонного времени" показало, что средние из  $(u_n - u_i)$  за квартал ближе к средним значениям  $(u_n - u)$  для остальных трех наблюдателей, нежели средние из  $(u_n - u_p)$  (табл.2) (Здесь  $(u_n - u)$  уклонение результата определения всемирного времени от  $TU1$ ).

Таблица 2

	$\frac{(u_n - u_p)}{(\bar{y} - \bar{v})}$ 0,0001	$\frac{(u_n - u_i)}{(\bar{y} - \bar{v})}$ 0,0001	$\frac{(u_n - u_p)}{(\bar{y}_n - \bar{v}_n)}$ 0,0001	$\frac{(u_n - u_i)}{(\bar{y}_n - \bar{v}_n)}$ 0,0001	$\frac{(u_n - u_p)}{(\bar{x} - \bar{y})}$ 0,0001	$\frac{(u_n - u_i)}{(\bar{x} - \bar{y})}$ 0,0001
Э.Я.Каупуш	178	136	148	145	86	113
Остальные три наблю- дателя	138	-	163	-	170	-

Таким образом, из вышеизложенного следует сделать вывод, что при отсчете уровня не следует спешить во избежание внесения систематической ошибки в результат наблюдения. Разброс результатов наблюдений слишком велик, а статистика обработанного материала слишком мала, чтобы делать какие-то категорические выводы о внесении определенной поправки в результаты конкретного наблюдателя или об изменении методики наблюдения, кроме упомянутого отсчета уровня.

Во всяком случае не вызывает сомнения тот факт, что при недостаточном времени успокоения уровня инструмента вероятность внесения систематической ошибки в поправку очень велика.

## Л и т е р а т у р а

1. Штейнс К.А. О выводе параметров при фотоэлектрической регистрации прохождения звезд, - Уч.записки Латв.Ун., 1969, т. 121, вып.4.
2. Штейнс К.А. Программа для вычисления поправок часов, - Настоящий сборник, с. 55.

## Р е з ю м е

П. П. Р о з е н б е р г

## ОБ ОТСЧЕТЕ ПОКАЗАНИИ УРОВНЯ ПАССАЖНОГО ИНСТРУМЕНТА

Исследована скорость перемещения пузырька уровня в зависимости от времени успокоения. Найден источник систематической ошибки в поправке часов из-за преждевременного отсчета уровня.

Анализируются результаты наблюдений одного года конкретного наблюдателя, вычисленные на основе:

- а) отсчетов уровня, сделанных во время прохождения данной звезды;
- б) одного отсчета в начале наблюдения данной звезды и другого - в начале наблюдения следующей.

Иллюстр. - 2, таблиц - 2, библиогр. - 2 назв.

## K o r s a v i l k u m s

P. R o z e n b e r g s

## PAR PASAŽINSTRUMENTA LĪMENRĀŽA NOLASĪŠANU

Izpētīts līmenrāža pūslīša pārvietošanās ātrums atkarībā no nomierināšanās laika. Atrasts pulksteņa korekcijas sistematiskas kļūdas avots līmenrāža priekšlaicīgas nolasišanas dēļ.

Izanalizēti konkrēta novērotāja viena gada novērojumu rezultāti, kas izrēķināti balstoties uz:

- a) līmenrāža nolasījumiem, kas izdarīti dotās zvaigznes novērošanas laikā;
- b) vienu nolasījumu dotās zvaigznes novērošanas sākumā un otru - nākošās zvaigznes novērošanas sākumā.

### S u m m a r y

P. R o z e n b e r g s

#### ABOUT LEVEL READING OF TRANSIT INSTRUMENT

The motion of the air bubble in the level has been studied to determine its dependence upon the levelation time of the level. As a result it has turned out, that premature readings at the level may introduce a source of systematic errors into the process of clock correction determination. To prove this, the results obtained by a single observer over the whole year have been reduced in two ways:

- 1) using level readings made during the observation of the chosen star,
- 2) using level readings made both at the start of observation of the chosen star and at the start of observation of the next star.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ. АСТРОНОМИИ, 1978

УДК 522.62

Э. Э. Мукин  
АО ЛГУ им. П. Стучки

ОПТИМАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ЗВЕЗДНОГО КАТАЛОГА НА ЭВМ  
ДЛЯ СПУТНИКОВОЙ АСТРОМЕТРИИ

Одной из основных предпосылок автоматизации вычислительных работ, связанных с астрометрической обработкой фотографических наблюдений ИСЗ, является наличие каталога опорных звезд, записанного во внешнюю память используемой ЭВМ. Почти всегда это звездный каталог АО, который содержит около 260 тысяч звезд, расположенных в пределах каждой из 18 десятиградусных полос по склонению в порядке возрастания прямых восхождений [1].

Поскольку в ряде советских астрономических учреждений (Астрономический Совет АН СССР, Астрономическая обсерватория Латвийского госуниверситета, Лаборатория космических исследований Ужгородского госуниверситета и др.) для массовой обработки таких наблюдений используются ЭВМ класса М-20, имеющие небольшой объем внешней памяти прямого доступа (на магнитных барабанах - МБ) [2], весьма существенной для экономии машинного времени является рациональная структура этого каталога во внешней памяти машины, т.е. в основном на магнитной ленте (МЛ). За исключением самого принципа упорядочения звезд, который, очевидно, целесообразно сохранить во всех случаях, эта структура в значительной степени зависит от режима работы программ, извлекающих информацию о звездах из каталога.

Если основным режимом является выборка звезд из каталога по их номерам, найденным путем предварительного ручного отождествления опорных звезд снимка, то наиболее целесообразной является следующая структура. Во-первых, звезды должны быть распределены по зонам одинаковой длины. Тогда

да нахождение места звезды на МЛ (номера зоны и номера звезды в зоне) сводится, в принципе, к трем арифметическим операциям и выполняется на машинах М-20 за время, меньшее 0,001 сек. Во-вторых, информация о каждой звезде (экваториальные координаты, собственное движение, звездная величина) должна быть записана в предельно упакованном виде. Тогда сокращается длина записи на МЛ и, следовательно, время перемотки ленты при подводе нужной зоны. Время работы процессора, затрачиваемое в этом случае на распаковку информации может, однако, достигать 0,25 сек на звезду [3], но поскольку эту операцию приходится проделывать с небольшим числом заранее точно указанных звезд (обычно не более 15), то суммарные затраты времени процессора все равно оказываются несущественными по сравнению со временем перемотки ленты.

В соответствии с этими принципами фактически построено машинный каталог SAO в Астрономическом Совете АН СССР [3]. В нем, в частности, достигнута предельная плотность упаковки информации - три 45-разрядных машинных слова на две звезды.

Однако значительно более перспективным, с точки зрения автоматизации обработки наблюдений, является режим счета с автоматическим отождествлением на ЭВМ опорных звезд по их конфигурации на снимке [4]. В этом режиме работа с каталогом имеет две характерные особенности: звезды выбираются из каталога по их координатам, а также звездным величинам; число просматриваемых при отборе звезд весьма значительно - от нескольких сотен до нескольких тысяч (в зависимости от области неба, поперечника конфигурации опорных звезд и т.п.). В таких условиях предельно упакованный каталог указанной структуры неизбежно должен приводить к большим затратам времени процессора - порядка 100 сек и более на одну полную выборку звезд (а делать ее при счете одного снимка приходится, как правило, не менее двух раз), что явно больше среднего времени подвода считываемых зон (порядка нескольких десятков секунд), сэкономленного за счет уплотнения информации. Следовательно, для режима автоматического отождествления звезд структура каталога должна быть иной.

