ИНСТИТУТ ФИЗИКИ АКАДЕМИИ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР

Ю.-Р.Х.Калниньш

КИНЕТИКА РЕКОМБИНАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В КРИСТАЛЛОФОСФОРАХ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ДЛИН СВОБОДНОГО ПРОБЕГА НОСИТЕЛЕЙ

Специальность 01.046 – Физика твердого тела

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель – доктор физико-математических наук

В.В.АНТОНОВ-РОМАНОВСКИЙ

Рига – 1971

О Г Л А В Л Е Н И Е

Стр.

Введение 8

Глава I. Некоторые вопросы диффузионной теории рекомбинации 7

§ I. Зонная модель и конечность длины свободного пробега 7

§ 2. Основные уравнения диффузионной теории 9

§ 3. Эффективные сечения рекомбинации носителей при затухании I2

§ 4. Вычисление ρ в случае малых длин свободного пробега I6

§ 5. Значения $\sigma_{эфф}$ для различных центров и некоторые экспериментальные результаты 20

Глава II. Общая постановка задачи. Заряженный и нейтральный центры 23

§ I. Постановка задачи 23

§ 2. Дополнительные предположения и уравнения для $\eta(z)$ 27

§ 3. Анализ выражений для $\eta(z)$ и $\sigma_{эфф}$ 33

§ 4. Вычисление $\eta(z)$ моделированием процесса рекомбинации на ЭВМ 35

Глава III. Определение $\eta(z)$ и $\sigma_{эфф}$ для заряженного центра 39

§ I. Основные соотношения 39

§ 2. Орбитальное движение и функция распределения.. 43

§ 3. Общие выражения для $\eta(\tau)$ и $\sigma_{эфф}$ 46

§ 4. Анализ выражений для $\eta(\tau)$ и $\sigma_{эфф}$ 49

§ 5. Определение $\eta(\tau)$ моделированием процесса рекомбинации на ЭВМ 58

Глава IУ. Расчет эффективного сечения рекомбинации дипольного центра 62

§ I. Дипольный центр 62

§ 2. Определение $\eta(\tau)$ и $\sigma_{эфф}$ 63

§ 3. Анализ выражений для $\sigma_{эфф}$ 67

Глава У. Уточнение некоторых параметров диффузионной теории 69

§ I. О понятии τ_0 и σ_κ 69

§ 2. Учет зависимости τ_0 от l 73

§ 3. Учет отражения носителей 75

Глава УI. Захват нерелаксированных дырок 78

Глава УII. Применение зонной модели для об"яснения результатов по рекомбинационной люминесценции... 83

Выводы 93

Литература 95

В В Е Д Е Н И Е

Рекомбинационные процессы носителей заряда играют существенную роль в самых различных физических процессах в кристаллах [1-3, 56]. Показано, что в щелочногалоидных кристаллах активаторная радиолюминесценция, в том числе и сцинтилляции, в основном определяются электронно-дырочными процессами [4]. Термостимулированная люминесценция в кристаллофосфорах также определяется излучательными переходами при рекомбинации носителей [3]. Рекомбинационные процессы об"ясняют также многие явления в полупроводниках - проводимость, термогальванические явления и др. [5,6]. Этим об"ясняется общий интерес к рекомбинационным процессам как со стороны физики диэлектриков, так и физики полупроводников.

Большой вклад в изучение рекомбинационных процессов в ионных кристаллах внесли научные коллективы, возглавляемые В.В.Антоновым-Романовским, Л.И.Арсеньевой-Гейль, А.Богуша, И.К.Витола, М.Л.Кац, Ф.Л.Клементом, Ч.Б.Лущиком, З.Л.Могенштерн, И.А.Парфиановичем, Л.М.Шамовским, Дж.Шульманом и др.

Систематические исследования рекомбинационной люминесценции в щелочногалоидных кристаллах позволили В.В.Антонову-Романовскому сформулировать первую общую теорию этих процессов [3,7]. В основе этой теории лежит представление о малой длине свободного пробега носителей, что позволяет описывать рекомбинационные процессы диффузионным уравнением. Эта теория - диффузионная теория рекомбинационной люминесценции - позволила

интерпретировать ряд экспериментальных результатов по рекомбинационной люминесценции кристаллофосфоров.

Однако диффузионная теория была разработана для случая малой длины свободного пробега носителей. В реальных кристаллах величина свободного пробега может изменяться в широких пределах - от одной до нескольких сотен постоянных решетки и больше. Конкретная величина пробега зависит от дефектов, температуры и отличается для электронов и дырок. Поэтому интерес представляет рассмотрение более общего случая теории рекомбинационных процессов, когда длины свободного пробега не малы.

Настоящая работа является развитием идей, сформулированных в диффузионной теории рекомбинационной люминесценции [3].

Задача диссертации заключается в определении кинетических параметров рекомбинации носителей заряда на центрах, не ограничиваясь малыми значениями длин свободного пробега. Для этой цели рассматривалось кинетическое уравнение Больцмана с нелинейным членом, учитывающим убыль носителей вследствие рекомбинации. Это является более общим случаем теории рекомбинационных процессов. Рассматривались разные модели центров: нейтральный, заряженный и дипольный. Получены выражения для эффективных сечений рекомбинации в зависимости от кинетических параметров (длины свободного пробега, радиуса сферы рекомбинации, радиуса сферы захвата). Определен характер функции распределения носителей в зависимости от расстояния для вышеупомянутых моделей. Проанализирован также предел применимости выражений для эффективных

сечений, полученных из диффузионной теории рекомбинационной люминесценции.

Наряду с этим рассмотрено также выражение, описывающее захват нерелаксированных ("горячих") носителей. Это выражение хорошо описывает результаты экспериментов [45, 51] . Проведены также расчеты кинетических уравнений для двухуровневой зонной модели кристаллофосфора, об"ясняющие экспери - ментальные результаты по зависимости выхода радиолюминесценции от плотности возбуждения и температуры.

Диссертация состоит из введения, семи глав и выводов.

В **г л а в е I** изложены основные представления диффузионной теории рекомбинационной люминесценции и некоторые экспериментальные результаты по эффективным сечениям.

В **г л а в е II** сформулирована общая задача в виде кинетического уравнения Больцмана с членом, учитывающим убыль носителей из-за рекомбинации. Рассмотрены модели заряженных и нейтральных центров. Процесс рекомбинации носителей на нейтральном центре промоделирован на ЭВМ.

В **г л а в е III** рассмотрен общий случай заряженного (притягивающего кулоновского) центра, используя метод двухсторонней функции распределения Максвелла.

В **г л а в е IУ** рассмотрена задача для дипольного центра.

В **г л а в е У** рассмотрены пределы применимости выражения эффективного сечения, полученного из диффузионной

теории для заряженного центра. Проанализирован случай, в котором радиус сферы рекомбинации определенным образом зависит от длины свободного пробега.

В **г л а в е** УI получена формула для захвата нерелаксированных ("горячих") дырок, хорошо об"ясняющая экспериментальные результаты.

В **г л а в е** УП приведены расчеты кинетических уравнений для двухуровневой зонной модели кристаллофосфора, об"ясняющие экспериментальные результаты по зависимости выхода радиолюминесценции от плотности возбуждения и температуры. Получены выражения, позволяющие по экспериментальным зависимостям выхода радиолюминесценции (при двух различных температурах) определить отношение эффективного сечения рекомбинации к сечению захвата.

В **в ы в о д а х** приведены основные результаты работы.

Глава I

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИФФУЗИОННОЙ ТЕОРИИ РЕКОМБИНАЦИИ

§ I. Зонная модель и конечность длины свободного пробега

При изучении люминесценции кристаллофосфоров широко используется зонная модель полупроводников. Зонная модель - это чисто энергетическая схема. Одним из основных предположений зонной модели является предположение о принадлежности носителя заряда всему кристаллу, т.е. длина свободного пробега носителя предполагается равной бесконечности. В таком случае каждый носитель заряда может взаимодействовать с любым центром люминесценции в кристалле, что предсказывает бимолекулярный характер кинетики.

Использование зонной схемы об"яснило много свойств люминесценции кристаллофосфоров, дало возможность получить информацию о величинах эффективных сечений рекомбинации или захвата, которые вводятся в зонную схему как феноменологические константы. Однако ряд явлений нельзя было об"яснить исходя из зонной модели.

Еще в 1935 г. при исследовании явления окрашивания щелочногалоидных кристаллов было обнаружено перемещение окраски, получившейся в одном месте кристалла, в другую согласно законам диффузии [8] . Было показано, что под действием электрического поля окраска перемещается согласно законам диффузии

заряженных частиц в электрическом поле.

В.В.Антонов-Романовский в 1942 г. [7] исследовал свечение щелочногалоидного кристаллофосфора $KCl-Tl$. Получившиеся в эксперименте кривые затухания фосфора при кратковременном возбуждении невозможно было об"яснить, исходя лишь из зонной модели.

Для об"яснения этих явлений В.В.Антонов-Романовский предложил диффузионную теорию рекомбинации носителей в кристаллофосфорах. Основы теории были представлены в докторской диссертации [7], а дальнейшее развитие ее положений было дано в работах [9-18].

Основным предположением диффузионной теории было предположение о конечности длины свободного пробега электрона. Так, в щелочных галоидах длина свободного пробега l может быть порядка постоянной решетки a.

Электроны в основном веществе фосфора совершают чисто диффузионные перемещения. Рекомбинационное свечение фосфора обусловлено рекомбинацией электрона с соответствующим ионизованным центром. Вследствие конечной длины свободного пробега интенсивность свечения будет зависеть не только от концентрации ионизованных центров, но и от концентрации электронов вблизи них, ибо в каждый момент с центром рекомбинируют близрасположенные к нему электроны. С введением конечной длины свободного пробега приобретают смысл выражения "свой" или "чужой" электрон по отношению к рассматриваемому центру.

§ 2. Основные уравнения диффузионной теории

Эксперименты, проведенные на кристалле $KCl-Tl$ [2], показали, что длина свободного пробега l в этом случае порядка постоянной решетки. Электроны в фосфоре перемещаются диффузионным путем, испытывая притяжение центром, если ионизованный центр имеет положительный заряд. Попадая в область сферы радиуса r_0 вокруг центра, электрон неизбежно рекомбинирует. В дальнейшем мы будем эту область обозначать r_0, указывая ее радиус r_0 - радиус сферы рекомбинации.

Рассмотрим случай, когда ионизованные центры имеют заряд противоположный заряду носителя. Если длина свободного пробега носителя мала, то процесс рекомбинации носителей при затухании может быть описан диффузионно-дрейфовым уравнением шаровой симметрии с нелинейным рекомбинационным членом.

Если определить концентрацию носителей на расстоянии r от ионизованного центра и в момент t посредством $n(r,t)$, то изменение $n(r,t)$ вследствие рекомбинации и диффузионно-дрейфового перемещения дается уравнением

$$\frac{\partial n(r,t)}{\partial t} = \frac{\mathcal{D}}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial n(r,t)}{\partial r}\right] + \frac{\Lambda}{r^2}\frac{\partial n(r,t)}{\partial r} - P_t n(r,t), \quad (I)$$

где $\mathcal{D}$ - коэффициент диффузии носителя; $\Lambda = \frac{e\mu}{\varepsilon_0}$, где e - заряд электрона; μ - подвижность носителя; ε_0 - диэлектрическая постоянная. Член $P_t n(r,t)$ учитывает уменьшение $n(r,t)$ вследствие рекомбинации; P_t - эффективный

поток носителя через сферу рекомбинации с радиусом r_0 :

$$P_t = 4\pi r_0^2 \mathcal{D} \left.\frac{\partial n(r,t)}{\partial r}\right|_{r=r_0} \qquad (2)$$

Первый член правой части уравнения (I) учитывает диффузионное перемещение носителей, второй - дрейф носителей к центру. Начальные и граничные условия можно записать в виде

$$n(r,t) = n_0, \; t = 0; \quad n(r,t) = 0, \; r = r_0, \qquad (3)$$

т.е. предполагается, что носители равномерно распределены по всему об"ему кристалла, а вторая часть условия (3) выполняется при $t \to 0$.

Используя условие, что на больших расстояниях от центра уравнение (I) должно давать изменение средней концентрации носителей в фосфоре, т.е. $n(r,t) \longrightarrow n(t)$ при $r \to \infty$:

$$\frac{dn(t)}{dt} = - P_t n(t), \qquad (4)$$

можно линеаризовать (I), введя величину $\eta(r,t)$, обозначающую относительную концентрацию носителей на расстоянии r от центра в момент времени t , т.е.

$$\eta(r,t) = \frac{n(r,t)}{n(t)} . \qquad (5)$$

Тогда вместо (I) и (3) имеем

$$\frac{\partial \eta(r,t)}{\partial t} = \frac{\mathcal{D}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left[r^2 \frac{\partial \eta(r,t)}{\partial r}\right] + \frac{\Lambda}{r^2} \frac{\partial \eta(r,t)}{\partial r} , \qquad (6)$$

$$\eta(r,t) = \eta(r,0)\,,\ t=0;\quad \eta(r,t) = 0\,,\ r = r_0 \qquad (7)$$

Введя $\rho_t = \dfrac{P_t}{n(t)}$, где

$$\rho_t = 4\pi r^2 \left.\frac{\partial \eta(r,t)}{\partial t}\right|_{r=r_0}, \qquad (8)$$

вместо (4) имеем

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\rho_t n^2(t). \qquad (9)$$

Из (9) получаем

$$n(t) = \frac{n(0)}{1 + n(0)\int_0^t \rho_t dt}. \qquad (10)$$

Из (10) видно, что в отличие от кинетических уравнений, используемых в зонной схеме, изменение концентрации носителей описывается уравнением, в котором коэффициент при $n(t)$ или $n^2(t)$ зависит от времени и учитывает диффузионный характер движения носителей.

Необходимо отметить, что из (5) следует, что $\eta(r,t) \longrightarrow 1$ при $r \longrightarrow \infty$. Это условие эквивалентно тому, что некоторый эффективный ионизованный центр помещен в бесконечную среду с равномерным распределением носителей на бесконечности, или, что то же, что имеется неиссякаемый источник носителей на бесконечности.

Уравнение (I) справедливо, если влиянием других центров на рассматриваемый носитель (т.е. влиянием "чужих" центров) можно пренебречь. В [3] показано, что влияние других центров эквивалентно появлению некоторой добавочной диффузии, коэффициентом диффузии которой при обычных плотностях возбу -

ждения можно пренебречь по сравнению с D .

Диффузионно-дрейфовым уравнением может быть описан не только процесс затухания, но и нарастания. В этом случае в уравнении (6) появляются новые члены, учитывающие прирост концентрации носителей при возбуждении и изменение их взаимного расположения [3] . Уравнение типа (6) также позволяет рассматривать эффекты, возникающие при наличии внешнего электрического поля [I0] .

§ 3. Эффективные сечения рекомбинации носителей при затухании

Обычно под актом рекомбинации понимают исчезновение двух противоположно заряженных носителей заряда - электрона и дырки. При этом возможна как рекомбинация электрона на локализованной дырке, так и дырки на локализованном электроне. Теоретическое описание кинетики процесса в обоих случаях одинаково.

Носитель заряда может захватиться на разных несовершенствах решетки. Каждый центр захвата имеет определенное сечение захвата. Локализуясь на дефекте, носитель может его покинуть, если тепловая энергия носителя станет больше его энергии связи на дефекте. Если не произошло освобождение носителя, то происходит рекомбинация и соответствующий дефект кристаллической решетки называют центром рекомбинации. Если же вероятность теплового высвобождения захваченных носителей много больше вероятности рекомбинации, то дефект называют центром захвата.

Процесс рекомбинации, как и захвата, можно охарактеризовать некоторым сечением. Сечение рекомбинации и захвата в диффузионной теории определяется из потока рекомбинирующих или захватывающихся на центре носителей. Сферу радиуса r_0 вокруг центра, попадая в которую носитель рекомбинирует или захватывается, называют сферой рекомбинации. В общем случае, конечно, r_0 должно определяться квантово-механически, для чего необходимо знать детально структуру центра, ее потенциал [6].

В диффузионной теории не ставится целью определение самого r_0, а лишь определение влияния конечности длины свободного пробега на эффективное сечение рекомбинации или захвата.

Рассмотрим какой-либо центр захвата. Носители на нем будут захватываться и термически высвобождаться, так что все время будут два потока носителей - поток носителей, идущих к центру и от него [I3].

Эффективное сечение захвата определяется через поток носителей на центр, т.е. рассматриваем лишь поток захватываемых носителей, а не полный поток к центру (в кинетических уравнениях потоку высвобождающихся носителей соответствует член типа wn, где w - вероятность высвобождения; n - концентрация центров захвата, на которых "сидят" носители; рекомбинации и захвату соответствуют члены вида $\rho n N$, где N - концентрация свободных носителей; ρ - скорость рекомбинации).

На опыте обычно измеряется не $\sigma_к = \pi r_0^2$, называемое газокинетическим сечением, а некоторый эффективный поток рекомбинации $P_{эфф}$. Если концентрация центров рекомбинации

(или захвата) n , N - концентрация свободных носителей, то можно определить удельный поток рекомбинирующих частиц

$$\rho = \frac{P_{эфф}}{nN}, \qquad (11)$$

который связан с эффективным сечением рекомбинации $\sigma_{эфф}$:

$$\rho = \sigma_{эфф} \langle v \rangle, \qquad (12)$$

где $\langle v \rangle$ - средняя тепловая скорость носителя.

В зонной модели эффективные сечения рекомбинации вводятся как феноменологические постоянные; в кинетические уравнения входят члены вида $\beta n N$, и величина $\beta = \rho$ определяется сравнением теории с экспериментом.

Простейшими из кинетических уравнений, описывающих уменьшение концентрации центров рекомбинации со временем при затухании, является уравнение

$$\frac{dn}{dt} = -\rho n N, \qquad (13)$$

которое характеризует бимолекулярную реакцию между центрами n и носителями N . Если после возбуждения образовалось просто n центров и n носителей, то вместо (13) имеем

$$\frac{dn}{dt} = -\rho n^2. \qquad (14)$$

Если сравнить уравнение (13) с (9), то ясно, что нельзя в диффузионной теории определять сечения исходя из (12), ибо ρ в этом случае зависит от t . Зависимость ρ от t связана с тем, что при диффузионном перемещении носителей,

вероятность их встречи с центром зависит не только от концентрации носителей и центров, но и от положения этих носителей относительно центров.

Однако можно ввести $\sigma_{эфф}$ согласно (12), если $\rho = const$, что наблюдается в далеких стадиях затухания или при стационарном возбуждении [11].

