LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE

VALSTS PĀRBAUDES DARBA MATEMĀTIKĀ 9. KLASĒ DIDAKTISKĀ ANALĪZE

MAĢISTRA DARBS

Autore: Nadežda Žuka
Studenta apliecības Nr. Nz07002
Darba vadītājs: asoc. prof. Jānis Mencis

Rīga 2015

ANOTĀCIJA

Maģistra darbā „Valsts pārbaudes darba matemātikā 9. klasē didaktiskā analīze” tiek izpētīta aktuāla problēma – kā labāk sagatavoties eksāmenam 9. klasē. Darbā tiek izpētīti un analizēti pārbaudes darbi no četrām valstīm. Izveidots uzdevumu komplekts, kas satur uzdevumus no eksāmeniem Somijā, Dānijā un Krievijā.

Sagatavotais materiāls ir noderīgs topošajiem un praktizējošajiem matemātikas skolotājiem, kas gatavo skolēnus 9. klases pārbaudes darba kārtošanai. Darbā izmantots diagnosticējoša darba 8. klasē rezultātu pētījums.

Darbā ir 53 lapas puses, 6 nodaļas ar 13 attēliem, 17 bibliogrāfiskā saraksta vienības. Pielikumā tabulas.

Atslēgvārdi: eksāmena uzdevumi, didaktiskā analīze, pārbaudes darbs, izglītības standarts matemātikā.

ANNOTATION

The Master's work "Didactics analysis of national testing in Mathematics 9th Grade" is has investigated an actual problem – how better to prepare for the exam in Grade 9. The author has researched and analyzed the tests of four countries. The set of tasks containing tasks from the exams in Finland, Denmark and Russia has been creaded.

The prepared material is useful for teachers of the Mathematics, who are preparing students to pass Grade 9 exam. Diagnostic work research results of 8th grade are used in the work.

The Master's work has 53 pages, 6 chapters with 13 images, 17 bibliography items. There are tables in the annex.

Keywords: exams tasks, didactic analysis, tests, the standard of education in Mathematics.

SATURS

IEVADS

Sagatavoties matemātikas eksāmena kārtošanai ir atbildīgs process. Matemātika – viena no grūtākajām, kā arī viena no svarīgākajām skolas disciplīnām. No sekmēm dotajā priekšmetā ir atkarīga skolēna nākotne, jo jau pēc 9. klases skolēni definē savas dzīves prioritātes tuvākajiem diviem, trim gadiem. Pēc eksāmenu rezultātiem skolēnus pieņem 10. klasē vai profesionālajās koledžās[4].

Matemātikas mācību priekšmeta mērķis ir veidot skolēnu izpratni par matemātiskām metodēm un attīstīt prasmes tās lietot pasaules izzināšanā, citos mācību priekšmetos un daudzveidīgā darbībā[5].

Matemātikas mācību priekšmeta uzdevumi 7.-9. klasei tiek dalīti algebrā un ģeometrijā. Algebras mācību uzdevumi:

- apgūt prasmes un iemaņas izpildīt darbības ar reāliem skaitļiem galvā, rakstos, ar kalkulatoru vai datoru, novērtēt tuvināti darbību rezultātus, identiski pārveidot algebriskas izteiksmes;
- apgūt prasmes risināt vienādojumus un vienādojumu sistēmas, nevienādības un nevienādību sistēmas ar vienu mainīgo;
- apgūt dažādas funkcionālās sakarības starp lielumiem, izprast to izteikšanas un pētīšanas metodes (vārdos, tabulā, formulā un grafikā) un lietot tās praktisku uzdevumu risināšanā;
- apgūt prasmes un iemaņas risināt praktiska satura uzdevumus, izmantojot algebriskus un statistiskus paņēmienus, kas saistīti ar sadzīves, dabaszinātņu, vides un veselības jautājumiem;
- veicināt prasmi precīzi un objektīvi interpretēt un apspriest datu attīstību;
- apgūt prasmes pareizi lietot algebrisko terminoloģiju, veikt pamatojumus, veicināt spējas objektīvi izvērtēt dažādus viedokļus.

Ģeometrijas mācību uzdevumi:

- apgūt ģeometriskās figūras, to īpašības un pazīmes, veidojot izpratni par ģeometriju kā vienotu sistēmu;
- attīstīt prasmes strādāt ar zīmēšanas un mērīšanas instrumentiem, veikt mērījumus zīmējumos un āra nodarbībās;
- apgūt prasmes un iemaņas atrisināt praktiska satura uzdevumus, izmantojot ģeometriskus paņēmienus, apzinoties to nozīmi ikdienas dzīvē;

- attīstīt prasmi lietot ģeometrisko valodu, veidojot priekšstatus par jēdzieniem: teorēma, aksioma, ģeometriska objekta īpašības un pazīmes, pierādījums, izsakot savu viedokli, pamatojot tā pareizību un uzklausot citus;
- veidot prasmi noformēt uzdevuma atrisinājumu, lietojot ģeometrijas simboliku un terminoloģiju, izprotot nepieciešamību veidot precīzus matemātiskus pamatojumus;
- apgūt prasmi strādāt gan individuāli, gan grupā, lietot dažādas tehnoloģijas ģeometrijas apgūšanā.

Diplomandes darba mērķis ir izpētīt matemātikas 9. klases eksāmenu uzdevumus pēdējo septiņu gadu laikā, lai izstrādātu palīgmateriālu matemātikas skolotājiem un skolēniem, kas gatavojas eksāmenu kārtošanai.

2012./2013. mācību gadā diplomande piedalījās *Comenius* projektā jaunajiem skolotājiem un viena mācību gada laikā izgāja praksi skolā Dānijas Karalistes ziemeļos-Bronderslevā un bija angļu valodas un matemātikas skolotāju palīgs.

2012. gada beigās tika publicēts saraksts ar visveiksmīgākajām izglītības sistēmām. Sarakstu izveidoja britu kompānija *Pearsons*. Pirmās vietas ieguvēji ir Somija, Dienvidkoreja un Honkonga. Divdesmitniekā tika iekļauta Dānija – kopējā reitingā 12. vieta. *Pearsons* izmantoja PISA testu rezultātus. Vācijai – 16. vieta pēc rezultātiem PISA testa matemātikā, Dānijai bija 22. vieta, Latvijai – 28., Krievijai – 34., ASV – 36. vieta.

Mēs zinām, ka Latvijas izglītības sistēma sastāv no pirmskolas izglītības, pamatizglītības, vidējās izglītības un augstākās izglītības. Vispārējā izglītība ilgst pavisam 12 gadus, ietverot obligāto 9-gadīgo pamatizglītību un 3-gadīgo vidējo izglītību.

Dānijā skolas (līdz 9. klasei) sauc par tautskolām, bet arī sastopams nosaukums vidusskolas, kas Latvijā aptver 10. – 12. klasi, un tās sauc par ģimnāzijām. Skolēnu zināšanu pilnveide turpinās arī ģimnāzijās, kur šim procesam ir nepieciešama motivācija – jaunieši apzinās šo zināšanu nepieciešamību savas nākotnes profesijas apguvē. Ja skolēns jūt, ka nav sagatavots mācībām ģimnāzijā, var iestāties 10. klasē un padziļināti apgūt mācību priekšmetus pēc izvēles.

Tāpat kā Latvijā, eksāmenus pieņem skolotāji (tai skaitā no citām skolām). Dāņu skolās atzīmes netiek liktas, līdz pat 7. klasei ieskaitot. Skolotāji mācību laikā liek atzīmes tikai savai zināšanai, t.i., kā novērojums. Sākot ar 8. klasi, tiek izmantota septiņu baļļu sistēma, kura ir atšķirīga no mūsu vērtēšanas sistēmas. Dānijā individuālo darbu vērtē ar 12, 10, 7, 4, 02, 00 un -3 ballēm. Piemēram, 10 balles var iegūt par darbu, kas mūsu skolās būtu vērtēts ar atzīmi ļoti labi vai teicami. Skolotāji bieži vērtē ļoti labu darbu ar atzīmi 10 ar vairākiem plusiem. Bet 12 balles var iegūt par izcili izpildītu darbu, kas mums būtu vērtēts ar atzīmi 10.

Pabeidzot 9. klasi, skolēniem ir jānokārto eksāmens septiņos priekšmetos. Pieci no tiem ir obligāti visiem skolēniem, taču divi ir izvēles. Viens no obligātajiem ir rakstiskais eksāmens matemātikā. Vēl pirms 10 gadiem bija mutiskais, un pie tā vēlas atgriezties. Dānijā matemātikas mācību stundās tika izmantotas tādas pašas metodes kā pie mums Latvijā, konkrēti tās ir: darbs ar tekstu, diskusijas, IT izmantošana, demonstrēšana, problēmu risināšana. Vēlos atzīmēt, ka skolēni 9. klasē, pētot funkcijas, vairāk pievērš uzmanību analīzei, nevis grafika zīmēšanai. Skolēni zīmē grafikus ar *Geo Geobra* (varbūt ne visiem mums labi atpazīstama programmatūra). Skolēni programmā izveido grafikus vajadzīgajām funkcijām un tad tās pēta.

Matemātikas mērķis abās valstīs ir veidot skolēna izpratni par matemātiskajām metodēm un attīstīt prasmes tās pielietot pasaules izzināšanā, kā arī citos mācību priekšmetos un daudzveidīgajā darbībā. Latvijā, runājot par mācību priekšmeta uzdevumiem, nepieciešams radīt skolēnam iespēju veicināt domāšanas attīstību, veidojot prasmi izteikt matemātiski pamatotus spriedumus, apgūstot problēmu risināšanas pieredzi. Dānijā ir analoģiski uzdevumi.

Lai izstrādātu materiālu skolotājiem, jāņem vērā šādi mācību satura (skat. 1. pielikums) sekojoši punkti:

- skaitļi un darbības ar tiem;
- algebriskas izteiksmes un darbības ar tām;
- ģeometriskas figūras un to pētīšana;
- lielumi un to mērīšana, sakarības starp tiem;
- informācijas apstrādes, statistikas un varbūtību teorijas elementi;
- matemātiskā valoda;
- matemātisko modeļu veidošana un analizēšana.

Lai izveidotu uzdevumus, kas pielietojami 9. klases skolēniem, jāņem vērā sasniedzamie rezultāti, kuri ir pieejami 2. pielikumā.

Galvenie temati un prasības citā redakcijā var izteikt kā pamatprasības, kas ir pieejamas 3. pielikumā.

1. DIAGNOSTICĒJOŠAIS DARBS MATEMĀTIKĀ 8.KLASĒ

Rakstot šo daļu, tika izmantots informatīvais materiāls[6], ar kuru gan praktizējošie, gan topošie matemātikas skolotāji nav iepazinušies.

Starptautiskā pētījuma OECD PISA 2012.gada rezultāti parāda, ka Latvijā ir salīdzinoši neliels 15 gadīgo skolēnu ar augstiem sasniegumiem matemātikā īpatsvars, turklāt šim rādītājam nav vērojama tendence pieaugt – tas ir palicis 2003.gada līmenī.

Izvērtējot Latvijas skolēnu sniegumu dažādos matemātiskās kompetences rādītājos, var secināt, ka Latvijas skolēniem salīdzinoši labi sasniegumi ir uzdevumos, kuros jālieto specifiskas matemātiskās prasmes, bet zemāki sasniegumi ir uzdevumos, kuros reālā satura problēma jāformulē matemātiski, un uzdevumos, kuros matemātiskie rezultāti jāinterpretē reālā satura kontekstā. Lai situācija mainītos, atbilstoši šiem diviem būtiskākajiem secinājumiem matemātikas mācīšanas un mācīšanās procesā jāveic korekcijas. Viens no efektīvu pārmaiņu priekšnoteikumiem ir esošo situāciju raksturojošās informācijas iegūšana.

2015.gada 3.martā VISC organizēs diagnosticējošo darbu matemātikā 8.klasei. Piedāvātais diagnosticējošais darbs iecerēts kā instruments, ar kura palīdzību katram Latvijas matemātikas skolotājam ir iespēja noskaidrot viņa skolēnu mācīšanās vajadzības attiecībā pret konkrētām būtiskajām prasmēm matemātikas apguvē.

Diagnosticējošais darbs tiek organizēts, lai diagnosticētu skolēnu matemātiskās prasmes un vispārējās domāšanas prasmes dažādos matemātiskās kompetences līmeņos.

Diagnosticējamās matemātiskās prasmes:

- veic darbības ar monomiem un polinomiem, t.sk. polinomu sadalīšanu reizinātājos;
- nosaka kvadrātsaknes vērtību, veic darbības ar kvadrātsaknēm;
- nosaka trijstūra eksistenci un veidu, lieto trijstūra un tā elementu īpašības;
- lieto 1. – 6. klasē apgūtās matemātikas prasmes.

Diagnosticējamās vispārējās domāšanas prasmes:

- skaidro jēdzienus, savu darbību un rezultātus, veido argumentētus spriedumus;
- attēlo un interpretē informāciju, pārveido no viena veida citā;
- lieto matemātikas simbolisko valodu.

Prasmes tiks diagnosticētas, formulējot reālā satura problēmu kā matemātikas uzdevumu, risinot matemātikas uzdevumu, interpretējot matemātikas uzdevuma atbildi reālā konteksta ietvaros.

Uzdevumi veidoti latviešu un krievu valodā. Darba izpildei paredzētas 80 min bez starpbrīža. Diagnosticējošais darbs notiks rakstveidā. Diagnosticējoša darba materiālu un elektronisko rezultātu kopsavilkuma tabulu VISC publicēs valsts pārbaudes darbu materiālu piegādes interneta vietnē dienu pirms diagnosticējoša darba norises. Detalizētāka diagnosticējošā darba programma tiks publicēta 2014.gada decembrī VISC mājas lapā.

Pēc diagnosticējošā darba norises skolotājs saskaņā ar VISC izstrādātajiem vērtēšanas kritērijiem būs jāvērtē izglītojamo sasniegumi un jāaizpilda elektroniskā rezultātu kopsavilkuma tabula. Datu apstrāde un izmantošana VISC veiks datu apstrādi, iegūstot skolēnu sasniegumu sadalījumu matemātiskās kompetences līmeņu skalā par visu darbu kopumā, par katru prasmi/prasmju grupu atsevišķi. Pēc VISC veiktās statistiskās analīzes skolotāji varēs izvērtēt katra skolēna un klases kopumā sniegumu attiecībā pret katru no diagnosticējamām prasmēm.

Diagnosticējošā darba rezultāti netiks izmantoti, lai vērtētu konkrētās skolas vai kādas skolu grupas mācību darba kvalitāti[7].

1.1. Diagnosticējošā darba mērķis, saturs un veidošanas principi

Diagnosticējošā darba (turpmāk – darba) mērķis bija diagnosticēt atsevišķas skolēnu matemātiskās prasmes un vispārējās prasmes. Darba saturs veidots trīs dimensijās: matemātiskā satura dimensija, vispārējo prasmju dimensija, kognitīvā (turpmāk izziņas darbības) dimensija.

No matemātiskā satura viedokļa darbā iekļautas trīs tēmas: 1) *monomi un polinomi*, akcentējot prasmi *savilkt līdzīgos saskaitāmos*; 2) *trijstūri*, akcentējot *trijstūra nevienādības izpratni*; 3) *kvadrātsaknes*, akcentējot *jēdziena kvadrātsakne izpratni* un *darbības ar kvadrātsaknēm*. Katru satura tēmu diagnosticē 10 uzdevumi (kopā darbā ir 30 uzdevumi).

Darbā iekļauto satura tēmu izvēli noteica divi nosacījumi – 1) tēma ir būtiska no satura viedokļa; tā ietver zināšanas un prasmes, kas tālākajā matemātikas kursā nepieciešamas plašāka satura jautājumu loka apguvei; 2) tēmas ietvaros apgūstamās prasmes ir pieejamas vairumam skolēnu.

Darbā iekļauts neliels satura jautājumu loks. To noteica uzstādījums diagnosticēt skolēnu prasmes gan saturiskajā, gan izziņas darbības griezumā. Jo šaurāks satura jautājumu loks tiek ietverts, jo precīzāk iespējams diagnosticēt skolēnu prasmes izziņas darbības līmeņu skalā. Tajā pašā laikā, darbā iekļautos satura jautājumus nevajadzētu uztvert kā vissvarīgākos *vispār*. Tā ir atbilde uz skolotāju jautājumiem pēc diagnosticējošā darba norises. *Vai tad trijstūra nevienādība ir vissvarīgākais jautājums? Kāpēc tik daudz uzdevumu par trijstūra nevienādību?* Trijstūra nevienādības vietā varēja būt jebkurš cits jautājums par trijstūriem.

Katrs matemātikas uzdevums vienlaikus aktualizē vairākas vispārējās prasmes, taču vairumā gadījumu ir iespējams identificēt dominējošo, to prasmi, kuras esamība/neesamība visvairāk ietekmē skolēnu sniegumu un rezultātu. Darbā iekļautie uzdevumi diagnosticē vairākas vispārējās prasmes. Dažas no tām, piemēram, *prasme lietot matemātikas simbolisko valodu*, ir tik lielā mērā integrētas ar satura jautājumiem, ka to atsevišķa izdalīšana šī darba ietvaros nešķita mērķtiecīga. Kā prioritāras darbā noteiktas divas prasmes:

1) prasme *skaidrot*, kā viena no komunikatīvajām prasmēm;

2) prasme *eksperimentēt*, kā viena no problēmrisināšanas prasmēm/stratēģijām.

Īsi aprakstīsim šīs prasmes. Ar prasmi *skaidrot* sapratīsim: skolēns atsedz jēdziena, uzdevuma, situācijas saturu; apraksta atrisinājumu, parādot soļus/darbības, kas veda pie rezultāta; formulē paskaidrojumus un argumentus situācijas konteksta ietvaros. Ar prasmi *eksperimentēt* sapratīsim: skolēns jaunās situācijās spēj veikt konkrētus mēģinājumus, mērījumus un pārbaudīt to atbilstību dotajai problēmai (konkrēta vai vispārīga rakstura), izveidot piemēru, kas ilustrē doto problēmu, pārbaudīt tā atbilstību.

Izvēli noteica tas, ka darbības, kas vērstas uz šo prasmju pilnveidi, raksturo mūsdienīgu, uz skolēna ilgtermiņa prasmēm orientētu mācību procesu matemātikā. Katru no tām diagnosticē 7 darba uzdevumi.

Tiks analizētas arī augstākajiem izziņas darbības līmeņiem atbilstošās prasmes – *analizēt, sintezēt, saskatīt analoģiju, vispārināt*, bet uzdevumi, kas tās diagnosticē, darbā iekļauti ar mazāku īpatsvaru.

Darbā skolēnu prasmes diagnosticētas arī no uzdevumu veikšanai nepieciešamo izziņas darbību viedokļa. Darba ietvaros jēdziens *izziņas darbība* nav tieši saistāms ar Blūma taksonomiju vai kādu citu metodiskajā literatūrā aprakstītu izziņas darbības tipoloģiju. Darba ietvaros izveidotais skolēnu darbības apraksts aptver plašāku jautājumu loku (piemēram, prasmju lietošanu konteksta ietvaros), ne tikai *izziņas darbību* šaurā nozīmē.

Saglabāts jēdziens *izziņas darbība*, jo tas ir dominējošais faktors skolēnu darbības aprakstā. Izvēli izvērtēt skolēnu sniegumu arī šīs dimensijas ietvaros noteica nepieciešamība saprast, ko varam darīt, lai pilnveidotu skolēnu izziņas darbības prasmes, lai palielinātu skolēnu skaitu, kas spēj risināt augstākajiem izziņas līmeņiem atbilstošus uzdevumus, kas pēc starptautisko pētījumu rezultātiem ir viena no sistēmiska rakstura problēmām Latvijas skolēnu matemātiskās kompetences kontekstā.

1.1. tabula **Izziņas darbības līmeņi**

	Skolēnu darbības apraksts
1. līmenis	Spēj veikt elementāras un/vai bieži izpildītas darbības vienkāršās, zināmās situācijās. Spēj veikt darbības, kas apgūtas iemaņu līmenī. Veic darbības, kuru veikšanai nav nepieciešamas citas prasmes (piemēram, ar algebriskiem objektiem spēj darboties naturālo skaitļu kopas ietvaros). Lieto prasmes ar konkrēto tematu saistīta un bieži lietota matemātiskā konteksta ietvaros. Spēj fokusēties uz vienu jēdzienu, faktu, darbību, objektu.
2. līmenis	Lieto formulas, zināmas procedūras, pamat algoritmus, tiešā veidā, viegli atpazīstamās situācijās. Spēj veikt darbības, kas papildus aktualizē citas matemātikas prasmes (piemēram, ar algebriskiem objektiem spēj darboties reālo skaitļu kopas ietvaros). Lieto prasmes ar konkrēto tematu saistīta matemātiskā konteksta ietvaros. Spēj saviem vārdiem raksturot domāšanas gaitu. Spēj atsaukties uz konkrētu faktu, formulu, likumu. Spēj veikt atsevišķus, tiešus spriedumus, rezultātus interpretē burtiski.
3. līmenis	Pamat algoritmu, formulu, zināmu procedūru ietvaros spēj interpretēt (piemēram, spēj veikt tās „atpakaļgaitā”, izveidot vispārīgo situāciju raksturojošu konkrētu piemēru, doto objektu attēlot citādi). Lieto vienkāršas problēmu risināšanas stratēģijas situācijās, kurai līdzīgās ir pieredze. Lieto prasmes praktiska, pazīstama konteksta ietvaros. Spēj īsi vārdiski raksturot jēdzienu, situāciju, risinājumu, rezultātu. Spēj izvērtēt risinājumu, ja tas tiek prasīts.
4. līmenis	Lieto pamat algoritmus, zināmas procedūras jaunās situācijās, spēj tos modificēt. Spēj veikt analītiskas darbības. Lieto atsevišķas problēmu risināšanas stratēģijas. Lieto zināšanas, prasmes jauna praktiska vai matemātiska (cits temats) konteksta ietvaros. Veido un izklāsta skaidrojumus un argumentus, veido matemātiski korektus pamatojumus saviem vārdiem; tā ietvaros spēj izmantot pazīstamus matemātikas simbolus. Izvērtē savu darbību, piemēram, pārbaudi veic arī situācijās, ja tas netiek tieši prasīts.
5. līmenis	Rada jaunus matemātiskus objektus, idejas, analizējot un sintezējot, saskatot analoģijas, secinot. Izvēlas un lieto piemērotu problēmu risināšanas stratēģiju jaunās situācijās. Lieto zināšanas, prasmes citas zinātņu jomas (bioloģijas, fizikas, ķīmijas, ekonomikas, ģeogrāfijas) kontekstā. Reflektē par savu darbību kopumā, secina, formulē atziņas, izklāsta savu interpretāciju. Veido pamatojumus kā loģiski saistītu apgalvojumu kopumu, pamatojuma ietvaros korekti lieto matemātiskos simbolus.
6. līmenis	Vispārina, balstoties uz doto informāciju, saviem pētījumiem, problēmsituācijas matemātisku modelēšanu. Rada jaunas pieejas, paņēmienus, izvērtējot dažādu problēmrisināšanu stratēģiju piemērotību, interpretējot to ietvaros. Kontekstu veido nestandarta situācijas no citām zinātņu jomām vai kompleksas situācijas, kuras raksturotas no dažādu jomu viedokļa. Doto situāciju, savu darbību un iegūtos rezultātus izvērtē kopsakarībās, plašāka konteksta ietvaros. Spēj formulēt viedokli, matemātiski korekti argumentēt to.

