

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS, MATEMĀTIKAS UN OPTOMETRIJAS
FAKULTĀTE
FIZIKAS NODAĻA

**BURBUĻU KOLEKTĪVAS DINAMIKAS IZPĒTE
HELE-ŠOVA ŠKIDRA METĀLA MODEĻSISTĒMĀ**

BAKALaura DARBS

Autors: **Ansis Ziemelis**

Studentu apliecības Nr.: AZ18069

Darba vadītājs: Mg. Phys. Mihails Birjukovs

RĪGA, 2022

Anotācija

Darba tēma ir burbuļu plūsma šķidrā metālā, un tā ietvaros tiek apskatītas burbuļu ķēdes Hele-Šova modeļsistēmās ar galinstānu, ar kurām tika veikti rentgenstaru radiogrāfijas eksperimenti. Lai dotu iespēju veikt šo sistēmu fizikālu analīzi, tiek izstrādāts un implementēts rentgenstaru radiogrāfijas attēlu apstrādes algoritms, kas spēj izšķirt aglomerētus burbuļus, kuru starpā notiek arī sadursmes, kā arī to salpūšana un sķelšanās. Apskatītajās sistēmās burbuļiem novēro ļoti straujas un izteiktas formas variācijas, un formas ir neregulāras, līdz ar ko arī tiek piemērots speciāls algoritms burbuļu formas analīzei. Darbā tiek arī parādīts, ka izveidotais burbuļu detektēšanas algoritms dod iespēju rekonstruēt burbuļu trajektorijas un izšķirt to mijiedarbības. Visas izstrādātas metodes tika realizētas Wolfram Mathematica vidē, un viss kods ir atvērts un pieejams *GitHub*. Izveidotajiem rīkiem tālāk ir paredzēts pielietojums, sistemātiski izpētīt burbuļu ķēžu plūsmu Hele-Šova sistēmās ar dažādiem gāzes padeves ātrumiem un ārējo ML.

Atslēgas vārdi: Burbuļu plūsma, šķidrā metāls, rentgenstaru radiogrāfija, attēlu apstrāde

Abstract

The topic of this paper is bubble flow in liquid metal, and specifically bubble chains in Hele-Shaw model systems with galinstan are considered, for which X-ray radiography experiments were performed. In order to enable a physical analysis of these systems, an X-ray radiography image processing algorithm is developed and implemented, which is able to resolve agglomerated bubbles, which are also subject to collisions, as well as breakup and coalescence. In the considered systems, the bubbles show very rapid and significant shape variations, and the shapes are irregular, hence the application of a special algorithm for bubble shape analysis is required. The work shows that the bubble detection algorithm developed enables the reconstruction of bubble trajectories and the resolution of their interactions. All developed methods were implemented in Wolfram Mathematica and all code is open-source and available on GitHub. The developed tools will be used in the near future to systematically investigate the flow of bubble chains in Hele-Shaw systems with different gas supply rates and external ML configurations.

Keywords: Bubble flow, liquid metal, X-ray radiography, image processing

SATURS

Apzīmējumu saraksts	4
1 Ievads	5
1.1 Motivācija	5
1.2 Aktuālo pētījumu pārskats	5
1.3 Darba mērķi un uzdevumi	7
1.4 Darba autora ieguldījums	8
2 Apskatītā fizikālā sistēma	9
3 Izstrādātās & pielietotās metodes	11
3.1 Attēlu apstrāde	11
3.1.1 Ieejas dati & troksnis	11
3.1.2 Burbuļu detektēšana attēlos	11
3.2 Burbuļu formas analīze	13
3.3 Burbuļu izsekošana	15
4 Rezultāti	16
4.1 Attēlu apstrāde	16
4.2 Burbuļu formas analīze	18
4.3 Burbuļu izsekošanas rezultāti	19
Secinājumi	20
Bibliogrāfija	21

APZĪMĒJUMU SARAKSTS

Saīsinājumi

AL Aptaujas logs

Ga Gālijs

GaInSn Galistāns

KTA Kontrasta-trokšņu attiecības

ML Magnētiskais lauks

MRIF multiscale recursive interrogation filter

NR Neitronu radiogrāfija

RDT Rentgenstaru datortomogrāfiju

RR Rentgenstaru radiogrāfija

STA Signāla-trokšņu attiecības

UDV Ultraskaņas Doplera velocimetrija

UTLM Ultraskaņas tranzīta laika metode

1. IEVADS

1.1 Motivācija

Burbuļu plūsmām šķidrā metālā iekš ārēja magnētiskā lauka (ML) ir liela praktiska un fundamentāla nozīme. Tās ir plaši pielietotas industrijā: metālu maisīšana, liešanā, attīrīšanā, kā arī šķidra metāla ķīmiskajos reaktoros [1—4]. Burbuļu radīta plūsma nodrošina efektīvu metālu maisīšanu un sakausējumu homogenizēšanu, ko ar citām metodēm ir grūti sasniegt. Savukārt ML izmanto, lai kontrolētu šādas plūsmas un novērstu tajās nestabilitātes.

Bet priekš tā nepieciešams izprast burbuļu kolektīvas dinamikas efektus šķidrā metāla sistēmās, bez un/vai ar ML. Sistēmas ar lielu daudzumu burbuļu uz tilpuma vienību ir skaitliski liedzoši dārgi modelēt atklātā veidā, tāpēc izmanto vienkāršotas sistēmas kā Eilera-Eilera un Eilera-Lagranža [5—8]. Problēma ir ka tās var ievērojami ierobežo spēju šīs sistēmas šādi pētīt. Turklāt šādi reducētie modeļi ietver sevī efektīvus parametrus un empīriskus modeļus – piemēram, pretestības spēka koeficientu, sagaidāmo sadursmju frekvenci, burbuļu izmēru grupu modeļus, utt. Šādus parametrus var pietiekami labi precizēt tikai veicot fundamentālākus burbuļu plūsmas eksperimentālus pētījumus.

Šķidru metālu sistēmas ir grūti neinvazīvi pētīt, jo tās ir necaurļaidīgas redzamajai gaismai. Daudzsološākās metodes ir neitronu radiogrāfija (NR) un rentgenstaru radiogrāfija (RR). Šajā darbā tiek apskatīta RR pieeja. Dēļ zemām signāla-trokšņa (STA) un kontrasta-trokšņa attiecībām (KTA), ir skaidrs ka nepieciešams izstrādāt jaunas metodes lai no datiem noteiktu fizikāli svarīgos parametrus – lai izdalītu burbuļus no fona, algomerētos burbuļu pāros izšķirtu plānās metāla kārtiņas starp tiem, izsekotu burbuļu kustību, aglomerāciju, saplūšanu un šķelšanos, analizētu dažādās burbuļu formas un, visbeidzot, lai interpretētu datus.

1.2 Aktuālo pētījumu pārskats

Viena burbuļa plūsma šķidrā metālā ir plaši pētīta, izmantojot ultraskaņas Doplera velocimetriju (UDV) [9—12], RR [13] un ar skaitliskām simulācijām [14—25], un vairums tās īpašību un mehānismu pašlaik ir pietiekami skaidri [26—31]. Problēma ir tāda, ka daudzi ar burbuļu kolektīvo dinamiku saistītie efekti vēl nav izprasti, vai vispār nav pētīti [32—35].

Kā jau minēts motivācija, šķidra metāla sistēmas ir ļoti grūti neinvazīvi pētīt, jo to sarežģī necaurspīdīgums, augstas temperatūras, un papildus sarežģījumi saistībā ar stipru ML [9]. Līdz ar to vizuāli dati par to kā ārējais ML ietekmē burbuļu formas un kolektīvo dinamiku ir reti. Problēmas ar augstām temperatūrām un lieliem izmēriem var apiet, izmantojot mazākus tilpumus zemākas kušanas temperatūras modeļšķidrumu, kā galliju

(Ga) vai galinstānu (GaInSn), ja interesējošās sistēmas bezdimensionālie parametri ir pietiekami tuvu modeļsistēmā sagaidāmajiem [9].