Так, в [7] было получено решение уравнения (1) при затухании для центра, представляющего нейтральное образование, т.е. решение уравнения (1) без дрейфового члена, и для ρ получено

$$\rho = 4\pi D r_0 + 4\left(\frac{\pi D}{t}\right)^{\frac{1}{2}} r_0^2 . \qquad (15)$$

Из (15) можем получить условие квазистационарности потока. Очевидно, что должно быть $t \gg \left(\frac{r_0}{l}\right)^2 \tau$; если принять $r_0 \sim l$, то $t \gg \tau$, где τ - время свободного пробега носителя. Для $l \sim 5.10^{-8}$ см и $\langle v \rangle \sim 10 \frac{7см}{сек}$ получаем $\tau \sim 10^{-14}$ сек. То есть, в течение большого времени свободного пробега устанавливается квазистационарный поток.

В работе [12] было показано, что $\sigma_{эфф}$, вычисленное по (12), может значительно отличаться от $\sigma_к$. Это отличие об"ясняется конечностью длины свободного пробега.

§ 4. Вычисление ρ в случае малых длин свободного пробега

Как видно из (12), для определения $\sigma_{эфф}$ необходимо вычислить ρ. Для нейтрального, заряженного, дипольного и поляризующегося центра ρ было вычислено В.В.Антоновым-Романовским [3]. Для притягивающего заряженного центра и поляризующегося центра ρ было вычислено независимо С.И.Пекаром [19]. Здесь и в дальнейшем будем придерживаться терминологии, данной в [3]. Так, под нейтральным центром понимается центр, имеющий потенциал $V(r) = 0$, вне сферы рекомбинации r_0.

Рассмотрим вкратце вычисление ρ. Рассмотрим для примера заряженный, притягивающий носители центр.

В стационарном случае из (6) следует

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2 \frac{\partial \eta(r)}{\partial r}\right] + R' \frac{\partial \eta(r)}{\partial r} = 0, \qquad (16)$$

где R' - радиус сферы захвата, определяет расстояние, на котором потенциальная энергия свободного носителя в поле притягивающего центра сравнивается с κT, т.е.

$$\frac{e^2}{\varepsilon_0 R'} = \kappa T, \qquad (17)$$

где κ - постоянная Больцмана; T - абсолютная температура.

Рассматривая граничные условия

$$\eta(r) = 0, \; r = r_0; \quad \eta(r) = 1, \; r \longrightarrow \infty, \qquad (18)$$

из (I6) можно получить

$$\eta(r) = \frac{\exp\frac{R'}{r_0} - \exp\frac{R'}{r}}{\exp\frac{R'}{r_0} - 1} \qquad (19)$$

Из (8) получаем

$$p = \frac{4\pi R' l \langle v\rangle}{3\left[1 - \exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right)\right]} \qquad (20)$$

Для малых длин свободного пробега $l \sim a$, где a - постоянная решетки, радиус устойчивой орбиты центра можно принять тоже порядка a из-за сильного взаимодействия носителя с решеткой. Приближенно можно положить

$$r_0 \sim a. \qquad (21)$$

В щелочных галоидах $R' \sim 100\,a$, т.е. $R' \gg r_0$, тогда для p имеем

$$p = \frac{4}{3}\pi R' l \langle v\rangle \qquad (22)$$

(здесь и в (20) использовано, что $\mathcal{D} = \frac{1}{3} l \langle v\rangle$).

Интересно отметить, что выражение (22) было получено П.Ланжевеном [20], рассматривая лишь дрейф носителей к центру.

В общем случае, если потенциал центра $V(r)$ из (6) в стационарном случае получается

$$P = \frac{4\pi D}{\int_{r_0}^{\infty} \exp\left[\frac{eV(r)}{kT}\right] \frac{dr}{r^2}} \qquad (23)$$

Выражение (23) было получено Пенаром несколько иным путем. Аналогично, § 2, гл. I, центры рекомбинации можно представить окруженными поверхностями малого радиуса r и вычислить поток носителей (поляронов) внутрь таких сфер. Предполагая, что r меньше расстояния между центрами, можно пренебречь влиянием соседних центров. Если принять, что $r \gg \ell$, то для потока P носителей внутрь сфер имеем

$$P = 4\pi r^2 N \left(n\mu \frac{dV(r)}{dr} + D \frac{dn}{dr} \right), \qquad (24)$$

где n - концентрация поляронов вблизи поверхностей r; N - концентрация центров рекомбинации; D - коэффициент диффузии поляронов. Считая, что поток P является квази - стационарным из (24) определяется концентрация поляронов

$$n = \left\{ n_\infty - \frac{P}{4\pi N D} \int_0^x \exp\left[\frac{eV(r)}{kT}\right] dx \right\} \exp\left[-\frac{eV(r)}{kT}\right], \qquad (25)$$

где n_∞ - концентрация поляронов вдали от центров рекомбинации; $x = \frac{1}{r}$ и использовано соотношение

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e} \qquad (26)$$

При приближении полярона к центру рекомбинации на расстояние r_0, порядка радиуса полярона, появляется некоторая вероятность перехода полярона в связанное состояние, т.е. рекомбинации. Для вычисления этой вероятности необходимо знать детальную структуру центра, и задача чрезвычайно трудна. Однако ясно, что число рекомбинаций в единицу времени в единице об"ема равно потоку P, т.е.

$$P = \beta N n(r_0), \qquad (27)$$

где β - коэффициент пропорциональности. Из (25) и (27) получается

$$P = \frac{\beta N n_\infty \exp\left[-\frac{eV(r_0)}{\kappa T}\right]}{1 + \frac{\beta}{4\pi D}\exp\left[-\frac{eV(r_0)}{\kappa T}\right]\int_0^{\frac{1}{r_0}}\exp\left[\frac{eV(r)}{\kappa T}\right]dx} \qquad (28)$$

В случае, если можно пренебречь в знаменателе (28) единицей, получается

$$\beta = \frac{4\pi D}{\int_0^{\frac{1}{r_0}}\exp\left[\frac{eV(r)}{\kappa T}\right]dx} \qquad (29)$$

Выражение (29) эквивалентно (28). Можно заметить, что (24) получается из (16), проинтегрировав (16) при соответствующих условиях.

Важно отметить, что в обоих рассмотренных случаях необходимо рассматривать носители как частицы с небольшой дебройлевской длиной волны, т.е. рассматриваются классические частицы.

С другой стороны, существенно предположение о малости длины свободного пробега носителя по сравнению с r_0, т.е. рассматривается чисто диффузионная задача. Скорость рекомбинации определяется не вероятностью попадания носителя из зоны в связанное состояние, а временем диффузии к центру рекомбинации.

§ 5. Значение $\sigma_{эфф}$ для различных центров и некоторые экспериментальные результаты

Исходя из диффузионной теории были определены значения для эффективных сечений рекомбинации, используя (23) и (12).

Так, для нейтрального, заряженного, притягивающего носителя, и дипольного центра было, соответственно, получено:

$$\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi r_0 l, \qquad (30)$$

$$\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi R' l, \qquad (31)$$

$$\sigma_{эфф} = \pi (R'd)^{\frac{1}{2}} l, \qquad (32)$$

где d в (32) – это расстояние между зарядами, образующими дипольный центр; R' в (32) вычислено из (17).

Наиболее полно вопрос экспериментального определения сечений рекомбинации и захвата рассмотрен в работах [21, 22]. В этих работах определены значения $\sigma_{эфф}$ рекомбинации и

захвата, а также дан анализ ранее выполненных работ по определению $\sigma_{эфф}$. Анализ работ [21, 22] дан в [8] .

В работе [22] исследовался фосфор $ZnS-Cu, Co$. По кривым термовысвечивания и кривым затухания определено отношение $\frac{\sigma_0}{\sigma}$, где σ_0 - сечение рекомбинации; σ - сечение захвата. Характерно, что из кинетических уравнений, если пренебречь временем жизни носителей в свободном состоянии, можно определить лишь отношение $\frac{\sigma_0}{\sigma}$. Так, для $\frac{\sigma_0}{\sigma}$, где рекомбинация происходит на заряженном центре, а захват на нейтральном, в [22] было получено для двух температур

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} \sim 100 \text{ при } T = 130^0\text{K}, \qquad (33)$$

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} \sim 25 \text{ при } T = 338^0\text{K} . \qquad (34)$$

Это различие об"яснялось на основе диффузионной теории. В ZnS длина свободного пробега $l \sim 20\ a$ [23], поэтому грубо можно положить $\sigma = \pi r_0^2$ (для больших длин свободного пробега вместо (30), естественно, было принять $\sigma = \sigma_к = \pi r_0^2$) и $\sigma_0 \sim \pi R'^2$, тогда

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} \sim \left(\frac{R'}{r_0}\right) \qquad (35)$$

Отношение (35) об"ясняет (33) и (34).

И.П.Шукин [21] определил отношение сечения захвата электрона при образовании F -центра в $KCl-Tl$ σ_F к сечению рекомбинации σ :

$$\frac{\sigma_F}{\sigma} \leq 0,1. \qquad (36)$$

Так как рекомбинация происходит на заряженном центре, то полученное отношение может быть об"яснено лишь тем, что σ_f - это сечение захвата дипольного центра, а в случае, если σ_f - для заряженного центра, $\frac{\sigma_f}{\sigma} = 1$, а для нейтрального давало бы $\frac{\sigma_f}{\sigma} \sim 0{,}01$. Для KCl $a \sim 3$Å, $\varepsilon_0 \sim 5$ и при $T = 300^0$K получаем из (31) и (32) $\frac{\sigma_f}{\sigma} \sim 0{,}07$, что согласуется с (36).

В работе [24] исследовались отношения эффективных сечений для нейтральных и заряженных центров захвата в щелочно-галоидных кристаллах. Результаты экспериментов хорошо согласуются с диффузионной теорией.

Глава II

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ЗАРЯЖЕННЫЙ И НЕЙТРАЛЬНЫЙ ЦЕНТРЫ

§ I. Постановка задачи

Рассмотрим кристаллофосфор и предположим, что после возбуждения его (светом, рентгеновскими лучами и т.п.) в нем образуются ионизованные центры рекомбинации и свободные носители заряда (электроны и дырки). Носители заряда, диффузионно перемещаясь, рекомбинируют на центрах. Центр рекомбинации, если он обладает избыточным зарядом, может при этом притягивать или отталкивать носители. Последние в таком случае будут дрейфовать в поле центра. Говоря о заряженном центре, мы будем иметь в виду центр, обладающий избыточным зарядом и притягивающий носители.

В случае малых длин свободного пробега носителей поведение носителей описывается при помощи диффузионно-дрейфового уравнения (I) (случай затухания). Если длина свободного пробега ℓ становится сравнимой с радиусом сферы рекомбинации r_0, то, очевидно, диффузионное приближение недостаточно.

Для рассмотрения этого более общего случая мы используем вместо (I) кинетическое уравнение Больцмана [25].

Центр рекомбинации мы будем всюду представлять сферой радиуса r_0 и будем интересоваться распределением носителей заряда относительно него.

После возбуждения кристаллофосфора, будем считать, что оно было импульсным (см. [3] , § 19), носители равномерно распределятся по всему об"ему кристалла и к каждому центру рекомбинации более близким будет один носитель (предполагаем, что число центров рекомбинации равно числу носителей того знака, которые на нем рекомбинируют).

Рассмотрим концентрацию центров, имеющих носители на расстоянии $r \div r + dr$ от себя, или, что то же - концентрацию носителей $n(r)$, находящихся на расстоянии r от центров. Концентрация носителей $n(r)$ будет меняться по двум причинам: во-первых, диффундируя носители уходят из элементарного об"ема на расстоянии r от центра, на место их приходят другие носители; во-вторых, концентрация $n(r)$ уменьшается вследствие рекомбинации носителей на других центрах.

Таким образом, усредненную картину, учитывая и изменение числа носителей в пространстве скоростей, можно описать, рассматривая уравнение для функции распределения носителей по их скоростям и расстоянии от эффективного центра рекомбинации (эффективного в том смысле, что носитель, рекомбинируя на нем, его не уничтожает), которое имеет сферически симметричный вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\rho^2}{r}\frac{\partial f}{\partial v_r} - \frac{v_r v_\rho}{r}\frac{\partial f}{\partial v_\rho} + \frac{F_r}{m}\frac{\partial f}{\partial v_r} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{cm} - P_t f, \quad (37)$$

где f - функция распределения, - зависит от расстояния r

носителей от центра рекомбинации, скорости носителя $\vec{v}$ = $= (v_r, v_\theta, v_\varphi)$ и времени t, т.е. $f = f(\vec{r}, \vec{v}, t)$; v_p = $= (v_\varphi^2 + v_\theta)^{\frac{1}{2}}$ - тангенциальная составляющая скорости; r, θ, φ - сферические координаты; $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{cm}$ - член столкновения, учитывающий изменение функции распределения из-за рассеяния носителей; F_r - электростатическая сила, действующая на носитель со стороны центра рекомбинации; m - эффективная масса носителя. Член $P_t f$ - учитывает в уравнении (37) убыль носителей из-за рекомбинации. Поток носителей через сферу рекомбинации определяется:

$$P_t = 4\pi r^2 \langle f v_r \rangle \Big|_{r=r_0}, \qquad (38)$$

где $\langle v_r \rangle$ - среднее в пространстве скоростей по скорости носителя в r направлении; r_0 - радиус сферы рекомбинации.

Рассмотрим (37) при $r \to \infty$, считая $F_r \sim \frac{1}{r^\alpha}$ $(\alpha \geq 2)$, получаем аналогично (4):

$$\frac{df_\infty}{dt} = - P_t f_\infty, \qquad (39)$$

(при $r \to \infty$ f становится изотропной, поэтому $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{cm} \to 0$).

В (39) для f_∞ имеем

$$f_\infty = n(t)\,\varphi(v_r, v_p), \qquad (40)$$

где $n(t)$ - средняя концентрация носителей в фосфоре в момент времени t, $n(t)$ связано с f_∞ соотношением

$$n(t) = \int f_\infty \, d\vec{v}. \qquad (41)$$

Введем новую функцию $f'(z, v_z, v_\rho, t)$ такую, что

$$f = n(t)\, f' \qquad (42)$$

Величина $\int f' d\vec{v}$ дает относительную концентрацию носителей на расстоянии z от центра в момент времени t. В дальнейшем будем использовать функцию

$$\gamma(z,t) = \int f' d\vec{v} = \frac{\int f\, d\vec{v}}{n(t)} \qquad (43)$$

и будем ее называть функцией распределения носителей.

Для f' из (37), (39) и (42) получаем

$$\frac{\partial f'}{\partial t} + v_z \frac{\partial f'}{\partial z} + \frac{v_\rho^2}{z} \frac{\partial f'}{\partial v_z} - \frac{v_z v_\rho}{z} \frac{\partial f'}{\partial v_\rho} + \frac{F_z}{m} \frac{\partial f'}{\partial v_z} = \left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm}, \qquad (44)$$

и вместо P_t имеем

$$\rho_{эфф} = \frac{P_t}{n(t)} = 4\pi z^2 \langle f' v_z \rangle \Big|_{z=z_0} \qquad (45)$$

Величина $\rho_{эфф}$, как и ρ в (8), имеет смысл удельного эффективного потока рекомбинации.

Рассматривать будем в дальнейшем лишь стационарный случай, тогда можно ввести $\sigma_{эфф}$ согласно

$$\langle v \rangle \sigma_{эфф} = \rho_{эфф}, \qquad (46)$$

$\rho_{эфф}$ уже не зависит от времени и определяется по (45), где f' получается из уравнения

$$v_z \frac{\partial f'}{\partial z} + \frac{v_\rho^2}{z} \frac{\partial f'}{\partial v_z} - \frac{v_z v_\rho}{z} \frac{\partial f'}{\partial v_\rho} + \frac{F_z}{m} \frac{\partial f'}{\partial v_z} = \left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm}. \qquad (47)$$

§ 2. Дополнительные предположения и уравнения для $\eta(r)$

Потенциальную энергию носителя в поле притягивающего центра

$$eV(r) = -\frac{e^2}{\varepsilon_0 r} \qquad (48)$$

будем записывать в виде

$$eV(r) = -\frac{R'kT}{r}, \qquad (49)$$

где R' – радиус захвата, определяемый согласно (I7).

В температурно-равновесном случае, когда не происходит рекомбинации носителей, функция распределения f' получается из (47) при условии $\left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm} = 0$:

$$f' = \varphi(v_r, v_p) \exp \frac{R'}{r}, \qquad (50)$$

где $\varphi(v_r, v_p) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m(v_r^2 + v_p^2)}{2kT}\right]$, или, усреднив по скорости, получаем

$$\eta_T(r) = \exp \frac{R'}{r}. \qquad (51)$$

В случае нейтрального центра из (5I) получаем $\eta_T(r) = 1$ во всей области изменения $r \geq r_0$.

Когда носители заряда начинают рекомбинировать с центром, распределение $\eta(r)$ становится неизотропным вследствие появления потока носителей к центру через сферу рекомби-

нации. В этом случае необходимо уже учитывать член $\left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm}$ в уравнении (47). Через член $\left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm}$ в уравнение (47) войдут величины, характеризующие рассеяние носителей в фосфоре, в частности, длина свободного пробега ℓ, связь которой с коэффициентом диффузии $\mathcal{D}$ определяется формулой

$$\mathcal{D} = \frac{\ell \langle v \rangle}{3}, \qquad (52)$$

где $\langle v \rangle$ – скорость максвелловского распределения: $\langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$. В дальнейшем будем принимать, что ℓ не зависит от энергии носителя.

Уравнение, аналогичное (47), было применено при исследовании плазменных зондов в работе [26]. В этой главе мы будем следовать методике, данной в этой работе.

Для определения функции распределения носителей $\eta(r)$ и эффективного потока $\rho_{эфф}$ нет необходимости знать точно функцию f', достаточно знать лишь ее первые два момента (см. (43) и (45)), для которых можно получить отдельные уравнения. Для этого каждый член уравнения Больцмана умножается на произвольную функцию скорости $Q(\vec{v})$ и интегрируется по $\vec{v}$. Получаемые в результате такой процедуры уравнения переноса Максвелла отмечают тот факт, что уравнение Больцмана удовлетворяется в некотором среднем смысле в пространстве скоростей.

В случае сферической симметрии уравнение переноса можно записать в виде

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\int f' Q v_r\, d\vec{v}\right) - \int f'\left(\frac{F_r}{m} + \frac{v_p^2}{r}\right)\frac{\partial Q}{\partial v_r}\, d\vec{v} = \int\left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm} Q\, d\vec{v}, \qquad (53)$$

где $Q = Q(\vec{v})$.

При решении уравнения (44) используется метод двухсторонней функции распределения [27]. Пространство $\vec{r}$ делится на две части прямыми линиями, как показано на рис. I, в каждой из которых выбирается своя функция распределения. Это разделение делается из соображений, что носители (когда центр нейтрален) между актами рассеяния в решетке двигаются по прямым линиям, и в случае бесконечно больших длин свободного пробега, когда происходит столкновение лишь с поверхностью центра, принимаемая форма функции распределения точна и соответствует случаю "свободномолекулярного" движения. Носители, имеющие скорость $\vec{v}$ в пределах угла β_0, попадут в центр, а вне его - не попадут.