Pēc manam domām, izziņas darbības līmeņi veiksmīgi aprakstīti metodiskajā materiālā. Diemžēl ne visās skolās izmanto doto tabulu, izveidojot uzdevumus skolēnu zināšanu pārbaudei. Pārsvarā skolotāji izmanto 3 izziņas līmeņus, kas tika ieviesti projekta „Dabaszinātne un matemātika” ietvaros.

1.2. tabula **Skolēnu darbības izziņu līmeņi pēc DZM [8]**

I līmenis	Noteiktu procedūru atcerēšanās, mācītu zināšanu atcerēšanās.
II līmenis	Mācītās teorijas lietojums standartsituācijā vai kontekstā – risina uzdevumus, kuri risināmi ar algoritmiska procesa līdzekļiem vai kuru risināšanas paņēmienus skolēns zina no prakses vai iepriekšējām instrukcijām.
III līmenis	Augstākā līmeņa izziņas prasmes – risina uzdevumus, kuru risinājumi skolēnam ir nezināmi, kuru risināšanai nepieciešama iepriekšējo zināšanu lietošana, analīzes un sintēzes prasmes, kopsakarību veidošana starp tām, vērtējošā darbība, ietverot zināšanu lietošanu nestandarta situācijā.

Dabā tika iekļauti uzdevumi visos izziņas darbības līmeņos (sk. 1.3. tabulu).

1.3. tabula **Dažādiem izziņas darbības līmeņiem atbilstošu uzdevumu īpatsvars**

Līmenis	Punktu skaits darbā	Procenti no kopējā punktu skaita darbā
1.	6	12%
2.	12	24%
3.	13	26%
4.	13	26%
5.	3	6%
6.	3	6%

Katram līmenim atbilstošo uzdevumu skaitu noteica divu nosacījumu ievērošana. Ja mērķis būtu mērīt tikai skolēnu izziņas darbības līmeni, tad visiem līmeņiem atbilstošo uzdevumu skaits būtu vienāds. Tā kā darbs tika veidots 3 dimensijās, šis nosacījums tika koriģēts. Katram līmenim atbilstošo uzdevumu skaitu noteica nosacījums izveidot esošajām, reālajām skolēnu spējām atbilstošu darbu. Tajā pašā laikā iegūtajiem datiem jādod statistiski nozīmīga informācija par skolēnu prasmēm dažādos izziņas darbības līmeņos. Darbā vairums no uzdevumiem atbilst izziņas darbības 2. - 4. līmenim. Prognozējām, ka uzdevumi, kas atbilst 1. izziņas darbības līmenim, skolēniem nesagādās grūtības, un to iekļaušana lielākā skaitā nedos statistiski būtisku informāciju, bet attiecībā uz uzdevumiem, kas atbilst 5./6. līmenim – ja skolēniem nav bijusi pieredze mācību procesā praktizēties šajos līmeņos, nebūtu pieņemami to lielā apjomā mērīt/diagnosticēt (rezultātu analīzes daļa 5. un 6. līmenim atbilstošie uzdevumi tiks apvienoti vienā grupā). Ceram, ka attiecībā uz skolēnu izziņas darbības līmeni ar šo darbu ir izdevies rādīt virzību gan skolēniem, gan skolotājiem.

Katra diagnosticējamā skolēnu prasme pēc iespējas tiek izvērsta izziņas darbības līmeņu skalā. Piemēram, prasmes *savilkt līdzīgos saskaitāmos* dažādos aspektos diagnosticē uzdevumi no 1. līmeņa līdz 4. līmenim.

Nereti konkrētam uzdevumam atbilstošo izziņas darbības līmeni viennozīmīgi noteikt ir grūti, jo stingri definētu robežu nav. Attiecībā uz zemāko un augstākajiem izziņas darbības līmeņiem atbilstošajiem uzdevumiem vairumā gadījumu diskusija neveidojas. Ne tik viennozīmīgi ir ar 2. - 4. līmenim atbilstošiem uzdevumiem.

Ar atbilstoši veidotu 1-2 punkta uzdevumu var diagnosticēt arī augstāko līmeņu izziņas darbības prasmes.

Tradicionāli ar 1 punkta uzdevumiem tiek mērītas zināšanas, pamatprasmes, kas aktualizē 1. – 4. līmenim atbilstošas domāšanas prasmes. Kā vienīgais iespējamais uzdevumu veids, kas mēra skolēnu augstāko līmeņu izziņas darbības, nereti tiek uztverts vairāku soļu (attiecīgi arī vērtējams ar vairākiem punktiem) uzdevums, kura ietvaros kādā no pēdējiem soļiem skolēnam ir iespēja parādīt šīs prasmes. Pati par sevi šāda pieeja nav ne peļama, ne neatbilstoša (prasme risināt kompleksas, vairāku soļu problēmsituācijas arī ir būtiska, bet tās diagnostikai jāveido cita veida darbs), bet tā neatbilst šī diagnosticējošā darba uzdevumam – pēc iespējas precīzāk (neatkarīgi no citām skolēnu prasmēm) diagnosticēt skolēnu augstāko izziņas darbības līmeņu prasmes. Domājam, ka ieinteresētu skolotāju gaida pārsteigumi attiecībā uz savu skolēnu izziņas darbības potenciāla novērtēšanu, apzināšanu. Konkrēto skolēnu darbu analīze liecina, ka nereti vērojama situācija – skolēns X tēmā *Trijstūri* neatrisina vairumu uzdevumu, bet 20. uzdevumu (atbilst 6. līmenim) atrisina pareizi. Darbā iekļautie uzdevumi, piemēram, 10., 30., rāda, ka arī ar 1 punkta uzdevumu iespējams diagnosticēt augstāko līmeņu izziņas darbības prasmes.

1.2. Datu iegūšana un diagnosticējošā darba vērtēšana

Viens no aspektiem, kas diagnosticējošo darbu pēc būtības atšķir no pārbaudes darba kāda mācību posma noslēgumā, ir vērtēšana, precīzāk – vērtēšanas procesā iegūto datu un atgriezeniskās saites saturs. Formulēsim dažus uzstādījumus attiecībā uz vērtēšanu, kas realizēti šajā darbā un raksturo diagnostiku vispār.

- Iespēju robežās neizmantot formālus vērtēšanas kritērijus (piemērs, kas ilustrē formālo pieeju - *par pareizi atrisinātu piemēru 1 punkts*), kas skolotājam un skolēnam nedod saturisku atgriezenisko saiti, nedod atbildi uz skolēna jautājumu – ko tieši es nemāku.

Piemēram, 1. uzdevuma vērtēšanas kritērijos ir skaidri, arī skolēnam saprotami, formulēts katra piemēra saturs. Piemēram: 1.b) Savelk līdzīgos saskaitāmos (vairāk nekā 2 saskaitāmie, 1 mainīgais, dažādas pakāpes); 1.c) Savelk līdzīgos saskaitāmos (vairāk nekā 2 saskaitāmie, 2 mainīgie). Kritēriju formulējumos ir ne tikai vienojošais - savelk līdzīgos saskaitāmos, bet arī tas, kas katru piemēru atšķir. Vairumā gadījumu jau nav tā, ka skolēns neprot savilkt līdzīgos saskaitāmos *vispār*; ir konkrēti jautājumi, kurus skolēns vēl nesaprot: vai nu nesaprot kāpinātāja nozīmi vai nesaskata koeficientu 1 un tml.

- Ne vienmēr katrs risinājuma solis ir mērāms/vērtējams ar 1 punktu. Tas, kas konkrētajā uzdevumā tiek vērtēts ar punktu, atkarīgs no mērķa, ar kādu uzdevums iekļauts darbā.

Piemēram, 28. uzdevumā par to, ka tikai pareizi noteikts, kurš skaitlis lielāks, punkts netiek piešķirts. Ar šo uzdevumu mērāmās prasmes patiesais saturs ir vārdā *pamato*. Cits piemērs, 4. uzdevumā par to, ka savilkti līdzīgie, punkts netiek piešķirts. Šis uzdevums darbā iekļauts ar mērķi – noteikt, kāda daļa no skolēniem atrisina konkrēto praktisko problēmu. Prasme savilkt līdzīgos tika mērīta citā uzdevumā. Vēl viens arguments, kāpēc šajā uzdevumā atsevišķi netiek novērtēta prasme savilkt līdzīgos – skolēns, lai atrisinātu konkrēto praktisko problēmu, var to neizmantot/rīkoties citādi.

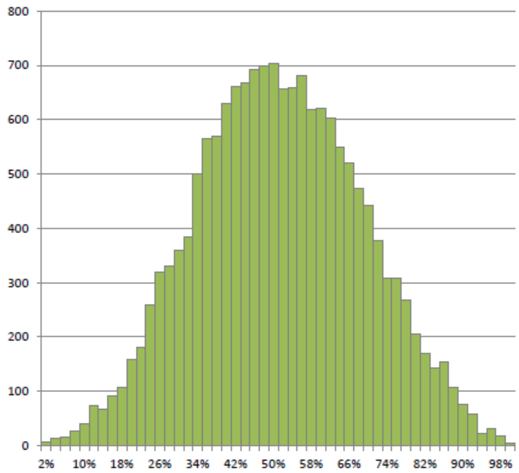
- Lai iegūtu datus ne tikai par pareizi atrisinājušo īpatsvaru, vērtēšanas kritērijos aprakstītas iespējamās skolēnu pieejas uzdevuma risināšanai, atbilstoši kodējot ierakstus datu masīvā (1a un 1b). Arī kļūdīties vai izvēlēties aplamu pieeju var dažādi (0a un 0b).

Šādas pieejas mērķis ir iegūt pēc iespējas informatīvāku, saturīgāku atgriezenisko saiti par skolēnu prasmēm matemātikā valstī kopumā, lai pēc datu apkopošanas, apstrādes un analīzes varētu spriest par turpmāko rīcību. Runājot līdzībās – realizējot šādu pieeju datu apkopošanā, palielinās iespējas uzstādīt precīzāku *diagnozi*. Darbā kopumā šāda pieeja datu ieguvei tika realizēta 12 uzdevumos no 30.

- Katru konkrēto uzdevumu neatrisinājušo skolēnu kopa sadalīta divās kopās: skolēni, kas mēģināja, bet kļūdījās (kods 0), un skolēni, kas uzdevumu vispār nerisināja (kods *n*). Statistiskajā analīzē tā ir katru konkrēto uzdevumu būtiski raksturojoša informācija, kas līdz šim valsts mēroga darbos Latvijā nav apkopota.

1.3. Diagnosticējošā darba rezultāti

Dati apkopoti par 16 204 8. klašu skolēniem. Skolēnu rezultāti diagnosticējošajā darbā veido normālsadalījumu (sk. 1.1 att.), kas apliecina – darba saturs veidots atbilstoši skolēnu reālajām spējām, un ir izmantojams kā ticams mācību procesa mērinstruments. Vairumam skolēnu rezultāti grupējas ap vidējo rezultātu (vidējais rezultāts darbā kopumā ir 51,4%, moda 50%, mediāna 50%), turklāt standartnovirzes vērtība (17%) ir salīdzinoši maza. Secinājums – Latvijā ir maz skolēnu ar ļoti zemiem rezultātiem (laba ziņa) un Latvijā ir maz skolēnu ar ļoti augstiem rezultātiem (ne tik laba ziņa). Šis secinājums sakrīt ar starptautiskajā pētījumā OECD PISA 2012. secināto [17]. Maksimāli iespējamo punktu skaitu ieguva 5 skolēni, 20 skolēni ieguva 1 vai 2 punktus.



1.1. att. **Skolēnu rezultātu sadalījums**

Diagnosticējošā darba vidējo rezultātu salīdzinājums pēc urbanizācijas apliecina tendences, kas vērojamas valsts pārbaudījuma darbā / 9.klases eksāmenā. Kopumā arī salīdzinājums pēc skolu tipa apliecina tendences valsts pārbaudījumā, bet ar piebildi, ka šajā darbā vērojama salīdzinoša rezultātu starpību mazināšanās starp Valsts ģimnāzijām un ģimnāzijām, starp ģimnāzijām un vidusskolām.

1.4. *tabula* **Vidējo rezultātu salīdzinājums pēc urbanizācijas**

Urbanizācija	Vidējais rezultāts
Rīga	54.7%
Rep. nozīmes pilsētas	51.7%
Pilsētas	50.4%
Lauki	47.5%
Valstī kopumā	51.4%

1.5. *tabula* **Vidējo rezultātu salīdzinājums pēc skolu tipa**

Skolu tips	Vidējais rezultāts
Pamatskolas	48.5%
Vidusskolas	51.3%
Vakara maiņu	30.9%
Ģimnāzijas	55.8%
Valsts ģimnāzijas	58.9%
Profesionālās, mākslas	53.5%
Speciālās	40.3%
Valstī kopumā	51.4%

Tēmas *Monomi un polinomi* uzdevumos skolēnu vidējais rezultāts valstī kopumā ir 58,3%, tēmas *Trijstūri* uzdevumos 55,8%, bet tēmas *Kvadrātsaknes* uzdevumos 41,3%. Tiešam salīdzinājumam *pa tematiem* un vispārēja rakstura secinājumiem nav teorētiska pamatojuma (un tāds arī nebija mērķis), jo tēmu ietvaros iekļauto uzdevumu salīdzinošā grūtības pakāpe nav absolūti „izlīdzināta”, rezultātus var ietekmēt tēmu secība darbā, kopīgi atvēlētais laiks, skolēnu nogurums darba beigu daļā. Tajā pašā laikā ievērojamā starpība rezultātos rosina tālākās analīzes gaitā meklēt atbildi uz jautājumu – kādi cēloņi skolēnu zemajiem rezultātiem tēmā *Kvadrātsaknes*. Katram skolotājam ir iespēja šos datus par tendencēm valstī kopumā salīdzināt ar savu skolēnu rezultātiem satura tēmu griezumā. 4. Pielikumā ir apkopoti dati par skolēnu rezultātiem katra uzdevuma attiecībā pret vērtēšanas kritērijiem Latvijā un Rīgas 21. vidusskolā abās klasēs. Acīmredzami, ka pēc rezultātiem pirmajā klasē jāpievērš liela uzmanība skolēnu zināšanu līmenim. Otrās klases skolēniem ir problēmas dažos uzdevumos izvēlētajās tēmās. Dažos punktos rezultāti pārsvarā ir augstāki nekā Latvijā.

5. pielikumā dati par katru uzdevumu atsevišķi [17]. Par katru uzdevumu ir 4 rādītāji: vidējais rezultāts procentos; to skolēnu īpatsvars, kas attiecīgo uzdevumu nesāk risināt (*n*) procentos; izšķirtspējas koeficients[1]; korelācijas koeficients (konkrētā uzdevuma korelācija ar darbu kopumā[2]). Dotas tabulas ir papildinātas ar datiem par skolēnu rezultātiem no Rīgas 21 vidusskolas. Dažos uzdevumos rezultāti Latvijā un abās klasēs ir līdzīgi, dažos – amplitūda ir ļoti liela. Skolēniem no abām klasēm ir dažādi prasmju un zināšanu līmeņi, tāpēc uzskatu, ka tos salīdzināt savā starpā nedrīkst.

Tēma *Monomi un polinomi* uzdevumi, kuros skolēnu rezultāti zemāki nekā prognozētie – 1.b), c), d), 2., 3a), 3.b), 5., 7.

Uzdevumi, kuros skolēnu rezultāti augstāki nekā prognozētie – 8., 9.

Tēma *Trijstūri* uzdevumi, kuros skolēnu rezultāti zemāki nekā prognozētie – 18.

Uzdevumi, kuros skolēnu rezultāti augstāki nekā prognozētie – 11.a), 15.

Tēmas *Kvadrātsaknes* uzdevumi, kuros skolēnu rezultāti zemāki nekā prognozētie – 22.b), 22.c), 23., 24., 27., 28.

Uzdevumi, kuros skolēnu rezultāti augstāki nekā prognozētie – 29.a), 30.

1.4. Secinājumi un ieteikumi par 8. klases diagnosticējošo darbu

1. Lai panāktu sistēmisku skolēnu prasmju kāpumu, matemātikas mācību procesā jāakcentē darbības, kas atbilst 4. izziņas darbības līmenim (ilgtermiņā tas dos iespēju lielākajai daļai skolēnu pāriet vēl augstākā līmenī). Mācību procesā jāpalielina uzdevumu īpatsvars, kurās skolēni lieto prasmes jaunās situācijās.

---

[1] Izšķirtspējas koeficients ir starpība starp skolēnu grupas A (skolēni, kuri darbā uzrāda augstākos rezultātus; aptuveni j no skolēnu skaita) rezultātu/ grūtības pakāpi un skolēnu grupas Z (skolēni, kuri darbā uzrāda zemākos rezultātus; aptuveni j no skolēnu skaita) rezultātu/grūtības pakāpi.

[2] Izmantots biseriālais korelācijas koeficients

2. Palielināt *apjēgšanas fāzes* īpatsvaru mācību procesā, akcentējot jēdzienu izpratnes veidošanu. Skolēnu spējas lietot matemātisko prasmi nosaka ar to saistīto jēdzienu izpratne. Ja skolēnam ir izpratne par lietotajiem jēdzieniem, *lietošanas fāzes* īpatsvars var samazināties.

3. Plānojot *lietošanas fāzi* mācību procesā, veidot skolēnu pieredzi *darbībai jaunās situācijās*, atšķirīgos, tai skaitā jaunos kontekstos (praktiskos un matemātiskos). Dati liecina, ka skolēnu sniegumu viena temata ietvaros būtiski ietekmē nosacījums – atpazīstams uzdevums / jauna situācija.

4. Realizēt pakāpenību un pēctecību, ieviešot jaunus jēdzienus, simbolus; balstīties skolēnu iepriekšējajā pieredzē, praktiskajos priekšstatos. Piemēram, tematā *Kvadrātsaknes* akcentēt konkrētus skolēnam sasniedzamos rezultātus: novērtē kvadrātsaknes aptuveno vērtību; lieto kalkulatoru kvadrātsaknes aptuvenās vērtības noteikšanai; ar simboliem uzrakstīto raksturo vārdiski un otrādi.

5. Apgūstot algoritmiskas prasmes, mācību procesā iekļaut uzdevumus, situācijas ar apvērstās domāšanas elementiem. Dati vienlaikus liecina gan par neadekvāti lielu starpību rezultātos tiešās un apvērstās situācijās, gan par skolēnu potenciālu to mazināt.

6. Integrēt matemātisko prasmju apguvi ar komunikatīvo prasmju apguvi, rosinot skolēnus vārdiski skaidrot savu risinājumu, raksturot matemātiski praktisku situāciju un tml. Dati liecina, ka starp skolēnu spēju risināt un spēju par to komunicēt ir liela starpība; spēja komunicēt atpaliek būtiski.

7. Situācijās, kurās skolēnam ir iepriekšējās zināšanas, praktiska personiskā pieredze, skolēniem jādod iespēja veidot matemātiska satura tekstu saviem vārdiem. Dati liecina, ka 2/3 skolēnu tā ir objektīvi noteikta prioritāte. Tekstu formalizācijas pakāpe jāpalielina pakāpeniski.

8. Skolēni ar zemām matemātikas spējām ir gatavi veidot matemātiska satura tekstu, komunicēt par matemātiska satura problēmu, ja visi tekstā iekļautie jēdzieni ir izpratnes līmenī.

9. Veidot skolēnos pieredzi, spēju pārnest kādā situācijā, tematā veiksmīgi lietotu problēmrisināšanas prasmi/stratēģiju uz citu situāciju, cita satura, cita temata problēmu. Potenciālā skolēnu grupa, kam ir augstākajiem izziņas darbības līmeņiem atbilstošās prasmes ir (būs!) lielāka nekā faktiskā, jo dati parāda, ka šiem līmeņiem atbilstošos dažādos uzdevumus lielā mērā atrisina dažādas skolēnu grupas; arī skolēni ar vidējiem rezultātiem.

2. VALSTS PĀRBAUDES DARBI LATVIJĀ, SOMIJĀ, DĀNIJĀ UN KRIEVIJĀ

2.1. Latvijas eksāmens 9. klasē

Latvijā 9. klases eksāmens sastāv no divām daļām – tests un uzdevumi. Testā ietilpst 25 jautājumi, kuriem tika paredzētas 50 minūtes. Otrajā daļā ir 9 uzdevumi, kurus var risināt divu stundu laikā, tātad 120 minūtes.

1.daļā tiek vērtētas izglītojamo zināšanas un prasmes, 2.daļā – zināšanu un prasmju lietošana standartsituācijās un problēmsituāciju risināšanā [9]. Pirmo daļu veido uzdevumi, kuros izglītojamajiem ir jāizpilda tikai viena operācija (viena vai divas aritmētiskas darbības, pārveidojums, aprēķins, mērījums vai jānolasa kāds lielums no tabulas vai diagrammas). Otrajā daļā ietverti vairāku operāciju uzdevumi. Otrās daļas pēdējā uzdevuma veikšanai nepieciešamas analīzes prasmes un produktīvā darbība.

