

Latvijas Universitāte
Ekonomikas un vadības fakultāte
Matemātiskās ekonomikas katedra

MAĢISTRA DARBS

Kapitāla aktīvu tirgus veidošanās modeļa veiktspēja krīzes laikā

Autors: Ekonomikas maģistra programmas
Matemātiskās ekonomikas virziena
Students Pāvels Jakubovs
Stud. Alp. Nr. PJ10038

Rīga, 2012

Satura rādītājs

Anotācija.....	3
Abstract.....	4
Saīsinājumu saraksts	5
Ievads.....	6
1. Investīciju portfeļa teorija	8
1.1. Riskantu un bezriskā aktīvu portfelis	8
1.2. Diversifikācija un portfeļu risks.....	10
1.2.1 Divu riskantu aktīvu portfelis.	11
1.2.2 Aktīvu izvietojums akcijās un obligācijās.	12
1.3. Markovica portfelis.	14
2. Vienfaktoru vērtspāpīru tirgus.....	15
2.1. Gadījuma lieluma blīvuma funkcija.....	16
2.2 Normalitāte ienesīgumā un sistemātisks risks.	17
2.3 Viena indeksa modelis.....	18
2.3.1 Indeksa modelis un diversifikācija.	18
2.3.2 Optimālais portfelis un vienu indeksu modelis.	21
2.4. Informācijas koeficients.....	22
2.5. Betu prognozēšana.	23
3. Kapitāla aktīvu tirgus cenu veidošanās modelis.....	24
3.1. Tirgus portfelis.	26
3.2. Individuāla aktīva sagaidāmas ienesīgums.	28
3.3. Aktīvu tirgus taisne.....	30
4. Portfeļu konstruēšana.	31
4.1. Datu izvēle.....	31
4.2. Datu pirmsapstrāde.	33
4.3. Aktīvu un portfeļa betas novērtēšana.	36
5. CAPM rezultātu iegūšana un pārbaudīšana.	39
5.1. Regresijas analīze. Tieša regresija	39
5.1.1. Lūzuma punkti	40
5.1.2. <i>Chow</i> tests.....	40
5.1.3. 1-soļu <i>Chow</i> tests.....	41
5.1.4 Lūzuma punkta <i>Chow</i> tests.....	44
5.1.5 <i>Quandts</i> logaritmiskās līdzības proporcija.....	42
5.1.6 Rekursīvais novērtējums	44
5.1.7 Rekursīvs RSS.....	43
5.2. Aktīvu un portfeļa betas novērtēšana.....	44
5.3. <i>Chow</i> testu rezultāti 2004-2007. gados	47
5.4. Betas konverģēšana 2008. gadā.	56
5.5. <i>Chow</i> testu rezultāti iekļaujot 2008. gadu.	60
6. Secinājumi un kopsavilkums.	70
Literatūras saraksts.	73
1. Pielikums.	75
2. Pielikums.	80

ANOTĀCIJA

Maģistra darba tēma ir “CAPM efektivitāte krīzes laikā”. Ir daudz pētījumu, kuros tiek analizēts CAPM uzvedība un teorētisko novērojumu salīdzināšana ar empīriskiem datiem. Šī maģistra darba mērķis ir, balstoties uz ASV tirgus datiem, analizēt kā atšķiras CAPM efektivitāte krīzes laikā. Maģistra darba izstrādē tiek izmantota *Chow* testa analīze, lai novērtētu CAPM veiktspēju pirms krīzes un krīzes laikā. Darba izpildei tiek izmantots laika periods no 2004. gada 19. augusta līdz 2008. gada 30. decembrim.

Lai sasniegtu pētījuma mērķi autors risina šādus uzdevumus: dažādu portfeļu sastādīšana izmantojot CAPM, šo portfeļu uzvedības pētīšana līdz 2008. gadam un atsevišķi – visā periodā kopumā. Tiek meklēti lūzuma punkti regresijā un uz tā pamata tiek veidoti secinājumi par CAPM efektivitātes izmaiņām novērojumu periodā.

Autors secina, ka CAPM ir efektīvs pirms-krīzes laikā. Kaut gan, 2008. gada rezultāti norāda uz to, ka mazo beta (zem vieninieka) portfeļi, kā arī portfeļi, kuros bija atļautas īsas pozīcijas, neatbilst CAPM izvirzītam sakarībām starp aktīviem un tirgus kopumā. Portfeļiem, kurām beta koeficients bija tuvs vai virs vieninieka uzvedību izmaiņas 2007. gada beigās un 2008. gada sākuma periodā nebija tik lielās, lai tās varētu uzskatīt kā nozīmīga CAPM sakarību maiņa.

ABSTRACT

The topic of the master thesis is “CAPM efficiency in crisis times”. There are a number of researches where CAPM behavior is being analyzed and theoretical data is being compared to empirical results. But this master thesis aim is to using USA marked data analyze how CAPM efficiency differs in crisis times. During this work author uses *Chow* tests to estimate the behavior before crisis time and in crisis. For this work the data set was used which includes historical period from the 19th of august 2004 till 30th of December 2008.

To achieve the aim of this paper author is making the following steps: put together different portfolios based on CAPM and these portfolio behavior examine on the period before the 1st of january 2008 and then on the whole data set, including the year 2008. Authors tries to identify the break-points in the regressions and on that basis to make conclusions about CAPM efficiency in the selected dataset.

Author concludes that CAPM is effective in „before-crisis” period. But results from the year 2008 show that low beta (smaller than one) portfolios and portfolios where short selling was allowed are not that efficient as in previous periods. Portfolios with beta coefficients around one or bigger and without short positions change their behavior in the year 2008 not so much, that it can be called as the significant CAPM relationship change .

SAĪSINĀJUMU SARAKSTS

CAPM – Kapitāla aktīvu tirgus cenu veidošanās modelis (Capital asset pricing model)

IPO – Sākotnējais publiskais piedāvājums (Initial public offering)

DJIA – Dow Jones Industrial Average

RSS – Modeļu kļūdu kvadrātu summa (Residual sum of squares)

CAL – Kapitāla izvietojumu līkne (Capital allocation line)

NYSE – New York Stock Exchange

EF – Efektīva robeža (Efficient frontier)

IEVADS

Temata aktualitāte. Ir ļoti daudz pētījumu, kuri apskata kapitāla aktīvu tirgus cenu veidošanās modelis (CAPM) efektivitāti. Kaut gan ir daudz pierādījumu, ka CAPM neatbilst empīriskiem novērtējumiem¹ un ka tikai ar vienu faktoru – beta – nevar pilnīgi aprakstīt atsevišķo aktīvu uzvedību. Šī darba ietvaros CAPM efektivitāte tiek pētīta no cita aspekta. Šis maģistra darbs koncentrējas tieši uz efektivitātes izmaiņām pirms-krīzes un krīzes laikā. Tiek pētīts, vai efektivitātes līmenis un sakarības starp aktīviem un tirgus, kurus izvirza CAPM modelis, ir vienādi periodos, kad pasaules ekonomika attīstās vienmērīgi un bez šokiem vai krīzes laikā.

Pētījuma mērķis ir, analizējot ASV akciju tirgu izmantojot dienu cenu izmaiņas, noskaidrot, vai CAPM izvirzītas sakarības – betas – saglabājas pirms-krīzes un krīzes periodos.

Lai sasniegtu izvēlēto mērķi, maģistra darbā tiek risināti sekojoši uzdevumi:

- literatūrā izpētīt teoriju par kapitāla aktīvu tirgus cenu veidošanās modeli
- sastādīt dažādus portfeļus balstoties uz CAPM pieņēmumiem
- izvēlēties vēsturisko periodu, kurš iekļauj sevī gan krīzes laiku, gan attīstīšanas periodu
- Definēt pētījumam nepieciešamos kritērijus, uz kuru pamata var secināt par modeļa efektivitāti
- Veikt portfeļu ienesīguma analīzi izmantojot iepriekš izmeklēto metodoloģiju
- Novērtēt pētījuma iegūtos rezultātos

Pētījumā izmantotās metodes. Maģistra darba izstrādē tiek izmantotas kvantitatīvās pētījuma metodes. Autors izmanto *Chow* testa palīdzību, lai atbildētu uz jautājumu, vai CAPM efektivitāte izmaiņas ir nozīmīgas noteiktā laika periodā. Autors izmanto 847 darba dienu novērtēšanas periodu, ka pirms krīzes laiks un 253 darba dienu novērtēšanas periodu, ka krīzi.

Lai sasniegtu pētījuma mērķi un varētu izdarīt secinājumus par CAPM efektivitāti, tiek risināti divi jautājumi:

1. vai CAPM izvirzītas sakarības ir stacionāras pirms-krīzes laikā?

¹ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

2. vai krīzes laikā ir novērojamas nozīmīgas novirzīšanas starp empīriskiem un teorētiskiem datiem

Pētījuma periods. Autors aplūko akciju un indeksu dienas ienesīgumus periodā no 2004.gada 19. augusta līdz 2008. gadam 30. decembrim. Šīs laika periods izvēlēts apzināti. 2004.gada datums tiek izvēlēts tādēļ, jo šajā diena bija Google korporācijas pirmais izvietojums atklātā tirgū. Google korporāciju akcijas tiek iekļautas analizēto datu kopumā savas lielas kapitalizācijas dēļ. Ir daudzi fondu indeksi, kur aktīvu svāri ir proporcionāli kapitalizācijai, piemēram Nasdaq-100, un, ka rezultātā, tādām lielām korporācijām, ka Google ir liels īpatsvars tajos. 2008. gads bija izvēlēts kā krīzes gads. Kaut gan vissmagākais krīzes gads bija 2009, akciju tirgos tas var nosaukt par veiksmīgo, jo uz gada nobeigumu indeksu pieaugums bija pozitīvs.

Pētījuma ierobežojumi. Pirmais, un vislielākais ierobežojums ir tirgus koncepcija. CAPM modeļi zem tirgus termina saprot visus aktīvus pasaulē, bet tas nevar fiziski aprakstīt ar vienu indeksu. Tāpēc šī darbā ietvaros par tirgus etalonu tiek ņemts Dow Jones Industrial Average indekss. Otrais ierobežojums ir bez riska likmes novērtēšana. Par tās etalonu tiek ņemts ilgtermiņa ASV obligāciju likme². Kaut gan var pieminēt, ka dienu mērogā bez riska likme ir ļoti maza un tās ietekme uz rezultātiem ir niecīga. Un pēdējais ierobežojums ir aktīvu skaits, kurš tiek izmantots portfeļu veidošanai. ŅjuJorkas NYSE birža šobrīd tirgojas vairāk par 8,000 aktīviem. Tādu datu masīvu nevar apstrādāt tieša veidā uz personāliem datoriem. Tāpēc tiek ņemti 47 tirgotie aktīvi ar vislielāko tirdzniecības apjomu.

Pētījuma struktūra. Maģistra darba iekšējais sadalījums ir sastādīts tā, lai risinātu izvirzītos uzdevumus. Darba pirmā nodaļa „Investīciju portfeļa teorija” tiek apskatīta teorija par investīciju portfeļu konstruēšanu. Otrajā nodaļā ir doti priekšstati par vienu indeksu modeļi un trešajā nodaļā ir teorētisks izklāsts par CAPM modeli. Ceturtā nodaļā „Portfeļu konstruēšana” ir veikta datu pirmsapstrāde, ka arī investīciju portfeļa sastādīšana. Piektajā nodaļā „CAPM rezultātu iegūšana un pārbaudīšana” portfeļi tiek pārbaudīti ar testu kopumu, lai savāktu datus kuri palīdzēs atbildēt uz darba uzstādīto mērķi. Pēdējā nodaļa „Rezultātu analīze” iekļauj sevī kopsavilkumu par eksperimentu un, izmantojot teorētisko aparātu, secinājumi par maģistra darba uzdevumiem.

² Chris Brooks & Frank Skinner „What will be the risk-free rate and benchmark yield curve following European monetary union?” 2000. gads

1. INVESTĪCIJU PORTFEĻA TEORIJA

1.1. Riskantu un bezriskā aktīvu portfelis

Investīciju portfeļa konstruēšanu var apskatīt kā procesu, kurš sastāv no diviem soļiem: vispirms jāpieņem lēmumu, kādus riskantus aktīvus, piemēram akcijas, vēlās investors un otrkārt – izvēlēties proporciju, cik daudz jāinvestē riskantos aktīvos un cik – bezriskā aktīvos, piemēram īstermiņa obligācijas. Tas ir iespējams tikai tad, kad ir zināms gan aktīva sagaidāmais ienesīgums, gan riska pakāpe.

Pieņemsim, ka investors izvēlējās vienu riskantu aktīvu un vienu bezriskā aktīvu, kuros viņš grib investēt. Nākamais jautājums ir cik daudz investēt riskantā aktīva? Pieņemsim, ka y būs investēts riskantā aktīva P un $1-y$ – bezriskā aktīvā F .

Sagaidāmais ienesīgums riskantām aktīvam ir $E(r_p)$, un tās standartnovirze ir σ_p . Bezriskā aktīva ienesīgums ir r_f . Tagad, mēs varam aprēķināt pilna portfeļa C sagaidāmo ienesīgumu³:

$$E(r_c) = yE(r_p) + (1-y)r_f = r_f + y[E(r_p) - r_f] \quad (1.1)$$

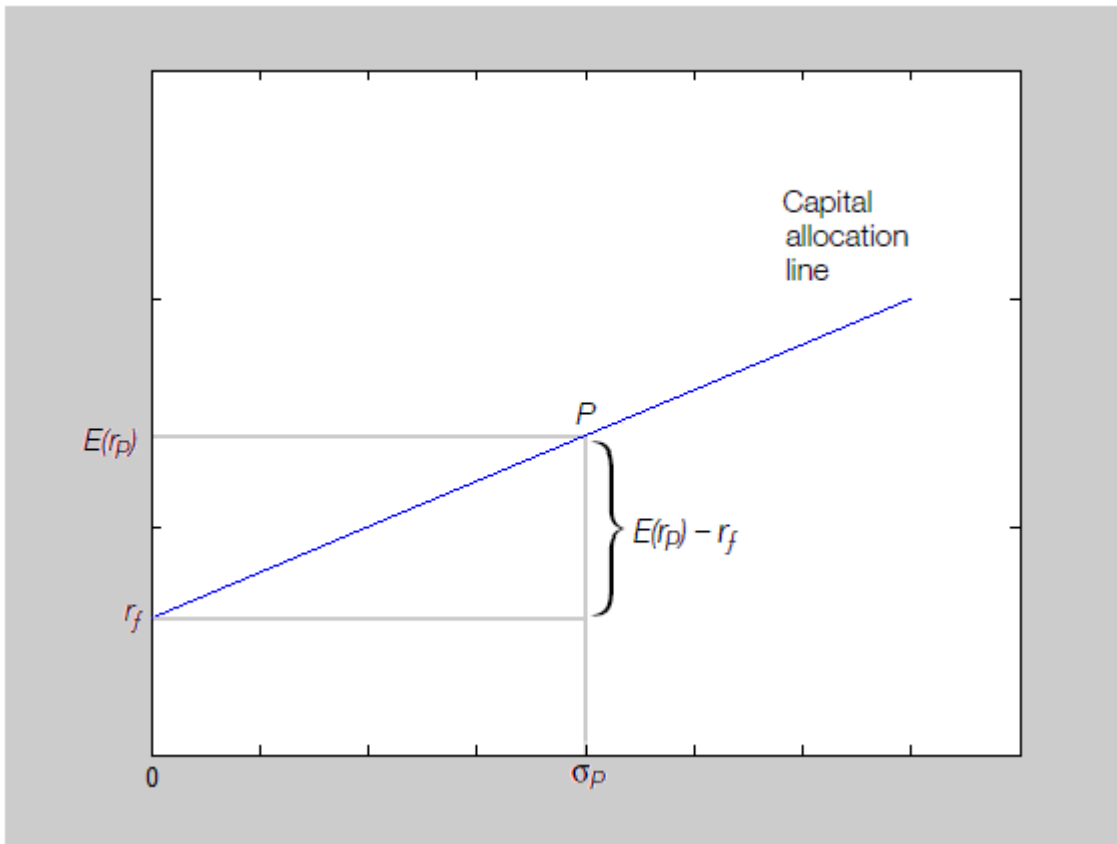
Šis rezultāts ir viegli interpretējams. Portfelim ir „bāzes” ienesīgums, kurš ir vienāds ar bezriskā likmi. Kā papildinājums, portfelis sagaida papildus ienesīgumu, kurš ir atkarīgs no riskanta aktīva riska prēmijas, $E(r_p) - r_f$, un investora pozīcijas šajā aktīvā – y .

Kad mēs kombinējam riskantu un bezriskā aktīvu vienā portfelī, tad standartnovirze ir proporcionāla riskanta aktīva dispersijai un no tā, cik daudz ir investēts tajā. Formulas veidā tās var pierakstīt sekojoši:

$$\sigma_c = y \cdot \sigma_p \quad (1.2)$$

Lai labāk saprastu portfeļa īpašības, to bieži attēlo sagaidāma ienesīguma – standartnovirzes plaknē.

³ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.



Zīm. 2.1. Portfeļa izvietojums ienesīguma-riska plaknē

Bezriskā aktīvs F parādās vertikālā asī, jo tām standartnovirze ir 0. Riskants aktīvs P ir attēlots punktā $(E(r_p); \sigma_p)$. Jebkurš portfelis, kurš sastāv no diviem aktīviem F un P būs uz taisnes, kura iet caur šiem punktiem. Šīs taisnes slīpumu var aprēķināt pēc formulas $\frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$.

Izmantojot portfeļa standartnovirzes vienādojumu $\sigma_c = y \cdot \sigma_p$, mēs varam pārrakstīt portfeļa sagaidāmo ienesīgumu:

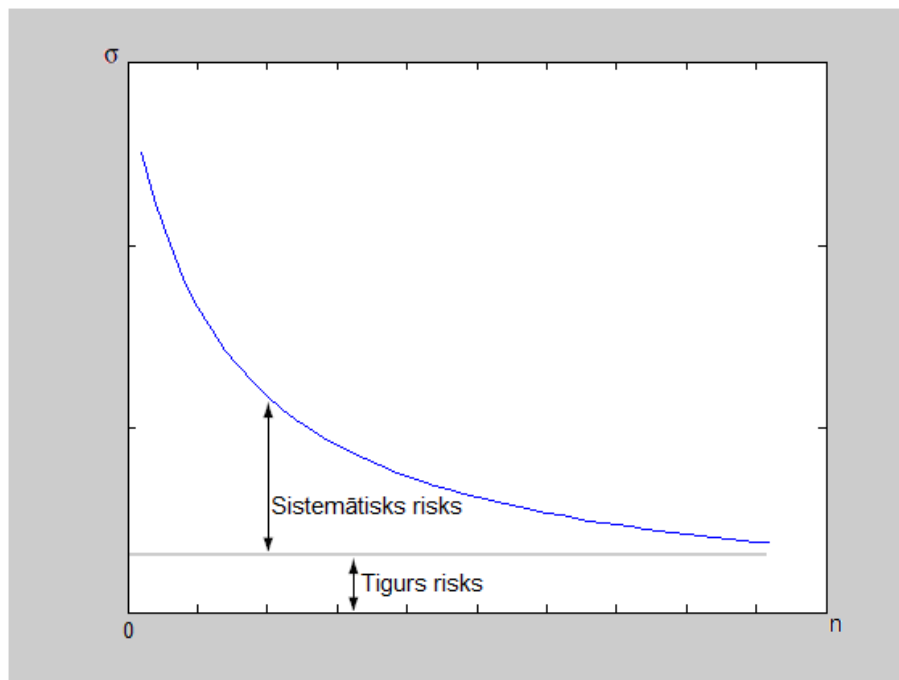
$$E(r_c) = r_f + \frac{\sigma_c}{\sigma_p} [E(r_p) - r_f] \quad (1.3)$$

Līniju, kura iet caur punktiem F un P sauc par kapitāla izvietojuma taisni (Capital allocation line). Tās parāda uz riska-ienesīguma iespējamam kombinācijām, kuri ir pieejami investoriem. Šīs taisnes slīpums S ir vienāds ar sagaidāma ienesīguma pieaugumu par katru nākamo standartnovirzes vienību, vai, citiem vārdiem, peļņa–pret–volatilitātes proporcija (reward-to-volatility ratio).

1.2. Diversifikācija un portfeļu risks

Pieņemsim, ka portfelis sastāv tikai no vienas akcijas. Tad ir divi iemesli, no kuriem varētu rasties risks tādām portfelim. Pirmkārt, risks var parādīties valsts vai pasaules ekonomikas situāciju dēļ. Piemēram, biznesa cikli, inflācija, procentu likmes un valūtu kursu izmaiņas. Visi šie makroekonomiskie faktori, vairāk vai mazāk, ietekmē akciju ienesīgumu. Kā papildfaktori pie makroekonomiskiem radītiem, eksistē firmas specifiskie riski, kuri ir saistīti ar konkrēto nozari.

Gadījumā, ja mūsu portfelis sastāv no divām akcijām, tad riski, kuri ir saistīti ar konkrēto firmu ir dažādi, un tāda diversifikācija var samazināt kopējo portfeļa volatilitāti. Pie lielam akciju skaitam portfelī, specifisko, vai nesistemātisko risku var samazināt pie nullei. Tad portfelī paliek tikai tirgus risks, vai sistemātiskais risks. To nevar samazināt, izmantojot diversifikāciju.



Zīm. 2.2 Portfeļu risks atkarība no aktīvu skaita

1.2.1 Divu riskantu aktīvu portfelis

Portfelis, kurš sastāv no diviem riskantiem aktīviem ir diezgan viegli analizēt un secinājumi, kuri var izdarīt no tāda portfeļa var pielietot arī portfeļiem ar lielāko aktīvu skaitu.

Pieņemsim, ka mūsu portfelis sastāv no diviem aktīviem – D un E. Portfeļa sagaidāmais ienesīgums ir vienāds ar:

$$E(r_p) = w_D r_D + w_E r_E \quad (1.4)$$

Kur w_d un r_d ir attiecīgi D aktīva īpatsvars portfelī un ienesīgums. Tas pats attiecās uz E aktīvu. Tādam portfelim dispersiju apraksta sekojošs vienādojums:

$$\sigma_p^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 + 2w_D w_E \text{Cov}(r_D, r_E) \quad (1.5)$$

Kā mēs varam redzēt, portfeļa dispersija nav vidēji svērta no divu aktīvu dispersijai. Zinot dispersijas īpašības, šo vienādojumu var pārrakstīt sekojoši:

$$\sigma_p^2 = w_D^2 \text{Cov}(r_D, r_D) + w_E^2 \text{Cov}(r_E, r_E) + 2w_D w_E \text{Cov}(r_D, r_E) \quad (1.6)$$

No šī vienādojuma mēs varam secināt, ka portfeļa dispersija samazinās, ja kovariācijas koeficients ir negatīvs. Ir svarīgi arī tas, ka, ja pat kovariācija ir pozitīva, tad portfeļa dispersija joprojām ir mazāka nekā vidēji svērtā dispersija katra aktīva. Tikai gadījumā, kad aktīvu korelācija ir 1 (perfekta korelācija), tad portfeļa standartnovirze ir vienāda ar vidējo svērto dispersiju starp aktīviem.

Korelācijas un kovariācijas koeficientus saista sekojošs vienādojums:

$$\text{Cov}(r_D, r_E) = \rho_{DE} \sigma_D \sigma_E \quad (1.7)$$

Tad, portfeļa variācija ir vienāda ar:

$$\sigma_p^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 + 2w_D w_E \sigma_D \sigma_E \rho_{DE} \quad (1.8)$$

Jo lielāka ir absolūta korelācijas ρ_{DE} vērtība, jo lielāka ir portfeļa variācija. Gadījumā, kad $\rho_{DE} = 1$ variācijas vienādojums reducējas uz:

$$\sigma_p = w_D \sigma_D + w_E \sigma_E \quad (1.9)$$

Aktīvus, kuriem ir negatīva korelācija ar citiem aktīviem portfelī sauc par hedža aktīvu. To bieži pievieno portfelim, lai samazināto kopējo risku. Arī jāpiemīnē, ka sagaidāmais ienesīgums nav atkarīgs no korelācijas starp aktīviem. Gadījumā, kad korelācijas koeficienta vērtība ir minimāla, $\rho_{DE} = -1$, portfeļa variācijas vienādojums reducējas uz:

$$\sigma_p = |w_D \sigma_D - w_E \sigma_E| \quad (1.10)$$

No šī vienādojuma var izveidot perfekti nohedžeto portfeli, kura aktīvu īpatsvaram jābūt vienādiem ar:

⁴ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

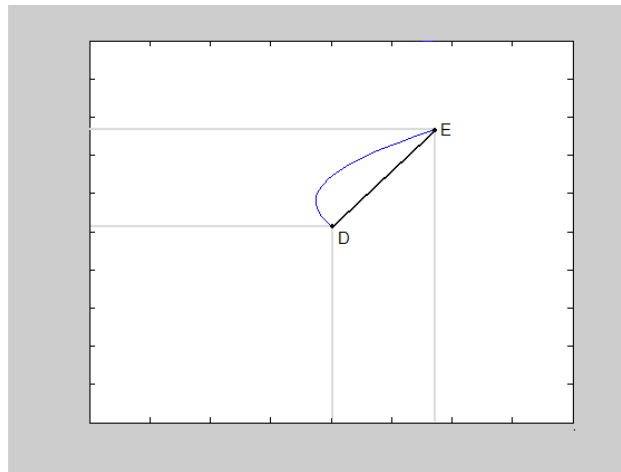
$$w_E = \frac{\sigma_D}{\sigma_D + \sigma_E} = 1 - w_D \quad (1.11)$$

Lai aprēķinātu īpatsvarus, kuri nodrošina minimālo variāciju portfelim, jāatrisina optimizācijas uzdevums. Gadījumā, kad mums ir divi aktīvi optimizācijas uzdevums reducējas uz vienādojumu:

$$w_{\min}(D) = \frac{\sigma_E^2 - Cov(r_D, r_E)}{\sigma_D^2 + \sigma_E^2 - 2Cov(r_D, r_E)} \quad (1.12)$$

Tādu portfeli sauc par minimālās variācijas portfeli. Standartnovirze tādām portfelim ir mazāka, nekā katram atsevišķam aktīvam.

Ļoti bieži grafiski parāda attiecību starp portfeļa risku, jeb standartnovirzi un sagaidāma ienesīgumu. Zīm. 2.4.1 ir parādīti divi aktīvi D un E ar dažādiem ienesīgumiem un dispersijai, kā arī divas līknes, kuras parāda visus iespējamus portfeļus pie dažādām korelācijas vērtībām. Tādas līknes sauc par portfeļa iespējamo komplektu (portfolio opportunity set).



Zīm. 2.3. Iespējamie portfeļi ienesīguma-riska plaknē

1.2.2 Aktīvu izvietojums akcijās un obligācijās

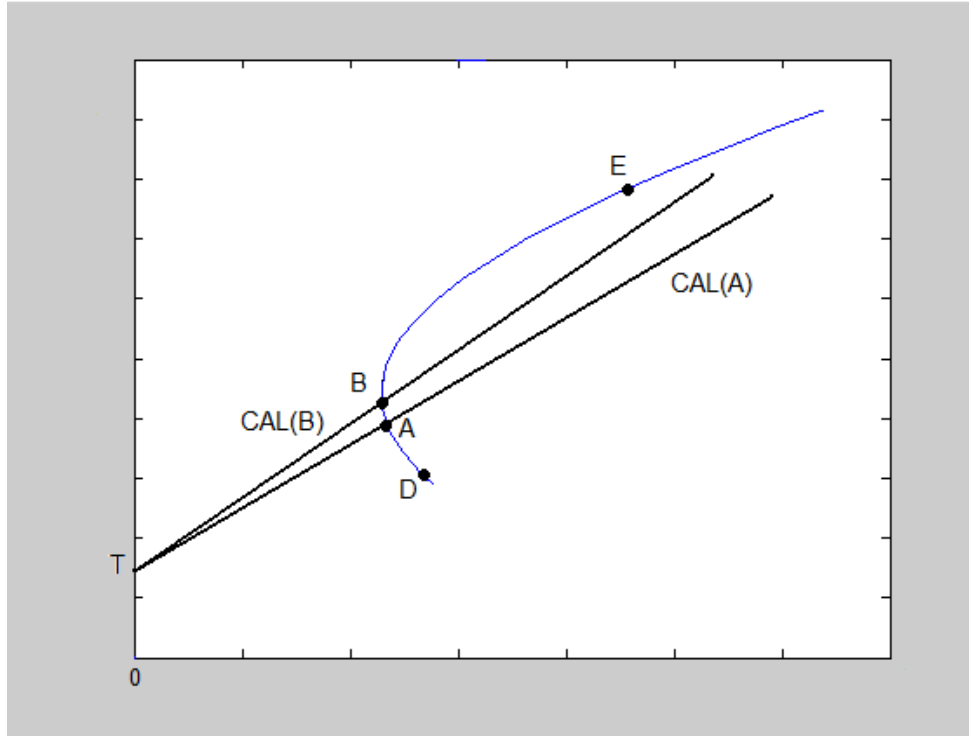
Pieņemsim, ka pie aktīviem D un E 1.2.1. sadaļā, eksistē trešais, bezriskā aktīvs T, kuru var raksturot sekojoši:

$$E(T) = r_f$$

$$\sigma_{r_f} = 0$$

⁵ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

Zīm. 2.4. ir uzzīmētas divas patvaļīgas kapitāla izvietojuma taisnes (CAL) kuri savieno bezriskā aktīvu T un divus patvaļīgus portfeļus A un B kuri atrodas uz iespējamo portfeļu līnijas.