Если носители притягиваются центром, то их траектории искривляются и в пределе бесконечно больших длин свободного пробега в центр попадут не только носители, имеющие $\vec{v}$ в пределах угла β_0, а в пределах некоторого угла β, который уже зависит от скорости носителя и потенциала центра (см. рис. 3). Такую зависимость можно учесть (см. [28] и гл. III).

В случае нейтрального центра, а также в случае заряженного, если длины свободного пробега не велики и потенциал центра невелик, т.е. траектории не сильно искривляются полем центра, можно пренебречь зависимостью β от R' и $\vec{v}$.

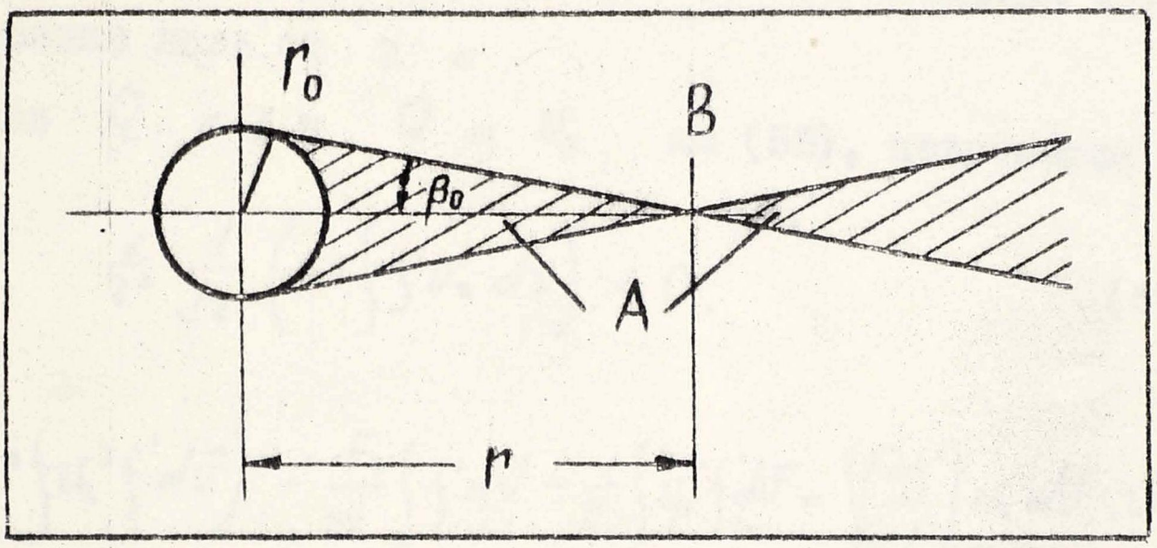


Рис. I. Области определения функции распределения.

Носители, рассеявшиеся на расстоянии τ от центра и имеющие направление вектора скорости в пределах угла $\beta_0 = \arcsin \frac{\tau_0}{\tau}$, т.е. $\beta < \beta_0$ (заштрихованная область A), имеют функцию распределения $f' = f_1$ (см. (54)); в случае $\beta > \beta_0$ (область B) - $f' = f_2$; τ_0 - радиус сферы рекомбинации.

Функцию f' выберем в виде

$$f' = f_1 = \frac{n_1(z)}{n(t)}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{m(v_z^2+v_\rho^2)}{2kT}\right], \quad \beta<\beta_0,$$

$$f' = f_2 = \frac{n_2(z)}{n(t)}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{m(v_z^2+v_\rho^2)}{2kT}\right], \quad \beta>\beta_0, \tag{54}$$

где $\beta_0 = \arcsin\frac{r_0}{z}$, $n_1(z)$, $n_2(z)$ – неизвестные функции, зависящие лишь от z.

Выбрав $Q = 1$ и $Q = v_z$ из (53), получается

$$\frac{1}{z^2}\frac{d}{dz}\left(z^2\int f' v_z\, d\vec{v}\right) = 0, \tag{55}$$

$$\frac{1}{z^2}\frac{d}{dz}\left(z^2\int v_z^2 f'\, d\vec{v}\right) - \frac{F_z}{m}\int f'\, d\vec{v} - \frac{1}{2}\int v_\rho^2 f'\, d\vec{v} = \int\left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm} v_z\, d\vec{v}. \tag{56}$$

Из (55) получается уравнение для потока I носителей в направлении $-z$:

$$I = -4\pi z^2 \langle f' v_z\rangle \tag{57}$$

Для интегрирования (56) необходимо вычислить $\int\left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm} v_z\, d\vec{v}$, т.е. необходимо знать явный вид члена столкновения. Обычно используется модель [29], где принимается член столкновения в виде

$$\left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm} = \nu\left(\bar{f}' - f'\right), \tag{58}$$

где ν - частота столкновения (рассеяния) носителя; $\bar{f}$ - некоторая равновесная функция распределения. Если принять, что потенциал взаимодействия между носителем и частицами, на которых он рассеивается, максвелловский, т.е. $\sim \frac{1}{r^4}$, то можно вычислить ν [30] и, используя связь коэффициента диффузии с длиной свободного пробега l (52), получить

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{cm} = \frac{h}{l}\left(\bar{f} - f\right), \qquad (59)$$

где

$$h = 3\left(\frac{\pi \kappa T}{2m}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (60)$$

Выбор максвелловского потенциала в основном оправдывается упрощением расчетов, ибо длина свободного пробега l получается независящей от скорости носителя. При получении (60) еще принималось, что носители рассеиваются в решетке аналогично рассеянию в максвелловском газе, принимая, что масса носителя мала по сравнению с массой молекул "газа", на которых они рассеиваются.

После сделанных предположений, введя новую переменную $x = \frac{r_0}{r}$ из (56), можно получить уравнение для η

$$\frac{d\eta}{dx} - \frac{R'}{r}\eta = -\left[\frac{3}{4}\frac{r_0}{l} + \frac{1}{2}\frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}\right] I, \qquad (61)$$

где η выражается через $n_1(r)$ и $n_2(r)$.

Величина $\rho_{эфф}$ связана с I соотношением

$$\rho_{эфф} = \pi r^2 \langle v \rangle I \Big|_{r=r_0} . \qquad (62)$$

Из условия абсолютного поглощения носителей сферой рекомбинации r_0 и постоянства относительной концентрации носителей при $r \longrightarrow \infty$ (имеем как бы источник носителей на бесконечности), получаем граничные условия для η :

$$\eta = \frac{1}{2} I , \quad x = 1 ,$$
$$\eta = 1 , \quad x = 0 . \qquad (63)$$

Решение (61) с учетом (63) дает

$$\eta = \left\{ 1 - \frac{\int_0^x \left[\frac{3}{4} \frac{r_0}{l} + \frac{x'}{(1-x'^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \exp\left(-\frac{R'}{r_0} x' \right) dx'}{\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{R'}{r_0} \right) + \int_0^1 \left[\frac{3}{4} \frac{r_0}{l} + \frac{x'}{(1-x'^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \exp\left(-\frac{R'}{r_0} x' \right) dx'} \right\} \exp \frac{R'}{r_0} x , \qquad (64)$$

$$I = \frac{1}{\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{R'}{r_0} \right) + \int_0^1 \left[\frac{3}{4} \frac{r_0}{l} + \frac{x'}{(1-x'^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \exp\left(-\frac{R'}{r_0} x' \right) dx'} \qquad (65)$$

§ 3. Анализ выражений для η и $\sigma_{эфф}$

В случае нейтрального центра, полагая $R' = 0$ в (64) и (65), получаем

$$\eta(r) = 1 - \frac{1}{2} \frac{1 + \frac{3}{2} \frac{r_0^2}{lr} - \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{3}{4} \frac{r_0}{l}} , \qquad (66)$$

$$\sigma_{эфф} = \frac{\pi r_0^2}{1 + \frac{3}{4}\frac{r_0}{l}} \qquad (67)$$

Можно отметить, что (66) отличается от полученного в работе [26] (см. там формулу (34)) наличием вместо λ величины $\frac{3}{4}l$. Выражение (66) было получено еще раньше в работе [31].

Рассмотрим отдельно два случая: случай малых l, т.е. $l \ll r_0$, и случай больших l, $l \gg r_0$.

В случае малых l из (66) и (67) получается

$$\gamma(r) = 1 - \frac{r_0}{r}, \qquad (68)$$

$$\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi r_0 l. \qquad (69)$$

Формулы (68) и (69), как уже отмечалось (см. выражение (30)), получаются непосредственно из уравнений диффузии [3].

В случае больших l имеем

$$\gamma(r) = \frac{1}{2}\left\{1 + \left[1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}, \qquad (70)$$

$$\sigma_{эфф} = \pi r_0^2. \qquad (71)$$

Из (68) и (69) видим, что вследствие рекомбинации область вблизи центра рекомбинации обеднена носителями, причем при $l \to 0$, $\gamma(r_0) \to 0$, а при $l \to \infty$ $\gamma(r_0) \to \frac{1}{2}$. Для больших l эффективное сечение рекомбинации равно газокинетическому: $\sigma_{эфф} = \sigma_к$.

§ 4. Вычисление $\eta(r)$ моделированием процесса рекомбинации на ЭВМ [32]

Для качественной проверки результатов, полученных из решения уравнения переноса для функции распределения носителей $\eta(r)$, был поставлен машинный эксперимент на вычислительной машине БЭСМ-2.

Была выбрана следующая модель. Сферический центр рекомбинации радиуса r_0 (рассмотрим задачу на плоскости) помещается в начале координат. Вокруг него в плоскости размещаются равномерно носители. Вследствие симметрии задачи в точках, отстоящих друг от друга на некотором расстоянии a (например, на оси x), располагается число носителей, равное числу их в кольцах с радиусами от $r_0 \div r_0 + a$ до $r_0 + (n-1)a \div r_k$, предполагая, что носители расположены равномерно в плоскости. Здесь r_k - максимальный радиус, ограничивающий рассматриваемую область. Величина r_k выбиралась достаточно большой, чтобы концентрация носителей при $r \sim r_k$ измен.лась незначительно при рассмотрении рекомбинации.

Для каждого носителя из его начального положения разыгрывалось N пробегов. Положение носителя после i-го пробега определялось по формулам:

$$x_i = x_{i-1} + l\cos\alpha_{i-1},$$
$$y_i = y_{i-1} + l\sin\alpha_{i-1}, \qquad (72)$$

где $\alpha_{i-1} = 2\pi\gamma_{i-1}$ - угол между осью x и направлением движения носителя; γ_{i-1} - случайное число из равномерно рас-

пределенных случайных чисел на отрезке $[0,1]$. Случайные числа на БЭСМ-2 получались с помощью физического датчика случайных чисел, а также по специальным программам для псевдослучайных чисел. Результаты в обоих случаях совпадали в пределах ошибок метода.

После каждого пробега носителя определялось, попал ли он в центр (окружность радиуса r_0). Если имело место попадание, то к счетчику $N_{рек}$, считающему число прорекомбинировавших носителей, добавлялась I. После этого разыгрывался пробег следующего носителя.

Если носитель пересекал границу $r = r_к$, то в точке пересечения он зеркально отражался внутрь окружности радиуса $r_к$. Физически это эквивалентно тому, что число носителей, вылетающих из сферы большого радиуса, равно числу носителей, попадающих в нее извне.

Если в течение N пробегов носитель не попал в центр, то фиксируется его конечное положение, т.е. к счетчику n_r, считающему число носителей в кольце радиуса r и толщиной a прибавляется I.

После того как разыграна история всех носителей, мы получаем зависимость концентрации носителей n_r от расстояния их от центра. Функция $\eta(r)$ или относительная концентрация носителей определяется из выражения

$$\eta(r) = \frac{n_r}{n(t)}, \qquad (73)$$

где $n(t)$ – средняя концентрация носителей, получается из

выражения

$$n(t) = \frac{N_0 - N_{рек}}{V_н}, \qquad (74)$$

где $V_н$ – об"ем (в данном случае площадь), занимаемый носителями; N_0 – начальное число носителей в об"еме $V_н$.

При эксперименте изменялось значение параметров l, r_0, N и $r_к$. Величина N – максимальное число пробегов для одного носителя – выбиралось так, чтобы после N пробегов устанавливался характер кривой $\eta(r)$ (см. выражение (I5)), и с другой стороны, чтобы $N_{рек}$ было достаточно большим.

В эксперименте, если $l \sim 5a$, характер $\eta(r)$ устанавливался после 2–3 пробегов, в случае малых l, N увеличивалось. В среднем при моделировании число носителей в кругу радиуса $r_к \sim 30\,a$ ($V_н = \pi(r_к^2 - r_0^2)$) бралось $\sim$ I8000 и N в пределах 5 ÷ 50.

На рис. 2 показан вид $\eta(r)$ для случая $r_0 = 2a$, $l = 5a$.

Качественно $\eta(r)$ совпадает с результатами, полученными из решения уравнения переноса.

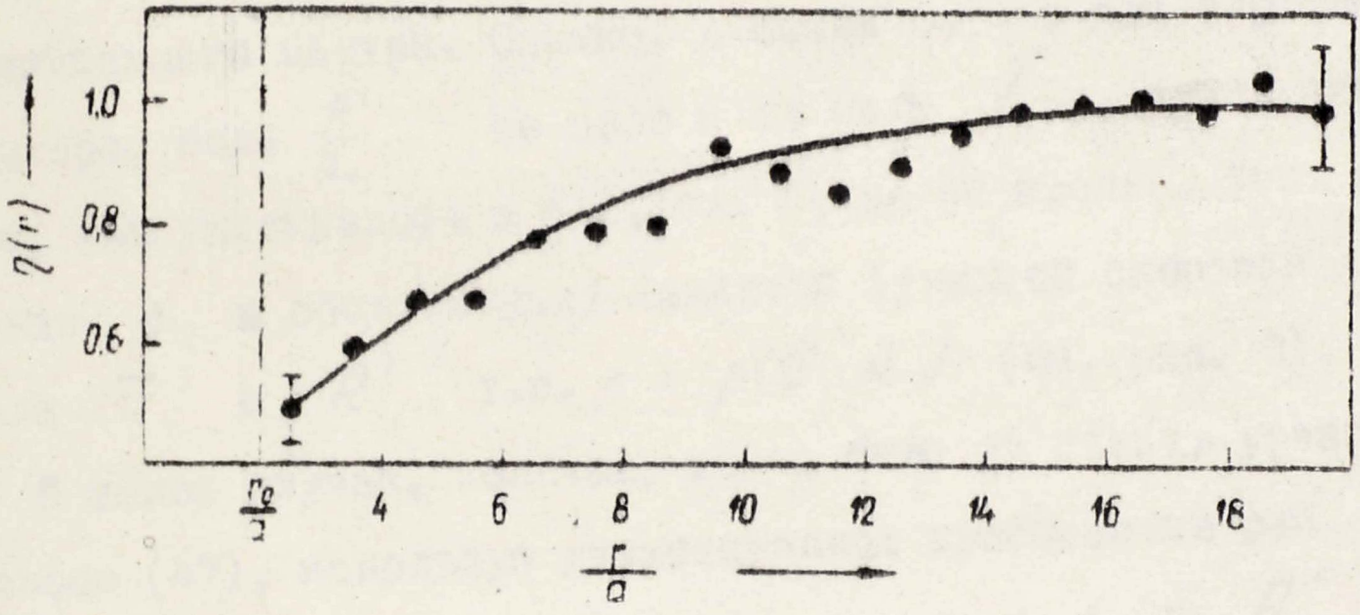


Рис. 2. Зависимость $\eta(r)$, полученная в результате машинного эксперимента для нейтрального центра. Значение параметров: $r_0 = 2a$; $l = 5a$ (a – выбранная единица измерения).

Глава III

ОПРЕДЕЛЕНИЕ $\eta(z)$ и $\sigma_{эфф}$ ДЛЯ ЗАРЯЖЕННОГО ЦЕНТРА

§ I. Основные соотношения

В предыдущей главе была определена функция распределения носителей для нейтрального центра, и в случае малых отношений $\frac{R'}{z_0}$ и малых длин свободного пробега, выражение (64) может описывать функцию распределения носителей для заряженного притягивающего центра. Однако, в общем случае для заряженного центра, если $\frac{R'}{z_0}$ не мало и не малы ℓ, такое приближение, как указывалось в § 2, гл. II, недостаточно. Угол разделения β в общем случае является функцией скорости носителя $\vec{v}$ и R', т.е. $\beta = \beta(\vec{v}, R')$ (см. рис. 3).

В таком случае, конечно, можно было бы решить уравнение переноса (47), используя двухстороннее приближение для f', где область разделения задавалась бы $\beta = \beta(\vec{v}, R')$, однако, задача усложняется.

Для учета зависимости $\beta(\vec{v}, R')$ удобней перейти к новым переменным - энергии носителя E и моменту количества движения J [33, 34]. Такой переход был предложен в работах [28, 35]. Мы будем в основном следовать работе [28].

Энергия носителя в поле центра с потенциалом $V(z)$ определяется

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + e V(z), \qquad (75)$$

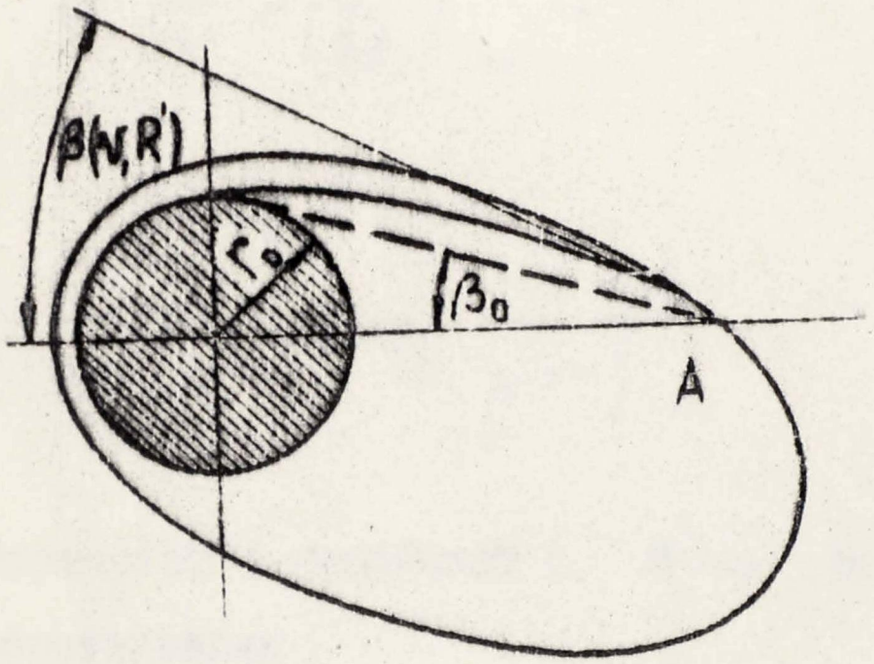


Рис. 3. Определение угла разделения β в случае заряженного притягивающего центра.