Во-первых, звезды целесообразно распределить по зонам в соответствии с их координатами (прямым восхождением); длина зон при этом, естественно, оказывается различной и определяется по информационной таблице. Это позволяет проще и быстрее (по другой небольшой таблице) найти номера всех зон, содержащих звезды с экваториальными координатами в заданных пределах. Во-вторых, среднюю длину зон следует выбрать умеренной — порядка немногих сотен звезд, чтобы при считывании зон не прихватывать много заведомо лишних звезд, затягивающих последующий процесс распаковки и отбора. В-третьих, плотность записи информации должна быть меньше предельной, чтобы всю информацию о звезде можно было извлечь, не затрагивая других звезд. Только тогда время процессора, затрачиваемое на одну полную выборку звезд (включая как распаковку, так и проверку критериев по координатам и яркости), можно сократить до, примерно, 10 сек.

Вышеизложенные соображения в значительной степени опираются на численные эксперименты, поставленные непосредственно на ЭВМ. К сожалению, точная количественная формулировка этих принципов, ввиду сложности вычислительного процесса в режиме автоматического отождествления звезд потребовала бы весьма обширных экспериментов и, как следствие, неоправданно больших затрат машинного времени. Поэтому практически приходится ограничиться некоторым приближением. В Астрономической обсерватории ДГУ оно выбрано следующим образом: каждая полоса по склонению разбита на столько равных сегментов по прямому восхождению, чтобы в каждой зоне было менее 400 звезд; кроме того, зоны распределены по трем лентам — северной, экваториальной, южной; информация о каждой звезде записана в три 45-разрядных слова — по одному на прямое восхождение, склонение и три остальных параметра. [При первоначальной записи (по программе Я.К. Галодиса) каталог уплотнению не подвергался. Оно было проведено позднее по программе, составленной А.Я. Зариньшем.]

Такая относительно невысокая плотность записи информации сама по себе следовало бы признать довольно далекой от оптимальной ввиду все же значительного времени перемотки ленты, если не одно дополнительное благоприятное

обстоятельство: вследствие сравнительно высокого темпа работы спутниковой фотокамеры АФУ-75 (в среднем один кадр в минуту) соседние снимки приходится на близкие и даже частично перекрывающиеся области неба. Это позволяет временно разместить (буферизовать) на магнитном барабане те зоны каталога, которые могут понадобиться повторно, и таким путем сократить всю работу с лентами настолько, что длина записи на МЛ уже становится малосущественной для быстрого действия.

Подобная система автоматической буферизации зон звездного каталога для ЭВМ класса М-20 разработана в 1975 году в Астрономической обсерватории ЛГУ. Система занимает один магнитный барабан машины БЭСМ-4 (емкостью четыре куба МОЗУ) и работает по следующему принципу.

Если зона, к которой производится обращение, отсутствует на МБ, то она считывается в заданную область оперативной памяти с МЛ, а затем еще переписывается на тот участок буферного МБ, где находилась зона, занесенная на МБ раньше всех остальных. В случае повторного обращения эта зона считывается уже с МБ. При счете снимков в порядке их получения или в противоположном (в пределах одного прохождения спутника над станцией наблюдения) такой алгоритм, несмотря на свою простоту, оказывается стопроцентно действенным — ни одну зону не приходится считать с МЛ дважды. (Это, в частности, объясняется тем, что число зон, хотя бы частично перекрываемых снимком АФУ-75, всегда меньше максимальной емкости буфера на МБ).

Система может работать с любым каталогом, который удовлетворяет следующим требованиям:

- 1) каталог записан на не более чем три МЛ;
- 2) число зон каталога на каждой МЛ не превышает 600;
- 3) число звезд в каждой зоне не превышает 399;
- 4) информация о каждой звезде занимает три машинных слова;
- 5) установленной форме соответствует информационная таблица о длине зон каталога.

(Принцип распределения звезд по зонам и форма упаковки информации для работы системы роли не играют).

Система реализована в виде двух СП (стандартных подпрограмм) в системе ИС-2 [5], составленных непосредственно

в машинных командах. Подготовительная СП производит начальное формирование буфера на МБ и прорабатывает только один раз - в начале счета. Основная СП считывает нужную зону в оперативную память с МЛ или МБ, а также сообщает основной программе число звезд в этой зоне. Обращение к этой СП осуществляется элементарно просто как из программ непосредственно в машинных командах, так и из алгольных программ для транслятора TA-IM [5] :

$$\mu N (Nt, Nz, Z[I], Net),$$

где  $Nt$  - номер ленты,  $Nz$  - номер зоны,  $Z[I]$  - начало участка оперативной памяти, куда считывается зона;  $N$  - четырехзначный восьмеричный номер СП в конкретной библиотеке СП.

Буферизация происходит совершенно автоматически при помощи внутренней информационной таблицы, хранимой на том же МБ, и совместно для всех программ (в рамках одного программного комплекса), обращающихся к каталогу. Таким образом, использование данной системы ни в какой мере не усложняет составление программ, работающих с каталогом, но значительно повышает их эффективность.

Система буферизации на МБ зон звездного каталога включена в новый программный комплекс астрометрической обработки фотографических наблюдений ИСЗ, который разработан в 1975-76 гг. в Астрономической обсерватории ЛГУ как часть автоматизированной системы обработки фотографических наблюдений ИСЗ. Применение системы буферизации, как показал опыт ее эксплуатации в составе комплекса и специально поставленные эксперименты, сокращает затраты машинного времени на перемотку лент каталога от 2 до 8 раз, в зависимости от спутника и режима его фотографирования. Общая экономия машинного времени, необходимого для обработки одного снимка, составляет при этом 20 - 30 процентов. Кроме того, значительно снижается износ лентопотяжных устройств, что практически также немаловажно для машин данного класса, особенно при большом объеме вычислений - порядка тысячи и более снимков в год.

Как следует из вышесказанного, система буферизации снижает среднее время перемотки МЛ до нескольких секунд

на снимок (до десяти). Тогда решающее значение для ускорения работы с каталогом приобретает сокращение затрат времени процессора на распаковку информации о звездах и на проверку выполнения критериев их отбора. Следовательно, для математической обработки фотографических наблюдений ИСЗ в режиме автоматического отождествления опорных звезд на ЭВМ класса М-20 наиболее эффективным является умеренно упакованный звездный каталог (два 45-разрядных слова на звезду) в сочетании с системой буферизации небольших его частей на запоминающем устройстве прямого доступа. Этот вывод, очевидно, справедлив также и для других ЭВМ, обладающих небольшой внешней памятью прямого доступа и ограниченными возможностями совмещения по времени работы внешних устройств и центрального процессора.

### Л и т е р а т у р а

1. Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalog. Smithsonian Institution, Washington, D.C., 1966.
2. Шелехов А.А., Селиванов Ю.П. Вычислительные машины. М., Энергия, 1973.
3. Енальский В.А., Павлик С.А. Каталог звезд в памяти ЭВМ и обслуживающие его программы. - Научные информации Астрономического Совета АН СССР, 1974, вып. 30.
4. Балодис Я.К. Об автоматическом отождествлении звезд. - Уч. записки Латв. Ун., 1972, т. 169.
5. Павлов Б.М., Посохов И.Н. Математическое обеспечение ЭВМ типа М-20. М., Наука, 1975.

