

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE
MATEMĀTIKAS NODAĻA

**VAR MODEĻU UN KOINTEGRĀCIJAS ANALĪZES
PIELIETOJUMS ZELTA CENAS ANALĪZĒ**

BAKALaura DARBS

Autors: **Aleksejs Aleksņins**

Stud. apl. Nr. aa13089

Darba vadītājs: Dr. math. Nadežda Siņenko

RĪGA 2017

ANOTĀCIJA

Darbs tiek veltīts kointegrācijai un kļūdas korekcijas modelim. Darbā dots ieskats par vienības saknes testiem, vektoru autoregresijas vienādojumiem, kointegrāciju, kļūdu korekciju modeļiem. Metodes tika pielietotas pētīt sakarības starp tādiem valūtu pāriem kā zelts pret ASV dolāru (XAU/USD) un Šveices franks pret ASV dolāru (CHF/USD). Ar Engla-Greinžera un Johansena metodēm parādīts, ka periodā no 2011. gada maija līdz 2016. gada decembrim pastāv kointegrācija starp iepriekš minētajiem instrumentiem.

ABSTRACT

Use of VAR models and cointegration analysis for gold prices analysis

The bachelor's thesis is devoted to cointegration and error correction model.

The theoretical background of vector autoregression equations, cointegration, error correction models and unit root tests was given in the first part of the thesis. The methods were applied to study interrelationships between such currency pairs as gold to USD dollar (XAU/USD) and Switzerland franc to USD dollar (CHF/USD). Both Engle-Granger and Johansen methods indicate that in the period from May 2011 to December 2016 co-integration relationship existed between above mentioned instruments.

SATURS

APZĪMĒJUMI.....	1
IEVADS	2
1. VEKTORU AUTOREGRESIJA	3
2. KOINTEGRĀCIJAS JĒDZIENS.....	4
2.1. Kointegrācijas definīcija	5
2.2. Kļūdas korekcijas modelis (ECM, VECM).....	6
2.2.1. Engela-Grendžera metode	6
2.2.2. Vektora kļūdu korekcijas (VEC).....	7
2.3. Johansena metode.....	8
2.3.1. Maksimālās īpašvērtības tests (<i>maximum eigenvalue test</i>)	9
2.3.2. Pēdas tests (Trace test)	9
3. VIENĪBAS SAKŅU TESTI.....	11
3.1. Stacionaritātes pārbaude.....	11
3.2. Dikeja-Fulera tests.....	13
3.2.1. Paplašinātais Dikeja-Fulera tests (Augmented Dickey-Fuller test, ADF).....	14
3.3. Kvjatkovski tests (KPSS).....	14
4. PRAKTISKĀ DAĻA	16
4.1. Stacionaritāte.....	16
4.2. Engela-Greindžera metode.....	19
4.3. Johansena metode.....	20
4.4. VEC.....	20
NOBEIGUMS	23
IZMANTOTĀ LITERATŪRA UN AVOTI.....	24
PIELIKUMI.....	25

APZĪMĒJUMI

VAR – vektoru autoregresija

ECM – kļūdu korekcijas modelis

VEC – vektoru kļūdu korekcija

ADF - Paplašinātais Dikeja-Fulera tests

KPSS – Kvjatkovski tests

IEVADS

Globalizējoties pasaules ekonomikai un finanšu sektoram, to augošais neaizsargātības līmenis paliek aizvien aktuālāka problēma, pakļaujot pasaules kapitālu vairāku veidu riskiem.

Mūsdienu tirgus ekonomikas laikos investoriem tiek piedāvātas vairākas kapitāla ieguldīšanas iespējas. Galvenie faktori, kas ietekmē investīciju instrumentu izvēli, ir potenciālā ienesīguma un risku novērtējums.

Pasaulē zelts tiek uzskatīts par vienu no drošākajiem ieguldījumu veidiem, un finanšu nestabilitātes un krīžu laikā pieprasījums pēc tā tradicionāli pieaug. Šādos brīžos dārgmetāls, salīdzinot ar valūtām, vērtspapīriem un citām vērtībām un aktīviem, bieži vien tiek atzīts par drošāko kapitāla uzglabāšanas veidu. Zelts tradicionāli ir likvīds aktīvs jebkurā laikā, jebkurā valstī un jebkurā situācijā. Periodos, kad ekonomiskā situācija pasaulē ir stabila, pieaug pieprasījums pēc juvelierizstrādājumiem, kas palielina juvelierizstrādājumu fabriku ražošanas apjomus. Šo divu faktoru kombinācija padara zelta pieprasījumu par stabilu un noturīgu, kas, savukārt, paaugstina dārgmetāla lomu pasaules ekonomikā.

Visos laikos ekonomisti, analītiķi un matemātiķi ir centušies noteikt slēptās sakarības starp zeltu un citiem instrumentiem, veidojot dažādu veidu modeļus un kombinācijas. Tādu sakarību noteikšana varētu nozīmīgi minimizēt riskus, kā arī veiksmīgi paaugstināt dotā instrumenta prognozēšanas līmeni.

Šobrīd eksistē vairākas metodes mainīgo attiecību meklēšanai, piemēram, korelācijas-regresijas analīze, matemātisko modeļu sastādīšana, grafiskā analīze un citi. Vektoru autoregresijas modeļi (VAR) ekonomiskajā analīzē kļuva populāri brīdī, kad Kristofers Sims (1980) tos piedāvāja kā alternatīvu vienlaicīgu vienādojumu sistēmām.

Kointegrācijas jēdziena popularitātes cēlonis ir tas, ka klasiskie ekonomiskie modeļi tiek bieži formulēti viena laika momenta mainīgo vērtību lineāru sakarību veidā. Ja klasiskas attiecības ekonomikā tiek uzskatītas par stabilām, tad tās var būt stacionāras pat tad, ja paši mainīgie ir nestacionāri. Kointegrācija ir šādas parādības matemātiskais atspoguļojums.

Darba mērķis ir noskaidrot, vai eksistē kointegrācija starp zeltu un Šveices franku. Šveices franks ir vēsturiski piesaistīts zeltam. Starp šiem instrumentiem pēdējo 10 gadu laikā ir pamanīta augsta korelācija, tāpēc izmeklēšanai tika izvēlēta tieši šī valūta.

Darbs sastāv no teorētiskās daļas, kurā tiek apskatīti un paskaidroti jēdzieni, kuri tika izmantoti datu analīzei – tika veikts ieskats vektoru autoregresijā, kointegrācijas analīzei un kļūdas korekcijas modeļiem, apskatītas stacionaritātes pārbaudes metodes un testi. Praktiskajā daļā tika pārbaudīta datu stacionaritāte, kā arī tika veikti kointegrācijas noteikšanas testi.

1. VEKTORU AUTOREGRESIJA

Vektoru autoregresija (VAR, Vector Autoregression) – dažu laikrindu dinamikas modelis, kurā tekošās rindas vērtības ir atkarīgas no iepriekšējām šīs rindas vērtībām. Modeli piedāvāja Kristofers Sims (1980) kā alternatīvu vienlaicīgu vienādojumu sistēmām. VAR-modeļi ir atbrīvoti no struktūrmodeļu ierobežojumiem. Tomēr VAR-modeļu problēma ir saistīta ar to, ka parametru skaits strauji palielinās, ja palielinās analizējamo laikrindu un lagu daudzums.

Vektorautoregresīvais process tiek definēts sekojoši:

Definīcija. P -tās kārtas vektorautoregresīvais modelis ($VAR(P)$) ir formā

$$x_t = c + B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} + \dots + B_P y_{t-P} + \varepsilon_t, \quad (1.1)$$

kur y_t ir $N \times 1$ dimensijas gadījuma vektors, c ir $N \times 1$ dimensija konstanšu vektors, B_j ir $N \times N$ dimensijas autoregresīvo koeficientu matrica, $j = 1, 2, \dots, P$. Vektors ε_t ar dimensiju $N \times 1$ ir baltais troksnis:

$$\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0, \quad (1.2)$$

$$\mathbb{E}(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \begin{cases} \Sigma, & \text{ja } t = \tau \\ 0, & \text{ja } t \neq \tau \end{cases} \quad (1.3)$$

kur Σ ir simetriska, pozitīvi definēta $N \times N$ matrica.

[1., 661-683.lpp]

Bez šaubām, vektoru autoregresijas modeļiem ir savi trūkumi. Piemēram, dažos gadījumos ir grūti sniegt VAR modeļa parametru teorētisku pamatojumu un ekonomisko interpretāciju.

Praksē pielietojamiem VAR modeļiem ir ilgstošāki lagi un liels mainīgo skaits, bet, salīdzinot ar struktūrmodeļiem, VAR modeļiem ir mazāks parametru skaits un tā vērtību ierobežojumi nav tik stingri, kas padara vektoru autoregresijas modeļus par ļoti lietderīgiem, ja rodas grūtības ar sākuminformācijas vākšanu. [11.,1.lpp]

2. KOINTEGRĀCIJAS JĒDZIENS

Dažos gadījumos, trenda esamība vienā no laikrindām ir izskaidrojama ar to, ka modelī tiek iekļauta cita laikrinda, kurai arī ir trends. Tāpēc vienādam vai pretējam laikrindu trendu virzienam var būt noturīgais raksturs, un to var novērot ilglaicīga periodā. Tādēļ arī korelācijas koeficients, kas tiek aprēķināts pēc šādu nestacionāru laikrindu līmeņiem var raksturot patieso cēloņsakarību starp tām tendencēm.

Sakot ar 20.gs. 80. gadiem izvirzītie priekšlikumi tika ņemti par jaunas teorijas pamatu laikrindu kointegrācijā. Ar kointegrāciju saprot cēloņu-seku sakarību divu vai vairāku laikrindu līmeņos. Kointegrācija eksistē, kad laikrindām sakrīt tendences vai gadījuma svārstības vienādā vai pretējā vērsumā. Saskaņā ar šo teoriju starp divām laikrindām eksistē kointegrācija, ja šo laikrindu lineāra kombinācija ir stacionāra laikrinda. Kointegrācijas jēdziena pamatā ir ideja par to, ka dažos gadījumos daudzdimensiju procesa stacionaritātes trūkumu izraisa stohastiskais trends, kuru var novērst, izvēloties procesa komponentu noteiktu lineāru kombināciju, kas rezultātā būs stacionāra.

Ekonomikā un statistikā autoregresijas procesus pielieto stacionāru parādību aprakstīšanai, un ideja aprakstīt procesu, izejot no iepriekšējām vērtībām, kļuva par veiksmīgu un plaši izmantotu prognožu sastādīšanā.

Ja nepieciešams atrast sakarības starp mainīgo vērtībām (vienā laika momentā) ar mērķi saprast ekonomisko faktoru mijiedarbību, tad saņemtais informācijas pjoms ir krietni lielāks, ja tiek salīdzināta viena mainīgā citu mainīgo vērtībām vienā laika momentā (t.i., ne ar iepriekšējām vērtībām). Respektīvi, ja interesē sakarības starp dažādiem mainīgajiem, tad ir jāapskata vērtību lineāras kombinācijas vienā laika momentā; ja interesē mainīgo evolūcijas dinamika, tad ir jāpēta sakarības starp iepriekšējām vērtībām.

Kointegrācijas jēdziens tiek plaši izmantots, jo klasiskie ekonomiskie modeļi bieži tiek formulēti viena laika momenta mainīgo vērtību lineāru sakarību veidā. Neskatoties uz to, ka daudzi ekonomiskie mainīgie ir nestacionāri, tādu vienādojumu teorija tiek izstrādāta tieši stacionāriem procesiem.