Для сравнения приведено β_0 для нейтрального центра.

где $v = (v_p^2 + v_z^2)^{\frac{1}{2}}$, а момент количества движения J определяется соотношением

$$J = m r v_p , \qquad (76)$$

v_z и v_p , как и раньше, соответственно, радиальная и тангенциальная составляющие скорости носителя.

В переменных E и J уравнение (47) принимает вид

$$v_z \frac{\partial f'}{\partial z} = \left(\frac{\partial f'}{\partial t}\right)_{cm} , \qquad (77)$$

где

$$v_z = \pm \left\{ \frac{2}{m} \left[E - e V(z) \right] - \frac{J^2}{m^2 r^2} \right\}^{\frac{1}{2}} . \qquad (78)$$

Функция распределения носителей и $\sigma_{эфф}$ определяется, как и раньше, из соотношений

$$g(z) = \int f' d\vec{v} , \qquad (79)$$

$$\rho_{эфф} = \sigma_{эфф} \langle v \rangle = 4\pi r^2 \int f' \vec{v}\, d\vec{v} \Big|_{z=z_0} \qquad (80)$$

Так как радиальная скорость v_z согласно (78) принимает положительные и отрицательные значения, то функцию распределения f' можно разделить на f'^{+} , соответствующую носителям, имеющим $v_z > 0$, т.е. движущимся от центра, и f'^{-} , соответствующую носителям, имеющим $v_z < 0$ (носители движутся к центру).

Введя безразмерные величины

$$x = \frac{r_0}{r}\ ,\quad y = + \frac{R'}{r_0} x\ ,\quad \beta = \frac{E}{kT}\ ,\quad \chi = \frac{J^2}{m r_0^2 kT}\ , \tag{81}$$

$$I = \frac{\rho_{эфф}}{4\pi r_0^2 \left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}}\ .$$

из (79) и (80) можно получить

$$\eta = n^+ + n^-\ , \tag{82}$$

$$n^{\pm} = \frac{\pi}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int_y^{\infty} d\beta \int_0^{\frac{2(\beta-y)}{x^2}} \frac{f^{\pm} x^2\, d\chi}{\left[2(\beta-y) - x^2\chi\right]^{\frac{1}{2}}}\ , \tag{83}$$

$$I = I^- - I^+\ . \tag{84}$$

$$I^{\pm} = \frac{1}{2} \int_y^{\infty} d\beta \int_0^{\frac{2(\beta-y)}{x^2}} f^{\pm}\, d\chi\ . \tag{85}$$

Верхний предел интегрирования во внутреннем интеграле выражений (83) и (85) определяется из условия неотрицательности кинетической энергии носителя. В выражении (84) полный поток носителей на центр определяется как разность потоков к центру и от центра.

§ 2. Орбитальное движение и функция распределения

В отличие от случая, рассмотренного в гл.II, теперь функцию распределения будем задавать в зависимости от характера движения носителей в пространстве E , J^2.

Рассмотрим возможные орбиты носителя в зависимости от E и J^2. Запишем (75) в виде

$$\frac{1}{2} m v_r^2 = E - \frac{J^2}{2mr^2} + \frac{e^2}{\varepsilon_0 r} , \qquad (86)$$

где мы ввели $V(r) = -\frac{e}{\varepsilon_0 r}$.

Из условия неотрицательности кинетической энергии из (86) имеем $E \geqslant \frac{J^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{\varepsilon_0 r}$, т.е. носитель со значениями E и J^2 в области F не может находиться (см. рис. 4).

Область допустимых значений E и J^2 по характеру орбит можно разделить на области A , B , C и D. Орбиты носителей в каждой из областей, если носители не испытывают рассеяний, следующие: в A и B носители движутся по гиперболам, в случае A они пересекают центр; в области C и D носители движутся по эллипсам, причем в C они пересекают центр.

Характер функции распределения f в различных областях можно установить, рассмотрев случай, когда носители не

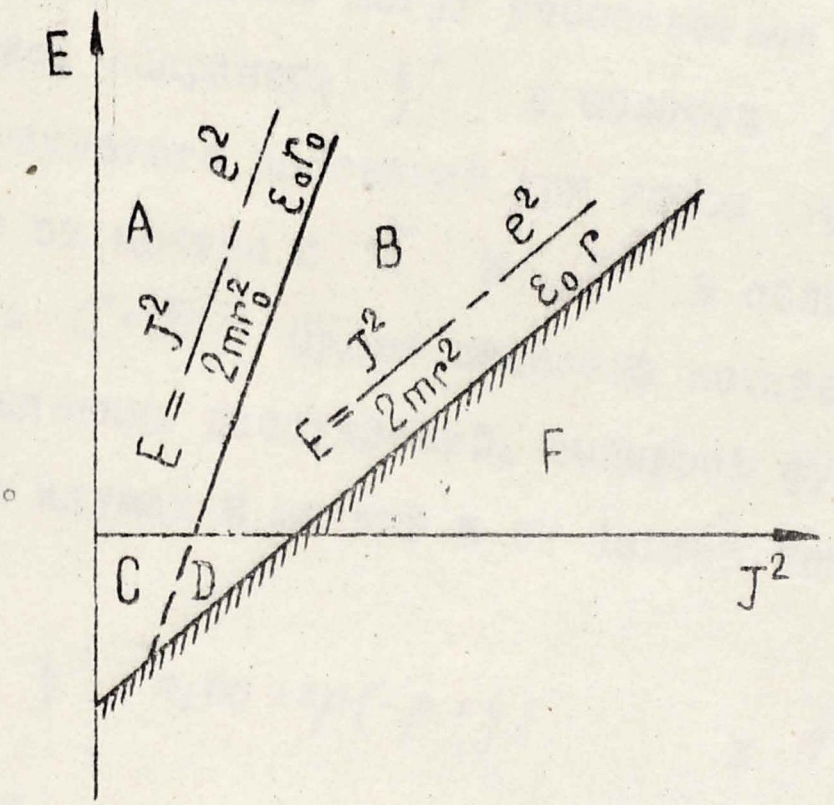


Рис. 4. Определение областей E и J^2 для функции распределения в случае заряженного центра.

испытывают рассеяний. Выделим область со значениями $z < z_{cm}$, считая, что внутри нее носитель не рассеивается.

В области B носители приходят из $z > z_{cm}$ и снова уходят, т.е. для f можем записать $f^+ = f^- = \frac{1}{2} f_1$, где f_1 - функция распределения вдали от центра. В области A $f^- = f_1$ и $f^+ = 0$, ибо все носители, идущие от z_{cm}, попадают в центр. В отсутствии рассеяний в области $C+D$ имеем $f^\pm = 0$ (области $C + D$ соответствуют связанные состояния - эллиптические орбиты, которые могут быть населены лишь при рассеянии носителей).

Если учесть, что носители могут рассеиваться и в пределах $z_0 \div z_{cm}$, то, например, f^+ в области A уже не будет равно 0 (в результате рассеяний при любом z возможны носители, идущие от центра с E и J^2 в области A). Аналогично и область $C+D$ будет населена носителями.

Исходя из приведенных рассуждений, выбираем функцию распределения f для идущих к центру и от центра носителей в виде

$$
\begin{aligned}
&f^- = n_1(x) \exp(-\beta + \gamma), \quad f^+ = n_2(x) \exp(-\beta + \gamma) && \text{в } A, \\
&f^- = f^+ = n_2(x) \exp(-\beta + \gamma) && \text{в } C+D, \\
&f^- = f^+ = n_1(x) \exp(-\beta + \gamma) && \text{в } B, \\
&f^- = f^+ = 0 && \text{в } F,
\end{aligned}
\tag{87}
$$

где $n_1(x)$, $n_2(x)$ - зависящие лишь от x функции.

§ 8. Общие выражения для $\eta(\tau)$ и $\sigma_{эфф}$

Подставляя выражения (87) для f^+ и f^- в (83–85), получаем

$$\eta = \frac{1}{2}\left[n_1(x) + n_2(x)\right] - \frac{I}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}A}\int_y^\infty \exp(-\beta)\left[2(\beta - y)\right]^{\frac{1}{2}} d\beta + \tag{88}$$

$$+ \frac{I}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}A}\int_0^\infty \exp(-\beta)\left[2(\beta - y) - x^2 2(\beta - y_p)\right] d\beta ,$$

$$I = A\left[n_1(x) - n_2(x)\right]\exp y , \tag{89}$$

где

$$A = \int_0^\infty \exp(-\beta)(\beta - y_p)\, d\beta \tag{90}$$

и $y_p = -\frac{R'}{\tau_0}$.

Для определения η и I теперь используем уравнение (77), переписав его с использованием (81) и (59), получаем

$$\mp\left[2(\beta - y) - x^2\chi\right]^{\frac{1}{2}}\frac{\partial f^{\pm}}{\partial x} = \frac{3}{4}\frac{\tau_0}{\ell}\frac{1}{x^2}\left(\bar{f}^{\pm} - f^{\pm}\right), \tag{91}$$

где

$$\bar{f}^{\pm} = \eta(x)\exp(-\beta + y). \tag{92}$$

Использование (92) предполагает, что после рассеяния движение носителя становится совершенно случайным и "накопление" направленной скорости носителя равно 0, т.е. носители не нагреваются, приближаясь к центру и обмен энергией между носителем и решеткой при рассеянии незначителен.

Умножая уравнение (91) на $\frac{Q}{[2(\beta-\gamma)-x^2\chi]^{\frac{1}{2}}}$ и полагая $Q = 1$ и $Q = [2(\beta-\gamma)-x^2\chi]^{\frac{1}{2}}$, получаем два уравнения для f^- и f^+, из первого из них следует, что $I = const$, а из второго получаем

$$\frac{dn_i}{dx} + n_i \frac{d\gamma}{dx} = -\frac{3}{2}\frac{e_0}{\ell} I , \qquad (93)$$

где $n_i = n_1(x) + n_2(x)$.

Из (88) и (93) получаем уравнение для η :

$$\frac{d\eta}{dx} - \frac{R'}{\tau_0}\eta = -I\left[\frac{3}{4}\frac{\tau_0}{\ell} + F(x)\right] , \qquad (94)$$

где

$$F(x) = \frac{1}{\pi^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{R'}{\tau_0}\right)}\left\{\left[\frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{R'}{\tau_0}(1-x^2)^{\frac{1}{2}}x(2+x)}{(1+x)^2}\right]\int_0^\infty\left(t + \frac{\frac{R'}{\tau_0}x}{1+x}\right)^{\frac{1}{2}}\exp(-t)\,dt + \frac{R'}{\tau_0}\left(\frac{R'}{\tau_0}x\right)^{\frac{1}{2}}\left[1+\frac{(1-x)^{\frac{1}{2}}}{(1+x)^2}\right]\right\} . \qquad (95)$$

Граничные условия для уравнения (94) можно получить из условия абсолютного поглощения носителя центром. Поскольку $n_2(x)$ было множителем при функции f^+, описывающей

носители, идущие от центра, то условие абсолютного поглощения при $x = 1$ означает, что

$$n_2(1) = 0. \tag{96}$$

Из (89) с учетом (96) получаем

$$n_1(1) = \frac{I}{A} \exp(-y). \tag{97}$$

Заменив в (88) $n_1(I)$ согласно (97), получаем

$$\eta\Big|_{x=1} = \frac{I}{2\left(1+\frac{R'}{r_0}\right)}\left[\exp\frac{R'}{r_0}\,\operatorname{erfc}\left(\frac{R'}{r_0}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{R'}{r_0}\right)^{\frac{1}{2}}\right], \tag{98}$$

где

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{R'}{r_0}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}}\int_0^{\frac{R'}{r_0}} \exp(-t^2)\,dt. \tag{99}$$

Второе граничное условие для η имеет вид

$$\eta\Big|_{x=0} = 1. \tag{100}$$

(на бесконечном расстоянии от центра относительная концентрация носителей равна I).

Решая (94) с условиями (98) и (100), получаем:

$$\eta = \left\{1 - \frac{\left[1-\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x\right)\right]\frac{3r_0^2}{4R'l} + \int_0^x F(x')\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x'\right)dx'}{C\exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right) + \left[1-\exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right)\right]\frac{3r_0^2}{4R'l} + \int_0^1 F(x')\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x'\right)dx'}\right\}\exp\frac{R'}{r_0}x, \tag{101}$$

$$I = \frac{I_{вых}}{C} = \frac{1}{C\exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right) + \left[1-\exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right)\right]\frac{3r_0^2}{4R'l} + \int_0^1 F(x')\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x'\right)dx'}, \quad (102)$$

где для краткости множитель при I в (98) мы обозначили через C.

Для эффективного сечения рекомбинации $\sigma_{эфф}$ получаем

$$\sigma_{эфф} = \pi r_0^2 I \quad (103)$$

(см. (80) и (81)).

Можно сравнить выражения для η (101) с полученными в гл. II (64). Видим, что они отличаются наличием вместо 1/2 в (64) величины C и функцией $\frac{1}{2}\frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$ вместо $F(x)$ в (101).

§ 4. Анализ выражений для $\eta(r)$ и $\sigma_{эфф}$

В общем виде исследовать зависимость $\eta(r)$ и $\sigma_{эфф}$ сложно из-за наличия в выражениях (64) и (101) интегралов:

$$A\left(\frac{R'}{r_0}x\right) = \frac{1}{2}\int_0^x \frac{x'}{(1-x'^2)^{\frac{1}{2}}}\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x'\right)dx', \quad (104)$$

$$B\left(\frac{R'}{r_0}x\right) = \int_0^x F(x')\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x'\right)dx'. \quad (105)$$

Поэтому мы рассмотрим отдельно случаи малых и больших l по сравнению с r_0. Дополнительно предположим, что $R' \gg r_0$.

Рассмотрим $B\left(\frac{R'}{r_0}\right)$. Выпишем полностью (105):

$$\int_0^1 F(x)\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x\right)dx = \frac{1}{\pi^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{R'}{r_0}\right)}\int_0^1\left\{\left[\frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}+\right.\right.$$

$$+\left.\frac{\frac{R'}{r_0}(1-x^2)^{\frac{1}{2}}x(2+x)}{(1+x)^2}\right]\int_0^\infty\left(t+\frac{\frac{R'}{r_0}x}{1+x}\right)^{\frac{1}{2}}\exp(-t)\,dt + \qquad (106)$$

$$+\left.\frac{R'}{r_0}\left(\frac{R'}{r_0}x\right)^{\frac{1}{2}}\left[1+\frac{(1-x)^{\frac{1}{2}}}{(1+x)^2}\right]\right\}\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x\right)dx .$$

Если $\frac{R'}{r_0}$ велики, то интегрирование по x в (106) можно ограничить малыми значениями x в случае конечного $\frac{R'}{r_0}x$ из-за быстрого убывания подинтегральной функции, содержащей множитель $\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x\right)$.

Обозначим через $C = \frac{R'}{r_0}x$ значение, при котором подинтегральная функция становится такой малой, что при увеличении x она будет изменяться незначительно. Тогда, интегрируя по x в пределах от 0 до $\frac{Cr_0}{R'}$, в (106) оставим второй член в фигурных скобках.

Тогда получаем

$$\int_0^1 F(x)\exp\left(-\frac{R'}{r_0}x\right)dx = \frac{1}{1+\frac{R'}{r_0}} . \qquad (107)$$

В таблице I даны значения $B\left(\frac{R'}{r_0}\right)\left(1+\frac{R'}{r_0}\right)$, вычисленные на БЭСМ-2 для ряда значений $\frac{R'}{r_0}$ в сравнении с вычисленными по (I07).

Таблица I

Значения $B\left(\frac{R'}{r_0}\right)\left(1+\frac{R'}{r_0}\right)$

$\frac{R'}{r_0}$	по (I06)	по (I07)
I	0,5I	I
2	0,7I	-"-
3	0,82	-"-
4	0,88	-"-
5	0,9I	-"-

Очевидно, что при больших $\frac{R'}{r_0}$ (I07) является хорошим приближением.

Рассмотрим случай $l \ll r_0$. Пренебрегая в числителе и знаменателе интегралами, а также опуская член $C\exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right)$ в знаменателе (при $\frac{R'}{r_0} \gg 1$, $C\exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right) \sim \left(\frac{R'}{r_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right)$) (I0I), получаем

$$\eta(r) = \frac{1 + \delta \exp\frac{R'}{r}}{1+\delta}, \qquad (108)$$

где

$$\delta = \frac{4}{3}\frac{R'l}{r_0(r_0+R')} - \exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right). \qquad (109)$$

Из (I08) и (I09) можно получить условие перехода к случаю "обогащения" носителями области вблизи центра :

$$\sigma_p \geqslant \sigma_k' \exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right), \qquad (II0)$$

где

$$\sigma_p = \frac{4}{3}\pi R' l, \qquad (III)$$

$$\sigma_k' = \pi R' r_0, \qquad (II2)$$

или для l получаем

$$l \geqslant \frac{3}{4} r_0 \exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right). \qquad (II3)$$

Для $\sigma_{эфф}$ из (102) и (I03) получаем

$$\sigma_{эфф} = \frac{\pi r_0^2}{\frac{3}{4}\frac{r_0^2}{R' l} + \frac{1}{1+\frac{R'}{r_0}}}, \qquad (II4)$$

откуда при $\frac{3}{4}\frac{r_0}{l} \gg 1$ получаем

$$\sigma_p = \sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi k' l. \qquad (II5)$$

Таким образом, как видно из (II4), (II5) и (II3) величина $\sigma_{эфф}$ совпадает с σ_p в случае малых l вне прямой зависимости от того, будет ли "обогащение" носителями близко расположенной к центру области или же будет "обеднение", т.е. $\eta(r_0) > I$ или $\eta(r_0) < I$. Однако само значение σ_p, конечно, изменяется, ибо условие $\eta(r_0) > 1$ или $\eta(r_0) < I$ зависит от l и l входит в (II5).

Из (II4) также видно, что $\sigma_{эфф} \longrightarrow 0$ при $r_0 \to 0$ чего, однако, не видно прямо из формулы (II5).

Выражение (II5), как уже отмечалось в гл. I, было получено В.В.Антоновым-Романовским из диффузионно-дрейфового уравнения [3], а также С.И.Пекаром [I9]. Это выражение интересно тем, что в него не входит радиус сферы рекомбинации r_0, т.е. эффективное сечение рекомбинации не зависит в случае малых длин свободного пробега l от геометрии центра, важно лишь, что центр заряжен и притягивает носители. Поэтому $\sigma_p = \frac{4}{3}\pi R' l$ может быть названо дрейфовым сечением.