### Р е з ю м е

Э. Э. М у к и н

#### ОПТИМАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ЗВЕЗДНОГО КАТАЛОГА НА ЭВМ ДЛЯ СПУТНИКОВОЙ АСТРОМЕТРИИ

Эффективность использования звездного каталога SAO для обработки фотографических наблюдений ИСЗ на ЭВМ с малым объемом памяти прямого доступа сильно зависит от структуры записи каталога на магнитной ленте. В данной работе

сформулированы основные принципы такой структуры, а также еще один дополнительный путь снижения затрат машинного времени: буферизация частей каталога, используемых неоднократно, в памяти прямого доступа. Несколько подробнее описана система, обеспечивающая автоматическую реализацию данного метода, и приведена экспериментальная оценка ее эффективности.

Библиогр. - 5 назв.

### K o p s a v i l k u m s

E. M ū k i n s

#### ZVAIGŽŅU KATALOGA OPTIMĀLĀ STRUKTŪRA UZ ESM MĀKSLĪGO PAVADŅU NOVĒROJUMU APSTRĀDĀŠANAI

SAO zvaigžņu kataloga izmantošanas efektivitāte ZMP fotogrāfisko novērojumu apstrādē uz ESM ar nelielu tieši adresējamās atmiņas apjomu ir lielā mērā atkarīgi no kataloga struktūras uz magnētiskās lentas. Rakstā formulēt: šādas efektīvas struktūras pamatprincipi, kā arī vēl viens papildu pasākums mašīnleika ietaupīšanai: vairākkārt lietojamo kataloga daļu buferizācija tieši adresējamā atmiņā. Sīkāk aprakstīta sistēma, kas automātiski realizē šo metodi, un sniegta tās efektivitātes eksperimentāls vērtējums.

## Summary

E. M u k i n s

### THE OPTIMAL ARRANGEMENT OF THE STAR CATALOG ON COMPUTER FOR SATELLITE POSITION REDUCTION

Efficient use of the SAO star catalog for the computerized reduction of the satellite photographic tracking data highly depends on the arrangement of the catalogue on the magnetic tape, if the direct-access memory is too small to accommodate it. The main principles of such an efficient arrangement are stated in this paper, along with an additional time-saving way of handling the catalogue: the temporary storage of repeatedly addressed portions in the direct-access memory. The system providing for automatic implementation of the latter method is also described in detail.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ  
И АСТРОМЕТРИИ, АСТРОНОМИЯ, 1978

УДК 521.2.29  
552.4.44

Л. К. Лауцениекс  
Я. В. Вяттер  
АО ЛПУ им. П. Стучки

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОТСЛЕЖИВАНИЯ ИСЗ

Аппроксимация видимого движения ИСЗ малым кругом [1 - 6] способствовала развитию наблюдений спутников устройствами на четырехосных монтировках.

Цель настоящей работы - дать формулы отслеживания ИСЗ по малому кругу и вычисления координат ИСЗ по известным наблюдениям, а также дать оценку применяемых в течение ряда лет в АО Латв.ГУ для наблюдений ИСЗ на лазерных даль-номерных алгоритмах аппроксимации видимого движения и прогнозирования прохождений ИСЗ.

Рассмотрим отслеживание ИСЗ по малому кругу. Угол отслеживания  $f_j$  - закон поворота вокруг орбитальной оси монтировки находится по формулам

$$\sin f_j = \frac{n_x \bar{\xi}_j - n_x \bar{\eta}_j}{\cos \beta_j \sqrt{n_x^2 + n_y^2}}, \quad \cos f_j = \frac{\bar{\xi}_j - n_x \sin \beta_j}{\cos \beta_j \sqrt{n_x^2 + n_y^2}}, \quad (1)$$

где  $\beta_j$  - значение угла наклона моментальной плоскости малого круга относительно большого круга в момент  $t_j$  ( $j$  - номер момента наблюдения),  $\bar{S}_j \{ \bar{\xi}_j, \bar{\eta}_j, \bar{\zeta}_j \}$  - единичный вектор топоцентрического направления на ИСЗ [7],  $\vec{n} \{ n_x, n_y, n_z \}$  - единичный вектор топоцентрического направления на полюс, малого круга, аппроксимирующего видимое движение ИСЗ.

Вычисления координат ИСЗ по известным углам отслеживания  $f_j$  и моментального наклона  $\beta_j$  малого круга (направление  $\vec{n}$  полюса малого круга известно) проводится следующим образом. По формуле (1) можно определить

$$\bar{\xi}_j = n_x \sin \beta_j + \sqrt{n_x^2 + n_y^2} \cos \beta_j \cos f_j, \quad (2)$$

а по формулам  $\bar{\xi}_j n_x + \bar{\eta}_j n_y + \bar{\zeta}_j n_z = \sin \beta_j$ ,  $\bar{\xi}_j^2 + \bar{\eta}_j^2 + \bar{\zeta}_j^2 = 1$ , определяющим координаты ИСЗ на малом круге, получим

$$\bar{\xi}_j = \frac{a n_x \pm n_y \sqrt{b(n_x^2 + n_y^2) - a^2}}{n_x^2 + n_y^2}, \quad \bar{\eta}_j = \frac{a - n_x \bar{\xi}_j}{n_y}, \quad (3)$$

где  $a = \sin \beta_j - n_2 \bar{\xi}_j$ ,  $b = 1 - \bar{\xi}_j^2$ .

Предполагается, что  $\beta_j$  и  $\bar{\xi}_j$  определены для истинных мест.

Далее приводим алгоритмы отслеживания видимого движения ИСЗ, реализуемые программными устройствами (ПУ). В зависимости от аргумента управления они разделяются, во-первых, на ПУ, содержащие в качестве аргумента управления время [4, 8, 9], и, во-вторых, на ПУ, использующие в качестве аргумента управления угол отслеживания [7, 10]. Программные устройства первого вида используются в серийных фотоустановках и широко описаны в литературе [11, 12, 13].

ПУ второго вида обладают некоторыми преимуществами. Во-первых, не нужно точное прогнозирование ИСЗ. — при вычислении эфемерид [7] достаточно знать элементы орбиты ИСЗ и коэффициенты их вековых изменений. Во-вторых, аналоговые исполнительные устройства ПУ с достаточной точностью элементарными функциями аппроксимируют видимое движение ИСЗ.

Отслеживание при гидировании ИСЗ производят, запуская ПУ лазерного дальномера при совпадении изображения ИСЗ о крестом наведения телескопа, который установлен на предвычисленный угол  $\bar{\eta}_j$  отслеживания. Для ПУ устанавливаются начальные параметры, рассчитанные при определении эфемерид по дополнительной программе. Уравнение видимой угловой скорости  $\omega$  для лазерного дальномера, созданного по программе "Интеркосмос", имеет алгоритм отслеживания

$$\omega = \frac{\omega_0 (k + \cos \gamma)^2}{(1+k)(1+k \cos \gamma)}, \quad (4)$$

а для экспериментального — алгоритм [7]

$$\omega = a + b \sin 2\gamma + c \cos 2\gamma, \quad (5)$$

где  $\omega_0$  — угловая скорость ИСЗ в точке кульминации ( $\gamma = 0$ ) и  $k$  — установочные параметры первого ПУ (4), а  $a, b, c$  — установочные параметры экспериментального ПУ (5).

Для характеристики точности этих ПУ приведен пример расчета эфемеридной скорости ИСЗ "Geos-A" на 01.04.77. для станции наблюдения № 3002. Результаты вычислений приведены в таблице I.