Tomēr, lai iegūtu fizikālu informāciju no eksperimentiem, nepieciešamas eksperimentālas un datu apstrādes metodes, kas ļautu izsekot burbuļus, to sadursmes, saplūšanu un/vai sadalīšanos, un noteikt to robežu dinamiku.

Eksistē vairākas velocimetrijas metodes priekš šķidra metāla sistēmām, ar atšķirīgām precizitātēm, kā bezkontakta induktīvā plūsmas tomogrāfija [36, 37] un UDV [9, 10, 38], bet šīs sniedz tikai šķidra metāla plūsmas laukus un atklāj perturbācijas no kā var izteikt burbuļu klātbūtni.

Pašu burbuļu novērošanai izmanto ultraskaņas tranzīta laika metodi (UTLM), RR, rentgenstaru datortomogrāfiju (RDT) un NR. UTLM ir ierobežota tajā ka tā nosaka burbuļu aptuveno atrašanās vietu un raksturīgo izmēru, bet nedod informāciju par burbuļu formām [10—13].

RR un RDT metodes ļauj tieši novērot burbuļu formu projekcijas, bet rentgenstaru metodes, lielākoties, ir ierobežotas ar relatīvi plāniem šķidru metālu biezumiem, augstā izdzišanas koeficienta dēļ [32, 33, 39—41]. Tā ir problēma, jo ja modeļ-sistēma ir pārāk plāna sienu efekti kļūst nozīmīgi un novērotā burbuļu plūsma ir daudz mazāk reprezentatīva industriāli nozīmīgiem plūsmas stāvokļiem. RDT piedāvā augstu laika izšķirtspēju un pietiekamu fāžu robežu noteikšanas precizitāti, bet šādas eksperimentālās sistēmas ir jūtīgas pret ML, padarot tās reti noderīgas MHD burbuļu plūsmas pētījumos [42—44]. NR, kamēr pēc principa līdzīga RR ļauj, dažu metālu gadījumos, pētīt daudz biezākas sistēmas, un tāpēc ir daudzsolīga metode, kurai vajadzētu ļaut apskatīt daudz biezākus paraugus, tā ļaujot apskatīt plašāku parametru lauku dažādām šķidro metālu sistēmām [1, 45, 46].

Vērts pieminēt, ka spēja novērot biezākas sistēmas atkarīga no rentgenstaru un neitronu plūsmas ko spēj radīt, tāpēc potenciāli varētu izmantot arī industriālas rentgenstaru lampas, lai gan šādi piemēri vēl nav atrodamī literatūrā, šāda sistēmā burbuļiem varētu būt mazāks kontrasts pret fonu nekā NR, bet arī mazāk trokšņa.

Pateicoties pavisam neseniem centieniem un dinamiskās RR un NR ieviešanai divfāžu šķidro metālu plūsmai [47—53], beidzot ir pilnvērtīgi uzsākti fundamentāli pētījumu burbuļu ķēžu sistēmām pie industriāli nozīmīgiem plūsmas apstākļiem [1, 14, 32, 33, 39—41, 47].

Burbuļu ķēžu sistēmas ir nākošais loģiskais solis pēc atsevišķu burbuļu sistēmu pētīšanas, jo tajā var novērot burbuļu radīto plūsmu mijiedarbību, un tas tās padara reprezentatīvas industriāli nozīmīgām sistēmām [54—57]. Burbuļu ķēžu plūsmā burbuļi tiek palaisti šķidra metāla sistēmā pa vienam ar konstantu periodu, ko nodrošina gāzes plūsmas ātrums, un uzpeld līdz brīvajai virsmai. Šādas sistēmas parasti ir taisnstūra formas trauki pildīti ar gāliju, kur burbuļus palaiž no sprauslas traukā apakšā.

Burbuļu ķēdes ir pietiekami vienkāršas lai varētu eksperimentēt ar kompaktām sistēmām [1, 39, 41], un satur skaitliski pieļaujamu burbuļu skaitu [14, 41]. Bet tajās var arī novērot kolektīva dinamiku starp vadošajiem un zemākajiem burbuļiem [14, 40, 41] un atkarībā no sistēmas ģeometrijas un gāzes pūsmas ātruma var novērot arī aglomerāciju, apvienošanos un [32, 33, 47]. Tāpēc šīs sistēmas ir nozīmīgs solis pārejā no viena burbuļa patēšanas uz daudz-burbuļu sistēmām kas ir līdzīgas saviem industriālajiem analogiem.

Īsāk sakot, neraugoties uz NR un RR iekārtu pieejamību, burbuļu plūsma vēl nav sistemātiski eksperimentāli pētīta. Nav labi izmeklēta parametru telpa no bezdimensionāliem skaitļiem priekš burbuļu ķēžu sistēmām, pretstatā jau paveiktajam atsevišķu burbuļu plūsmai.

Papildus ar eksperimentiem saistītām grūtībām, ir kļuvis skaidrs ka nepieciešamas specializēts attēlu apstrādes metodes un rīki, lai iegūtu fizikāli nozīmīgus datus no datu kopām, kas iegūtas, izmantojot NR un RR [1, 32, 33, 47]. Galvenokārt zemās signāla-troksņu attiecības (STA) dēļ [32, 33], kas ir tipiska biežām sistēmām (>20mm), ar kadru ātrumu 100 vai vairāk kadri sekundē, kā arī nepieciešamību atšķirt daudzus, bieži vien, cieši sakārtotus mijiedarbojošos burbuļus – pēdējais var būt problemātiski pat plānākās sistēmās. Turklāt augsts kadru ātrums ir nepieciešams, lai novērotu ātrus burbuļus, un lai izvairītos no artefaktiem dēļ burbuļu formas "izsmērēšanas" to ātruma dēļ [1].

Pat ar plānākiem šķidrā metāla slāņiem rodas datu apstrādes un interpretācijas problēmas – ja bieži notiek burbuļu aglomerācija, sadalīšanās un apvienošanās, korekta burbuļu mijiedarbības noteikšana un izšķiršana ir sarežģīta, jo tos atdala plānas šķidrā metāla plēves, kuras bojā multiplikatīvs troksnis, un tās cieš no zema kontrasta-troksņa attiecības [32, 33]. Papildus tam burbuļu dinamikas pētīšanai vajadzīga ne tikai novērošana, bet arī uzticama izsekošana kas nosaka arī burbuļu saplūšanu un sadalīšanos – šai problēmai nesen radīts risinājums MHT-X[58], kas tiks pielietots šajā darbā. Kā arī burbuļu robežu haotiskās dinamikas dēļ, to formu analīze pieprasa speciālas metodes.

Aušminēto problēmu dēļ, pētnieki līdz šim lielākoties paļāvušies uz skaitliskām simulācijām, kuras lielākoties nav tiešā veidā eksperimentāli validētas.

1.3 Darba mērķi un uzdevumi

Darba mērķis: izstrādāt un implementēt nepieciešamos rīkus, lai no modeļsistēmām, kuras novērotas ar rentgenstariem, varētu pētīt burbuļu kolektīvo dinamiku pie dažādiem gāzes padeves ātrumiem sistēmā, kā arī noteikt, kā ML ietekmē burbuļu kustību, formu un mijiedarbības.

Darba uzdevumi:

1. Izstrādāt un implementēt burbuļu detektēšanas algoritmu rentgenstaru radiogrāfijas analīzei.

2. Pielietot izstrādāto kodu eksperimentos iegūto attēlu analīzei: noteikt burbuļu formas un pozīcijas, veikt formas analīzi un rekonstruēt burbuļu trajektorijas.
3. Publicēt izveidoto programmu atvērta pieejai platformā GitHub

1.4 Darba autora ieguldījums

1. Izstrādāts un implementēts burbuļu detektēšanas algoritms rentgenstaru radiogrāfijas attēlu analīzei
2. Tika veikta rentgenstaru radiogrāfijas attēlu apstrāde
3. Izveidots GitHub repozitorijs ar izstrādāto kodu

2. APSKATĪTĀ FIZIKĀLĀ SISTĒMA

Šajā darbā tiek apskatīta RR priekš Hele-Šova sistēmām ar šķidrā metāla slāņa biezumiem 3 un 6mm, ar gāzes plūsmas ātrumiem $50\text{--}400\text{ cm}^3/\text{min}$.