Eksāmena darbs tiek vērtēts saskaņā ar centra izstrādātiem vērtēšanas kritērijiem. Eksāmenā iegūtais kopējais punktu skaits nosaka vērtējumu ballēs. Vērtēšanas skala pārejai no punktiem uz ballēm ir iekļauta valsts pārbaudes darbu elektroniskajās kopsavilkumu tabulās.

2.2. Somijas eksāmens 9. klasē

Somijā valsts pārbaude nav obligāta. Katra skola vai skolotājs var izlemt, vai vēlas, lai skolēniem būtu tests vai ne. Tests tiek veikts ar Somijas matemātikas skolotāju asociāciju – Matemaattisten Aineiden Opettajien Liitto [10] MAOL ry.

Somijā nav interneta vietnes, kur varētu apskatīt eksāmena uzdevumu kā Latvijā. Skolēnu darbus labo skolotāji, kuri māca. Skolotājiem jāsūta rezultāti uz Matemātikas skolotāju asociāciju, bet neviens nepārbauda, vai skolotājs aizsūtīja vai ne. MAOL vēlas zināt, cik daudz skolēnu ieguva noteiktu punktu skaitu un tad iegūtus datus atspoguļo grafikos.

MAOL nosaka datumu, kad pārbaude būtu jāveic, bet skola var izlemt laiku un darīt to arī vēlāk, ja datums neapmierina. Tests sastāv no trim daļām: A daļa (garīgais aprēķins) 20 minūtes. B daļa (pamata matemātika, neizmantojot kalkulatoru) 25 min. C daļa (praktiskie jautājumi, atļauts izmantot kalkulatoru rēķinos) 45 min.

MAOL sūta skolotājiem, kā jāvērtē darbs. Katrs skolotājs vērtē klasi, kurā viņš strādā.

Piemēram, zemāk pieminēta vērtēšanas tabula bija 2014. gada valsts pārbaudes darba pielikumā. Tabulai ir piezīme. Pusītes rezultātā tiek noapaļotas uz augšu.

2.1. tabula **Vērtēšanas tabula Somijā**

Punkti	Atzīme	Punkti	Atzīme
59 – 60	10	26 – 27	7-
57 – 58	10-	24 – 25	6½
54 – 56	9½	22 – 23	6+
52 – 53	9+	20 – 21	6
49 – 51	9	18 – 19	6-
47 – 48	9-	16 –17	5½
44 – 46	8½	14 – 15	5+
42 – 43	8+	12 – 13	5
39 – 41	8	10 – 11	5-
37 – 38	8-	7 – 9	4½
34 – 36	7½	3 – 6	4+
31 – 33	7+	0 – 2	4
28 – 30	7		

Aizliegts izmantot mobilos telefonus pārbaudes darba laikā.

2014. gada tests sastāv no divām daļām, kurus skolēns var izpildīt atšķirīgā laikā (piemēram, divu dienas laikā). Kā jau redzams, maksimālais punktu skaits par izpildīto darbu ir 60 punkti.

1. eksāmena daļa sastāv no A un B daļas. Izpildei ir paredzētas 45 minūtes. A daļai ir 25 minūtes, B daļai atbilstoši – 20 minūtes. A daļa ir tests ar 10 jautājumiem ar matemātiskajām problēmām. Kā arī 8 jautājumi ar lielu atbilžu izvēli. Par katru atbildi saņem 1 punktu. B daļā ir trīs pamatuzdevumi (12 punkti) un viens praktiskais uzdevums (6 punkti). Kopā par 1. daļu var iegūt 36 punktus. Aizliegts izmantot mobilo telefonu vai kalkulatoru.

2. eksāmena daļa sastāv no uzdevumiem, kurus risinot, ir vēlams izmantot kalkulatoru. Skolēns izvēlas trīs obligātos uzdevumus un vienu uzdevumu no trīs uzdevumiem pēc izvēles. Obligātie uzdevumi atbilst trim grūtības pakāpēm: vieglākais uzdevums, vidēji viegls uzdevums un visgrūtākais uzdevums. Kopumā skolēnam jārisina četri uzdevumi. Katrs uzdevums no skolēna komplekta tiek vērtēts 6 punktos. Kopā par 2. daļu skolēns saņem maksimāli 24 punktus.

Pārbaudes darbā ir speciāla lapa, vācot datus skolotājiem. Skat. 6. pielikums.

7. pielikumā var iepazīties ar eksāmena uzdevumiem.

8. pielikumā – uzdevumi no 2014./2015. mācību gada. Pēdējā gada darbā par A daļu var saņemt 16 punktus: 8 punkti par testu un 8 punkti par 8 daudzatbilžu jautājumiem, B daļā maksimāli var saņemt 20 punktus. Bet par C daļu, kā iepriekš, 24 punktus.

2.3. Dānijas eksāmens 9. klasē

Tāpat kā Latvijā, arī Dānijā matemātikas eksāmens 9. klasei sastāv no divām daļām: tests – 50 jautājumos jāatzīmē pareizā atbilde vai, veicot vienkāršākās darbības, izrēķināt rezultātu, un pieci problēmuzdevumi, kuri ir saistīti ar reālo dzīvi. Dānijā – 1 stunda, tātad 60 minūtēs 50 jautājumi. Otrās daļas izpildes laiks – 180 minūtes jeb 3 astronomiskās stundas. Eksāmena paraugs ir 10. pielikumā.

Dāņu skolās atzīmes netiek liktas līdz pat 7. klasei ieskaitot. Skolotāji mācību laikā liek atzīmes tikai savai zināšanai, t.i., kā novērojums. Sākot ar 8. klasi, tiek izmantota septiņu baļļu sistēma, kura ir atšķirīga no mūsu vērtēšanas sistēmas. Dānijā individuālo darbu vērtē ar 12, 10, 7, 4, 02, 00 un -3 ballēm. Piemēram, 10 balles var iegūt par darbu, kas mūsu skolās būtu vērtēts ar atzīmi ļoti labi vai teicami. Skolotāji bieži vērtē ļoti labu darbu ar atzīmi 10 ar vairākiem plusiem. Bet 12 balles var iegūt par izcili izpildītu darbu, kas mums būtu vērtēts ar atzīmi 10.

2.4. Krievijas eksāmens 9. klasē

Krievijā 9. klasē ir pamata valsts eksāmens (Основной государсвенный экзамен [11]. Tas ir pamata obligātā eksāmena veids 9. klasē. To izmanto skolēnu zināšanu kontrolei, kas iegūti deviņu gadu laikā. Eksāmena rezultātus izmanto arī pieņemšanai vidējo profesionālo izglītības iestāžu uzņemšanā.

Krievijā ir piecu baļļu vērtēšanas sistēma. Iegūtie punkti par darbu kopumā tiek pārvērsti atzīmē. Zemāk tabula punktu pārskaitīšanai par atzīmi.

2.2. tabula **Punktu pārskaitīšanai par atzīmi**

Maksi-mālais punktu skaits	2	3	4	5	Rekomendējamais punktu skaits vidējo profesionālo izglītības iestāžu uzņemšanā
38	0 – 7	8 – 15	16 – 22	23 - 38	30
	algebra 0 – 5 ģeometrija 0 – 2	algebra 6 – 11 ģeometrija 3 – 4	algebra 12 – 16 ģeometrija 5 – 8	algebra 17 – 23 ģeometrija 9 – 23	

Jāņem vērā, ka punktu skaitam par algebras daļu jābūt divas reizēs lielākam nekā punktu skaitam par ģeometrijas daļu. Eksāmena risināšanas laiks ir 235 minūtes.

Līdz 2012. gadam ieskaitot eksāmena risināšanai bija paredzētas 4 astronomiskās stundas – 240 minūtes. Darbs sastāvēja no divām daļām. Pirmajā daļā bija 18 uzdevumi, otrajā daļā – 5 uzdevumi. Eksāmens pēc jaunās formas sākot ar 2013. gadu, sastāv no trim moduļiem: algebra, ģeometrija un reālā matemātika. Otrajā darba daļā ir uzdevumi, kuriem jāparāda pilnais risinājums. Šie uzdevumi ir tikai algebrā un ģeometrijā.

14., 15., 16., 18., 19. un 20. uzdevums no moduļa „reālā matemātika" ir algebrā, 17. uzdevums – ģeometrijā. Kopēju atzīmi neizlikt atestātā. Izlika tikai atsevišķas atzīmes par algebru un ģeometriju. Piemēram, skolēns, kas kopā par eksāmenu ieguva 20 punktus, kur 12 punkti ir par moduli „algebra", un 5 punkti par moduli „ģeometrija", 3 punkti par moduli „reālā matemātika" (2 punkti par algebru un 1 punkts par ģeometriju) atestātā saņems atzīmi 4 algebrā un atzīmi 4 ģeometrijā, kas ir atzīme 4 kopumā par eksāmenu.

Ja skolēns nav atrisinājis vispār nevienu uzdevumu no vienas daļas, tad maksimālā atzīme var būt divas balles, ņemot vērā, ka pārējās daļas ir atrisinātas izcili [12].

Jaunās formas valsts gala pārbaudījuma matemātikā ieviešana prasa izmaiņas skolotāju izmantotajās metodēs un darba formās. 9. klases matemātikas eksāmens – tas ir skolēnu un skolotāju darba rezultāts, kas ir paveikts piecu gadu laikā.

Skolotājiem mērķtiecīgi jāgatavo skolēni jau no 5. klases. Skolēni 5. klasē nāk no dažādiem skolotājiem no sākumskolas. Un dažiem skolēniem ir zems zināšanu līmenis, dažiem ir grūtības jauna materiāla asimilācijā. Skolotājs saskaras ar grūtu uzdevumu savā darbā: visiem skolēniem jāsasniedz nepieciešamais līmenis, lai nokārtotu gala pārbaudījumu. Ievērojot šādu mērķi, maksimālais uzsvars ir uz skolēniem ar vājām zināšanām. Tie skolēni atrodas neērtā situācijā; viņiem attīstās mazvērtības sajūta, kas saskaņā ar psiholoģijas normatīvajiem aktiem prasa apspiešanu, apmierinātības meklēšanu citās jomās. Iziet no šīs situācijas var, īstenojot diferencētu pieeju, mācot studentus, balstoties uz skaidri piešķirtajam līmenim matemātikas sagatavošanā. Jāņem vērā, ka prasības studentiem, kas saistītas ar orientāciju uz obligāto minimālo zināšanu nenozīmē disciplīnas vājināšanu vai samazinātu pieprasījumu spēcīgiem studentiem [13].

Izpētot eksāmenu darbus Latvijā, Dānijā, Somijā un Krievijā, var secināt, ka eksāmenu uzdevumi ir līdzīgi, tikai tie ir sadalīti citādāk. Piemēram, Krievijas eksāmenā ir atsevišķa sadaļa – „reālā matemātika”, kurā uzdevumi ir saistīti ar reālo dzīvi, Latvijas eksāmenā šādi uzdevumi būs ievietoti 2. daļas pēdējajos uzdevumos, Dānijā – uzdevumam klāt būs pievienoti vairāki punkti, un tas būs 2. daļā, kurā ir 5 problēmuzdevumi, Somijā – tas būs C daļas uzdevums.

2.5. Slepenais algoritms sekmīgai eksāmena nokārtošanai

Iegūtais punktu skaits eksāmenā nav atkarīgs vienīgi no sagatavošanas līmeņa un zināšanām, bet arī no paša darba izpildes pareizās taktikas.

Noslēpums ir vienkāršs. Skolēni, risinot visus uzdevumus pēc kārtas, kādā brīdī nokļūst līdz uzdevumam, kas viņam ir grūts. Skolēns zaudē daudz piepūles un laika, stresa, šaubas saviem spēkiem un pieļauj elementāras kļūdas citos uzdevumos.

Ja sākumā izpildītu vieglākus uzdevumus, kas varētu aizņemt 1/5 no visa eksāmena laika, tad skolēnam rastos uzticība, ka sekmīga atzīme par darbu jau ir. Un tad mierīgi, apdomīgi, bez panikas un steigas varētu risināt, pēc viņa domām, darba grūtako daļu. Ar šādu pieeju grūtākā eksāmena daļa tiktu risināta vieglāk.

Svarīgi, protams, pareizi lasīt uzdevuma jautājumus. Daudz kļūdu radās procesā, kad skolēni aprēķināja to, kas nebija prasīts uzdevumā. Kā arī pierakstīja atbildes, kas acīmredzami nevar būt pareizas. Piemēram, automašīnas ātrums ir 1478 km/h vai cilvēka augums ir 4,5 cm. Skolēniem varētu ieteikt risināt uzdevumus divas reizes, lai lieku reizi sevi pārbaudītu [12].

2.6. **Skolēnu komentāri par matemātikas eksāmenu**

Rīgas 21. vidusskolas 9. klase skolēniem risināšanai tika piedāvāti divi gala pārbaudījumu darbi no Krievijas eksāmeniem. Pirmais variants bija piedāvāts kā paraugs ar risinājumiem. Otrais variants tika piedāvāts patstāvīgai risināšanai. Skolēni uzreiz ievēroja, ka daži uzdevumi pilnībā atkārtojās. Bet pārsvarā atšķirība starp abiem eksāmeniem ir doti dažādi skaitļi vai nosaukumi. Metodes risināšanai ir identiskas.

9. pielikumā ir pievienots demonstrējošais eksāmena variants, kas tika piedāvāts Rīgas skolēniem.

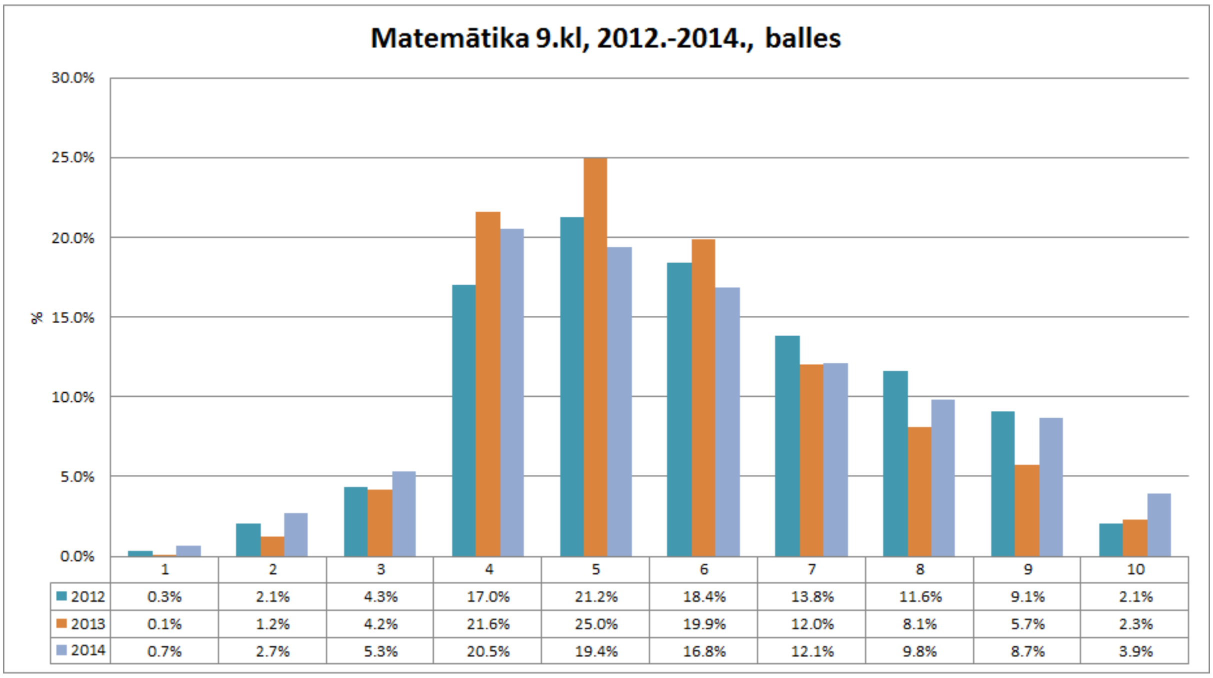
Intervējot skolnieci no Maskavas, no Krievijas, tika konstatēts, ka mācību programmas apguve ir pabeigta jau marta sākumā. Latvijas skolās mācību materiālu apguve turpinās līdz maija beigām, risinot vienlaicīgi iepriekšējo gadu eksāmenus. Uzskatu, ka sagatavošanai jāvelta vairāk laika mūsu skolās. Maskavas skolēni gatavojas pēc speciāliem eksāmenu uzdevumu krājumiem. Tā ir grāmata, kuru var nosaukt par darba burtnīcu ar gala pārbaudījuma tipiskajiem variantiem. Skolēniem jārisina vairākas šādas grāmatas. Interesant, ka risinājumi ir pieejami arī internetā. Skolniecei no Maskavas risināšanai tika piedāvāts mūsu 2013./2014. mācību gada eksāmens. Skolniece atrisināja Latvijas eksāmena uzdevumus un secināja, ka Latvijas eksāmens ir grūtāks no tā viedokļa, ka nav zināms pat aptuveni, kas tajā būs.

3. MATEMĀTIKAS EKSĀMENU REZULTĀTU STATISTIKA LATVIJĀ

Latvijā eksāmenu darbi pēc eksāmenu norises laikiem ir pieejami valsts izglītības satura centra oficiālajā saitē http://visc.gov.lv/vispizglitiba/eksameni/uzdevumi.shtml. Šaja saitē ir iespēja apskatīt arī rezultātu raksturojumu un statistisku pārskatu.

Lai ranžētu jebkādus datus, ir jābūt adekvātam pamatojumam attiecīgo datu salīdzināšanai. Ir jāņem vērā gan attiecīgais kārtotāju skaits skolā, gan skolu tipi, atrašanās vieta u.c. sasniegumus ietekmējoši faktori [14].

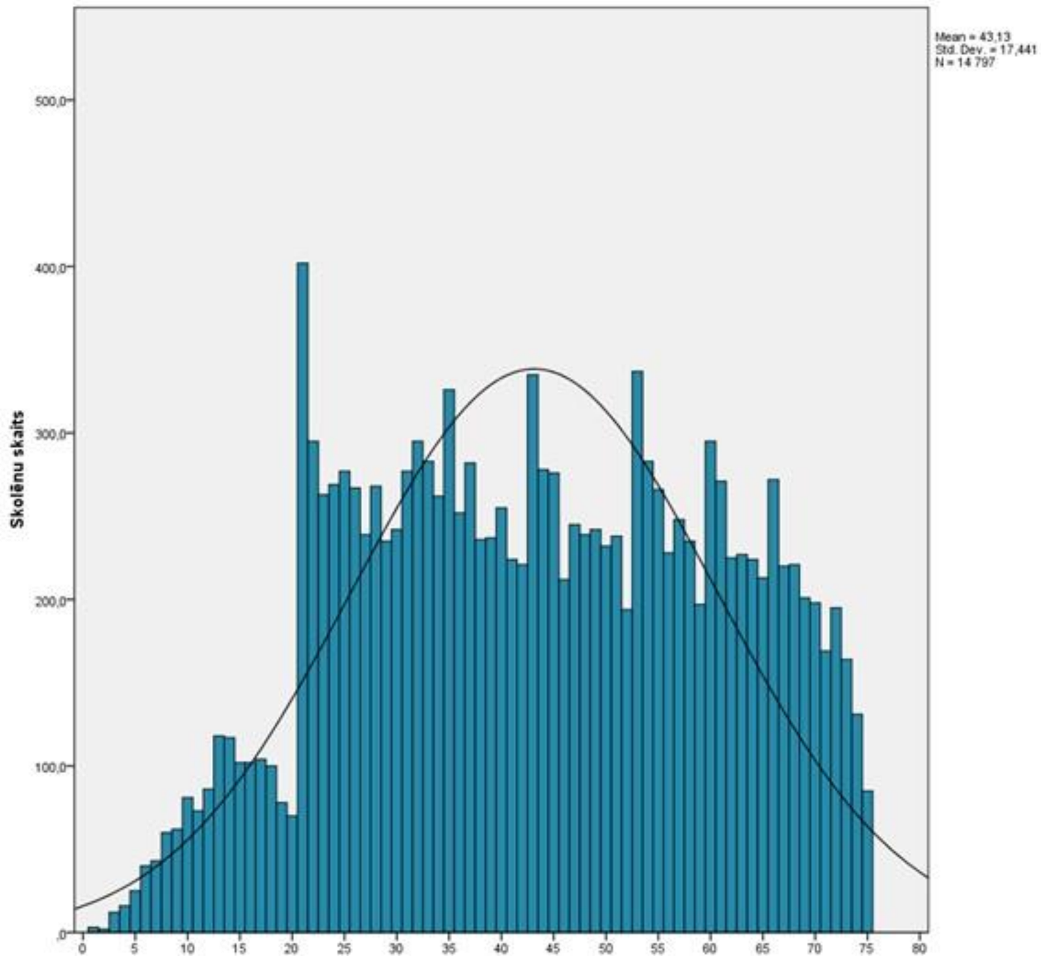
Katru gadu notiek izmaiņas mācību standartā. Skolotājiem un skolēniem momentāli jāorientējas, jo mācību priekšmetu mērķi un uzdevumi nemainās.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2012	0.3%	2.1%	4.3%	17.0%	21.2%	18.4%	13.8%	11.6%	9.1%	2.1%
2013	0.1%	1.2%	4.2%	21.6%	25.0%	19.9%	12.0%	8.1%	5.7%	2.3%
2014	0.7%	2.7%	5.3%	20.5%	19.4%	16.8%	12.1%	9.8%	8.7%	3.9%

3.1. att. **Skolēnu atzīmes statistika2012.-2014.m.g.**

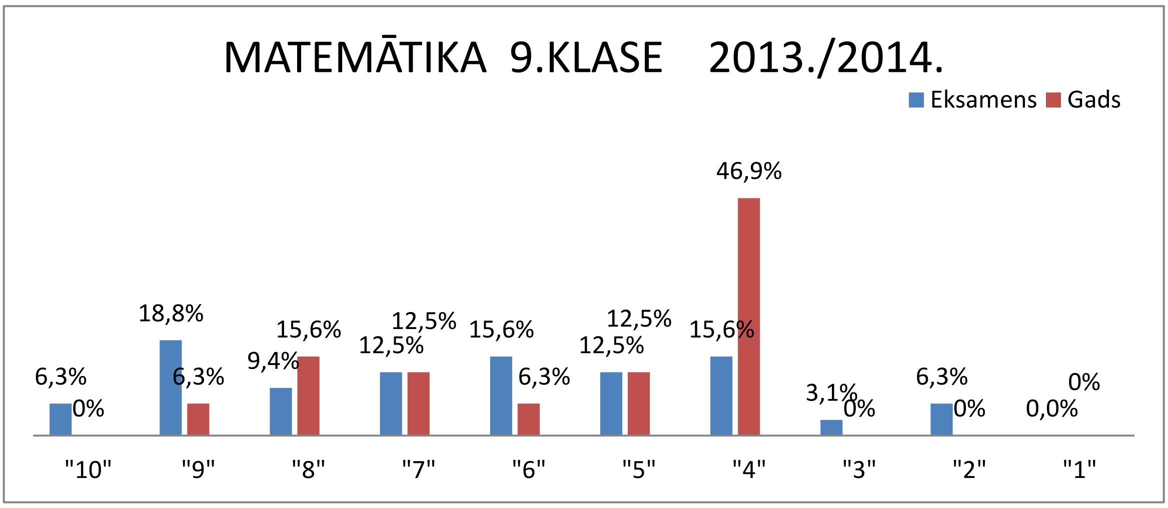
No stabiņdiagrammas ir redzams, kā mainās skolēnu iegūtās atzīmes 9. klases matemātikās eksāmenā. Slikta tendence, ka trīs gadu laikā palielinājies divu un trīs baļļu atzīmju skaits. Šāda atzīme ir negatīva. Tajā pašā laikā četras, piecas un sešas balles tika iegūtas retāk nekā 2013. mācību gadā. Salīdzinot ar pēdējo gadu, septiņas, astoņas, deviņas un desmit balles tika iegūtas biežāk, bet ne tik bieži kā 2012. gadā.