Таблица I

$\delta$ (град)	$\omega$ (град/сек)	$\omega'_1$ (" / сек)	$\omega'^2$ (" / сек)
-41.77	0.1317	50.40	0.56
-37.71	0.1337	45.72	0.36
-33.44	0.1455	40.68	0.00
-28.97	0.1522	36.72	0.85
-24.32	0.1578	31.32	0.33
-19.52	0.1623	25.56	-0.14
-14.59	0.1652	17.64	-2.16
-9.59	0.1676	12.96	-0.56
-4.55	0.1677	5.40	-1.19
0.48	0.1667	-0.36	0.18
5.44	0.1638	-7.56	-0.04
10.30	0.1598	-13.32	1.23
15.01	0.1542	-20.52	0.44
19.55	0.1479	-26.28	0.25
23.89	0.1414	-29.52	1.02
29.03	0.1342	-33.48	0.18
31.96	0.1274	-34.20	0.96
35.67	0.1204	-34.56	0.78
39.18	0.1133	-34.92	-1.09
42.48	0.1069	-33.48	-1.88

Остаточные скорости  $\omega'_{ост}$  и  $\omega'^2_{ост}$  характеризуют разность предвычисленных скоростей ИСЗ и скоростей по соответствующим алгоритмам. Особенностью алгоритма (4) отслеживания является сопряжение скорости задаваемой ПУ с видимой скоростью ИСЗ в точке кульминации, где  $\omega'_{ост} \approx 0$ . Многолетние наблюдения на лазерном дальномере "Интеркосмос" подтверждают удовлетворительную точность отслеживания, позволяющую получить в среднем 100 попаданий за одно прохождение [13].

Алгоритм (5) обеспечивает более высокую точность (не хуже 0,3%), которая граничит с точностью

аналоговых исполнительных устройств, осуществляющих этот алгоритм. Расчет установочных параметров  $a$ ,  $b$ ,  $c$  производят, решая систему уравнений (5) для предвычисленных сопряженных пар  $\omega_j$  и  $f_j$  методом наименьших квадратов.

Рассмотрим на примерах отслеживание ИСЗ и наведение лазерного дальмера в направлении перпендикулярном повороту вокруг орбитальной оси монтировки. Они обусловлены изменениями угла моментального наклона аппроксимирующего малого круга. Для характеристики величин угла моментального наклона приведены два примера эфемерид для ИСЗ "Geos-A" на 09.04.74. и "Explorer-19" на 06.09.74. и реальные наблюдения этих ИСЗ (по одному прохождению) для станции ИЮ84. Наблюдения использовались для проверки точности предвычислений ИСЗ и точности установочных параметров, а также для характеристики функции изменений, момен-

тальных углов наклона малого круга. Результаты сравнения приведены в таблицах 2 (Geos-A) и 3 (Explorer-19). По эфемеридам вычислены значения углов отслеживания  $\int_{\text{ЭФ}}$ , средний угол наклона малого круга  $\bar{\beta}_{\text{ЭФ}}$ , разности моментальных углов относительно среднего  $\Delta\beta_{\text{ЭФ}}$ . По наблюдениям вычислены соответствующие значения углов  $\int_{\text{набл}}$ ,  $\bar{\beta}_{\text{набл}}$  и  $\Delta\beta_{\text{набл}}$ . Из приведенных таблиц видно, что предвычисленные установочные параметры хорошо отражают видимое движение ИСЗ.

Имея неравномерное распределение наблюдений положений ИСЗ параметры малого круга вычисляются неуверенно (см. табл. 2:  $\bar{\beta}'_{\text{набл}}$  вычислено по двумя фотоснимкам), хотя разности моментальных углов наклона малого круга уменьшаются, причем малый круг может вырождаться в большой круг (рис. 1, где аппроксимация произведена по одному снимку). Функциональная зависимость разностей угловых моментальных наклонов малого круга может определяться неуверенно также при равномерном, но малочисленном распределении наблюдений по всей видимой траектории ИСЗ (см. табл. 3:  $\Delta\beta'_{\text{набл}}$  вычислены по средним углам отслеживания  $\int'_{\text{набл}}$ ). Для более точного определения функции моментального наклона малого круга желательно иметь многочисленное и равномерное распределение положений ИСЗ вдоль трассы отслеживания. Для примера, на рис. 2 изображено изменение  $\Delta\beta$  для спутника Explorer-19 (7 снимков с фиксированными положениями на каждом).

Оценивая применяемые в АО Латв.ГУ алгоритмы аппроксимации видимого движения и прогнозирования прохождения ИСЗ для лазерных дальномеров можно сделать вывод, что при более точных вычислениях возможно, посредством ввода корректирующих величин как по углу отслеживания, так и по наклону угла малого круга, достаточно точно синхронизировать движение визирной линии телескопа с видимым движением ИСЗ, что дает надежды использовать четырехосные мониторы лазерных дальномеров в автоматическом режиме отслеживания.

Geos-A		$\beta_{\text{эф}} = 3^{\circ} 950$	$\beta_{\text{набл}} = 1^{\circ} 047$	$\beta'_{\text{набл}} = 3^{\circ} 315$
$\gamma_{\text{эф}}$	$\gamma_{\text{набл}}$	$\Delta\beta_{\text{эф}}$	$\Delta\beta_{\text{набл}}$	$\Delta\beta'_{\text{набл}}$
-7.13	-6.22	45.8	31.0	0.7
-0.85	-4.75	-114.7	8.7	-20.9
5.33	17.63	61.8	-70.0	0.7
11.34	19.04	-27.0	-61.7	0.3
17.07	20.45	30.4	-51.2	0.5
22.54	28.16	-3.6	8.6	
27.60	29.44	-40.1	13.7	
32.41	30.76	-47.3	31.1	
36.79	31.46	133.4	37.7	
40.34	37.83	-28.1	67.7	
44.69	39.13	60.6	71.2	
48.12	45.61	114.1	44.5	
51.34	48.06	-96.1	17.2	
54.36	54.49	-38.3	-136.3	

Таблица 3

Explozet-19		$\beta_{\text{эф}} = 3^{\circ} 739$	$\beta_{\text{набл}} = 8^{\circ} 730$	$\beta'_{\text{набл}} = 3^{\circ} 646$
$\gamma_{\text{эф}}$	$\gamma_{\text{набл}}$	$\Delta\beta_{\text{эф}}$	$\Delta\beta_{\text{набл}}$	$\Delta\beta'_{\text{набл}}$
26.37	26.04	-3.0	74.4	45.2
21.59	23.59	112.6	39.9	$\gamma'_{\text{набл}} = 26^{\circ} 56$
16.16	16.06	-7.9	-34.8	-38.3
10.63	12.80	-39.1	-55.4	$\gamma'_{\text{набл}} = 15^{\circ} 77$
5.02	4.69	-203.0	-75.3	-64.2
-0.51	1.62	29.3	-68.5	$\gamma'_{\text{набл}} = 4^{\circ} 60$
-5.97	-6.15	64.5	-25.7	-10.2
-11.28	-9.40	-97.0	5.0	$\gamma'_{\text{набл}} = 6^{\circ} 44$
-16.41	-16.60	94.6	65.3	68.0
-21.26	-19.79	-105.4	87.7	$\gamma'_{\text{набл}} = 16^{\circ} 88$
-25.85	-26.11	128.0	92.7	76.6
-30.20	-29.25	201.1	74.3	$\gamma'_{\text{набл}} = 26^{\circ} 39$
-34.34	-34.57	-112.4	-33.0	-81.0
-38.11	-37.64	-102.5	-142.2	$\gamma'_{\text{набл}} = 34^{\circ} 83$