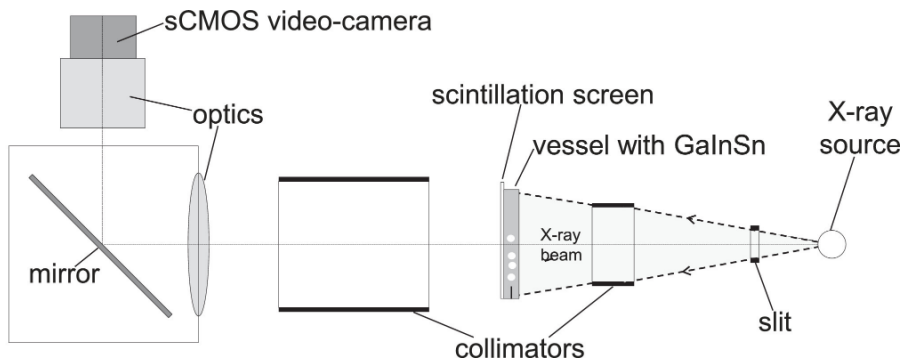
Eksperimentu veica darba vadītājs un kolēģi no Helmholtz-Zentrum Dresden Rossendorf (HZDR) institūta, tika pētītas argona burbuļu ķēdes plūsmas šķidrā GaInSn.

Relatīvi lielo gāzes tilpumu injekcija plakanaļos traukos veicina izteiktu burbuļu saplacināšanos un deformāciju, kā arī padara biežākas burbuļu sadursmes, aglomerāciju, sadalīšanos un apvienošanas. Augšminēto izraisa burbuļu daļēja trauka aizsprostošana. Piemērs šāda veida burbuļu plūsmai ir parādīts attēlā 2.2.

Izmantotā modeļsistēma sastāv no taisnstūra formas akrila trauka ar izmēriem $150 \times 85 \times 3\text{ mm}$ un apakšējā malā ievietotu sprauslu ar 1 mm diametru. Trauks ir piepildīts ar GaInSn.

Rentgenstaru avots bija rentgena lampa *GE ISOVOLT 450KV/25–55* no *GE Sensing & Inspecting Technologies GmbH*, darbināta pie sprieguma 320 kV un strāvas 14 mA .

Cauri sistēmai izgājušos rengenstarus redzamajā gaismā pāreido sintilators, kas ir piestiprināts trauka tālākai malai no rentgenstaru avota. Eksperimentā izmantotā RR sistēma ilustrēta attēlā 2.1. Attēli tika uzņemti ar ātrumu 150 kadri sekundē, ar 3 ms ekspozīcijas laiku.

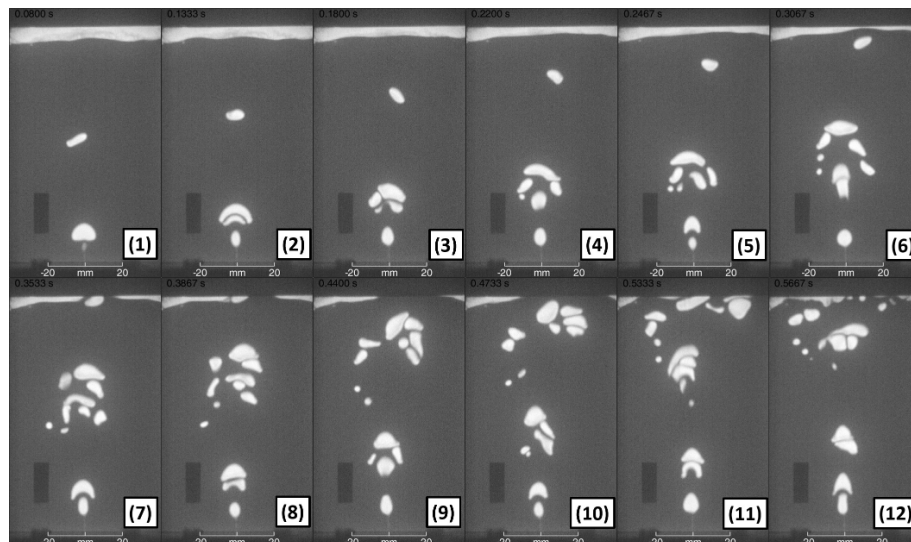


Att. 2.1: RR sistēmas ilustrācija[32]

Neraugoties uz *relatīvo vienkāršību*, dinamika kas parādās burbuļu ķēdes plūsmā šķidrā metāla, ar vai bez ML, joprojām ir gana sarežģīta. Atkarībā no gāzes padeves ātruma, burbuļu astes plūsma var tikt izstiepta un kļūt nestabila. Tad tajā notiek periodiska virpuļu atdalīšanās un rodas turbulentas pulsācijas. Burbuļu astes plūsmas pulsācijas un atdalījušies virpuļi spēcīgi ietekmē sekojošos burbuļus, bieži novedot pie burbuļu pāru aglomerācijas un apvienošanas/sadalīšanas starp burbuļiem augšupejošajā ķēdē [14, 41, 59–62].

Var novērot plašu burbuļu formas diapazonu, to var redzēt attēlā 2.2. To detektēšanai

un aprakstīšanai nepieciešamas īpašas metodes. Papildus tam, aglomerācijas dēļ, ir precīzi jāizšķir plānas metāla plēvēs starp burbuļiem, to sarežģī spēcīgs multiplikatīvais troksnis, kas ir šajās plānajās plēvēs.



Att. 2.2: Argona burbuļu plūsma šķidrājā GaInSn, RR attēli 3 mm-biezā taisnstūrveida traukā. Skaitļi norāda attēlu secību laikā.

3. IZSTRĀDĀTĀS & PIELIETOTĀS METODEDES

3.1 Attēlu apstrāde

3.1 Ieejas dati & troksnis

Apskatītajos RR attēlos dominatais troksnis ir multiplikatīvas jeb Puasona troksnis, kas rodas fotonu kvantēšanas sensorā dēļ, kas izriet no sensora šūnu mijiedarbības ar diskrētiem fotoniem. Šis troksnis praktiski izskatās pēc Gausa trokšņa.

Attēlus bojā arī termālais troksnis, tas rada tumšo strāvu – no temperatūras atkarīgu nejaušu signālu no sensora, arī kad tas ir pilnībā aizklāts. Šis trokšņa kompensācija ir pirmais pirmapstrādes solis. No attēlu sekvences kas uzņemta ar nosegtu sensoru, tiek iegūts vidējais attēls – vidējās intensitātes vērtības no sekvences.

Intensitātes sadalījums kas krīt uz sistēmu nav vienmērīgs, šī ir problēma attēlu apstrādē, jo konstants optiskā biezums atšķirīgās trauka pozīcijās rada atšķirīgu intensitāti. Šo kompensē uzņemot attēlu sekvenci bez burbuļu plūsmas, iegūstot no tās vidējo attēlu, un tad normalizējot sekvences pret to – tā kompensējot arī citas sistēmas optiskās neregularitātes.

Attēli var saturēt arī anomālas pikseļu vērtības (par kārtām lielākas nekā apkārtējās), tās detektē, un aizvieto ar apkārtējo pikseļu vērtību mediānu, tā mazinot sāls un piparu troksni.