3.2.
att. Eksāmens matemātikā 9. klasei 2013./2014. m.g. punktu sadalījums

No punktu sadalījuma diagrammas redzam, ka skolēnu iegūtie punkti neatbilst normālam sadalījumam. Jāpievērš uzmanība tam, ka daudzi skolēni valstī ieguva 21 punktu, kas atbilst negatīvai atzīmei.

Piemēram, Rīgas 21. vidusskolas skolēnu eksāmenu rezultāti.



3.3. att. **Skolēnu atzīmes statistika 2013./2014. m. g. R21vsk**

Rīgas 21. vidusskolas 9. klasi pagājušajā gadā pabeidza 32 skolēni. Tabulā ir atspoguļota informācija, kādas atzīmes un cik cilvēkiem bija gadā un eksāmenā.

3.1. tabula **R21vsk skolēnu skaits pēc atzīmēm**

Balles	Eksāmens	Gads
10	2	0
9	6	2
8	3	5
7	4	4
6	5	2.
5	4	4
4	5	15
3	1	0
2	2	0
1	0	0

Protams, rezultāti gadā un eksāmenā pilnībā nesakritīs, jo skolēniem ir liels stress eksāmena laikā. Stress var būt gan paralizētājs, gan veiksmes veicinātājs. Stress normālās devās cilvēkam ir pat nepieciešams, tas aktivizē, kalpo par dzinuli cilvēka fizioloģiskajiem procesiem. Taču – nelielās devās. Bieži stress rodas, pārpūloties un ilgu laiku neatraujoties no mācību vielas. Students jūtas noguris un slikti guļ. Atpūtas brīži relaksētu. Daudz neērtību un panikas stresa laikā rada patvaļīgs muskuļu sasprindzinājums. Muskuļu atslābināšana atbrīvo arī cilvēka prātu un ļauj tam koncentrēties, tādējādi samazinot nepatīkamo psiholoģisko spriedzi. Aktīvas mācīšanās laikā ieteicams veikt biežas pastaigas svaigā gaisā - uzlabojas asinscirkulācija, smadzenes aktīvāk tiek apgādātas ar skābekli, līdz ar to tās ģenerē jaunu enerģiju un novērš negatīvās emocijas. Lietot sabalansētu uzturu. Ilgstoši paaugstinoties kortizona līmenim asinīs, var mainīties vielmaiņa, kā rezultātā ķermenī uzkrājas liekie tauki, īpaši vēdera rajonā. Šādās situācijās kārojas pēc ogļhidrātiem un taukiem. Stresa laikā vēlams pievērst uzmanību sabalansētam uzturam. Svarīgi izvairīties no ēdiena, kas apgādā organismu tikai kvantitatīvi, vairo stresu, piemēram, trekniem produktiem, cukura, kofeīna, kā arī alkohola. Labāk ēdienkartē iekļaut kvalitatīvu uzturu: augļus, ogas, dārzeņus, pilngraudu produktus, pākšaugus un liesu gaļu, medu u.c. Palīdzēs arī multivitamīnu lietošana. B grupas vitamīni uzlabo nervu sistēmas darbību, palīdz tikt galā ar uzbudinājumu un baiļu sajūtu, stabilizē garastāvokļa maiņu. B grupas vitamīnus dabiskā formā var uzņemt, ēdot klijas, raugu, pākšaugus, pienu, riekstus, cūkgaļu, zivis, dārzeņus, augļus, aknas u.c. Svarīgi, lai organisms stresa situācijā uzņemtu daudz antioksidantu – to lomu pilda vitamīni A, E, C. Palielinātas slodzes gadījumā pastiprināti jāseko, lai ar uzturu tiktu saņemtas minerālvielas - magnijs, mangāns, kalcijs, kālijs, cinks, varš u. c. Ārsta viedoklis: Eksāmenu laikā vecākiem savi bērni jāglauda pa spalvai. Visaktīvāk eksāmenu stress vērojams pubertātes laikā. Tas raksturojams ar nemieru, uzbudinājumu, miega un apetītes traucējumiem. Nereti tas ir aizsākums anoreksijai un bulīmijai. Biežāk eksāmenu stress novērojams ģimenēs, kur bērniem nav vecāku atbalsta, vai nepilnās ģimenes, kur vienam vecākam jārūpējas ne tikai par audzināšanu, bet arī iztiku. Šādās ģimenēs bērns nepārtraukti dzīvo ar nelielu stresa devu. Eksāmenu laikā tas pārnesas uz eksāmena stresu. Turklāt bērniem no nepilnām ģimenēm labs eksāmena rezultāts ir arī eksistenciāli svarīgs, jo tas rāda, kā iegrozīsies nākotne. Manuprāt, vecākiem vajadzētu izturēties vienādi gan pret skolēnu, gan studentu, kurš jau nobriedis kā personība, jo abos gadījumos bērniem vajadzīgs atbalsts [15].

Apskatīsim, kas jādara katra uzdevumā atsevišķi.

Par katru atbildi no 1. daļas skolēns varēja iegūt 1 punktu. Kopumā 24 jautājumi un 25 punkti. Virs 70 % skolēnu atbildēja uz 2., 3., 4., 5., 8., 10., 11., 16., 21., 22., 21.1. jautājumu. No 50 % līdz 69.9 % skolēnu atbildēja uz 1., 6., 9., 12., 13., 14., 15., 17., 18., 19., 23., 24.2. jautājumu. Mazāk nekā 50% skolēnu atbildēja uz 7., 20. jautājumu.

No 1. līdz 5. jautājumam vajadzēja izvēlēties atbildi jā vai nē. No 6. līdz 10. jautājumam var izvēlēties vienu atbildi no četriem. Uz pārējiem jautājumiem skolēnam jādod atbilde.

3.2. tabula **Nepieciešamas zināšanas testā 2013./2014. m. g.**

Jautājuma numurs	Kas jāzina skolēnam?
1.	Bisektrises definīcija
2.	Saīsinātas reizināšanas formula
3.	Vienādsānu trijstūra definīcija
4.	Kuba tilpuma formula
5.	Saknes īpašības
6.	Funkcijas definīcijas un grafiki
7.	Taisnstūra formula un viena no lielumiem izteikšana
8.	Aptuvenas saknes vērtības intervāla noteikšana
9.	Līdzīgu trijstūru pazīmes
10.	Funkcijas definīcijas apgabala noteikšana
11.	Aritmētiskās progresijas un diferences definīcijas
12.	Proporcijas nezināmā locekļa noteikšana, proporcijas īpašība
13.	Nepieciešamā lieluma izteikšana no formulas
14.	Grafika un asu krustpunktu noteikšana
15.	Līdzīgu saskaitāmo savilkšana
16.	Pakāpes īpašības
17.	Kopsaucēju daļas aprēķināšana
18.	Parastās daļas un decimāldaļas salīdzināšana
19.	Vienādojuma risināšana
20.	Ģeometrisko figūru iztēlošana un tās šķautņu skaitu noteikšana
21.	Paralelograma īpašības
22.	Taisnleņķa trijstūra malu definīcijas

23.	Riņķa līnijas ievilktā leņķa definīcija un īpašība
24.	1. Modas definīcija 2. Vidējās vērtības noteikšana un datu salīdzināšana ar to

Otrās daļas uzdevumos skolēniem jāuzraksta risinājums, kā arī jāuzzīmē zīmējums atbilstoši dotajam.

Zemāk tabulā vērtēšanas kritēriji papildināti ar standarta prasībām. 6. klases diagnosticējošajā darbā vērtēšanas kritēriji satur standarta prasības. Uzskata, ka arī 9. klases eksāmeniem jābūt tādiem, lai uzreiz saprast, kas tika pārbaudīts.

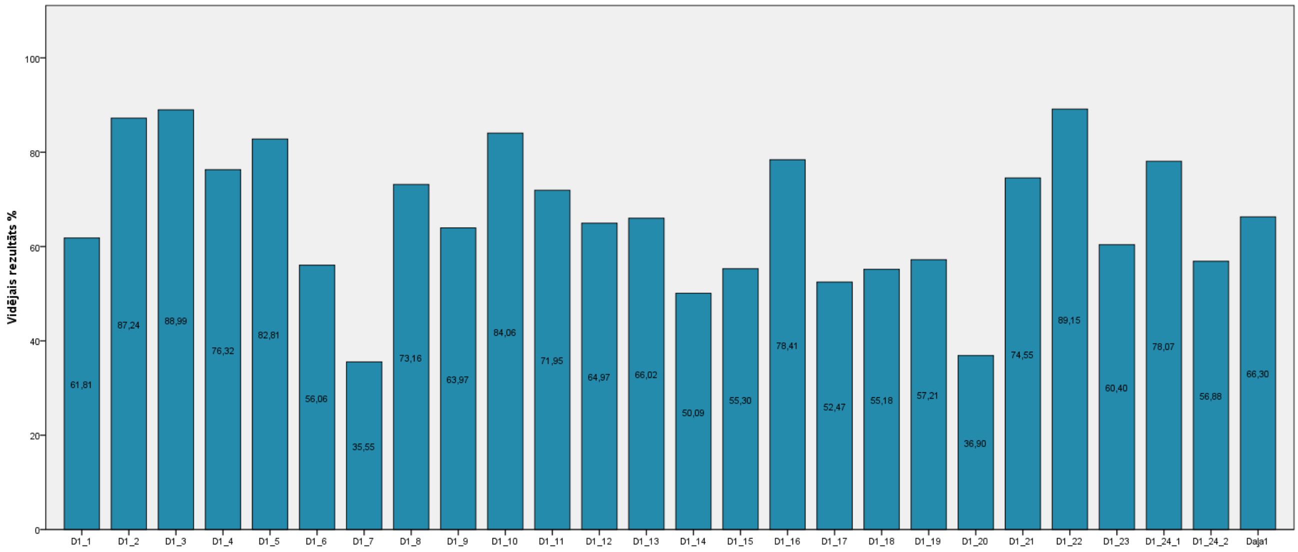
3.3. tabula **Vērtēšanas kritēriji ar standarta prasībām**

Uzdevuma numurs	Eksāmena vērtēšanas kritērijs	Punktu kopskaits	Standarta prasība
1.	a) Polinoma reizināšana ar polinomu – 1 p. Līdzīgo locekļu savilkšana – 1 p. Kvadrātvienādojuma atrisināšana – 2 p. b) Polinoma reizināšana ar skaitli – 1 p. Locekļu pārnešana – 1 p. Līdzīgo locekļu savilkšana – 1 p. Nevienādības atrisināšana – 1 p. c) Daļu reizināšana – 1 p. Kvadrātu starpības sadalīšana reizinātājos – 1 p. Daļas saīsināšana un atbildes uzrakstīšana – 1 p	11 punkti	15.3; 15.2; 13.11; 19.1; 27.2
2.	a) Zīmējuma izveidošana – 1 p. Romba diagonāļu īpašības lietošana – 1 p. Pitagora teorēmas lietošana – 1 p. Romba malas garuma aprēķināšana – 1 p. b) Trigonometriskās sakarības uzrakstīšana – 1 p. Leņķa ADO sinusa aprēķināšana – 1 p.	6 punkti	6.7; 17.1; 17.3; 30.1
3.	a) Visu iespējamo kombināciju uzrakstīšana – 1 p. b) Varbūtības aprēķināšana – 1 p. c) Labvēlīgo notikumu noteikšana – 1 p. Varbūtības aprēķināšana – 1 p.	4 punkti	6.9; 28.1; 28.2; 28.3; 28.4; 28.5
4.	a) Parabolas uzzīmēšana atbilstoši skolēna izvēlētajam konstruēšanas veidam – 4 p. b) Funkcijas vērtību noteikšana – 1 p. c) Funkcijas augšanas intervāla noteikšana – 1 p. d) Nevienādības atrisinājuma uzrakstīšana – 1 p.	7 punkti	6.11; 18.2; 18.4; 27.8
5.	a) Kopīgās ieguldītās summas aprēķināšana – 1 p. Katrīnas ieguldītās summas procentos aprēķināšana–2 p. b) Katrīnas peļņas aprēķināšana – 1 p. Martas peļņas aprēķināšana – 1 p.	5 punkti	26.2
6.	Figūras sadalīšana trijstūrī un trapecē – 1 p. Trijstūra laukuma aprēķināšana – 2 p. Trapeces laukuma aprēķināšana – 2 p. Mēroga ievērošana un visa zemesgabala laukuma aprēķināšana – 1 p. Ja skolēns izvēlas citu figūras sadalīšanas veidu, tad	6 punkti	29.1; 29.5

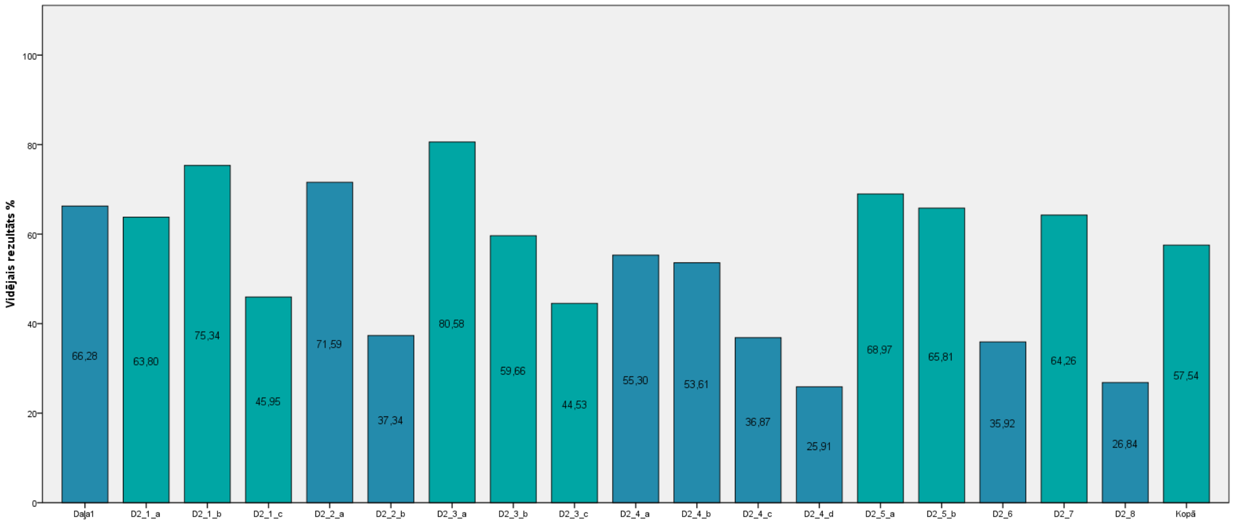
	skolotājs atbilstoši 6 punktiem izveido savus kritērijus.		
7.	Sistēmas vienādojumu viena mainīgā koeficientu vienādošana – 1 p. Vienādojumu saskaitīšana – 1 p. Viena mainīgā vērtības aprēķināšana – 1 p. Otra mainīgā izteikšana – 1 p. Otra mainīgā vērtības aprēķināšana – 1 p. vai Viena sistēmas mainīgā izteikšana – 1 p. Izteiktā mainīgā ievietošana otrajā vienādojumā – 1 p. Līdzīgo locekļu savilkšana un viena mainīgā lieluma vērtības aprēķināšana – 2 p. Otra mainīgā lieluma vērtības aprēķināšana – 1 p.	5 punkti	6.4; 25.4
8.	Trijstūra malu garumu īpašību ievērošana – 2 p. Iespējamo malu garumu uzrakstīšana, ievērojot nosacījumu par pirmskaitļiem – 1 p. Trijstūra malām atbilstošo perimetru uzrakstīšana – 1 p. Atbilstošo malu garumu uzrakstīšana (par katru malu – 1 p.) – 2 p.	6 punkti	9.1; 29.1

Ja 2. daļas uzdevuma risinājums neatbilst kritērijos norādītajam, skolotājs izveido savus kritērijus atbilstoši norādītajam punktu skaitam [16].

Virs 70 % skolēnu atrisināja sekojušus uzdevumus: 2.1.b; 2.3.a. No 50 % līdz 69.9 % skolēnu atrisināja: 2.1.a; 2.3.b; 2.4.a;2.4.b; 2.5.a; 2.5.b; 2.7 uzdevumus. Zemāk nekā 50% skolēnu atrisināja 2.1.c; 2.2.b; 2.3.c; 2.4.c; 2.4.d; 2.6; 2.8 uzdevumus. Skat. 3.4. att. un 3.5.att.



3.4. att. **Eksāmens matemātikā 9. klasei 2013./2014. m. g. Uzdevumu izpilde 1. daļa**

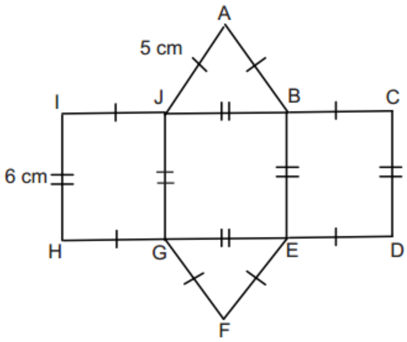


3.5. att. **Eksāmens matemātikā 9. klasei 2013./2014. m. g. Uzdevumu izpilde**

4. UZDEVUMI MATEMĀTIKĀ

4.1. Ģeometrijas uzdevumi Latvijas eksāmenā

Apskatīsim Latvijas eksāmenu uzdevumus, kas bija saistīti ar ģeometriskajām figūrām.



a) Apvelc pareizās atbildes burtu.

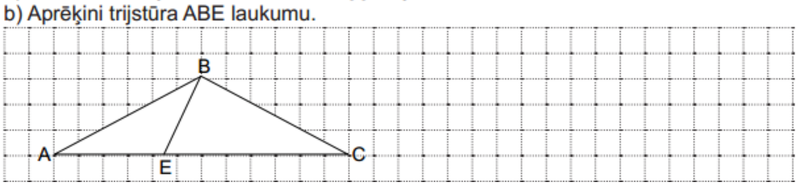
Dotais ķermenis ir
A piramīda
B cilindrs
C konuss
D prizma

b) Aprēķini trijstūra JAB laukumu.

c) Aprēķini šī ģeometriskā ķermeņa virsmas laukumu.

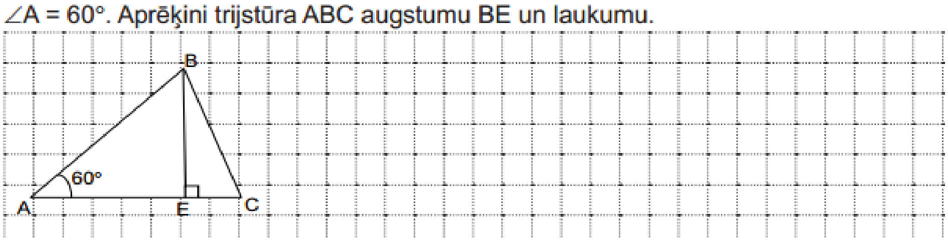
Kā arī 9. uzdevums.

9. uzdevums *(7 punkti)*.
Trijstūra ABC leņķi A un C ir 30° lieli, EC = 6 cm. Punkts E atlikts uz malas AC tā, ka trijstūris ABC ir līdzīgs trijstūrim AEB.
a) Pamato, ka trijstūris EBC ir taisnleņķa trijstūris.
b) Aprēķini trijstūra ABE laukumu.

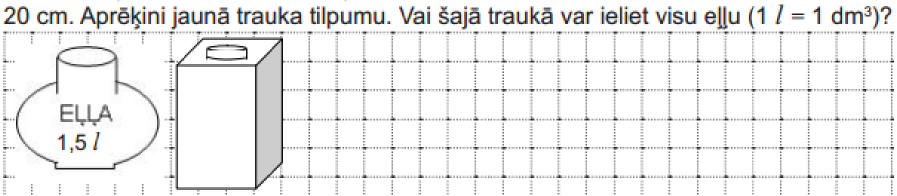


2012. gadā tiek piedāvāti šādi uzdevumi, saistīti ar ģeometriskā ķermeņa laukumu aprēķināšanu.

2. uzdevums *(5 punkti)*.
Šaurleņķa trijstūrī ABC novilkts augstums BE. Zināms, ka AB = 8 cm, AC = 12 cm un ∠A = 60°. Aprēķini trijstūra ABC augstumu BE un laukumu.