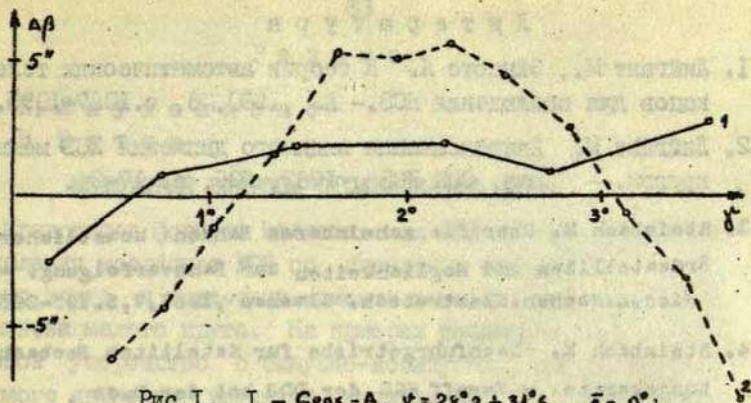


Рис.1. 1 - Geos-A,  $\gamma = 28^{\circ}, 2 + 34^{\circ}, 6$ ,  $\bar{\beta} = 0^{\circ}$ ;  
 2 - Explorer-19,  $\gamma = 27^{\circ}, 5 + 30^{\circ}, 6$ ,  $\bar{\beta} = 2^{\circ}, 8$ .

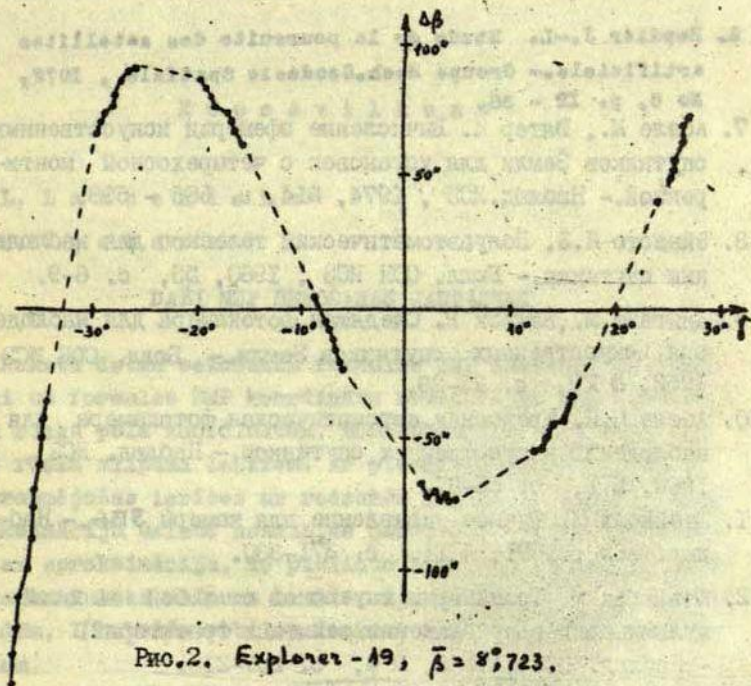


Рис.2. Explorer-19,  $\bar{\beta} = 8^{\circ}, 723$ .

## Л и т е р а т у р а

1. Лийгант М., Эйнасто Я. К теории автоматических телескопов для наблюдения ИСЗ.- АЕ ,1960, №6, с.1037-1095.
2. Лийгант М. Аппроксимация видимого движения ИСЗ малым кругом. - Булл. СОН ИСЗ , 1962, №29, с. 17-24.
3. Steinbach M. Über die scheinbaren Bahnen künstlicher Erdsatelliten und Möglichkeiten zur Bahnverfolgung. - Wiss.Z.Hochsh.Elektrotech. Ilmenau ,1961,7,5.197-203.
4. Steinbach M. Nachführgetriebe für Satelliten Beobachtungsgeräte. - Veroff NCG der DDR bei der DdW , Berlin, 1964, No 9, S. 5 - 47.
5. Лийгант М. К теории следящих фотокамер для наблюдения искусственных спутников Земли.- Публикации Тартуской астрофиз. обс. ,1965,т. 35, № 4, с. 203 - 249.
6. Heudier J.-L. Etude de la poursuite des satellites artificiels.- Groupe Rech.Geodesie Spatiale , 1972, № 6, p. 12 - 38.
7. Абеле М., Вятер Я. Вычисление эфемерид искусственных спутников Земли для установок с четырехосной монтировкой.- Наблюд.ИСЗ , 1974, №14, с. 585 - 598.
8. Эйнасто Я.Э. Полуавтоматический телескоп для наблюдения спутника.- Булл. СОН ИСЗ , 1960, №5, с. 6-9.
9. Лийгант М., Кахуск Р. Следящая фотокамера для наблюдения искусственных спутников Земли.- Булл. СОН ИСЗ , 1962, № 29, с. 25-29.
10. Абеле М.К. Трехосная автоматическая фотокамера для наблюдений искусственных спутников.- Наблюд. ИСЗ , 1962, № I, с. 55-61.
11. Штейнбах М. Ручное управление для камеры ЗВ6.- Наблюд. ИСЗ , 1971, № II, с. 371-380.
12. Штейнбах М. Траектории спутников с любой высотой кульминации в приближении зенитных траекторий. - Наблюд. ИСЗ , 1965, № 4, с. 207-215.
13. Каталог результатов лазерных наблюдений. Станция № 1901. Астрономический Совет АН СССР, 1974.

## Резюме

Л. К. Лауцениекс

Я. В. Вяттер

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОТСЛЕЖИВАНИЯ ИСЗ

Приводятся формулы отслеживания ИСЗ по малому кругу и вычисления координат ИСЗ по известным координатам полюса малого круга и известным моментальным углам отслеживания и наклона малого круга. На примерах показано, что программное устройство с синусно-косинусной аппроксимацией видимого движения улучшает невязки на  $I + 2$  порядка по сравнению с аппроксимацией применяемых до сих пор в лазерных установках и что угол наклона малого круга, вычисленный по эфемеридам, в пределах  $I'$  соответствует полученному из наблюдений.

K o r s a v i l k u m s

L. Laučenieks

J. Vjaters

## DAŽI MZP SEKOŠANAS JAUTĀJUMI

Rakstā dotas sekošanas formulas ZMP kustībai pa mazo riņķi un formulas ZMP koordinātu noteikšanai pēc zināmām mazā riņķa pola koordinātēm, momentālajiem sekošanas un mazā riņķa slīpuma leņķiem. Ar piemēriem parādīts, ka programmējošās ierīces ar redzamās kustības sinus-kosinus aproksimāciju uzlabo nesaistes par  $I + 2$  kārtām salīdzinot ar aproksimāciju, ko pielieto līdz šim lāzeru ierīcēs un ka mazā loka slīpuma leņķis, kas izskaitļots pēc eфемеридām,  $I'$  robežās atbilst leņķim, kas dabūts pēc novērojumiem.

## Summary

L. Lauceniks

J. Vyaters

## SOME AES TRACKING QUESTIONS

AES tracking formulae on the small circle and the AES coordinate computation formulae from known small circle pole coordinates, instantaneous tracking angle and instantaneous angle of the small circle obliquity are given. It is shown by some examples, that AES visible motion programming devices with sinus-cosinus approximation reduce deviations by 1 to 2 orders of magnitude as compared with approximations currently used in the existing laser rangefinders, and the angle of the small circle obliquity calculated from ephemeris fits the observations to 1'.