Klasiskas attiecības ekonomikā tiek uzskatītas par stabilām. Tātad attiecības var būt stacionāras, pat ja paši mainīgie ir nestacionāri. Kointegrācija ir šādas parādības matemātiskais atspoguļojums. Lai noskaidrotu vai mainīgie kointegrē, pirmkārt, ir jānoskaidro ar kādu kārtu laikrindas ir stacionāras. Lai kointegrācija pastāvētu, nepieciešams, lai visas laikrindas ir integrētas ar kārtu viens ($I(1)$). [2., 19.lpp]

2.1. Kointegrācijas definīcija

Engels un Grandžers (Engle, Granger, 1987) kointegrācijas analīzi sāka apskatīt mainīgo kopu ilglaicīga līdzsvarā stāvoklī:

$$\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt} = 0. \quad (2.1)$$

Ja β un x_t apzīmē vektorus $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ un $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})$, tad sistēmā ir ilglaicīgā līdzsvarā, kad $\beta x_t = 0$. Novirze no illacīga līdzvara ir līdzsvara kļūda e_t , t.i.,

$$e_t = \beta x_t \quad (2.2)$$

Ja līdzsvars ir nozīmīgs, tad līdzsvara kļūdas procesam ir jābūt stacionāram.

Definīcija: x_t vektora komponentes $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ ir kointegrētas ar kārtu (d, b) , apzīmētas ar $x_t \sim CI(d, b)$, ja:

1. Visas x_t komponentes ir integrētas ar kārtu d .
2. Eksistē tāds vektors $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, ka lineāra kombinācija $\beta x_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt}$ ir integrēta ar kārtu $(d - b)$, kur $b > 0$.

Vektoru β sauc par kointegrācijas vektoru. Jāatzīmē, ka:

1. neskatoties uz to, ka kointegrācija apskata nestacionāru mainīgo lineāru kombināciju, ir iespējams, ka eksistē arī nelineāras ilglaicīgas saites starp integrētu mainīgo kopu.
2. kointegrācijas vektors $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ nav viens vienīgs. Pie jebkuras vērtības $\lambda \neq 0$, $(\lambda\beta_1, \lambda\beta_2, \dots, \lambda\beta_n)$ ir arī kointegrācijas vektors. Vienu no mainīgajiem izmanto, lai normalizētu kointegrācijas vektoru, fiksējot to koeficientu vienībā. Lai normalizētu kointegrācijas vektoru attiecībā uz x_{1t} , parasti izvēlas $\lambda = 1/\beta_1$. Attiecīgi normalizējot kointegrācijas vektoru uz x_{2t} , parasti izvēlas $\lambda = 1/\beta_2$ u.t.t.
3. visiem mainīgajiem jābūt ar vienādu integrācijas kārtu. Tomēr jāatceras, ka, piemēram, mainīgie ar kārtu $I(1)$ ir kointegrēti tikai tad, ja to lineāra kombinācija ir $I(0)$.
4. ja x_t ir n komponentes, šeit var būt vismaz $n - 1$ lineāri neakarīgi kointegrācijas vektori. Ja x_t satur tikai divus mainīgos, tad eksistē ne vairāk kā viens kointegrācijas vektors. Kointegrācijas vektoru skaitu sauc par *kointegrācijas rang* un apzīmē ar x_t .

Ir jāatzīmē, ka kointegrāciju ir vērts apskatīt tikai ilglaicīgos periodos - tad, kad katrā fiksēta laika momentā divu laikrindu regresijā, starp kuriem eksistē kointegrācija, var noteikt

līdzsvara kļūdu. Ir acīmredzams, ka, izskatot īsas laikrindas, līdzsvars un kointegrācijas starp laikrindām var neeksistēt. Tāpēc katru laikrindas līdzsvara kļūdu līmeni var izskatīt kā korekcijas komponenti, kura apraksta sākumā doto laikrindu dinamikas līdzsvara sasnieguma kārtu. Pamatojoties uz šādiem spriedumiem, tika izvirzīts priekšnosacījums par to, ka rezultējošo rādītāju izveidi ietekmē divi faktori – neatkarīgā mainīgā mainīšanas vai tās sakarīgie absolūti pieaugumi un iepriekšējā perioda kļūdas lielums. Šādu modeli sauc par kļūdas korekcijas modeli. [3., 251.-276.lpp]

2.2. Kļūdas korekcijas modelis (ECM, VECM)

Kļūdas korekcijas modelis (*ECM, Error Correction Model*) – laikrindu modelis, kurā īstermiņa dinamika koriģējas atkarībā no novirzes no ilgtermiņa atkarības starp mainīgajiem. Formāli par kļūdas korekcijas modeli var uzskātīt jebkuru autoregresijas modeli. Tomēr īpaši svarīgs tas ir integrētām laikrindām un ļoti cieši ir saistīts ar kointegrācijas jēdzienu. Kļūdu korekcijas mehānisms nodrošina ilgtermiņa sakarību starp mainīgajiem.

Pieņem, ka $x_t, y_t \sim I(1)$. Tad kļūdu korekcijas modeli var uzdot sekojoši:

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^p a_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \Delta x_{t-i} - \gamma (y_{t-1} - \alpha_L - \beta_L x_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad (2.3)$$

kur ε_t – stacionārs process (piemēram, baltais troksnis).

Pēc pieņēmuma pirmās laikrindu starpības ir stacionāras, tad izteiksmei $(y_{t-1} - \alpha_L - \beta_L x_{t-1})$ arī ir jābūt stacionāram procesam, attiecīgi eksistē ilglaicīgas attiecības starp laikrindām

$$y_t^* = \alpha_L + \beta_L x_t^* + u_t, \quad (2.4)$$

kur u_t – stacionārs process. Tas nozīmē, ka laikrindas ir kointegrētas. Tādā veidā, modelis parāda mainīgo izmaiņas un rindu dinamikas korekcijas īslaicīgā periodā atkarībā no novirzes no ilglaicīgas atkarības.

2.2.1. Engela-Grendžera metode

Metodes pirmais solis ir katras laikrindas pārbaude par stacionaritāti (svarīgi, lai laikrinda nav stacionāra). To iespējams īstenot, lietojot vienības saknes testus, piemēram, Dikeja-Fullera testu. Tiek apskatītas rindas x_t un y_t . Ja abas rindas nav integrētas, tad var pielietot parasto

regresijas analīzi. Ja rindas ir integrētas ar dažādām kārtām (piemēram, viena ir $I(1)$ un otra ir $I(0)$), modelis jātransformē. Ja abas rindas ir integrētas ar vienu kārtu (piemēram $I(1)$), kļūdas korekcijas modeli var novērtēt:

$$A(L)\Delta y_t = \gamma + B(L)\Delta x_t + \alpha(y_t - \beta_0 - \beta_1 x_t) + v_t. \quad (2.5)$$

Ja abi mainīgie ir integrēti un kļūdas korekcijas modelis eksistē, tad tie ir kointegrēti pēc Engela-Gredžera reprezentācijas teorēmas.

Nākamis solis ir modeļa novērtēšanu, lietojot MKM $y_t = \beta_0 - \beta_1 x_t + \varepsilon_t$. Ja regresija nav “viltota”, (pārbaudes apraksts sniegts iepriekš), tad MKM būs ne tikai pielietojama, bet arī konsekventa (Stock, 1987). Regresijas novērtēti atlikumi $\hat{\varepsilon}_t = y_t - \beta_0 - \beta_1 x_t$ paliek nemainīgi un tiek lietoti diferencēto mainīgo regresijā nobīdīts atlikuma loceklis.

$$A(L)\Delta y_t = \gamma + B(L)\Delta x_t + \alpha \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t \quad (2.6)$$

Iespējams izmantot kointegrācijas testu, izmantojot t-statistiku uz α . Metode ir viegli pielietojama, tomēr ir dažas problēmas:

- Viendimensijas vienības saknes testi pirmajā solī dod vāju statistiskus rezultātus;
- Atkarīga mainīgā izvēle pirmajā solī ļoti ietekmē testa rezultātus, t.i. nepieciešams “atlaist” x_t eksogenitāti, ka noteikts ar Greindžera cēlonību;
- Kointegrācijas testam uz α nav standarta sadalījuma;
- Pirmajā regresijas posmā, kur katram piemīt kļūdas, nevar noteikt ilgtermiņa parametru ticamību, jo OLS novērtējuma kointegrācijas vektora sadalījums ir ļoti sarežģīts un nav normalizēts.
- Vienlaicīgi uz kointegrāciju var pārbaudīt tikai vienu mainīgo pāri.

2.2.2. Vektora kļūdu korekcijas (VEC)

Engela-Gredžera metodei piemīt daži trūkumi. To var lietot tikai vienam vienādojumam ar vienu atkarīgo mainīgo, kuru apraksta cits mainīgais, kas tiek uzskatīts par vāji eksogēnu interesējošam parametram. Ir arī nepieciešama mainīgo sākumpārbaude uz integrēšanas kārtu $I(0)$ vai $I(1)$. Šos trūkumus var novērst, izmantojot Johansena procedūru. Procedūras priekšrocības ir tajā, ka tām nav nepieciešama sākumpārbaude - var būt dažas kointegrācijas attiecības, visi mainīgie tiek uzskatīti par endogēnajiem, ka arī ir iespējams lietot testus, kuros izmanto ilgtermiņa parametrus.

Iegūtais modelis ir pazīstams kā vektora kļūdu korekcijas modelis (VECM), jo tas pievieno kļūdu korekciju iespējas daudzfaktoru modelī, pazīstamu kā vektora autoregresija (VAR).

Procedūra tiek veikta šādi:

- 1. Solis: Novērtē, kā neierobežots VAR ietver potenciālos nestacionāros mainīgos;
- 2. Solis: Lieto Johansena testu kointegrācijas pārbaudei;
- 3. Solis: Formē un analizē iegūto VEC modeli [3., 251-276.lpp].

2.3. Johansena metode

Iepriekš tika aprakstīts, ka viena no galvenajām Engela-Grendžera metodes problēmām ir divsoļu novērtēšana. Tā ģenerē atlikumus $\hat{\varepsilon}_t$ un pēc tam izmanto tos, lai noteiktu regresiju formai $\Delta \hat{\varepsilon}_t = a_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + n \sum_{i=1}^n a_{i+1} \Delta \hat{\varepsilon}_{t-n} + u_t$. Šādi tiek iegūts koeficients a_1 . Tas nozīmē, ka visas kļūdas, kuras tika ieviestas pirmajā posmā, ietekmēs arī otro etapu. Johansena metode izvairās no tāda veida novērtēšanas un dod iespēju novērtēt kointegrācijas vektorus.

VAR modelis ar nomāktu konstanti izskatās šādi:

$$x_t = \sum_{i=1}^k A_i x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Ja $k > 1$, vienmēr būs spēkā

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Pi_i \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Ja $k = 1$, tad $\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \varepsilon_t$. $\Pi = \alpha \beta'$,

kur α – korekcijas parametru vektors vai matrica

β - kointegrācijas vektors.

Gadījumā, ja Π ir nulles matrica, t.i. $\Pi = 0$, tad rindas nav kointegrētas un attiecības reducējas uz

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Pi_i \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.9)$$

Ka testēt $\Pi = 0$? Viena no iespējmām ir pildīt testu, uzskatot, ka Π rangs ir nulle.

$$\text{rank}(\Pi) = 0.$$

Ja rindas ir kointegrētas, tad $\text{rank}(\Pi) \neq 0$, jo $\text{rank}(\Pi)$ ir kointegrēto vektoru skaits. Kointegrēto vektoru skaits ir mazāks vai vienāds ar rindu skaitu n un ir stingri mazāks par n , ja rindām eksiste vienības saknes.

Ja $\text{rank}(\Pi) < n$, tad $\det(\Pi) = 0$. Tādas problēmas risināšanai ir lietderīgi izmantot īpašvērtības, jo kvadrātmatrixas determinants ir vienāds ar īpašvērtību reizinājumu. Ja matricas rangs ir mazāks nekā matricas rindu vai kolonu skaits, tad viena vai dažas īpašvērtības ir vienādas ar nulli un determinants ir nulle.

Johansena testi ir bāzēti uz datu transformācijas īpašvērtībām un datu lineāru kombināciju, kas reprezentē datu lineāras kombinācijas, kurām ir maksimāla korelācija.

Johansens izstrādāja divus testa variantus: maksimālo īpašvērtību tests (*maximum eigenvalue test*) un pēdas (*trace*) tests.