Zīm. 2.4 Portfeļu izvietojums ienesīguma-riska plaknē

Lai atrastu optimālo riskantu portfeli jāaprēķina sekojošu optimizācijas problēmu⁶:

$$\text{Max}_{w_i} S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (1.13)$$

$$\sum w_i = 1$$

Optimizācijas funkcija saucas par Šarpa koeficients vai ienesīgums-pret-volatilitātes radītājs (reward-to-volatility ratio). Divu riskantu aktīvu gadījumā, šīs optimizācijas uzdevuma atrisinājumu var pierakstīt sekojoši⁷:

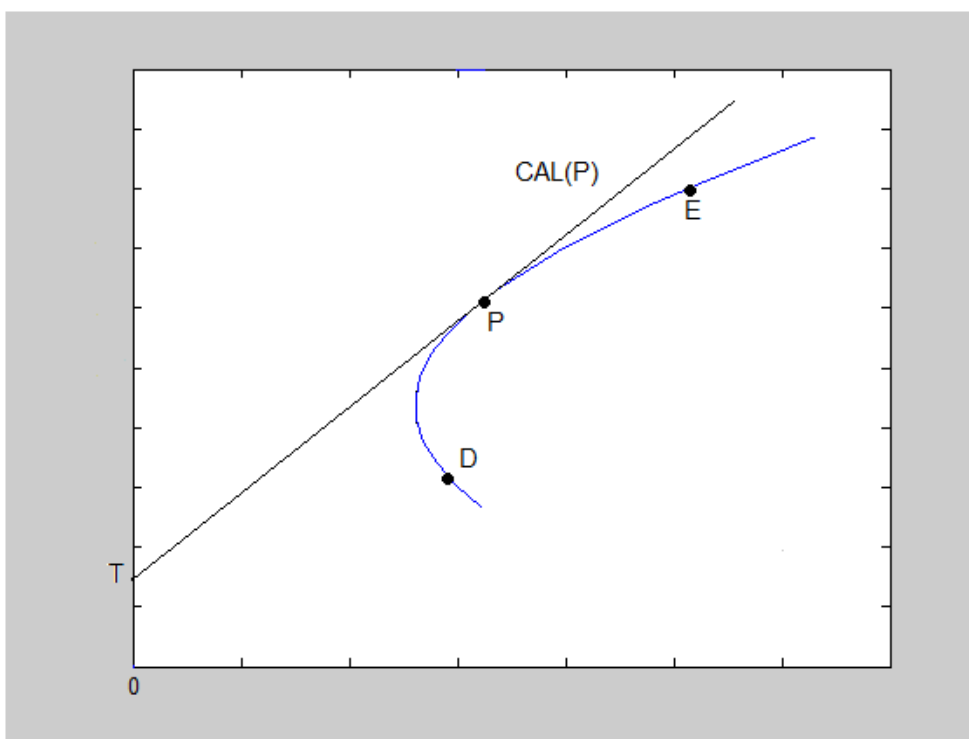
$$w_D = \frac{E(R_D)\sigma_E^2 - E(R_E)\text{Cov}(R_D, R_E)}{E(R_D)\sigma_E^2 + E(R_E)\sigma_D^2 - [E(R_E) + E(R_D)]\text{Cov}(R_D, R_E)} \quad (1.14)$$

$$w_E = 1 - w_D$$

Optimālais riskantu portfelis atradīsies punktā, kur CAL taisne tikai pieskaras iespējamu portfeļu kopumam (portfolio opportunity set), kā parādīts zīmējumā 2.5.:

⁶ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

⁷ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.



Zīm. 2.5. CAL pieskare P punktā

1.3. Markovica portfelis

Soļi, kuri ir nepieciešami lai konstruēt portfeļi, kurš iekļaus sevī vairākas aktīvus ir ļoti līdzīgas divu aktīvu gadījumā. Pirmkārt, jāidentificē riska-ienesīguma (risk-return) kombinācijas no visiem riskantiem aktīviem. Nākamais solis ir atrast portfeļi, kurš dod vislielāko Šarp koeficientu. Un pēdējais solis ir atrast optimālo portfeļi, kurš sastāvēs no P portfeļa un bezriskā aktīva.

Pieņemsim, ka mums ir pieejami n riskanti aktīvi. Lai sastādītu portfeļi no tiem, ir jāzina n sagaidāmus ienesīgumus $E(r_i)$, un $n \times n$ kovariācijas matricu, kur n -to diagonālo elementu reprezentē katra aktīva variācija σ_i^2 , un $n^2 - n$ elementi, kuri atspoguļo kovariāciju starp visiem iespējamiem aktīvu pāriem. No šīm datiem ir iespējams aprēķināt tirgus portfeļa ienesīgumu un risku⁸:

⁸ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \quad (1.15)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(r_i, r_j)$$

Pieņemsim, ka tiek konstruēts vienādu svaru (equally weighted) portfelis, kas nozīme, ka $w_i = 1/n$ katram aktīvam. Šajā gadījumā portfeļa riska vienādojumu par pārrakstīt sekojoši:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \sigma_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} \text{Cov}(r_i, r_j) \quad (1.16)$$

Mēs varam sekojoši definēt vidējo variāciju un vidējo kovariāciju:⁹

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (1.17)$$

$$\overline{\text{Cov}} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sum_{i=1}^n \text{Cov}(r_i, r_j)$$

Un portfeļa variācija būs aprakstīta ar vienādojumu:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \bar{\sigma}^2 + \frac{n-1}{n} \overline{\text{Cov}} \quad (1.18)$$

Kad vidēja kovariācija starp aktīviem tuvojas nullei, piemēram, kad risks ir tikai specifisks katrai firmai, tad portfeļa variācija varētu būt novesta līdz nullei. Bet tas ir iespējams tikai tad, ja aktīvi nav korelēti. Bet jāņem vērā, ka makroekonomiskie radītāji dod pozitīvo korelāciju starp aktīvu ienesīgumiem. Pie lielām n vērtībām, nesistemātisks risks joprojām tiek diversificēts un tuvosies nullei, bet kopējais portfeļa risks tuvosies vidējai kovariācijas vērtībai. Šādi var teikt, ka diversificēta portfeļa risks ir atkarīgs tikai no kovariācijas starp aktīviem, kuros tās iekļauj, bet, savukārt, kovariācija starp aktīviem ir funkcija no sistemātiskiem faktoriem ekonomikā kopumā.

2. VIENFAKTORU VĒRTSPAPĪRU TIRGUS

Markovica procedūrai, kura bija aprakstīta 2.5. sadaļā, piemīt divas negatīvas īpašības. Pirmkārt, modelim ir vajadzīga sagaidāmo vērtību aprēķināšana, lai konstruētu kovariācijas matricu. Ja aktīvu skaits ir 8000, kas ir aptuveni akciju skaits NYSE biržā, tad ir vajadzīgs vairāk par 4.5 miljoniem aprēķinu. Otra problēma, kura ir saistīta ar Markovica portfeļi ir tas, ka šis modelis nedod informāciju par sagaidāma ienesīguma prognozēšanai.

⁹ Revina I. Ekonometrija. – Rīga: Latvijas Universitāte, 2002. gads 270 lpp.

Mēs varam pieņemt vienkāršāku modeli, jo pozitīvas kovariācijas starp aktīviem parādās kopējo makroekonomisko raidītāju dēļ. Piemēram, biznesa cikli, procentu likmes vai izejvielu cenas. Negaidāmas izmaiņas tajos ved, vienlaicīgi, pie negaidāmam izmaiņām ienesīgumā visā akciju tirgū.

2.1. Gadījuma lieluma blīvuma funkcija

Nepārtrauktu gadījuma lielumu biežāk uzdod ar blīvuma funkciju $\varphi(x)$. Par gadījuma lieluma X blīvuma funkciju vai diferenciālo funkciju sauc šī gadījuma lieluma sadalījuma funkcijas atvasinājumu, t.i.,

$$\varphi(x) = F'(x) \quad (2.1)$$

Ja dota varbūtību blīvuma funkcija $\varphi(x)$, tad varbūtību, ka nepārtraukts gadījuma lielums X pieņems kaut kādu vērtību no intervāla $[x_1; x_2]$, var aprēķināt pēc formulas ⁴:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx \quad (2.2)$$

Nepārtraukts gadījuma lielums X ir normāli sadalīts, ja tā varbūtību blīvuma funkcija ir vienāda ar ¹⁰:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.3)$$

Gadījuma lielumu varbūtību blīvuma funkcijas izteiksmē, kas ir sadalīta pēc normālā sadalījuma likuma, parametri μ un σ ir matemātiska cerība un vidējā kvadrātiskā novirze, bet σ^2 ir dispersija. Ja $\mu = 0$ un $\sigma = 1$, tad normālo sadalījumu sauc par normēto vai standartizētu un tā blīvuma funkcija ir ¹⁰:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.4)$$

¹⁰ Revina I. Ekonometrija. – Rīga: Latvijas Universitāte, 2002. gads 270 lpp.

2.2 Normalitāte ienesīgumā un sistemātisks risks

Mēs vienmēr varam sadalīt katra aktīva i ienesīgumu kā summu no sagaidāma ienesīguma un kļūdas:

$$r_i = E(r_i) + e_i, \quad (2.5)$$

Kur negaidāmam ienesīgumam e ir vidējais kas ir vienāds ar nulli un dispersiju σ_i .

Kad aktīvu ienesīgumi varētu būt aproksimēti ar normāliem sadalījumiem, kuri ir korelēti starp aktīviem, mēs varam pateikt, ka tie ir kopīgi normāli sadalīti. Šis pieņēmums nozīmē to, ka, jeb kura laika momentā, aktīvu ienesīgumi ir atkarīgi no viena, vai vairākiem, kopējiem faktoriem.

Pieņemsim, ka ir kopējais faktors m , kurš ietekme uz aktīvu ienesīgumiem kaut-kāda makroekonomiskā veidā. Tad mēs varam sadalīt aktīvu negaidāmo ienesīgumu, ka summu, kur viens skaitlis ir atkarīgs no m , un otrs ir e_i :

$$r_i = E(r_i) + m + e_i \quad (2.6)$$

Makroekonomisks faktors m izmēra negaidītos makro notikumus. Tam arī vidēja vērtība tuvojas nullei un dispersija σ_m . Viens nozīmīgs moments – jāsaprot, ka korelācija starp m un e_i ir nulle. Tagad, mēs varam pateikt, ka r_i dispersija ir atkarīga no diviem, nekorelētiem avotiem, sistemātiska un specifiska riska¹¹:

$$\sigma_i^2 = \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i) \quad (2.7)$$

Kopējas faktors m „ģenerē” korelāciju starp aktīviem, jo visiem aktīviem ir reakcija uz makroekonomisko raidītāju izmaiņām. Dēļ tā, ka m nav korelētas ar jeb kādu specifisko risku, kovariācija starp diviem aktīviem i un j ir:

$$Cov(r_i, r_j) = Cov(m + e_i, m + e_j) = \sigma_m^2 \quad (2.8)$$

Protams, ka daži aktīvi reaģē dažādi uz makroekonomisko raidītāju izmaiņām. Šo dažādību var aprakstīt, piešķirot katram aktīvam jūtības koeficientu pret makroekonomisko raidītāju izmaiņām. Apzīmējot šo koeficientu ar burtu β , mēs varam modificēt aktīva ienesīguma vienādojumu uz vienfaktoru modeli:

$$r_i = E(r_i) + \beta m + e_i \quad (2.9)$$

No šī vienādojumā mēs varam secināt, ka aktīva sistemātiskais risks ir atkarīgs no beta koeficienta:

¹¹ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

$$\sigma^2_i = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i) \quad (2.10)$$

Kovariācija starp aktīviem arī ir atkarīga no katra aktīva betas:

$$\text{Cov}(r_i, r_j) = \text{Cov}(\beta_i m + e_i, \beta_j m + e_j) = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \quad (2.11)$$

No šī vienādojuma, mēs varam izdarīt secinājumu, ka aktīvi ar ekvivalentām beta vērtībām dos vienādu tirgus pozīciju.

2.3 Viena indeksa modelis

Ļoti bieži vienfaktoru modelī par kopējo makroekonomisko faktoru pieņēma kaut-kādu lielu akciju indeksu, piemēram S&P500¹². Tad modeļi sauc par viena indeksa (single-index) modeļi.

Tirgus indekss tiek apzīmēts ar M , riska prēmija ir apzīmēta ar $R_M = r_M - r_f$ un tām ir dispersija σ_M . Tā, kā indeksu modelis ir lineārs, mēs varam aproksimēt beta koeficientu aktīvam izmantojot vienu mainīgo lineāro regresiju. Mēs regresam riska prēmiju aktīvam $R_i = r_i - r_f$ un tirgus riska prēmiju R_M . Jāsavāc vēsturisko datu kopumu un var uztaisīt regresijas vienādojumu:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M(t) + e_i(t) \quad (2.12)$$

Ņemot vērā, ka $E(e_i) = 0$, mēs varam uzrakstīt aktīva sagaidāma ienesīguma vienādojumu sekojoši:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M) \quad (2.13)$$

No šī vienādojuma mēs varam redzēt, ka daļa no aktīva riska prēmijas ir saistīta caur beta koeficientu ar tirgus riska prēmiju. Tirgus risks tiek reizināts uz relatīvo jūtīgumu, ko sauc par sistemātisko riska prēmiju, jo tas iet no riska prēmijas, kura apraksta visu tīru kopumā.

Otra daļa no riska prēmijas ir α . α ir netirgus (nonmarket) prēmija. α var būt liela, ja investors doma, ka dotais aktīvs ir pārāk lēts. Bet, ņemot vērā tirgus līdzsvaru (market equilibrium), alfa vērtībai jātiecas uz nulli.

2.3.1 Indeksa modelis un diversifikācija

Indeksa modelis arī dod iespēju portfeļa diversificēšanai. Pieņemsim, ka mums ir vienādi svērts portfelis, kurā ir n aktīvu. Katra aktīva ienesīgums ir aprakstīts ar sekojošo vienādojumu:

¹² Standard and Poor 500 kapitālizāciju svērts indekss, kura ir iekļauti 500 ASV aktīvi tirgojamas akcijas

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i \quad (2.14)$$

Ļoti līdzīgi, portfeļa ienesīgums var būt aprakstīts ar līdzīgo vienādojumu:

$$R_p = \alpha_p + \beta_p R_m + e_p \quad (2.15)$$

Kad aktīvu skaits portfeļi palielinās, daļa no portfeļa riska, kura attiecas uz konkrētām firmām samazinās. Tirgus risks paliek konstants un nav atkarīgs no aktīvu skaita portfelī. To var pierādīt un portfeļa, kur visi aktīvi ir vienādi svērti ($w_i = 1/n$):

$$\begin{aligned} R_p &= \sum_{i=1}^n w_i R_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\alpha_i + \beta_i R_m + e_i) = \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \right) R_m + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \end{aligned} \quad (2.16)$$

No piedēja vienādojumā¹³ mēs varam redzēt, ka portfelim ir jūtība pret tirgu:

$$\beta_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \quad (2.17)$$

Kas ir vidējais starp individuālo aktīvu betas. Portfelim ir netirgus (nonmarket) ienesīgums, kurš ir vienāds ar:

$$\alpha_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (2.18)$$

Kas ir vidējais starp individuālo aktīvu α . Kļūdas vērtība ir vienāda ar:

$$e_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (2.19)$$

Tāda portfeļa variācija ir vienāda ar:

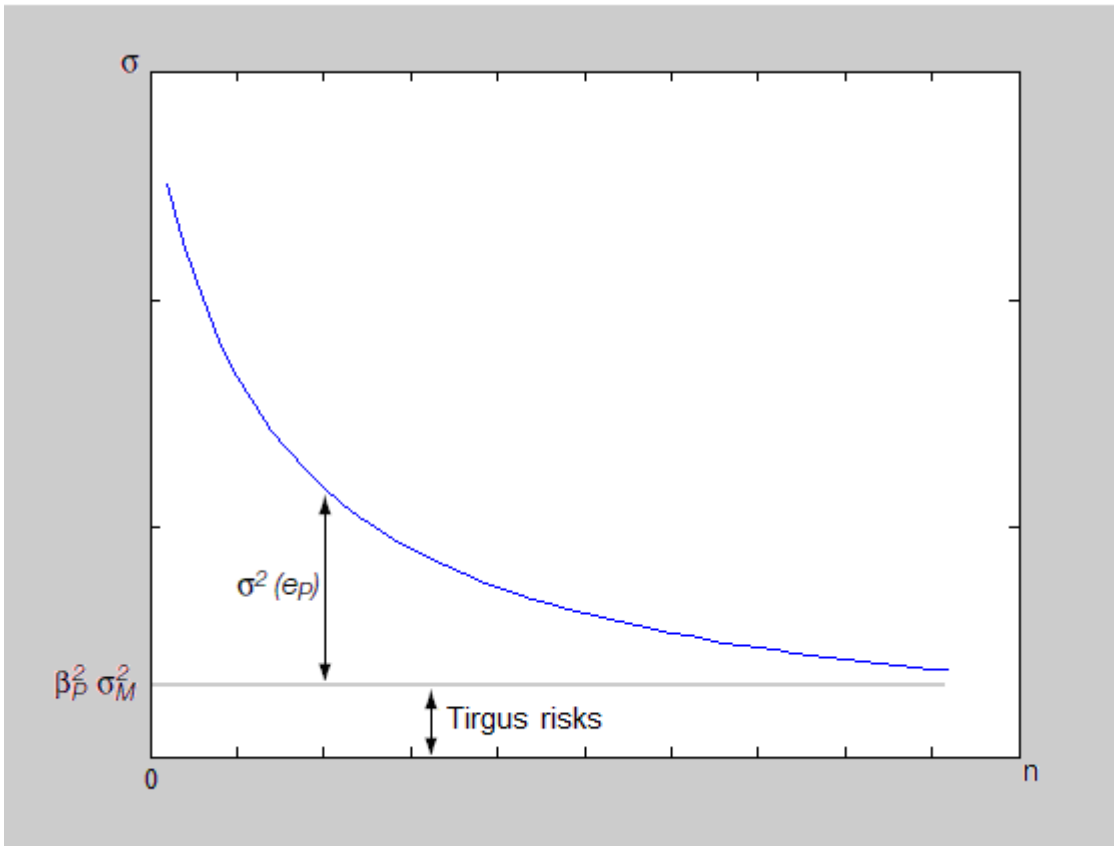
$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_p) \quad (2.20)$$

Kur

$$\sigma^2(e_p) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \right)^2 \sigma^2(e_i) = \frac{1}{n} \sigma^2(e) \quad (2.21)$$

Ņemot vērā, ka e_i ir nekorelēti, pie n pieauguma $\frac{1}{n} \sigma^2(e)$ izteiksme tuvosies nullei. Rezultātā, uz portfeļa variāciju ietekmēs tikai $\beta_p^2 \sigma_M^2$ koeficients.

¹³ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.



Zīm.2.6. Portfeļa risks vienu indeksu modelī

2.3.2 Optimālais portfelis un vienu indeksa modelis

Vienu indeksu modelis dod iespēju atrast optimālo riskanto portfeļi uzreiz. Zinot beta un alfa koeficientu novērtējumus, ka arī tirgus riska prēmiju, mēs varam ģenerēt $n+1$ sagaidāmos ienesīgumus izmantojot vienādojumu:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m) \quad (2.22)$$

Zinot beta koeficienta novērtējumu un atlikušas variācijas, kopa ar indeksa portfeļa variāciju, mēs varam konstruēt kovariācijas matricu, izmantojot vienādojumu:

$$\text{Cov}(r_i, r_j) = \beta_i \beta_j \sigma_M^2 \quad (2.23)$$

No iegūtiem datiem ir iespējam uztaisīt optimizācijas programmu, kura bija aprakstīta Markovica modeļa ietvaros.

Diversifikācijas process vienu indeksu modelim bija aprakstīts tikai vienādi svārstītam portfelim (equally weighted portfolio). Bija pierādīts, ka tādā gadījumā portfeļa alfa, beta un nesistemātiska variācija ir parastais vidējais starp aktīviem, kuri ir iekļauti dotajā portfelī. Bet

diversifikācijas process ir pieejams ne tikai vienādi svārstītam portfelim. Vispārēja gadījumā, parastais vidējais tiek aizstāts ar svērto vidējo, kurš ir proporcionāls aktīvu svāriem portfelī:

$$\begin{aligned}\alpha_p &= \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i w_i \\ \beta_p &= \sum_{i=1}^{n+1} \beta_i w_i \\ \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^{n+1} \sigma^2(e_i) w_i^2\end{aligned} \quad (2.34)$$

Galvenais uzdevums optimizācijā ir maksimizēt portfeļa Šarp koeficientu, izmantojot portfeļa aktīvu īpatsvarus $w_1 \dots w_{n+1}$. Ar tādu īpatsvaru krājumu, portfeļa sagaidāmais ienesīgums, standartnovirze un Šarp koeficients ir¹⁴:

$$\begin{aligned}E(R_p) &= \alpha_p + E(R_M)\beta_p = \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i w_i + E(R_M) \sum_{i=1}^{n+1} \beta_i w_i \\ \sigma_p &= [\beta_p^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_p)]^{1/2} = \left[\sigma_M^2 \left(\sum_{i=1}^{n+1} \beta_i w_i \right)^2 + \sum_{i=1}^{n+1} w_i^2 \sigma^2(e_i) \right]^{1/2} \\ S_p &= \frac{E(R_p)}{\sigma_p}\end{aligned} \quad (2.35)$$

Tālāk ir dažādas iespējas, ka var atrisināt šo problēmu. Pēc analogijas ar Markovica procedūru, var maksimizēt Šarp koeficients, ņemot verā ierobežojumu, ka portfeļa aktīvu īpatsvaru summai jābūt vienādei ar 1. Bet, šīs solis nav nepieciešams viena indeksu modeļa ietvaros. Atrisinājums metode šajā gadījumā arī dos izpratni, kā optimālais portfelis efektīvi izmanto aktīvu analīzi portfeļa konstruēšanā.

Ja mēs būtu ieinteresēti tikai portfeļu diversificēšanā, mēs turētu pašu tirgus indeksu. Bet aktīvu analīze dod mums iespēju atklāt akcijas, ar ne nulles alfa un palielināt var samazināt pozīcijas tajos. Kā rezultātā, mums parādās nesistemātisks var akciju-specifisks risks. Citiem vārdiem, modelis parāda, ka optimāls riskants portfelis meklē labāko attiecību starp ne nulles alfa un novirzīšanos no efektīvas diversificēšanas.

Optimāls riskants portfelis, sava būtībā, ir divu portfeļu kombinācija: pirmais ir aktīvais portfelis A, kurā ir n analizēti aktīvi (bieži tādu portfeļi sauc pār aktīvo portfeļi, jo it darās no aktīvu akciju analīzes) un otrs portfelis, kurš ir tirgus indeksa portfelis M (to bieži sauc par pasīvo portfeļi).

¹⁴ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

Pieņemsim, ka pirmajam portfelim ir beta vienāda ar 1. Tādā gadījumā, optimāls īpatsvars aktīvajā portfelī būtu proporcionāls $\alpha_A / \sigma^2(e_A)$. Šis īpatsvars balansē ieguldījumu no aktīva portfeļa (alfa) un ieguldījumu no variācijas (nesistemātisks risks). Analogiski, proporcija indeksa portfelim ir $E(R_M) / \sigma_M^2$. Izejot no divām pēdējām izteiksmēm (un pieņemot, ka aktīva portfeļa beta ir vienāda ar 1) :

$$w_A^0 = \frac{\frac{\alpha_A}{\sigma_A^2}}{\frac{E(R_M)}{\sigma_M^2}} \quad (2.36)$$

Nākamais solis ir izmainīt pozīciju, atkarība no aktīva portfeļa betas. Korelācija starp aktīvo un pasīvo portfeļiem ir lielāka, jo lielāks ir beta koeficients. Tas izpaužas, ka „sliktāks” diversifikācijas labums no pasīva portfeļa un mazāka pozīcija tajā. Attiecīgi, pozīcijā aktīvajā portfelī palielinās. Precīzi, šo sakarību apraksta vienādojums:

$$w_A^* = \frac{w_A^0}{1 + (1 - \beta_A)w_A^0} \quad (2.37)$$

Ir vērts pieminēt, kad $\beta_A = 1$, tad $w_A^0 = w_A^*$

2.4. Informācijas koeficients

Iepriekšējā nodaļā tiek aprēķināts optimāla pozīcija aktīvajā portfelī, zinot alfa, beta un standartnovirzes vērtības. Investējot w_A^* aktīvajā portfelī, mēs varam aprēķināt sagaidāmo ienesīgumu, standartnovirze un Šarp koeficients optimālam riskantām portfelim. Šarp koeficients optimāla portfeļa būs lielāks par indeksa portfeļa (pasīva stratēģija). Šo sakarību apraksta sekojošs vienādojums:

$$S_P^2 = S_M^2 + \left[\frac{\alpha_A}{\sigma(e_A)} \right]^2 \quad (2.38)$$

No šī vienādojuma mēs varam redzēt aktīva portfeļa ieguldījumu Šarp koeficientā. Tas ir atkarīgs no proporcijas starp alfa vērtību un standartnovirzi. Šī proporcija saucas par informācijas koeficients. Šis koeficients dod priekšstatu, par to, cik daudz mēs varam nopelnīt virs pasīva portfeļa ienesīguma, pielietojot aktīvo akciju analīzi. Tas arī nozīme, ka maksimizējot optimāla portfeļa Šarp koeficientu, mēs maksimizējam informācijas koeficientu. Atrisinot optimizācijas uzdevumu, izrādās, kā aktīva portfelī maksimālais Šarp koeficients tiek novērtēts, ja

katrā aktīva tiek investēts $\alpha_i / \sigma^2(e_i)$. Zinot, ka kopēja pozīcijā aktīvajā portfelī ir w_A^* , katra atsevišķa aktīva pozīcija tiek aprakstīta ar sekojošo vienādojumu¹⁵:

$$w_i^* = w_A^* \frac{\frac{\alpha_i}{\sigma^2(e_i)}}{\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\sigma^2(e_i)}} \quad (2.39)$$

Šis modelis atklāj mums centrālo lomu informācijas koeficients' am akciju aktīvā analizē. Pozitīvais ieguldījums no aktīva portfelī izpaužas caur papildus netirgos riska prēmiju (alfa). Bet eksistē arī negatīvais efekts, kas ir portfeļa variācijas palielināšana caur nesistemātisko risku.

Arī ir jāpiemīnē, kā gan tirgus (sistemātiska) riska prēmijas komponente $\beta_i E(R_M)$ un aktīva nediversificējams (tirgus) risks $\beta_i^2 \sigma_M^2$, abi kopā ir atkarīgi no vienas, un tas pašas beta vērtības. Tāds „darījums” nav unikāls katram aktīvam atsevišķi, jo vienalga kādi aktīvi ar vienādam betam ietekmēs uz portfeļa riska prēmiju un risku vienādi. Tāpēc, mēs neesam ieinteresēti atsevišķas aktīva betās, bet kopēja, agregāta portfeļa betā.

Aktīviem, kuriem ir negatīva alfa vērtība, tiek piešķirta īsa pozīcija. Ja īsas pozīcijas nav atļautas, tad tādām aktīvam tiek piešķirts īpatsvars vienāds ar nulli.

Arī jāņem vērā, ka indeksu portfelis ir efektīvs tikai tad, ja visas alfas ir nulles. Ja aktīvu analīze neatklās, ka noteiktai akcijai ir ne nulles alfa, to iekļaušana aktīvajā portfelī tikai paradīs to mazāk pievilcīgu investoram. Faktiski, ja visiem aktīviem ir nulles alfas, tad optimālas īpatsvars aktīvajam portfelim ir nulle, un indeksa portfelim – viens.

2.5. Betu prognozēšana

Betas novērtējums no vēsturiskiem datiem nav labākais variants nākotnes betas prognozēšanai: betu vērtības lēni tuvojas vieniniekam laika gaitā. Vienkāršākā gadījumā, mēs varam savākt informāciju par beta vērtībām, balstoties uz vēsturiskiem datiem un sastādīt vienkāršo regresiju:

$$\beta_{T+1} = a + b \cdot \beta_T$$

Bet protams, nav jēgas limitēt regresiju ar tik vienkāršo veidu. 1976. gadā Rosenberg un Guy atklāja sekojošas mainīgos, kuri ietekme uz beta vērtību:

- Ienākumu variācija
- Naudas plūsmas variācija
- Ienesīguma uz akciju izmaiņas

¹⁵ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

- Tirgus kapitalizācija
- Dividenžu likme
- Parāds-aktīvu koeficients

Arī bija nozīmīga nozares joma, uz kuru attiecas dota korporācija. Piemēram, reāla zelta rūpniecības beta, vidēji, bija 0.827 mazāka, nekā aprēķināta, izmantojot kompānijas finansiālos datus. Nozarēm bija aprēķinātas tā saucamas „koriģēšanas faktors” (adjustment factor), kuru jāņem vērā, novērtējot nākotnes betas.