Если в выражении (64) для $\eta(r)$ пренебречь членом, содержащим интеграл $A\left(\frac{R'}{2_0}x\right)$ (I04), что эквивалентно перебрасыванию функцией $\frac{1}{2}\frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$ в уравнении (6I), то мы получим [32]

$$\eta(r) = \left[1 - \frac{1 - \exp\left(-\frac{R'}{r}\right)}{1 + \left(\frac{2}{3}\frac{R'l}{r_0^2} - 1\right)\exp\left(-\frac{R'}{2_0}\right)}\right] \exp\frac{R'}{r}, \quad \text{(II6)}$$

$$\sigma_{эфф} = \frac{\frac{4}{3}\pi R' l}{1 + \left(\frac{2}{3}\frac{R'l}{r_0^2} - 1\right)\exp\left(-\frac{R'}{2_0}\right)} \quad \text{(II7)}$$

При $l \to 0$, из (II6) получаем

$$\eta(r) = \frac{\exp\frac{R'}{r_0} - \exp\frac{R'}{r}}{\exp\frac{R'}{r_0} - 1}. \quad \text{(II8)}$$

Выражение (II8) совпадает с (I9), полученным при решении диффузионно-дрейфового уравнения, причем $\eta(z_0) = 0$, и как раз такое граничное условие налагалось на функцию $\eta(z)$ (см. (I8)), условие $\eta(z_0) = 0$ справедливо именно при $l \to 0$.

Из (II6) можно получить условие "обогащения" носителями области вблизи центра:

$$l \geqslant \frac{3}{2} \frac{z_0^2}{R'} . \qquad (II9)$$

Сравнивая (II3) и (II9), видим, что $\eta(z_0) > I$ может быть в обоих случаях. В случае (II2), где при получении $\eta(z)$ учитывался изгиб траекторий носителей вблизи центра, "обогащение" может наступить при меньших l, как это видно из (II3) и (II9). Однако в действительности ни (I08) ни (II6) не дают точного хода зависимости $\eta(z)$ вследствие пренебрежения членом $A\left(\frac{R'}{z_0} x\right)$ или $B\left(\frac{R'}{z_0} x\right)$.

На рис. 5 показана зависимость $\eta(z)$ в случае (64) с учетом $A\left(\frac{R'}{z_0} x\right)$ для ряда значений R', z_0, l. Отличие зависимости в том, что при некотором малом $z' \geqslant z_0$ кривая $\eta(z)$ имеет максимум, т.е. $\eta(z_0)$ несколько понижается по сравнению с $\eta(z')$.

Можно сказать еще несколько слов о зависимости $\eta(z)$.

Как видно из § I, гл. П, температурно-равновесная функция равна $\eta_T(z) = \exp \frac{R'}{z}$. Она соответствует случаю, когда нет потока носителей через сферу рекомбинации z_0, и при z_0 имеем $\eta_T(z_0) = \exp \frac{R'}{z_0}$. Если же сфера z_0 поглощает

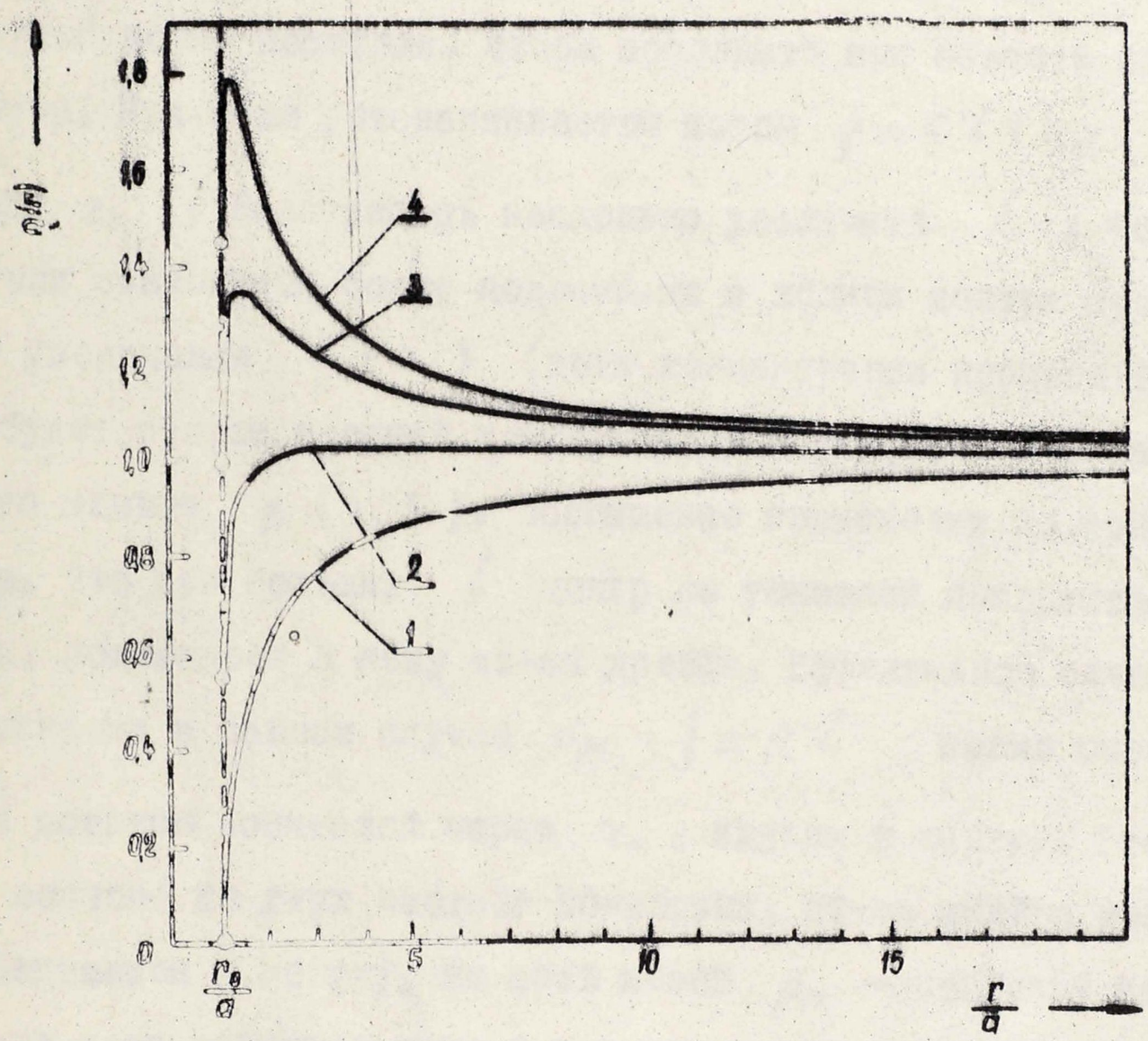


Рис. 5. Функция распределения носителей $\eta(r)$, вычисленная по формуле (64) при различных R' и l:
1 – $R' = 0$, $l = 5a$; 2 – $R' = a$, $l = a$;
3 – $R' = a$, $l = 5a$; 4 – $R' = 2a$, $l = 2a$.

носители, $\eta(r)$ сильно отличается от $\eta_r(r)$, стоит только "включить" сферу поглощения, как в зависимости от r_0, R' и l становится возможным любой вид зависимости $\eta(r)$, показанных, например, на рис. 5.

При малых l, $\eta(r_0) \to 1$; физически это означает, что вблизи центра рекомбинации все носители попали в него (поэтому обеднение) и поле не способно из-за малости l "подтянуть" новые носители, чтобы пополнить ими область вблизи центра. При этом устанавливается поток $\frac{4}{3}\pi R' l \langle v \rangle$ через сферу r_0. Если теперь несколько увеличить l, то носители становятся более подвижными и вблизи центра происходит увеличение $\eta(r)$ (хотя концентрация носителей вблизи будет больше средней концентрации в фосфоре, все-таки она много меньше $\eta_r(r_0)$). Обогащение происходит по той причине, что при больших l центр не успевает поглотить носители, подающиеся к нему из-за дрейфа. Эффективное сечение рекомбинации в данном случае $\sigma_r = \frac{4}{3}\pi R' l$ также определяется потоком носителей через r_0, идущих к центру. Этот поток состоит из двух частей: во-первых, из-за дрейфа носители приближаются к центру, то есть имеем p_r -дрейфовый поток, однако неспособность центра все поглотить ведет к тому, что появляется и второй поток - диффузионный p_D, направленный в противоположную сторону. Результирующий поток $p_{эфф}$ равен разности обоих потоков и определяет $\sigma_{эфф}$. В температурно-равновесном случае оба потока p_r и p_D равны по величине и противоположно направлены, вследствие чего через центр поток отсутствует.

Рассмотрим подробнее $\eta(r_0)$. Из (101) следует

$$\eta(r_0) = \frac{C}{C\exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right) + \left|1 - \exp\left(-\frac{R'}{r_0}\right)\right| \frac{3r_0^2}{4R'l} + \frac{1}{1+\frac{R'}{r_0}}} \quad (120)$$

При $R' \gg r_0$, получаем

$$\eta(r_0) = \frac{\left(\frac{R'}{r_0\pi}\right)^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{3}{4}\frac{r_0}{l}} \quad (121)$$

Если $r_0 \longrightarrow 0$, то из (121) следует, что $\eta(r_0) \to \infty$, т.е. получаем результат, который согласуется с тем, что при $r_0 \to 0$ $\eta(r_0)$ должно стать температурно равновесной (т.е. отсутствует поглощение), ибо $\eta_T(r_0)$ при $r_0 \longrightarrow 0$ стремится к бесконечности).

Рассмотрим теперь случай больших длин свободного пробега, $l \gg r_0$. В этом случае уже необходимо учитывать член $B\left(\frac{R'}{r_0}x\right)$, чтобы рассмотреть зависимость $\eta(r)$, и результаты можно получить лишь численно, вследствие сложного вида $B\left(\frac{R'}{r_0}x\right)$.

Однако можно рассмотреть выражение для $\sigma_{эфф}$. Формула (114) для $\sigma_{эфф}$ справедлива и в случае больших длин свободного пробега l. Пренебрегая в (114) единицей, по сравнению с $\frac{R'}{r_0}$, получаем

$$\sigma_{эфф} = \frac{\pi R' r_0}{1 + \frac{3}{4}\frac{r_0}{l}} = \frac{\sigma_к'}{1 + \frac{3}{4}\frac{r_0}{l}}, \quad (122)$$

где $\sigma_к'$ сечение рекомбинации для $l \to \infty$:

$$\sigma_к' = \pi R' r_0. \qquad (123)$$

Выражение (123) можно получить из более общих соображений. Так, сечение захвата $\sigma_з$ для центра с потенциалом $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$ равно [36]

$$\sigma_з = \frac{2\pi\alpha}{\mu(\bar{v})^2}, \qquad (124)$$

где μ - эффективная масса частицы. Подставляя значение $\alpha = \frac{e^2}{\varepsilon_0}$ и проведя усреднение по v, получаем (123).

Можно отметить, что выражение (122) сходно с выражением (67) для нейтрального центра, только вместо $\sigma_к = \pi r_0^2$ стоит выражение $\sigma_к'$, которое можно рассматривать как газокинетическое сечение для заряженного центра, которое определяется как сечение при $l \to \infty$.

§ 5. Определение $\eta(r)$ моделированием процесса рекомбинации на ЭВМ

Выводы, полученные в § 4, можно сравнить с результатами машинного эксперимента, проведенного для заряженного центра. Задача формулировалась аналогично задаче для нейтрального центра с тем отличием, что рассматривалось притяжение носителя кулоновской силой центра.

Положение носителя после l -го пробега определялось

по приближенным выражениям:

$$x_i = x_{i-1} + \dot{x}\Big|_{z=z_{i-1}} \cdot t + \frac{\ddot{x}}{2}\Big|_{z=z_{i-1}} \cdot t^2 , \qquad (125)$$

$$y_i = y_{i-1} + \dot{y}\Big|_{z=z_{i-1}} t + \frac{\ddot{y}}{2}\Big|_{z=z_{i-1}} \cdot t^2 ,$$

где t – время движения носителя между рассеянием. Принимая, что на носители действует сила $\vec{F} = -\frac{b}{z^3}\vec{z}$, где b – некоторая постоянная, и что носитель после рассеяния вновь принимает скорость $v_0 = \langle v \rangle$, имеем:

$$\dot{x}\Big|_{z=z_{i-1}} = v_0 \cos\alpha_{i-1} , \quad \dot{y}\Big|_{z=z_{i-1}} = v_0 \sin\alpha_{i-1} , \qquad (126)$$

$$\ddot{x}\Big|_{z=z_{i-1}} = -\frac{b}{m z_{i-1}^2}\cos\beta_{i-1} , \quad \ddot{y}\Big|_{z=z_{i-1}} = -\frac{b}{m z_{i-1}^2}\sin\beta_{i-1} ,$$

где β_i – угол между направлением действия силы на носитель в точке $z = z_{i-1}$ и осью x.

Время t в (126) определялось из условия, чтобы носитель проходил расстояние, равное длине свободного пробега l.

Для каждого носителя разыгрывалось столько свободных пробегов, что сумма времен их равня:лась некоторому времени $t_к$, которое выбиралось так, чтобы распределение носителей имело установившийся характер.

Если носитель попадает в центр, то к счетчику числа прорекомбинировавших носителей $N_{рек}$ добавляется 1, в про-

тивном случае после $t = t_к$ фиксируется конечное положение носителей и добавляется I к счетчику, считающему число носителей в соответствующем кольце (см. гл. П).

Для разных α, β и z предварительно вычислялась таблица времен t. В отличие от случая нейтрального центра здесь мы задаем не число пробегов N, а именно $t_к$, ибо носители вблизи центра проходят l быстрее, чем вдали от центра, где $t = \frac{l}{v_0}$, то есть вблизи центра носитель может испытать больше пробегов за одно и то же время, чем вдали.

На рис. 6 показаны две кривые, полученные в машинном эксперименте для значений $l = 5a$, $z_0 = 2a$ и значений $R' = 5a$, $R' = 3a$.

Вид $\eta(z)$, рис. 6 качественно совпадает с полученным из уравнения (94).

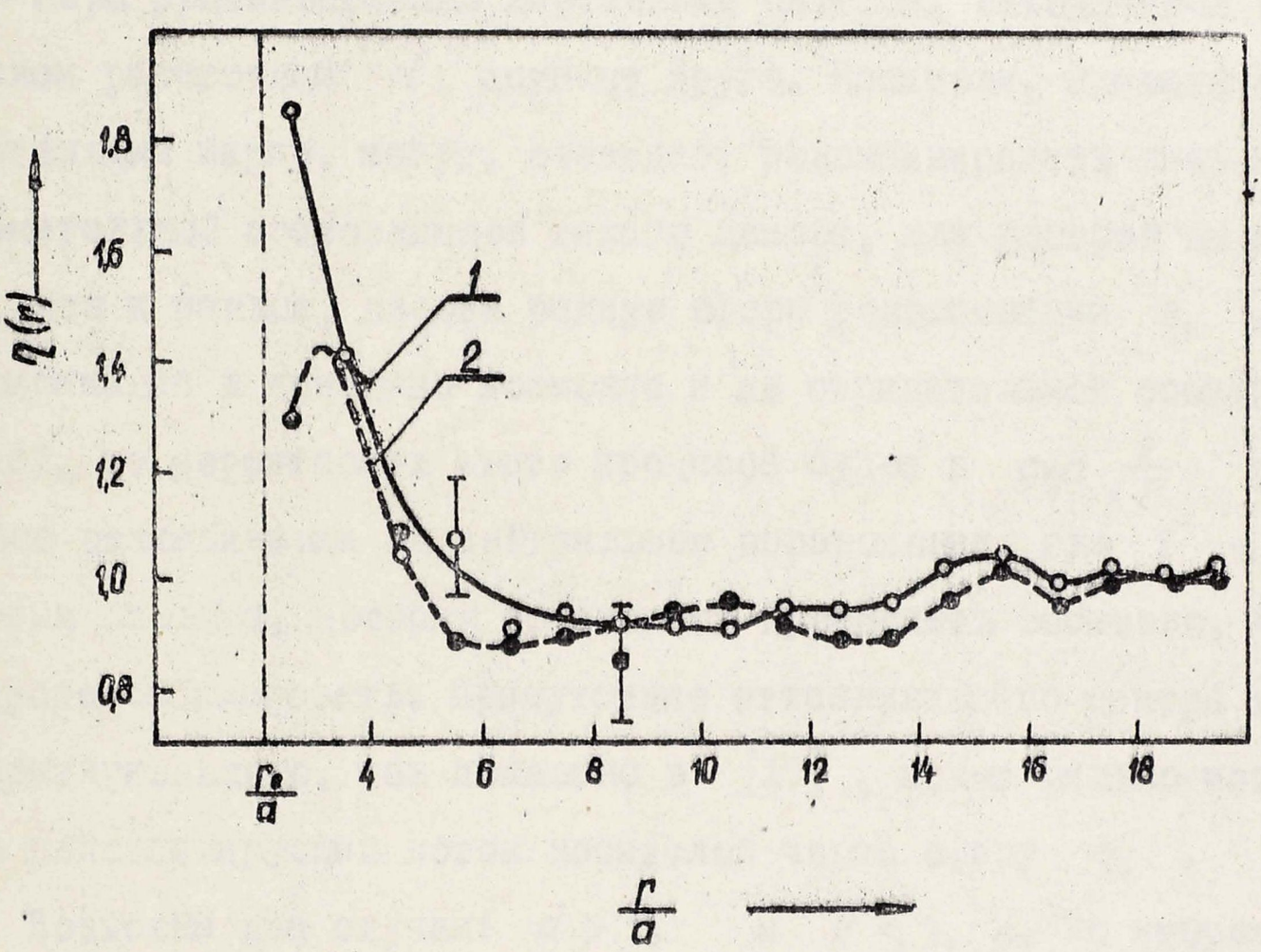


Рис. 6. Функции распределения носителей $\eta(z)$, полученная в машинном эксперименте для заряженного центра для разных значений R' ($l = 5a$):
1 – $R' = 5a$; 2 – $R' = 8a$.

Глава IУ

РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОГО СЕЧЕНИЯ РЕКОМБИНАЦИИ ДИПОЛЬНОГО ЦЕНТРА

§ I. Дипольный центр

Дипольный центр можно представить как составную систему - пара противоположно заряженных центров, находящихся на близком расстоянии d друг от друга. Носители, имеющие отрицательный заряд, могут, очевидно, рекомбинировать лишь на положительной составляющей такого центра, для которой мы можем, как и раньше, ввести радиус сферы рекомбинации r_0. Рекомбинация в принципе возможна и на отрицательной составляющей, но вероятность этого процесса будет в $\exp\frac{\varepsilon}{kT}$ раз меньше рекомбинации на нейтральном образовании, где ε - энергия барьера, который необходимо преодолеть носителю, чтобы прорекомбинировать. Присутствие отталкивающего центра вблизи притягивающего, как показано в [I7], может сильно изменить рекомбинирующий поток носителей через сферу r_0.