2.3.1. Maksimālās īpašvērtības tests

Šis testa nosaka, vai lielākā īpašvērtība ir nulle pret alternatīvu, ka nākošā lielākā īpašvērtība ir nulle. Pirmais testa posms ir noteikt, vai matricas Π rangs ir nulle. Nulles hipotēze ir $H_0: \text{rank}(\Pi) = 0$, pret alternatīvu $\text{rank}(\Pi) = 1$. Turpmākiem testiem, nulles hipotēze $H_0: \text{rank}(\Pi) = 1, 2, \dots$, pret $H_1: \text{rank}(\Pi) = 2, 3, \dots$.

Atgriežoties pie pirmā testa posma - tas ir tests, kurš izmanto lielāko īpašvērtību. Ja matricas rangs ir nulle, lielākā īpašvērtība ir nulle, tad kointegrācijas nav un tests ir pabeigts. Ja lielākā īpašvērtība λ_1 nav vienāda ar nulli, tad matricas rangs nav mazāks par 1 un var gadīties, ka vektori ir kointegrēti. Tālāk tests pārbauda vai lielākā īpašvērtība λ_2 ir nulle. Ja $\lambda_2 \neq 0$, un mainīgo skaits ir lielāks par divi, tad var eksistēt vairāki kointegrēti vektori. Tests turpinās kamēr nulles hipotēze ne tiek noraidīta.

Maksimālās īpašvērtības tests ir iespējamo attiecību tests. Testa statistika ir

$$LR(r_0, r_0 + 1) = -T \ln(1 - \lambda_{r_0+1}). \quad (2.10)$$

kur $LR(r_0, r_0 + 1)$ iespējamo attiecību testa statistika testam, vai $\text{rank}(\Pi) = r_0$ pret alternatīvu, ka $\text{rank}(\Pi) = r_0 + 1$.

2.3.2. Pēdas tests

Pēdas tests (*trace test*) ir tests, kurš pārbauda, vai matricas Π rangs ir r_0 . Nulles hipotēze ir $H_0: \text{rank}(\Pi) = r_0$. Alternatīvā hipotēze $H_1: r_0 < \text{rank}(\Pi) \leq n$, kur n ir maksimālais

iespējamo kointegrēto vektoru skaits. Ja nākošajiem testiem pirmā testa nulles hipotēze ir noraidīta, tad par nulles hipotēzi tiek ņemta $H_0: \text{rank}(\Pi) = r_0 + 1$ pret alternatīvu $H_1: r_0 + 1 < \text{rank}(\Pi) \leq n$. Tests jāturpina kā maksimālās īpašvērtības tests.

Testa statistiku var uzdot sekojoši:

$$LR(r_0, n) = -T \sum_{i=r_0+1}^n \ln(1 - \lambda_i), \quad (2.11)$$

kur $LR(r_0, n)$ ir iespējamo attiecību statistika testējot, vai $\text{rank}(\Pi) = r$ pret alternatīvās hipotēzes, ka $\text{rank}(\Pi) \leq n$. [8.,1.-5.lpp]

3. VIENĪBAS SAKŅU TESTI

Sākotnēji jānoskaidro, vai laicrindas nav stacionāras, t.i. tām piemīt vienības sakne. Lai laicrinda kļūtu stacionāra, tā jādiferencē. Pieņemsim, ka dotās laicrindas nav stacionāras. Tad tās jādiferencē n reizes, lai tās kļūtu stacionāras. Tās sauc par integrētām laicrindām ar pakāpi n un apzīmē ar $I(n)$.

Eksistē vairāki vienības saknes noteikšanas testi, starp kuriem visizplatītākie ir Dikeja Fullera tests (*Augmented Dickey-Fuller*) un Kvjatkovski (*KPSS*) tests.

3.1. Stacionaritātes pārbaude

Ir ļoti būtiski saprast atšķirības starp stacionārām un nestacionārām laicrindām. Viena no galvenajām īpašībām, kas atšķir stacionāru procesu no nestacionāra, ir tāda, ka stacionāriem procesiem ir vidējā vērtība, pie kuras laicrindas vērtības vienmēr atgriežas. Citiem vārdiem sakot, nestacionāra procesa vidējā vērtība, kā arī reizēm dispersija, ir atkarīga no laika. Lai noteiktu nestacionāru procesu, jāapskata dažas īpašības, kas tam piemīt:

1. Nestacionāram procesam nav ilglaicīgas vidējās vērtības, pie kuras rinda vienmēr atgriežas;
2. Nestacionāra procesa dispersija ir atkarīga no laika, un, ja laiks tiecas uz bezgalību, tad arī dispersija tiecas uz bezgalību.
3. Galīgās izlases izlases korelogramma izzūd lēni, tomēr teorētiskās autokorelācijas nesamazinās.

Autokorelāciju funkciju pārbaudi lieto kā rādītāju tam, vai laicrindai ir tuva trendam. Ir testi, ar kuru palīdzību var noteikt, var rindām piemīt trends un, ja piemīt, tad kāds tas ir - stohastisks vai determinēts. Tomēr esošajiem testiem nepietiek jaudas, lai atšķirtu procesu, kurš ir tuvs vienības saknes procesam no vienības saknes procesa. Šāda situācija veidojas tāpēc, ka kā vienības saknes procesam arī vienības-tuvam saknes procesam būs veidota ACF. Tieši tāpēc, lai atšķirtu šos procesus, izmanto vienības saknes testus.

Pieņemsim, ka laicrindas ir ģenerētas ar procesu

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

kur $\{\varepsilon_t\}$ ir baltais troksnis. Stacionāru laicrindu pētīšanas metodes var lietot, ja $-1 < a_1 < 1$. Pārbaudīsim hipotēzi $H_0: a_1 = 1$. Tad virkne $\{y_t\}$ ir ģenerēta ar nestacionāru procesu:

$$y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i. \quad (3.2)$$

Pēc nulles hipotēzes mēs nevaram lietot klasiskās pētīšanas metodes a_1 koeficienta novērtēšanai un veikt tas nozīmības testu. Ja $\{y_t\}$ ir ģenerēta ar nestacionāru procesu (3.1), ir vieglie pierādīt, ka vektoru autoregresijas modelis (1.1) MKM novērtējums dod nobīdi ar a_1 novērtējumu.

Ņemot matemātisku cerību no abām vienādojuma (2.8) pusēm, iegūstām, ka $E[y_t] = E[y_{t-s}] = y_0$, parādot, ka vidējā vērtība ir konstanta. Savukārt rindas dispersija ir atkarīga no laika:

$$D(y_t) = D(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \dots + \varepsilon_1) = t\sigma^2 \quad (3.3)$$

Formulā (2.9) var redzēt, ka dispersija nav konstanta. No tā seko, ka process ir nestacionārs, bet laiks tiecas uz bezgalību $t \rightarrow \infty$, tad $D(y_t)$ sasniedz bezgalību.

Ir vērtīgi aprēķināt kovariāciju starp y_t un y_{t-s} . Tā kā vidēja vērtība ir konstanta, kovariāciju γ_{t-s} var iegūt pēc formulas:

$$\begin{aligned} \gamma_{t-s} &= E[(y_t - y_0)(y_{t-s} - y_0)] \\ &= E[(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \dots + \varepsilon_1)(\varepsilon_{t-s} + \varepsilon_{t-s-1} + \dots + \varepsilon_1)] \\ &= E[\varepsilon_{t-s}^2 + \varepsilon_{t-s-1}^2 + \dots + \varepsilon_1^2] = (t-s)\sigma^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Lai iegūtu korelācijas koeficientu ρ_s , γ_{t-s} daļa ar y_t standartnovirzi un reizina ar y_{t-s} standartnovirzi. Tādējādi korelācijas koeficients ρ_s var tikt izteikts sekojoši:

$$\rho_s = (t-s) / \sqrt{(t-s)t} = [(t-s) / t]^{0.5} < 1. \quad (3.5)$$

Tā kā izlases lielums t ir liels attiecība pret autokorelācijas skaitu, izveidotāa proporcija $(t-s)/t$ būs skaitlis, kas tiecas uz 1.

Apskatīsim piemēru periodam ($s = 1$) un korelācijas koeficients ρ_1 tiecas uz 1, kad $t \rightarrow \infty$. Tātad, izlases autokorelācijas funkcija viegli samazināsies. Tādā veidā, lai atšķirtu vienības saknes procesu no vienības-tuvu saknes procesam (a_1 ir tuvs vienībai), ACF izmantot nevarēs. Boksa-Dženkinsa idetificēšanas posmā ACF vai PACF lēnu dilšanu var apskatīt kā nestacionāra procesa rādītāju.

Tā kā a_1 novērtējums ir cieši saistīts ar korelācijas koeficientu ρ_1 , a_1 novērtējumi ir nobīdītas tā, ka būs zemāk neka patiesas vienības vērtības. Novērtētais modelis imitēs AR(1) procesu ar vienībai-tuvu sakni. [9.]

3.2. Dikeja-Fulera tests

Dikeja-Fullera tests (*DF-tests, Dickey-Fuller test*) – ir metodika, kuru pielieto statistikā un ekonometrijā laicrindu analizēšanai un to pārbaudīšanai stacionaritātei. Tieši šis tests ir visizplatītākais tests vienības saknēm (*Unit root test*). Testu piedāvāja Deivids Dikejs (*David Dickey*) un Veins Fulers (*Wayne Fuller*) 1979.gadā.

Laicrindai piemīt vienības sakne, un tās integrēšanas kārtā ir viens, ja tās pirmās starpības veido stacionāru rindu. Šādu nosacījumu pieraksta kā $x_t \sim I(1)$, ja pirmo starpību rinda $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ ir stacionāra $\Delta x_t \sim I(0)$.

Ar testu pārbauda a koeficienta vērtību pirmās kārtas autoregresijas vienādojumā $AR(1)$.

$$x_t = ax_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.6)$$

kur x_t – laicrinda, un ε – kļūda.

Gadījumā, ja $a = 1$, procesam ir vienības sakne un rinda x_t ir nestacionāra, ir pirmās kārtas integrēta laicrinda $I(1)$. Ja $|a| < 1$, tad rinda ir stacionāra - $I(0)$.

Finanšu-ekonomiskajiem procesiem $|a| > 1$ nav raksturīgs, ja šajā gadījumā procesu uzskata par “spridzināšanas” procesu. Tādu procesu *izcelšanās* ir maz iespējama, jo finanšu-ekonomiskajai videi piemīt pietiekami stingra inerce, kas neļauj tās vērtībām pieņemt bezgalīgi lielas vērtības mazos laika periodos.

Autoregresijas vienādojumu $AR(1)$ var pārrakstīt sekojoši:

$$\Delta x_t = bx_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.7)$$

kur $b = a - 1$, bet Δ - pirmās kārtas starpības operators $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$.

Tāpēc vienības saknes eksistēšanas hipotēzes pārbaude nozīme nulles hipotēzes pārbaudi par to, ka koeficients b ir nulle.

Ta kā tika izslēgts “spridzināšanas” procesu gadījums, tests ir vienpusīgs, t.i. alternatīva hipotēze ir $b < 0$. Testa statistika (DF-statistika) – ir parasta t – statistika lineāras regresijas nozīmības koeficientu pārbaudīšanai. Tomēr, dotas statistika sadalījums ir atšķirīgs no klasiskā t -statistika sadalījuma (Stjudenta sadalījuma). DF-statistika sadalījumu izsaka caur Vinēras procesu un sauc Dikeja-Fulera sadalījumu.

Ir trīs veidu testa varianti:

1. Bez konstantes un trenda: $\Delta x_t = bx_{t-1} + \varepsilon_t$.

2. Ar konstanti, bet bez trenda: $\Delta x_t = b_0 + bx_{t-1} + \varepsilon_t$.
3. Ar konstantu un lineāru trendu: $\Delta x_t = b_0 + b_1t + bx_{t-1} + \varepsilon_t$.

Katrai testa versijai ir savas DF-statistikas kritiskās vērtības, kas atrodamas Dikeja-Fulera (Makkinona) tabulā. Ja statistikas vērtība kritiskās vērtības kreisajā pusē pie dota nozīmības līmeņa, tad nulles hipotēzi par vienības sakni noraida un procesu uzskata par stacionāru. Pretējā gadījumā hipotēzi nenoraida un procesam var būt vienības saknes, t.i. rinda var būt nestacionāra.