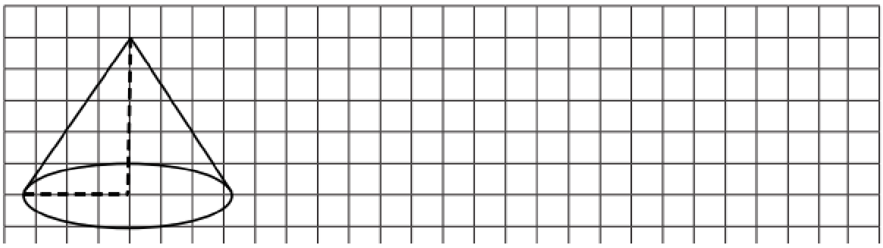


4. uzdevums *(4 punkti)*.
Traukā ieliets 1,5 *l* eļļas. Saimniece pamanīja, ka traukā ir izveidojusies plaisa, pa kuru eļļa var iztecēt no trauka ārā, tāpēc viņa nolēma to pārliet jaunā traukā. Jaunajam traukam ir prizmas forma, kuras pamats ir kvadrāts. Trauka izmēri ir 10 cm, 10 cm un 20 cm. Aprēķini jaunā trauka tilpumu. Vai šajā traukā var ieliet visu eļļu (1 *l* = 1 dm^3)?



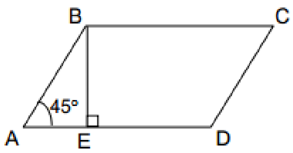
2011. gadā tika piedāvāts tikai viens uzdevums, kas ir saistīts ar ģeometriska ķermeņa laukuma aprēķināšanu.

4. uzdevums *(4 punkti).*
Konusa veidules garums ir 8 cm, bet pamata rādiuss ir 5 cm. Aprēķini konusa pilnas virsmas laukumu. Aprēķinos izmanto $\pi = 3$.



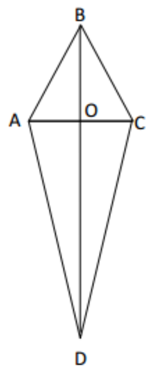
2010. gadā – bija 3 uzdevumi:

3. uzdevums *(4 punkti).*
Paralelogramam ABCD novilkts augstums BE. AB = $4\sqrt{2}$ cm, BC = 9 cm un $\angle A = 45°$. Aprēķini paralelograma augstumu BE un laukumu.



5. uzdevums *(7 punkti).*
Dots četrstūris ABCD. Zināms, ka trijstūris ABC ir vienādmalu trijstūris, AD = DC, $AC \perp BD$, AB = 10 cm un OD = 12 cm.

a) Aprēķini četrstūra ABCD perimetru.



b) Četrstūra ABCD simetrijas ass ir ________________________________

c) Atliec punktam D simetrisku punktu attiecībā pret punktu O.

7. uzdevums *(6 punkti).*
Regulāras trijstūra prizmas katras šķautnes garums ir 20 cm.

a) Attēlo prizmu zīmējumā.
b) Aprēķini prizmas pamata laukumu.
c) Aprēķini prizmas tilpumu.

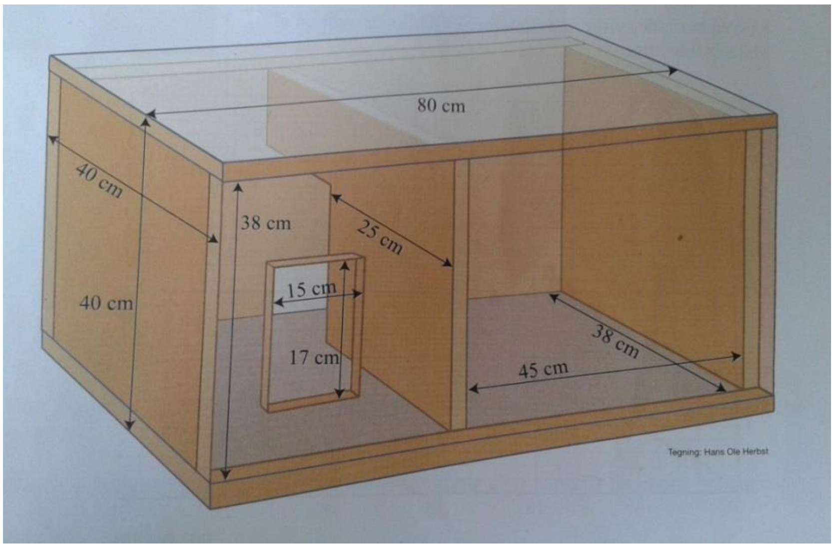
2009. gadā – bija tikai viens uzdevums:

6. uzdevums. (8 punkti)
Taisnleņķa trapeces ABCD sānu malu AB un CD garumi attiecīgi ir vienādi ar 3 cm un 5 cm. Punkts M ir garākā pamata AD viduspunkts, BM||CD. Izveido zīmējumu un aprēķini trapeces laukumu.

4.2. Ģeometrijas uzdevumi Dānijas eksāmenā

Apskatīsim, kādi uzdevumi ģeometrijā tika izmantoti eksāmenos.

Dānijā 2013. tika piedāvāts uzdevums, kurā Mikaels nolēma uzbūvēt būri plīvurpūcēm. Izmēri ir doti 4.1 attēla.



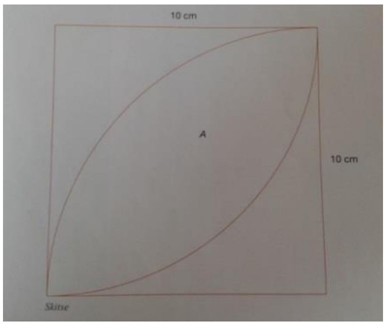
4.1. att. **Būra zīmējums**

2.1 jautājumā skolēnam jāatbild, cik daudz daļu vajag izmantot, lai uzbūvētu būrīša sienas, griestus un grīdu.

Ir dota papildus informācija: Mikaels nopirka 2 dēļus ar izmēriem: biezums – 0,1 cm, garums – 125 cm un platums – 83 cm. Jāpārbauda, vai Mikaelam pietiks divi dēļi, pamatojumā jāizmanto zīmējums.

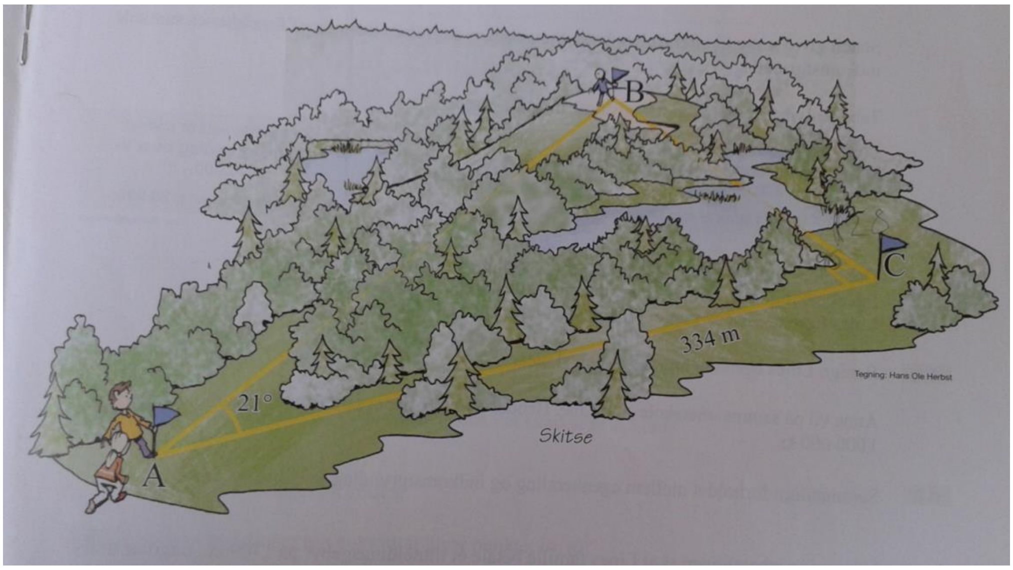
Vēl ir viens uzdevuma jautājums, kurā jānoskaidro, cik daudz vietas ir plīvurpūcēm būrī, kuru uzbūvēja Mikaels, ja viena plīvurpūce aizņem apmēram 400 cm^2. Bet ir jautājums, kā mēs varam viņas ievietot?

2012. gadā tika dots uzdevums, kurā vajadzēja aprēķināt doto figūru perimetrus un laukumus. Zīmējums iegūts programmā *Geo Gebra (4.2. att).*



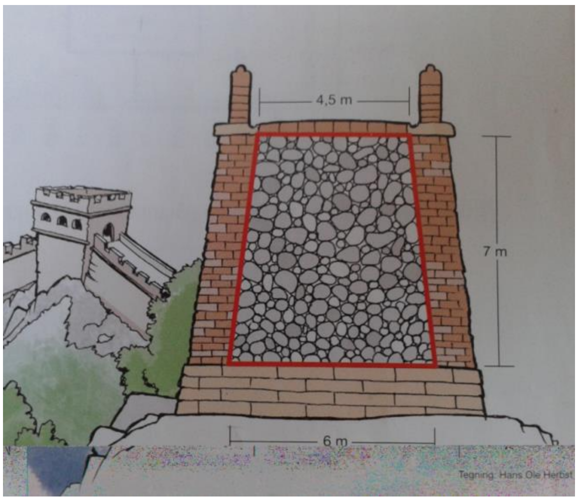
4.2. att. **Uzdevuma zīmējums Geo Gebra**

2011. gadā vienā no apakšpunktiem 3. uzdevumā bija nepieciešams aprēķināt ierobežota trijstūra laukumu (skat. 4.3. att.).



4.3. att. **3. uzdevuma zīmējums**

2010. gadā uzdevumā par Lielo Ķīnas mūri apakšpunktā vajadzēja aprēķināt trapeces laukumu, kura tiek iegūta, apskatot mūra šķērsgriezumu.



4.4 att. **Ķīnas mūra šķērsgriezums – zīmējums uzdevuma aprēķināšanai**

Analizējot mūsu 2013. gada 9. klases eksāmena uzdevumus, var secināt, ka no deviņiem uzdevumiem, kas tika piedāvāti risināšanai, tikai trīs bija saistīti ar reālo dzīvi.

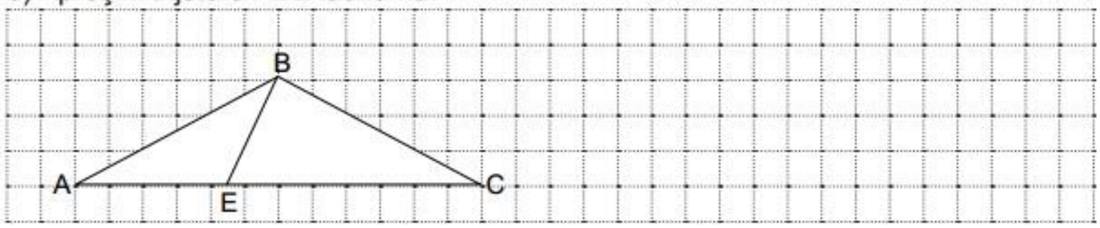
4.3. **3. līmeņa uzdevumi Latvijas eksāmenos**

Japevērš uzmanība, ka lielākās grūtības sagādāja 8. un 9. uzdevuma atrisināšana.

8. uzdevums (*6 punkti*).
Klases komanda piedalījās viktorīnā, kurā jāatbild pilnīgi uz visiem jautājumiem. Jautājumu skaits – 41. Ja atbilde ir pareiza, komanda saņem 3 punktus, ja nepareiza – zaudē 2 punktus. Uz cik jautājumiem jāatbild pareizi, lai viktorīnā iegūto punktu skaits būtu vienāds ar 33?

8. uzdevumā skolēniem vajadzēja ieviest jauno mainīgo un sastādīt vienādojumu. Tikai aptuveni 22 % skolēnu izpildīja šo uzdevumu.

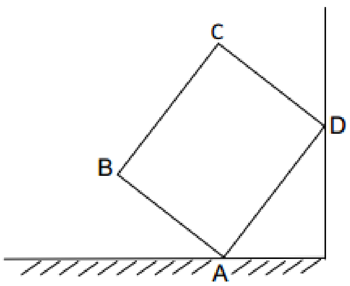
9. uzdevums (*7 punkti*).
Trijstūra ABC leņķi A un C ir 30° lieli, EC = 6 cm. Punkts E atlikts uz malas AC tā, ka trijstūris ABC ir līdzīgs trijstūrim AEB.
a) Pamato, ka trijstūris EBC ir taisnleņķa trijstūris.
b) Aprēķini trijstūra ABE laukumu.



Uzdevumā vajadzēja pamatot, ka trijstūris EBC ir taisnleņķa trijstūris un aprēķināt trijstūra ABE laukumu. Gandrīz 26 % skolēnu izpildīja dotu uzdevumu.

Viens no grūtākajiem uzdevumiem 2012. gada bija 9. uzdevums, to izpildīja – 25, 75 %.

9. uzdevums (*5 punkti*).
Pret sienu ir atslieta kartona kaste (sk. zīmējumu). Kastes sānu plakne ABCD ir taisnstūris, AB = 7 dm un AD = 10 dm. Attālums no kastes stūra A līdz sienai ir 6 dm.



a) Uzzīmē attālumu no punkta B līdz grīdai.

b) Aprēķini attālumu no kastes stūra B līdz grīdai.

Vienu punktu varēja iegūt, ja būtu uzzīmēts attālums; uzrakstīti līdzīgi trijstūri; pamatota trijstūru līdzība; uzrakstīta proporcija; aprēķināts prasītais attālums.

2011. gadā 7. uzdevumu izpildīja – 22,63 %

7. uzdevums (*7 punkti*).
Riteņbraucējs veica 27 km garu ceļu. Sākumā viņš brauca pa šoseju, pēc tam pa zemes ceļu. Riteņbraucēja braukšanas ātrums pa šoseju bija 18 km/h, pa zemes ceļu – 15 km/h. Zināms, ka pa zemes ceļu viņš brauca par $1\frac{1}{4}$ h ilgāk nekā pa šoseju. Aprēķini laiku, cik ilgi riteņbraucējs brauca pa šoseju un cik ilgi – pa zemes ceļu.

Skolēniem vajadzēja apzīmēt laiku, izteikt veikto attālumu, sastādīt vienādojumu, kā arī atrisināt to un aprēķināt otro prasīto lielumu.

8. uzdevums – 21,25%

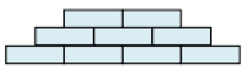
8. uzdevums (*9 punkti*).
Vienādsānu trapeces ABCD pamati AD = 6 cm, BC = 4 cm. Leņķa BAD bisektrise krusto malu BC tās viduspunktā E.
a) Pierādi, ka trijstūris ABE ir vienādsānu trijstūris.
b) Aprēķini leņķa BAD lielumu.

Šajā uzdevumā vajadzēja izveidot zīmējumu, pamatot leņķu vienādību, kā arī trijstūra veidu, aprēķināt trapeces sānu malas, novilkt trapeces augstumu, lai izveidotu taisnleņķa trijstūri, kuram aprēķināt vienu kateti un aprēķināt leņķa *BAD* lielumu.

2010. gadā – visgrūtākie uzdevumi pēc rezultātu statistikas bija 2.uzdevums, kuru izpildīja – 28,31 %, kā arī 8. uzdevums – 29,17 %

2. uzdevumā par katru darbību varēja iegūt 1 punktu: diferences noteikšana, vispārīgā locekļa formulas izmantošana, ķieģeļu rindu skaita aprēķināšana, summas formulas izvēle, summas aprēķināšana.

2. uzdevums *(5 punkti)*.
Dekoratīvos ķieģeļus samūrēja, kā parādīts zīmējumā, rindās citu virs citas. Apakšējā rindā bija 70 ķieģeļi un augšējā rindā – 4 ķieģeļi.



a) Aprēķini, cik ķieģeļu rindu samūrēja.

b) Cik ķieģeļu samūrēja kopā visās rindās?

8. uzdevumā, lai iegūtu maksimālo punktu skaitu, vajadzēja uzkonstruēt koordinātplakni, noteikt saknes, aprēķināt virsotnes koordinātes. Par grafika precizitāti un definīcijas apgabala ievērošanu varēja dabūt divus punktus. Par atbildēm b), c) un e) punktos – 1 punkts, par d) – 2 punkti.

***8. uzdevums** (10 punkti).*

Formula $h = -5t^2 + 25t$ izsaka sakarību starp kriketa bumbas lidojuma augstumu h (dm) un laiku t (s).

a) Uzzīmē šīs sakarības grafiku, pieņemot, ka bumbas kustība sākas no zemes.

Izmantojot grafiku, nosaki:

b) cik augstu bumba atradās 2 sekundes pirms tā nokrita uz zemes;

c) maksimālo augstumu, kādu bumba sasniedza lidojuma laikā;

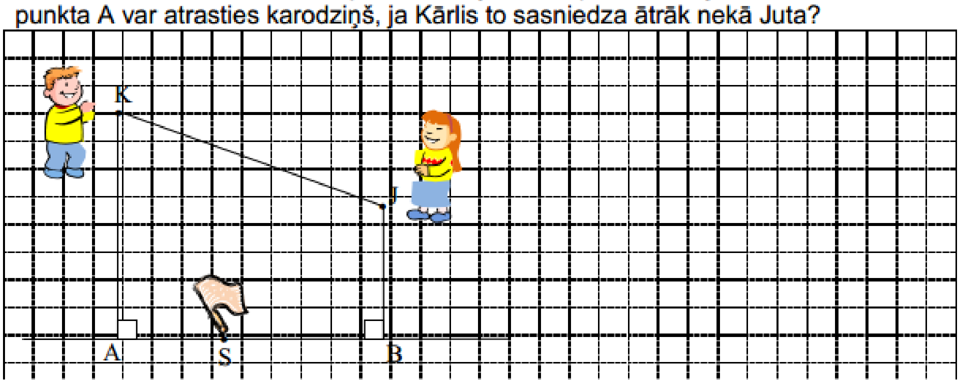
d) pēc cik sekundēm no bumbas izmešanas brīža tā atradās 20 dm augstumā no zemes;

e) bumbas lidojuma laiku no izmešanas brīža līdz tās saskarei ar zemi.

2009. gadā tika piedāvāts šāds uzdevums. To atrisināja tikai 8, 22 % skolēnu. Pēc rezultātu statistikas varam secināt, ka tas bija piecu gadu laikā visgrūtākais uzdevums. Tajā vajadzēja sastādīt kvadrātnevienādību un to atrisināt.

8. uzdevums. (8 punkti)

Sporta laukumam ir taisnleņķa trapeces forma. Juta nostājās stūrī J, bet Kārlis stūrī K. Ar A un B apzīmēti pārējie divi sporta laukuma stūri (skat. zīmējumu). Ir zināms, ka AK = 30 m, AB = 60 m un JB = 20 m. Punktā S, kas atrodas uz malas AB, bet nesakrīt ne ar A, ne ar B, nolika karodziņu. Vienlaicīgi un ar vienādiem ātrumiem Juta un Kārlis katrs pa īsāko ceļu devās pie karodziņa. Kādā attālumā no punkta A var atrasties karodziņš, ja Kārlis to sasniedza ātrāk nekā Juta?



Dānijā eksāmenu rezultāti visiem nav brīvi pieejami. Rezultātus iespējams apskatīt tikai skolotājiem. Salīdzināt ar citām skolām ir grūti, jo tā ir informācija šauram lokam.

Skolēnu darba komplekts sastāv no testa uzdevumiem un otras daļas uzdevumiem. Katram problēmuzdevumam ir apakšpunkti. Apakšpunktos ietilpst vairākas tēmas. Apskatīsim detalizētāk 1. uzdevumu *Simona darbs brīvajā laikā.* Kas tiek dots? Simons strādā veikalā. Viņam stundā maksa 55,35 Kr. Februārī viņš strādāja 32 stundas.

1.1. Cik daudz naudas Simons nopelnīja? Vel tiek dota informācija, ka Simons cer nopelnīt 24 000 Kr 2012. gadā.

1.2. Cik daudz stundas jāstrādā Simonam, lai nopelnītu 24 000 Kr 2012. gadā? Zināms, ka Simons maksā 8 % ienākumu nodokli. Atlikušo daļu viņš saņem.

1.3. *Cik daudz Simons saņems vidēji mēnesī 2012. gadā?* Tiek dots, ka Simonam ir jāmaksā nodoklis, ja viņa apliekamie ienākumi 2012.gadā pārsniegs 32 200 Kr.

Dotā formula, kā izrēķināt apliekamos ienākumus:

Apliekamie ienākumi = gada alga – nodarbinātības līmenis – ienākumu nodoklis, kur

gada alga –alga pa visu gadu

Nodarbinātības līmenis – 4,4 % no algas

Ienākumu nodoklis – 8 % no algas

1.4. Jāpārbaudīt, cik liela būs Simona alga, ja viņa apliekami ienākumi ir 32 200 Kr.

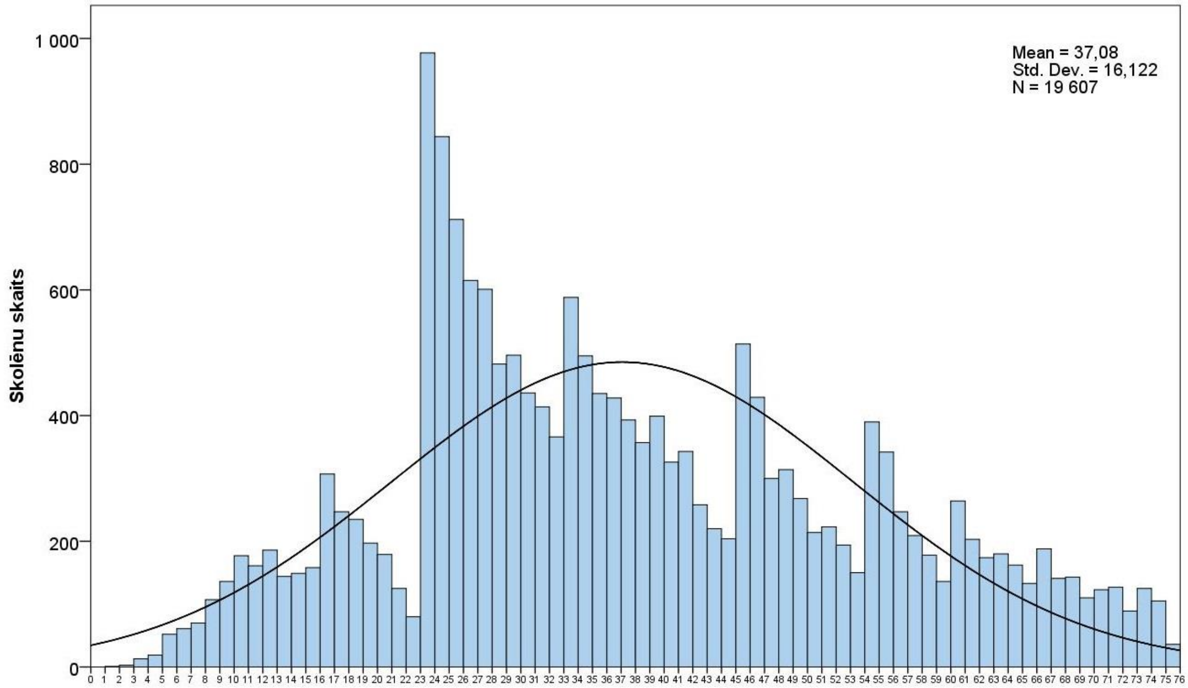
Var izmantot jebkurus IT rīkus.