Возможны два случая: $d > r_0$ и $d < r_0$. Во втором случае можно задачу упростить и свести к оферически симметричной, находя $\sigma_{эфф}$ и $\eta(r)$ из решения уравнения (47). Мы рассмотрим лишь последний случай [37].

Потенциальная энергия носителя в поле дипольного центра на расстоянии $r > d$ определяется согласно выражению

$$eV(r,\varphi) = -\frac{e^2 d\cos\varphi}{\varepsilon_0 r^2}, \qquad (I27)$$

где φ - угол между направлением действия силы на носитель и осью диполя с моментом ed .

Сделаем еще одно приближение (см. [8]). Усредним (127) по углу φ , в результате чего получим

$$eV(r) = -\frac{e^2 d}{2\varepsilon_0 r^2} . \qquad (128)$$

Используя выражение для радиуса захвата R' для притягивающего центра согласно (17), имеем

$$eV(r) = -\frac{R' d kT}{2r^2} . \qquad (129)$$

§ 2. Определение $\eta(r)$ и $\sigma_{эфф}$

Определяя $\eta(r)$ и $\sigma_{эфф}$, как в гл. II, используем выражение (79), (80), (82-85), где

$$y = -\varrho x^2 , \qquad (130)$$

$$\varrho = \frac{R' d}{2r_0^2} . \qquad (131)$$

Область допустимых значений E и J^2 в случае диполя показана на рис. (7). Носители в области A и C имеют траектории, пересекающие центр, в области B они в центр не попадают. Области C соответствуют связанные состояния, нахождение носителей в D невозможно.

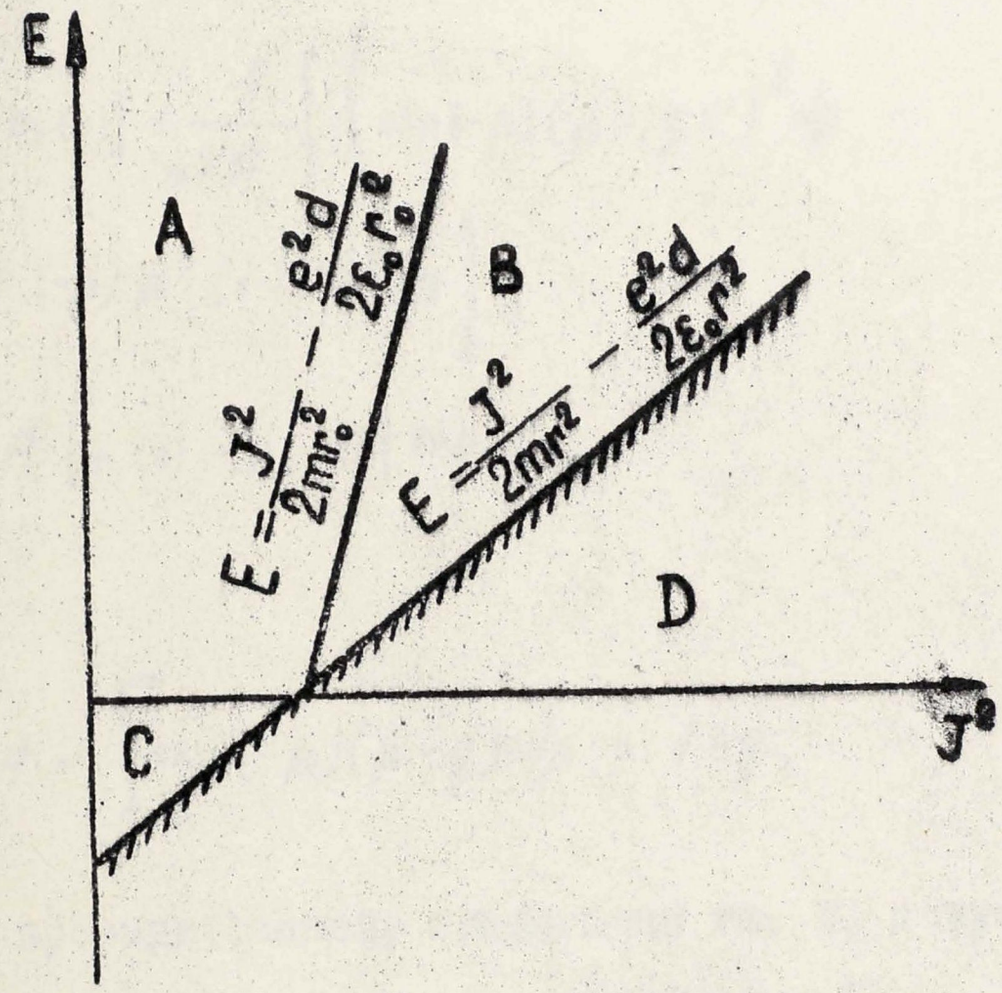


Рис. 7. Определение областей E и J^2 для функции распределения в случае дипольного центра.

функции распределения определим согласно

$$f^- = n_1(x)\exp(-\beta+y),\quad f^+ = n_2(x)\exp(-\beta+y) \quad \text{в } A,$$

$$f^- = f^+ = n_1(x)\exp(-\beta+y) \quad \text{в } B, \qquad (182)$$

$$f^- = f^+ = n_2(x)\exp(-\beta+y) \quad \text{в } C,$$

$$f^- = f^+ = 0 \quad \text{в } D.$$

Проведя интегрирование в выражениях (83), (85), получаем:

$$\eta = \frac{1}{2}\left[n_1(x)+n_2(x)\right] - \frac{I}{\pi^{\frac{1}{2}}A}\left[\int_y^\infty \exp(-\beta)(\beta+qx^2)^{\frac{1}{2}}d\beta - \right. \qquad (133)$$

$$\left. - \int_0^\infty \exp(-\beta)\beta^{\frac{1}{2}}(1-x^2)^{\frac{1}{2}}d\beta\right],$$

$$I = A\left[n_1(x) - n_2(x)\right]\exp y, \qquad (134)$$

где

$$A = \int_0^\infty \exp(-\beta)(\beta+q)\,d\beta = 1+q. \qquad (135)$$

После ряда преобразований, аналогично гл. II, получаем уравнение для функции распределения носителей η

$$\frac{d\eta}{dx} - 2qx\eta = -I\left(\frac{3}{4}\frac{\tau_0}{\ell} + F_1(x)\right), \qquad (136)$$

где функция $F_1(x)$ имеет вид

$$F_1(x) = \frac{x}{2(1+q)(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{qx(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{1+q} + \frac{2q^{\frac{3}{2}}x^2}{\pi^{\frac{1}{2}}(1+q)} \qquad (137)$$

Решая (136) с учетом граничных условий

$$\eta\Big|_{x=1} = \frac{I}{2(1+q)}\left[\exp q\ \operatorname{erfc} q^{\frac{1}{2}} + 2\left(\frac{q}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\right], \qquad (138)$$

$$\eta\Big|_{x=0} = 1,$$

получаем

$$\eta = \left\{1 - \frac{\int_0^x \left[\frac{3\tau_0}{4l} + F_1(x')\right]\exp(-qx'^2)\,dx'}{C_1\exp(-q) + \int_0^1 \left[\frac{3\tau_0}{4l} + F_1(x')\right]\exp(-qx'^2)\,dx'}\right\}\exp(qx^2), \qquad (139)$$

$$I = \frac{\eta}{C_1'}\Big|_{x=1} = \frac{1}{C_1\exp(-q) + \int_0^1 \left[\frac{3\tau_0}{4l} + F_1(x')\right]\exp(-qx'^2)\,dx'}, \qquad (140)$$

где C_1' означает множитель при I в (138).

Из (103) для $\sigma_{эфф}$ получаем

$$\sigma_{эфф} = \frac{\pi\tau_0^2}{C_1'\exp(-q) + \int_0^1 \left[\frac{3\tau_0}{4l} + F_1(x')\right]\exp(-qx'^2)\,dx'}. \qquad (141)$$

Для больших значений q получаем более простое выражение для $\sigma_{эфф}$, оставляя в (137) лишь последний член,

$$\sigma_{эфф} = \frac{\pi R' d}{1 + \frac{3\left(\frac{1}{2}\pi R' d\right)^{\frac{1}{2}}}{4l}}. \qquad (142)$$

§ 3. Анализ выражений для $\sigma_{эфф}$

Выражение (I42) интересно тем, что в него не входит радиус сферы рекомбинации r_0. Однако это справедливо лишь в случае $q = \frac{R'd}{2r_0^2} \gg 1$.

Напомним, что в выражении для q необходимо дополнительно учитывать условие $d < r_0$. Последнее условие появилось из-за выбора потенциала в виде (I27), что справедливо лишь при $r > d$. В случае малых длин свободного пробега l из выражения (I42) получаем

$$\sigma_{эфф} \approx 1{,}9 (\pi R'd)^{\frac{1}{2}} l. \qquad (I43)$$

Формула (I43) в несколько ином виде была получена В.В.Антоновым-Романовским в работе [3]. В работе [I7] им же было показано, что (I43) можно получить, рассматривая диффузионно-дрейфовое движение носителей к дипольному центру без привлечения уравнения диффузии.

В случае $l \gg (R'd)^{\frac{1}{2}}$ из (I42) получаем

$$\sigma_{эфф} = \pi R'd. \qquad (I44)$$

Можно отметить, что формулу (I44) можно получить из общих соображений, рассматривая захват носителей дипольным центром, если носители имеют бесконечную длину свободного пробега l, (см. гл. Ш, § 4).

Сравнивая выражение (I42) с (I44) и выражение (I22) с

(123), казалось бы, что $\sigma_{эфф}$, полученное в диффузионном приближении по (32), может применяться до больших длин свободного пробега l, потому что в (142) l сравнивается не с r_0, а с $(R'd)^{\frac{1}{2}}$. Если принять $R' \sim 100\,a$, $d \sim a$, то можно было бы применять (144) для значений l до $l \sim 10a$.

С другой стороны, из условия $d < r_0$ может следовать, что d должно быть так мало, что $(R'd)^{\frac{1}{2}}$ порядка $r_0^з$, где $r_0^з$ значение радиуса сферы рекомбинации для заряженного центра. В таком случае применение диффузионной формулы (144) справедливо как и в случае заряженного центра для $l \ll r_0$. Поэтому, сравнивая выражения для $\sigma_{эфф}^{д}$ для дипольного и заряженного центров при $l \to \infty$, т.е. $\sigma_{эфф}^{д} = \pi R'd$ и $\sigma_{эфф}^{з} = \pi R' r_0$, подставив в $\sigma_{эфф}^{д} = \pi R'd$ вместо $R'd$ величину порядка $(r_0^з)^2$, получаем лишь $\sigma_{эфф}^{д} = \pi (r_0^з)^2$.

В общем случае значение $\sigma_{эфф}^{д}$, очевидно, удовлетворяет условию

$$\sigma_{эфф}^{н} < \sigma_{эфф}^{д} < \sigma_{эфф}^{з}, \qquad (145)$$

где $\sigma_{эфф}^{н}$ - сечение рекомбинации для нейтрального центра.

Для случая $d \geqslant r_0$ применение приближения (127) неправомочно и для нахождения $\sigma_{эфф}^{д}$ нужно проводить отдельные расчеты.

Глава У

УТОЧНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИФФУЗИОННОЙ ТЕОРИИ

§ I. О понятии r_0 и $\sigma_к$

Рассмотрим более подробно определение радиуса сферы рекомбинации r_0 и газокинетического сечения $\sigma_к = \pi r_0^2$.

В диффузионной теории, как отмечалось ранее, основная задача - это определить, каким образом длина свободного пробега носителя связана с измеряемым на опыте эффективным сечением рекомбинации $\sigma_{эфф}$. Отличие $\sigma_{эфф}$ от истинного газокинетического сечения $\sigma_к = \pi r_0^2$ об"ясняется влиянием конечности длины свободного пробега l.

До сих пор при решении уравнения Больцмана принималось условие абсолютного поглощения носителей при $r = r_0$. Исследование зависимости $\eta(r)$ и $\sigma_{эфф}$ проводилось при условии, что r_0 не зависит от R' и l.

В случае нейтрального центра было получено, если $l \to \infty$, $\sigma_{эфф} = \pi r_0^2$ и $\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi r_0 l$, если $l \ll r_0$.

Если центр заряжен, то полагалось, что сфера r_0 притягивает носители, из-за чего появляется отличие в $\sigma_{эфф}$ от случая нейтрального центра. При $l \gg r_0$ из-за изгиба полем центра траектории носителей имели $\sigma_{эфф} = \sigma_к' = \pi R' r_0$, для случая $l \ll r_0$ - $\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi R' l$.

Для заряженного центра (аналогично как для нейтрального)

имеет смысл определить газокинетическое сечение $\sigma_к' = \pi R' r_c$ из условия $l \to \infty$ для $\sigma_{эфф}$. В действительности каждый центр обладает некоторым сечением рекомбинации, которое в принципе может быть вычислено квантово-механически, если известна структура центра и механизм рекомбинации. В диффузионной теории именно это сечение принималось за $\sigma_к$, но был рассмотрен случай, когда $\sigma_к$, то есть и r_0, не зависит от R' и l.

В общем случае r_0 зависит от структуры центра и механизма рекомбинации. Так, например, если под r_0 понимать геометрический размер центра, то должен существовать такой механизм рекомбинации, что носители захватываются непосредственно, как бы столкнувшись с центром. Реально это значит, что только вблизи центра носитель может отдать достаточно энергии, чтобы попасть на связанную орбиту, радиус которой равен r_0. Носитель, попадая в связанное состояние, отдает свою энергию, излучая несколько фононов. Однако вероятность многофононного перехода очень мала, соответственно, и эффективное сечение рекомбинации очень мало. В случае нейтральных и отталкивающих центров это как раз один из возможных механизмов захвата, однако, в случае притягивающего центра это дает слишком малые сечения.

В общем случае расчет $\sigma_{эфф}$, как и r_0 - квантово-механическая задача. В ряде работ, [38-40], например, было вычислено эффективное сечение $\sigma_{эфф}$ для захвата носителей с большой длиной свободного пробега в полупроводниках типа Ge и Si.

М.Лакс [38] предложил модель каскадного захвата носителя, согласно которой кулоновский притягивающий центр обладает рядом орбит возрастающих радиусов, носитель переходит с одной орбиты на другую, при этом поглощая или испуская фонон, пока не попадет в основное состояние, которое характеризуется наименьшим возможным радиусом. Позднее каскадную модель рассматривали еще ряд исследователей [39, 40].

Однако практически в полупроводниках эффективное сечение рекомбинации или захвата обычно вычисляется по формуле $\sigma_{эфф} = \pi R_T^2$, где R_T находится из равенства кинетической и потенциальной энергии носителя в поле притягивающего центра. Это выражение совпадает с выражением, полученным Д.Томсоном [41] при рассмотрении рекомбинации ионов в газах. Томсон предположил, что если один из двух ионов противоположного знака, находясь вблизи другого, испытывает эффективное столкновение с третьей частицей (например, нейтральным атомом) с доведением своей энергии до 3/2 кТ в пределах $r_0 = R_T$, то он начинает двигаться по замкнутым орбитам, в результате чего происходит рекомбинация. Величина R_T определяется

$$R_T = \frac{2}{3}\frac{e^2}{\varepsilon_0 kT} = \frac{3}{2}R' \qquad (146)$$

Эффективное сечение рекомбинации, согласно Томсону,

получается (Томсон рассматривал скорость рекомбинации)

$$\sigma_{эфф} = \pi R_т^2 w, \qquad (147)$$

где w - вероятность иону испытать столкновение, находясь в пределах сферы $R_т$.

Для случаев $l \ll R_т$ и $l \gg R_т$ получается $w = 1$ и $w = \frac{4}{3}\frac{R_т}{l}$, соответственно.

Мы будем использовать некоторые предположения Томсона применительно к носителям, рассеивающимся в кристалле, для попытки определить величину радиуса сферы рекомбинации r_c .

В случае малых длин свободного пробега l , как видно из гл. III, радиус сферы рекомбинации r_c не входит в выражение для эффективного сечения

$$\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi R' l, \qquad (148)$$

однако, ясны пределы применимости выражения (148). Именно случай малых l наиболее интересен в щелочногалоидных кристаллах, где l порядка нескольких постоянных решетки.

§ 2. Учет зависимости r_0 от l

Для рассмотрения наиболее интересного случая - промежуточных значений l - определим r_0 из условия, предложенного Г.Л.Натансоном [42] при рассмотрении рекомбинации ионов в газах. Применительно к носителям потребуем, чтобы кинетическая энергия носителя после рассеяния в пределах была бы не меньше энергии удаления носителя на бесконечность, а меньше энергии, необходимой для удаления носителя с расстояния r_0 на расстояние $r_0 + l$. На расстоянии $r_0 + l$ носители испытают новое рассеяние, в результате которого они получат дополнительную энергию для преодоления сил притяжения центром. Итак, определим r_0 из соотношения

$$\frac{3}{2} kT \leq \int_{r_0}^{r_0+l} F_r \, dr, \qquad (149)$$

где $F_r = \frac{e^2}{\varepsilon_0 r^2}$ - сила притяжения носителей центром.

Из (149) получаем [43]

$$r_0 = \frac{l}{2}\left[\left(1 + \frac{8R'}{3l}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]. \qquad (150)$$

Приняв описанную модель потери носителем энергии, рассмотрим случай $l \ll R'$ и определим предел применимости выражения (148), исходя из такой модели. Как показано в

гл. III, с ошибкой в несколько процентов при $\frac{R'}{r_0} \geqslant 4$

$$\sigma_{эфф} = \frac{\pi r_0}{\frac{3}{4}\frac{r_0}{R'l} + \frac{1}{r_0 + R'}} \qquad (151)$$

(т.е. должно быть $l \leqslant 0{,}1\,R$, см. (150), и $\frac{R'}{r_0} > 4$).

В пределе больших значений отношения $\frac{R'}{r_0}$ (151) выполняются точно.

Из (150) и (151) следует, что замена (151) выражением $\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi R'l$ дает ошибку A , которая определяется величинами R', l и r_0:

$$A = \frac{4}{3}\,\frac{R'l}{r_0(R'+r_0)} \qquad (152)$$

Так, например, при $R' \sim 60a$ и $l \sim 6a$ (a - постоянная решетки) ошибка для $\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi R'l$ равна около 50%. То есть, применимость диффузионного сечения в рассматриваемой модели не ограничивается предельно малыми l . (Если под r_0 понимать геометрический размер центра, то есть $r_0 \sim a$, то следовало бы, что l для выполнения (148) должно удовлетворять соотношению $l < a$).