Pieņemsim, ka portfeļu menedžeris ir atradis nenovērtētu portfeļi. Tiek izmantots S&P500 indekss ka indeksu portfelis un tiek iegūts sekojošs ienesīguma vienādojums:

$$R_p = 0.04 + 1.4R_{S\&P500} + e_p$$

Menedžeris ir pārliecināts savos aprēķinos, bet ir lielas šaubas par kopējo tirgu stāvokli tuvajā nākotnē. Ja, investējot tādā portfelī, tirgus kopumā aizies negatīvā teritorijā, portfeļa ienesīgums būs arī negatīvs, jo tam ir liela pozitīva beta. Šādā gadījumā var uztaisīt pozīciju, kura būs neatkarīga no kopēja tirgus stāvokļa.

Ir iespējams uzkonstruēt tā saucamo tracking portfeļi. Tracking portfelis ir portfelis, kurš ir paredzēts lai būtu vienāds ar P portfeļa sistemātiskai komponentei. Tas nozīme, ka tracking portfelim ir tāda paša beta un iespējami mazākais nesistemātiskais risks. Tāda procedūra saucas par beta capture.

Mūsu piemēra, tracking portfelis T jāiekļauj sevī 1.4 pozīciju S&P500 indeksā un -0.4 pozīciju bezdiska aktīvā, piemēram T-bills. Tāda portfeļa alfa ir vienāda ar nulli.

Nākamais solis ir nopirkt portfeļi P un tajā pašā laikā pārdot tracking portfeļi. Kopēja portfolio C sagaidāmais ienesīgums var aprakstīt ar vienādojumu:

$$R_C = R_P - R_T = (0.04 + 1.4R_{S\&P500} + e_p) - 1.4R_{S\&P500} = 0.04 + e_p$$

Portfelis C ir joprojām riskants (nesistemātisks e), bet sistemātisks risks bija novērsts. Sagaidāmas ienesīgums ir vienāds ar P portfeļa alfu. Tāds process saucas par alfa transportēšanu.

3. KAPITĀLA AKTĪVU TIRGUS CENU VEIDOŠANĀS MODELIS

Kapitāla aktīvu tirgus cenu veidošanās modelis vai CAPM ir prognozēšanas komplekss par līdzsvaru sagaidāmos ienesīgumos uz riskantiem aktīviem. Harry Markovic noteica

fundamentu modernām portfolio menedžmentam 1952. gadā. CAPM bija izveidots 12 gadu vēlāk. Tajā attīstībā piedalījās William Sharpe, John Linter un Jan Mossin.

CAPM teorija balstās uz dažiem pieņēmumiem. Tie tik organizēti nākamajos sešos punktos¹⁶:

1. Ir daudz investoru, katram ir sava bagātība kura ir nenozīmīga, salīdzinot to ar kopējo bagātību, kura eksistē pasaulē. Investori ir cenu saņēmēji (price-takers) un aktīvu cenas nav atkarīgas no atsevišķo investoru darījumiem.
2. Visi investori plāno turēt aktīvus uz vienādu laika periodu.
3. Investīcijas ir ierobežotas ar publiski tirgotiem finanšu aktīviem, piemēram akcijas un obligācijas. Eksistē bezriskā aizņēmumi un aizdevumi. Katrs investors var aizņemties un aizdod neierobežotu naudas summu. Šis pieņēmums arī izslēdz investīcijas tādos aktīvos ka izglītība, valsts aktīvi un citi.
4. Investori nemaksa nodokļus un transakcijas izmaksas ir nulles.
5. Visi investori ir racionāli un izmanto Markovica portfeļa izvēlēšanas metodi.
6. Visi investori vienādi analīze aktīvus un visiem ir pieejama viena un tā paša informācija.

Visu investoru aktīvu kopums atrodas līdzsvara. Tirgus līdzsvars tiek aprakstīts ar četriem punktiem¹⁷:

1. Visi investori izvēlēšies turēt riskantu aktīvu portfeli, kur aktīvu īpatsvari duplice tirgus portfeli. Vienkāršošanai, visi aktīvi ir akcijas. Katras akcijas īpatsvars tirgus portfeli ir proporcionāls kapitalizācijai.
2. Tirgus portfelis ir efektīvs (atrodas uz efektīvas robežas) un reprezentē tangensu portfeli, kurš ir optimāls katra investora CAL. Rezultātā, CAL kura iet caur bezriskā likmi un tirgus portfeli M ir vislabākā pieejama CAL. Tas arī nozīme, ka visi investori tur tirgus portfeli un atšķiras tikai ar proporciju, cik daudz ir investēts bezriskā aktīvā.
3. Riska prēmija tirgus portfelim ir proporcionāla tā riskam un investora riska izvairīšanai. Matemātiski tas var pierakstīt sekojoši:

$$E(r_M) - r_f = \bar{A} \sigma_M^2$$

kur σ_M^2 ir tirgus portfeļa variācija un \bar{A} ir investoru vidējais riska izvairīšanas mērs.

¹⁶ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

¹⁷ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

Jāpieņem, ka secinājums no fakta, ka tirgus portfelis M ir optimāls portfelis un efektīvi diversificēts, tās variācija σ_M^2 ir sistemātisks risks šādai sistēmai.

4. Riska prēmija uz individuālo aktīvu ir proporcionāla riska prēmijai uz tirgus portfeļi M un beta koeficientam, kurš saista aktīvu un tirgus portfeļi. Betas matemātiska definīcija sējā gadījumā ir:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} \quad (3.1)$$

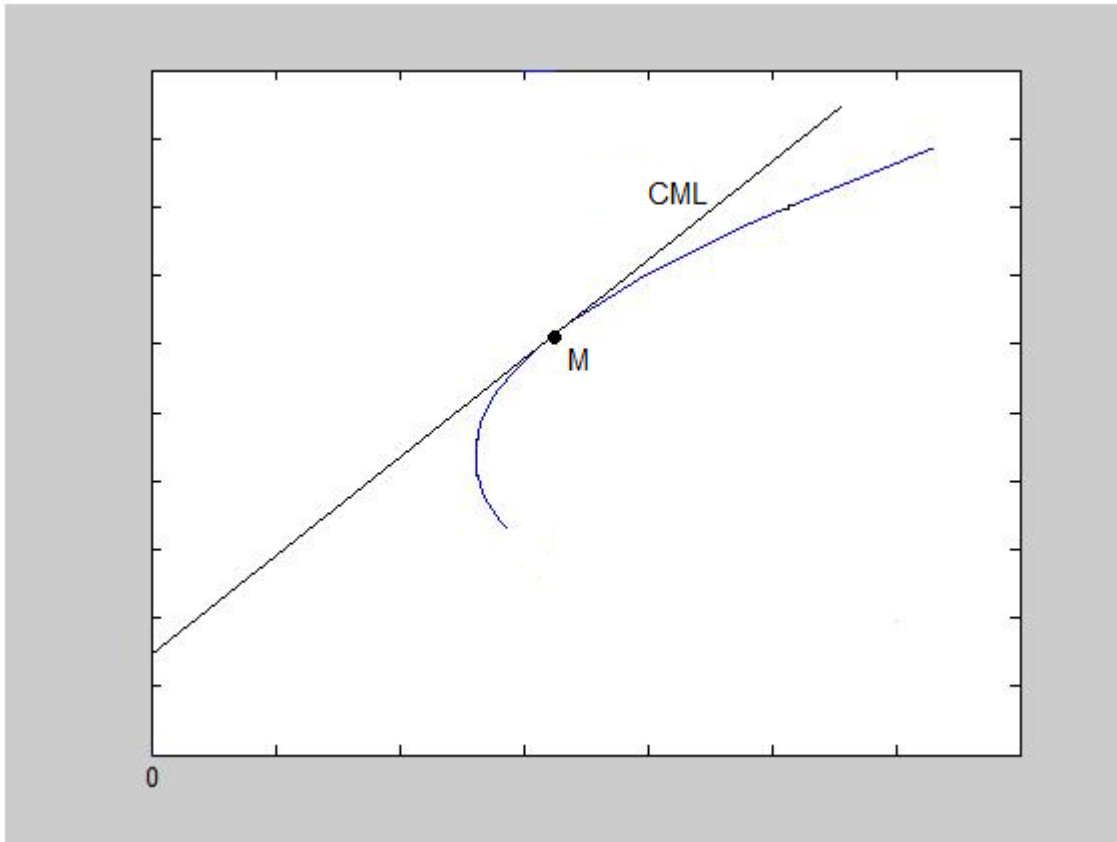
Riska prēmija individuālam aktīvam ir:

$$E(r_i) - r_f = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} [E(r_M) - r_f] = \beta_i [E(r_M) - r_f]$$

3.1. Tirgus portfelis

Kad mēs summēsim visu investoru portfeļus, aizņemšana un aizdošana anulēs viens otru, un kopēja agregēta riskanta portfeļa bagātība būs visa ekonomikas bagātība. Tas arī būs tirgus portfelis M. Katra aktīva īpatsvars tirgus portfelis ir vienāds akciju tirgus vērtībai (akciju cena, reizināta ar akciju skaitu skaitu) dalītais ar visu firmu kapitalizācijas summu. CAPM ietvaros tas nozīme, ka katrs investors, optimizējot savus personālos portfeļus, atnāks pie tāda portfeļa, kuru svāri uz katru aktīvu ir vienādi ar īpatsvāriem tirgus portfelī.

Ņemot vērā CAMP pieņēmumus, ka visi investori izmanto vienu un to pašu Markovica analīzi (5 pieņēmums) pētīt vienādus aktīvus (3 pieņēmums) uz vienu un to pašu laika periodu (2 pieņēmums) un viesiem ir pieejami vieni un tādi pati izejas dati (6 pieņēmums), visi investori sasniegs vienu un to pašo optimālo riskanto portfeļi, kurš atradīsies uz efektīvas robežas un tangensu līnijas no T-bills uz šī robežas (Zīm. 3.1).



Zīm. 3.1. Tirgus portfelis CAPM modelī

Piemēram, GE akciju īpatsvars katra investora portfelī ir 1%, tad tas īpatsvars tirgus portfelī arī būs 1%. Tas ir spēkā visām akcijām. Rezultātā, katra investora optimālais riskantais portfelis ir daļa no tirgus portfeļa.

Pieņemsim, ka optimālā portfelī investori negrib iekļaut kaut kādas kompānijas akcijas, piemēram Delta Airlines. Kad visi investori sāk izvairīties no šīs akcijas, pieprasījums ir nulle, un, rezultātā, Delta akciju cenas sāk strauji samazināties. Bet, tajā pati laikā, kad akcija kļūst lētāka, un lētāka, tā kļūst pievilcīga investoriem. Beigu beigās, Delta akcijas sasniedz tādu cenu līmeni, kad tās būs vērts iekļaut to optimālā portfelī. Tāds cenas koriģēšanas process garantē, ka visas akcijas tiek iekļautas optimālā portfelī, ka arī tirgus portfelī. Vienīgais jautājums ir cena, pa kuru investori gribēs iekļaut to optimālā portfelī.

Ka bija pieminēts, riska prēmija uz tirgus portfelī, $E(r_M) - r_f$, ir proporcionāla investoru vidējai riska izvairīšanai un portfeļa riskam σ_M^2 . Katra atsevišķa investora ieguldījums tirgus portfelī y ir vienāds:

$$y = \frac{E(r_M) - r_f}{A\sigma_M^2} \quad (3.2)$$

CAPM ekonomikā, bezriskas investīcijas nozīme aizdošanu un aizņemšanu starp investoriem. Katra aizņemšanas pozīcijai jābūt segtai ar aizdošanas pozīciju. Aizdošanas un aizņemšanas saldo tādā gadījumā ir nulle. Tas arī nozīme, ka summēta vidēja pozīcija bezrisku aktīvo arī ir nulle, un kā secinājums, vidēja pozīcijā riskantos aktīvos ir vienāda ar 1 ($\bar{y} = 1$).

Ievietojot to iepriekšēja vienādojumā, kopa ar vidējo riska izvārīšanas mēru, mēs iegūstam:

$$E(r_M) - r_f = \bar{A}\sigma_M^2 \quad (3.3)$$

3.2. Individuāla aktīva sagaidāmas ienesīgums

CAPM nosaka, ka piemērota riska prēmija uz aktīvu ir determinēta ar tās ieguldījumu riskā kopējā portfelī. Pieņemsim, ka mēs gribam izmērīt GM (General Motor) akciju portfeļa risku. Lai to izdarītu, mums jāizmēra ieguldījumu kopēja portfeļa riskā caur GM akcijas kovariāciju ar tirgus portfeļi. Lai aprēķinātu tirgus portfeļa variāciju, mums jāizmanto kovariācijas matricu, kur ir visi aktīvu īpatsvari. Tabulā zemāk tiek dots piemērs ar n akcijām, kur viena no tām ir GM:

3.1. Tabula

Kovariāciju matricas piemērs

Portfolio Weights	w_1	w_2	...	w_{GM}	...	w_n
w_1	$Cov(r_1, r_1)$	$Cov(r_1, r_2)$...	$Cov(r_1, r_{GM})$...	$Cov(r_1, r_n)$
w_2	$Cov(r_2, r_1)$	$Cov(r_2, r_2)$...	$Cov(r_2, r_{GM})$...	$Cov(r_2, r_n)$
•	•	•		•		•
•	•	•		•		•
•	•	•		•		•
w_{GM}	$Cov(r_{GM}, r_1)$	$Cov(r_{GM}, r_2)$...	$Cov(r_{GM}, r_{GM})$...	$Cov(r_{GM}, r_n)$
•	•	•		•		•
•	•	•		•		•
•	•	•		•		•
w_n	$Cov(r_n, r_1)$	$Cov(r_n, r_2)$...	$Cov(r_n, r_{GM})$...	$Cov(r_n, r_n)$

GM ieguldījumu kopēja tirgus portfeļa variāciju var aprēķināt pēc formulas¹⁸:

$$w_{GM} [w_1 Cov(r_1, r_{GM}) + w_2 Cov(r_2, r_{GM}) + \dots + w_{GM} Cov(r_{GM}, r_{GM}) + \dots + w_n Cov(r_n, r_{GM})]$$

$$Cov(r_{GM}, r_M) = [w_1 Cov(r_1, r_{GM}) + w_2 Cov(r_2, r_{GM}) + \dots + w_{GM} Cov(r_{GM}, r_{GM}) + \dots + w_n Cov(r_n, r_{GM})]$$

¹⁸ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

Pie lielām n vērtībām, GM kovariācija ar visiem pārējiem aktīviem dominēs akciju ieguldījumu portfeļa riskā. Citiem vārdiem, kopējo ieguldījumu tirgus portfeļa riskā var pierakstīt sekojoši:

$$\text{GM ieguldījums variācijā} = w_{GM} \text{Cov}(r_{GM}, r_M)$$

Zinot, ka kopējas tirgus ienesīgums ir vienāds ar:

$$r_M = \sum_{k=1}^n w_K r_K \quad (3.4)$$

Mēs varam pārrakstīt GM kovariāciju ar tirgus portfeļi:

$$\text{Cov}(r_{GM}, r_M) = \text{Cov}\left(r_{GM}, \sum_{k=1}^n w_K r_K\right) = \sum_{k=1}^n w_K \text{Cov}(r_k, r_{GM}) \quad (3.5)$$

Ienesīgums-pret-risku koeficients GM akciju gadījuma var pierakstīt:

$$\frac{w_{GM} [E(r_{GM}) - r_f]}{w_{GM} \text{Cov}(r_{GM}, r_M)} = \frac{E(r_{GM}) - r_f}{\text{Cov}(r_{GM}, r_M)} \quad (3.6)$$

Pēc analogijas var pierakstīt ienesīguma-riska (reward-to-risk) koeficientu tirgus portfelim:

$$\frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M^2} \quad (3.7)$$

Šis vienādojums bieži tiek nosaukts par tirgus cenu par risku (market price of risk), jo tas kvantificē papildienesīgumu, kuri investori pieprasa par portfeļa risku. Arī ir jāpiemīnē, ka GM gadījumā, akciju risks tiks uzskatīts ka ieguldījums tirgus portfeļa riskā (caur kovarianci ar tirgus). Tirgus portfeļa gadījumā, tās variācija jau ir kvantitatīvais riska mērs.

Ka secinājums no tirgus līdzsvarā, visiem aktīviem jābūt vienāds ienesīguma-riska (reward-to-risk) koeficients. Ja šis koeficients vienam aktīvam ir labāks, nekā citam, investori noguldīs tajā vairāk, bet otrajā mazāk, un ka rezultātā tiek izdarīts spiediens uz cenām, kamēr šis koeficients nebūs līdzsvarotas. Tātad, mēs varam apgalvot, ka ienesīguma-riska (reward-to-risk) koeficients atsevišķam aktīvam, piemēram GM, jābūt vienādām ar tirgus portfeļa koeficients¹⁹:

$$\frac{E(r_{GM}) - r_f}{\text{Cov}(r_{GM}, r_M)} = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M^2} \quad (3.8)$$

No šī vienādojumā, mēs varam atrast „godīgo” riska prēmiju GM akcijai:

¹⁹ Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.

$$E(r_{GM}) - r_f = \frac{\text{Cov}(r_{GM}, r_M)}{\sigma_M^2} [E(r_M) - r_f] \quad (3.9)$$

Proporcija $\frac{\text{Cov}(r_{GM}, r_M)}{\sigma_M^2}$ izmēra GM ieguldījumu tirgus portfeļa variācijā, ka daļu no kopējas

tirgus portfeļa variācijas. To bieži sauc par betu un apzīmē ar burtu β :

$$E(r_{GM}) - r_f = \beta_{GM} [E(r_M) - r_f] \quad (3.10)$$

Sagaidāma ienesīguma - beta attiecība ir visgalvenais vienādojums CAMP'ā. Ja šī attiecība saglabājas katram aktīvam, tad tai jā saglabājas arī jeb kādai aktīvu kombinācijai. Pieņemsim kaut kādu portfeļi P, kuram ir w_k īpatsvars aktīvam k, kur k varētu būt robežās no 1 līdz n. Katram aktīvam mēs varam pierakstīt vienādojumu:

$$\begin{aligned} w_1 E(r_1) &= w_1 r_f + w_1 \beta_1 [E(r_M) - r_f] \\ + w_2 E(r_2) &= w_2 r_f + w_2 \beta_2 [E(r_M) - r_f] \\ + \dots &= \dots \\ + w_n E(r_n) &= w_n r_f + w_n \beta_n [E(r_M) - r_f] \\ \hline E(r_p) &= r_f + \beta_p [E(r_M) - r_f] \end{aligned} \quad (3.11)$$

Summējot katru kolonu, mēs varam redzēt, ka $E(r_p) = \sum_k w_k E(r_k)$ ir sagaidāmais portfeļa ienesīgums un $\beta_p = \sum_k w_k \beta_k$ ir portfeļa beta. Tas pats izpildās arī tirgus portfelim:

$$E(r_m) = r_f + \beta_M [E(r_M) - r_f] \quad (3.12)$$

No piedēja vienādojuma var secināt, ka portfeļa beta ir vienāda ar 1, kas arī ir viegli pierādīt:

$$\beta_M = \frac{\text{Cov}(r_M, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_M^2}{\sigma_M^2} \quad (3.13)$$

Aktīvi un portfeļi, kura betas ir lielākas par 1 ir uzskatīti par agresīviem, jo tie ir vairāk jūtīgi pret tirgus kustībām. Savukārt, aktīvi un portfeļi, kuru betas ir zemākas par vienu, tiek uzskatīti ka aizsardzības instrumenti.

3.3. Aktīvu tirgus taisne

Sagaidāma ienesīguma – beta attiecību var apskatīt ka ienesīguma-riska vienādojumu. Beta ir piemērots riska mērs, jo tā ir proporcionāla riskam, kur aktīvs „ienes” optimālā riskanta portfeļā.

Riska izvairīgie investori mēra optimāla portfeļa risku pēc tā variācijas. Ka arī sagaida no aktīva riska prēmiju, kura ir atkarīga no atsevišķa aktīva ieguldījumā kopējā riskā. Tātad, mēs varam nogalvot, ka katra aktīva riska prēmija ir funkcija no betas.

4. PORTFEĻU KONSTUĒŠANA

4.1. Datu izvēle

Par datu kopumu es izvēlējos 47 akcijas, kuri tiek tirgoti Nujorkas biržā. Tiek izvēlētas 100 lielākas pēc tirgošanas apjoma daudzuma uz 2008. gada 1. janvāri. Tālāk ar nejaušo atlasē skaitļu ģeneratoru tiek izvēlēti 50. Trīs akcijas netiek iekļautas pētījuma dēļ tā, ka 2008. gada tie bankrotēja. Finālais kompāniju saraksts un simbola nosaukums ir doti tabulā:

4.1. tabula

Pētījumā iekļautas NYSE akcijas:

Akciju simbols	Akciju nosaukums
MO	Altria Group Inc.
MMM	3M Co.
AA	Alcoa Inc.
AXP	American Express Company
T	AT&T Inc.
BA	The Boeing Company
CAT	Caterpillar Inc.
C	Citigroup Inc.
KO	The Coca-Cola Company
DD	E. I. du Pont de Nemours and Company
XOM	Exxon Mobil Inc.
GE	General Electric Company
HPQ	Hewlett-Packard Company
HD	The Home Depot Inc.
HON	Honeywell International Inc
INTC	Intel Corporation
IBM	International Business Machines Corporation
JNJ	Johnson & Johnson
JPM	JPMorgan Chase & Co.
MCD	McDonald's Corp.
MRK	Merck & Co. Inc.
MSFT	Microsoft Corporation
PG	Procter & Gamble Co.
UTX	United Technologies Corp.

WMT	Wal-Mart Stores Inc.
DIS	Walt Disney Co.
AIG	American International Group, Inc.
PFE	Pfizer Inc.
VZ	Verizon Communications Inc.
NOK	Nokia Corporation
AAPL	Apple Inc.
ADBE	Adobe Systems Inc.
AMD	Advanced Micro Devices, Inc.
AMZN	Amazon.com Inc.
BAC	Bank of America Corporation
BK	The Bank of New York Mellon Corporation
CSCO	Cisco Systems, Inc.
DELL	Dell Inc.
EBAY	eBay Inc.
F	Ford Motor Co.
FTE	France Telecom
GOOG	Google Inc.
IP	International Paper Company
KFT	Kraft Foods Inc.
S	Sprint Nextel Corp.
SNE	Sony Corporation
UL	Unilever plc

Ka ir redzams, kompānijas reprezentē visdažādas ekonomikas sektorus, daudzi no kompānijām nodarbojas uz pasaules tirgu, ne tikai uz ASV iekšējo tirgu.

CAPM gadījumā mums ir vajadzīgs arī tirgus etalons. Par to es izvēlējos Dow Jones Industrial Average Index, kurš reprezentē cenu-svērto indeksu no 30 ASV nozīmīgām korporācijām (visas tiek iekļautas izmantotu akciju sarakstā).

Novērojumu periods tiek izvēlēts no 19. augustā 2004. gadā līdz 30. decembrim 2008. gadā. Par izejas datiem tiek uzskatīts periods no 2004. gada līdz 2007. gadā 30. decembrim. Par testēšanas periodu tiek ņemts 2008. gads. Datu kopums tiek ņemts no Morningstar Inc, kuri tiek brīvi pieejami finance.yahoo.com mājaslapā.

4.2. Datu pirmsapstrāde

Par katru akciju ir zināmi dienas atvēršanas, aizvēršanas cena, maksimums, minimums, tirdzniecības apjoms un dividendžu koriģēta aizvēršanas cena. Darbā tiek izmantotā tikai aizvēršanas cena. Akciju cenas svārstības dienas laikā nav pētīti šī darba ietvaros.

Dati tiek pieejami *.csv formātā. Tālākai apstrādei tiek izmantota Matlab programmatūra. Importējot, datu kopums tiek sadalīts uz kategorijām:

Name	Value	Min	Max
DJ2007	<848x1 double>	1.0912e+03	1.5652...
DJ2008	<253x1 double>	752.4400	1.4472...
DJ2009	<252x1 double>	1.0226e+03	1.2598...
DJ2010	<252x1 double>	1.0226e+03	1.2598...
DJ2011	<252x1 double>	1.0992e+03	1.3636...
RiskFreeRate	<2103x1 double>	1.7200	5.2500
Y2007	<848x47 double>	6.1200	1.1855...
Y2008	<253x47 double>	1.2600	974.40...
Y2009	<252x47 double>	3.1500	626.77...
Y2010	<252x47 double>	3.1500	626.77...
Y2011	<252x47 double>	2.1600	645.90...

Zīm. 4.1. Datu kopuma importēšana Matlabā.

Akciju cenas tiek sadalītas uz diviem divu-dimensiju masīviem:

- Y2007 – 47 akciju cenas no 19. augusta 2004. gadā līdz 2007. gada 30. decembrim, kas atbilst 848 darba dienu.
- Y2008 ir 2008. gada 252 darba dienu dividendžu koriģētas akciju aizvēršanas cenas.

Dow Jones Industrial Average indeksa cenas tiek sadalītas uz divām vienu-dimensiju masīviem: DJ2007 un DJ2008 kuri reprezentē atbilstošos periodus ka akciju apzīmējumā gadījumā.

Masīvs RiskFreeRate reprezentē 10.gadīgo ASV valsts obligāciju cenas periodā no 1. janvāra 2004. gadā līdz 2012. gadā martam. Šīs datu kopums tiek izmantots, lai noteikt bezriskā likmi²⁰.

²⁰ Chris Brooks & Frank Skinner „What will be the risk-free rate and benchmark yield curve following European monetary union?” 2000. gads

Pirmais solis ir akciju procentuālas izmaiņas aprēķināšana. Tam tiek izmantots Matlab'a skripts CAPMscript.m. Tiek veidoti četri masīvi, kuri atbilst akciju un DJIA dienu ienesīgumam par periodu līdz 2007. gada 31. decembrim un par 2008. gadu. Elementu skaits masīvos ir $n-1$, kur n ir izejdatu masīvu elementu skaits.

Lai izveidotu portfeļi ir nepieciešama kovariācijas matrica²¹. Šīm nolūkam tiek izmantota Matlabā iebūvēta funkciju ewstats, kurai ir nepieciešami divi argumenti:

1. Izejdatu masīvs, kurš mūsu gadījumā ir MyDataPercent masīvs.
2. Decay vai samazinašanas faktors, kura vērtība šī darbā ietvaros tiek ņemta ka 1 (kas nozīmē, ka datu novērojumam ir vienāds "ieguldījums" neatkarība no tā, cik "vecs" ir novērojums.)

Izmantojot CAPMscript.n, mēs ieguvām kovariācijas matricu, kuru apzīmējam ar ExpCovariance. Izveidota masīva apjoms ir 47×47 , kurš katrs elements reprezentē kovariāciju starp diviem aktīviem. Uz diagonāles – kovariācija ar sevi.

Lai izveidotu portfeļi ir jāierobežo minimālo un maksimālo svaru, kuru var gūt viens atsevišķs aktīvs. Ar šo soļa palīdzību, mēs varam pielaists vai aizliegt īso tirdzniecību un samazināt risku, ja viena aktīvam būs pārāk liels īpatsvars portfeļī. Šajā solī es izvēlējos 2 gadījumus:

- Aktīvu īpatsvaram jāatrodas robežas no -0.2 līdz 0.2 (īsa tirdzniecība ir atļauta)
- Aktīvu īpatsvaram jāatrodas robežas no 0 līdz 0.2 (īsa tirdzniecība nav atļauta)

Tas tiek izdarīts ar Matlab skripta CAPMscript.m palīdzību. Lai to izdarītu, tiek ģenerēta vieninieku divdimensiju matrica ($\text{ones}(2,47)$), kur pirmā rinda apzīmē minimālo vērtību, kuru var pieņemt akciju īpatsvars portfeļi, bet otra rinda – maksimālo. Ka koeficients tiek izvēlēts 0.2²². Gadījumā, ka ir atļauta īsa tirdzniecība, mūms jāmaina pirmas rindas zīmi uz negatīvo. Nākamais solis ir efficient frontier un aktīvu īpatsvaru aprēķināšana²³. Tam nolūkam Matlabā var izmantot speciālo iebūvēto funkciju frontcon:

Frontcon funkcijai tiek doti sekojoši argumenti:

- ExpReturn masīvs, kas ir vēsturiskais ienesīgums katrai akcijai (mūsu gadījumā tiek ņemts periods no 19 augusta 2004 gada līdz 30 decembrim 2007 gada). Kaut gan ir jāpieminē, kā šī darbā ietvaros šīm ienesīgumam nav nekādas nozīmes.

²¹ Sk. Sadaļu 2.2.1. Divu riskantu aktīvu portfeļis.

²² Par koeficientu var izvēlēties jeb kuru skaitli robežas no -1 līdz 1. Izvēlētais skaitlis ir 0.2, kas ir pilnīgi nejaušs skaitlis. No šī koeficienta absolūtas vērtības ir atkarīga tikai portfeļa iekšēja struktūra, kas nav šī darba temas jautājums

²³ Sk. Sadaļu 2.2.1. Divu riskantu aktīvu portfeļis.

- ExpCovariance – kovariācijas matrica starp akcijām, kura bija aprēķināta divus soļus atpakaļ.
- 50 – cik daudz punktu ir jāapreķina, veidojot efficient frontier. Skaitlis ir izvēlēts patvalīgi, un tā, lai vieglāk varētu atspoguļot efficient frontier grafiski.
- [] – portfeļa ienesīguma robežas, kas šī darba ietvaros nav svarīgs jatuājums, tāpēc tiek aizstāti ar tukšo masīvu.
- AssetBound – akciju īpatsvaru minimāla un maksimāla robežas. Šeit tiek ielikts, vai ir iespējama īsa tirdzniecība, vai ne.