Algoritms 3.1: Attēlu pirmapstrāde

Ieejas dati: Neapstrādāts attēlu sekvence: 16-bitu 1-kanāla TIFF, 2560×1422 pikseļi

- 1 Aprgriez attēlu, atstājot šķidrā metāla zonu
- 2 Atņem no attēliem vidējoto tumšās strāvas fona attēlu
- 3 Normalizē ar vidējoto fona (metāls traukā bez burbuļiem) attēlu, no atvērtā stara sekvence (32-bitu precizitāte)
- 4 Konvertē atpakaļ uz 16-bit
- 5 Aizvieto anomālas pikseļu vērtības (par kārtām lielākas nekā apkārtne) ar lokālo mediānu
- 6 Normalizē attēlu vērtības (pikseļu spilgtums $[0;1]$)

Rezultāts: Tumšās strāvas un atvērtā stara koriģēti, normalizēti attēli

3.1 Burbuļu detektēšana attēlos

Iepriekš minētais nozīmē, ka būtu grūti izstrādāt vienkāršu globālo filtru kas spētu pareizi segmentēt burbuļus, izšķirot starp tiem esošās plānās šķidrā metāla plēves.

Tomēr var izmantot nesenās izstrādnes priekš zemas-STA NR attēlu apstrādes. Kon-

krētāk, var pielietot vienkāršotu MRIF (*multiscale recursive interrogation filter*) algoritma versiju ???. Pamatā ir attēlu apstrādes sadalīšana divos soļos: globālajā un lokālajā, izmantojot atsevišķus filtrus katram solim. Šajā darbā pielietotā uz MRIF balstīta attēlu apstrādes procedūra ir izklāstītā algoritmā 3.2.

Sākumā nosaka provizorisko segmentācijas sliekšni visai attēlu sekvencei kā vidējo no katram attēlam aprēķināta sliekšņa pēc Kapura entropijas metodes [63]. Pēc tam sekvences attēlus apstrādā ar Gausa filtru, un segmentē izmantojot provizorisko sliekšni. Tad segmentus filtrē pēc izmēra. Ar šo noslēdzas globālā filtrēšana.

Algoritms 3.2: Burbuļu detektēšanas algoritms

Ieejas dati: Normalizēti pirmsapstrādāti attēli

Globālā filtrēšana

- 1 Noteikt provizorisko sliekšni attēlu sekvencei
- 2 Gausa filtrs
- 3 Segmentācija izmantojot provizorisko sliekšni(1.solis)
- 4 Izmēra filtrs

Lokālā filtrēšana

Katram detektētajam segmentam:

- 5 Ģenerē "aptaujas logu" (AL)
- 6 Nelokālais vidējo vērtību filtrs
- 7 Lokālā binarizācija
- 8 Segmentu atjaunošana
- 9 Gradients filtrs pielietots 6.soļa rezultātam
- 10 Attēla normalizācija & lokālā binarizācija
- 11 Apvieno soļos 7 & 10 ģenerētās binārās maskas

Segmentu atjaunošana & rekombinācija

- 12 Segmentu atjaunošana
- 13 Rezultātu novieto oriģinālajā vietā – rekombinē attēlus

Rezultāts: Attēls ar segmentu maskām

Pēc globālās jeb provizoriskās segmentācijas bieži vien burbuļu grupas, kurās burbuļus atdala plānas metāla plēves, tiek detektētas ka vienoti segmenti. Līdz ar to nākamais etaps ir atsevišķu burbuļu izšķiršana.

Šim nolūkam katram detektētajam segmentam tiek veikta lokālā filtrēšana. Ap katru segmentu tiek izveidots "aptaujas logs" (AL) palielinot segmenta minimālo ietverošo logu atbilstoši segmenta platumam (pikseļos). Tad kad AL ir ģenerēti, katrs tiek apstrādāts ar lokālo filtru. Sākumā pielieto nelokālo vidējo vērtību filtrs ar mazu rādiusu [64], lai palielinātu burbuļu un metāla atstarpju starp tiem STA, nesamazinot atstarpju KTA. Pēc tam tiek izmantota lokālā binarizācija [65], kuras rezultātā iegūst labi segmentētu burbuļu iekšpusi, bet erodētas burbuļu robežas. Papildus, tiek noņemti segmenti, kuri ir kontaktā ar logu robežām (t.s. *robežas komponentes*), un burbuļu iekšpuse tiek atjaunota, izmantojot aizpildošu transformāciju, segmentu filtrēšanu pēc izmēra, morfoloģisku eroziju

un morfoloģisku atvēršanu – šajā secībā.

Tomēr nākamajos soļos burbuļu robežu erozija tiek novērsta: sākaumā ar gradienta filtru (izmantojot Gaussa regularizāciju un Beseļa kodolu), ievērojami palielinot burbuļa robežu un atstarpju KTA. Tālāk tiek izmantota lokālā binarizācija, bet ar daudz mazāku rādiusu ($1\ px$) – tas dod segmentētas burbuļu robežas, bet zaudē burbuļu iekšpusi. Šajā brīdī seko kritisks solis: iekšpuses un robežu segmentu maskas (soļu 7 un 10 rezultāti, attiecīgi) tiek apvienotas.

Apvienotajām maskām tiek veikta vēl viena segmentu atjaunošanas procedūra. Šī procedūra ir sekojoša: vispirms tiek piemērota aizpildošā transformācija, kurai seko morfoloģiskā atvēršana un robežas komponentu dzēšana – tā tiek likvidēta trokšņainās sīkstruktūras, kuras rodas ap burbuļu segmentiem, un tiek aizpildīti burbuļi, ja iespējams. Atlikušos artefaktus noņem filtrējot atlikušos segmentus pēc to izmēriem.

Otrajā atjaunošanas posmā tiek apstrādāti visi atlikušie burbuļu segmenti, kas nav aizpildīti, piemēram, tāpēc ka ar kombinētajām iekšpuses un robežu maskām nav izdevies pilnībā rekonstruēt to kontūrus. Procedūra sākas ar iepriekšēja rezultāta segmentu sadaļšu atsevišķai apstrādei. Pēc tam tiek mēģināts atjaunot robežu nepārtrauktību, lai tās būtu noslēgtas un burbuļu segmentus varētu aizpildīt. Šim nolūkam atdalītajiem segmentiem piemēro aizvēršanas un aizpildīšanas transformācijas, tad rezultāti tiek binarizēti ar Otsu metodi un atkal rekombinēti.

Visbeidzot, gala rezultātu iegūst, piemērojot Otsu binarizāciju un tad atņemot invertētu rekombinēto masku. Šī operācija izgriež plānās plēves starp burbuļiem un apgriež burbuļu robežas kuras ir vērstas pret plēvēm, tādējādi iegūstot precīzākus burbuļu segmentu formas.

Šī procedūra ticami atdala sākotnēji neatšķirtos burbuļus atsevišķos segmentos, vienlaikus pietiekami labi saglabājot burbuļu formas. Tā arī spēj izšķirt burbuļu robežas līdz $\sim 5\text{-}10\ px$ biezumam, kas ir ļoti smalkas, ņemot vērā ka pilna attēla izmērs ir $\sim 4K \times 2K\ px$. Šāda izšķirtspēja tika izvēlēta eksperimentiem, lai iespējotu aglomerētu burbuļu individuālu detekciju.

Algoritma 3.2 darbības piemēri ir parādīti attēlos 4.2 un 4.3, sadaļā *Rezultāti*. Attēlu apstrādes programma ir atvērta koda, un ir pieejama vietnē *GitHub*: [4n515/X-ray-bubble-detection](#).

3.2 Burbuļu formas analīze

Kad burbuļi ir segmentēti un ir noteikti to parametri kā laukums, koordinātes, u.c., var sākt analizēt dinamiku kas notiek attēlos. Šajās plānajās sistēmās burbuļiem ir ļoti izteiktas formas variācijas, parasti bez simetrijas, kā arī burbuļiem saplūšanas laikā notiek ātras deformācijas (izstiepšanās un saraušanās).

Tas norāda uz to ka ar vienkāršu formas parametrizāciju nepietiks un ir jāizstrādā

citas, vispārīgākas metodes. Ierosinātā formas analīzes metodika ir izklāstīta algoritmā 3.3, un tās galvenā ideja ir burbuļus uzskatīt par stipri deformētiem spārnu profiliem, un piemērot metodes, kuras tiek tipiski izmantotas aerodinamikā. Tipisks veids kā aprakstīt spārna profilu, ir konstruēt tā viduslīniju, jeb līniju kura iet caur profilu tā, ka katrā punktā (diferenciāli) šķeļ burbuļa formu uz pusēm. Viduslīnijas gali ir divos burbuļu robežas punktos ar lielākajiem izliekumiem.