ЛАТВИЙСКИМ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫМ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ  
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОМ МЕХАНИЗМЕ  
И АСТРОМЕТРИИ. АСТРОНОМИИ, 1978

УДК 621.855.2

А. В. Ш в е й ц  
Р. К. К а л н и н ь  
ПИ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗВЕЗДОЧКИ

Часть I

В астрометрии для осуществления вращательного движения применяются зубчатые моторы, соединенные с ведомым колесом. Так, например, для вращения безличных микрометров применяются небольшие электрические двигатели. При полной автоматизации пассажных инструментов применение электрических зубчатых моторов затруднительно из-за следующих причин:

- 1) зубчатые колеса разноразмерны по шагу, что вызывает неравномерность вращения,
- 2) зубчатые колеса с присоединенными массами имеют инерцию вращения,
- 3) требуется мгновенное отсоединение двигателя при остановке, так как двигатель давит на зубья колес.

Для количественной оценки ошибок шагов зубчатых колес могут быть применены специальные измерительные колеса, аналог которых в настоящее время применяется для оценки разноразмерности шагов звеньев цепей. В настоящей статье в качестве примера исследуется измерительная звездочка [I] с подвижными, подпружиненными зубьями. Контроль шагов звеньев цепей осуществляется двумя подвижными зубьями во время работы передачи. Точность измерения во многом зависит от параметров упругих элементов, сочетания движущихся масс. Для повышения точности измерения шагов необходимо произвести исследование работы системы с выявлением соответствующих практических рекомендаций.

Методы исследования и некоторые рекомендации вполне применимы для измерительных зубчатых колес. Применение таких измерительных колес, во-первых, даст количественные оценки неравномерности вращения пассажных инструментов, во-вторых, позволит произвести селективный подбор зубчатых колес при их изготовлении.

Измерительная ведущая звездочка с подвижными зубьями в целом может быть рассмотрена как динамическая колебательная система (рис. I), содержащая две массы  $m_1$ ,  $m_2$  подпружиненные упругими элементами, имеющими линейные характеристики с жесткостями  $C_1$ ,  $C_2$ . Исследования проведем поэтапно. Началом каждого этапа исследования принят момент времени соприкосновения шарнира с соответствующим профилем зуба. Для решения задачи ограничиваемся рассмотрением входа в зацепление отрезка цепи, состоящего из трех звеньев.

Ввиду сложности решения представленной задачи делаем некоторые допущения:

- 1) при полном зацеплении исключаем влияние остальных звеньев, приняв конечные шарниры трехзвенника фиксированными относительно основной звездочки;
- 2) пренебрегаем массой (ввиду ее малости) отдельного звена цепи, но учитываем его фактическую жесткость  $C_3$ ;
- 3) движение масс  $m_1$ ,  $m_2$  рассматриваем как прямолинейное;
- 4) пренебрегаем переносной и кориолисовой силами инерции, ввиду их незначительных величин;
- 5) по возможности не учитываем действие сил трения.

В результате этих допущений решение поставленной задачи может дать лишь качественные рекомендации, т.е. без представления конкретных количественных оценок. Кроме того, следует считать задачу разрешимой только при сочетании экспериментальных и теоретических исследований динамики функционирования измерительной звездочки.

Исследование изменения взаимной ориентации подвижных зубьев во времени  $t$  удобно произвести решением и анали-

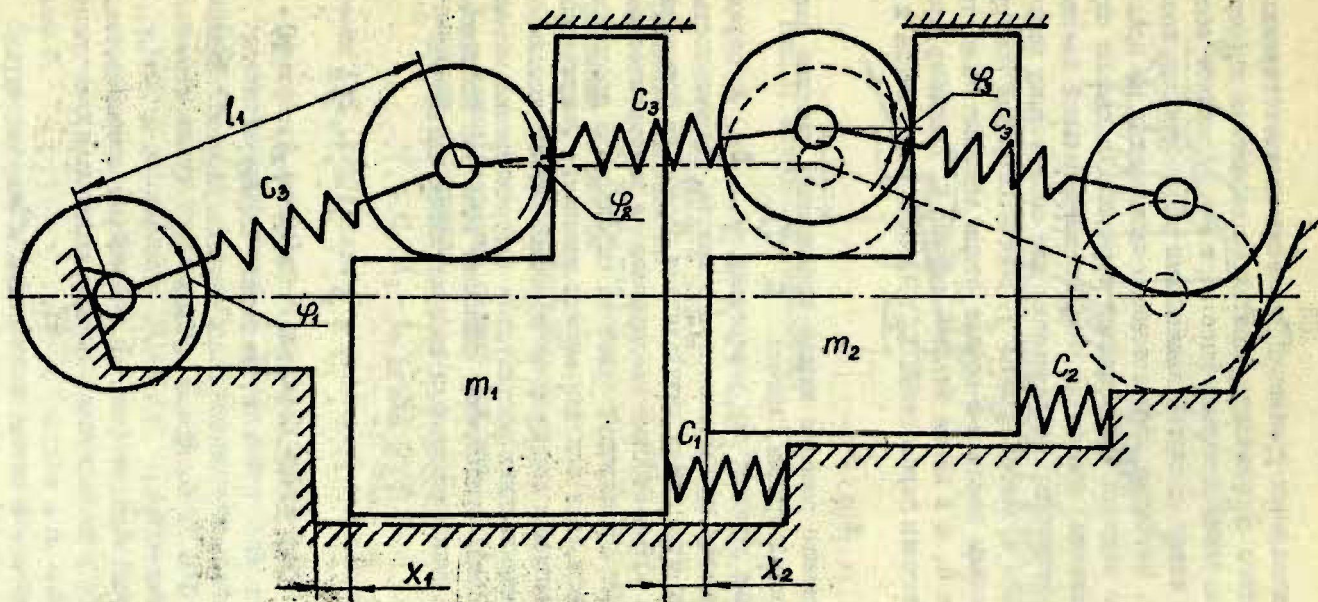


Рис. I. Общая схема для динамического исследования функционирования измерительной звездочки.  
 $x_2$  - перемещение, характеризующее величину шага звена.

вом дифференциальных уравнений движения соответствующих масс. Для этого составляются поэтапные выражения дифференциальных уравнений движения масс  $m_1$  и  $m_2$ . Конечное состояние каждого этапа является начальными условиями для последующего этапа. Методика исследования основывается на предположении, что ведущая ветвь цепной передачи (в данном случае - трехзвенник) вращается вокруг измерительной звездочки. Ввиду поэтапного исследования для обозначения величин в каждом этапе присвоен индекс  $j$ , соответствующий номеру этапа. Значениям величин в начале этапа дополнительно присвоен индекс 0, а в конце этапа - индекс К. Например, обозначения величины перемещения  $X_I$  в начале  $j$ -го этапа и в конце:

$$x_{1j0}, x_{1jk}.$$

В первом варианте решения задачи принимались средние значения жесткостей пружин, причем  $C_1 = C_2$ .

Начальные условия для переменных  $\varphi$ ,  $\ell$ ,  $x$  определялись при помощи крупномасштабного макета. Длительность каждого этапа уточнялась результатами обработки фотонегативов камеры СФР-Д-Г [2]. Ниже представленные математические модели не дают однозначный ответ на определение продолжительности этапа, так как неизвестно изменение фактической взаимной ориентации шарниров во времени. Однако использование экспериментальных результатов (корректировка математических моделей) существенно повышает качество исследования динамики функционирования измерительной звездочки.