3.2.1. Paplašinātais Dikeja-Fulera tests (Augmented Dickey-Fuller test, ADF)

Ja testa regresijām tiek pievienoti laikrindas pirmo starpību lagi, tad DF-statistikas sadalījums (ka arī kritiskās vērtības) paliks nemainīgas. Tādu testu sauc par paplašināto Dikeja-Fulera testu (ADF).

Pirmo starpību lagu iekļaušanas nepieciešamība ir saistīta ar to, ka process var būt ne pirmās, bet augstākas kārtas autoregresija. Apskatīsim modeļa $AR(2)$ piemēru:

$$x_t = a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \varepsilon_t. \quad (3.8)$$

Doto modeli ar pierakstīt, kā $\Delta x_t = (a_1 + a_2 - 1)x_{t-1} - a_2\Delta x_{t-1} + \varepsilon_t$. Ja laikrindai ir vienības sakne, tad pirmās starpības ir stacionāras pēc definīcijas.

Tā kā tiek pieņemts, ka x_{t-1} ir nestacionārs, tad, ja koeficients pie tā nav vienāds ar nulli, rodas pretruna. No tā seko, ka $a_1 + a_2 - 1 = 0$. Tādā veidā dotajā modelī vienības sakņu esamības pārbaudei ir jāveic standarta DF-tests koeficientam pie x_{t-1} , kur regresijai jāpievieno atkarīgā mainīgā pirmās starpības lagu.

Otrais lagu pievienošanas cēlonis ir tāds, ka modeļa kļūdas var nebūt baltais troksnis, bet kāds stacionārs ARMA-process, tāpēc ir jāpārbauda vienības saknes esamību pie dažādiem lagiem. Tomēr jāņem vērā, ka lagu skaita palielināšana rezultējas ar testa jaudas pežemināšanu. Tāpēc, lietojot testu, labu skaits nepārsniedz četrus. [5., 445-446.lpp., 6., 576.lpp]

3.3. Kvjatkovski tests (KPSS)

Pamatatsķirība starp KPSS testu un DF un ADF testiem ir tāda, ka KPSS testa nulles hipotēze ir, ka laikrinda ir stacionāra, pret alternatīvu - laikrinda ir nestacionāra.

$$y_t = \alpha + \beta t + a_1 \sum_{i=1}^t z_i + \varepsilon_t, \quad (3.9)$$

kur $t = 1, \dots, T$, un ε_t ir stacionāra rinda. Stacionārā laikrinda z_t ir normāli sadalīta ar vidējo vērtību nulle un dispersiju viens. Ja $\beta = 0$, tad $a_1 = 0$ un process ir stacionārs. Ja $\beta \neq 0$, tad laikrinda ir trend-stacionāra. Tāpēc, ka Z_t ir $I(1)$, y_t ir nestacionāra, ja $a_1 \neq 0$.

KPSS testa nulles hipotēze ir $H_0 : a_1 = 0$, alternatīva - $H_1 : a_1 \neq 0$, kas ir pretēji DF-statistikai. Pie nulles hipotēzes α un β var novērtēt ar MKM palīdzību. Pieņemsim, ka ε_t ir t -tais MKM atlikums:

$$\varepsilon_t = y_t - a - bt \quad (3.10)$$

un atlikumu summa ir

$$E_t = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i, \quad t = 1, \dots, T. \quad (3.11)$$

($E_t = 0$), KPSS statistikas vērtība ir $KPSS = \frac{\sum_{t=1}^T E_t^2}{T^2 \hat{\sigma}^2}$, kur $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^2}{T} + 2 \sum_{j=1}^L (1 - \frac{j}{L+1}) r_j$, kur $r_j = \frac{\sum_{s=j+1}^T \varepsilon_s \varepsilon_{s-j}}{T}$ un L ir patvaļīgi izvēlēts skaitlis. Pie kļūdas ε_t normalitātes, KPSS statistika sakrīt ar Lagranža reizinātāju statistiku. Kritiskās vērtības nosaka ar modelēšanas palīdzību. [7]

4. PRAKTISKĀ DAĻA

Darba praktiskajā daļā uzmanība tiek vērsta sakarību meklēšanai starp tādiem finanšu instrumentiem kā zelts (XAU) un Šveices franks (CHF). Tā kā finanšu tirgos tiek pskatīt tiešo finanšu instrumentu pāri, savos pētījumos es izmantoju katra instrumenta attiecību pret ASV dolāru. Tādā veidā turpmāk tiks apskatītas sakarības starp pāriem zelts-ASV dolārs (XAU/USD) un Šveices franks-ASV dolārs (CHF/USD).

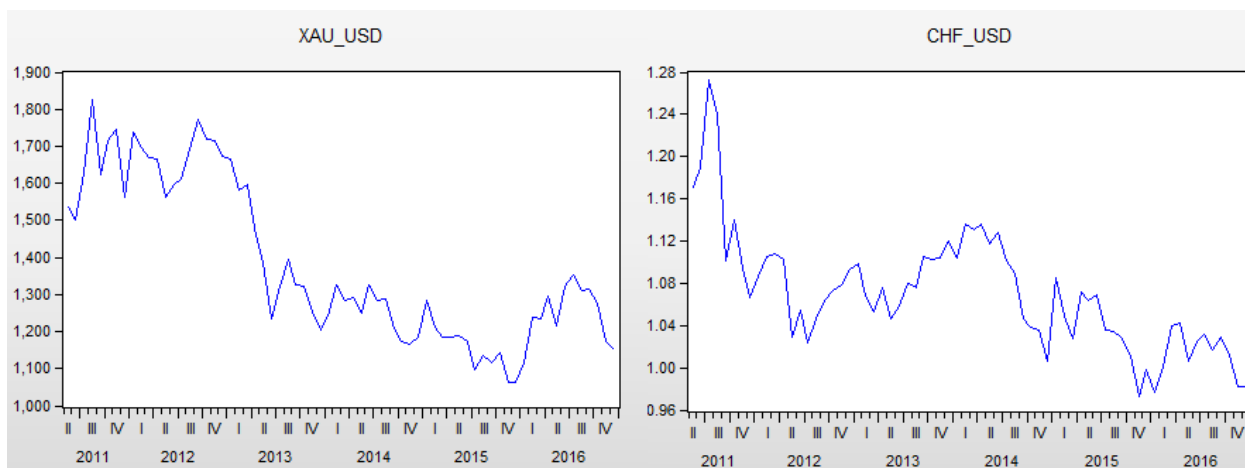
Šveices frankam ir liela saistība ar zelta cenu. Šveicē nav milzīgu zelta ieguves vietu, kā piemēram Austrālijā vai Kanādā, bet Šveices franks ir piesaistīts zeltam. Tas arī izskaidro to, kāpēc nestabilitātes periodos Šveices franka vērtība pieaug. Tāpat kā zelts, arī šī valūta kļūst par sava veida drošu ieguldījumu.

Katras izlases apjoms sastādīja 68 datus pa mēnešiem laika periodā no 2011.gada maija līdz 2016.gada decembrim.

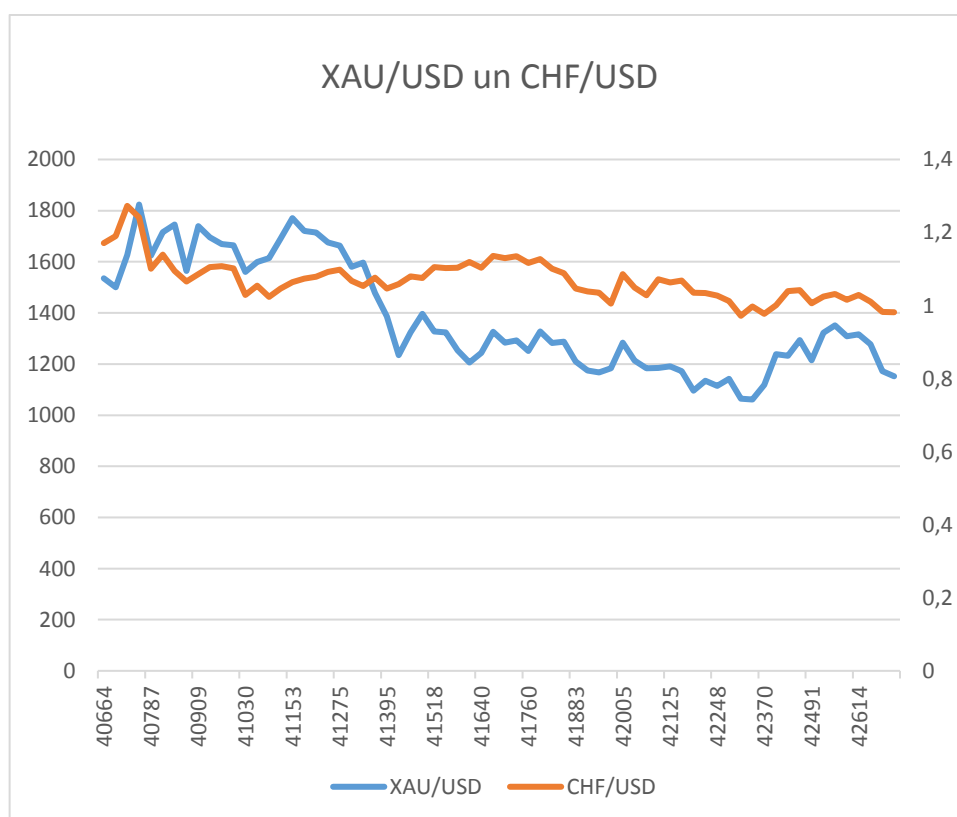
Rezultātu iegūšanai tika izmantota statistiskā pakete *Eviews*.

4.1. Stacionaritāte

Sakotnēji ir svarīgi noteikt, vai laikrindas ir stacionāras. Gadījumā, ja izrādīsies, ka laikrindas ir nestacionāras, t.i., tām piemīt vienības sakne, rindas ir jādiferencē tik reizes, kamēr tās nekļūs par stacionārām. Rindu stacionaritāte tiek pārbaudīta ar vienības saknes testu (*Unit root test*) palīdzību – ADF, Filipa-Pērona un KPSS testiem. Filipa-Pērona (FP) tests netika apskatīts teorētiskajā daļā. Pirms testu veikšanas ir jāpievērš uzmanību grafiskai analīzei, jo no tās izriet lietderīgi secinājumi, kas varētu sniegt informāciju par testu parametru izvelēšanās un par testu potenciālajiem rezultātiem. Attēlā 1 redzams, ka laikrindām piemīt izteiktas trenda pazīmes, līdz ar to testu pārbaudē tiks iekļauta konstante un konstante ar trendu, lai precīzāk noteiktu rindu stacionaritāti.



1.att. *Laikrindu grafiskais attēlojums*



2.att. *Laikrindu kopējais grafiks*

No grafiskās analīzes pārejam pie testa rezultātiem par laikrindu stacionaritāti.

Pielietojot paplašināto Dikeja-Fulera testu (ADF), FP un KPSS testus, nosakām, vai laikrindām piemīt vienības saknes.

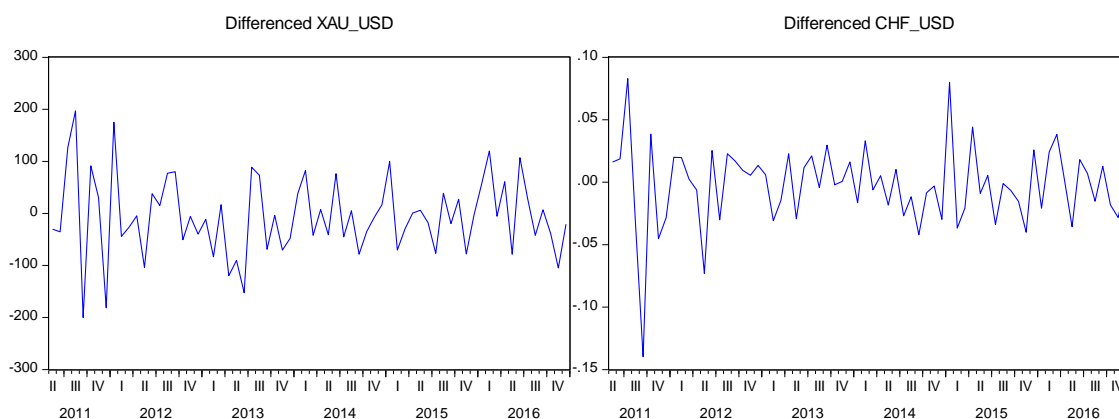
Visi testi norāda uz to, ka abas laikrindas satur vienības sakni. Šo testu izdrukas ir pievienotas 1.-12.pielikumā.