Algoritms 3.3: Burbuļa formas analīze

Ieejas dati: Burbuļu segmentu maskas

Katrai maskai

- 1 Atrod segmenta cetroīdu & robežpunktus
- 2 Izveido robežas režģi
- 3 Reducē robežas punktu skaitu, izmantojot liknes evolūcijas metodi
- 4 Interpolē robežpunktus
- 5 Aprēķina robežas liekuma sadalījumu & atrod ekstrēmumus
- 6 Veic robežas punktu skaita redukciju ar Ramer–Douglas–Peucker (RDP) metodi
- 7 Ģenerē Voronoi režģi & patur tā iekšējos punktus
- 8 Iegūst minimālo pārklājuma grafu iekšējiem Voronoi punktiem
- 9 Atrod sazarojuma punktus
- 10 Konstruē burbuļa viduslīnijas iekšējo daļu
- 11 Savieno viduslīniju ar robežu

Rezultāts: burbuļa viduslīnija

Jākonstruē burbuļa viduslīnija un abos galos precīzi jāpiestiprina pie burbuļa robežas. Izmantojot iepriekš iegūtos burbuļu segmenta parametrus, tiek veidots robežas režģis.

Robeža pēc segmentācijas bieži ir trokšņa dēļ mazliet deformēta un arī trokšņaina. Robežas formas saglabāšana ir svarīga, līdz ar ko tika izvēlēta līnijas punktu skaita redukcijas pieeja – tiek mēģināts samazināt punktu skaitu robežas režģī, tā lai reducētu "asos" artefaktus, bet saglabātu lielāka mēroga detaļas. Šeit labus rezultātus sniedz liknes evolūcijas pieeja. Pēc tam robežas troksnis tiek vēl samazināts, interpolējot robežas punktus ar slēgtu splainu [66].

Kad iepriekšminētie sagatavošanas darbi ir pabeigti, var izmantot apstrādāto robežu, lai aprēķinātu izliekuma profilu gar loka garumu. To veic pusanalītiski t.i. izmantojot galīgās starpības. Pēc tam identificē liekuma ekstrēmumus.

Viduslīnijas konstruēšanu veic vairākos posmos. Sākumā, veic robežas punktu skaita redukciju ar Ramer–Douglas–Peucker (RDP) metodi [67], tad izmanto Voronoi režģa metodi, atstājot režģa punktus iekš burbuļa segmenta robežas. Pēdējais rada punktu kopu, kura sevī ietver īstās viduslīnijas punktus, bet tie vēl ir jāatrod. Intuitīvi, robežas liekuma ekstrēma punktiem, kur viduslīnija savienojas ar robežu, vajadzētu būt ar vislielāko savstarpējo attālumu no iespējamajiem pāriem, kā tas būtu spārnu profilu analīzē, bet šajā gadījumā tas var neizpildīties precīzi.

Līdz ar ko, viduslīnijas atrašanai uz Voronoi režģa punktiem tiek atrasts to minimālais pārklāšanas grafs. Garākais no ceļiem grafā tiek izvēlēts kā viduslīnija, un tad tās galus savieno ar tuvākajiem robežas ekstrēmiem. Šāds risinājums var likties diezgan naivs, bet šajā gadījumā gana labi strādā.

Ar šo informāciju var aprēķināt burbuļu biezuma sadalījumu gar viduslīniju, viduslīnijas liekumu, garumu, utt., raksturojot burbuļu formas. Var izveidot arī galveno hordas līniju, savienojot viduslīnijas galus. Galvenās hordas un viduslīnijas garumu attiecība norāda uz to, cik eliptisks ir burbulis. Attālumi starp viduslīnijas un galvenās hordas tuvākajiem punktiem ejot gar galveno hordu un šo attālumu integrālis gar galveno hordu raksturo burbuļa neregularitāti un tās formas izliekumu.

Burbuļu izsekošanas algoritmu izstrādāja Mihails Birjukovs un Pēteris Zvejnieks, un kods ir brīvi pieejams GitHub: [Mihails-Birjukovs/Bubble_shape_analysis](#)

3.3 Burbuļu izsekošana

Burbuļu izsekošanai izmanto MHT-X metodi, jeb vairāku hipotēžu izsekošana, optimizēta ar algoritmu X [58, 68–70]. MHT-X is netiešā laika izsekošanas algoritms, piemērots zinātniskām problēmām. Trajektoriju rekonstrukcija balstīta uz grafu arhitektūras, un objektu kustības modelēšanai izmanto vājus masas un impulsa saglabāšanas likumus [58]. MHT-X spēj ne tikai rekonstruēt burbuļu trajektorijas, bet arī atšķirt saplūšanas/sadališanas notikumus un apvienot iesaistītās trajektorijas saimēs, kas ir svarīgi fizikālai analīzei.

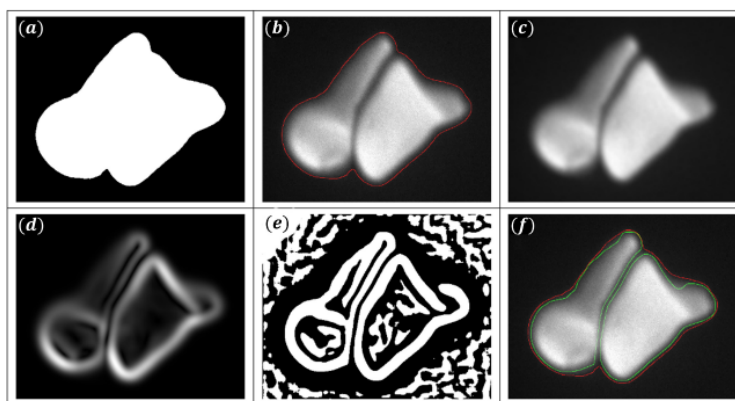
MHT-X galvenais izstrādātājs ir Pēteris Zvejnieks (par tēmu aizstāvēts bakalaura darbs LU), un kods ir brīvi pieejams GitHub: [Peteris-Zvejnieks/MHT-X](#)

4.REZULTĀTI

4.1 Attēlu apstrāde

Lai novērtētu izstrādāta burbuļu detektēšanas algoritma stabilitāti, tika apstrādātas 6 attēlu sekvences, katra ar 225 attēliem. Modeļsistēma, kurā iegūti attēli, ir aprakstīta Sadaļā 2.

Kā redzams Attēlā 4.1, lokālais filtrs ievērojami uzlabo algoritma spēju izšķirt aglomerētus burbuļus un izdalīt plānās šķidra metāla plēvītes starp tiem, tikai nedaudz erodējot pārējo segmenta robežu, lielākoties zonās ar mazu intensitātes gradientu un vienlaikus ar relatīvi zemu intensitāti, bet atbilstošās burbuļu zonas ir plānas un plakans, kas nav sagaidāms no fizikāliem burbuļiem, virsmas sprieguma dēļ. Tās, iespējams, bieži ir kustības artefakti.

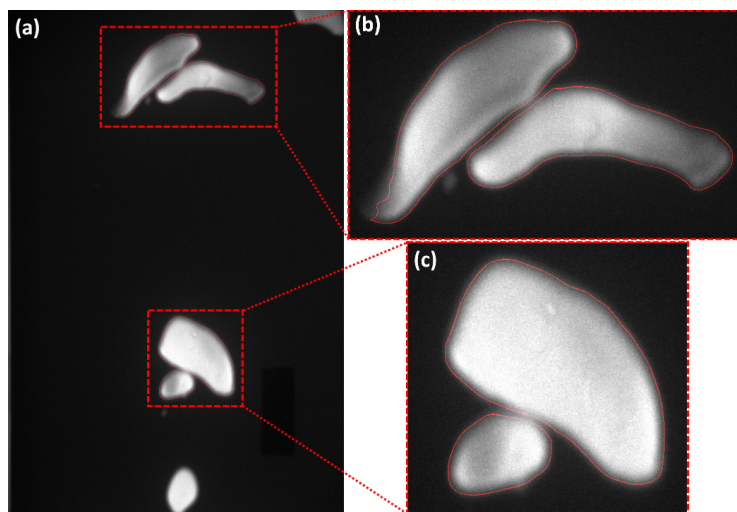


Att. 4.1: Lokālais filtrs AL: (a) burbuļa segmentu pirmais novērtējums no globāla filtra, (b) AL attēls ar pirmā novērtējuma segmenta robežu (sarkanā) (a), (c) nelokālā vidējo vērtību filtra rezultāts, (d) gradienta filtra rezultāts, (e) lokālā binarizācija piemērota (d), (f) ir attēls (b) ar precizētiem burbuļu segmentiem (zaļā) 3.2.