Для случая $l > R'$ простое выражение (148) уже не применимо, потому что, например, при $l = R'$ уже становится $\frac{R'}{r_0} < 1$. Поэтому необходимо использовать точное выражение для $\sigma_{эфф}$ (см. (102) и (103)). Но можно заметить

из (I02-I03), что $\sigma_{эфф}$ с точностью до постоянного множителя равно πR_r^2 . Этот результат совпадает с формулой Томсона (I47), если вероятность рассеяния с доведением энергии носителя в пределах $r_0 = R_r$ до $\frac{3}{2}\kappa T$ равна I.

§ 3. Учет отражения носителей

До сих пор мы рассматривали свободный носитель, скажем, электрон, как точечный заряд. Однако у него может быть большая дебройлевская длина волны, т.е. он "размазан". В таком случае рекомбинация может начаться на большем расстоянии от центра, чем r_0 . Это приводит как бы к росту r_0 , но зато рекомбинация будет идти с меньшей эффективностью.

С другой стороны, если l большие, электрон может в пределах r_0 не испытать рассеяния с потерей энергии, чтобы попасть в связанное состояние, и нужно учитывать вероятность такого рассеяния электрона (см. (I47)).

Оба эти случая можно представить, как отражение носителей от сферы рекомбинации, т.е. предполагаем, что носители не абсолютно поглощаются. Определим в этом случае $\gamma(r)$ и $\sigma_{эфф}$. Рассмотрим заряженный центр и предположим, что коэффициент отражения носителей от сферы r_0 равен γ . Тогда вместо условия (96) имеем

$$n_2(1) = \gamma n_1(1). \qquad (153)$$

из (153), (88) и (89) получаем вместо (98)

$$\eta\Big|_{x=1} = \frac{I}{2\left(1+\frac{R'}{z_0}\right)}\left[\frac{1+\gamma}{1-\gamma}\exp\frac{R'}{z_0} - \right. \tag{154}$$

$$\left. - \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}}\exp\frac{R'}{z_0}\int_0^{\left(\frac{R'}{z_0}\right)^{\frac{1}{2}}}\exp(-t^2)dt + \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{R'}{z_0}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

Выражения для $\eta(z)$ и $\sigma_{эфф}$ сохраняют свой прежний вид (101) – (103), только вместо C в (101) и (102) стоит множитель при I в выражении (154), который при больших $\frac{R'}{z_0}$ можно записать в виде

$$C' = \frac{1}{2\left(1+\frac{R'}{z_0}\right)}\left[\frac{2\gamma}{1-\gamma}\exp\frac{R'}{z_0} + \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{R'}{z_0}\right)^{\frac{1}{2}}\right]. \tag{155}$$

Можно отметить, что при $\gamma \to 1$, как это следует из (155) и (101), $\eta(z) \longrightarrow \eta_r(z) = \exp\frac{R'}{z}$. Физически это понятно, ибо при $\gamma \to 1$ все носители отражаются, то есть не рекомбинируют.

Для $\sigma_{эфф}$ из (102), (103) и (155) получаем при $\frac{R'}{z_0} \gg 1$

$$\sigma_{эфф} = \frac{\pi' R' z_0}{\frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{4}\frac{z_0}{l}}. \tag{156}$$

Если $l \gg r_0$, то из (156) следует, что

$$\sigma_{эфф} = \pi R' r_0 (1-\gamma), \qquad (157)$$

и $\sigma_{эфф} \to 0$, если $\gamma(r) \to \gamma_r(r)$, то есть при $\gamma \to 1$.

В случае малых l диффузионная формула $\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi R' l$ применима при более жестких условиях, налагаемых на l, то есть $l < \frac{1}{4} r_0 (1-\gamma)$.

В общем случае для определения $\sigma_{эфф}$ необходимо использовать (102) и (103), где вместо C' стоит множитель при I в (154).

Глава VI

ЗАХВАТ НЕРЕЛАКСИРОВАННЫХ ДЫРОК

В работах [44-46] при воздействии радиации на щелочно галоидные кристаллы было обнаружено новое явление - захват нерелаксированных ("горячих") дырок примесными центрами. Суть этого явления заключается в том, что дырка с избыточной кинетической энергией захватывается центром. Эти явления играют важную роль в радиационных процессах в области низких температур. Исследование захвата горячих носителей может дать некоторые дополнительные сведения о кинетических параметрах. В данной главе рассмотрим захват горячих дырок в кристалле $KCl-Tl$ [47, 48].

В работах [44, 49, 50] было показано, что при облучении кристалла $KCl-Tl$ при низких температурах дырки могут локализоваться на активаторе, причем при достаточно больших концентрациях активатора локализация дырок на активаторе может оказаться гораздо более вероятной, чем автолокализация в решетке. Попадание дырки на активатор при температуре ниже температуры автолокализации об"ясняется локализацией на активаторе "горячей" дырки с энергией E, определяемой неравенством

$$E_v < E < E_a, \qquad (158)$$

где E_v - пороговая энергия автолокализации, т.е. максимальная энергия дырки, при которой она еще может автолокализо -

ваться; E_a - пороговая энергия локализации на активаторе [45]. При $E > E_a$ дырка не может локализоваться ни в решетке, ни на активаторе. При $E < E_v$ дырка локализуется в идеальной решетке, образуя V_k -центр.

Обозначим через τ время, в течение которого энергия горячей дырки лежит в интервале (158). В течение этого времени дырка, диффундируя в решетке, сместится на расстояние R определяемое соотношением

$$R = \pi (\mathcal{D}\tau)^{\frac{1}{2}}, \qquad (159)$$

где $\mathcal{D}$ - коэффициент диффузии. В случае об"емной диффузии

$$\mathcal{D} = \frac{\ell \langle v \rangle}{3}, \qquad (160)$$

где $\langle v \rangle$ - средняя скорость дырки; ℓ - длина свободного пробега.

Если обозначить через N число рассеяний, за которое дырка теряет энергию $E_a - E_v$, то, предполагая ℓ независящей от энергии дырки, получаем для τ

$$\tau = \frac{N\ell}{\langle v \rangle}. \qquad (161)$$

Из (159), (160) и (161) следует:

$$R = \pi \ell \left(\frac{N}{3}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (162)$$

Однако дырка может и не рассеявшись все N раз, захватиться активатором. Поэтому введем еще длину свободного пробега дырки относительно активаторных центров Λ :

$$\Lambda = \frac{1}{\sigma n}, \qquad (163)$$

где σ - сечение захвата дырки на активаторе; n - концентрация активатора.

Вероятность того, что дырка пройдет, не захватившись, расстояние x, равна $exp\left(-\frac{x}{\Lambda}\right)$ и, следовательно, вероятность p захватиться активатором на расстоянии x равна:

$$p = 1 - exp\left(-\frac{x}{\Lambda}\right). \qquad (164)$$

Из (162), (163) и (164) получаем выражение для вероятности захвата горячей дырки на активаторном центре до автолокализации

$$p = 1 - exp(-R\sigma n). \qquad (165)$$

Выражение (165) можно представить в виде $-ln(1-p) = R\sigma n$, то есть график зависимости $-ln(1-p)$ от n представляет собой прямую с тангенсом угла наклона, равным $R\sigma$.

В работе [51] экспериментально изучался захват горячих дырок в кристаллах $KCl-Tl$ с разной концентрацией активатора при температуре жидкого азота. На рис.8 а,б воспроизведен график зависимости вероятности захвата горячей дырки в зависимости от концентрации активатора в координатах $-\ln(1-p)$, n и p, n.

Из наклона прямой на рис. 8,а получается $R\sigma = 2,3\cdot10^{-20}$ см^2 или, приняв во внимание, что постоянная решетки a для KCl равна 6,28 Å, получаем $R\sigma \approx 90\,a^3$. Приняв $\sigma = \pi a^2$, получаем, что $R \approx 30\,a$, т.е. дырки до локализации перемещаются на значительное расстояние и, естественно, могут давать значительный вклад при рекомбинации.

Необходимо отметить, что в общем случае R в (165) может не иметь вида (159). В зависимости от величин r_0, N и l выражение для R может меняться. Так, например, если l большие, т.е. $l \gg r_0$, вместо (159) необходимо поставить $R = Nl$.

С другой стороны, при выводе выражения (165) принималось, что все дырки живут среднее время жизни τ (смещаются на расстояние R). Если учесть распределение смещений R' относительно среднего R - $\exp\left(-\frac{R'}{R}\right)$ и усреднить (165), то для вероятности захвата дырки $\bar{p}$ получается $\bar{p} = \frac{R\sigma n}{1+R\sigma n}$. Выражения для p и $\bar{p}$ при малых n совпадают (линейный участок кривой на рис. 8,б).

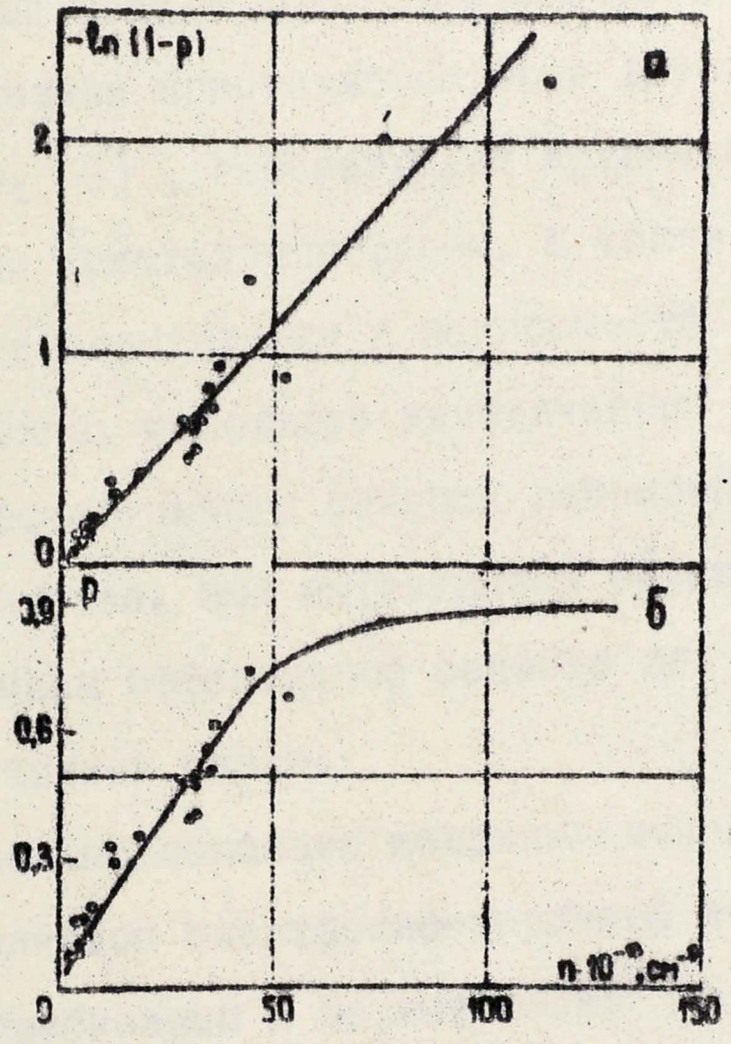


Рис. 8. Вероятность захвата горячей дырки (p) в кристалле $KCl-Tl$ в зависимости от концентрации активатора (n).

а) в координатах – $\ln(1-p), n$

б) в координатах p и n.

Глава УП

ПРИМЕНЕНИЕ ЗОННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОБ"ЯСНЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ПО РЕКОМБИНАЦИОННОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

Для определения кинетических параметров рекомбинационной люминесценции можно использовать уравнения кинетики, полученные из зонной модели кристаллофосфоров. Кинетические уравнения зонной модели кристаллофосфоров детально исследованы в работах [3, 56] . Рассматривая кривые затухания или разгорания свечения кристаллофосфоров, а также свечение в стационарном режиме возбуждения в зависимости от интенсивности возбуждения можно, используя кинетические уравнения, получить отношение эффективного сечения рекомбинации к эффективному сечению захвата. Под эффективным сечением рекомбинации здесь мы понимаем эффективное сечение для процесса рекомбинации с излучением света.

Так как радиолюминесценция щелочногалоидных кристаллов в основном определяется электронно-дырочной передачей энергии [4] , то рекомбинацию и захват носителей можно применить также для описания этого круга явлений [53-55] .

Применение упрощенной двухуровневой зонной модели для об"яснения зависимости выхода радиолюминесценции от температуры и плотности возбуждения проведено нами в работе [55] .

Рассмотрим простой случай двухуровневой схемы (рис. 9). В такой схеме из анализа зависимости выхода люминесценции в зависимости от плотности возбуждении можно определить отно-

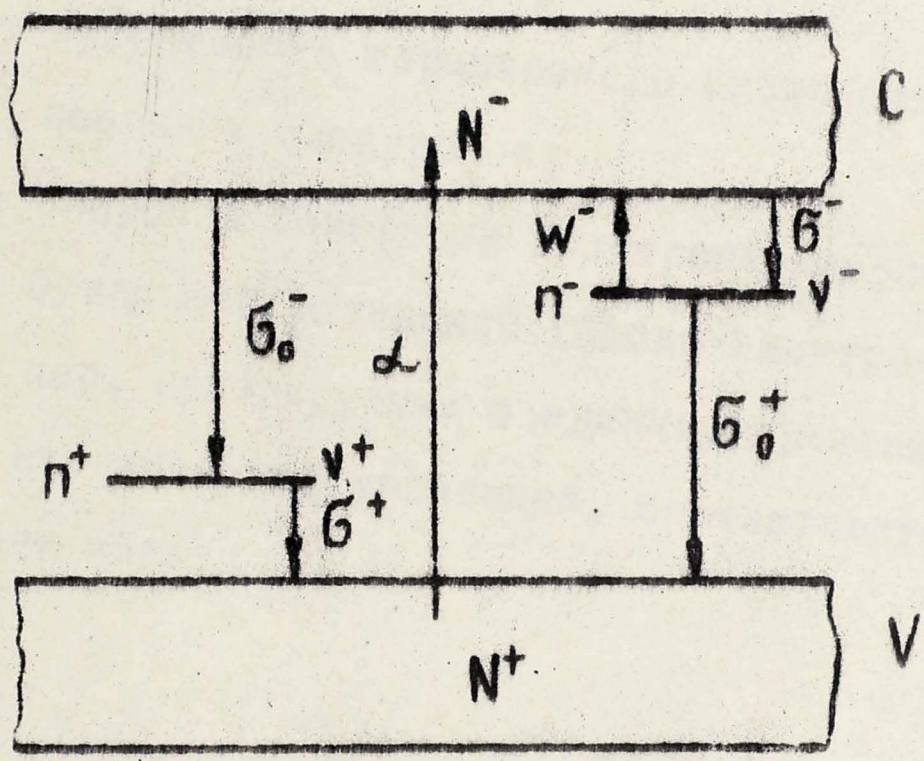


Рис. 9. Двухуровневая зонная схема фосфора.

нение эффективных сечений рекомбинации и захвата.

Введем следующие обозначения:

ν^+, ν^- – концентрации центров захвата для дырок и для электронов;

n^+, n^- – концентрации дырок и электронов, локализованных на центрах захвата;

N^+, N^- – концентрации свободных дырок и электронов;

σ^+, σ^- – эффективные сечения захвата свободных дырок и электронов;

σ_0^+, σ_0^- – эффективные сечения рекомбинации свободных дырок и электронов;

w^- – вероятность термического высвобождения локализованных электронов;

α – скорость генерации электронно-дырочных пар возбуждающей радиацией (число электронно-дырочных пар, генерируемых в единицу времени).

Система кинетических уравнений, соответствующая модели (рис. 9), имеет вид:

$$\begin{aligned}
\frac{dn^+}{dt} &= -\sigma_0^+ u^- N^- + \sigma^+ (\nu^+ - n^+) u^+ N^+, \\
\frac{dn^-}{dt} &= -w^- n^- - \sigma_0^+ n^- u^+ N^+ - \sigma^- (\nu^- - n^-) u^- N^-, \\
\frac{dN^+}{dt} &= -\sigma_0^+ n^- u^+ N^+ - \sigma^+ (\nu^+ - n^+) u^+ N^+ + \alpha, \\
\frac{dN^-}{dt} &= w^- n^- - \sigma_0^- n^+ u^- N^- - \sigma^- (\nu^- - n^-) u^- N^- + \alpha,
\end{aligned} \qquad (166)$$

где u^-, u^+ – средние тепловые скорости, соответственно, электронов и дырок.

Условие электронейтральности имеет вид:

$$n^- + N^- = n^+ + N^+ \qquad (167)$$

Рассмотрим стационарный случай, предполагая выполненными условия

а) $N^+ \ll n^+$, $N^- \ll n^-$ – концентрация свободных дырок и электронов много меньше концентрации локализованных дырок и электронов;

б) $n^+ \ll \nu^+$, $n^- \ll \nu^-$ – ловушки далеки от насыщения;

в) $\sigma^+ = \sigma^- = \sigma$ – эффективные сечения захвата электронов и дырок на нейтральных центрах одинаковы;

г) $\sigma_c^+ = \sigma_c^- = \sigma_c$ – эффективные сечения рекомбинации дырок и электронов на заряженных центрах одинаковы;

д) $\nu^+ = \nu^- = \nu$ – концентрации центров захвата дырок и электронов равны (центром захвата для дырок, также как и для электронов является активатор, например, в данном случае Tl)

При сделанных предположениях из (166) и (167) получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} -\sigma_c n^+ u^- N^- + \sigma\nu u^+ N^+ &= 0, \\ -w^- n^- - \sigma_c n^- u^+ N^+ + \sigma\nu u^- N^- &= 0, \end{aligned} \qquad (168)$$

где

$$u^+ N^+ = \frac{\alpha}{\sigma_c n + \sigma\nu}, \qquad (169)$$

$$u^- N^- = \frac{w^- n + \alpha}{\sigma_c n + \sigma\nu}.$$

(где введено обозначение $n^+ = n^- = n$).

Из (168) и (169) получаем для определения n

$$\sigma_0 w n^2 + \sigma_0 \alpha n - \sigma v \alpha = 0, \qquad (170)$$

откуда

$$n = \frac{\left(\alpha^2 + \frac{4w^-\sigma v}{\sigma_0}\alpha\right)^{\frac{1}{2}} - \alpha}{2w^-}. \qquad (171)$$

Определим квантовые выходы η_1 и η_2 , соответственно, на центрах V^+, V^- в относительных единицах

$$\eta_1 = \frac{I_1}{\alpha}, \quad \eta_2 = \frac{I_2}{\alpha}, \qquad (172)$$

где I_1 и I_2 – число актов рекомбинации в единицу времени в $см^3$ на центрах V^+ и V^- , соответственно:

$$I_1 = \sigma_0 n w^- N^-,$$
$$I_2 = \sigma_0 n w^+ N^+ \qquad (173)$$

Из (171), (172), (173) получаем

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_0}{2\sigma v w^-}\left[\left(\alpha^2 + 4\frac{w^-\sigma v}{\sigma_0}\alpha\right)^{\frac{1}{2}} - \alpha\right]}, \qquad (174)$$

$$\eta_2 = 1 - \eta_1. \qquad (175)$$

Исследуем зависимость η_1 от α, вводя для краткости обозначение $\frac{\sigma_0}{2\sigma v w^-} = x$. Из (174) видим, что при $\alpha \to 0$ $\eta_1 \to 1$, а при $\alpha \to \infty$ $\eta_1 \to \frac{1}{2}$. Зависимость $\eta_1(\alpha)$ в полулогарифмических координатах показана на рис. 10 для ряда температур.