Statistikas un p-vērtības pēc ADF, FP un KPSS testiem

		ADF	FP	KPSS
XAU_USD	Statistika	-1,38	-1,25	0,8578
	p-vērtība	0,5871	0,6484	-
CHF_USD	Statistika	-2,37	-2,19	0,6971
	p-vērtība	0,151	0,2119	-

No tabulā redzamajām vērtībām var secināt, ka, tā kā visas p-vērtības ir lielākas $\alpha = 0,05$, hipotēze par vienības sakni netiek noraidīta. Var secināt, ka laiktrendas ir nestacionāras. Pieņemsim, ka laiktrendas ir $I(1)$.

Lai noteiktu integrēšanas kārtu, diferencēsim visus mainīgos un pārbaudīsim, vai tās kļuva par stacionārām. Apskatīsim diferencēto laiktrendu grafisko attēlojumu.



3.att. Diferencēto mainīgo grafiskais attēlojums

Apskatot grafikus, redzams, ka tagad laiktrendas varētu būt stacionāras, jo vērtības atrodas ap vidējo līdzsvaru. Tomēr veiksīm pārbaudi ar iepriekšējo testu palīdzību.

Diferencēto mainīgo statistikas un p-vērtības pēc ADF, FP un KPSS testiem

		ADF	FP	KPSS
XAU_USD	Statistika	-10,22	-10,22	0,06
	p-vērtība	0,0001	0,0001	-
CHF_USD	Statistika	-9,874	-9,874	0,026
	p-vērtība	0,001	0,001	-

No 2. tabulā pieejamās informācijas var secināt, ka hipotēze par vienības sakni tiek noraidīta un procesu varam uzskatīt par stacionāru. Tāds rezultāts palielina šīs sakarības kointegrācijas eksistences iespēju.

4.2. Engela-Greindžera metode

Nākošais laikrindu kointegrācijas esamības noteikšanas posms ir regresijas vienādojuma konstruēšana. Sakumā ir jāpārbauda laikrindas uz cēloņu-seku sakarību ar Greindžera testa palīdzību (*Granger Causality test*).

Pairwise Granger Causality Tests
Date: 05/24/17 Time: 01:42
Sample: 2011M05 2016M12
Lags: 2

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
CHF_USD does not Granger Cause XAU_USD	68	0.87279	0.4228
XAU_USD does not Granger Cause CHF_USD		1.44520	0.2434

4.att. Greindžera testa rezultāti

Testa rezultāti parāda, ka abas nulles hipotēzes “CHF_USD nav XAU_USD cēlonis pēc Greinžera” un “XAU_USD nav CHF_USD cēlonis pēc Greinžera” netiek noraidītas, jo p-vērtības ir lielākas par 5% (42,28% un 24,34%).

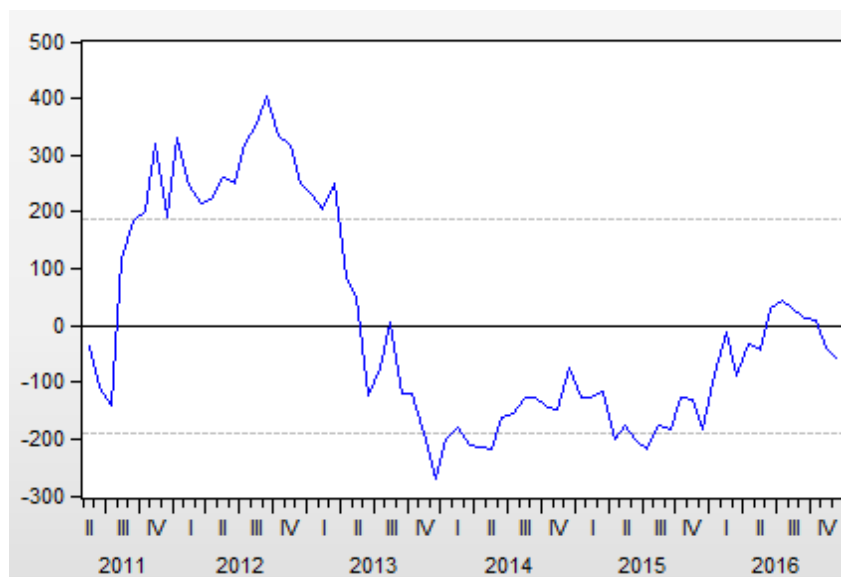
Konstruēsim kointegrācijas vienādojumu ar *Eviews* paketes “Equation estimation” procedūras palīdzību. Kā endogēnais mainīgais tika ņemts XAU_USD, ka ekzogēnie – CHF_USD un konstante.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHF_USD	1906.067	405.6988	4.698232	0.0000
C	-659.5817	434.8625	-1.516759	0.1341
R-squared	0.250625	Mean dependent var		1380.670
Adjusted R-squared	0.239271	S.D. dependent var		216.4723
S.E. of regression	188.8067	Akaike info criterion		13.34830
Sum squared resid	2352766.	Schwarz criterion		13.41357
Log likelihood	-451.8420	Hannan-Quinn criter.		13.37416
F-statistic	22.07339	Durbin-Watson stat		0.135466
Prob(F-statistic)	0.000014			

5.att. Kointegrācijas vienādojuma novērtējums

Tiek iegūts, ka $XAU_USD = 1906,067 * CHF_USD - 659,58$.

Pēc testa rezultātiem redzams, ka koeficients C nav nozīmīgs, jo tās p-vērtība ir lielāka par 0,05. Determinācijas koeficients ir vienāds ar 0,25, kas nozīmē, ka ekzogēnais mainīgais CHF_USD apraksta endogēno mainīgo uz 25%. Dotais rādītājs ir tālu no 100%, kas nozīmē, ka modelis nav nozīmīgs.



6.att. Atlikumu grafiks

Šiem atlikumiem no regresijas vienādojuma ir jābūt stacionāriem. Apskatot atlikumu grafisko attēlojumu (6.att.) ir aizdomas, ka laikrinda varētu būt nestacionāra. Pārbaudīsim to ar klasisko vienības saknes testa palīdzību. 21.pielikumā redzams, ka nulles hipotēze par vienības sakni netiek noraidīta, kas nozīmē, ka atlikumu virkne ir nestacionāra, un līdzsvara modelis nav derīgs.

4.3. Johansena metode

Kointegrācijas un VEC modeļa noteikšanai izmantosim VAR(4), jo LM testa rezultāti norāda uz to, ka tas atlikumi netiek autokorelēti. Nepieciešams noteikt atlikumu normalitāti, kā arī pārbaudīt, vai modelim piemīt heteroskedasticitātes problēmas.

Pēc testu rezultātiem (22.-24. pielikumi) redzams, ka normalitātes un heteroskedasticitātes problēmas modelim nav aktuālas, tātad varam secināt, ka VAR(4) ir piemērota kointegrācijas testēšanai.

Izpildot kointegrācijas testu, redzam, ka kointegrācijas attiecības starp XAU_USD un CHF_USD pastāv. Testa rezultātus var apskatīt 25. pielikumā. Līdz ar to noraidām hipotēzi par to, ka kointegrācijas vektoru nav.

4.4. VEC

Teorētiski, izmantojot saņemtos atlikumus no ilglaicīgā līdzsvara, varam novērtēt kļūdu korekcijas modeli:

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \alpha_y(y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1}) + \sum_i \alpha_{11}(i)\Delta y_{t-i} + \alpha_{12}(i)\Delta z_{t-i} + \varepsilon_{yt},$$

$$\Delta z_t = \alpha_1 + \alpha_z(y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1}) + \sum_i \alpha_{21}(i)\Delta y_{t-i} + \alpha_{22}(i)\Delta z_{t-i} + \varepsilon_{zt},$$

kur β_1 ir normalizēts kointegrācijas vektora parametrs; ε_{yt} un ε_{zt} ir baltā trokšņa procesi; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_{11}(i), \alpha_{21}(i), \alpha_{22}(i)$ ir visi parametri ($i = 1, 2$).

Tā kā Johansena tests noteica kointegrāciju pie lineārā un kvadratiskā trenda, tika veikti divi vektoru autoregresijas modeļa novērtējuma varianti: ar lineāru trendu mainīgajos un ar kvadrātisku trendu mainīgajos. Testu izdrukas skatīt 26. un 27. pielikumos. Attiecīgie VAR(1) kļūdu korekcijas modeļa novērtējumi ir:

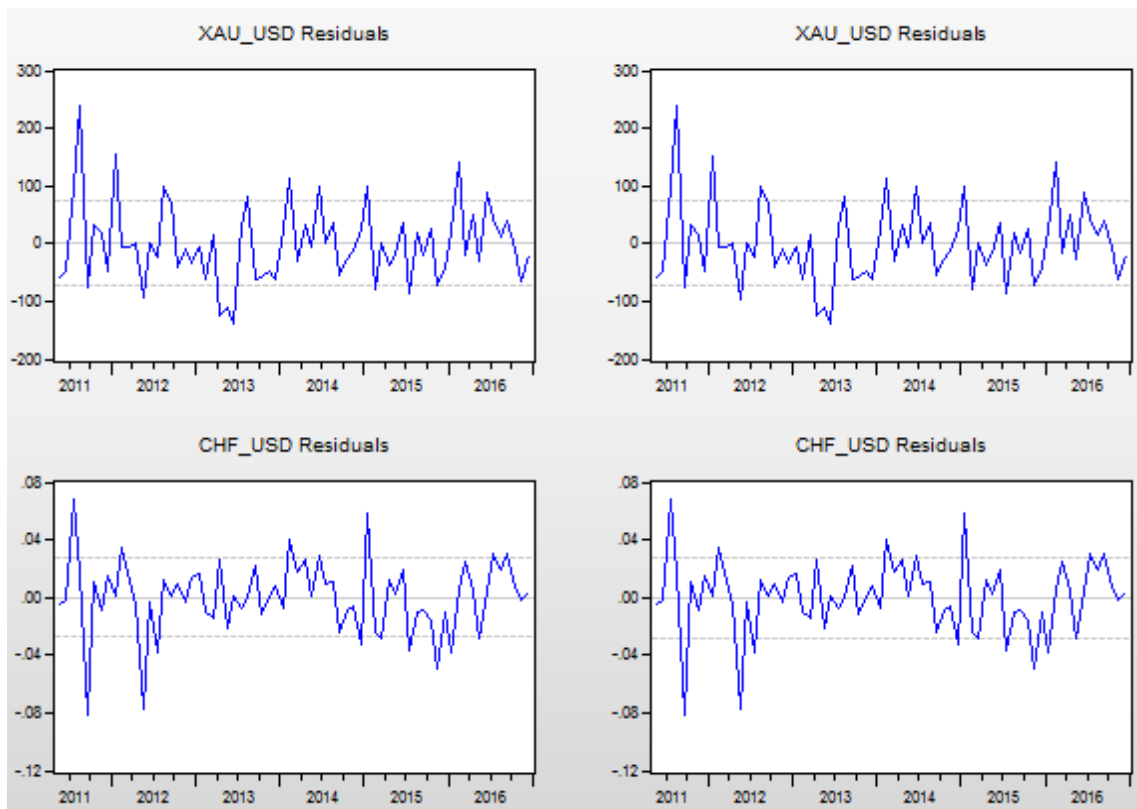
$$D(\text{XAU_USD}) = C(1)*(\text{XAU_USD}(-1) + 5083.49745924*\text{CHF_USD}(-1) + 18.2451542133*@\text{TREND}(06\text{M}01) - 8619.97341337) + C(2)*D(\text{XAU_USD}(-1)) + C(3)*D(\text{XAU_USD}(-2)) + C(4)*D(\text{XAU_USD}(-3)) + C(5)*D(\text{XAU_USD}(-4)) + C(6)*D(\text{CHF_USD}(-1)) + C(7)*D(\text{CHF_USD}(-2)) + C(8)*D(\text{CHF_USD}(-3)) + C(9)*D(\text{CHF_USD}(-4)) + C(10)$$