	A	B
1	Alga	
2	Nodarbinātības līmenis	
3	Ienākumu nodoklis	
4	Apliekamie ienākumi	= B1-B2-B3

5. METODISKĀS REKOMENDĀCIJAS

5.1. Ieteikumi par 2009./2010. mācību gada matemātikas eksāmena 9. klasei rezultātu izmantošanu mācību procesa un skolēnu darbu izvērtēšanas kvalitātes paaugstināšanai

2010.gada vasarā sabiedrībā bija dažādi viedokļi par 9. klases eksāmena rezultātiem [17]. Vieni vainoja darba veidotājus par eksāmena satura neatbilstību 9. klases skolēnu spējām, citi – skolēnus par viņu nepietiekamajām zināšanām matemātikā, citi – skolotājus, vēl kāds – eksāmenu grafiku.

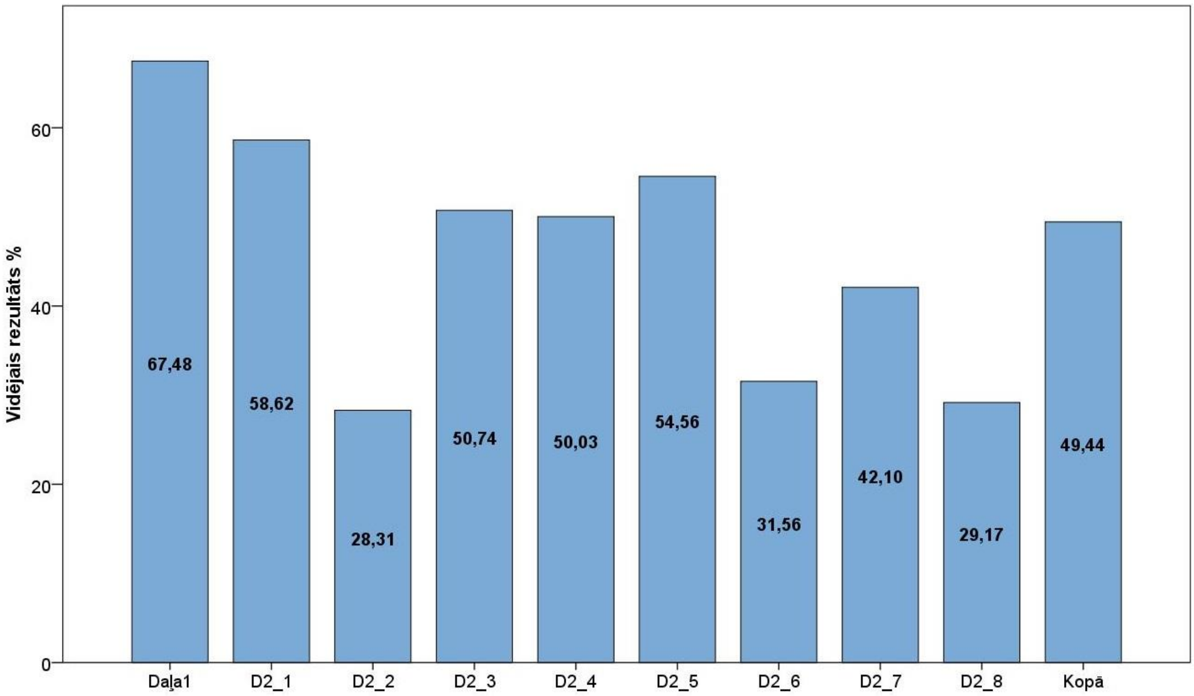


5.1. att. **Eksāmens matemātikā 9. klasei 2009./2010. m.g. punktu sadalījums**

Lai precīzāk izvērtētu rezultātus un to cēloņus, projekts „Dabaszinātnes un matemātika" veica pētījumu par 2009./2010.mācību gada 9.klases matemātikas eksāmena rezultātiem. Tā ietvaros tika analizēti 9.klases skolēnu sniegumi matemātikas eksāmenā. Tika atlasīta pētījumu reprezentējoša skolu izlase un analizēti 444 skolēnu darbi. Turpmāk piedāvāta pētījuma rezultātu analīze, secinājumi un priekšlikumi, kas varētu palīdzēt skolotājam izvērtēt jau paveikto un saprast, kas vēl ir uzlabojams mācību procesa norisē matemātikas stundā un skolēnu darbu vērtēšanā. Analizējot skolēnu darbus, izvērtējām, kuri matemātikas temati, kādas prasmes ir labāk apgūtas un kuras ne tik labi, konstatējām dažus ar skolēna mācīšanos tieši nesaistītus iemeslus, kas ietekmē eksāmena rezultātus.

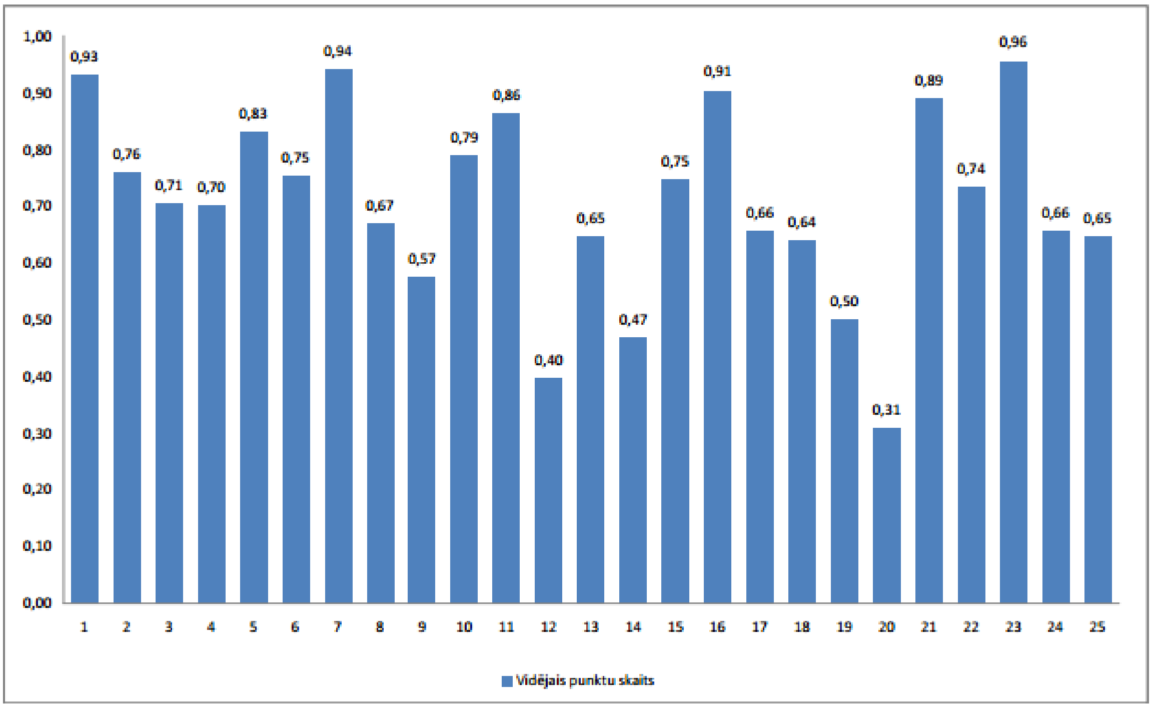
Mācību priekšmeta „Matemātika” saturu nosaka mācību priekšmeta standarts (Ministru kabineta 2006.gada 19. decembra noteikumi Nr.1027 „Noteikumi par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem”). Runājot par mācību saturu, to šobrīd nosacīti iedalīsim divās daļās: tradicionālais matemātikas mācību saturs (lietas, kas matemātikā ir apgūtas vairākās paaudzēs): izteiksmes, vienādojumi, nevienādības, funkcijas un to grafiki, figūras un to īpašības, laukumi utt.; novitātes saturā (tas, kas mūsdienās aktuāls skolēnam reālajā dzīvē un kam iepriekš matemātikas stundās tika veltīta tikai pastarpināta vērība): – atsevišķu matemātikas nozaru – kombinatorikas, varbūtību teorijas, statistikas – satura un nozīmības palielināšana un atbilstošo zināšanu un prasmju iekļaušana matemātikas priekšmeta saturā; – pētnieciskās prasmes, komunikatīvās prasmes, prasmes matemātikas zināšanu izmantošanā praktiskās dzīves situācijās utt.

Eksāmena 1.daļā tiek vērtētas skolēnu zināšanas un prasmes. 1.daļu veido uzdevumi, kuros skolēniem ir jāizpilda tikai viena operācija (piemēram, viena vai divas aritmētiskās darbības, pārveidojums, aprēķins, mērījums vai jānolasa kāds lielums no tabulas vai diagrammas).



5.2. att. **Eksāmens matemātikā 9.klasei 2009./2010.mācību gadā. Uzdevumu izpilde**

Eksāmena 1.daļas izpildes vidējais rezultāts Latvijā bija 67,48%, bet pētījuma izlasē 71%. Šis rezultāts ir nedaudz labāks nekā visā Latvijā, kas liecina, ka tās problēmas, kuras parādās šajā pētījumā, būs aktuālas arī valstī kopumā. Eksāmena 1.daļas punktu sadalījums pa uzdevumiem 1.daļā ir redzams 2.attēlā.



5.3. *att.* **Eksāmens matemātikā 9.klasei. Punktu sadalījums pa uzdevumiem 1.daļā (444 respondentu izlase)**

5.1. tabula **Nepieciešamas zināšanas testā 2009./2010. m. g.**

Jautājuma numurs	Kas jāzina skolēnam?
1.	Kas ir lineārās funkcijas grafiks
2.	Saīsinātās reizināšanas formula
3.	Nevienādību sistēmas atrisinājuma kopas noteikšana
4.	Romba un paralelograma īpašības
5.	Trapeces īpašības
6.	Izteiksmes daļu saīsināšana
7.	Četrstūru īpašības
8.	Skaitļu noapaļošana
9.	Konkrētās situācijas aprakstīšana ar matemātisko formulu
10.	Mediānas definīcija
11.	Varbūtības noteikšana
12.	Decimāldaļu un skaitļu ar negatīvu pakāpi reizināšana
13.	Ienest reizinātāju zem kvadrātsaknes
14.	Kombinatorikas elementu noteikšana
15.	Informācijas iegūšana no sektordiagrammas
16.	Pakāpes īpašības
17.	Aritmētiskās kvadrātsaknes aprēķināšana
18.	Konkrētās situācijas aprakstīšana ar matemātisko izteiksmi
19.	Nepieciešamā lieluma izteikšana no dotās formulas
20.	Modas noteikšana
21.	Paralēlās taišņu pazīmes: iekšējo vienpusleņķu summa ir 180^0
22.	Vienādsānu trijstūra pazīme
23.	Paralelograma laukuma aprēķināšanas formulas
24.	Centra leņķa teorēma
25.	Pieskares īpašība

Jāatzīmē, ka kombinatorikas un statistikas elementi matemātikas saturā ir ienākuši salīdzinoši nesen. Var gadīties, ka skolotāji nevelta pietiekami daudz uzmanības gan kombinatorikas, gan statistikas tematu apguvei. Iespējams, skolotājiem nav pietiekama pieredze mācīšanas metožu un paņēmienu izvēlē, mācot šos tematus pamatskolā. Analizējot skolēnu darbus, netika novērots, ka 14. uzdevuma risinājumā (kombinatorikā) skolēni būtu mēģinājuši uzdevuma saturu vizualizēt zīmējumā, tabulā vai shēmā, kas ļautu vieglāk nonākt pie risinājuma. Savukārt 12. un 19.uzdevuma grūtības pakāpe rāda, ka skolēni matemātikā nav apguvuši tās prasmes, kas ir nepieciešamas izmantošanai arī citos priekšmetos – fizikā, ķīmijā, bioloģijā.

Tālāk pievērsīsimies eksāmena 2. daļai. Eksāmena 2. daļā tiek vērtēta skolēnu zināšanu un prasmju lietošana standartsituācijās un problēmsituāciju risināšanā. 2.daļu veido vairāku darbību uzdevumi, pēdējais uzdevums ir radošs. Apskatīsim katru 2.daļas uzdevumu atsevišķi. Pētījuma ietvaros eksāmena otrās daļas uzdevumu izvērtēšanai tika izstrādāti detalizētāki kritēriji, lai precīzāk varētu noteikt tās prasmes, kuras skolēniem nesagādā grūtības un arī formulētu problēmas.

1.uzdevums.

Atrisini vienādojumu!

Šī uzdevuma risinājumos tika vērtētas šādas prasmes:

1) skaitļa reizināšana ar binomu – GP = 0,75;

2) monoma reizināšana ar binomu – GP = 0,88;

3) divu binomu sareizināšana – GP = 0,78;

4) ½ reizināšana ar ½ – GP = 0,76;

5) saskaitāmo „pārnešana” uz vienādojuma otru pusi – GP = 0,75;

6) līdzīgo saskaitāmo savilkšana – GP = 0,64;

7) mainīgā izteikšana – GP = 0,65;

8) parastas daļas dalīšana ar veselu skaitli – GP = 0,59;

9) matemātiski korekta risinājuma pieraksta veidošana – GP = 0,77.

Kā liecina dati, grūtākie soļi šajā uzdevumā skolēniem ir:

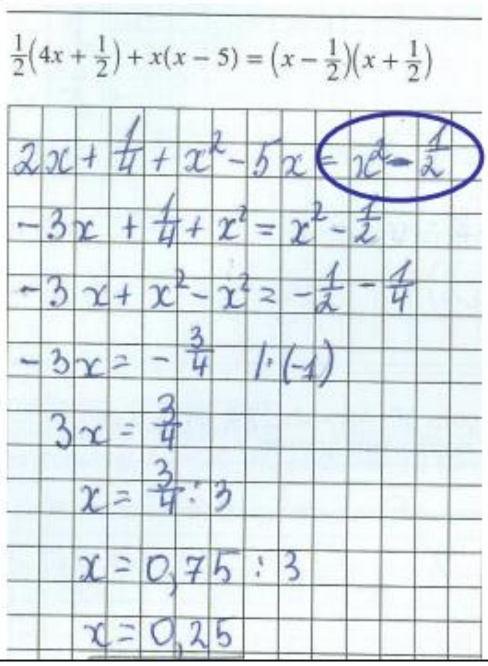
1) parastas daļas dalīšana ar veselu skaitli;

2) mainīgā izteikšana no izteiksmes, kas tika novērota arī 1.daļā;

3) līdzīgo saskaitāmo savilkšana.

Pētījumā tika novērots arī cits iemesls – šajā valsts pārbaudījuma uzdevumā zemais vidējo punktu rādītājs bija tāpēc, ka skolotāji neatbilstoši novērtēja skolēnu sniegumu. Par to liecina šādi piemēri:

1. Piemērs



Ievērojot **eksāmena darba vērtēšanai dotos kritērijus**, skolēnam būtu jāsaņem:

1 punkts – iekavu atvēršana kreisajā vienādojuma pusē;

0 punktu – iekavu atvēršana labajā vienādojuma pusē;

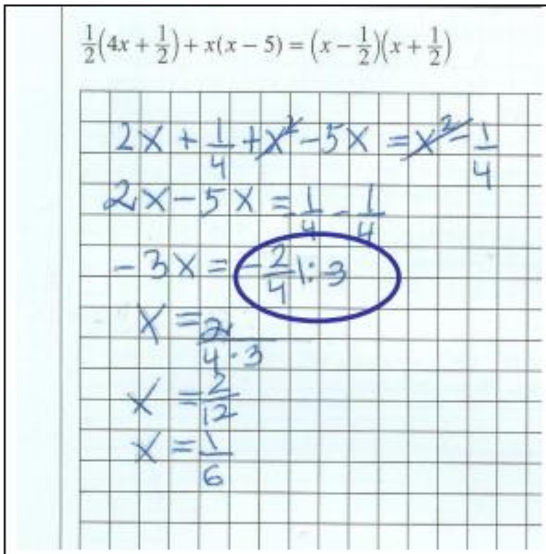
1 punkts – izteiksmju vienkāršošana;

1 punkts – vienādojuma saknes aprēķināšana.

Kopā – **3** punkti no 4 iespējamajiem punktiem.

Par uzdevuma risinājumu skolotājs – eksāmena vērtētājs – piešķīra **1** punktu **3** punktu vietā.

2. Piemērs



Ievērojot dotos kritērijus eksāmena darba vērtēšanai, skolēnam būtu jāsaņem:

1 punkts – iekavu atvēršana kreisajā vienādojuma pusē;

1 punkts – iekavu atvēršana labajā vienādojuma pusē;

1 punkts – izteiksmju vienkāršošana;

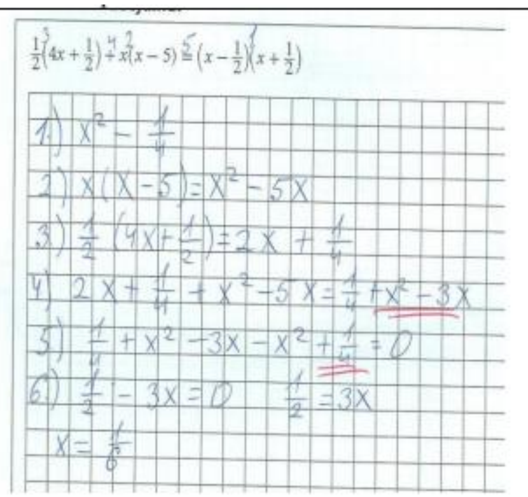
1 punkts – vienādojuma saknes aprēķināšana.

Kopā – **4** punkti.

Šajā darbā varētu būt iebildumi par pierakstu, kad blakus tiek rakstītas dalīšanas un mīnus zīmes (skatīt apvilkto), tomēr to var uzskatīt par nebūtisku neprecizitāti, jo skolēns izprot šīs darbības būtību.

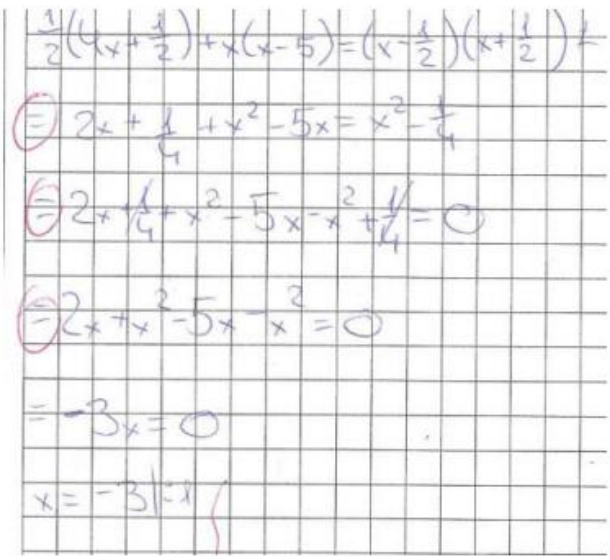
Par uzdevuma risinājumu vērtētājs piešķīra **1** punktu **4** punktu vietā.

3. Piemērs

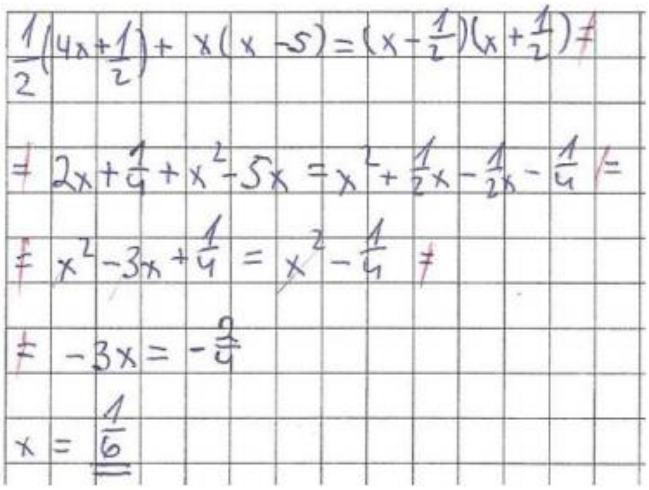
	Šajā skolēna risinājumā ir redzams oriģināls uzdevuma pieraksts. Ievērojot dotos kritērijus eksāmena darba vērtēšanai, skolēnam būtu jāsaņem: 1 punkts − iekavu atvēršana kreisajā vienādojuma pusē (3. un 2.darbība); 1 punkts − iekavu atvēršana labajā vienādojuma pusē (1.darbība); 1 punkts − izteiksmju vienkāršošana (4. un 5.darbība); 1 punkts − vienādojuma saknes aprēķināšana (6.darbība). Kopā – **4** punkti. Pasvītrojumi liecina, ka vērtētājs nav izpratis šo pierakstu un novērtējis uzdevumu ar 2 punktiem 4 punktu vietā.

Vēl viena aktuāla problēma, kas novērota skolēnu darbos, ir vienādības zīmju lietojums nevajadzīgās vietās, pierakstot vienādojuma risinājumu. Savā ziņā tas liecina par to, ka skolēnam nav izpratnes par vienādojumu kā matemātisku modeli (sk. 4.piemēru). Tomēr, ja vērtējam pozitīvos sasniegumus un vienādojuma sakne ir aprēķināta pareizi, nav formāla iemesla nepiešķirt kādu punktu (sk. 5.piemēru).