### И этап

Дифференциальное уравнение в I этапе (рис. 2) имеет вид:

$$(m_1 + m_2) \ddot{x}_{11} = N_1 - C_1(x_{11} + \Delta_1) - C_2(x_{11} + \Delta_2), \quad (1)$$

где  $N_1$  - нормальное давление на первый шарнир,

$\Delta_1, \Delta_2$  - величины предварительных натягов упругих элементов I и II подвижных зубьев.

$N_1$  находят используя:

1) уравнения равновесия (рис. 3) (без учета трения, т.к. перемещения в данном этапе относительно малы),

где  $S$  - натяжение в ведущей ветви,

$T_1$  - натяжение в звене после входа в зацепление,

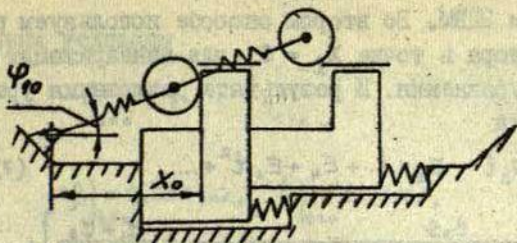


Рис.2. Схема исходного состояния I этапа исслед.

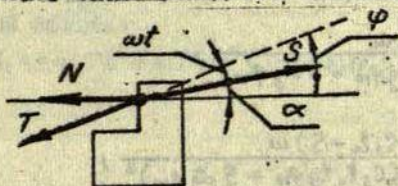


Рис.3. Схема сил равновесия.

$$N_1 = -T_1 \cos \varphi_1 + S \cos \alpha, \quad (2)$$

$$T_1 \sin \varphi_1 = S \sin \alpha, \quad (3)$$

2) уравнение кинематики

$$\alpha = (\varphi_{10} - \omega t), \quad (4)$$

3) уравнение геометрии

$$\cos \varphi_1 = \frac{x_{10} + x_{11}}{l_1}, \quad (5)$$

где  $x_{10}$  - конструктивный размер (см.рис. 2 ),

4) уравнение деформации

$$T_1 = C_3 (l_1 - l_{10}) + S, \quad (6)$$

где

$$\Delta l_1 = l_1 - l_{10}, \quad l_1 < l_{10},$$

$l_{10}$  - межосевое расстояние шарниров звена при нагружении

растягивающей силой  $S$ . Решая совместную систему

уравнений (2), (3), (4), (5), (6) получаем  $N_1 = f(x_1, \varphi_1)$ .

Зависимость между переменными  $x_1, \varphi_1$  дана уравнением

$F(x_1, \varphi_1) = 0$ , а зависимость  $x_1 = x_2(\varphi_1)$  в явном виде полу-

чить невозможно. Подставляя полученное  $N_1$  в уравнение

(1) получаем нелинейное уравнение второго порядка относи-

тельно  $x$ .

Полученное дифференциальное уравнение решаем двумя способами. Первый способ - численный метод Рунге - Куты

с использованием ЭЦВМ. Во втором способе используем разложение в ряд Тейлора в точке  $X_I = 0$ , для линеаризации дифференциального уравнения. В результате разложения уравнение принимает вид

$$\ddot{x}_1 = E_1 x_1 + E_3 t + E_2 x_1 t + E_4 + E_5 t^2 + \dots \quad (7)$$

где

$$E_1 = - \left[ \frac{C_3 S}{(m_1 + m_2) \cos \varphi_{10} \sin \varphi_{10} (C_3 l_0 \operatorname{tg} \varphi_{10} + S \operatorname{ctg} \varphi_{10})} + \frac{C_1 + C_2}{m_1 + m_2} \right],$$

$$E_3 = \frac{C_3 S l_0 \omega}{(m_1 + m_2) \cos \varphi_{10} (C_3 l_0 \operatorname{tg} \varphi_{10} + S \operatorname{ctg} \varphi_{10})},$$

$$E_2 = \frac{C_3 S (C_3 l_0 - S) \omega}{(m_1 + m_2) \cos \varphi_{10} \sin \varphi_{10} (C_3 l_0 \operatorname{tg} \varphi_{10} + S \operatorname{ctg} \varphi_{10})^2},$$

$$E_4 = - \frac{C_1 \Delta_1 + C_2 \Delta_2}{m_1 + m_2}$$

( $E_1, E_2, E_3, E_4$  — постоянные коэффициенты). В процессе вычислений оказалось, что коэффициентами  $E_5, E_6$  ввиду их незначительности можно пренебречь. Для нахождения частного решения неоднородного уравнения применен метод неопределенных коэффициентов и для получения решения

$$x_1 = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + \dots \quad (8)$$

необходимо вычислить коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ ,

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0 \quad (\text{из начальных условий}),$$

$$a_2 = \frac{E_4}{2}, \quad a_3 = \frac{E_3}{6},$$

$$a_4 = \frac{E_1 E_4}{24}, \quad a_5 = \frac{E_1 a_3 + E_2 a_2}{20}.$$

По следующим общим исходным данным

$$\begin{aligned} C_1 = C_2 &= 200 \text{ Н/мм}, & C_3 &= 7,5 \cdot 10^4 \text{ Н/мм}, \\ S &= 2000 \text{ Н}, & \omega &= 175 \text{ рад/сек}, \\ \Delta_1 = \Delta_2 &= 0,5 \text{ мм}, & l_{10} = l_0 &= 12,7 \text{ мм}, \\ X_0 &= 16,8 \text{ мм}, & m_1 = m_2 &= 1,2 \text{ Н/сек}^2 \end{aligned}$$

и начальным условиям

$$x_1|_{t=0} = 0, \quad \dot{x}_1|_{t=0} = 0,$$

$$\varphi_1|_{t=0} = 0,336 \text{ рад}, \quad l_1|_{t=0} = 12,7 \text{ мм},$$

перемещение  $X_1$  в первом этапе описывается многочленом четвертой степени

$$x_1 = -41,7t^2 + 6,70 \cdot 10^4 t^3 - 1,25 \cdot 10^8 t^5 + 7,28 \cdot 10^3 t^4. \quad (9)$$

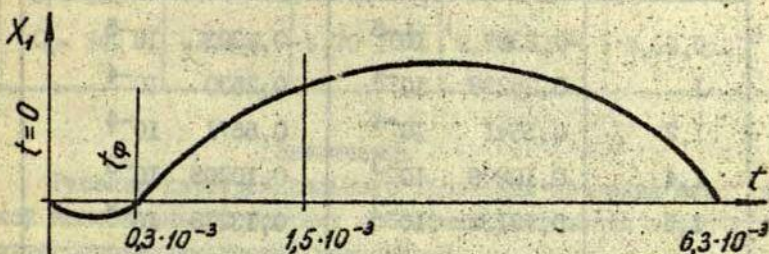


Рис. 4. Общий вид функции, описывающей перемещение  $x_1$  на I этапе.

Отрицательная часть графика получается в связи с заданными начальными условиями, т.к. упругие элементы имеют предварительный натяг равный  $-c_1 \Delta_1 - c_2 \Delta_2$ . Момент начала этапа в математической модели — это момент соприкосновения первого шарнира с подвижным зубом. Перемещение подвижного зуба  $X_1$  начнется только после преодоления силы предварительного натяга, на рис. 4 этому соответствует момент  $t_\phi$ . Длительность первого этапа  $\bar{t}_1 = 1,5 \cdot 10^{-3}$  сек.