$$D(\text{CHF_USD}) = C(11)*(\text{XAU_USD}(-1) + 5083.49745924*\text{CHF_USD}(-1) + 18.2451542133*@\text{TREND}(06\text{M}01) - 8619.97341337) + C(12)*D(\text{XAU_USD}(-1)) + C(13)*D(\text{XAU_USD}(-2)) + C(14)*D(\text{XAU_USD}(-3)) + C(15)*D(\text{XAU_USD}(-4)) + C(16)*D(\text{CHF_USD}(-1)) + C(17)*D(\text{CHF_USD}(-2)) + C(18)*D(\text{CHF_USD}(-3)) + C(19)*D(\text{CHF_USD}(-4)) + C(20)$$

un

$$D(\text{XAU_USD}) = C(1)*(\text{XAU_USD}(-1) + 5086.75269203*\text{CHF_USD}(-1) + 18.9255361651*@\text{TREND}(06\text{M}01) - 8689.80334134) + C(2)*D(\text{XAU_USD}(-1)) + C(3)*D(\text{XAU_USD}(-2)) + C(4)*D(\text{XAU_USD}(-3)) + C(5)*D(\text{XAU_USD}(-4)) + C(6)*D(\text{CHF_USD}(-1)) + C(7)*D(\text{CHF_USD}(-2)) + C(8)*D(\text{CHF_USD}(-3)) + C(9)*D(\text{CHF_USD}(-4)) + C(10) + C(11)*@\text{TREND}(06\text{M}01)$$

$$D(\text{CHF_USD}) = C(12)*(\text{XAU_USD}(-1) + 5086.75269203*\text{CHF_USD}(-1) + 18.9255361651*@\text{TREND}(06\text{M}01) - 8689.80334134) + C(13)*D(\text{XAU_USD}(-1)) + C(14)*D(\text{XAU_USD}(-2)) + C(15)*D(\text{XAU_USD}(-3)) + C(16)*D(\text{XAU_USD}(-4)) + C(17)*D(\text{CHF_USD}(-1)) + C(18)*D(\text{CHF_USD}(-2)) + C(19)*D(\text{CHF_USD}(-3)) + C(20)*D(\text{CHF_USD}(-4)) + C(21) + C(22)*@\text{TREND}(06\text{M}01)$$



7.att Attiecīgo VEC modeļu atlikumu grafiskais attēlojumi

Redzmas, ka atlikumi izskatās pēc stacionāras rindas, kas apstiprina kointegrācijas esamību, kas tika noteikta ar Johansena testa palīdzību. Pārbaudīsim iegūto VEC modeļu koeficientu nozīmību.

Pēc testa rezultātiem (28.-29.pielikums) vāram secināt, ka aprakstošo mainīgo koeficienti ir nozīmīgi pirmajam un trešajam lagam pie $\alpha = 0.05$, kas liecina par kointegrācijas esamību.

NOBEIGUMS

Darba mērķis bija apskatīt zelta un Šveices franka kotējumus, izpētīt sakarības, kā arī noteikt, vai starp tiem pastāv kointegrācija.

Lai sasniegtu šo mērķi, darba tika apkopots materials par Vektoru autoregresijas modeli, kointegrāciju analīzi un kļūdas korekcijas modeli. teorijā, kā arī tika apstatītās datorprogrammas Eviews iespējas.

Praktiskās daļas gaitā, izmantojot vienības saknes testus, tika noskaidrots, ka laukrindas ir stacionāras ar vienādu integrācijas kārtu. Izmantojot Johansena metodi un LM testu tika noteikta VAR modeļa kārtā, veicot vektoru autoregresiju līmeņiem. Noskaidrojot lagu skaitu, tika izvēlēts modelis, kura atlikumi normāli sadalīti, homoskedastiski un nekorelēti..

Izmantojot Engla-Greindžera un Johansena metodes tika noskaidrots, ka starp laukrindām pastāv kointegrācijas attiecības periodā no 2011.gada maija līdz 2016.gada decembrim.

Darba sākumā dati tika ņemti periodā no 2006.gada janvāra līdz 2016.gada decembrim, tomēr šajā intervālā kointegrācija netika konstatēta. Līdz ar to tika izvēlēts cits periods, kurā starp pārim pastāv kointegrācijas attiecība. Ņemot vērā kointegrācijas attiecību esamību, tika novērtēts VEC modelis, kas saista zelta cenas un Šveices franka kotējumus.

IZMANTOTĀ LITERATŪRA UN AVOTI

1. **Hatemi-J, A.** "Multivariate tests for autocorrelation in the stable and unstable VAR models". *Economic Modelling*, 2004
2. **James G. MacKinnon.** *Critical Values for Cointegration Tests*. Queen's university, 2010
3. **Robert F. Engle and C. W. J. Granger (1987).** Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, Vol. 55, No. 2 (Mar., 1987)
4. **J.D.Hamilton.** *Time Series Analysis*, Princeton, New Jersey, 1984
5. **И. И. Елисева.** М.: Финансы и статистика, 2-е изд., перераб. и доп., 2007
6. **William H. Greene.** *Econometric analysis*, 2008, 6th Edition
7. **Gerald P. Dwyer.** *The Johansen Tests for Cointegration*, 2015
8. **N. Siņenko.** Laikrindu analīze. Lekciju konspekts, Latvijas Universitate, 2006.g. (elektroniskais mācību līdzeklis)
9. **Eviews 8 Users Guide II.**
10. **2Большая Энциклопедия нефти и газа.** Векторная авторегрессия.
<https://www.ngpedia.ru/id282627p1.html>

PIELIKUMI

1.pielikums

Null Hypothesis: XAU_USD has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.379935	0.5871
Test critical values: 1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(XAU_USD)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:19
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
XAU_USD(-1)	-0.059227	0.042920	-1.379935	0.1723
C	76.04766	60.22483	1.262729	0.2111
R-squared	0.028043	Mean dependent var		-6.085000
Adjusted R-squared	0.013316	S.D. dependent var		76.30845
S.E. of regression	75.79868	Akaike info criterion		11.52301
Sum squared resid	379199.0	Schwarz criterion		11.58829
Log likelihood	-389.7823	Hannan-Quinn criter.		11.54888
F-statistic	1.904220	Durbin-Watson stat		2.331561
Prob(F-statistic)	0.172264			

Null Hypothesis: XAU_USD has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.710614	0.2359
Test critical values:		
1% level	-4.098741	
5% level	-3.477275	
10% level	-3.166190	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(XAU_USD)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:21
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
XAU_USD(-1)	-0.198072	0.073073	-2.710614	0.0086
C	330.3066	124.5512	2.651974	0.0100
@TREND(2011M05)	-1.842226	0.797321	-2.310520	0.0240
R-squared	0.101812	Mean dependent var		-6.085000
Adjusted R-squared	0.074175	S.D. dependent var		76.30845
S.E. of regression	73.42383	Akaike info criterion		11.47349
Sum squared resid	350418.8	Schwarz criterion		11.57141
Log likelihood	-387.0986	Hannan-Quinn criter.		11.51229
F-statistic	3.683947	Durbin-Watson stat		2.190978
Prob(F-statistic)	0.030510			

Null Hypothesis: XAU_USD has a unit root
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 1 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-1.248885	0.6484
Test critical values:		
1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	5576.456
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	4645.156

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(XAU_USD)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:23
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
XAU_USD(-1)	-0.059227	0.042920	-1.379935	0.1723
C	76.04766	60.22483	1.262729	0.2111
R-squared	0.028043	Mean dependent var		-6.085000
Adjusted R-squared	0.013316	S.D. dependent var		76.30845
S.E. of regression	75.79868	Akaike info criterion		11.52301
Sum squared resid	379199.0	Schwarz criterion		11.58829
Log likelihood	-389.7823	Hannan-Quinn criter.		11.54888
F-statistic	1.904220	Durbin-Watson stat		2.331561
Prob(F-statistic)	0.172264			

Null Hypothesis: XAU_USD has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 3 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-2.656137	0.2578
Test critical values:		
1% level	-4.098741	
5% level	-3.477275	
10% level	-3.166190	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	5153.218
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	4894.207

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(XAU_USD)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:25
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
XAU_USD(-1)	-0.198072	0.073073	-2.710614	0.0086
C	330.3066	124.5512	2.651974	0.0100
@TREND(2011M05)	-1.842226	0.797321	-2.310520	0.0240
R-squared	0.101812	Mean dependent var		-6.085000
Adjusted R-squared	0.074175	S.D. dependent var		76.30845
S.E. of regression	73.42383	Akaike info criterion		11.47349
Sum squared resid	350418.8	Schwarz criterion		11.57141
Log likelihood	-387.0986	Hannan-Quinn criter.		11.51229
F-statistic	3.683947	Durbin-Watson stat		2.190978
Prob(F-statistic)	0.030510			

Null Hypothesis: XAU_USD is stationary
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 6 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.159300
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.216000
5% level	0.146000
10% level	0.119000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	14701.52
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	67426.74

KPSS Test Equation

Dependent Variable: XAU_USD

Method: Least Squares

Date: 05/22/17 Time: 18:26

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1683.444	29.52341	57.02066	0.0000
@TREND(2011M05)	-9.038044	0.760392	-11.88603	0.0000
R-squared	0.681586	Mean dependent var		1380.670
Adjusted R-squared	0.676762	S.D. dependent var		216.4723
S.E. of regression	123.0732	Akaike info criterion		12.49241
Sum squared resid	999703.3	Schwarz criterion		12.55769
Log likelihood	-422.7418	Hannan-Quinn criter.		12.51827
F-statistic	141.2776	Durbin-Watson stat		0.390398
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: XAU_USD is stationary
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 6 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.857832
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	46171.14
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	281632.1

KPSS Test Equation
 Dependent Variable: XAU_USD
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:27
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1380.670	26.25112	52.59469	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var		1380.670
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		216.4723
S.E. of regression	216.4723	Akaike info criterion		13.60740
Sum squared resid	3139638.	Schwarz criterion		13.64004
Log likelihood	-461.6516	Hannan-Quinn criter.		13.62033
Durbin-Watson stat	0.124773			

Null Hypothesis: CHF_USD has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.377165	0.1519
Test critical values:		
1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(CHF_USD)

Method: Least Squares

Date: 05/22/17 Time: 18:34

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHF_USD(-1)	-0.160244	0.067410	-2.377165	0.0204
C	0.169386	0.072427	2.338732	0.0224
R-squared	0.078867	Mean dependent var		-0.002547
Adjusted R-squared	0.064911	S.D. dependent var		0.032360
S.E. of regression	0.031292	Akaike info criterion		-4.061942
Sum squared resid	0.064626	Schwarz criterion		-3.996663
Log likelihood	140.1060	Hannan-Quinn criter.		-4.036077
F-statistic	5.650912	Durbin-Watson stat		2.191877
Prob(F-statistic)	0.020353			

Null Hypothesis: CHF_USD has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.402109	0.0596
Test critical values:		
1% level	-4.098741	
5% level	-3.477275	
10% level	-3.166190	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(CHF_USD)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:36
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHF_USD(-1)	-0.303397	0.089179	-3.402109	0.0011
C	0.343144	0.101789	3.371128	0.0013
@TREND(2011M05)	-0.000602	0.000256	-2.353066	0.0217
R-squared	0.151173	Mean dependent var		-0.002547
Adjusted R-squared	0.125055	S.D. dependent var		0.032360
S.E. of regression	0.030269	Akaike info criterion		-4.114280
Sum squared resid	0.059553	Schwarz criterion		-4.016360
Log likelihood	142.8855	Hannan-Quinn criter.		-4.075481
F-statistic	5.788140	Durbin-Watson stat		2.055240
Prob(F-statistic)	0.004860			