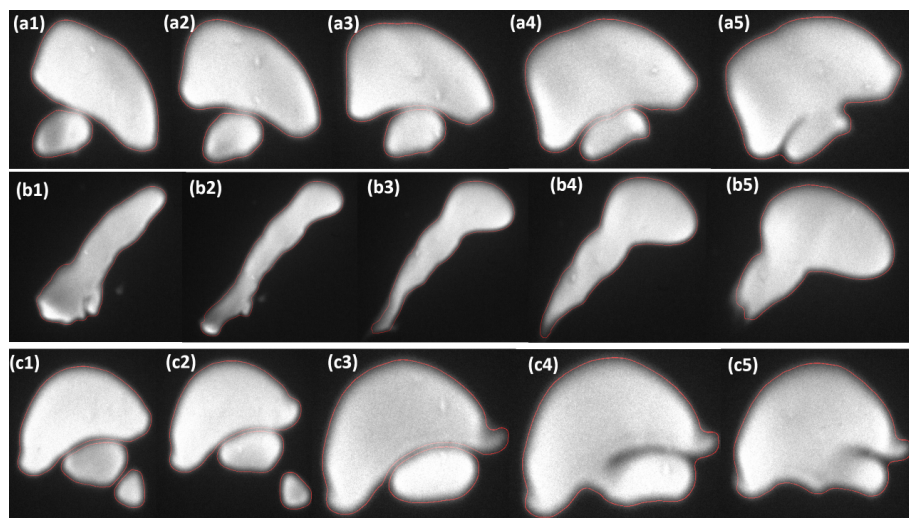
Izstrādātais burbuļu detektēšanas algoritms ir stabils, tas nesavieno aglomerētus burbuļus vienā segmentā bez to saplūšanas, un ir noturīgs pret iekš burbuļu intensitātes "bedrēm" kuru relatīvā intensitāte ir vienā kārtā ar plāno plēvju.

Artefakti, ko nav izdevies izslēgt redzami Attēlā 4.3, uz burbuļu (a,c) virsmām, tie ir netīrumi un citas intensitāti ietekmējošas sistēmas neregularitātes.

Algoritms arī nedetektā mazus burbuļus, lielākoties, jo tie sekvences laikā nesaglabā intensitāti pietiekami lai tiktu stabili novēroti, tāpēc to izslēdz ar izmēra filtru.



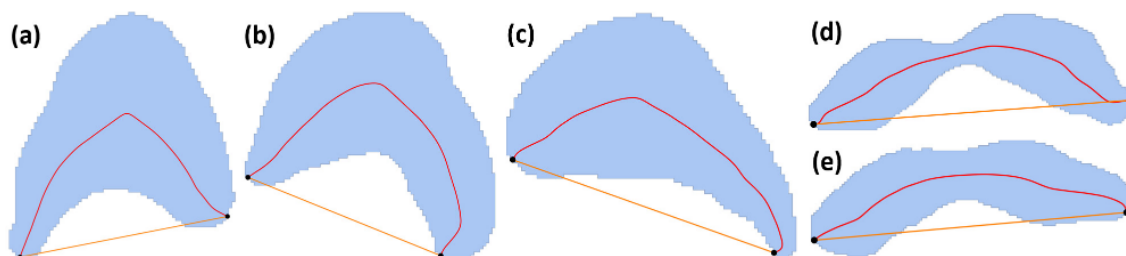
Att. 4.2: Algoritma 3.2 rezultāts attēlam no eksperimenta datiem: (a) viss attēls (pirmapstrādāts) ar segmentu novērtējumiem (sarkanā) (b-c) tuvplāns burbuļu pāriem ar algoritma izšķirtām plānām šķidra metāla plēvēm.



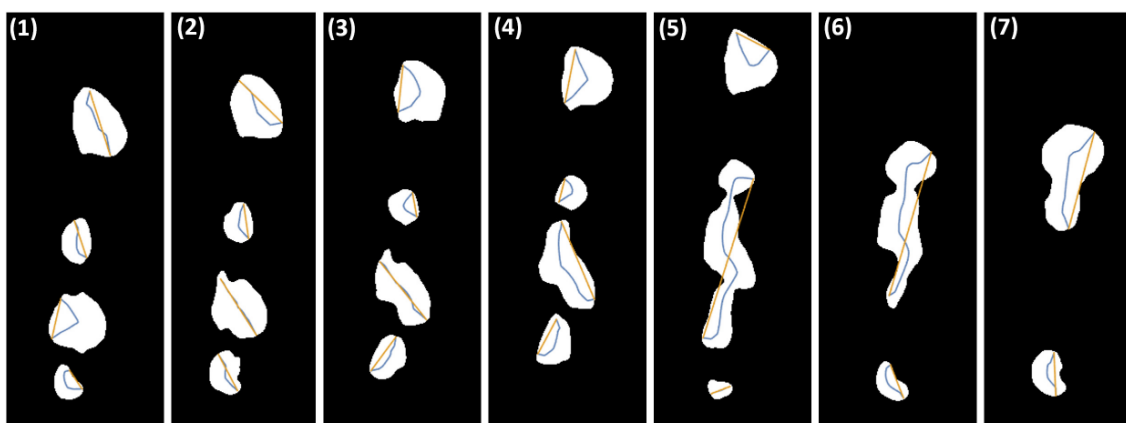
Att. 4.3: Piemēri izšķirtai burbuļu koalescencei un ātrai deformācijai. Attēli (a-c) ir numurēti pēc kārtas.

4.2 Burbuļu formas analīze

Detektētie segmenti ir pietiekami gludi, lai izmantojot burbuļu analīzes algoritmu tiem varētu izveidot viduslīniju un galveno hordu.



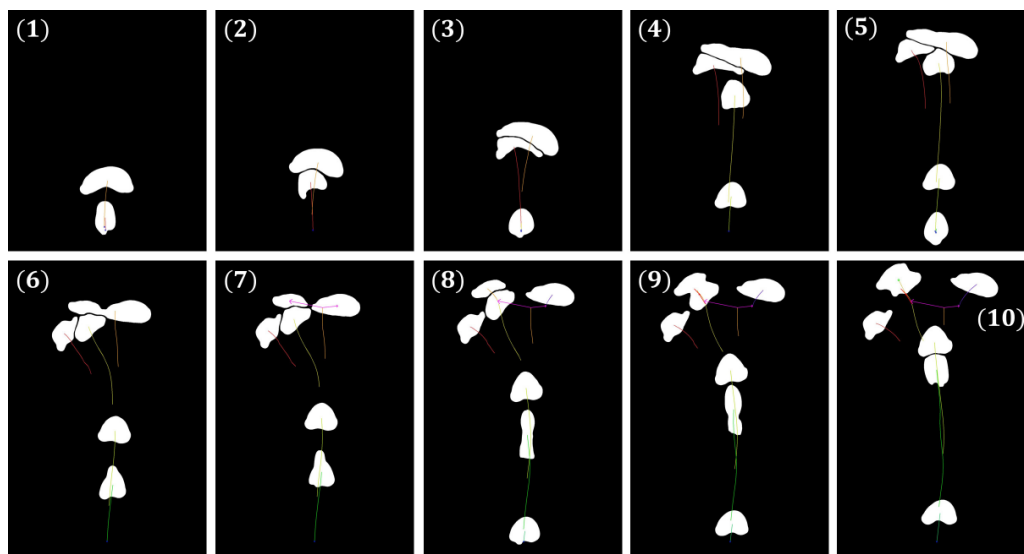
Att. 4.4: Burbuļu režģu piemēri ar viduslīniju (sarkanā) un galveno hordu (oranžā).