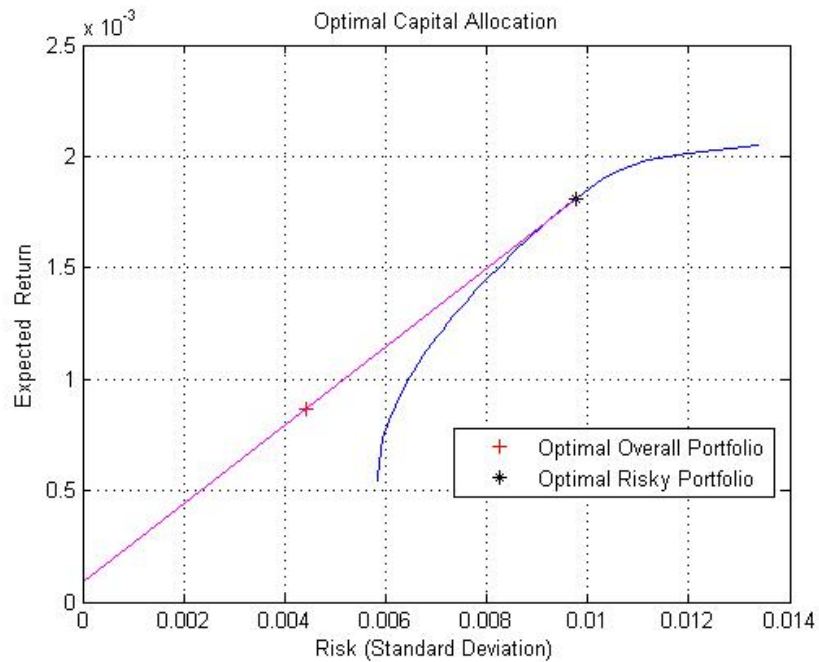
Šīs funkcijas rezultātā tiek iegūti vēl trīs masīvi:

- PortRisk – masīvs, kas reprezentē standartnovirzi (vai risku) portfeļim
- PortReturn – masīvs, kas reprezentē ienesīgumu portfeļim
- PortWts – masīvs, kas reprezentē akciju īpatsvarus portfeļī.

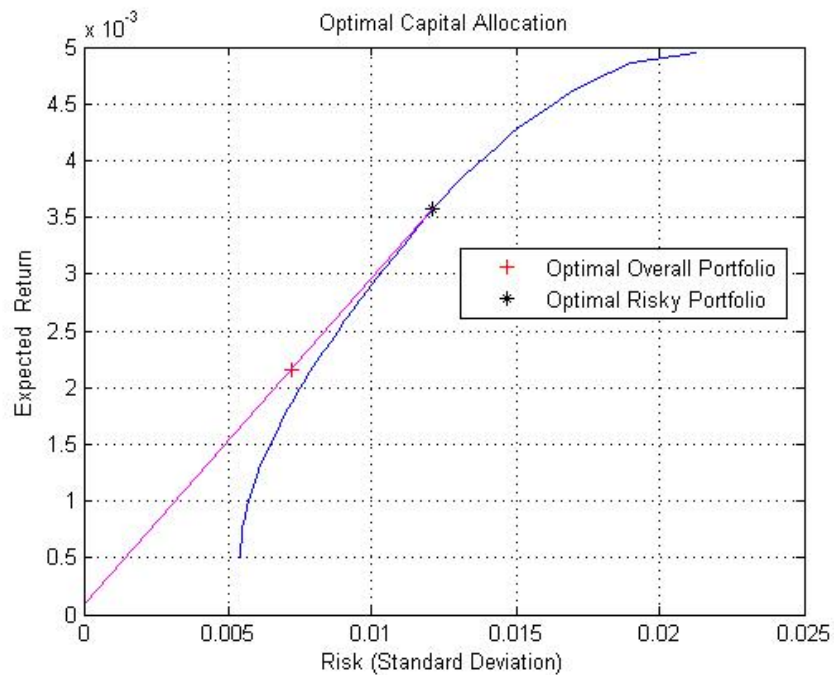
Nākamais solis ir bezriskā likmes novertēšana. Veidot investīciju portfeļi, to izmanto tikai tam nolūkam, lai atrastu optimālo proporciju, cik daudz investēt bezriskā aktīva, un cik – riskānta portfeļi. Šajā darba ietvāros tam arī nav nozīmes, ka arī investoru riska izvairīšanas koeficientam. Lai atrastu bezriskā likmi, tiek paņemta vidēja vērtība par visu periodu. Rezultātā MATLAB'ā iegūtais skaitlis, 3.05819%, tiks izmantots ka bezriskā aktīvs.²⁴

Tas nozīme, ka vidēja bezriskā likme 2004-2007. gada periodā bija 3.06% gadā. Šī likme tiek izmantota tālākiem aprēķiniem. Pēdējais solis datu pirmsapstrādē ir kapitālu allokācijas aprēķināšana. Šīm nolūkam tiek izmantota portalloc funkcija. Iegūtie rezultāti tiek atspoguļoti ienesīguma-riska plaknē Zīm. 4.2. un Zīm. 4.3. (kapitāla allokāciju un efficient frontier aprēķināšanu bija jāveic divas reizes: pirmais kad īsa tirdzniecība ir atļauta, un otrs – kad nē)

²⁴ Jāpieverš uzmanību, ka investori var aizņemties un aizdod ar vienu un to pašu līkmi. Ņemot vērā, ka tālāk tiek pētīts tikai pašs riskānts portfeļis, šis pieņēmums nekā neitēkme uz darba rezultātiem.



Zīm. 4.2. Efektīva robeža un kapitāla alokācija (īsa tirdzniecība ir atļauta)

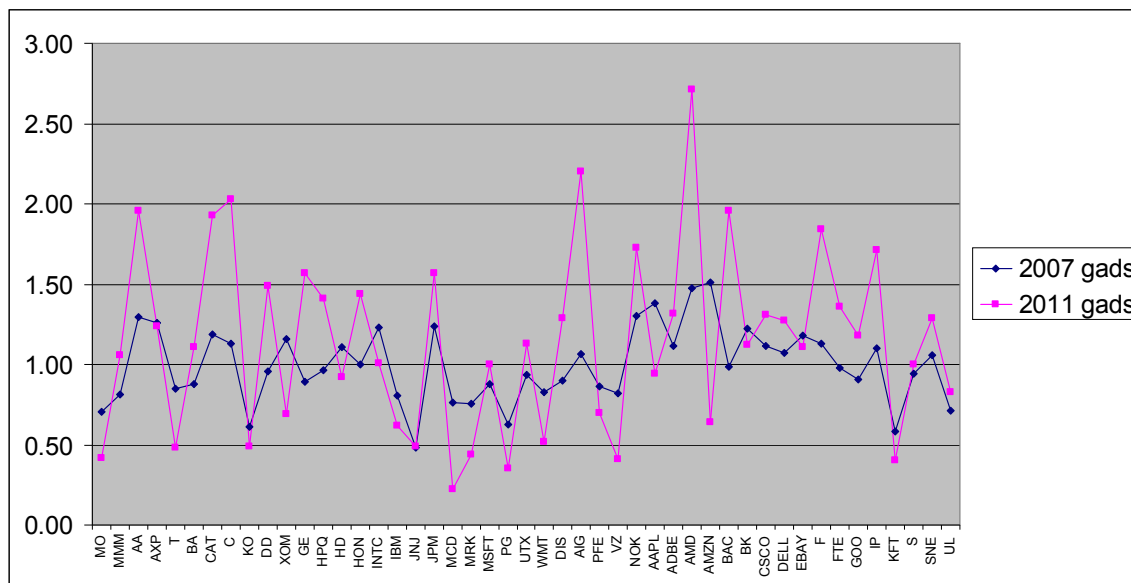


Zīm. 4.3. Efektīva robeža un kapitāla alokācija (īsa tirdzniecība nav atļauta)

4.3. Aktīvu un portfeļa betas novērtēšana

Nākamais solis ir atsevišķo aktīvu betas aprēķināšana. Tai nolūkam tiek izmantota Matlab'a standartfunkcija `ecmmvnrmlc`. Lai izmantotu šo funkciju, ir nepieciešamas dažas darbības ar

izejas datiem. Tas ir veikts BetaEst.m skriptā. Faktiski, šeit tiek aprēķināti riska prēmijas pār aktīviem²⁵:



Zīm. 4.4. Aktīvu betu salīdzinājums 2007. un 2011. gados.

Šis solis ir atkārtots divas reizes, pirmais uz datu kopuma līdz 2007. gada beigām un otro reizi līdz 2011. gada beigām. „2007. gada” betas tiks izmantoti tālākām aprēķinām.

2011. gada betu aprēķināšana ir darīta, lai vizuāli novērtētu krīzes ietekmi uz beta koeficientiem. Grafiski, mēs varam secināt, ka low-beta akcijas, kurus bieži sauc par defensive stocks²⁶, vai aizsargošiem, aktīviem, tās beta koeficienti krīzes laikā vairākumā samazinājās. To var paskaidrot, izejot no tā pieņēmuma, ka beta koeficients apraksta tirgus ietekmi uz akciju cenas kustību. Krīzes laikā, kad fondu tirgus krīt, investori vairāk pirks aizsargošie instrumenti, ka rezultātā betas koeficienti samazinās. To pašu, bet pretējā virzienā, var apgalvot par akcijām, kurām piemīt betas koeficienti, lielāki par vienu. Ka pārāk riskanti instrumenti, krīzes laikā tiek ir pakļauti lielākai volatilitātei un, ka rezultātā, ir iespējams lielākais cenu kritums.

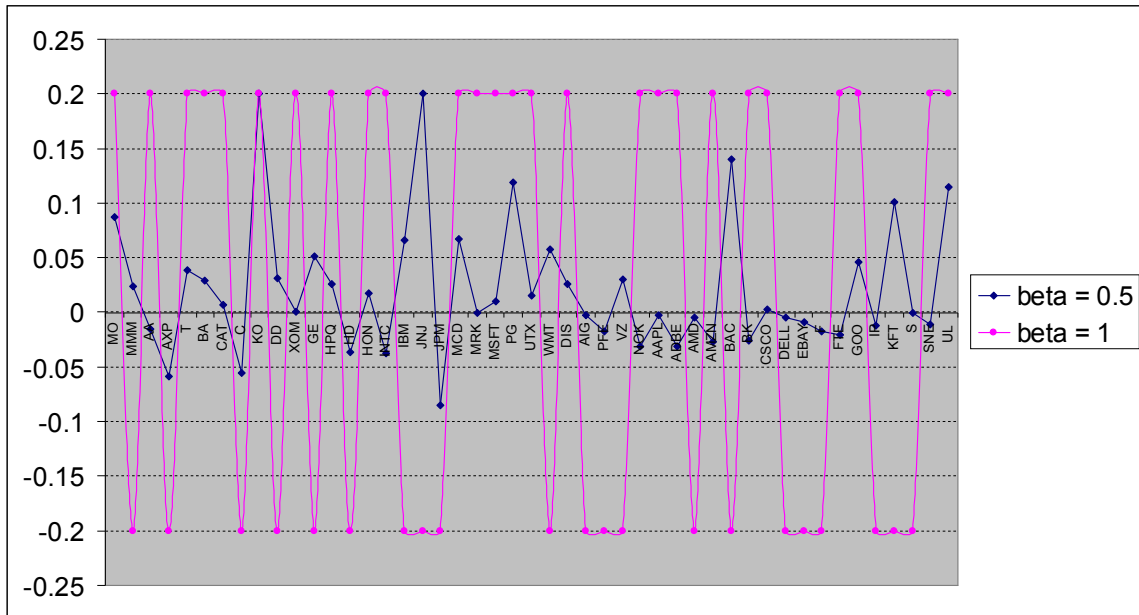
Lai labāk saprastu betas sakarības krīzes laikā, es izvēlējos 5 portfeļus ar dažādam beta koeficientiem. Lai aprēķinātu beta koeficientus portfeļiem, tika izveidots PortfolioBetaCount.m MATLAB skripts²⁷. Diviem portfeļiem uz 2007. gadu beigās aprēķināta beta bija vienāda ar 1 (vienām portfeļim ir atļauta īsa tirdzniecība, otrām – nē). Vēl divi portfeļi ir ar betam, kuri ir mazāki par 1 (0.5 un 0.7 attiecīgi), un viens portfelis ar betu, lielāko par 1 (šī gadījumā – 1.21).

²⁵ Sk. Nodaļu 2.1. Vienu riskānta un bezriskā aktīvu portfeļis

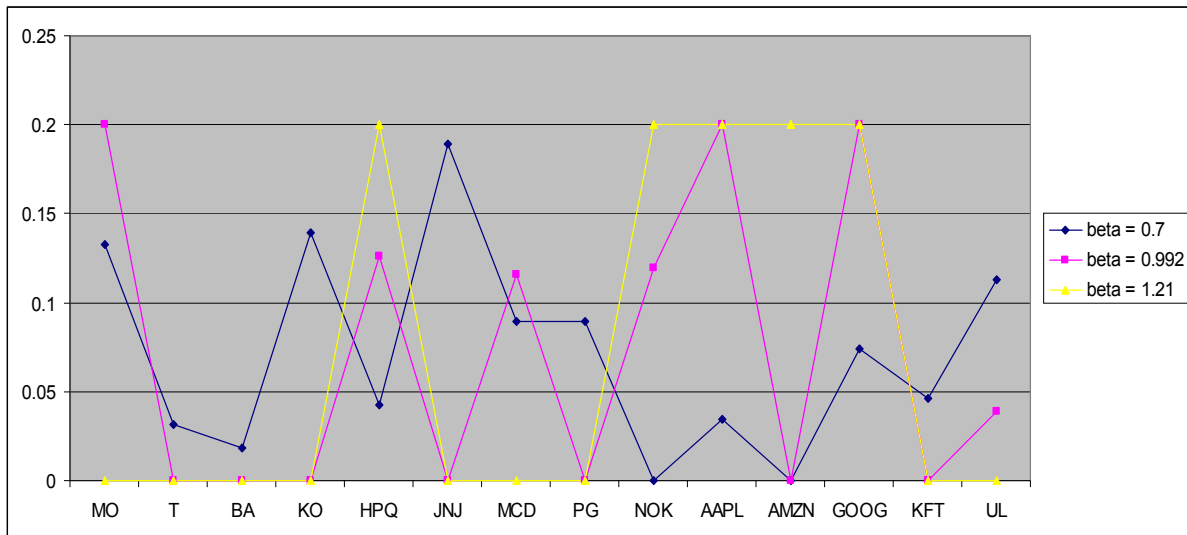
²⁶ And. A, Chen J. „CAPM Over the Long-Run: 1926-2001”, 2003.

²⁷ Sk. Nodaļu 3.2.2. portfeļa beta koeficientu aprēķināšanai.

Rezultātā ir pārklāti beta koeficienti no 0.5 līdz 1.2. Portfeļu aktīvu īpatsvari ir attēloti zīmējumos 4.5 un 4.6.:



Zīm.4.5. Divu portfeļu īpatsvari (īsa tirdzniecība ir atļauta)



Zīm.4.6. Divu portfeļu īpatsvari (īsa tirdzniecība nav atļauta)

Vērts pieminēt, ka īpatsvaru robeža 0.2 ir labi pieejami četriem portfelim. Kaut gan portfelim ar īso tirdzniecību, lai dabūt lielu betas vērtību visu aktīvu īpatsvari tuvojas šai robežai. Tas arī ir redzams no Zīm. 5.2. Pēc kaut-kādas robežas portfeļa ienesīguma pieaugums strauji krita, salīdzinot ar riska pieaugšanu. Tāpēc šī darbā ietvaros, portfeļi ar lielo betas koeficientu (lielāku par 1) un ar īso tirdzniecību nebūs. Portfeļu īpatsvari ir doti arī pielikumā. Zinot portfeļa īpatsvarus, var aprēķināt tā ikdienu ienesīgumu. Tiek izmantots PortfolioReturnCount.m MATLAB skripts.

Masīvu indeksācija tiek veikta sākot ar 253 elementu. Tas tiek darīts izejdatu struktūras dēļ, jo piedējas datums (2007. gada 31. decembris) iet kā pirmais masīvu elements. Un lai būdu vieglāk komponēt datus ar citiem datu kopumiem (piemēram, 2008. gada dati) tiek atstāta brīva vietā 252 elementu garumā.

5. CAPM REZULTĀTI IEGŪŠANA UN PĀRBAUDĪŠANA

Šajā nodaļā iegūto portfeļu vēsturiskie ienesīgumi tiek salīdzināti ar Dow Jones Industrial Average indeksa ienesīgumu. Lai pārbaudītu betas koeficientu stabilitāti, ir izmantoti dažas *Chow* testa analogi: 1-soļu *Chow* tests, lūzuma punkta *Chow* tests, ka arī pievērsta uzmanība modeļu kļūdu kvadrātu summas (RSS) un betas koeficientu rekursīvai aprēķināšanai.

5.1. Regresijas analīze. Tieša regresija

Regresijas galvenais uzdevums ir dabas likumu izteikt empīriskā veidā. Līdz ar to mēs izmantojam datus (novērojumus), lai iegūtu dabas likuma kvantitatīvas sakarības. Regresija ir stohastiska atkarība, kas izsakās ar funkcijas palīdzību. Sakarību pētīšana starp gadījuma lielumiem X un Y norobežojas ar sakarību pētīšanu starp vienu no tiem un matemātisko cerību otram:

$$E(Y|X = x) = f(x) \text{ (tieša regresija)}$$

$$E(X|Y = y) = f(y) \text{ (saistītā regresija)}$$

Atkarībā no parādību skaita, kuri piedalās regresijā var noteiks vienkāršu un daudzfaktoru regresijas. Vienkārša regresija attēlo sakarību starp diviem mainīgajiem, bet daudzfaktoru – starp atkarīgo mainīgo Y un vairākiem izskaidrojošiem faktoriem $X_1, X_2 \dots X_n$. Atkarībā no formas, eksistē lineāra un nelineāra regresija. Ekonometrijā „lineārs” nozīmi šķiro gan mainīgajos, gan arī parametros. Linearitāte parametros nozīme, ka visi regresijas vienādojuma parametri ir lineāri. Linearitāte mainīgajos nozīme, ka visi regresijas vienādojuma mainīgie ir lineāri.

Regresijas raksturu viegli ir noteikt, izmantojot kovariācijas jēdzienu starp mainīgiem Y un X ²⁸:

$$\text{cov}(X, Y) = \text{cov}(Y, X) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (5.1)$$

Matricas formā lineāro regresiju var pierakstīt sekojoši:

²⁸ Revina I. Ekonometrija. – Rīga: Latvijas Universitāte, 2002. gads 270 lpp.

$$Y = XB + E$$

Šeit tiek iekļauts nejaušo skaitļu kopums E . Regresijas kļūdas ir gadījuma lielumi un pakļaujas normālam sadalījumam ar vidējo vērtību nulle²⁹. Tas parāda uz to, ka praksē, nav iespējams pilnīgi zināt sakarības starp diviem dabas notikumiem³⁰. Citiem vārdiem, regresiju nevar uzskatīt par perfektu, jo vienmēr pastāv varbūtība kļūdainiem mērījumiem, negaidītiem šokiem vai kļūdainiem modeļiem. Šīs kļūdas dēļ nav iespējams aprēķināt tiešas B matricas (vai regresijas koeficientu) vērtības. Šīs problēmās risinājums ir maksimāli tuvi novērtēt koeficientu vērtības, kuri samazina dispersiju starp teorētisko un reāli iegūto regresijas vērtību.

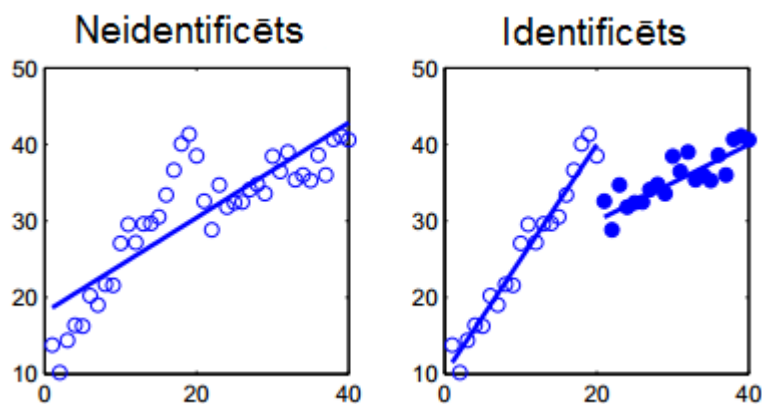
5.1.1. Lūzuma punkti

Lineāra regresija, kura bija definēta iepriekšējā nodaļa var ietvert sevī lūzuma punktu, ja būs pēkšņas, negaidītas izmaiņas datu kopumā. Tāds notikums nozīmē, ka datu kopumu var sadalīt divos dažādos režīmos, kurus apraksta dažādas regresijas:

$$Y = XB_1 + E, \text{ when } T < t$$

$$Y = XB_2 + E, \text{ when } T > t$$

Grafiski to var attēlot sekojoši:



Zīm. 5.1. Lūzuma punktu identificēšana.

5.1.2. Chow tests

Šīs metode, prezentēts *Chow*, testē vai nulles hipotēze ($H_0 : B_1 = B_2$) ir patiesa datu kopumam, kurš bija sadalīts uz divām grupām. Alternatīvi, šo testu var izmantot kā metodi lai

²⁹ Sk. Nodaļu 2.1. „Gadījuma lieluma blīvuma funkcija”

³⁰ Mangs. J. Identifying Change Points in Linear Regressions, 2009. gads

noskaidrotu, vai var regresiju, kura bija aprēķināta izejot no vieda datu kopuma, pielietot citam datu kopumam. *Chow* pierādīja, ka RSS zem nulles hipotēzes būs vienāds ar RSS summu no alternatīvas hipotēzes, vai citiem vārdiem:

$$RSS \cong RSS_1 + RSS_2 \quad (5.2)$$

Definējot ka kārtam no datu apakškopām ir k mainīgo, mēs varam redzēt, ka $RSS_1 + RSS_2$ ir $m + n + 2k$ brīvības pakāpes. Pieņemot, ka kļūdas ir normāli sadalītas, šie divi modeļa kļūdu kvadrātu summas pakļausies respektīvi sadalījumiem³¹:

$$\frac{\chi^2(m+n-2k)}{\chi^2(2k)} \quad (5.3)$$

Protams, ka $RSS_1 + RSS_2$ sadalījums vienmēr būs vienāds, neatkarība no tā, var mēs pieņēmam, vai nepieņēmam nulles hipotēzi. Bet sadalījums no starpības atšķirsies, un tas dod iespēju izmantot F -testu, lai novērtētu nulles hipotēzi⁸:

$$F(k, T-2k) \rightarrow \frac{(RSS - (RSS_1 + RSS_2))(T-2k)}{(RSS_1 + RSS_2)k}, \quad (5.4)$$

Kur T ir novērojumu skaits ($n + m$)

Šeit, lielas vērtības pieved pie tā, ka nulles hipotēze par stabilo sakarīgo tiek novērsta. Tas norāda uz to, ka datu kopumā eksistē liela dažādība starp RSS , kura apvieno visu kopumu un RSS summu, kuras attiecas un apakškopām.

5.1.3. 1-soļu *Chow* tests

1-soļu *Chow* tests novērtē, vai viens vienīgas novērtējums laikā momenta t pieder pie regresijas, kura ir uzkonstruēta uz $t-1$ periodiem. Citiem vārdiem, šis tests nosāka, vai ir bijis regresijas sakarības izmaiņa pēdējā elementā dotajā apakškopā. Šī testa hipotēzi var pieņemt izmantojot sekojošo vienādojumu³²:

$$F(k, t-k-1) \rightarrow \frac{(RSS_t + RSS_{t-1})(t-k-1)}{RSS_{t-1}}, \quad (5.5)$$

³¹ Gregory C. *Chow*. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica*, 1960.

³² Mangs. J. Identifying Change Points in Linear Regressions, 2009. gads

5.1.4 Lūzuma punkta *Chow* tests

Šis tests (cits nosaukums: n-down tests) novērtē, cik labi regresija, kura ir aprēķināta izmantojot pirmo apakškopu, var aprakstīt otro apakškopu. Testa statistika tiek aprēķināta pēc formulas⁹:

$$F(T-t, t-k-1) \rightarrow \frac{(RSS_T + RSS_{t-1})(t-k-1)}{RSS_{t-1}(T-t+1)} \quad (5.6)$$

Pielietojot šo testu, jābūt ļoti uzmanīgam. Piemēram tad, kad pirmās apakškopas izmērs ir daudz mazāks, nekā otras apakškopas. Vienmēr ir ļoti grūti prognozēt lielāku laika periodu, nekā ir izejas dati. Otrkārt, jābūt uzmanīgam, kad pirmās apakškopas izmērs ir pārāk mazs lai aprēķinātu regresiju.

5.1.5 Quandts logaritmiskās līdzības proporcija

Šo testu izmanto, lai precīzāk novērtētu regresijas izmaiņas punktu. Šis tests izmanto nulles hipotēzi par to, ka nekādu izmaiņu nebija. Alternatīva hipotēze – izmaiņu punkts eksistē. Koeficients tiek aprēķināts izmantojot formulu³³:

$$\lambda = \log \frac{\sigma^t \sigma_2^{(T-t)}}{\sigma^T}, t = 1, \dots, T \quad (5.7)$$

Kur

σ ir standartnovirze regresijai, ņemot Verā visu novērojumu kopu

$\sigma_1 \sigma_2$ ir standartnovirzes regresijām, kuri attiecas uz pirmo un otro apakškopu respektīvi.

T - ir kopējais novērojumu skaits

t - ir novērojumu skaits pirmajā apakškopā.

Kādu sadalījumu izmantot šim testam ir diezgan grūti pateikt, bet $\chi^2(n-m)$ sadalījums var izmantot ka aproksimāciju sadalījumam $-2 \log \lambda$, kad T vērtības ir lielas.³⁴ Vismazākā vērtība reprezentēs punktu, kurai ir vislielākā varbūtība būt par regresijas sakarību izmainīšanos.

³³ Richard E. Quandt. The estimation of the parameters of a linear regression system obeying two separate regimes. 1958.

³⁴ Mangs. J. Identifying Change Points in Linear Regressions, 2009. gads

Arī jāņem vērā, ka šis tests var dod vājus rezultātus novērojumu kopuma sākumā un nobeigumā. Testa autors rekomendē ignorēt dažādus novērojums no abiem datu kopuma galiem.

5.1.6 Rekursīvais novērtējums

Rekursīvais novērtējums ir alternatīvas veids, kā var meklēt izmaņu punktus regresijā. Šo procesu var aprakstīt izmantojot regresijas vienādojumu no 1.4 nodaļas. Pieņemsim, ka mums ir sākuma datu kopums ar izmēru k . Mēs varam novērtēt pirmo parametra vērtību, B_k . Kad papildus novērojums tiek ņemts vērā, parametru vērtības var atjaunot³⁵:

$$B_{t-1} = (X'_{t-1}X_{t-1})^{-1} X'_{t-1}y_{t-1}, \quad (5.8)$$

Kur $X_{t-1} = (x_1, \dots, x_{t-1})'$. Jauno novērojumu var pievienot izmantojot formulu¹²:

$$X'_t X_t = X'_{t-1} X_{t-1} + x_t x'_t \quad (5.9)$$

Kad pēdējais novērojums tiek iekļauts, rezultāti varētu būt grafiski atspoguļoti, kā parametri mainījās visu datu kopumā. Ja eksistē regresijas izmaiņas punkts, tad pēc tā parametri kļūst nestabili un pēc kāda laikā konverģēs pie jaunas vērtībām. Parametru nestabilitāte varētu nozīmēt, ka eksistē lūzuma punkts, kaut gan jāpiezīmē, ka pie mazam datu kopumam parametri var nozīmīgi fluktuēt.

5.1.7 Rekursīvs RSS

Brown, Durbin un Evans bija pirmie zinātnieki, kuri piedāvāja izmantot rekursīvi novērtētu RSS lai identificētu izmaiņas punktos regresijā. Ja tāds punkts eksistē, tas nozīmē, ka būs negaidāmais lēciens nesamazinošā RSS un tās pieauguma tempa izmaiņas. RSS vērtības var rekursīvi aprēķināt, izmantojot formulu¹²:

$$RSS_t = RSS_{t-1} + \frac{\bar{v}_t^2}{1 + \lambda_t x'_t} \quad (5.10)$$

Kur \bar{v}_t ir vienu soļu uz priekšu prognozēšanas kļūda:

$$\bar{v}_t = y_t - x'_t \hat{B}_{t-1} \quad (5.11)$$

³⁵ Andrew C. Harvey. The Econometric Analysis of Time Series. 1990.