4. Piemērs



5. Piemērs



5.2. Secinājumi un ieteikumi skolotājiem mācību procesa kvalitātes uzlabošanai un gatavojoties skolēnu eksāmena darbu izvērtēšanai

Skolēnu darbu analīze ļauj secināt, ka skolēni pieļauj kļūdas gan tradicionālajā matemātikas mācību saturā, piemēram, izteikt lielumu no formulas, kvadrātnevienādības atrisināšana, trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī, gan arī satura novitātēs – kombinatorika, statistika. Par nepietiekamu jāuzskata skolēnu matemātiskā izpratība – prasme veidot pārnesumu no matemātikas zināšanām uz to lietošanu, kad dots reālas situācijas apraksts (piemēram, otrās daļas 2., 6. un 8.uzdevums). Apgūstot kombinatoriku, statistiku un matemātisko modeļu veidošanu, ir ieteicams mācīt skolēniem vizualizēt (zīmēt, veidot shēmas, tabulas, domu kartes) uzdevuma saturu. Pārdomāt metodisko paņēmienu atlasi, mācot matemātikas lietojamību un iespēju to izmantot citos priekšmetos vai reālajā dzīvē. Skolēniem ir jāpiedāvā pietiekamā skaitā uzdevumi, kuros ir ietverts šis lietojums, paralēli domājot par pašas matemātiskās prasmes apguvi, piemēram, skaitļa reizināšana ar 10 pakāpēm. Teksta uzdevuma atrisināšana sagādā grūtības daudziem skolēniem. Teksta uzdevuma risināšana prasa skolēnu spēju lasīt tekstu ar izpratni. Tāpēc daudz precīzāk iesakām strādāt ar skolēniem, mācot darbu ar tekstu un informācijas apstrādi. Šoreiz teksta uzdevumu varēja atrisināt, nesastādot vienādojumu, bet apskatot iespējamos gadījumus. Tāpēc, risinot jebkuru uzdevumu, ieteicams rosināt skolēnus domāt par alternatīviem risinājumiem. Šo prasmi var attīstīt, mācību procesa laikā piedāvājot skolēniem dažādus radošus uzdevumus un pamatojot mācīšanos uz izpratni, nevis uz mehānisku algoritmu izpildi. Tāpat nepieciešams rosināt skolēnus „ķerties” pie uzdevuma risināšanas arī tad, ja nav saskatāms algoritms vai tas ir aizmirsts. Daudzus uzdevumus var atrisināt arī ar netradicionālām metodēm. Šajos gadījumos svarīgi skaidri aprakstīt savu spriedumu gaitu. Risinājumu var pierakstīt arī „saviem vārdiem”. Dažkārt ir aprakstītas visas iespējamās brīvās vietas, tomēr nekur netiek paskaidrots, kas tiek rēķināts. Prasmi pierakstīt uzdevuma risinājuma gaitu varētu attīstīt, mācību procesa laikā rosinot skolēnus rakstīt uzdevuma risinājuma plānu. Tikpat būtiska prasme ir strukturēt informāciju. Mācību procesā vajadzētu skolēniem piedāvāt veidot kopsavilkumus par konkrētām tēmām matemātikā (piemēram, apkopot visas trijstūra laukuma aprēķināšanas formulas, kādā trijstūrī katra formula ir spēkā), izmantojot dažādas vizualizēšanas un informācijas strukturēšanas metodes – domu kartes, shēmas, tabulas utt. Tāpat arī, veidojot grafiku kā matemātisku modeli, nepieciešams mācīt skolēnam izvērtēt, kuros kvadrantos grafiks atradīsies, kādas ir mainīgo pieļaujamās vērtības. Īpaši tas ir svarīgi, ja tiek attēlots reālu procesu raksturojošs grafiks. Ieteikums vērtējot skolēnu darbus – rūpīgi iedziļināties ikviena skolēna katrā risinātajā uzdevumā. Īpašu uzmanību pievērst skolēnu piedāvātajiem netradicionālajiem vai neformālajiem uzdevumu risinājumiem. Šādi risinājumi prasa no darbu vērtētājiem spēju saprast, kādas zināšanas un prasmes skolēns parāda ar savu piedāvāto risinājumu un cik lielā mērā tās atbilst piešķiramajam punktu skaitam. Ja skolēns pieļāvis kļūdu uzdevuma risinājuma kādā solī, vērtētājam ir jāiedziļinās viņa tālākajā risinājumā un tad par turpmākajiem, pareizi veiktajiem soļiem ir jāpiešķir punkti.

Somijā skolotājiem uzreiz ar eksāmenu uzdevumiem tika atsūtītas atbildes un risinājumi, kur uzreiz pārradīts, par ko skolēns saņem punktu. Latvijā ar eksāmena uzdevumiem skolotājs saņem kritērijus, pēc kuriem vērtē skolēna darbu. Dānijā tāpat kā Latvijā ir kritēriji, bet nav risinājuma. Krievijā, piemēram, demonstrējošajam eksāmenam ir arī kritēriji ar noteikto punktu skaitu, kā arī risinājumi. Bet jāņem vērā, ka demonstrējošais eksāmens – tā ir iespēja skolēniem pārbaudīt savas spējas.

Apkopojot iegūto informāciju par matemātikas eksāmeniem 9. klasē, tika izstrādāts uzdevumu komplekts. Komplektā ir apvienoti uzdevumi no eksāmeniem Krievijā, Dānijā un Somijā. Skolotājs var izmantot uzdevumu komplektu kā palīgmateriālu stundās. Uzdevumi tika izvēlēti tēmai „reālā matemātika”.

6. UZDEVUMU KOMPLEKTS

Skolēna darba lapa

1. Starppilsētu vilciena biļetes cena ir 5.92 EUR. Skolēniem ir 50% atlaide biļetes iegādei. Cik jāmaksā par biļetēm grupai, kurā ir 4 pieauguši un 12 skolēni?

(Uzdevums no 2015. gada demonstrējoša eksāmena „reālas matemātikas" daļas - Krievija)

2. Tabulā ir normatīvi 30 m skriešanā 9. klases skolēniem.

Sekundes	5,0	5,1	5,3	5,5	5,7	6,0	6,2	6,5	7,0
Balles	10	9	8	7	6	5	4	3	2

Kādu atzīmi iegūst meitene, kas noskrēja distanci 5.36 sekundēs?

(Uzdevums no 2015. gada demonstrējoša eksāmena „reālas matemātikas" daļas - Krievija)

3.

3.1. Kuba malu garums dubultojas. Kā mainās kuba tilpums? Atbildi pamatot.

3.2. Kubs ar šķautnes garumu 15 cm ir piepildīts ar ūdeni. Ūdeni ielej citā kubā ar malas garumu 26 cm. Cik augsti paceļas ūdens lielākajā kubā?

(Uzdevums no 2015. gada C daļas – Somija)

4. Rīsu pakete tiek ielikta vārīšanai atbilstoši norādījumiem. Cik daudz neapstrādāta rīsu un ūdens ir nepieciešams, ja jūs vārāt rīsus septiņiem cilvēkiem?

Vārīšana (2 cilvēkiem)
0,15 ml – rīsi
0,3 ml – ūdens
šķipsniņa sāls

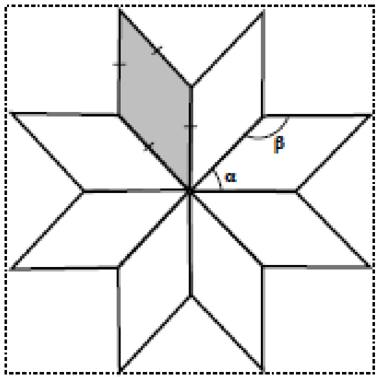
(Uzdevums no 2015. gada C daļas – Somija)

5. Jānis, Ilze un Pēteris nopirka piecas loterijas biļetes tā, ka Jānim jāmaksā viens eiro, Ilzei un Pēterim – katram pa diviem eiro. Viņi vienojās, ka gadījumā, ja loterijas biļeti uzvarēs, viņi dalīs naudas balvu atbilstoši ieguldītajai naudai. Uzvarētās biļetes īpašnieks saņem 2000 EUR.

Kā tiks sadalīta balvas nauda starp Jāni, Ilzi un Pēteri, ja viņi vinnēs?

(Uzdevums no 2015. gada C daļas – Somija)

6. 8 vienādi rombi novietoti blakus tā, kā veido zvaigzni (sk. zīm.). Romba malas garums ir 5 cm.



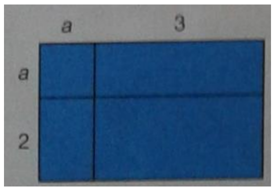
a) Aprēķini zvaigžņveida daudzstūra perimetru.

b) Aprēķini leņķi α un β. Risinājumu paradīt zīmējumā.

c) Zvaigzne ir izgriezta no kvadrātveida papīra (ramītis ap zvaigzni). Aprēķini izgriezta papīra laukumu.

(Uzdevums no 2014. gada B daļas – Somija)

7. Atzīmēt divas formulas, kas raksturo zila taisnstūra laukumu (sk. zīm.).



a) a^2+5a+6

b) $4a+10$

c) $2a^2+3a+2a+6$

d) $2a+5a+6$

e) $(a+3)\cdot(a+2)$

f) $6a+6$

(Uzdevums no 2013. gada testa daļas – Dānija)

8. Septembrī 9. klases aizbrauca uz Parīzi. 22 skolēni un divi skolotāji nolēma aplmeklēt Eifeļa torni. Kāpt augša var ar liftu vai pa kāpnem.

Eifeļa torņa darba laiks		
	Lifts	Kāpnes
No 1. janvāra līdz 12. jūnija	9:30 līdz 23:45	9:30 līdz 18:30
No 13. jūnija līdz 31. augusta	9:00 līdz 00:45	9:00 līdz 00:45
No 1. septembra līdz 31. decembrīm	9:30 līdz 23:45	9:30 līdz 18:30

8.1. Kāds ir darba laiks septembrī?

8.2. Cik ilgi strādā Eifeltornis septembrī?

Eifeļa torņa lifta izmantošans cena (EUR)			
Pieaugušais	13, 00	Atlaides cena skolēnu grupām (min 10 skolēni)	
Skolēns, students (12-24 gadi)	9, 90	Skolēns	8, 30
Bērns (4 -11 gadi)	7, 50	Skolotājs	Bez maksas katram skolēnu desmitniekam

8.3. Aprēķini cik daudz jāmaksa kopā skolēniem un skolotājiem, ja klase izmanto grupas atlaidi.

(Uzdevums no 2010. gada problēmuzdevumu daļas – Dānija)

SECINĀJUMI UN IETEIKUMI

Piedaloties „Comenius" apmaiņas projektā jaunajiem skolotājiem, man bija iespēja strādāt Dānijā kā skolotāju palīgam. Strādājot ar skolēniem, skolotāji izmanto metodes kā Latvijā, bet mācību grāmatas struktūra atšķiras. Katra tēma satur jautājumus tēmas aktualizēšanai, teorētisko materiālu un uzdevumus praktiskai risināšanai. Man bija iespēja piedalīties skolēnu sagatavošanā matemātikas eksāmenam. Pēc mana pieprasījuma ieguvu no Dānijas matemātikas skolotāja pēdējo desmit gadu eksāmenu uzdevumus. Eksāmenu rezultāti Dānijā ir slepena informācija, tādēļ salīdzināt Dānijas un Latvijas skolēnu rezultātus nav iespējams. Taču Dānijas eksāmena daži problēmuzdevumi tika tulkoti latviešu un krievu valodās un aprobēti Rīgas 21. vidusskolā 9. klasē.

Strādājot pie izvēlētās tēmas, sākumā tika izpētīti mūsu eksāmeni pēdējo septiņu gadu laikā. Vairāk uzmanības tika pievērsts ģeometrijas uzdevumiem un trešā līmeņa uzdevumiem. Tika secināts, ka Latvijā uzdevumi ir abstrakti, Dānijā – vairāk saistīti ar dzīvi, ģeometriskās figūras jāsaskata apkārtējos priekšmetos.

Eksāmenu uzdevumu pētīšana tika paplašināta ar citu valstu eksāmenu darbiem, piemēram, Somijas un Krievijas. Izglītības sistēmas ir atšķirīgas četrās valstīs, bet matemātikas uzdevumi un mērķi ir līdzīgi. Somija tika izvēlēta, jo pēc PISA pētījumiem tā ir valsts ar visveiksmīgu izglītības sistēmu. Krievija – pēcpadomju laika stiprākā izglītības sistēma.

Pēdējo desmit gadu laikā dabaszinātnes un matemātikas standarts ir mainījies. 7. – 9. klasēs skolēni gatavojas nākamajam posmam – vidusskolai vai koledžai. DZM projekta ietvaros tika izstrādāti mūsdienīgi mācību saturs, tam atbilstoši mācību līdzekļi un skolotāju atbalsta materiāli visos dabaszinātņu mācību priekšmetos un matemātikā [4], bet tik un tā ir problēmas sagatavot atbilstoši skolēnu veiksmīgai eksāmenu kārtošanai.

1. Pētot eksāmenu uzdevumus no dažādām valstīm, tika konstatēti punkti, ka pie mums ir kopīgie temati, piemēram, aritmētiskās darbības, procentu pielietojums dzīvē, ģeometriskās figūras laukuma aprēķināšana. Atšķirīgie punkti: eksāmena sadalījums pa daļām, jautājumu skaits daļās, ka arī eksāmenu uzdevumu saņemšana. Piemēram, Latvijā mēs saņemam elektroniski uzdevumus eksāmena dienā; Dānijā tapāt kā Latvijā; Somijā – ja skolotājs grib, tad viņš saņem uzdevumus no matemātikas skolotāju asociācijas aprīļa beigās, un pēc tam maijā sākumā noteiktā dienā skolēni raksta pārbaudes darbu.
2. Salīdzināt eksāmenu uzdevumus savā starpā ir grūti, jo katrā valstī ir sava pieeja sagatavošanai. Latvijā, Dānijā, Somijā – kāds uzdevums būs eksāmenā, nav zināms līdz

pēdējam brīdim, Krievijā – gatavojoties eksāmenam, skolēns izrēķina simts vienu līdzīgu uzdevumu, kas atšķiras tikai ar skaitļiem.

3. Tika izveidots uzdevumu komplekts no Krievijas, Dānijas un Somijas uzdevumiem latviešu valodā ar atsevišķu uzdevumu risinājumiem.

4. Skolotāju sagatavošanai jāpievērš liela uzmanība. Ne tikai skolēnam jāsagatavojas eksāmenam, bet arī skolotājam to pārbaudīt. Pirms pieciem gadiem 2009./2010. mācību gadā tika izstrādāts metodiskais materiāls skolotājiem mācību procesa kvalitātes uzlabošanai un gatavojoties skolēnu eksāmena darbu izvērtēšanai. Šajā gadā metodiskais materiāls 8. klases diagnosticējošajam darbam tika izstrādāts pavasarī, kad darbs jau ir uzrakstīts un pārbaudīts.

5. Trūkst laika mācību materiālu atkārtošanai un nostiprināšanai.

IZMANTOTĀ LITERATŪRA UN AVOTI

1. A. Geske, A. Grīnfelds, *Izglītības pētniecība*. Rīga: LU, 2006.
2. A.Geske, A. Grīnfelds, A. Kangro, R. Kiseļova *Latvija OECD Starptautiskajā skolēnu novērtēšanas programmā 2012 – pirmie rezultāti un secinājumi*, LU Izglītības pētniecības institūts, Rīga, 2013.
3. A. Rozenbaha, P. Stradiņa klīniskās slimnīcas un Rakstnieku poliklīnikas neiroloģe, intervija. Iegūts 2015. gada 21. februārī no http://www.medicine.lv/jautajumi/LVQA_76971
4. Diagnosticējošais darbs 8. klasē. Iegūts 2015. gada 10. maijā no http://visc.gov.lv/vispizglitiba/eksameni/dokumenti/20141010_diagn_darbs_matem_8kl.pdf
5. Diagnosticējošais darbs matemātikā 8. klasei, metodiskais materiāls. Iegūts 2015. gada 02. maijā no http://visc.gov.lv/vispizglitiba/eksameni/dokumenti/metmat/2014_2015_ddarbs_matem_8kl_analize.pdf
6. Eksāmena uzdevumi 2013./2014. m.g. Iegūts 2014. gada 15. decembrī no http://visc.gov.lv/vispizglitiba/eksameni/dokumenti/uzdevumi/2014/9klase/9_matem_lv.pdf
7. Ieteikumi par 2009./2010. m. g. 9. klases eksāmenu rezultātu uzlabošanu. Iegūts 2015. gada 04. maijā no http://visc.gov.lv/vispizglitiba/eksameni/dokumenti/metmat/09_matematika_ieteikumi.pdf
8. Matemātikas eksāmena programma 9. klasei. Iegūts 2015. gada 20. marta no http://visc.gov.lv/vispizglitiba/eksameni/dokumenti/programmas/9/matematika9_2015.pdf
9. Mācību kvalitātes uzlabošana dabaszinātņu, matemātikas un tehnoloģiju priekšmetos vidējā izglītībā. Iegūts 2015. gada 20. maijā no sfondi.izm.gov.lv/upload.../IZM_NP_322.doc
10. Mācību priekšmeta programmas paraugs. Iegūts 2014. gada 18. novembrī no http://visc.gov.lv/vispizglitiba/saturs/dokumenti/programmas/pamskolai/mat1_9.html#Ievads
11. Sagatavošanas sistēma. Iegūts 2015. gada 02. aprīlī no http://festival.1september.ru/articles/622166/
12. Somijas matemātikas skolotāju asociācijas web-lapa. Iegūts 2015. gada 28. aprīlī no http://www.maol.fi
13. Valsts pamateksāmena Krievijā definīcija. Iegūts 2015. gada 29. martā no https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%B3%D0%BE%D1%81%D1%83%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1

%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D1%8D%D0%BA%D0%B7%D0%B0%D0%BC%D0%B5%D0%BD

14. Valsts pārbaudes darbi 2013./2014.m.g. statistika. Iegūts 2015. gada 21. martā no http://visc.gov.lv/vispizglitiba/eksameni/statistika/2014/
15. Veiksmīga sagatavošana eksāmenam. Iegūts 2015. gada 03. maijā no http://www.kp.ru/daily/26054.5/2965742/
16. Veiksmīgas matemātikas eksāmena nokārtošana. Iegūts 2015. gada 02. maijā no http://www.specialist.ru/course/giamatem
17. Vērtēšanas kritēriji. Iegūts 2015. gada 18. aprīlī no http://www.dzm.lu.lv/mat/m_www/ND.pdf

Maģistra darbs „Valsts pārbaudes darba matemātikā 9. klasē didaktiskā analīze” izstrādāts LU Fizikas un matemātikas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autore:

(*personiskais paraksts)* Nadežda Žuka

Rekomendēju/nerekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs: asoc.prof. Jānis Mencis 29.05.2015.

(*personiskais paraksts)*

Recenzente: Agnese Šuste

Darbs iesniegts Vispārīgās matemātikas nodaļā

Dekāna pilnvarotā persona: metodiķe Dzintra Holsta (*personiskais paraksts)*

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE

VALSTS PĀRBAUDES DARBA MATEMĀTIKĀ 9. KLASĒ DIDAKTISKĀ ANALĪZE

MAĢISTRA DARBS

Pielikums

Autore: Nadežda Žuka
Studenta apliecības Nr. Nz07002
Darba vadītājs: asoc. prof. Jānis Mencis

Rīga 2015

Saturs

1. pielikums

Mācību saturs

1. Matemātiskā instrumentārija izveide

Skaitļi un darbības ar tiem

7. klase	8. klase	9. klase
Proporcija. Procentu uzdevumi. Skaitļa pakāpe ar veselu kāpinātāju, pakāpju īpašības.	Kvadrātsakne no skaitļa, tās īpašības. Skaitļu sakārtošana atbilstoši iekļaušanas virknei $N \subset Z \subset Q \subset R$. Skaitļu pārveidošana norādītajā formā attiecīgā skaitļu kopā. Aritmētiskās darbības ar skaitliskām izteiksmēm, noapaļošana.	Izpratne par mainīgā lieluma skaitliskām vērtībām dažādu procesu pētīšanā.

Algebriskas izteiksmes un darbības ar tām

7. klase	8. klase	9. klase
Monoms, polinoms, darbības ar tiem. Polinomu sadalīšana reizinātājos. Formulas $a^2 - b^2$ un $(a \pm b)^2$. Identitāte un vienādojums. Lineārs vienādojums. Lineāra nevienādība, divkārša lineāra nevienādība. Lineāra funkcija, funkcijas grafiks, funkcijas pētīšana.	Algebriskas daļas definīcijas apgabals. Algebriskas daļas un darbības ar tām. Algebriskas daļas pamatīpašības. Kvadrāttrinoms. Kvadrātvienādojums, daļveida racionāls vienādojums. Funkcijas $y = \frac{k}{x}$, $y = \sqrt{x}$, to grafiki. Galīgas, bezgalīgas, periodiskas, neperiodiskas virknes.	Vienādojumu sistēma. Kvadrātnevienādība, daļveida racionāla nevienādība. Intervālu metode. Divu lineāru nevienādību sistēma. Funkcijas $y = ax^2 + bx + c$; $y = x^n$ ($n = 1; 2; 3$), to grafiki. Virknes pieraksts, aritmētiskā progresija un ģeometriskā progresija.

Ģeometriskas figūras un to pētīšana

7. klase	8. klase	9. klase
Nogriežņa viduspunkts, leņķa bisektrise, nogriežņa vidusperpendikuls.	Laukuma jēdziens, mērvienības, vienlielas figūras.	Figūras tilpums, mērvienības. Konstrukciju uzdevumi. Līdzīgas figūras.