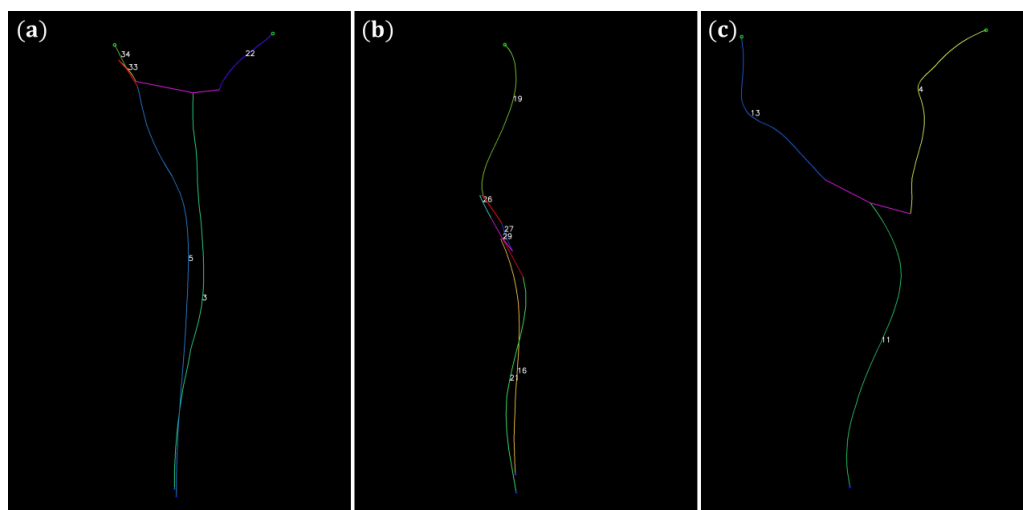
Att. 4.5: Demosntrācija burbuļu formas analīzes algoritmam, attēli numurēti pēc kārtas.

4.3 Burbuļu izsekošanas rezultāti

Kā redzams Attēlos 4.6 un 4.7, detektētie segmenti ir pietiekami stabili sekvences laikā lai veiktu burbuļu kustības, saplūšanas un šķelšanas izsekošanu.



Att. 4.6: Piemēra attēli ar trajektorijām, kur iezīmēti saplūšanas (sarkanas bultas) un sašķelšanas (violētas bultas) notikumi.



Att. 4.7: Piemēri trajektoriju ģimenēm, kurās trajektorijas saista saplūšanas (sarkanas bultas) un sašķelšanas (violētas bultas) notikumi.

SECINĀJUMI

Darba gaitā tika panākti galvenie mērķi – tika izstrādāts un nodemonstrēts algoritms, kas spēj ar lielu drošību un pietiekami labu precizitāti no rentģenu radiogrāfijas attēliem segmentēt burbuļus, kuri ļoti cieši aglomerēti un savā starpā mijiedarbojas, sadaloties un saplūstot. Kods pierādīja sevi kombinācijā ar jau esošajiem rīkiem burbuļu formas analīzei un trajektoriju rekonstrukcijai, tika publicēts kā atvērtais kods GitHub, un tiks tuvākajā nākotnē izmantot sistemātiskai izpētei magnetohidrodinamiskai burbuļu ķēžu plūsmai Hele-Šova modeļsistēmās.

BIBLIOGRĀFIJA

- [1] E. Baake, T. Fehling, D. Musaeva un T. Steinberg, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **228**, Publisher: IOP Publishing, 012026 (2017).
- [2] K. Timmel, S. Eckert, G. Gerbeth, F. Stefani un T. Wondrak, *ISIJ International* **50**, 1134—1141 (2010).
- [3] K. Timmel, N. Shevchenko, M. Röder, M. Anderhuber, P. Gardin, S. Eckert un G. Gerbeth, *Metallurgical and Materials Transactions B* **46**, 700—710 (2015).
- [4] T. Wondrak, S. Eckert, G. Gerbeth, K. Klotsche, F. Stefani, K. Timmel, A. Peyton, N. Terzija un W. Yin, *Metallurgical and Materials Transactions B* **42**, 1201—1210 (2011).
- [5] Z. Liu un B. Li, *Metallurgical and Materials Transactions B*, 10.1007/s11663-017-0947-3 (2017).
- [6] W. Yang, Z. Luo, N. Zhao un Z. Zou, *Metals* **10**, 1160 (2020).
- [7] W. Yang, Z. Luo, Y. Gu, Z. Liu un Z. Zou, *ISIJ International* **60(10)**, 2234—2245 (2020).
- [8] M. Taborda, M. Sommerfeld un M. Muniz, *Chemical Engineering Science* **229**, 116121 (2021).
- [9] C. Zhang, “Liquid metal flows driven by gas bubbles in a static magnetic field” (Technischen Universität Dresden, 04.2009.).
- [10] E. Strumpf, *International Journal of Multiphase Flow* **97**, 168—185 (2017).
- [11] C. Zhang, S. Eckert un G. Gerbeth, *International Journal of Multiphase Flow* **31**, 824—842 (2005).
- [12] Z. Wang, S. Wang, X. Meng un M. Ni, *International Journal of Multiphase Flow* **94**, 201—208 (2017).
- [13] T. Richter, O. Keplinger, N. Shevchenko, T. Wondrak, K. Eckert, S. Eckert un S. Odenbach, *International Journal of Multiphase Flow* **104**, 32—41 (2018).
- [14] S. Schwarz, “An immersed boundary method for particles and bubbles in magnetohydrodynamic flows”, dokt. grāda disert. (2014).
- [15] S. Schwarz un J. Fröhlich, *International Journal of Multiphase Flow* **62**, 134—151 (2014).
- [16] K. Jin, P. Kumar, S. Vanka un B. Thomas, *Physics of Fluids* **28**, 093301 (2016).
- [17] J. Zhang un M.-J. Ni, *Physics of Fluids* **26**, 102102 (2014).

- [18] J. Zhang, M.-J. Ni un R. Moreau, *Physics of Fluids* **28**, 032101 (2016).
- [19] D. Gaudlitz un N. Adams, *Physics of Fluids* **21**, 10.1063/1.3271146 (2009).
- [20] X. Wang, B. Klaasen, J. Degrève, A. Mahulkar, G. Heynderickx, M.-F. Reyniers, B. Blanpain un F. Verhaeghe, *Physics of Fluids* **28**, 053304 (2016).
- [21] V. Roig, M. Roudet, F. Risso un A.-M. Billet, *Journal of Fluid Mechanics* **707**, 444—466 (2012).
- [22] R. May, F. Gruy un J. Fröhlich, *PAMM* **18**, 1—2 (2018).
- [23] J.-S. Kroll-Rabotin, M. Gisselbrecht, B. Ott, R. May, J. Fröhlich un J.-P. Bellot, *Metals* **10**, 10.3390/met10040517 (2020).
- [24] J.-P. Bellot, J.-S. Kroll-Rabotin, M. Gisselbrecht, M. Joishi, A. Saxena, S. Sanders un A. Jardy, *Materials* **11**, 10.3390/ma11071179 (2018).
- [25] M. Gisselbrecht, J.-S. Kroll-Rabotin un J.-P. Bellot, *Metallurgical Research & Technology* **116**, 512 (2019).
- [26] G. Mougin un J. Magnaudet, *Physical Review Letters* **88**, 014502 (2002).
- [27] M. Tripathi, K. Sahu un R. Govindarajan, *Nature Communications* **6**, 6268 (2015).
- [28] J. Zhang un M.-J. Ni, *Journal of Fluid Mechanics* **828**, 353—373 (2017).
- [29] D. Gaudlitz un N. Adams, *Physics of Fluids* **21**, 10.1063/1.3271146 (2009).
- [30] J. Zhang, K. Sahu un M.-J. Ni, *International Journal of Multiphase Flow* **136**, 103551 (2020).
- [31] J. Will, V. Mathai, S. Huisman, D. Lohse, C. Sun un D. Krug, *Journal of Fluid Mechanics* **912**, A16 (2021).
- [32] O. Keplinger, N. Shevchenko un S. Eckert, *International Journal of Multiphase Flow* **116**, 39—50 (2019).
- [33] O. Keplinger, N. Shevchenko un S. Eckert, *International Journal of Multiphase Flow* **105**, 159—169 (2018).
- [34] T. Ziegenhein un D. Lucas, *Experimental Thermal and Fluid Science* **85**, 10.1016/j.expthermflusci.2017.03.009 (2017).
- [35] T. Haas, C. Schubert, M. Eickhoff un H. Pfeifer, *Metals* **11**, 664 (2021).
- [36] F. Stefani, T. Gundrum un G. Gerbeth, *Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* **70**, 056306 (2004).
- [37] T. Gundrum, G. Gerbeth, F. Stefani un M. Xu, *Magnetohydrodynamics* **42**, 153—160 (2006).
- [38] T. Vogt, A. Andruszkiewicz, S. Eckert, K. Eckert, S. Odenbach un G. Gerbeth, *Metallurgical and Materials Transactions B* **43**, 1454—1464 (2012).