5.2. Aktīvu un portfeļa betas novērtēšana

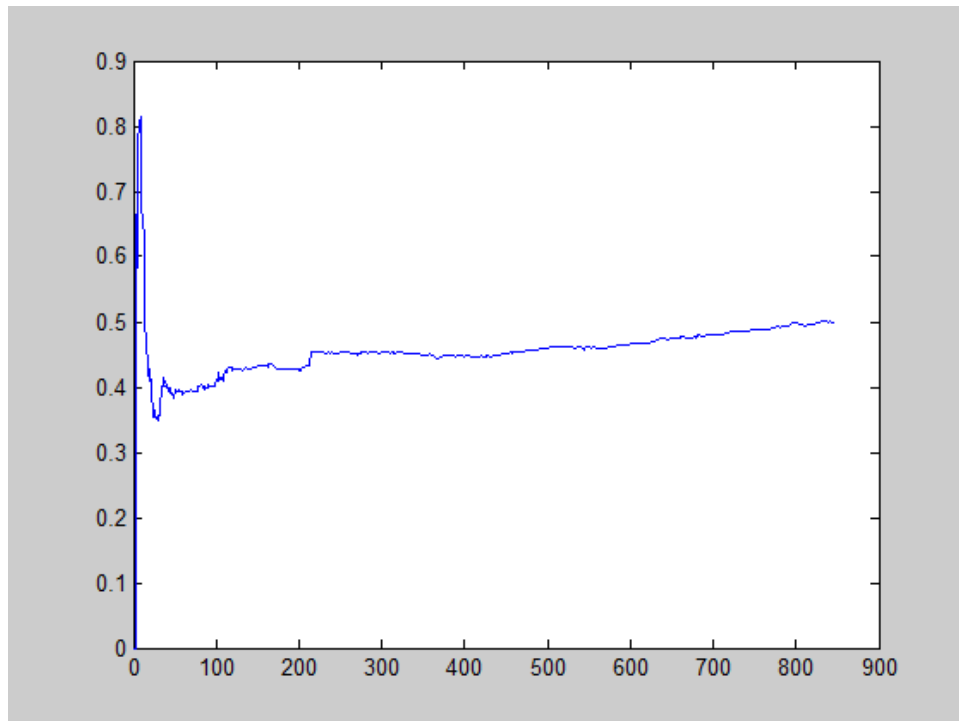
Pirmais solis ir iegūtu portfeļa betas koeficientu pārbaude uz stacionaritāti. Ka bija minēt nodaļa 1.7. betas koeficientiem mēri, bez kādiem lieliem pīķiem jākonverģē pie noteiktas vērtības. Rekursīvi betas koeficientu aprēķināšanai tiek izmantots Recursion2Var.m MATLAB skripts. Konverģēšanas rezultāti ir doti tabulā:

Tabula 5.1.

Betas konverģēšanas vērtības un CAPM betas vērtības

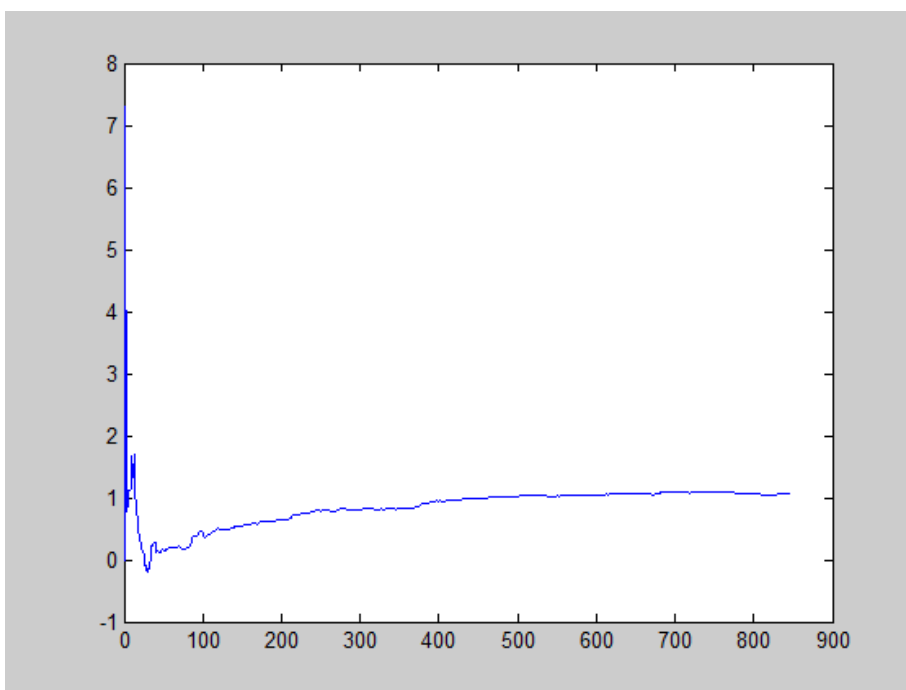
Rekursīvi aprēķināta beta	CAPM aprēķināta beta
1.21386	1.21
0.992817	0.992
0.7004598	0.7
1.0630789	1
0.5000711	0.5

Kā mēs varam redzēt, visās vērtības ir tuvas viens otram. Lai precīzāk varētu pateikt, kā betu vērtības ir stacionāras, jāapskata arī betas konverģēšanas procesu vidu datu kopuma garumā. Zīmējumi 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. parādā piecu portfeļu konverģēšanu laikā.



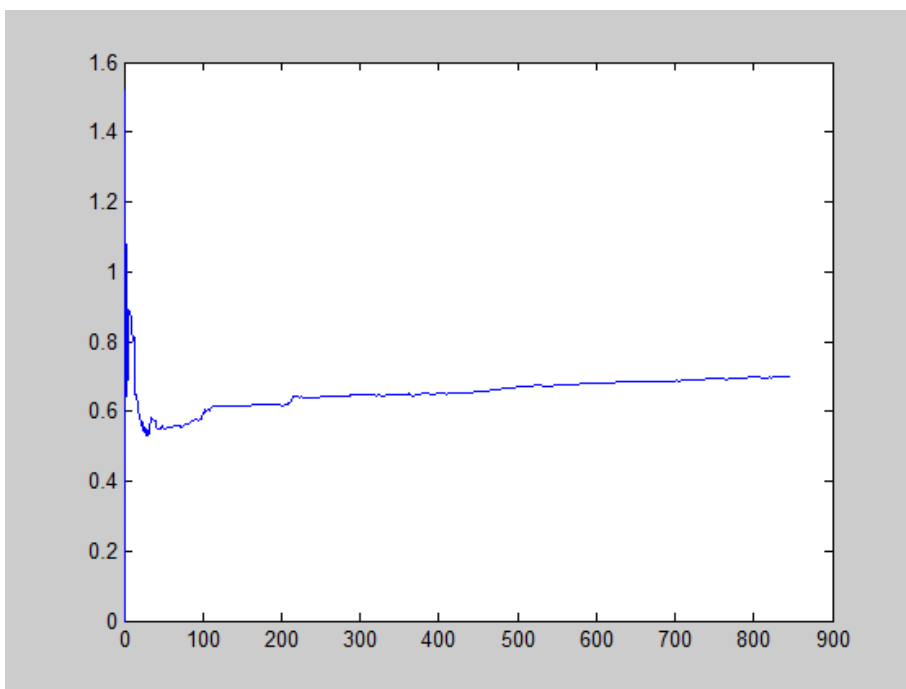
Zīm. 5.1. Pirmā portfeļa betas konverģēšana laikā

Kā mēs varam redzēt, betas vērtības konverģēšana procesā tuvojas pirmā portfeļa teorētiski aprēķinātāj betas 0.5. Lielāk fluktuācijas perioda sākumā ir saistīti ar šī testa trūkumu – rēķināt beta vērtību balstoties uz pārāk mazo novērojumu skaitu.



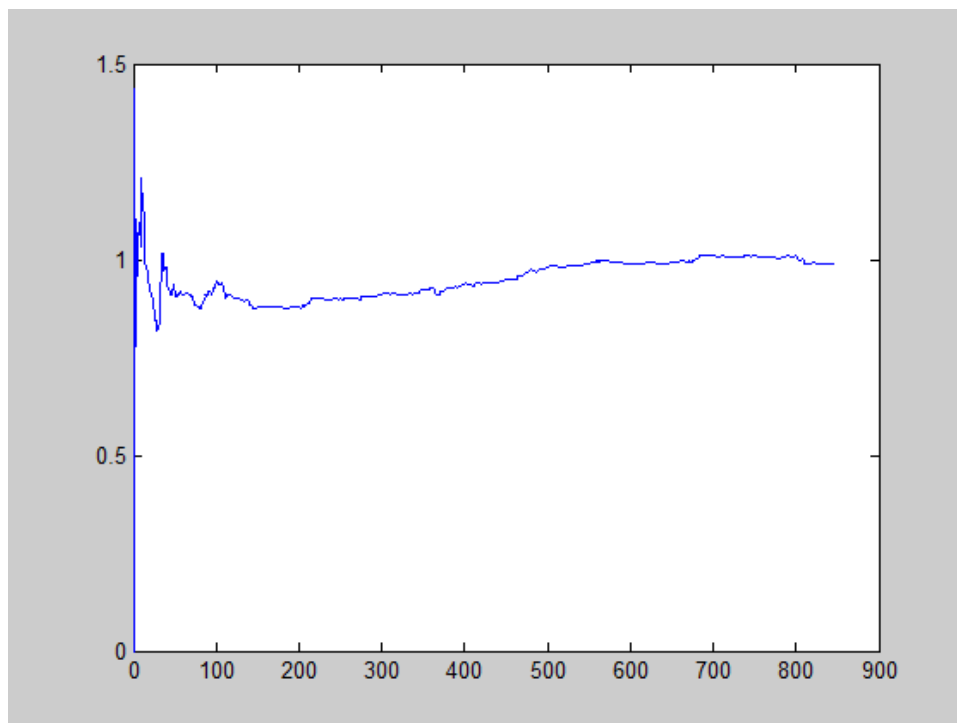
Zīm. 5.2. Otrā portfeļa betas konverģēšana laikā

Otrā portfeļa teorētiska vērtība ir 1. Kā mēs varam redzēt beta konverģē pie šī skaitļa.



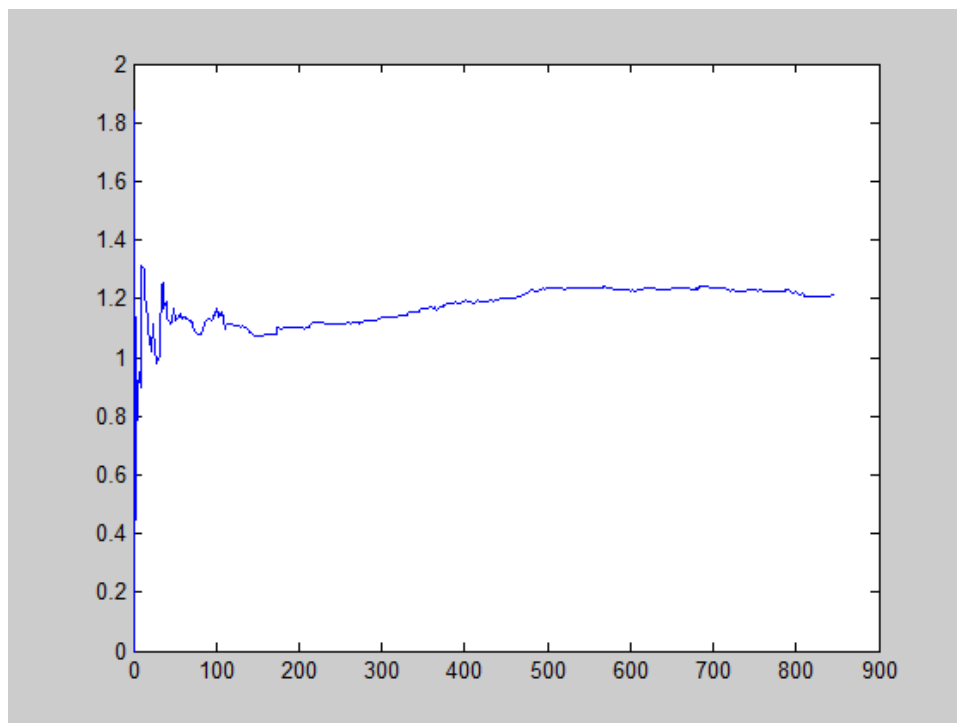
Zīm. 5.3. Trešā portfeļa betas konverģēšana laikā

Trešā portfeļa betas teorētiska vērtība ir 0.7. Kā mēs varam redzēt beta konverģē pie šī skaitļa.



Zīm. 5.4. Ceturta portfeļa betas konverģēšana laikā

Ceturta portfeļa betas teorētiska vērtība ir 1. Kā mēs varam redzēt beta konverģē pie šī skaitļa.



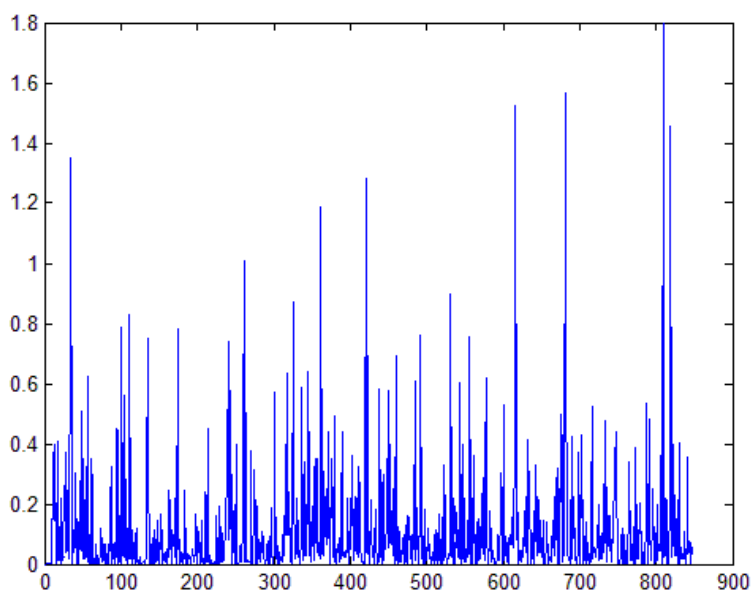
Zīm. 5.5. Piekta portfeļa betas konverģēšana laikā

Piekta portfeļa betas teorētiska vērtība ir 1.2. Kā mēs varam redzēt beta konverģē pie šī skaitļa.

Ja neņem vērā pirmo pusgadu (aptuveni 125 dienas), kad beta vērtību fluktuācijas ir nozīmīgas, mēs varam pateikt, ka aplūkojamā periodā portfeļu beta koeficienti bija stabili un laikā mainījās nenozīmīgi.

5.3. *Chow* testu rezultāti 2004-2007. gados

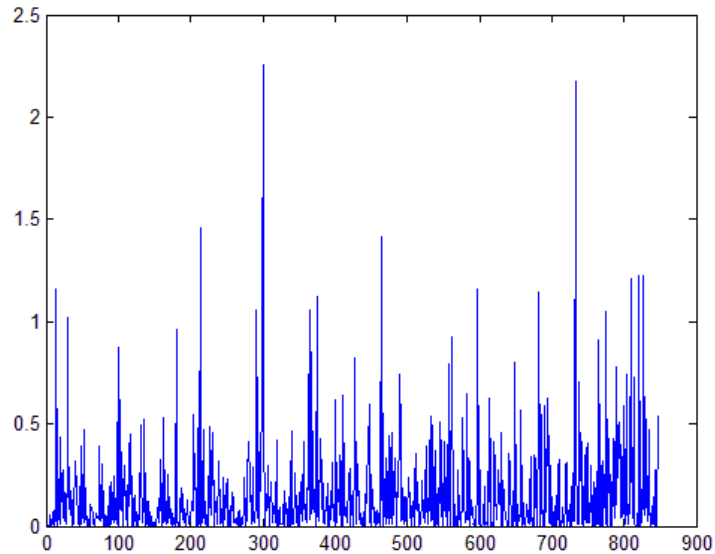
Vispirms jāpiemīnē, ka *Chow* tests „tīra” veida šī darbā netiks izmantots. Tas ir saistīts ar to, ka *Chow* tests dos ļoti vāju priekšstatu par regresijas uzvedību abos datu kopuma galos – gan sākum-posmā, gan nobeiguma posmā³⁶. Rekursīvai pieejai arī ir trūkumi regresijas „sākumā”, bet datu kopuma otrajā pusē tās rezultāti būs vairāk ticami, nekā parastajam *Chow* testam. Bet mums ir svarīgi noteikt, vai bija regresiju izmaiņas 2008. gada nobeiguma, kas savukārt reprezentē datu kopuma galu. Pirmais tests ir 1-soļu *Chow* tests, kurš pārbauda, vai n -tai novērojums pieder regresijai, kura ir balstīta uz pirmiem $n-1$ novērojumiem. Testa rezultāta mēs iegūsim p -vērtības katram novērojumam. P -vērtība visiem testiem tiek ņemta 0.01. (vai 0.99, atkarība no testa nosacījumiem). Visu testu rezultāti tiek standartizēti, kur 1 vērtības pārkāpšana nozīmē nulles hipotēzes noraidīšanu. Zīm. 5.6. 5.7. 5.8. 5.9. 5.10. ir rezultāti par 2004-2007. gadu periodiem.



Zīm. 5.6. Pirmā portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

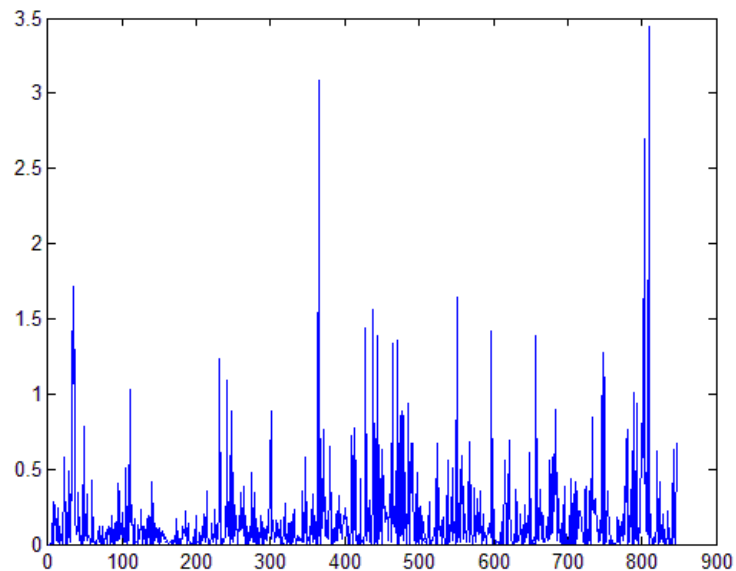
³⁶ Mangs. J. Identifying Change Points in Linear Regressions, 2009. gads

No šī testa rezultātiem mēs varam redzēt ka pirmam portfelim ir 8 dienas, kurus var aplūkot ka lūzuma punktus. Bet jāņem vērā, ka viena dienas laika akciju svārstības var būt nozīmīgas, tāpēc paļauties tikai uz šo testa rezultātiem nevar.



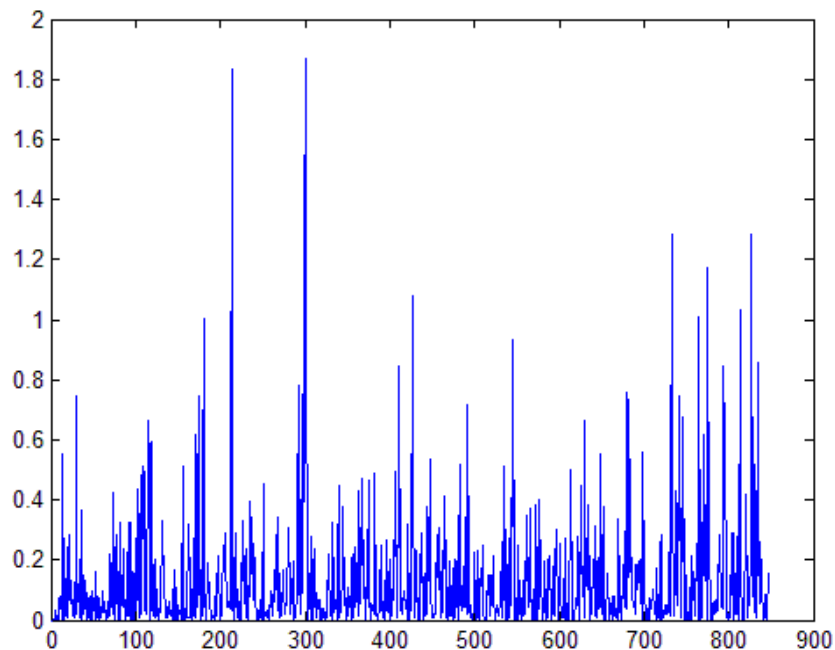
Zīm. 5.7. Otrā portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

Otram portfelim, salīdzinot ar pirmo, ir divreiz vairāk iespējamo lauzuma punktu – 16. Bet, kā iepriekšēja gadījumā ir nepieciešami papildus pierādījumi.



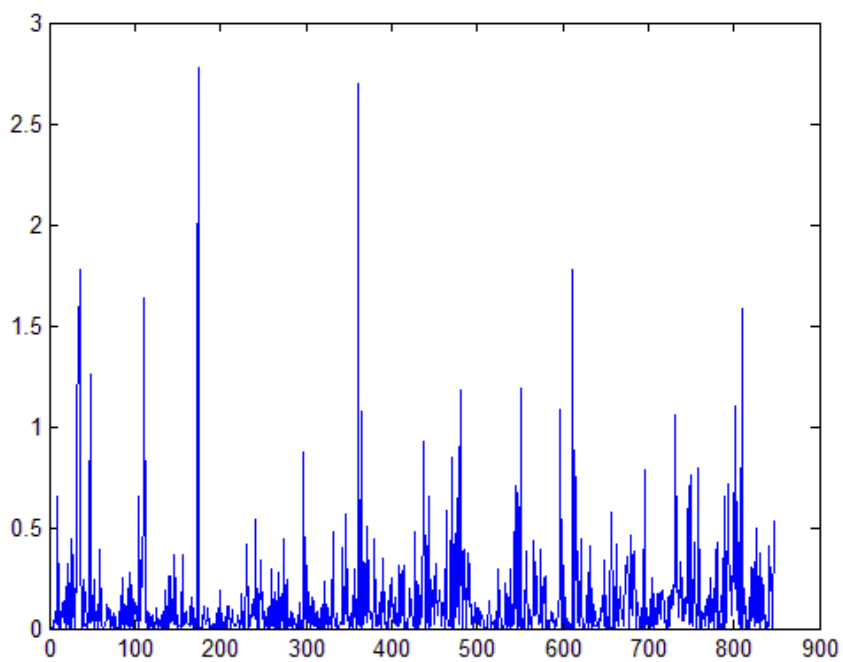
Zīm. 5.8. Trešā portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

Trešam portfelim, salīdzinot ar iepriekšējiem diviem, ir daudz vairāk iespējamo lūzuma punktu. Īpaši var izdalīt 2007. gada nobeigumu, kur tādu dienu blīvums vizuāli ir visliels.



Zīm. 5.9. Ceturta portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

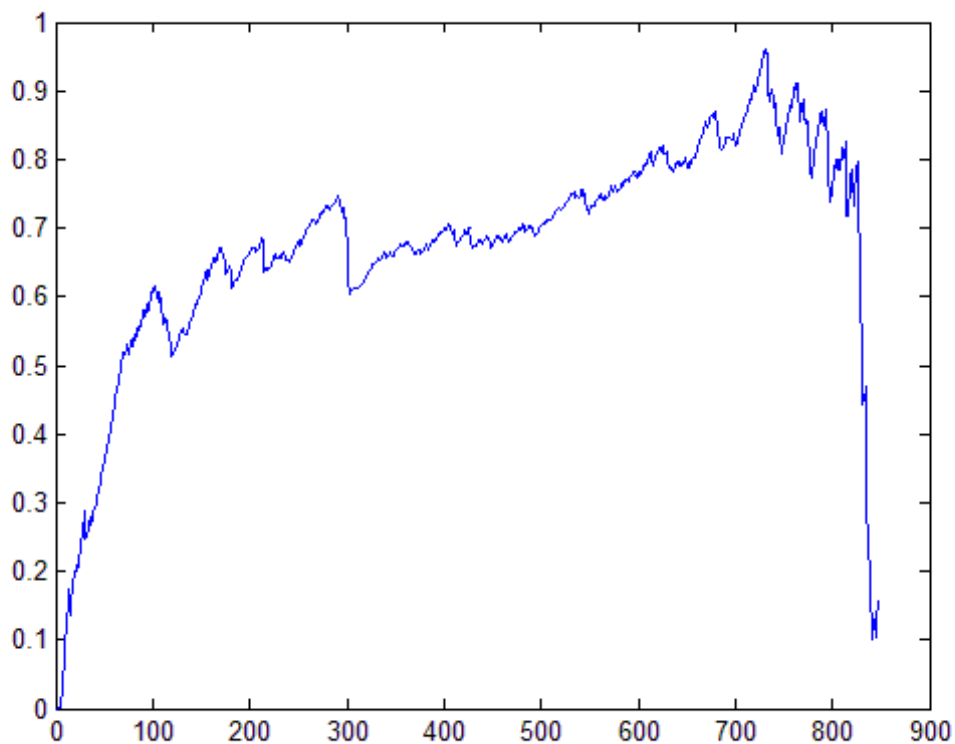
Ceturtam portfelim ir tikai 7 dienas kuros varētu būt lūzuma punkts.



Zīm. 5.10. Piektā portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

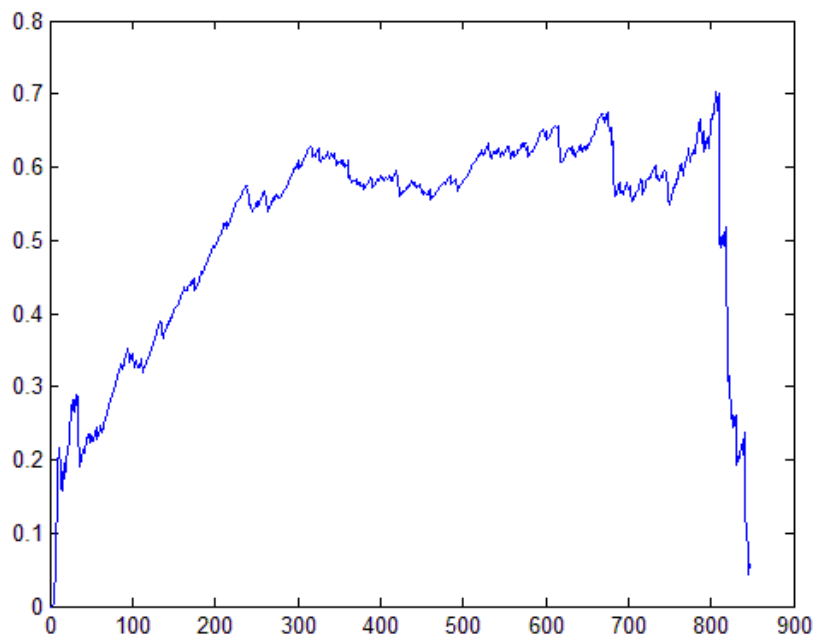
Kā mēs varam redzēt no 1-soļa *Chow* testa eksistē dienas, kuri neiztur šo testu (vērtība lielāka par 1). Tas nozīmē, kā sājās dienās varētu eksistēt regresijas lūzuma punkti, bet tas nav drošs

nosacījums, jo vienā dienā portfeļa ienesīgums varētu stipri atšķirties no tirgus ienesīguma kaut kādu makroekonomisko ziņu dēļ vai citu iemeslu. Lai precīzāk novērtētu lūzuma punktus var izmantot pārtraukuma punkta *Chow* testu. Šī testa būtība ir meklēt rezultējoša datu kopumā tendences izmaiņas, kas vērtība ir lielāka par 1. Datu rezultāti ir atspoguļoti zīmējumos 5.11. 5.12. 5.13 5.14. 5.15



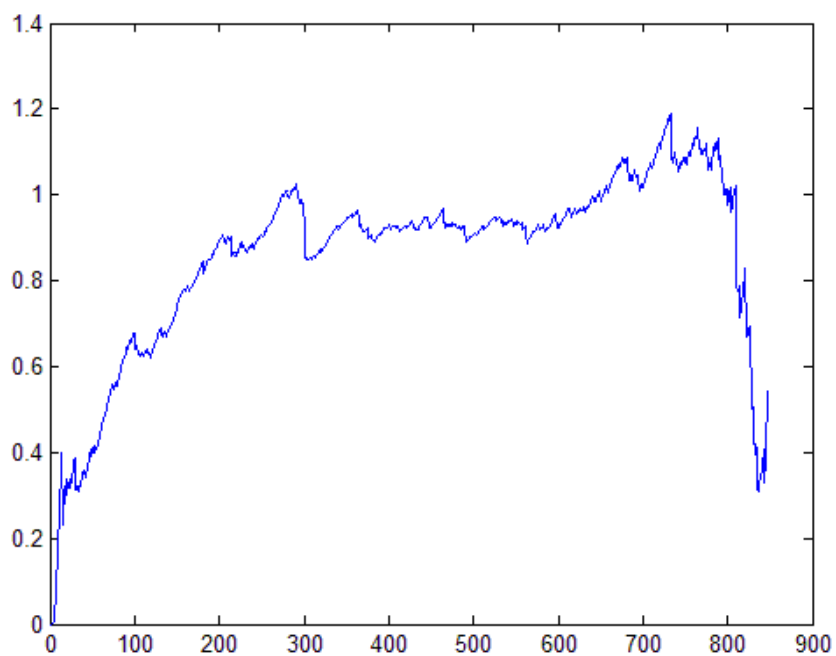
Zīm. 5.15 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts pirmām portfelim

Testa maksimums ir sasniegts 2007. gada vidū. Testa vērtība ir mazāka par 1, kas nozīmē, ka nekādu lūzuma punktu šajā regresijā, kura apraksta pirmo portfeļi dota novērojumu periodā, neeksistē.