Положение точки перегиба кривой простым образом зависит от x. Обозначим значение η_1 в точке перегиба $t_0 = \ln \alpha_0$ через η_{01} и рассмотрим зависимость $\alpha(\eta_1)$. Из (174) получаем

$$x(\eta_1) = \frac{\left(\frac{1}{\eta_1} - 1\right)^2}{2\left(2 - \frac{1}{\eta_1}\right)}, \qquad (176)$$

откуда

$$t = \ln \left| \frac{\left(\frac{1}{\eta_1} - 1\right)^2}{2\left(2 - \frac{1}{\eta_1}\right)} \right|. \qquad (177)$$

Из условия $\frac{d^2 t}{d\eta_1^2} = 0$ получаем для η_{01} уравнение

$$12\eta_{01}^3 - 15\eta_{01}^2 + 6\eta_{01} - 1 = 0. \qquad (178)$$

Приближенно имеем $\eta_{01} = 0{,}7$ (два других корня мнимые).

Таким образом, η_{01} не зависит от x. От x зависит лишь положение точки перегиба на оси $\ln \alpha$.

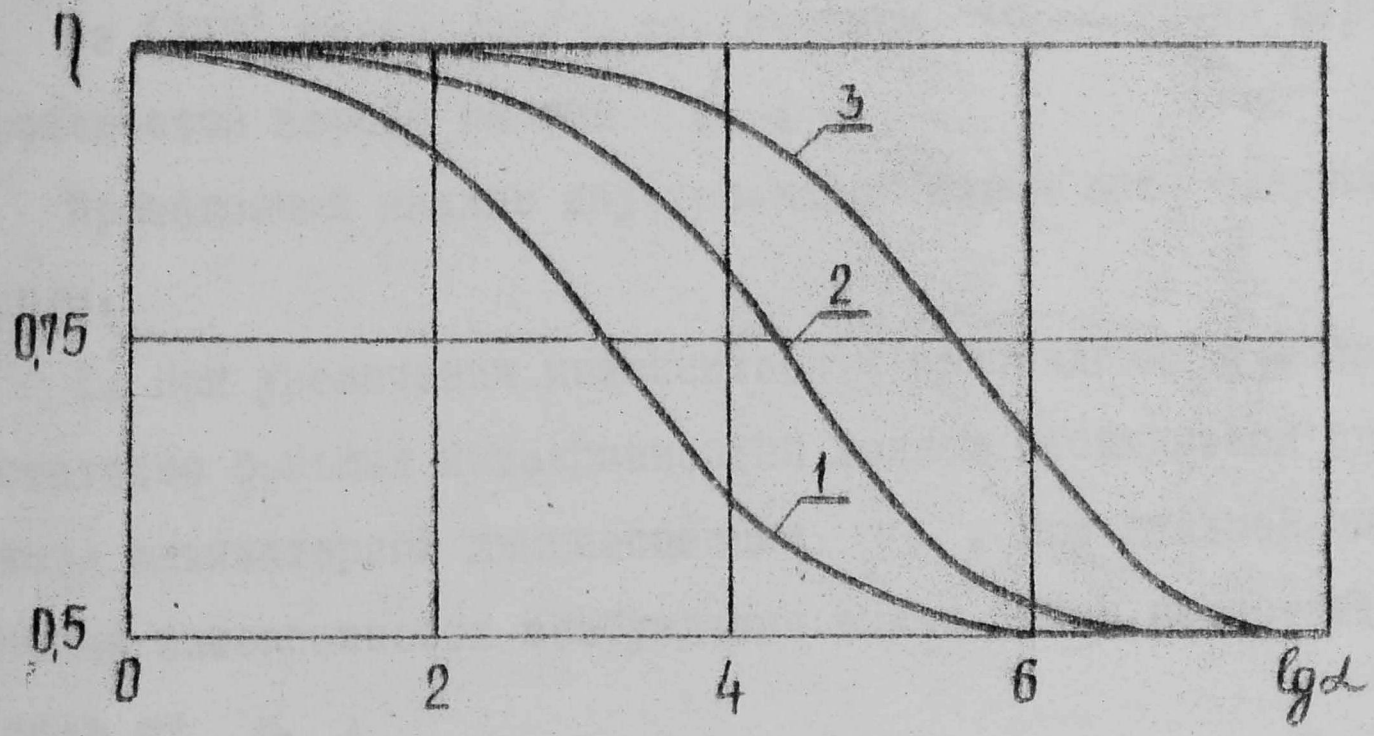


Рис. 10. Зависимость выхода свечения от интенсивности возбуждения для двухуровневой зонной схемы, рассчитанная по формуле (174) при различных температурах облучения: 1 - 200°К; 2 - 220°К; 3 - 250°К.

Расчет проведен при условии, что вероятность термического высвобождения $w^- = w_0 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$ определяется параметрами E = 0,46 эв и $w_0 = 10^{12,4}$ сек$^{-1}$ (это соответствует центрам Tl^0 в кристалле KJ-Tl[57]).

$$t_0 = -\ln x + C, \qquad (179)$$

где

$$C = \ln\left|\frac{\left(\frac{1}{\gamma_{01}} - 1\right)^2}{2\left(2 - \frac{1}{\gamma_{01}}\right)}\right| . \qquad (180)$$

Из (179) видно, что с увеличением w^- точка перегиба перемещается вправо по оси t .

Проведенный анализ двухуровневой схемы дает следующие выводы.

I. При увеличении интенсивности возбуждения в области достаточно больших интенсивностей должен наблюдаться спад выхода активаторной люминесценции γ_1 . При дальнейшем увеличении интенсивности возбуждения выход вновь перестает зависеть от α .

2. Спад выхода свечения γ_1 может сопровождаться ростом выхода свечения γ_2 , если рекомбинация на n^- идет излучательно.

3. С ростом температуры спад выхода смещается в сторону больших интенсивностей возбуждения.

4. При достаточно низких температурах $w^- \to 0$, т.е. когда центры термически стабильны , выход γ_1 перестает зависеть от температуры.

Несмотря на некоторые упрощения нашей модели, основные выводы, полученные нами, хорошо согласуются с экспериментами (см. [55]).

По кривым зависимости $\eta_1(t)$ и $\eta_2(t)$, полученным при разных температурах T_1 и T_2, можно определить энергию активации E, а зная ее, и w_0 и ν, можно определить отношение сечений $\frac{\sigma_0}{\sigma}$.

Для этого рассмотрим, как зависит значение t_0 точки перегиба от температуры. Из (179) получаем для T_1 и T_2

$$t_{01} = -\ln \frac{\sigma_0}{2\sigma\nu w_0 \exp\left(-\frac{E}{kT_1}\right)} + C, \qquad (181)$$

$$t_{02} = -\ln \frac{\sigma_0}{2\sigma\nu w_0 \exp\left(-\frac{E}{kT_2}\right)} + C', \qquad (182)$$

где C определяется из (180).

Вычитая из (181) (182), получаем

$$E = \frac{k(t_{01} - t_{02})T_1 T_2}{T_2 - T_1}, \qquad (183)$$

откуда видим, что для определения энергии активации по двум кривым $\eta(t)$ необходимо определить сдвиг кривых по оси t, т.е. разницу $t_{01} - t_{02}$, что легко сделать.

По известным w_0 и ν получаем, соответственно, из (181-182)

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{0{,}33 w_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\kappa T_1}\right)}{\alpha_0}, \qquad (184)$$

где $\alpha_0 = \exp t_0$ и вместо C подставлено C при $\eta_{01} = 0{,}7$.

Такой метод представляет интерес для экспериментального определения отношения эффективных сечений.

В Ы В О Д Ы

1. Используя кинетическое уравнение Больцмана для рассмотрения процессов рекомбинации носителей на центрах, получены выражения для эффективных сечений рекомбинации для нейтрального, заряженного и дипольного центров.

2. Исследован вид функции распределения носителей в зависимости от кинетических параметров - радиуса сферы захвата R', радиуса сферы рекомбинации r_0 и длины свободного пробега носителей l.

3. Определен предел применимости выражения для эффективного сечения рекомбинации заряженного центра $\sigma_{эфф} = \frac{4}{3}\pi R' l$, полученного в диффузионном приближении.

4. Рассмотрено выражение, описывающее захват перелаксированных ("горячих") дырок, хорошо описывающее результаты экспериментов.

5. Проведены расчеты кинетических уравнений для двухуровневой зонной модели, которые качественно об"ясняют зависимость выхода радиолюминесценции от температуры и плотности возбуждения.

6. Получены выражения для определения отношения эффективных сечений рекомбинации и захвата по зависимости выхода радиолюминесценции от плотности возбуждения.

7. Полученные результаты по эффективным сечениям рекомбинации могут быть также использованы для описания процессов рекомбинации (аннигиляции) дефектов при реакциях в твердых телах.

В заключение выражаю благодарность В.В.Антонову-Романовскому за руководство работой, К.К.Шварцу и Э.Д.Алукеру за постоянный интерес к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

I. Schulman J.M., Compton W.D., Color Centers in Solids. N.Y - London, 1963.

2. Лущик Ч.Б. Квазичастицы в кристаллофосфорах разных классов. Изв.АН СССР, сер.физ., 33, 889, 1969.

3. В.В.Антонов-Романовский. Кинетика фотолюминесценции кристаллофосфоров. Изд. "Наука", М., 1966.

4. Лущик Ч.Б., Соовик Т.А. Некоторые проблемы физики неорганических сцинтилляторов. Труды ИФА АН ЭССР, 34, 68, 1966.

5. Рывкин С.М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. Физматгиз, М., 1963.

6. V.L.Bonch-Bruevitch and E.G.Landsberg, Recombination Mechanisms. Phys.Stat.Sol. 29, 9, 1968.

7. В.В.Антонов-Романовский Механизм свечения щелочногалоидных фосфоров. Труды ФИАН, 2, вып. 2-3, 157, 1942.

8. O.Stasiv. Der termishe Diffusion der Farbezentren. Zs. f.techn.Phys. 16, 343, 1935.

9. В.В.Антонов-Романовский. Об эффективных сечениях захвата и рекомбинации свободных зарядов в твердых телах. ФТТ, 5, 1339, 1963.

10. В.В.Антонов-Романовский. О влиянии электрического поля на эффективные сечения рекомбинации и захвата. ФТТ, 5, 1345, 1963.

II. V.V.Antonov-Romanovsky. On the Kinetics of Crystal Phosphor Luminescence. Phys.Stat.Sol. 19, 417, 1967.

I2. V.V.Antonov-Romanovsky. On the Effective Recombination Cross-Section of Charged Centres in Crystal Phosphors. Phys.Stat.Sol. 26, 173, 1968.

I3. V.V.Antonov-Romanovsky. On the Trapping of Free and Release of Localised Carriers in Solids. Phys.Stat. Sol. 30, 341, 1969.

I4. В.В.Антонов-Романовский. Мономолекулярная рекомбинационная люминесценция и ее "сдувание" электрическим полем. ФТТ, II, 2827, 1969.

I5. В.В.Антонов-Романовский. Диффузионная теория начальных стадий послесвечения кристаллофосфоров при импульсном возбуждении светом. Сб. "Спектроскопия твердого тела", IУ, 40, 48, 1969.

I6. В.В.Антонов-Романовский. Приближенный расчет затухания рекомбинационного свечения. ФТТ, I2, 3366, 1970.

I7. В.В.Антонов-Романовский. Об эффективном сечении рекомбинации дипольного центра при малой длине пробега свободных носителей. ФТТ, 13,853, 1971.

I8. V.V.Antonov-Romanovsky. On the Diffusion Kinetics of the Recombination Luminescence. J.of Lumines. 1971.

I9. С.И.Пекар. К теории рекомбинации электронов в теории полупроводников. ЖЭТФ, 20, 267, 1950.

20. P.Langevin. Recherches sur les gaz ionisees. Ann.d. chim.phys. 28,289, 433,500, 1903.

21. И.П.Шукин. Рекомбинационная люминесценция и окраска фосфора $KCl-Tl$. Труды ФИАН, 9, 65, 1959.

22. Сюй Сюй-Ын. Определение эффективных сечений захвата и рекомбинации электронов в кристаллофосфорах. Труды ФИАН, 9, 125, 1959.

23. P.Zalm. The electroluminescence of ZnS type phosphors. Philips Res.Rep. II, 417, 1956.

24. Э.Л.Алукер, О.Е.Аксенов, И.Л.Романенко. Отношение эффективных сечений рекомбинации на V_k и Tl^{++} -центрах в $KCl-Tl$. Изв.АН Латв.ССР, сер.физ.и техн.наук, 6, 45, 1969.

25. В.В.Антонов-Романовский, Ю.Х.Калнинь. Об эффективном сечении рекомбинации к функции распределения свободных носителей относительно ионизованного центра. ФТТ, 13,1376 1971.

26. E.Wasserstrom, C.H.Su and R.F.Probstein. Kinetic Theory Approach to Electrostatic Probes. Phys.Fluids, 8, 56, 1965.

27. L.Lee and C.Y.Lin. Kinetic Theory Description of Conductive Heat Transfer from a Fine Wire. Phys.Fluids, 5, 1137, 1962.

28. Y.S.Chou, L.Talbot and D.R.Willis. Kinetic Theory of a Spherical Electrostatic Probe in a Stationary Plasma. Phys.Fluids, II, 2150, 1968.

29. P.L.Bhatnager, E.P.Gross and M.Krook. A Model for Collision Process in Gases.I.Phys.Rev. 94,511, 1954.

30. B.B.Hamel. Kinetic Model for Binary Gas Mixtures. Phys.Fluids, 8, 418, 1965.

31. Ю.М.Каган, В.И.Перель. К теории зонда в плазме. ЖТФ, 24, 889, 1954.

32. V.V.Antonov-Romanovsky and Yu.H.Kalnin. On the Effective Recombination Cross-section and Distribution Function of Free Carriers Relative to Ionized Centre. J.of Luminec,3, 427, 1971.

33. Ю.Х.Калнинь. Расчет эффективного сечения рекомбинации и функции распределения свободных носителей для заряженного центра. ФТТ, 13, 1826, 1971.

34. В.В.Антонов-Романовский, Ю.Х.Калнинь. Расчет эффективного сечения рекомбинации и функции распределения носителей заряда в случае произвольных значений кинетических параметров. Материалы XIX Совещания по люминесценции. Рига, 1970, стр. 14.

35. I.B.Bernstein and I.N.Rabinowitz.Theory of Electrostatic Probes in a Low-Density Plasma. Phys.Fluids, 2, 112, 1959.

86. И.И.Ольховский. Курс теоретической механики. Изд."Наука", М., 1970.

87. Ю.Х.Калниньш. Расчет эффективного сечения рекомбинации дипольного центра при произвольной длине свободного пробега. Изд. АН Латв.ССР, сер.физ.и техн.наук, 2, 51, 1971.

88. M.Lax. Cascade Capture of Electrons in Solids. Phys. Rev. 119, 1502, 1960.

89. D.R.Hamann and A.L.Mc Whorter. Cascade Capture of Electrons by Ionized Impyrities. Phys.Rev. 134 A, 250, 1964.

90. F.Beleznay and G.Pataki. Remarks on the Recombination of Electrons and Donors in n-Type Germanium. Phys. Stat.Sol. 13, 499, 1966.

91. Thomson J.J., Recombination of Gaseous Ions, the Chemical Combination of Gases, and Monomolecular Reactions. Phil.Mag., 47, 337, 1924.

92. Г.Л.Натансон. К теории об"емной рекомбинации ионов. ЖТФ, 29, 1373, 1959.

93. Ю.Х.Калниньш. К расчету эффективного сечения рекомбинации. Изв.АН Латв.ССР, сер.физ.и техн.наук, 4,31.971.

94. В.Д.Лукер, И.П.Мезина. "Горячие" дырки и радиолюминесценция Ka-Tl . Изв. АН Латв.ССР, сер.физ. и техн. наук, 2, 21, 1969.

45. Э.Д.Алукер, О.Е.Аксенов, Н.Л.Романенко. Захват горячих дырок активатором в $KCl-Tl$. Изв.АН Латв.ССР, сер.физ. и техн.наук, 6, 48, 1969.

46. Л.А.Шунг. Температурная зависимость эффективности создания Ag^{2+} -центров в $NaCl-Ag$. Материалы XIX Совещания по люминесценции. Рига, 1970, стр. 156.

47. Э.Д.Алукер, О.Е.Аксенов, Ю.Х.Калниньш, С.А.Чернов. Локализация горячих дырок в $KCl-Tl$. Материалы XIX Совещания по люминесценции. Рига, 1970, стр. 5.

48. Э.Д.Алукер, Ю.Х.Калниньш. Оценка величины смещения горячих дырок в $KCl-Tl$. ФТТ, 641, 1971.

49. М.Ю.Халдре. Захват дырок примесными центрами и рекомбинационная люминесценция кристаллов $NaCl-Cu$ и $NaCl-Cu-Ag$ Изв.АН СССР, сер. физ., 31, 1970, 1967.

50. Э.Д.Алукер, Л.З.Интенберг, И.П.Мезина. Монокристаллы, сцинтилляторы и органические люминофоры. Харьков, 1969, стр. 196.

51. Э.Д.Алукер, О.Е.Аксенов, Н.Л.Романенко. Захват горячих дырок в $KCl-Tl$. ФТТ, 11, 3403, 1969.

52. С.А.Чернов, Э.Д.Алукер. Нелинейные эффекты в катодолюминесценции щелочногалоидных кристаллофосфоров. В кн.: Радиационная физика, УI, изд. "Зинатне". Рига, 1970,стр.163.

53. К.К.Кварц. Эффективность люминесценции щелочногалоидных кристаллов. (Автореферат докт.диссертации). Рига, 1970.

54. Э.Д.Алукер. Исследования процессов тушения радиолюминесценции. В кн.: Радиационная физика, У, Рига, 1967, стр. 7.

55. Э.Д.Алукер, Ю.Х.Калниньш, С.А.Чернов. Зависимость выхода рекомбинационной люминесценции от интенсивности возбуждения для двухуровневой схемы фосфора. Изв.АН Латв. ССР, сер.физ. и техн.наук, I, 42, 1970.

56. М.В.Фок. Введение в кинетику люминесценции кристаллофосфоров. М., 1964.

57. Р.А.Кипк, Г.Г.Лийдья. Об электронно-дырочной компоненте радиолюминесценции щелочногалоидных сцинтилляторов. Труды ИФА АН ЭССР, 31, 142, 1966.