Null Hypothesis: CHF_USD has a unit root
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 2 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-2.189765	0.2119
Test critical values:		
1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.000950
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000790

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(CHF_USD)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:37
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHF_USD(-1)	-0.160244	0.067410	-2.377165	0.0204
C	0.169386	0.072427	2.338732	0.0224
R-squared	0.078867	Mean dependent var		-0.002547
Adjusted R-squared	0.064911	S.D. dependent var		0.032360
S.E. of regression	0.031292	Akaike info criterion		-4.061942
Sum squared resid	0.064626	Schwarz criterion		-3.996663
Log likelihood	140.1060	Hannan-Quinn criter.		-4.036077
F-statistic	5.650912	Durbin-Watson stat		2.191877
Prob(F-statistic)	0.020353			

Null Hypothesis: CHF_USD has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 3 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-3.440884	0.0545
Test critical values:		
1% level	-4.098741	
5% level	-3.477275	
10% level	-3.166190	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.000876
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000903

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(CHF_USD)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 18:38
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHF_USD(-1)	-0.303397	0.089179	-3.402109	0.0011
C	0.343144	0.101789	3.371128	0.0013
@TREND(2011M05)	-0.000602	0.000256	-2.353066	0.0217
R-squared	0.151173	Mean dependent var		-0.002547
Adjusted R-squared	0.125055	S.D. dependent var		0.032360
S.E. of regression	0.030269	Akaike info criterion		-4.114280
Sum squared resid	0.059553	Schwarz criterion		-4.016360
Log likelihood	142.8855	Hannan-Quinn criter.		-4.075481
F-statistic	5.788140	Durbin-Watson stat		2.055240
Prob(F-statistic)	0.004860			

Null Hypothesis: CHF_USD is stationary
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 6 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.697120
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.003185
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.013940

KPSS Test Equation

Dependent Variable: CHF_USD

Method: Least Squares

Date: 05/22/17 Time: 18:39

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.070399	0.006895	155.2471	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var		1.070399
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.056856
S.E. of regression	0.056856	Akaike info criterion		-2.881993
Sum squared resid	0.216585	Schwarz criterion		-2.849353
Log likelihood	98.98777	Hannan-Quinn criter.		-2.869060
Durbin-Watson stat	0.324761			

Null Hypothesis: CHF_USD is stationary
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 5 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.092222
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.216000
5% level	0.146000
10% level	0.119000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.001698
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.005531

KPSS Test Equation

Dependent Variable: CHF_USD

Method: Least Squares

Date: 05/22/17 Time: 18:40

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.136218	0.010033	113.2458	0.0000
@TREND(2011M05)	-0.001965	0.000258	-7.603257	0.0000
R-squared	0.466923	Mean dependent var		1.070399
Adjusted R-squared	0.458846	S.D. dependent var		0.056856
S.E. of regression	0.041825	Akaike info criterion		-3.481671
Sum squared resid	0.115456	Schwarz criterion		-3.416391
Log likelihood	120.3768	Hannan-Quinn criter.		-3.455805
F-statistic	57.80952	Durbin-Watson stat		0.605014
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: D(XAU_USD) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.22508	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(XAU_USD,2)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 19:57
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(XAU_USD(-1))	-1.202430	0.117596	-10.22508	0.0000
C	-6.857478	9.132124	-0.750918	0.4554
R-squared	0.613022	Mean dependent var		-2.268971
Adjusted R-squared	0.607159	S.D. dependent var		120.0032
S.E. of regression	75.21445	Akaike info criterion		11.50753
Sum squared resid	373376.1	Schwarz criterion		11.57281
Log likelihood	-389.2562	Hannan-Quinn criter.		11.53340
F-statistic	104.5523	Durbin-Watson stat		2.042772
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: D(XAU_USD) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 0 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-10.22508	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	5490.825
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	5490.825

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(XAU_USD,2)

Method: Least Squares

Date: 05/22/17 Time: 20:02

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(XAU_USD(-1))	-1.202430	0.117596	-10.22508	0.0000
C	-6.857478	9.132124	-0.750918	0.4554
R-squared	0.613022	Mean dependent var		-2.268971
Adjusted R-squared	0.607159	S.D. dependent var		120.0032
S.E. of regression	75.21445	Akaike info criterion		11.50753
Sum squared resid	373376.1	Schwarz criterion		11.57281
Log likelihood	-389.2562	Hannan-Quinn criter.		11.53340
F-statistic	104.5523	Durbin-Watson stat		2.042772
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: D(XAU_USD) is stationary
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 1 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.060142
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	5737.347
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	4569.169

KPSS Test Equation

Dependent Variable: D(XAU_USD)

Method: Least Squares

Date: 05/22/17 Time: 20:03

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-6.085000	9.253758	-0.657571	0.5131
R-squared	0.000000	Mean dependent var		-6.085000
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		76.30845
S.E. of regression	76.30845	Akaike info criterion		11.52204
Sum squared resid	390139.6	Schwarz criterion		11.55468
Log likelihood	-390.7494	Hannan-Quinn criter.		11.53497
Durbin-Watson stat	2.405175			

Null Hypothesis: D(CHF_USD) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.874938	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(CHF_USD,2)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 20:05
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CHF_USD(-1))	-1.160391	0.117509	-9.874938	0.0000
C	-0.002797	0.003903	-0.716445	0.4762
R-squared	0.596366	Mean dependent var		-0.000991
Adjusted R-squared	0.590250	S.D. dependent var		0.050230
S.E. of regression	0.032153	Akaike info criterion		-4.007628
Sum squared resid	0.068233	Schwarz criterion		-3.942348
Log likelihood	138.2594	Hannan-Quinn criter.		-3.981762
F-statistic	97.51441	Durbin-Watson stat		2.081228
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: D(CHF_USD) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 0 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-9.874938	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.530030	
5% level	-2.904848	
10% level	-2.589907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.001003
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.001003

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(CHF_USD,2)
 Method: Least Squares
 Date: 05/22/17 Time: 20:06
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CHF_USD(-1))	-1.160391	0.117509	-9.874938	0.0000
C	-0.002797	0.003903	-0.716445	0.4762
R-squared	0.596366	Mean dependent var		-0.000991
Adjusted R-squared	0.590250	S.D. dependent var		0.050230
S.E. of regression	0.032153	Akaike info criterion		-4.007628
Sum squared resid	0.068233	Schwarz criterion		-3.942348
Log likelihood	138.2594	Hannan-Quinn criter.		-3.981762
F-statistic	97.51441	Durbin-Watson stat		2.081228
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: D(CHF_USD) is stationary
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 0 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.026206
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.001032
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.001032

KPSS Test Equation

Dependent Variable: D(CHF_USD)

Method: Least Squares

Date: 05/22/17 Time: 20:07

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002547	0.003924	-0.649064	0.5185
R-squared	0.000000	Mean dependent var		-0.002547
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.032360
S.E. of regression	0.032360	Akaike info criterion		-4.009203
Sum squared resid	0.070159	Schwarz criterion		-3.976563
Log likelihood	137.3129	Hannan-Quinn criter.		-3.996270
Durbin-Watson stat	2.374224			

Pairwise Granger Causality Tests

Date: 05/24/17 Time: 01:42

Sample: 2011M05 2016M12

Lags: 2

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
CHF_USD does not Granger Cause XAU_USD	68	0.87279	0.4228
XAU_USD does not Granger Cause CHF_USD		1.44520	0.2434

Dependent Variable: XAU_USD

Method: Least Squares

Date: 05/24/17 Time: 01:59

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHF_USD	1906.067	405.6988	4.698232	0.0000
C	-659.5817	434.8625	-1.516759	0.1341
R-squared	0.250625	Mean dependent var		1380.670
Adjusted R-squared	0.239271	S.D. dependent var		216.4723
S.E. of regression	188.8067	Akaike info criterion		13.34830
Sum squared resid	2352766.	Schwarz criterion		13.41357
Log likelihood	-451.8420	Hannan-Quinn criter.		13.37416
F-statistic	22.07339	Durbin-Watson stat		0.135466
Prob(F-statistic)	0.000014			

Null Hypothesis: RESID_ESTIM has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.037641	0.5702
Test critical values:		
1% level	-4.100935	
5% level	-3.478305	
10% level	-3.166788	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(RESID_ESTIM)
 Method: Least Squares
 Date: 05/24/17 Time: 03:07
 Sample (adjusted): 2011M06 2016M12
 Included observations: 67 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESID_ESTIM(-1)	-0.109939	0.053954	-2.037641	0.0457
C	24.65410	19.65053	1.254628	0.2142
@TREND(2011M05)	-0.732103	0.522396	-1.401433	0.1659
R-squared	0.062223	Mean dependent var		-0.336133
Adjusted R-squared	0.032917	S.D. dependent var		69.49088
S.E. of regression	68.33758	Akaike info criterion		11.33054
Sum squared resid	298881.6	Schwarz criterion		11.42926
Log likelihood	-376.5731	Hannan-Quinn criter.		11.36960
F-statistic	2.123243	Durbin-Watson stat		2.180627
Prob(F-statistic)	0.127994			

VAR Residual Serial Correlation LM Tests
Null Hypothesis: no serial correlation at lag
order h
Date: 05/30/17 Time: 21:37
Sample: 2011M05 2016M12
Included observations: 68

Lags	LM-Stat	Prob
1	2.792532	0.5931
2	3.156750	0.5319
3	10.14756	0.0380
4	1.162068	0.8843
5	5.052649	0.2819
6	0.907575	0.9235
7	0.121176	0.9982
8	5.578102	0.2329
9	5.332691	0.2548
10	1.305157	0.8605
11	2.396724	0.6632
12	4.057398	0.3983

Probs from chi-square with 4 df.

VAR Residual Normality Tests
 Orthogonalization: Cholesky (Lutkepohl)
 Null Hypothesis: residuals are multivariate normal
 Date: 05/30/17 Time: 21:38
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68

Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.
1	0.602812	4.118336	1	0.0424
2	-0.034466	0.013463	1	0.9076
Joint		4.131798	2	0.1267

Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	3.244778	0.169763	1	0.6803
2	3.656082	1.219591	1	0.2694
Joint		1.389354	2	0.4992

Component	Jarque-Bera	df	Prob.
1	4.288099	2	0.1172
2	1.233053	2	0.5398
Joint	5.521152	4	0.2379

VAR Residual Heteroskedasticity Tests: No Cross Terms (only levels and squares)

Date: 05/30/17 Time: 21:38

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Joint test:

Chi-sq	df	Prob.
87.34961	48	0.0004

Individual components:

Dependent	R-squared	F(16,51)	Prob.	Chi-sq(16)	Prob.
res1*res1	0.587170	4.533604	0.0000	39.92759	0.0008
res2*res2	0.488428	3.043299	0.0013	33.21313	0.0069
res2*res1	0.282688	1.256174	0.2612	19.22280	0.2573

Date: 05/30/17 Time: 21:51
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68
 Series: XAU_USD CHF_USD
 Lags interval: 1 to 4

Selected (0.05
 level*) Number
 of Cointegrating
 Relations by
 Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Trace	0	0	0	0	1
Max-Eig	0	0	0	1	1

*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Information
 Criteria by
 Rank and
 Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
No. of CEs	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend

	Log Likelihood by Rank (rows) and Model (columns)				
0	-234.7376	-234.7376	-234.2920	-234.2920	-234.2626
1	-233.9166	-231.6451	-231.3082	-223.0195	-223.0128
2	-233.5929	-230.8259	-230.8259	-221.4930	-221.4930

	Akaike Information Criteria by Rank (rows) and Model (columns)				
0	7.374635	7.374635	7.420354	7.420354	7.478312
1	7.468134	7.430738	7.450242	7.235866*	7.265083
2	7.576261	7.553702	7.553702	7.338030	7.338030