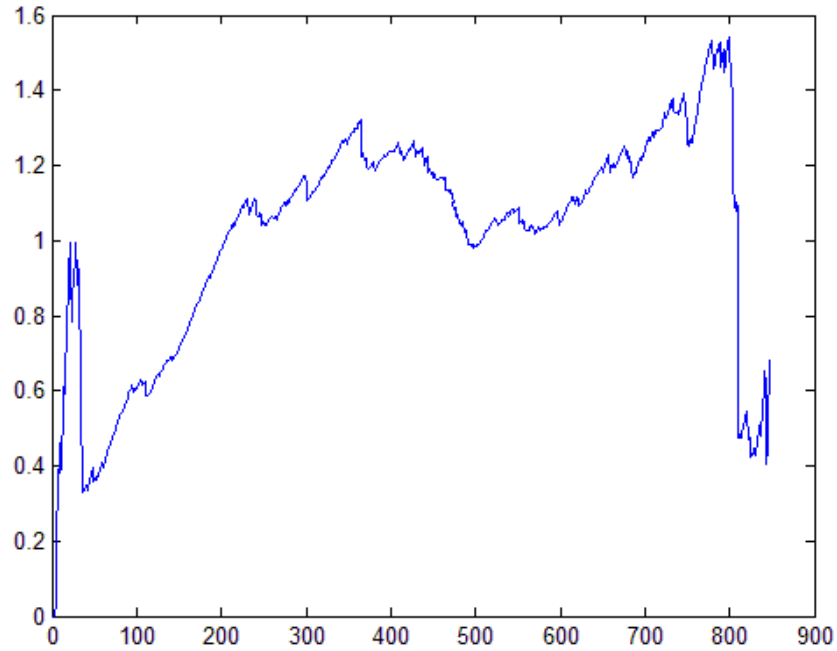
Zīm. 5.16 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts otram portfelim

Otra portfeļa situācija atkārtojas – nekādu lūzuma punktu dotajā intervāla neeksistē.



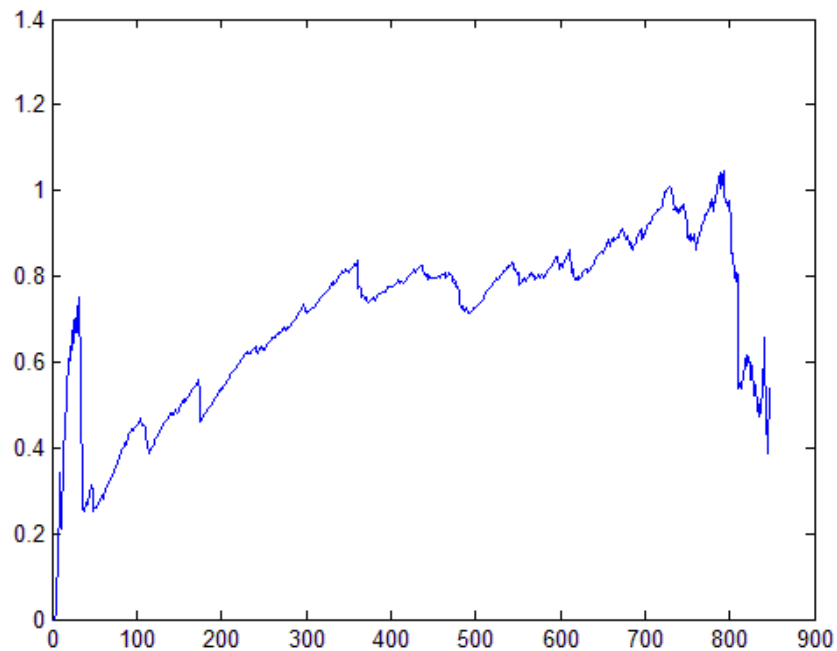
Zīm. 5.17 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts trešam portfelim

Trešam portfelim situācija izmainījās – iz izteikts lūzuma punkts 2007. gadā otrajā pusē. Tas jau ir otrais apstiprinājums šim portfelim (1-soļu testā šī periodā arī bija vērojamas lūzuma punkti)



Zīm. 5.18 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts ceturtam portfelim

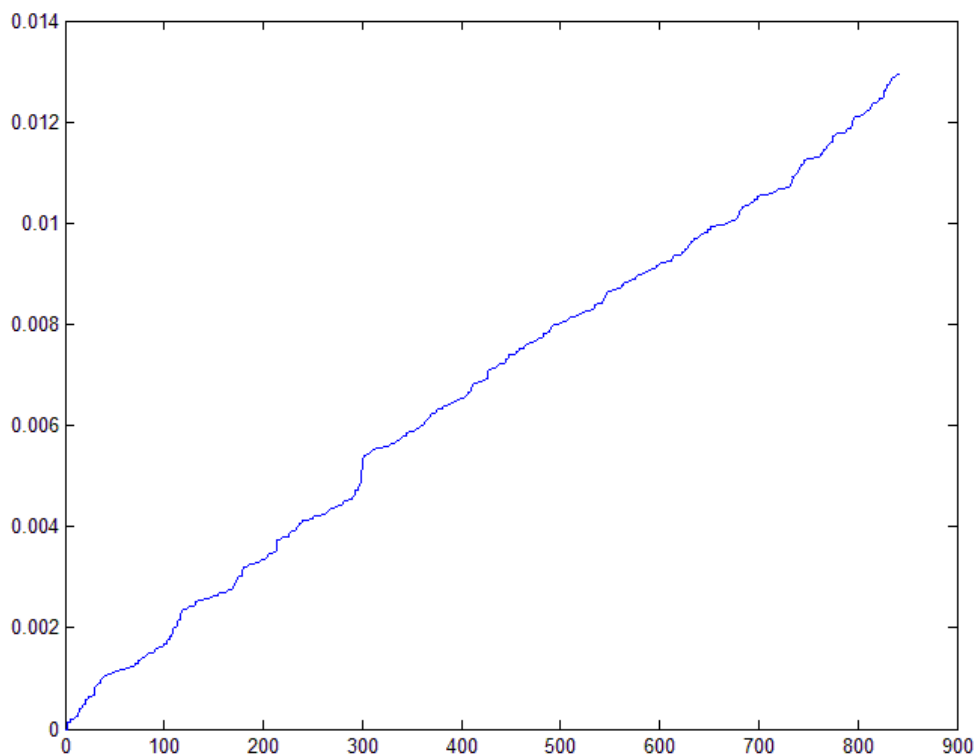
Ceturtaim portfelim var novērtēt divus lūzuma punktus – 2005. gadā vidū un 2007. gada nobeigumā.



Zīm. 5.19 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts piektam portfelim

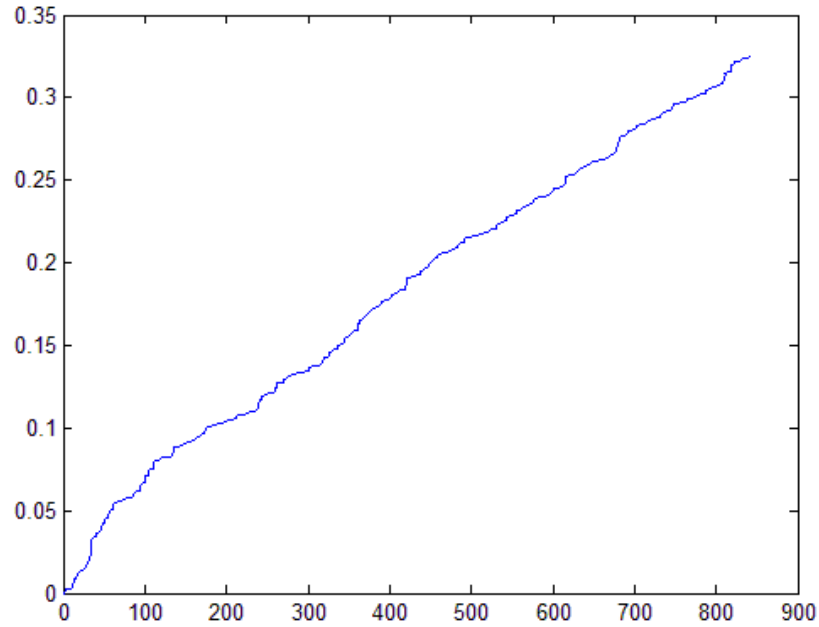
Pārtraukuma punkta *Chow* testu neizturēja trešais, ceturtais un piektais portfelis (pie p-

vērtības = 0.01). Izteiktais lūzuma punkts atrodas aptuveni 2007. gadā beigās. Šeit nevar viennozīmīgi pateikt, ka tas jau nav „krīzes sākums”, bet 2007. gada oktobris ir vēsturiskais maksimums DJIA un S&P500 indeksiem. Pārējo portfeļu testa rezultāti bija zem vieninieka robežas visa novērojamu periodā. Pēdējais tests ir rekursīvi novērojamais RSS. Testa būtība ir tāda, ka modeļa kļūdu pieaugšanas tempam jāizmainās regresijas lūzuma punktā. Zīm. 5.20. 5.21. 5.22. 5.23. 5.24. ir attēloti rekursīva RSS pieaugums 2004-2007. gados:



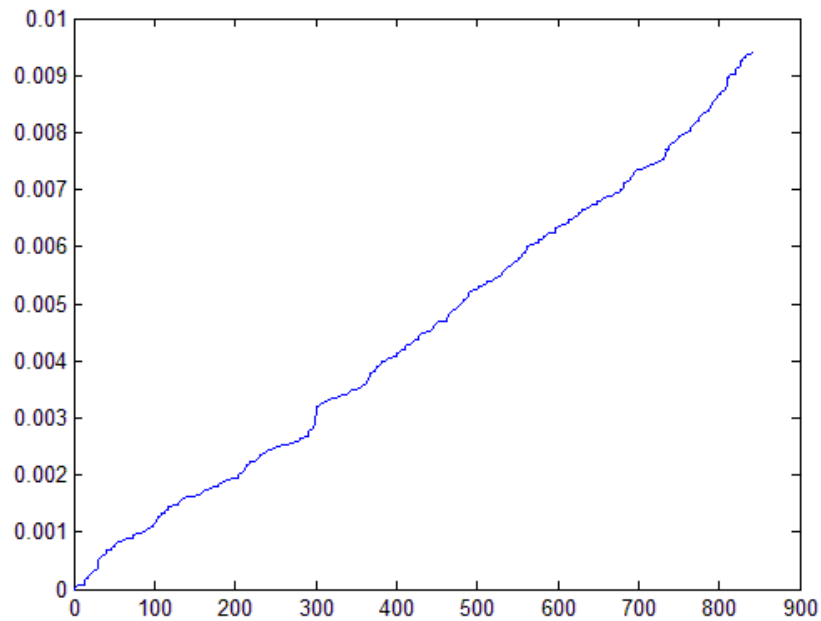
Zīm. 5.20 rekursīva RSS testa rezultāts pirmam portfelim

Rekursīva RSS testā ir jāmeklē taisnes slīpuma izmaiņas. 1 portfelim novērojamā laika periodā vizuāli tādu nav. Tas nozīmē arī to, ka lūzuma punktu šajā periodā – nav.



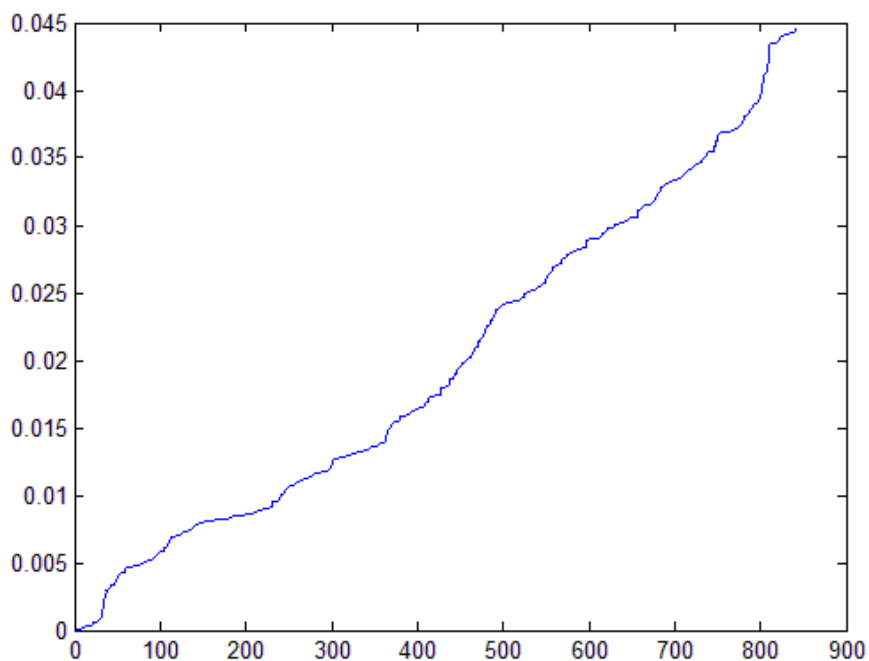
Zīm. 5.21 rekursīva RSS testa rezultāts otram portfelim

Taisnes slīpums, vizuāli, ir vienāds visu novērojamo periodu garumā, kas liecina par lūzuma punktu neeksistēšanu.



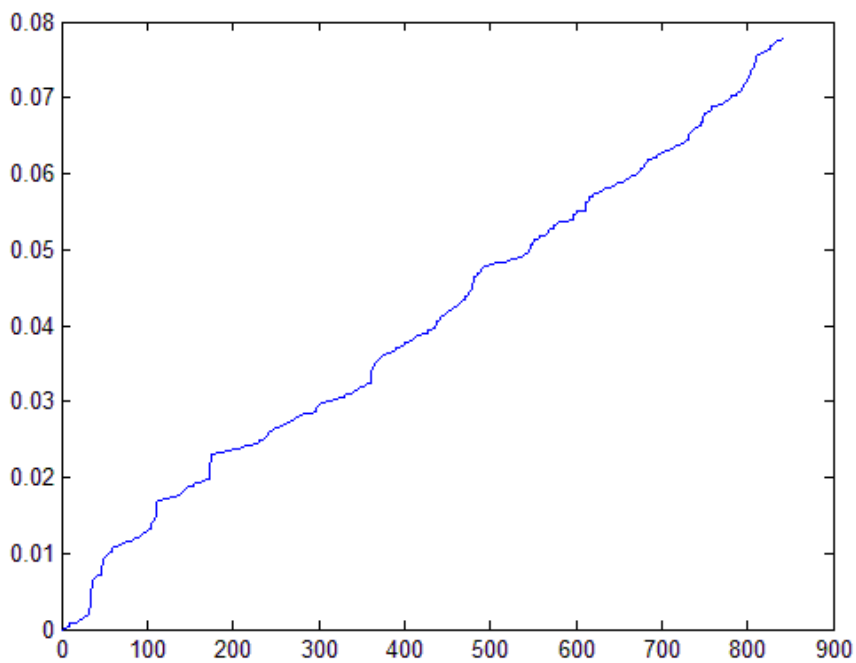
Zīm. 5.22 rekursīva RSS testa rezultāts trešam portfelim

Trešam portfelim situācija ir līdzīga pirmam un otram – nekādu taisnes slīpuma izmaiņu, un kā secinājums nekādu lūzuma punktu.



Zīm. 5.23 rekursīva RSS testa rezultāts ceturtam portfelim

Ceturtnam portfelim taisne, vizuāli, izmainīja savu slīpumu 2007. gada beigās. Ņemot vērā arī iepriekšējos testus, var secināt, ka šeit eksistē lūzuma punkts.



Zīm. 5.24 rekursīva RSS testa rezultāts piektam portfelim

No šī testa mēs vizuāli sagaidām RSS līnijas slīpuma izmaiņas. Kopumā līnijas slīpums ir aptuveni vienāds visu novērojumu rindā. Kaut gan ceturtnām portfelim 2007. gada nobeiguma slīpums sāka mainīties. Ņemot Verā betas konverģēšanas testu, 1-soļu *Chow* testu, pārtraukuma punkta *Chow* testu visi portfeļi, neskaitot ceturto ļoti labi seko CAPM izvirzītājām priekšlikumiem. Portfeļa ienesīgumu var aprakstīt tikai ar vienu koeficientu un tirgus ienesīgumu. Runājot par ceturto portfeļi, viennozīmīgi nevar pateikt, ka pēc 2007. gada fondu tirgus maksimumiem ir lūzuma punkts. Ir dažādi fakti, kuri liecina uz to, bet betas skaidri nerāda uz regresijas koeficientu izmaiņu.

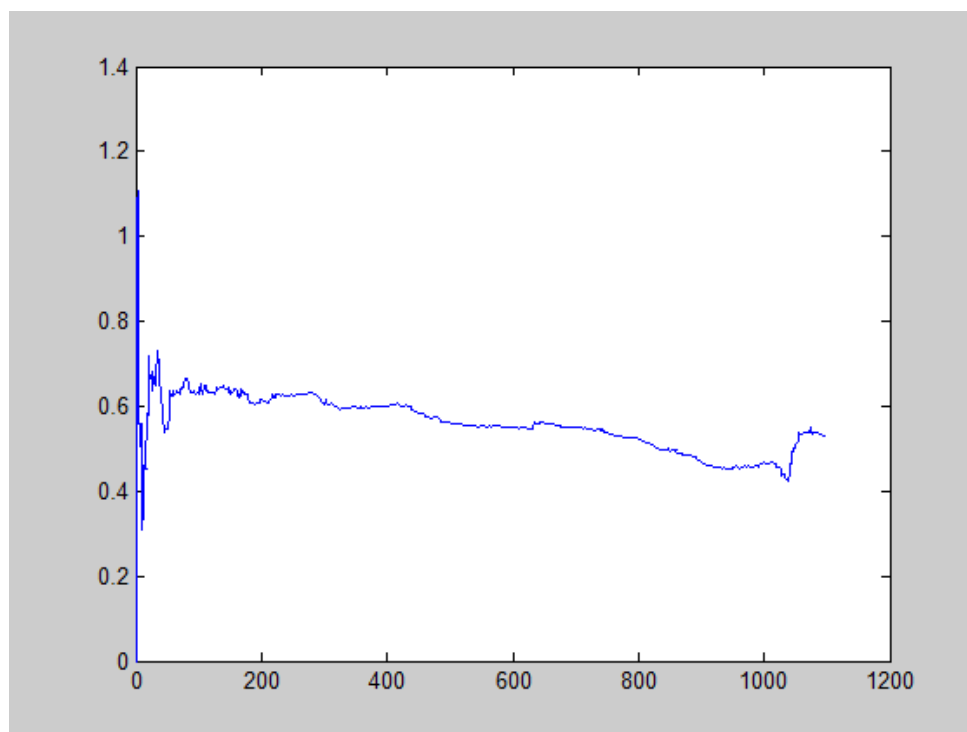
5.4. Betas konverģēšana 2008. gadā

Nodaļa 5.2. tiek analizēta betas koeficientu konverģēšana periodā līdz 2008. gadam. Nekādu īpašu pārsteigumu mēs nenovērojam pirmskrīzes periodā. Šīs maģistra darba tēma ir pētīt krīzes ietekmi, tāpēc betas konverģēšanas tests tiek atkārtots atkal, tikai datu kopumam tiek pievienots 2008. gads. „Pievienošana” tiek veikta ar EndDataSetCalculation.m skriptu palīdzību. Izejdatu stūktūras dēļ (jaunākie novērojumi iet ar mazāko indeksu masīva) tiek veidoti daži soļi, lai sagrupētu divus laika periodus. Matricu transponēšana ir nepieciešama pareizai darbībai Recursion2Var.m skriptam, kuram ir nepieciešams $(n, 1)$ vektors, nevis $(1, n)$, kur n ir novērojumu skaits. Zīmējumos 5.25. 5.26. 5.27. 5.28. 5.29 ir attēlots betu konverģēšanas process. Izejot no 2007. gada rezultātiem, tiek jākonverģē pie vērtībām, kuri ir doti tabula:

Tabula 5.2.

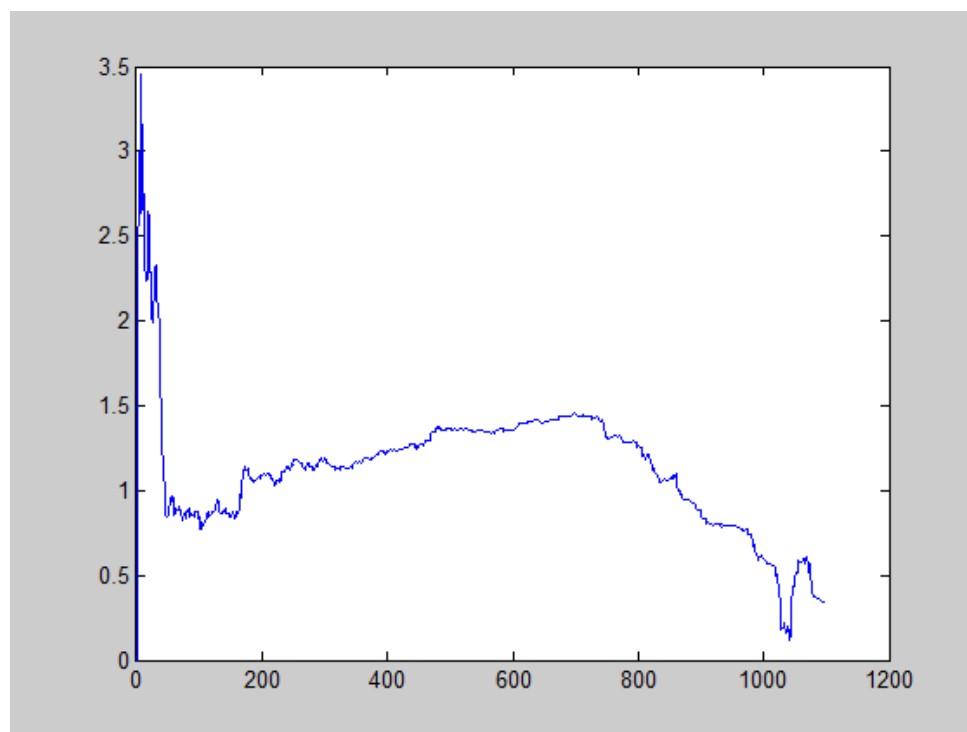
Iegūtas teorētiskas beta vērtības

CAPM aprēķināta beta
0.5
1
0.7
0.992
1.21



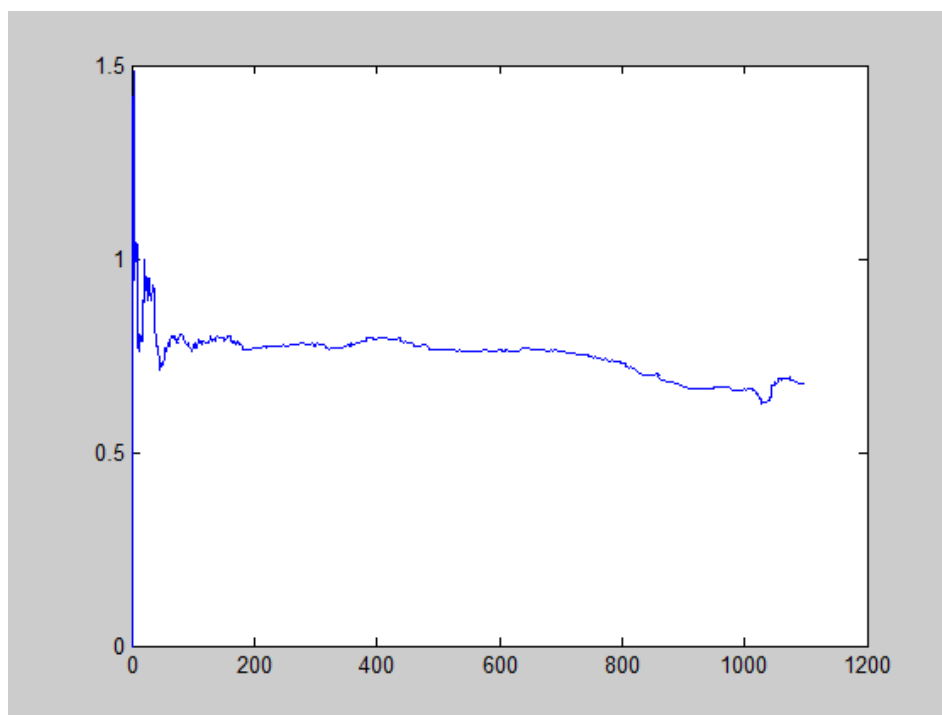
Zīm. 5.25 Pirmā portfeļa betas konverģēšana laikā

Beta konverģēja uz 0.532, kas ir tuvu portfeļa teorētiski aprēķinātai betai – 0.5 Bet bija liels lēcians 2008.gada beigās, kas liecina par lūzuma punktu esamību tajā periodā.



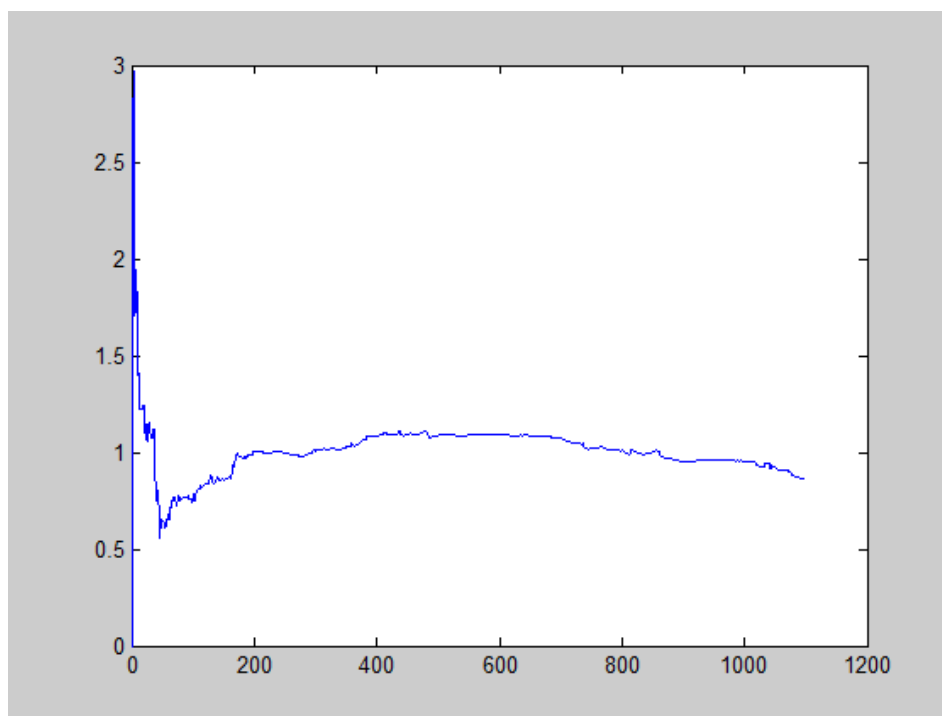
Zīm. 5.26 Otrā portfeļa betas konverģēšana laikā

Beta konverģēja uz 0.325, kas ir ļoti tālu no teorētiski aprēķinātas vērtības 1. Tas var liecināt tikai par to, ka eksistē lūzuma punkts.



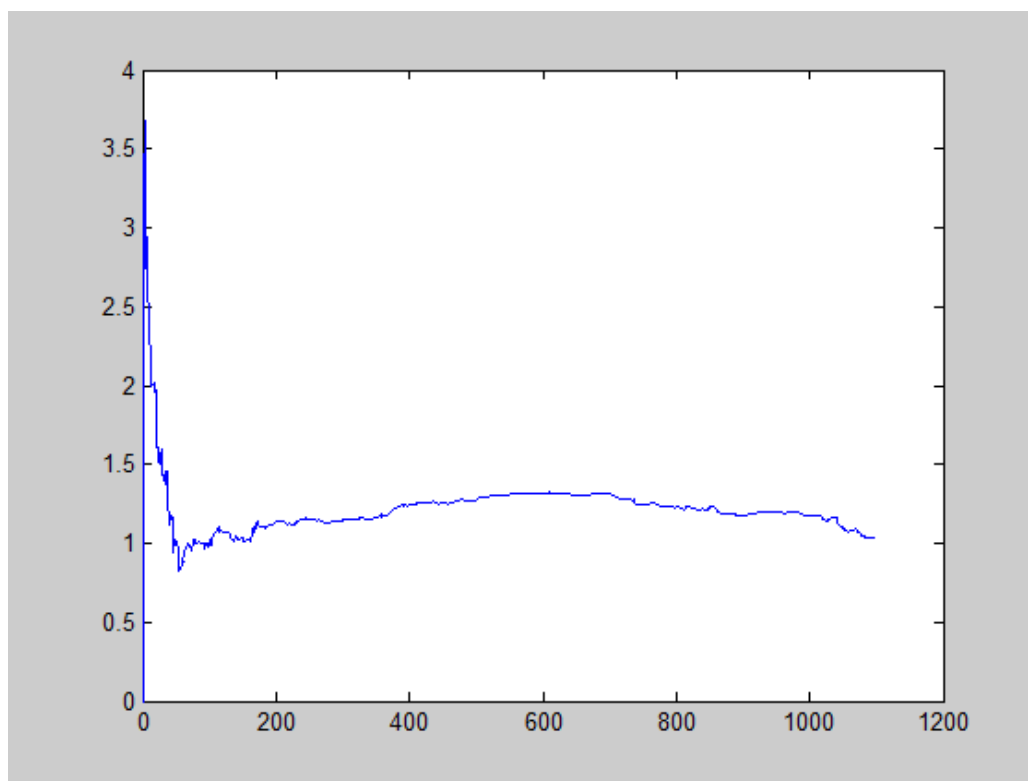
Zīm. 5.27 Trešā portfeļa betas konverģēšana laikā

Beta konverģēja pie vērtības 0.678, kas ir tuvu teorētiski aprēķinātai vērtībai 0.7. Kaut gan ir novērojamas nelielas fluktuācijas perioda nobeigumā, kas var radīt uz to, ka eksistē lūzuma punkts.