С целью контроля и оценки возможной ошибки, внесенной линеаризацией, в табл. 4 сведены результаты определения перемещения  $X_1$  во времени, полученные разложением в ряд Тейлора и численным интегрированием методом Рунге-Куты.

Как видно по результатам (табл. 4) разложение в ряд правой части дифференциального уравнения вблизи ко-

пустимо.

Влияние жесткости упругих элементов  $C_1, C_2$  двух измерительных звездочек на перемещение  $X_I$  в конце первого этапа показано в табл. 2 и табл. 3.

Таблица 1

Перемещение  $X_I$  в I этапе

$t$ $10^{-3}$ сек	$X_I$ [см]			
	Линеаризация		Интегрирование	
0,4	-0,2387	$10^{-5}$	-0,2383	$10^{-5}$
1	0,25298	$10^{-4}$	0,2530	$10^{-4}$
1,2	0,5541	$10^{-4}$	0,5571	$10^{-4}$
1,4	0,10209	$10^{-3}$	0,10205	$10^{-3}$
1,5	0,13132	$10^{-3}$	0,13218	$10^{-3}$

Таблица 2

Изменение перемещения  $X_I$  в зависимости от жесткостей  $C_1$  и  $C_2$  (при  $\Delta = 0,5$ )

Жесткость	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$X_I(t=1,5 \cdot 10^{-3})$ [мм]
$C_1 = C_2 = 200$	-41,667	$6,7 \cdot 10^4$	$7,276 \cdot 10^3$	$1,31 \cdot 10^{-3}$
$C_1 = 70$ $C_2 = 100$	-35,42	$6,7 \cdot 10^4$	$1,678 \cdot 10^3$	$1,46 \cdot 10^{-3}$
$C_1 = 160$ $C_2 = 340$	-52,8	$6,7 \cdot 10^4$	$1,09 \cdot 10^4$	$1,09 \cdot 10^{-3}$

Изменение перемещения  $X_1$  в зависимости от жесткостей  $C_1$  и  $C_2$  (при  $\Delta = 1,0$ )

Жесткость	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$x_1(t=1,5 \cdot 10^{-3})$ [мм]
$C_1 = C_2 = 200$	-83,33	$6,70 \cdot 10^4$	$1,455 \cdot 10^4$	$0,38 \cdot 10^{-3}$
$C_1 = 70$ $C_2 = 100$	-70,82	$6,70 \cdot 10^4$	$3,36 \cdot 10^3$	$0,67 \cdot 10^{-3}$
$C_1 = 160$ $C_2 = 340$	-104,2	$6,70 \cdot 10^4$	$2,18 \cdot 10^4$	$0,08 \cdot 10^{-3}$

#### Заключение

Решение дифференциального уравнения движения масс динамической колебательной системы способами разложения в ряд и численным интегрированием вполне равноценно.

#### Л и т е р а т у р а

1. Швейц А.В., Салениекс Н.К. Измерительная звездочка. Авт. свид. № 391311, Бюллетень изобретения, изобретения и товарные знаки, 1973, № 31.
2. Клявини А.Р., Мазайс Я.Р., Салениекс Н.К. Высокоскоростное фотографирование быстродействующих механизмов установкой СФР-Л-1. -Тезисы докладов ВНТК Современное состояние и перспективы высокоскоростной фотографии и кинематографии и метрологии быстродействующих процессов, М., 1972.

А.В.Швейц

Р.К.Калнинь

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗВЕЗДОЧКИ

Решение дифференциального уравнения движения масс динамической колебательной системы способами разложения в ряд и численным интегрированием вполне равноценно.

Библиогр. - 2 назв., иллюстр. - 4, табл. - 3.

K o r z a v i l k u m s

A. Š v e i c s

R. K a l n i n a

## MĒRZVAIGZNĪTES DINAMISKĀS DARBĪBAS PĒTĪŠANA

Masu kustības diferenciālvienādojuma risināšana dinamiskai svārstību sistēmai ar izvirzīšanu rindā un skaitliskās integrēšanas paņēmieniem dod līdzvērtīgus rezultātus.

S u m m a r y

A. Š v e i c s

R. K a l n i n a

INVESTIGATION OF FUNCTIONATING DYNAMICS  
OF CONTROL CHAIN-WHEEL

Calculation of mass-transfer differential equation for a dynamic oscillation system with displaying in the line and with numerical integration methods gives the equal results.

## С о д е р ж а н и е

1. М.А.Диркио. О некоторых особенностях движения малых планет вблизи соизмеримости $2/1$ с Юпитером . . . . .	3
2. К.А.Штейнс. О границах применения формулы Эпика . . . . .	11
3. И.А.Ревина. Возмущение со стороны звезд на движение долгопериодических комет . . . . .	15
4. И.А.Ревина. О границах солнечной системы . . . . .	23
5. Ю.А.Фрейманис. О спектрах некоторых функций . . . . .	28
6. Ю.Х.Жагар. Построение вертикального подвижного барьера поиска ИСЗ . . . . .	35
7. А.Я.Зариныш. О прогнозировании прохождений ИСЗ с помощью подвижного вертикального барьера . . . . .	46
8. К.А.Штейнс. О требованиях к программе вычисления поправок часов . . . . .	55
9. П.П.Розенберг. Об отчете показаний уровня пассажного инструмента . . . . .	60
10. Э.Э.Мукин. Оптимальная структура звездного каталога на ЭВМ для спутниковой астрометрии . . . . .	68
11. Л.К.Лауцениекс, Я.В.Вятер. Некоторые вопросы отслеживания ИСЗ . . . . .	76
12. А.В.Шрейдц, Р.К.Малнинь. Исследование динамики функционирования измерительной звездочки . . . . .	85

## C o n t e n t s

1. M. Dirkiš. Some peculiarities in the motion of asteroids closet $2/1$ commensurability with Jupiter . . . . .	3
2. K. Šteins. On the application limits of the Opik formula . . . . .	11
3. I. Revina. Perturbations of stars on the motion of long-period comets . . . . .	15
4. I. Revina. About the limits of the solar system . . . . .	23
5. J. Freimanis. On spectra of some functions . . . . .	28

6. J. Žagars. The calculation of vertical barrier for prediction the satellites movement . . . . . 35
7. A. Zariņš. On the prognosticating of satellite pass using the mobile vertical barrier . . . . . 46
8. K. Šteins. On the requirements to the clock correction computation program . . . . . 55
9. P. Rozenbergs. About level reading of transit instrument . . . . . 60
10. E. Mūkins. The optimal arrangement of the star catalogue on computer for satellite position reduction . . 68
11. L. Lauceniēks, J. Vyaters. Some AES tracking questions. . 76
12. A. Šveics, R. Kalniņa. Investigation of functioning dynamics of control chain-wheel . . . . . 85

## А С Т Р О Н О М И Я

### ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ И АСТРОМЕТРИИ

Межведомственный сборник научных трудов

Редакторы: Л. Лауцениекс, Т. Фадеева  
Технический редактор С. Плауде  
Корректор П. Розенберг

Латвийский государственный университет им. П. Стучки  
Рига 1978

Подписано к печати 24.02.1978. ЯТ 04035. Зак. № 501.  
Бумага №1. Ф/б 60x84/16. 6,2 физ. печ. л.; 4,5 уч.-изд. л.  
Тираж 500 экз. Цена 45.р.

Отпечатано на ротапринтере, Рига-50, ул. Вейденбаума, 5  
Латвийский государственный университет им. П. Стучки