- [39] O. Keplinger, N. Shevchenko un S. Eckert, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **228**, 012009 (2017).
- [40] L. Liu, O. Keplinger, T. Ziegenhein, N. Shevchenko, S. Eckert, H. Yan un D. Lucas, *International Journal of Multiphase Flow* **110**, 218—237 (2018).
- [41] B. Krull, E. Strumpf, O. Keplinger, N. Shevchenko, J. Fröhlich, S. Eckert un G. Gerbeth, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **228**, 012006 (2017).
- [42] M. Banowski, U. Hampel, E. Krepper, M. Beyer un D. Lucas, *Nuclear Engineering and Design* **336**, 90—104 (2017).
- [43] F. Fischer, D. Hoppe, E. Schleicher, G. Mattausch, H. Flaske, R. Bartel un U. Hampel, *Measurement Science and Technology* **19**, 094002 (2008).
- [44] F. Barthel, M. Bieberle, D. Hoppe, M. Banowski un U. Hampel, *Flow Measurement and Instrumentation* **46**, 196—203 (2015).
- [45] V. Dzelme, M. Sarma, V. Geža, M. Ščepanskis un A. Jakovics, (06.2016.).
- [46] M. Ščepanskis, M. Sarma, P. Vontobel, P. Trtik, K. Thomsen, A. Jakovics un T. Beinerts, *Metallurgical and Materials Transactions B* **48**, 1045—1054 (2017).
- [47] M. Akashi, O. Keplinger, N. Shevchenko, S. Anders un M. Reuter, *Metallurgical and Materials Transactions B* **51**, 10.1007/s11663-019-01720-y (2019).
- [48] Y. Saito, K. Mishima, Y. Tobita, T. Suzuki un M. Matsubayashi, *Experimental Thermal and Fluid Science* **29**, 323—330 (2005).
- [49] Y. Saito, K. Mishima, Y. Tobita, T. Suzuki, M. Matsubayashi, I. Lim un J. Cha, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **542**, 168—174 (2005).
- [50] T. Lappan, M. Sarma, S. Heitkam, P. Trtik, D. Mannes, K. Eckert un S. Eckert, *Magnetohydrodynamics* **56**, 167—176 (2020).
- [51] M. Sarma, M. Ščepanskis, A. Jakovics, K. Thomsen, R. Nikoluškins, P. Vontobel, T. Beinerts, A. Bojarevics un E. Platacis, *Physics Procedia* **69**, 457—463 (2015).
- [52] M. Ščepanskis, M. Sarma, P. Vontobel, P. Trtik, K. Thomsen, A. Jakovics un T. Beinerts, *Metallurgical and Materials Transactions B* **48**, 1045—1054 (2017).
- [53] V. Dzelme, A. Jakovics, J. Vencels, D. Köppen un E. Baake, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **424**, 012047 (2018).
- [54] Y. Liu, M. Ersson, H. Liu, P. Jönsson un Y. Gan, *Metallurgical and Materials Transactions B* **50**, 10.1007/s11663-018-1446-x (2018).
- [55] Q. Cao un L. Nastac, *Ironmaking & Steelmaking* **45**, 984—991 (2018).

- [56] E. Ramasetti, V.-V. Visuri, P. Sulasalmi, T. Palovaara, A. Gupta un T. Fabritius, *steel research international* **90**, 10.1002/srin.201900088 (2019).
- [57] W. Lou un M. Zhu, *Metallurgical and Materials Transactions B* **45**, 1706—1722 (2014).
- [58] P. Zvejnieks, M. Birjukovs, M. Klevs, M. Akashi, S. Eckert un A. Jakovics, *Experiments in Fluids* **63**, 10.1007/s00348-022-03399-5 (2022).
- [59] H. Kusuno un T. Sanada, *International Journal of Multiphase Flow* **139**, 103639 (2021).
- [60] J. Zhang, L. Chen un M.-J. Ni, *Physical Review Fluids* **4**, 10.1103/PhysRevFluids.4.043604 (2019).
- [61] J. Zhang, M.-J. Ni un J. Magnaudet, *Three-dimensional dynamics of a pair of deformable bubbles rising initially in line. Part 1: Moderately inertial regimes*, 12.2020.
- [62] A. Filella, P. Ern un R. V eronique, *Journal of Fluid Mechanics* **888**, 10.1017/jfm.2020.4 (2020).
- [63] J. Kapur, P. Sahoo un A. Wong, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* **29**, 273—285 (1980).
- [64] *NonlocalMeansFilter*, Wolfram Research, (2012) <https://reference.wolfram.com/language/ref/NonlocalMeansFilter.html>.
- [65] M. Sezgin un B. Sankur, (2004).
- [66] L. Dah-Jye, S. Antani un L. Long, *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* **5032**, 10.1117/12.481912 (2003).
- [67] U. Ramer, *Computer Graphics and Image Processing*. Academic Press Inc., August, 1972. vol. 1: pp. 244- 256 : ill. ; diagrams. includes bibliography **1**, 10.1016/S0146-664X(72)80017-0 (1972).
- [68] M. Birjukovs, P. Zvejnieks, T. Lappan, M. Klevs, S. Heitkam, P. Trtik, D. Mannes, S. Eckert un A. Jakovics, 10.48550/ARXIV.2206.11033 (2022).
- [69] M. Birjukovs, P. Zvejnieks, T. Lappan, M. Sarma, S. Heitkam, P. Trtik, D. Mannes, S. Eckert un A. Jakovics, *Experiments in Fluids* **63**, 10.1007/s00348-022-03445-2 (2022).
- [70] D. E. Knuth, (2000).

Pateicība

Darba autors vēlas izteikt pateicību savam darba vadītājam Mihailam Birjukovam, kā arī Andrim Jakovičam un Skaitliskās Modelēšanas Institūta kolektīvam.

Bakalaura darbs "Burbuļu kolektīvas dinamikas izpēte Hele-Šova šķidra metāla modeļsistēmā" izstrādāts LU Fizikas, matemātikas un optometrijas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts pastāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai:

Autors: _____ Ansis Ziemelis

Rekomendēju/nerekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs/a: Darba vadītājs: Mg. Phys. Mihails Birjukovs _____ 21.03.2022

Recenzents: _____

Darbs iesniegts Fizikas nodaļā _____ 21.03.2022

Dekāna pilnvarotā persona: _____

Darbs aizstāvēts bakalaura gala pārbaudījuma komisijas sēdē

_____._____._____ .prot. Nr. ____

Komisijas sekretāre: _____