Zīm. 5.28 Ceturgtā portfeļa betas konverģēšana laikā

Betu konverģēšanas process bija bez izteiktiem kritumiem, bet rezultāts, 0.866, atšķiras no teorētiski aprēķinātas vērtības – 0.992



Zīm. 5.29 Piekta portfeļa betas konverģēšana laikā

Piekta portfeļa rezultāti atgādina ceturto – konverģēšanas process ir bez izteiktiem kritumiem, bet rezultāts 1.038 ir tālu no teorētiski aprēķināta 1.21.

Rezultātu skaitliskie dati ir apkopoti tabulā:

Tabula 5.3.

CAPM un rekursīvi aprēķinātas betas

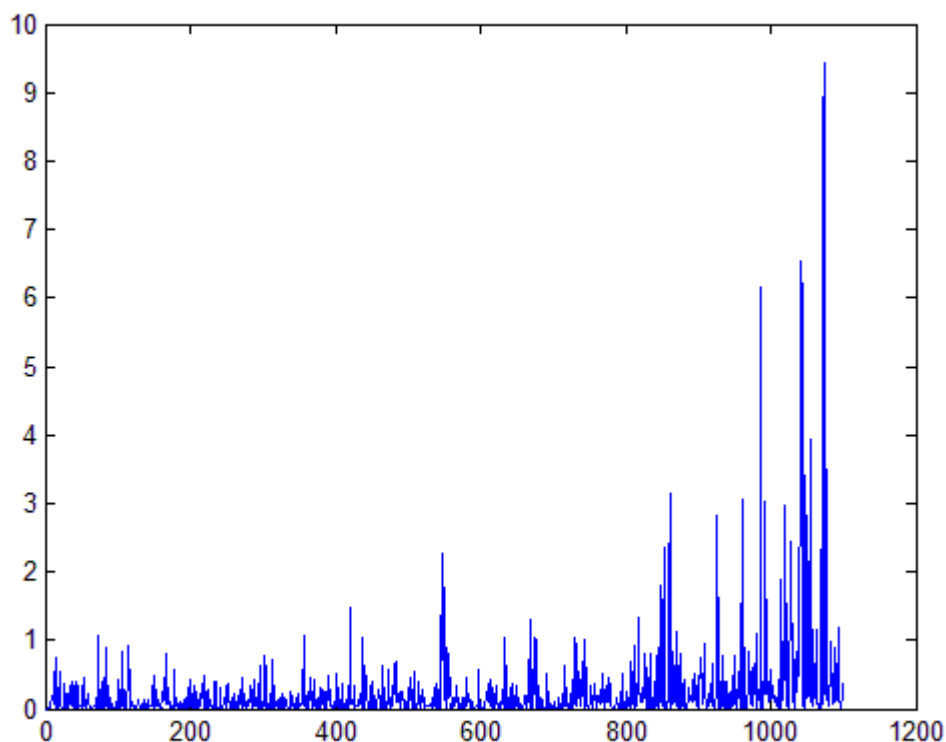
CAPM aprēķināta beta	Rekursīvi aprēķināta beta
1.21	1.038
0.992	0.866
0.7	0.678
1	0.325
0.5	0.532

Salīdzinot ar datiem, iegūtiem 5.2. nodaļā, mēs varam redzēt, kā betas koeficienti atšķiras nozīmīgi. Kad īsa tirdzniecība (short-selling) nav atļauta (betas 0.7, 0.992, 1.21) betas konverģēja pie mazākām vērtībām. Un jo lielāka vērtība, jo lielāka ir starpība starp CAPM prognozēto vērtību un rekursīvi iegūto vērtību.

5.5. *Chow* testu rezultāti iekļaujot 2008. gadu

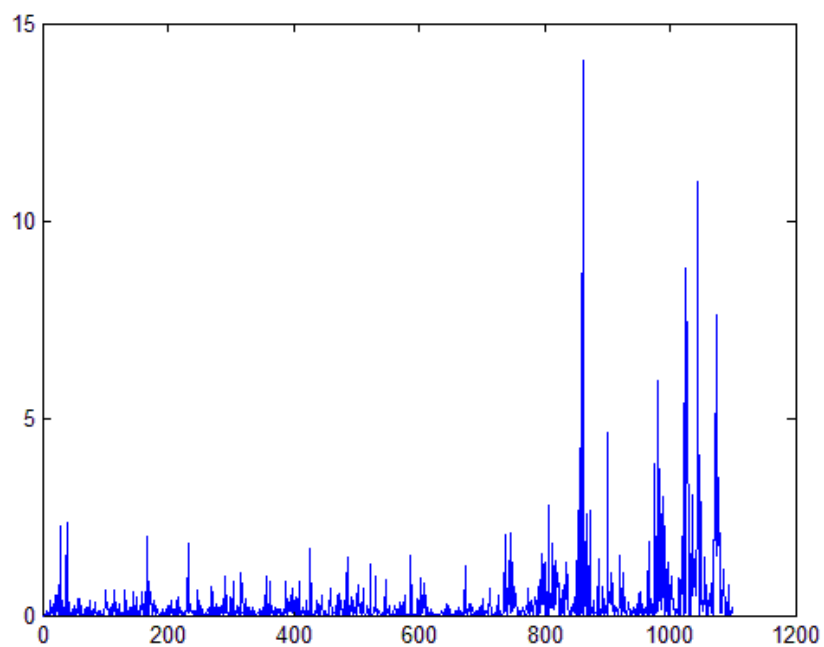
Nodaļā 6.4. izdarīts divu datu kopumu apvienojums (2004-2007 gads un 2008 gads) ir iespējams izmantot arī atkārtotiem *Chow* testiem. Nekādu papildu darījumu ar datiem nav nepieciešams. *Chow* testu un rekursīva RSS testa izpildīšanai ir izmantots tas pats skripts *Recursion2Var.m*.

Kā iepriekšējā nodaļa, pirmais ir 1-soļu *Chow* tests. Zīmējumi 5.30. 5.31. 5.32. 5.33 un 5.34 atspoguļo testa rezultātus:



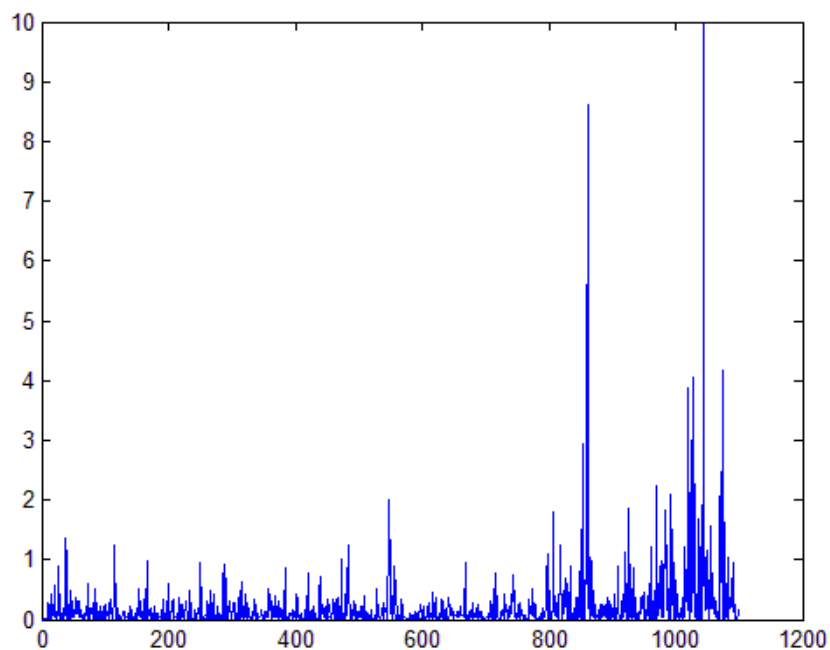
Zīm. 5.30 Pirmā portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

Uzreiz ir redzamas lūzuma punkti 2008. gada nobeiguma, kur rezultātu skaits, kuri ir lielāki par 1 ir ļoti liels. Mazāka mēra tas var novērot arī 2007. un 2008. gadu robežā. Tas var liecināt par divu lūzuma punktu eksistenci.



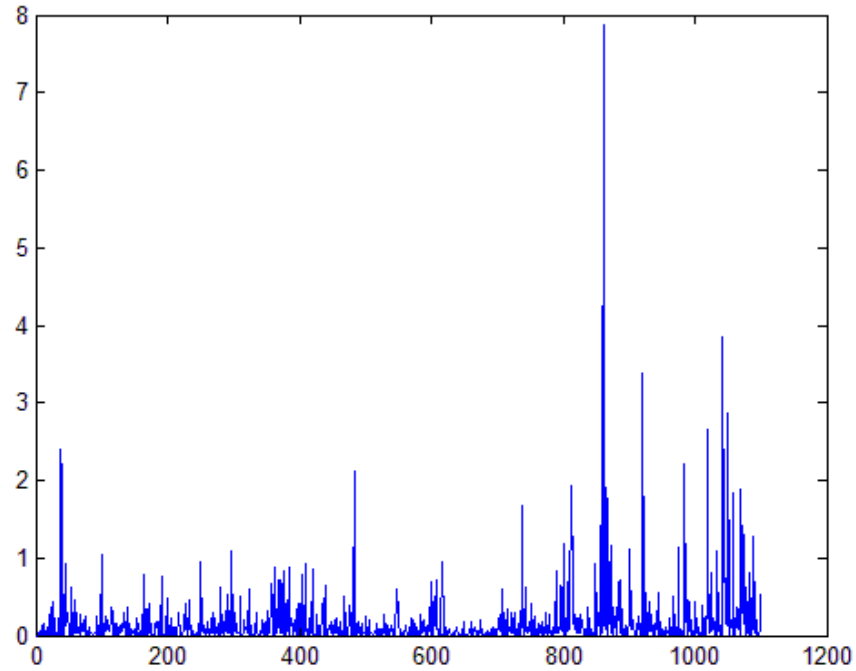
Zīm. 5.31 Otra portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

Situācija ir līdzīga pirmam portfelim, tikai jāpiezīmē ka šeit vairāk ir izteikts lūzuma punkts 2007.-2008. gadu robežā.



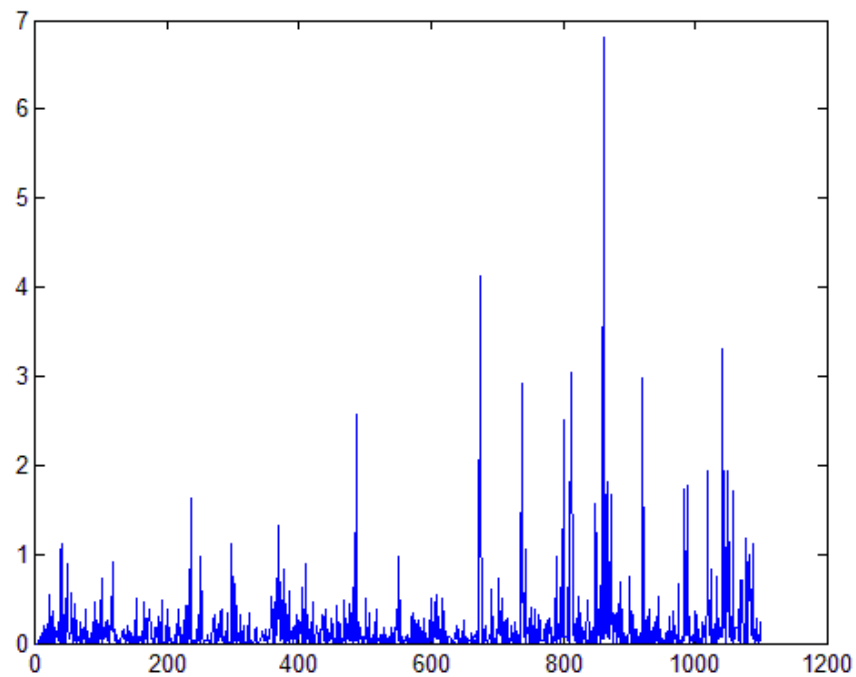
Zīm. 5.32 Trešā portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

Situācija ir līdzīga iepriekšējiem portfelim. Divi lūzuma punkti – 2007. un 2008. gadu robežā un 2008. gada nobeigumā.



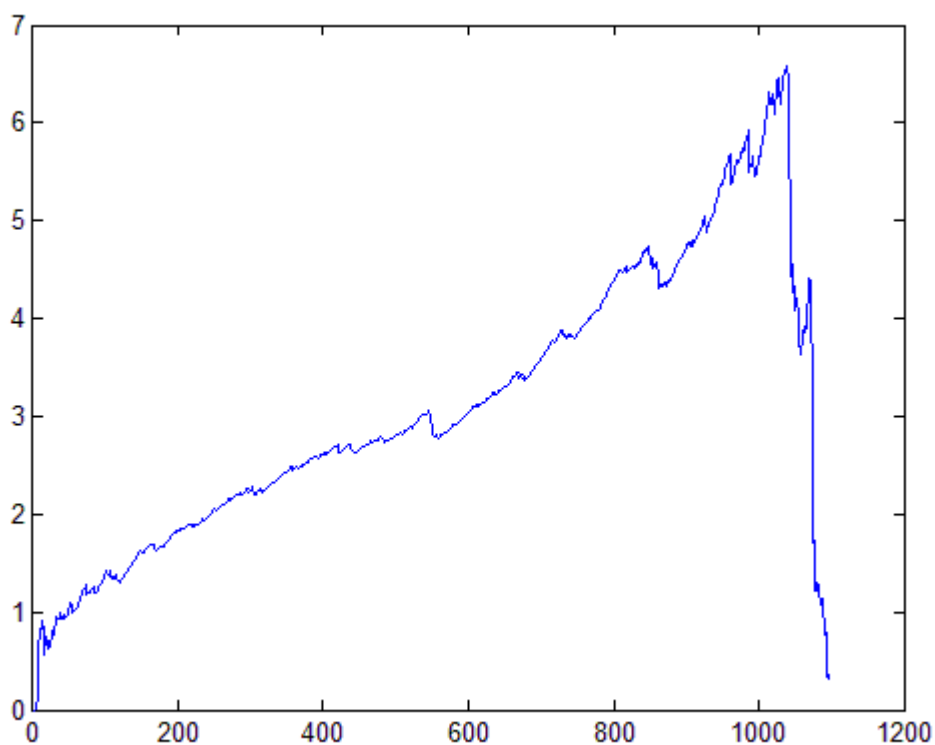
Zīm. 5.33 Cetura portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

Situācija atgādina otro portfeli – labāk izteikts lūzuma punkts 2007. un 2008.gadu robežā, un mazāk – 2008. gada nobeigumā. Ir vērts pieminēt, ka šīm abām portfeliem ir vienādas betas (aptuveni 1)



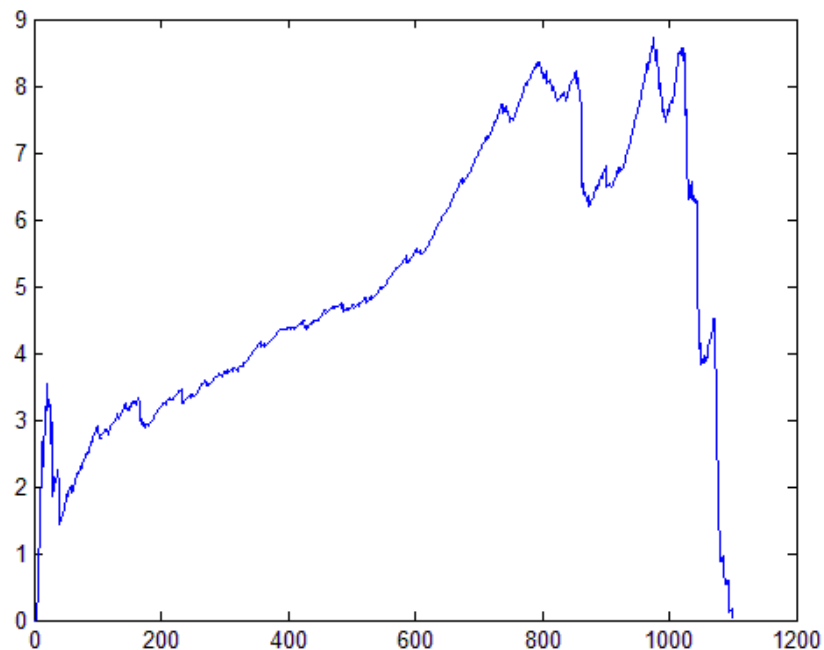
Zīm. 5.34 Piekta portfeļa 1-soļu *Chow* testa rezultāti.

No rezultātiem mēs varam redzēt, ka iespējamu regresijas lūzuma punktu skaits strauji pieaug. Īpaši liela koncentrācija ir uz 2007.-2008. gada robežas, ka arī 2008. gada nobeigumā. Tas varētu secināt par iespējamiem diviem lūzuma punktiem. Lai to apstiprinātu, nākamajā testā, pārtraukuma punkta *Chow*, jāmeklē lokālie maksimumi tajos vēsturiskajos periodos. Testa absolūtai vērtībai jābūt lielākai par 1. Zīmējumos 5.35. 5.36. 5.37 5.38. un 5.39 iz atspoguļoti pārtraukuma punkta *Chow* testa iegūtie rezultāti:



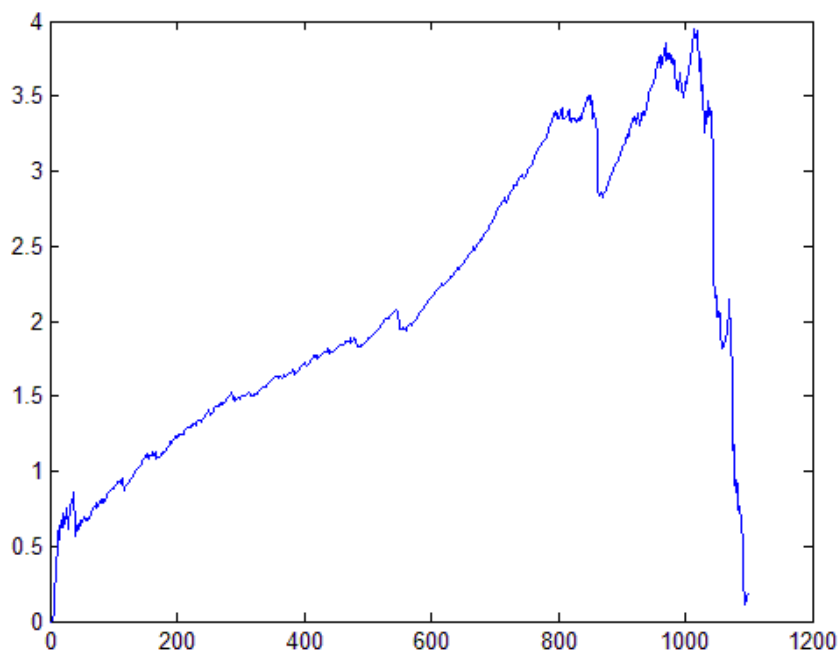
Zīm. 5.35 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts pirmam portfelim

Uzreiz ir redzams lūzuma punkts 2008. gada beigās. Uz to arī liecina arī iepriekšējie testu rezultāti. 2007. u 2008. gada robežā arī mēs varam novērot lokālo maksimumu, kas arī var apskatīt, ka regresijas lūzuma punktu.



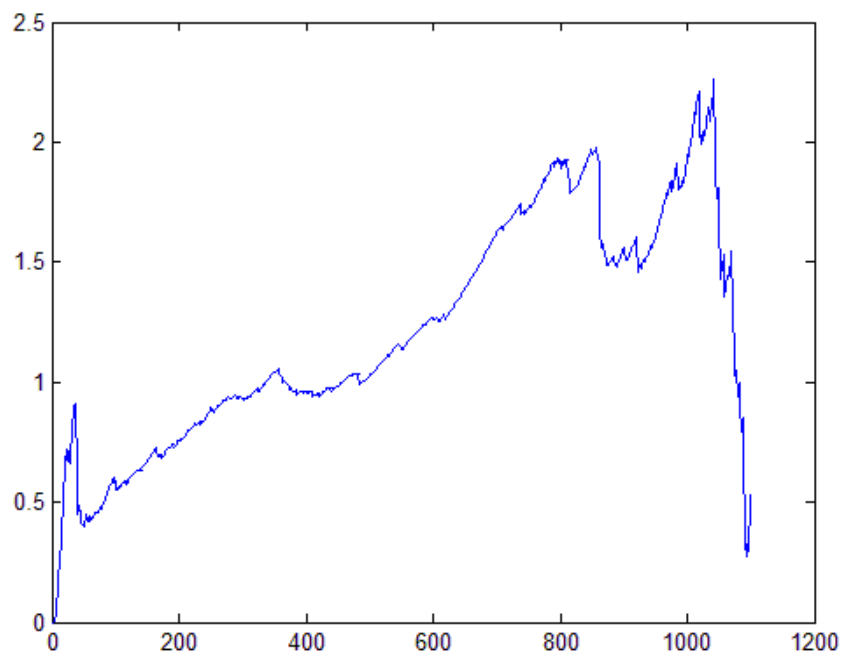
Zīm. 5.36 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts otram portfelim

No testa rezultātiem var secināt par divu lūzuma punktu eksistenci – pirmais ir 2007. un 2008. gada robežā un otrs 2008. gada nobeigumā.



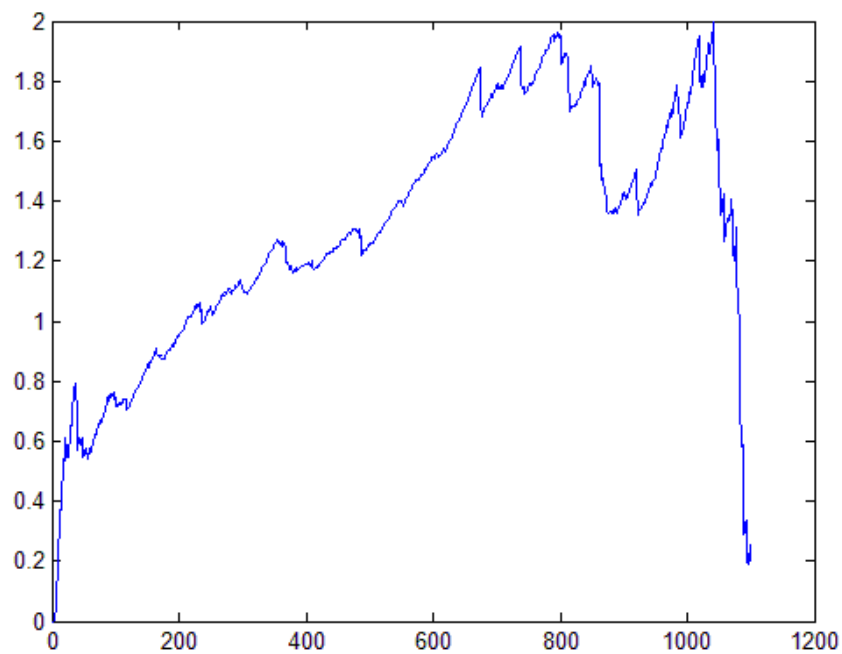
Zīm. 5.37 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts trešam portfelim

Situācija ir analogiska otram portfelim – divi lūzuma punkti aptuveni tajos pašos periodos.



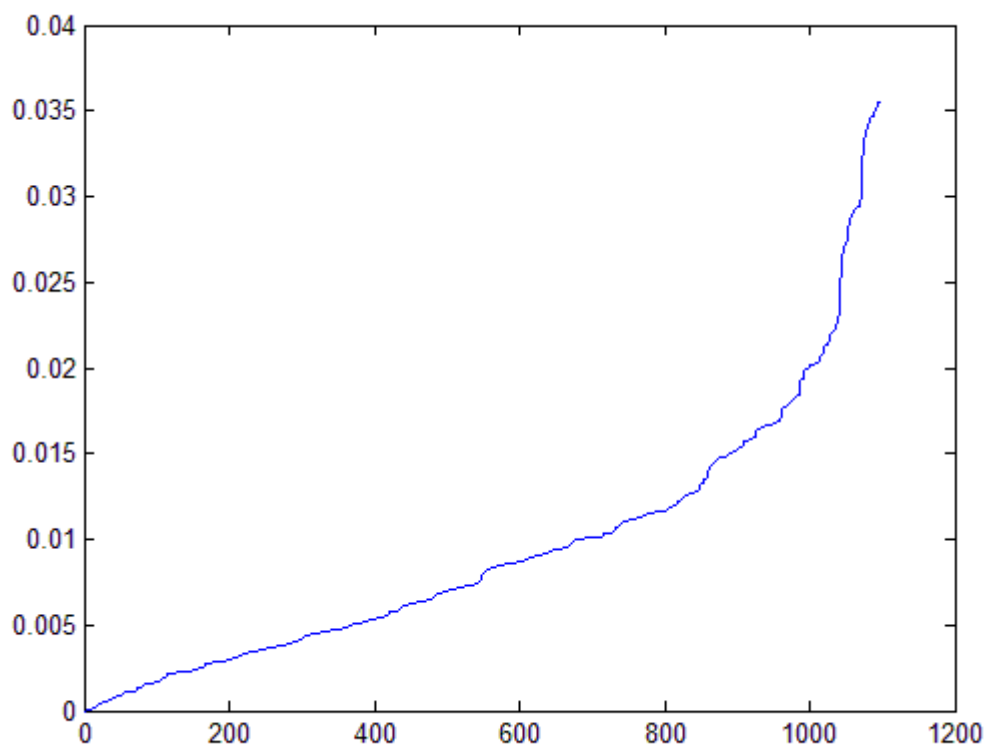
Zīm. 5.38 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts ceturtam portfelim

No testa rezultātiem ir skaidri redzami divi lūzuma punkti – iepriekš minētie 2007. un 2008. gadu robeža un 2008. gada nobeigums.



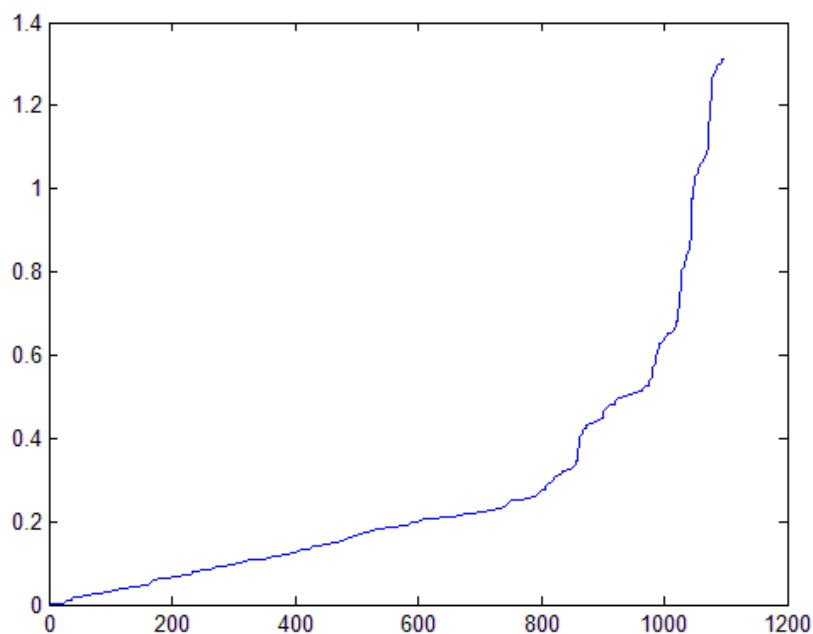
Zīm. 5.39 pārtraukuma punkta *Chow* testa rezultāts piektam portfelim

Absolūti visiem portfelim ir stipri izteikti divi regresijas lūzuma punkti. Atkarība no portfeļa precīzs datums fluktuē, bet kopumā var pateikt ka viens punkts ir 2007. gada nobeigumā un otrais punkts ir 2008. gada otrajā pusē. Lai apstiprināt šo pieņēmumu, rekursīvajā RSS testā jāmeklē negaidāmos palielinājumus modeļa kļūdu summās. Zīmējumos 5.40. 5.41. 5.42. 5.43. un 5.44. ir attēloti rekursīva RSS testa rezultāti.