	Schwarz Criteria by Rank (rows) and Model (columns)				
0	7.896872*	7.896872*	8.007871	8.007871	8.131108
1	8.120930	8.116174	8.168318	7.986582	8.048439
2	8.359617	8.402337	8.402337	8.251945	8.251945

Vector Error Correction Estimates

Date: 05/27/17 Time: 17:08

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1	
XAU_USD(-1)	1.000000	
CHF_USD(-1)	5083.497 (1058.90) [4.80075]	
@TREND(06M01)	18.24515 (2.47702) [7.36576]	
C	-8619.973	
Error Correction:	D(XAU_USD)	D(CHF_USD)
CointEq1	-0.127316 (0.05942) [-2.14247]	-0.000107 (2.2E-05) [-4.77376]
D(XAU_USD(-1))	-0.113568 (0.15397) [-0.73761]	1.87E-05 (5.8E-05) [0.32209]
D(XAU_USD(-2))	0.142456 (0.15325) [0.92955]	6.11E-05 (5.8E-05) [1.05946]
D(XAU_USD(-3))	0.028682 (0.14760) [0.19431]	4.09E-05 (5.6E-05) [0.73642]
D(XAU_USD(-4))	-0.065469 (0.14488) [-0.45189]	3.35E-05 (5.5E-05) [0.61533]
D(CHF_USD(-1))	514.9177 (343.526) [1.49892]	0.150454 (0.12928) [1.16376]
D(CHF_USD(-2))	-254.7932 (345.165) [-0.73818]	0.148751 (0.12990) [1.14513]
D(CHF_USD(-3))	517.9096 (350.554) [1.47740]	0.320668 (0.13193) [2.43064]
D(CHF_USD(-4))	512.6176 (349.545) [1.46653]	0.071931 (0.13155) [0.54680]
C	-5.141596 (8.93957) [-0.57515]	-0.001713 (0.00336) [-0.50913]

R-squared	0.202921	0.372239
Adj. R-squared	0.079237	0.274828
Sum sq. resids	310971.9	0.044043
S.E. equation	73.22284	0.027557
F-statistic	1.640636	3.821324
Log likelihood	-383.0381	153.1432
Akaike AIC	11.55994	-4.210094
Schwarz SC	11.88634	-3.883695
Mean dependent	-6.085000	-0.002547
S.D. dependent	76.30845	0.032360
<hr/>		
Determinant resid covariance (dof adj.)		3.326002
Determinant resid covariance		2.419695
Log likelihood		-223.0195
Akaike information criterion		7.235866
Schwarz criterion		7.986582
<hr/>		

Vector Error Correction Estimates

Date: 05/27/17 Time: 17:08

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1	
XAU_USD(-1)	1.000000	
CHF_USD(-1)	5086.753 (1068.66) [4.75995]	
@TREND(06M01)	18.92554	
C	-8689.803	
Error Correction:	D(XAU_USD)	D(CHF_USD)
CointEq1	-0.126943 (0.05998) [-2.11631]	-0.000107 (2.3E-05) [-4.72694]
D(XAU_USD(-1))	-0.114362 (0.15549) [-0.73549]	1.86E-05 (5.9E-05) [0.31865]
D(XAU_USD(-2))	0.141746 (0.15474) [0.91604]	6.11E-05 (5.8E-05) [1.04902]
D(XAU_USD(-3))	0.028078 (0.14900) [0.18845]	4.09E-05 (5.6E-05) [0.72916]
D(XAU_USD(-4))	-0.065775 (0.14616) [-0.45002]	3.35E-05 (5.5E-05) [0.60958]
D(CHF_USD(-1))	513.2525 (346.969) [1.47925]	0.150528 (0.13059) [1.15272]
D(CHF_USD(-2))	-256.6124 (348.705) [-0.73590]	0.148823 (0.13124) [1.13399]
D(CHF_USD(-3))	516.0030 (354.196) [1.45683]	0.320754 (0.13331) [2.40616]
D(CHF_USD(-4))	510.9595 (353.034) [1.44734]	0.072011 (0.13287) [0.54197]
C	-9.268341 (45.9734) [-0.20160]	-0.008771 (0.01730) [-0.50690]
@TREND(06M01)	0.042207 7.24E-05	

	(0.46426) [0.09091]	(0.00017) [0.41430]
R-squared	0.203010	0.372241
Adj. R-squared	0.063187	0.262108
Sum sq. resids	310937.5	0.044043
S.E. equation	73.85827	0.027797
F-statistic	1.451906	3.379919
Log likelihood	-383.0344	153.1433
Akaike AIC	11.58925	-4.180685
Schwarz SC	11.94828	-3.821646
Mean dependent	-6.085000	-0.002547
S.D. dependent	76.30845	0.032360
Determinant resid covariance (dof adj.)		3.443056
Determinant resid covariance		2.419223
Log likelihood		-223.0128
Akaike information criterion		7.265083
Schwarz criterion		8.048439

System: UNTITLED

Estimation Method: Least Squares

Date: 05/30/17 Time: 21:58

Sample: 2011M05 2016M12

Included observations: 68

Total system (balanced) observations 136

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.127316	0.059425	-2.142470	0.0342
C(2)	-0.113568	0.153967	-0.737614	0.4622
C(3)	0.142456	0.153252	0.929551	0.3545
C(4)	0.028682	0.147604	0.194315	0.8463
C(5)	-0.065469	0.144879	-0.451890	0.6522
C(6)	514.9177	343.5256	1.498921	0.1366
C(7)	-254.7932	345.1654	-0.738177	0.4619
C(8)	517.9096	350.5543	1.477402	0.1423
C(9)	512.6176	349.5448	1.466529	0.1452
C(10)	-5.141596	8.939574	-0.575150	0.5663
C(11)	-0.000107	2.24E-05	-4.773761	0.0000
C(12)	1.87E-05	5.79E-05	0.322090	0.7480
C(13)	6.11E-05	5.77E-05	1.059458	0.2916
C(14)	4.09E-05	5.55E-05	0.736421	0.4630
C(15)	3.35E-05	5.45E-05	0.615329	0.5395
C(16)	0.150454	0.129282	1.163763	0.2469
C(17)	0.148751	0.129899	1.145128	0.2545
C(18)	0.320668	0.131927	2.430640	0.0166
C(19)	0.071931	0.131547	0.546804	0.5856
C(20)	-0.001713	0.003364	-0.509131	0.6116
Determinant residual covariance	2.419695			

Equation: $D(XAU_USD) = C(1) * (XAU_USD(-1) + 5083.49745924 * CHF_USD(-1) + 18.2451542133 * @TREND(06M01) - 8619.97341337) + C(2) * D(XAU_USD(-1)) + C(3) * D(XAU_USD(-2)) + C(4) * D(XAU_USD(-3)) + C(5) * D(XAU_USD(-4)) + C(6) * D(CHF_USD(-1)) + C(7) * D(CHF_USD(-2)) + C(8) * D(CHF_USD(-3)) + C(9) * D(CHF_USD(-4)) + C(10)$

Observations: 68

R-squared	0.202921	Mean dependent var	-6.085000
Adjusted R-squared	0.079237	S.D. dependent var	76.30845
S.E. of regression	73.22284	Sum squared resid	310971.9
Durbin-Watson stat	1.914792		

Equation: $D(CHF_USD) = C(11) * (XAU_USD(-1) + 5083.49745924 * CHF_USD(-1) + 18.2451542133 * @TREND(06M01) - 8619.97341337) + C(12) * D(XAU_USD(-1)) + C(13) * D(XAU_USD(-2)) + C(14) * D(XAU_USD(-3)) + C(15) * D(XAU_USD(-4)) + C(16) * D(CHF_USD(-1)) + C(17) * D(CHF_USD(-2)) + C(18) * D(CHF_USD(-3)) + C(19) * D(CHF_USD(-4)) + C(20)$

Observations: 68

R-squared	0.372239	Mean dependent var	-0.002547
Adjusted R-squared	0.274828	S.D. dependent var	0.032360
S.E. of regression	0.027557	Sum squared resid	0.044043
Durbin-Watson stat	2.020827		

System: UNTITLED
 Estimation Method: Least Squares
 Date: 05/30/17 Time: 22:00
 Sample: 2011M05 2016M12
 Included observations: 68
 Total system (balanced) observations 136

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.126943	0.059983	-2.116314	0.0365
C(2)	-0.114362	0.155491	-0.735486	0.4636
C(3)	0.141746	0.154737	0.916042	0.3616
C(4)	0.028078	0.148999	0.188446	0.8509
C(5)	-0.065775	0.146160	-0.450022	0.6535
C(6)	513.2525	346.9689	1.479246	0.1418
C(7)	-256.6124	348.7051	-0.735901	0.4633
C(8)	516.0030	354.1957	1.456830	0.1479
C(9)	510.9595	353.0344	1.447336	0.1505
C(10)	-9.268341	45.97335	-0.201602	0.8406
C(11)	0.042207	0.464262	0.090912	0.9277
C(12)	-0.000107	2.26E-05	-4.726944	0.0000
C(13)	1.86E-05	5.85E-05	0.318653	0.7506
C(14)	6.11E-05	5.82E-05	1.049021	0.2964
C(15)	4.09E-05	5.61E-05	0.729165	0.4674
C(16)	3.35E-05	5.50E-05	0.609577	0.5434
C(17)	0.150528	0.130585	1.152716	0.2514
C(18)	0.148823	0.131239	1.133986	0.2592
C(19)	0.320754	0.133305	2.406164	0.0177
C(20)	0.072011	0.132868	0.541973	0.5889
C(21)	-0.008771	0.017303	-0.506905	0.6132
C(22)	7.24E-05	0.000175	0.414297	0.6794
Determinant residual covariance	2.419223			

Equation: $D(XAU_USD) = C(1)*(XAU_USD(-1) + 5086.75269203 *CHF_USD(-1) + 18.9255361651*@TREND(06M01) - 8689.80334134) + C(2)*D(XAU_USD(-1)) + C(3)*D(XAU_USD(-2)) + C(4)*D(XAU_USD(-3)) + C(5)*D(XAU_USD(-4)) + C(6)*D(CHF_USD(-1)) + C(7)*D(CHF_USD(-2)) + C(8)*D(CHF_USD(-3)) + C(9)*D(CHF_USD(-4)) + C(10) + C(11)*@TREND(06M01)$

Observations: 68

R-squared	0.203010	Mean dependent var	-6.085000
Adjusted R-squared	0.063187	S.D. dependent var	76.30845
S.E. of regression	73.85827	Sum squared resid	310937.5
Durbin-Watson stat	1.914043		

Equation: $D(CHF_USD) = C(12)*(XAU_USD(-1) + 5086.75269203 *CHF_USD(-1) + 18.9255361651*@TREND(06M01) - 8689.80334134) + C(13)*D(XAU_USD(-1)) + C(14)*D(XAU_USD(-2)) + C(15)*D(XAU_USD(-3)) + C(16)*D(XAU_USD(-4)) + C(17)*D(CHF_USD(-1)) + C(18)*D(CHF_USD(-2)) + C(19)*D(CHF_USD(-3)) + C(20)*D(CHF_USD(-4)) + C(21) + C(22)*@TREND(06M01)$

Observations: 68

R-squared	0.372241	Mean dependent var	-0.002547
Adjusted R-squared	0.262108	S.D. dependent var	0.032360
S.E. of regression	0.027797	Sum squared resid	0.044043
Durbin-Watson stat	2.020833		

Bakalaura darbs „VAR modeļu un kointegrācijas analīzes pielietojums zelta cenas analīzē”
izstrādāts LU Fizikas un matemātikas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie
informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autors: _____ Aleksejs Aļeksņins

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītāja: Dr.math Nadežda Siņenko _____ 05.06.2017.

Recenzents: _____

Darbs iesniegts Matemātikas nodaļā __.06.2017.

Dekāna pilnvarotā persona: vecākā metodiķe Dzintra Holsta

Darbs aizstāvēts Valsts pārbaudījuma komisijas sēdē

____ 06.2017. prot. Nr. _____

Komisijas sekretāre: asociētā profesore Ingrīda Uljane