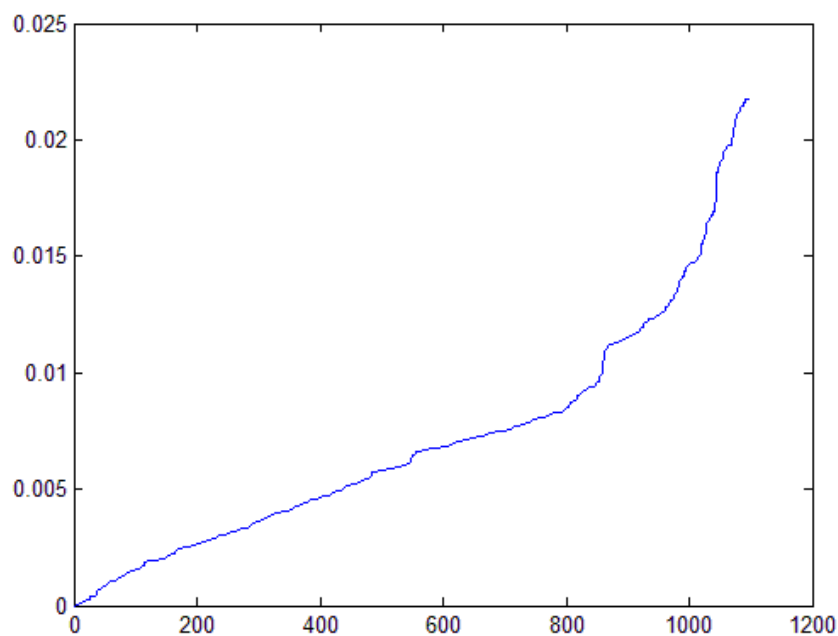
Zīm. 5.40 rekursīva RSS testa rezultāts pirmam portfelim

Ar rekursīva RSS testa ir grūti pateikt, cik daudz lūzuma punktu eksistē. Tas ir saistīts ar to, ka modeļa kļūdas sāk pieaugt jau pēc pirma lūzuma punkta. Bet, runājot par pirmo portfeli un testa rezultātiem var secināt par lūzuma punktu 2008. gada nobeigumā.



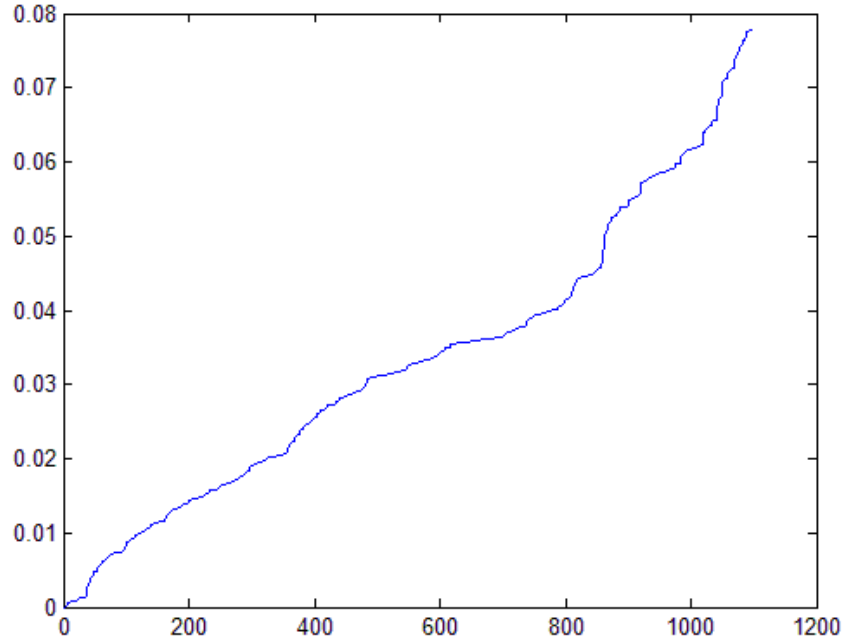
Zīm. 5.41 rekursīva RSS testa rezultāts otram portfelim

No rezultātiem, varam redzēt rekursijas izmaiņas 2007. un 2008. gada robežā, ka arī 2008. gada nobeigumā. Šeit var redzēt divus lūzuma punktus, jo ir skaidri redzami divi lēcieni RSS vērtībās.



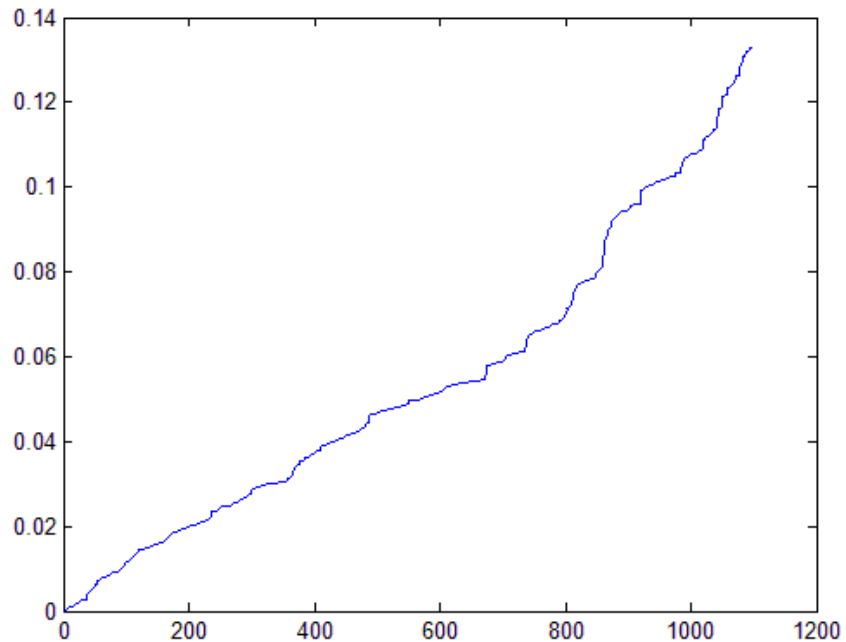
Zīm. 5.41 rekursīva RSS testa rezultāts trešam portfelim

Situācija ir analogiska otram portfelim – divi lūzuma punkti tajos pašos periodos.



Zīm. 5.42 rekursīva RSS testa rezultāts ceturttam portfelim

Šeit situācija ir līdzīga pirmam portfelim. Ir redzams lūzuma punkts 2007. un 2008. gada robežā, bet nav skaidrs, vai ir punkts 2008. gada nobeigumā.



Zīm. 5.43 rekursīva RSS testa rezultāts piektam portfelim

Tad pats rezultāts, ka pirmam un ceturttam portfelim – var secināt, ka ir lūzuma punkts 2007. un 2008. gada robežā.

Kopumā, ņemot vērā visas izdarītas testus ir redzams izteikts lūzuma punkts 2007. un 2008. gada robežā. Visu testu rezultāti liecina uz to. Ar otro lūzuma punktu identificēšanu ir grūtāk. Visi testi, neieskaitot rekursīvo RSS, skaidri liecina, ka ir lūzuma punkts vēl 2008. gada nobeigumā. Rekursīva RSS testa īpašības dēļ, šo punktu ir grūti identificēt, bet šī testa rezultāti nav pretrunā ar citiem, tāpēc 2008. gada nobeigumu arī var nosaukt par lūzuma punktu.

6. SECINĀJUMI UN KOPSAVILKUMS

Maģistra darba mērķis ir, analizējot ASV akciju tirgus dienu svārstības perioda no 2004. gada līdz 2008. gada nobeigumam noskaidrot, vai Capital Asset Pricing Model ir tik pats efektīvs krīzes laikos, kā tās ir pirms krīzes. Lai sasniegtu pētījuma mērķi autos aplūkoja sekojošus jautājumus:

- Ar CAPM palīdzību tiek sastādīti pieci portfeļi ar dažām beta vērtībām. Diviem portfeļiem bija atļauts izmantot īsas pozīcijas (short-selling). Pārējiem trim – nē. Portfeļu beta koeficienti svārstījās robežas no 0.5 līdz 1.21, kas ir pietīkoši lai pārklātu lielāku daļu no iespējamās beta vērtības.
- Pār vēsturisko periodu tiek izvēlēts 2004. – 2008. gads. Šajā periodā ir iekļūti gan gadi ar strauju akciju tirgus pieaugumu, gan lielākās finanšu krīzes sākums kopš Lielas Depresijas 1930.ajos gados.
- Lai labāk saprastu betas koeficientu uzvedības bija nolemts izmantot *Chow* testu. Kaut gan oriģinālais *Chow* tests tika aizstāts ar četriem testiem, betas konverģēšans, 1-soļu *Chow*, pārtraukuma punkta *Chow* un rekursīva RSS testi, kuri, pēc savas idejas, ir tuvi *Chow* testam. Šī aizstāšana bija nepieciešama *Chow* testa vājas puses dēļ – tas dod neprecīzus rezultātus datu kopuma abos galos. Tā kā bija ļoti lielas tirgus kustības pēc Lehman Brothers bankas bankrotēšanas 2008. gada rudenī, ir nepieciešams testu kopums kurš var dod precīzo rezultātu par CAPM uzvedību pēdējos mēnešos 2008. gadā. (kas savukārt ir datu kopuma nobeigums)
- Lai ērtāk veiktu visus nepieciešamus testus, bija izvēlēta MATLAB programmatūra. Tiek uzprogrammeti skripti, kuri nodarbojas ar datu pirmsapstrādi, portfeļu veidošanu un testu pielietošanu uz iegūtiem datiem. Rezultāti grafiskā vai tabulas veida bija eksportēti uz MS Word vai Excel programmām.

Runājot par testa rezultātiem, tos var sadalīt divas kategorijas. Pirmkārt, ir vērs apskatīt testu rezultātus pirms 2008. gadam, un otrkārt – kopā ar 2008. gadu.

1. Betas konverģēšanas testā iegūtie rezultāti, kuri ir balstīti uz datu kopuma no 2004. gada līdz 2007. gadam pilnība sakrīt ar rezultātiem, iegūtiem ar CAPM palīdzību. Runājot par pašu konverģēšanas procesu – tas ļoti labi atspoguļo faktu, ka betas koeficienti nemainās visu novērojumu rindā garumā. Šeit arī var redzēt, ka izvēlētais tests dod lielas rezultātu fluktuācijas tikai viena no datu kopuma galiem (2004. gads).

Ņemot vērā 1-soļu *Chow* testa rezultātus, novērojamā pirms-krīzes periodā visiem portfeļiem ir dažādas atsevišķas dienas, kurus varētu apskatīt par punktiem, kur regresija nozīmīgi mainīja savus koeficientus. Balstoties tikai uz šī testa rezultātiem nevar, jo akciju dienu kustībām var piemīt liela volatilitāte kaut-kādu nozīmīgo makroekonomisko vai citu faktoru dēļ. Lūzuma punkta *Chow* testa bija pārsteidzošs rezultāts, ka pirms-krīzes periodā diviem portfeļiem bija izteikts regresijas lūzuma punkts, kurš atrodas pēc 2007. gada akciju tirgus sasniegtiem vēsturiskiem maksimumiem. Kaut gan no rekursīvajā RSS testā rezultātiem, kuri ir balstīti uz pirms krīzes datu kopuma, var secināt, ka lūzuma punktus šajā laika intervālā nav.

2. Runājot par datu kopumu, kur bija iekļauts 2008. gads bija daži pārsteidzoši rezultāti. Betas koeficientu rekursīvais novērtējums parādīja, ka portfeļiem tikai ar garam pozīcijām, betas koeficienti nozīmīgi samazinājās. No faktoriem, kuri varēja ietekmēt uz šo novērtējumu rezultātiem jāpiemīnē tas, ka portfeļu sastādīšanai tika izvēlētas kompānijas ar lielo tirgus kapitalizāciju. Ja pieņem, ka beta ir sistemātiska riska mērs, var apgalvot, ka lielas kompānijas krīzes laikā ir mazāk pakļauti kopējai panikai, arī 2008. gadā. Portfeļiem ar īsam pozīcijām kritums beta koeficientiem bija: viena gadījuma ļoti nozīmīgs (no 1 līdz 0.3) un otrajā gadījumā praktiski neizmainījās. Tāpēc nekādu secinājumu par betas uzvedību portfeļiem ar īsam pozīcijām nevar izveidot.
3. Runājot par krīzes ietekmi uz bētas koeficientiem kopumā, tiek atsevišķi aprēķinātas betas akcijām līdz 2011. gadu decembrim. Ka rezultātā, var secināt, ka akcijām ar mazam beta vērtībām (mazāk par 1) sistemātiskais risks samazinājās – salīdzinot ar 2007. gadu, jaunas, 2011. gada beta vērtības samazinājās. Beta koeficienti, kuri līdz krīzes sākumam bija lielāki par 1, arī izmainījās. Kopēja tendence parāda uz to, ka tās vērtības vēl pieauga. Tas varētu būt saistīt ar to, ka mazu betu akcijas bieži vien tiek aplūkoti, ka aizsargošie instrumenti (defensive stocks) un krīzes laikā tie pārspēj tirgus ienesīgumu. Tāds pats ir izskaidrojums akcijām ar lielām beta vērtībām – krīzes laikā riskantie instrumenti krīt vairāk.
4. 1-soļu *Chow* tests parādīja, ka ir daudz iespējamo lūzuma punktu uz 2007-2008. gada robežas, ka arī 2008. gada otrajā pusē, kuros var apskatīt par regresijas izmaiņas punktiem. Faktiski, mēs varam secināt, ka eksistē divi lūzuma punkti regresijā. Pirmais punkts ir novērojams pēc 2007. gada vēsturiska maksimumā, un otrais lūzuma punkts atrodas pēc Lehman Brother banka un pasaules finanšu krīzes sākuma

2008. gada septembrī-oktobrī. Pārtraukuma punkta *Chow* tests apstiprināja izvirzītas idejas par diviem lūzuma punktiem, norādot uz regresijas izmaiņām tajos pašos laikā intervālos. Rekursīva RSS testā ir redzamas straujas slīpuma izmaiņas pēc 2007. gada.

Tādējādi kopumā Capital Asset Pricing modeļa efektivitāte krīzes laikā ir sliktāka, nekā pirmskrīzes laikā. Betas konverģēšanas, 1-soļu *Chow*, pārtraukuma punkta *Chow* un rekursīvas modeļu kļūdas summas testus var izmantot, lai noteiktu regresijas lūzuma punktus, kur beta koeficienti nozīmīgi mainās. Rezultātā, šo testu kopumu var izmantot kā tirgus uzvedības izmaiņu aizkavēto indikatoru.

Kā turpmāko pētījumu virzienu var novērtēt izmantotas metodoloģijas rezultātus, balstoties uz 2009.-2011. gada datiem.

LITERATŪRAS SARAKSTS.

Grāmatas un publicēti raksti

1. Ang. A, Joseph C., "CAPM Over the Long-run: 1926-2001", 2001.
2. Andrew C. Harvey. The Econometric Analysis of Time Series. 1990.
3. Bhattacharya U., Daouk H., Jorgenson B., Kehr C. „When an Event is not an Event: The Curious Case of an Emerging Market” - Journal of Financial Economics, 1999
4. Bodie Z., Kane M., Marcus A. „Investments” 8th edition, 2009.
5. Brown S.J., Warner J.B. „Using Daily Stock Returns: The Case of Event Studies” – Journal of Financial Economics, 1985,
6. *Chow. C. G.* Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica*, 1960.
7. Chris Brooks & Frank Skinner „What will be the risk-free rate and benchmark yield curve following European monetary union?” 2000. gads
8. Cowan A.R., Sergeant A.M.A. „Trading Frequency and Event Study Test Specification” – Journal of Banking and Finance, 1996
9. Damodaran A. "Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset”
10. Damodaran A. „Valuation Approaches and Metrics: A Survey of the Theory and Evidence” – Stern School of Business, 2006.
11. Fama E. „Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work” – Journal of Finance, 1970
12. Fama E. “Foundations of Finance. Portfolio Decisions and Securities Prices” – New York, USA: Basic Books, Inc., 1976
13. Jurgen A. Doornik, PcGive Manual - Volume 1. OxMetrics, 2010
14. Mangs. J. Identifying Change Points in Linear Regressions, 2009. gads
15. Revina I. Ekonometrija. – Rīga: Latvijas Universitāte, 2002. gads 270 lpp.
16. Richard E. Quandt. The estimation of the parameters of a linear regression system obeying two separate regimes. 1958.

17. Walter Enders. Applied Econometric Time Series, 2004.
18. Ануфимов И. Смирнов А. “Matlab 7 – Решение классических вычислительных задач”, 2005.
19. Дьяконов В. П. „Matlab 6.6. Основы программирования”, 2002.

Interneta avoti

20. NYSE mājas lapa: www.nyse.com
21. Finance Yahoo mājas lapa: finance.yahoo.com

PIELIKUMS.

1. Pielikums. Matlab'ā izmantotie skripti.

CAPMscript.m:

```

int i;
i=1;
for i=1:47
    for j=1:847
        MyDataPercent(j,i)=(Y2007(j,i)-
Y2007(j+1,i))/Y2007(j+1,i);
        MyDJIAPercent(j,1)=(DJ2007(j)-DJ2007(j+1))/DJ2007(j+1);
    end
end

for i=1:47
    for j=1:252
        Y2008Percent(j,i)=(Y2008(j,i)-Y2008(j+1,i))/Y2008(j+1,i);
        DJ2008Percent(j,1)=(DJ2008(j)-DJ2008(j+1))/DJ2008(j+1);
    end
end

[ExpReturn, ExpCovariance] = ewstats(MyDataPercent, 1);

AssetBound = 0.2 * ones(2,47);
for i=1:47
    AssetBound(1,i)=0;
end;

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn,...
ExpCovariance, 50, [], AssetBound);
RisklessRate = 0.0306/250;
BorrowRate = 0.0306/250;
RiskAversion = 40;

[RiskyRisk, RiskyReturn, RiskyWts,RiskyFraction, OverallRisk,...
OverallReturn] = portalloc (PortRisk, PortReturn, PortWts,...
RisklessRate, BorrowRate, RiskAversion);

```

BetaEst.m

```

[NumSamples, NumAssets] = size(MyDataPercent);

NumParams = 2 * NumAssets;

% Set up grouped asset data and design matrices
TestData = zeros(NumSamples, NumAssets);

```

```

TestDesign = cell(NumSamples, 1);
Design = zeros(NumAssets, NumParams);

for k = 1:NumSamples
    for i = 1:NumAssets
        TestData(k,i) = MyDataPercent(k,i)-0.0306/365;
        Design(i,2*i - 1) = 1.0;
        Design(i,2*i) = MyDJIAPercent(k)-0.0306/365;
    end
    TestDesign{k} = Design;
end

% Estimate CAPM for all assets together with initial parameter
estimates
[Param, Covar] = ecmmvnrmls(TestData, TestDesign);

for i=2:2:94
    Beta(i/2) = Param(i);
end;

```

PortfolioReturnCount.m

```

SelectedPortfoliosReturn = zeros(1101,5);

for portfolionumber=1:1:5
    for i=1:1:47
        for j=1:1:252

SelectedPortfoliosReturn(j,portfolionumber)=SelectedPortfoliosRe
turn(j,portfolionumber)+SelectedWeights(i,portfolionumber)*Y2008
Percent(j,i);
        end
    end
end

for portfolionumber=1:1:5
    for i=1:1:47
        for j=253:1:1099

SelectedPortfoliosReturn(j,portfolionumber)=SelectedPortfoliosRe
turn(j,portfolionumber)+SelectedWeights(i,portfolionumber)*MyDat
aPercent(j-252,i);
        end
    end
end

```

```

SelectedPortfoliosDifference = zeros(847,5);
for j=1:1:847
    SelectedPortfoliosDifference(j,1)=MyDJIAPercent(j) -
0.00306 / 350 - 0.5 * ( SelectedPortfoliosReturn(j,1) +0.00306
/350 );
end

for j=1:1:847
    SelectedPortfoliosDifference(j,2)=MyDJIAPercent(j) -
0.00306 / 350 - 1 * ( SelectedPortfoliosReturn(j,2) +0.00306
/350 );
end

for j=1:1:847
    SelectedPortfoliosDifference(j,3)=MyDJIAPercent(j) -
0.00306 / 350 - 0.7 * ( SelectedPortfoliosReturn(j,3) +0.00306
/350 );
end

for j=1:1:847
    SelectedPortfoliosDifference(j,4)=MyDJIAPercent(j) -
0.00306 / 350 - 0.992 * ( SelectedPortfoliosReturn(j,4) +0.00306
/350 );
end

for j=1:1:847
    SelectedPortfoliosDifference(j,5)=MyDJIAPercent(j) -
0.00306 / 350 - 1.21 * ( SelectedPortfoliosReturn(j,5) +0.00306
/350 );
end

```

EndDataSetCalculation.m

```

EndDataSet = zeros(1101,5);
LR1C = DJ2008Percent;

for i=253:1:1099
    LR1C(i) = MyDJIAPercent(i-252);    %    djia
end;
LQTOTALPC = RiskFreeRate;    %    risk free
LQ1CPC = SelectedPortfoliosReturn(1:1099,3);    % portfolio return

for i=1:1:1099

```

```

    T1(1100-i)=LR1C(i);
    T2(1100-i)=LQ1CPC(i);
end;

LR1C=T1';
LQ1CPC=T2';

```

Chow.m

```

function [Ratio] = Chow(t,v)
global k m RSSx;
limit = 0.99;
M=9;
RSS1 = RSSx(t-1);
RSS2 = RSSx(t);
RSST = RSSx(m);
RSSM = RSSx(M-1);
switch v
case 1
    ChowTest = ((RSS2 - RSS1)*(t-k-1))/RSS1;
    Flimit = finv(limit,1,t-k-1);
    Ratio = ChowTest/Flimit;
case 2
    ChowTest = ((RSST - RSS1)*(t-k-1))/(RSS1*(m-t+1));
    Flimit = finv(limit,m-t+1,t-k-1);
    Ratio = ChowTest/Flimit;
case 3
    ChowTest = ((RSS2 - RSSM)*(M-k-1))/(RSSM*(t-M+1));
    Flimit = finv(limit,t-M+1,M-k-1);
    Ratio = ChowTest/Flimit;
end
end

```

rpk.m

```

function A=rkp(vec,k)

T=length(vec);
i=1:T-k+1;
M=zeros(T-k+1,k);
for j=1:k,
    M(:,j)=i+j-1;
end
A=sum(vec(M'));

```

vrt.m

```

function [VR,Zk,Zhk]=vrt(x,k)
rt1=diff(log(x));
rtk=rkp(rt1,k);
moy=mean(rt1);
v=var(rt1);
T=length(rt1);
m=k*(T-k+1)*(1-k/T);
VR=1/m*sum((rtk-k*moy).^2)/v;
Zk=sqrt(T)*(VR-1)*(2*(2*k-1)*(k-1)/(3*k))^(-.5); j=1:k-1;
vec1=(2/k*(k-j)).^2;
rst=(rt1-moy).^2;
aux=zeros(1,k-1);
for i=1:k-1,
    aux(i)=rst(i+1:T)'*rst(1:T-i);
end
vec2=aux/((T-1)*v)^2;
Zhk=(VR-1)*(vec1*vec2')^(-.5);

```

Recursion2Var.m

```

global k m RSSx LR1C LQTOTALPC LQ1CPC;
k = 2;
m = size(LQ1CPC, 1);
XXi_pre = inv([LR1C(1:k) ones(k,1)]'*. ...
               [LR1C(1:k) ones(k,1)]);
betas(:,k) = XXi_pre*[LR1C(1:k) ones(1,k)]'*LQ1CPC(1:k);
XX_11(k) = XXi_pre(1,1);
XX_22(k) = XXi_pre(2,2);
for i=k+1:m
    lambda(:,i) = XXi_pre*[LR1C(i) 1]';
    XXi = XXi_pre -
        (lambda(:,i)*lambda(:,i)')/(1+lambda(:,i)'*[LR1C(i) 1]');
    XXi_pre = XXi;
    betas(:,i) = XXi*[LR1C(1:i) ones(1,i)]'*LQ1CPC(1:i);

    XX_11(i) = XXi(1,1);
    XX_22(i) = XXi(2,2);
end
stats = regstats(LQ1CPC(1:k), [LR1C(1:k)], 'linear');
RSSx(k) = sum(stats.r.*stats.r);
for i=k+1:m
    nu(i) = LQ1CPC(i) - [LR1C(i) 1]*betas(:,i-1);
    RSSx(i) = RSSx(i-1) + (nu(i)^2)/(1+lambda(:,i)'*[LR1C(i) 1]');
end
for i=k+1:m
    v(i) = nu(i)/sqrt(1+[LR1C(i) 1]*lambda(:,i));
end
for i=k:m
    res_var(i) = RSSx(i)/(i-k);
end

```

```

std_err_1 = sqrt(res_var).*sqrt(XX_11);
std_err_2 = sqrt(res_var).*sqrt(XX_22);
for j=k+2:m
Chow1plot(j) = (Chow(j,1));
Chow2plot(j) = (Chow(j,2));
end

```

2. Pielikums. Iegūto portfeļu aktīvu struktūra

Portfeļu struktūra ar īsam pozīcijām

		beta = 0.5	beta = 1
MO	Altria Group Inc.	0.0867	0.2
MMM	3M Co.	0.0241	-0.2
AA	Alcoa Inc.	-0.0154	0.2
AXP	American Express Company	-0.0587	-0.2
T	AT&T Inc.	0.0383	0.2
BA	The Boeing Company	0.0289	0.2
CAT	Caterpillar Inc.	0.0073	0.2
C	Citigroup Inc.	-0.0557	-0.2
KO	The Coca-Cola Company	0.2000	0.2
DD	E. I. du Pont de Nemours and Company	0.0317	-0.2
XOM	Exxon Mobil Inc.	0.0008	0.2
GE	General Electric Company	0.0516	-0.2
HPQ	Hewlett-Packard Company	0.0256	0.2
HD	The Home Depot Inc.	-0.0365	-0.2
HON	Honeywell International Inc	0.0174	0.2
INTC	Intel Corporation	-0.0376	0.2
IBM	International Business Machines Corporation	0.0664	-0.2
JNJ	Johnson & Johnson	0.2000	-0.2
JPM	JPMorgan Chase & Co.	-0.0856	-0.2
MCD	McDonald's Corp.	0.0671	0.2
MRK	Merck & Co. Inc.	-0.0004	0.2
MSFT	Microsoft Corporation	0.0097	0.2
PG	Procter & Gamble Co.	0.1184	0.2
UTX	United Technologies Corp.	0.0157	0.2
WMT	Wal-Mart Stores Inc.	0.0572	-0.2
DIS	Walt Disney Co.	0.0262	0.2
AIG	American International Group, Inc.	-0.0027	-0.2
PFE	Pfizer Inc.	-0.0175	-0.2
VZ	Verizon Communications Inc.	0.0304	-0.2
NOK	Nokia Corporation	-0.0313	0.2
AAPL	Apple Inc.	-0.0027	0.2
ADBE	Adobe Systems Inc.	-0.0307	0.2
AMD	Advanced Micro Devices, Inc.	-0.0051	-0.2
AMZN	Amazon.com Inc.	-0.0273	0.2
BAC	Bank of America Corporation	0.1402	-0.2

BK	The Bank of New York Mellon Corporation	-0.0259	0.2
CSCO	Cisco Systems, Inc.	0.0029	0.2
DELL	Dell Inc.	-0.0048	-0.2
EBAY	eBay Inc.	-0.0085	-0.2
F	Ford Motor Co.	-0.0175	-0.2
FTE	France Telecom	-0.0210	0.2
GOOG	Google Inc.	0.0456	0.2
IP	International Paper Company	-0.0119	-0.2
KFT	Kraft Foods Inc.	0.1012	-0.2
S	Sprint Nextel Corp.	-0.0009	-0.2
SNE	Sony Corporation	-0.0108	0.2
UL	Unilever plc	0.1149	0.2

Tab. 4.3. Portfeļu struktūra bez īsam pozīcijām

		beta = 0.7	beta = 0.992	beta = 1.21
MO	Altria Group Inc.	0.1324	0.2000	0
T	AT&T Inc.	0.0317	0.0000	0
BA	The Boeing Company	0.0185	0.0000	0
KO	The Coca-Cola Company	0.1395	0.0000	0
HPQ	Hewlett-Packard Company	0.0426	0.1262	0.2
JNJ	Johnson & Johnson	0.1895	0.0000	0
MCD	McDonald's Corp.	0.0892	0.1158	0
PG	Procter & Gamble Co.	0.0892	0.0000	0
NOK	Nokia Corporation	0.0000	0.1193	0.2
AAPL	Apple Inc.	0.0345	0.2000	0.2
AMZN	Amazon.com Inc.	0.0000	0.0000	0.2
GOOG	Google Inc.	0.0738	0.2000	0.2
KFT	Kraft Foods Inc.	0.0461	0.0000	0
UL	Unilever plc	0.1130	0.0387	0

Maģistra darbs „Kapitāla aktīvu tirgus veidošanās modeļa veiktspēja krīzes laikā”
izstrādāts LU Ekonomikas un vadības fakultātē

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie
informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai

Autors: Pāvels Jakubovs _____

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs: Dr. mat., profesors Mihails Hazans _____

Recenzents: Doc. Edgars Brēķis _____

Darbs iesniegts Matemātiskās ekonomikas katedrā _____

Lietvedības sekretāre: Dace Ķevere _____

Darbs aizstāvēšanai maģistra gala pārbaudījuma komisijas sēdē

_____ Prot.nr. _____ vērtējums _____

Komisijas sekretāre: Dr.mat., docente Signe Bāliņa _____