Leņķi, kas veidojas, divām taisnēm krustojoties ar trešo; krustleņķi un blakusleņķi. Īpašību un pazīmju lietošana uzdevumu risināšanā. Vienādas figūras. Figūru savstarpējais novietojums. Trijstūri, to veidi, mediāna, bisektrise, augstums, viduslīnija. Trijstūru vienādības pazīmes. Trijstūra leņķu summa. Riņķa līnija, pieskare, divu riņķa līniju savstarpējais novietojums. Ieliekti, izliekti daudzstūri.	Trijstūra viduslīnijas īpašības un pazīme. Pitagora teorēma. Trijstūra laukuma formula $S_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2}$. Izliekti un ieliekti četrstūri, paralelograms, rombs, taisnstūris, kvadrāts, trapece, to elementi. Četrstūru īpašības un pazīmes. Laukums: paralelogramam, rombam, trapecei (neizmantojot trigonometriju). Riņķa līnijas loks, centra leņķis, ievilkts leņķis, riņķa sektors, riņķa segments, ap trijstūri apvilkta un tajā ievilkta riņķa līnija. Pieskaru nogriežņi, kas vilkti no viena punkta ārpus riņķa līnijas. Daudzstūra leņķu summa, regulāra daudzstūra leņķa lielums.	Trijstūra laukuma formula $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab\sin\alpha \ (\alpha < 90°)$. Trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī. Laukums: paralelogramam ($S = ab\sin\alpha$), rombam ($S = a^2\sin\alpha$). Riņķa līnija, tās loka garums. Riņķa laukums, sektora laukums. Regulāros daudzstūros ievilkta un tiem apvilkta riņķa līnija. Kombinētu figūru perimetrs un laukums. Centrālā un aksiālā simetrija. Taisna prizma, regulāra prizma, piramīda, regulāra piramīda, cilindrs, konuss, lode, to virsmas laukums un tilpums.

2. Matemātikas lietojums dabas un sabiedrības procesu analīzē

Lielumi un to mērīšana, sakarības starp tiem

7. klase	8. klase	9. klase
Lielumu izteikšana no formulas.		Pāriešana no lielākām mērvienībām uz mazākām un otrādi.

Informācijas apstrādes, statistikas un varbūtību teorijas elementi

7. klase	8. klase	9. klase
Informācijas attēlošana un iegūšana no grafikiem. Procentu aprēķini informācijas apstrādē vai analīzē.	Lielumu skaitlisko vērtību (reāli skaitļi) sakārtošana augošā vai dilstošā secībā. Statistikas elementi.	Elementu grupēšana pēc dotiem nosacījumiem, prasītā veida grupu skaits. Notikuma varbūtība galīga vienādi iespējamu iznākumu skaita gadījumā.

3. Matemātisko modeļu veidošana un pētīšana ar matemātikai raksturīgām metodēm

Matemātiskā valoda

7. klase	8. klase	9. klase
Priekšstats par apgalvojumiem: aksiomu, definīciju, teorēmu, īpašību, pazīmi. Izteiksmes uzrakstīšana pēc vārdiska apraksta.	Prasme dotajā mācību materiālā noteikt, vai apgalvojums ir aksioma, definīcija, teorēma (īpašība, pazīme). Pamatojumu atšķiršana no aprakstoša piemēra tekstā.	Matemātikas kursa jēdzienu un apgalvojumu formulēšana. Vārdu "ja…, tad", "tātad", "visiem", "vismaz", "kaut vienam" u. c. pareizs lietojums.

Matemātisko modeļu veidošana un analizēšana

7. klase	8. klase	9. klase
Reālas problēmas formulēšana, izmantojot lineāru vienādojumu, lineāru nevienādību, procentus, proporcijas. Individuāla un grupā veidota prezentācija.	Reālas problēmas formulēšana, izmantojot daļveida vienādojumu, statistikas elementus, ģeometrijas sakarības.	Reālas problēmas formulēšana, izmantojot kvadrātvienādojumu, virknes, ģeometrijas sakarības. Simbolu un apzīmējumu lietošana. Matemātisko sakarību pētīšana. Precīza viedokļa argumentēšana.

Sasniegtie rezultāti, beidzot 9. klasi, atbilstoši pamatizglītības standarta matemātikā prasībām

Matemātiskā instrumentārija izveide

Izmantojot vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem, prot:

- paskaidrot, kas ir atrisinājums vienādojumam ar diviem mainīgajiem;
- paskaidrot, kas ir atrisinājums vienādojumu sistēmai;
- atrisināt vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem ar ievietošanas, saskaitīšanas un grafisko paņēmienu (sistēmā divi 1. pakāpes vienādojumi vai viens 1. un viens 2. pakāpes vienādojums);
- risināt praktiska satura uzdevumus, kas saistīti ar sadzīves, dabaszinātņu, vides un veselības jautājumiem, sastādot vienādojumus, to sistēmas, noteikt atšķirību starp teksta uzdevuma atrisinājumu un atbilstošā vienādojuma vai vienādojumu sistēmas atrisinājumu;
- mērķtiecīgi pilnveidot algebrisku praktiska satura uzdevumu risināšanas prasmi, izvērtēt uzdevumu teksta saturu.

Izmantojot nevienādības ar vienu mainīgo un to sistēmas, prot

- atrisināt otrās pakāpes nevienādību un daļveida racionālu (skaitītājā un saucējā var būt 1. pakāpes polinomi) nevienādību, arī ar intervālu metodi;
- atrisināt divu lineāru nevienādību sistēmu.

Izmantojot viena argumenta funkcijas, prot:

- konstruēt un shematiski attēlot funkciju $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^n$ ($n = 1; 2; 3$) grafikus koordinātu plaknē;
- analītiski noskaidrot iepriekšminēto funkciju definīcijas apgabalu un krustpunktus ar koordinātu asīm, intervālus, kuros to vērtībām ir nemainīga zīme;
- izmantojot iepriekšminēto funkciju grafikus, izpētīt funkciju;
- nekonstruējot funkciju $y = ax^2 + bx + c$ grafikus, noskaidrot to novietojumu koordinātu plaknē, aprēķināt parabolas virsotnes koordinātas;
- analizēt dabas, tehnikas, sabiedrības procesus, vispirms sastādot to matemātiskos modeļus iepriekšminēto funkciju formā.

Izmantojot skaitļu virknes, prot:

- izmantot virknes pirmos locekļus un rekurento uzdošanas formu tās tālāko locekļu skaitlisko vērtību aprēķināšanā;
- lietot aritmētiskās progresijas un ģeometriskās progresijas vispārīgā locekļa un pirmo n locekļu summas formulas;

- veidot un analizēt procesu matemātiskos modeļus ar aritmētiskās progresijas / ģeometriskās progresijas palīdzību.

Prot:

- konstruēt nogriežņa viduspunktu, leņķa bisektrisi, nogriežņa vidusperpendikulu, perpendikulu no punkta pret taisni, ar doto leņķi vienādu leņķi, taisni caur dotu punktu, kas paralēla dotai taisnei;
- noteikt līdzīgas figūras;
- pētīt figūru savstarpējo novietojumu.

Prot konstruēt trijstūri.

Prot izmantot uzdevumu risināšanā:

- trijstūru līdzības pazīmes un līdzīgu trijstūru īpašības, teorēmu par līdzīgu trijstūru lineāro elementu un laukumu attiecību;
- trijstūra laukuma formulu $S_\Delta = \frac{1}{2} ab \sin\alpha \, (\alpha < 90°)$;*
- aprēķināt taisnleņķa trijstūra elementus, izmantojot šaurā leņķa trigonometriskās funkcijas (sinuss, kosinuss, tangenss), to vērtības 30°, 45°, 60° leņķu lielumiem.

Prot konstruēt paralelogramu, rombu.

Prot izmantot uzdevumu risināšanā paralelograma ($S = ab\sin\alpha$), romba ($S = a^2\sin\alpha$) laukuma aprēķināšanas formulas.*

Prot konstruēt trijstūrī ievilktu un tam apvilktu riņķa līniju.

Prot izmantot uzdevumu risināšanā riņķa līnijas un tās loka garuma aprēķināšanas formulas, riņķa laukuma formulu.

Prot uzzīmēt un apzīmēt regulārus trijstūrus, četrstūrus, sešstūrus un to centrus.

Prot izmantot uzdevumu risināšanā:

- sakarības starp regulāra trijstūra, četrstūra, sešstūra malas garumu un ievilktas/apvilktas riņķa līnijas rādiusa garumu;
- aprēķināt apkārtmēru un laukumu tādām figūrām, kas sastāv no planimetrijas kursā aplūkotajām figūrām, izmantojot arī vienlielu figūru īpašības.

Prot atpazīt zīmējumā, dzīvajā dabā, tehnikā, mākslā centrāli/aksiāli simetriskas figūras.

Prot:

- konstruēt dotai figūrai simetrisko attiecībā pret dotu punktu/taisni;
- atrast (uzzīmēt/konstruēt) ģeometrijas kursā aplūkoto figūru simetrijas asis/centru.

Prot izmantot centrāli/aksiāli simetrisku figūru īpašības uzdevumu risināšanā.

Prot noteikt dabā un tehnikā ķermeņus, kas saistīti ar jēdzieniem par taisnu prizmu, regulāru prizmu, piramīdu (arī regulāru), cilindru, konusu, lodi, uzzīmēt minēto ķermeņu attēlus.

Prot izmērīt šo ķermeņu virsmas laukuma un tilpuma aprēķināšanai pietiekamos lielumus un aprēķināt virsmas laukumu un tilpumu.

Matemātikas lietojums dabas un sabiedrības procesu analīzē

Prot mērīt un salīdzināt daudzumus, lietojot piemērotas mērvienības un instrumentus.

Prot pāriet no vienas mērvienības citā, risinot praktiska satura uzdevumus.

Prot:

- grupēt elementus pēc dotiem nosacījumiem, noteikt prasītā veida grupu skaitu;
- izskaidrot varbūtības jēdzienu;
- aprēķināt notikuma varbūtību galīga vienādi iespējamu iznākumu skaita gadījumā.

Matemātisko modeļu veidošana un pētīšana ar matemātikai raksturīgām metodēm

Prot formulēt matemātikas kursā sastopamos jēdzienus un apgalvojumus, atpazīt to pareizu vai nepareizu lietošanu, novērtēt to pareizu lietošanu, pazīt dažādu valodas konstrukciju precīzo loģisko jēgu, pāriet no kāda fakta formulējuma uz tam ekvivalentu formulējumu.

Prot pareizi lietot vārdus "ja…, tad", "tātad", "visiem", "vismaz", "kaut vienam" u. tml.

Prot objektīvi izvērtēt dažādus viedokļus, pamatot un aizstāvēt savu viedokli.

Prot reālu problēmu formulēt matemātiskā valodā, sastādot kvadrātvienādojumus.*

Prot izveidot un apkopot doto vai iegūto matemātisko informāciju, atklāt likumsakarības, tās paplašināt un vispārināt, pārbaudīt un izskaidrot vispārinājumu.

Prot izvēlēties un lietot piemērotus paņēmienus, lai atrisinātu problēmas, izmantojot algebriskus un ģeometriskus modeļus.

Prot:

- precīzi un konsekventi lietot simbolus un apzīmējumus;
- pētīt matemātisko sakarību un iegūtos rezultātus interpretēt reālās problēmas atrisinājumā;
- lietot diagrammas un shēmas, prezentējot problēmas risinājumu.

Prot precīzi argumentēt savu viedokli.

Mērķtiecīgi pilnveido savu matemātisko izpratību.

Pamatprasības mācību priekšmeta apguvei, beidzot 9. klasi

14. Matemātiskā instrumentārija izveide. Izglītojamais prot veikt šādas darbības[3]:

14.1. aprēķināt kvadrātsakni, ja tā ir naturāls skaitlis;

14.2. izmantojot parastās daļas:

14.2.1. aprēķināt kvadrātsakni, ja tā ir racionāls skaitlis formā m/n (m un n - naturāli skaitļi);

14.2.2. sastādīt proporciju un aprēķināt proporcijas nezināmo locekli;

14.3. izmantojot decimāldaļas:

14.3.1. pārveidot parastu daļu par galīgu vai bezgalīgu decimāldaļu;

14.3.2. noapaļot bezgalīgu decimāldaļu;

14.3.3. kāpināt galīgu decimāldaļu pakāpē ar naturālu kāpinātāju;

14.3.4. aprēķināt kvadrātsaknes vērtību, ja tā ir galīga decimāldaļa;

14.4. izmantojot racionālus skaitļus:

14.4.1. pārveidot parastu daļu par bezgalīgu periodisku decimāldaļu un otrādi;

14.4.2. kāpināt skaitli pakāpē ar veselu kāpinātāju (neatkarīgi no skaitļa uzdošanas formas);

14.4.3. vilkt kvadrātsakni no skaitļa, ja tā ir racionāls skaitlis;

14.5. izmantojot reālos skaitļus:

14.5.1. noteikt to piederību kopām N (visu naturālo skaitļu kopa), Z (visu veselo skaitļu kopa), Q (visu racionālo skaitļu kopa), R (visu reālo skaitļu kopa);

14.5.2. pazīt vienkāršāko skaitlisko izteiksmju racionalitāti/iracionalitāti un noteikt atbilstošās decimāldaļas periodiskumu;

14.5.3. veikt aritmētiskās darbības ar skaitliskām izteiksmēm, kas satur racionālus skaitļus un iracionālus skaitļus kvadrātsakņu un simboliskā formā;

14.5.4. lietot pakāpju īpašības skaitlisku izteiksmju pārveidojumos;

14.5.5. pierakstīt skaitli normālformā un nolasīt šādu pierakstu;

14.5.6. veikt darbības ar skaitļiem normālformā;

14.5.7. lietot kvadrātsaknes īpašības skaitlisku izteiksmju pārveidojumos;

14.5.8. novērtēt darbību rezultātus aptuvenos aprēķinos;

14.5.9. mērķtiecīgi pilnveidot skaitlisku praktiska satura uzdevumu risināšanas prasmi;

14.6. izmantojot algebriskās izteiksmes:

14.6.1. saskaitīt, atņemt, dalīt, reizināt, kāpināt monomus, savilkt polinoma līdzīgos locekļus, noskaidrot tā pakāpi;

14.6.2. pārbaudīt, vai skaitlis ir viena mainīgā polinoma sakne;

---

[3] http://likumi.lv/doc.php?id=268342#piel6&pd=1

14.6.3. noteikt kvadrāttrinoma saknes;

14.6.4. saskaitīt, atņemt, reizināt polinomus;

14.6.5. reizināt un dalīt polinomu ar monomu;

14.6.6. sadalīt polinomu reizinātājos, iznesot kopīgo reizinātāju, grupējot saskaitāmos, lietojot saīsinātās reizināšanas formulas $a^2 - b^2$, $(a + b)^2$ un $(a - b)^2$, atrodot saknes;

14.6.7. saskaitīt, atņemt, reizināt, dalīt, kāpināt algebriskas daļas;

14.6.8. noskaidrot algebriskas daļas definīcijas apgabalu;

14.6.9. izmantot algebriskas daļas pamatīpašību tās pārveidojumos;

14.7. izmantojot vienādojumus ar vienu mainīgo:

14.7.1. noteikt atšķirību starp identitāti un vienādojumu;

14.7.2. pārveidot vienādojumu vai vienādojumu sistēmu, iegūstot tiem ekvivalentas izteiksmes;

14.7.3. atrisināt lineāru vienādojumu un kvadrātvienādojumu;

14.7.4. noteikt daļveida racionāla vienādojuma (skaitītājā un saucējā var būt pirmās vai otrās pakāpes polinomi) definīcijas apgabalu un atrisināt to;

14.8. izmantojot vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem:

14.8.1. paskaidrot, kas ir atrisinājums vienādojumam ar diviem mainīgajiem;

14.8.2. paskaidrot, kas ir atrisinājums vienādojumu sistēmai;

14.8.3. atrisināt vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem ar ievietošanas, saskaitīšanas un grafisko paņēmienu (sistēmā divi pirmās pakāpes vienādojumi vai viens pirmās un viens otrās pakāpes vienādojums);

14.8.4. risināt praktiskus uzdevumus, kas saistīti ar sadzīves, dabaszinātņu, vides un veselības jautājumiem, sastādot vienādojumus, to sistēmas, noteikt atšķirību starp teksta uzdevuma atrisinājumu un atbilstošā vienādojuma vai vienādojumu sistēmas atrisinājumu;

14.8.5. mērķtiecīgi pilnveidot algebrisku praktisku uzdevumu risināšanas prasmi, izvērtēt uzdevumu teksta saturu;

14.9. izmantojot nevienādības ar vienu mainīgo un to sistēmas:

14.9.1. noteikt, kuri pārveidojumi nodrošina skaitlisko nevienādību ekvivalenci;

14.9.2. paskaidrot, kas ir nevienādības atrisinājums, ko nozīmē atrisināt nevienādību;

14.9.3. salīdzināt reālus skaitļus, kas doti decimālajā pierakstā, daļas formā, skaitliskas izteiksmes formā;

14.9.4. atrisināt lineāru nevienādību;

14.9.5. atrisināt otrās pakāpes nevienādību un daļveida racionālu nevienādību (skaitītājā un saucējā var būt pirmās pakāpes polinomi), arī ar intervālu metodi;

14.9.6. atrisināt divkāršu lineāru nevienādību;

14.9.7. atrisināt divu lineāru nevienādību sistēmu;

14.10. izmantojot viena argumenta funkcijas:

14.10.1. uzdot funkciju tabulāri, grafiski, ar formulu, vārdiski, izmantojot piemērus no dabas, sabiedrības, tehnikas;

14.10.2. izmantojot funkcijas vērtību tabulu vai grafiku, pēc argumenta vērtības noskaidrot funkcijas vērtības (var būt aptuveni) un otrādi;

14.10.3. konstruēt un shematiski attēlot kvadrātfunkcijas, lineāras, apgrieztās proporcionalitātes, kvadrātsaknes funkciju grafikus koordinātu plaknē;

14.10.4. analītiski noskaidrot minēto funkciju un daļveida racionālu funkciju definīcijas apgabalus un grafiku krustpunktus ar koordinātu asīm, intervālus, kuros to vērtībām ir nemainīga zīme;

14.10.5. izmantojot minēto funkciju grafikus, noteikt definīcijas un vērtību apgabalus, augšanas un dilšanas intervālus, funkcijas saknes, intervālus, kuros funkcijas vērtībām ir nemainīga zīme, funkcijas lielāko un mazāko vērtību, funkciju grafiku krustpunktus ar koordinātu asīm;

14.10.6. nekonstruējot lineāras funkcijas un kvadrātfunkcijas grafikus, noskaidrot to novietojumu koordinātu plaknē, aprēķināt parabolas virsotnes koordinātas;

14.10.7. analizēt dabas, tehnikas un sabiedrības procesus, vispirms sastādot to matemātiskos modeļus minēto funkciju formā;

14.11. izmantojot skaitļu virknes:

14.11.1. nosaukt galīgu, bezgalīgu, periodisku, neperiodisku virkņu piemērus matemātikā, dabā, tehnikā, ekonomikā (arī skaitļa tuvinājumu virknes);

14.11.2. izmantot virknes pirmos locekļus un rekurento uzdošanas formu tās tālāko locekļu skaitlisko vērtību aprēķināšanā;

14.11.3. lietot aritmētiskās progresijas un ģeometriskās progresijas vispārīgā locekļa un pirmo n locekļu summas formulas;

14.11.4. veidot un analizēt procesu matemātiskos modeļus ar aritmētiskās progresijas/ģeometriskās progresijas palīdzību;

14.12. pazīt zīmējumā un uzzīmēt krustleņķus, blakusleņķus, iekšējos šķērsleņķus, kāpšļu leņķus, iekšējos vienpusleņķus, lauztu līniju (arī vienkāršu, slēgtu lauztu līniju);

14.13. konstruēt nogriežņa viduspunktu, leņķa bisektrisi, nogriežņa vidusperpendikulu, perpendikulu no punkta pret taisni, ar doto leņķi vienādu leņķi, taisni caur doto punktu, kas paralēla dotajai taisnei;

14.14. noteikt vienādas, vienlielas, līdzīgas figūras;

14.15. izmantot nogriežņa un lauztas līnijas garuma, leņķa lieluma, leņķa bisektrises punktu, nogriežņa vidusperpendikula punktu, paralēlu taišņu (tai skaitā paralēlu taišņu, ko krusto trešā taisne) īpašības/pazīmes uzdevumu risināšanā;

14.16. pētīt figūru savstarpējo novietojumu;
14.17. izmantojot trijstūrus, noteikt zīmējumā, uzzīmēt un apzīmēt visu veidu trijstūrus (iedalījums pēc malu un leņķu lielumiem), to mediānas, bisektrises, augstumus, viduslīnijas;
14.18. konstruēt trijstūri (dots: trīs malas, divas malas un leņķis starp tām, mala un tās pieleņķi);
14.19. izmantot uzdevumu risināšanā:
14.19.1. sakarības starp trijstūra malu garumiem, starp malu garumiem un perimetru;
14.19.2. sakarības starp dažādmalu trijstūru malu garumiem un leņķu lielumiem;
14.19.3. vienādmalu un vienādsānu trijstūru īpašības un pazīmes;
14.19.4. trijstūru vienādības pazīmes;
14.19.5. teorēmu par trijstūra leņķu summu;
14.19.6. trijstūra viduslīnijas īpašības un pazīmi, mediānu īpašības;
14.19.7. Pitagora teorēmu un tai apgriezto teorēmu;
14.19.8. trijstūru līdzības pazīmes un līdzīgu trijstūru īpašības, teorēmu par līdzīgu trijstūru lineāro elementu un laukumu attiecību;
14.19.9. trijstūra laukuma formulas ($S = 0{,}5ah$ un $S = 0{,}5ab\sin C$ ($C < 90°$));
14.20. aprēķināt taisnleņķa trijstūra elementus, izmantojot šaurā leņķa trigonometriskās funkcijas (sinuss, kosinuss, tangenss), to vērtības 30°, 45°, 60° leņķu lielumiem;
14.21. noteikt zīmējumā, uzzīmēt un apzīmēt izliektus un ieliektus četrstūrus - arī paralelogramus, rombus, taisnstūrus, kvadrātus, trapeces (vienādsānu un taisnleņķa trapeces), to diagonāles un trapeces viduslīniju, paralelograma, romba un trapeces augstumus;
14.22. konstruēt paralelogramu (dots: divas malas un leņķis starp tām, divas malas un diagonāle), rombu (dots: mala un leņķis, diagonāle un leņķis, diagonāles);
14.23. izmantot uzdevumu risināšanā:
14.23.1. paralelograma, romba, taisnstūra, kvadrāta, trapeces (tai skaitā vienādsānu trapeces) īpašības un pazīmes;
14.23.2. paralelograma, romba, taisnstūra, kvadrāta, trapeces (tai skaitā vienādsānu trapeces) perimetru un laukuma aprēķināšanas formulas;
14.23.3. trapeces viduslīnijas īpašības un pazīmes;
14.24. noteikt zīmējumā, uzzīmēt un apzīmēt riņķa līnijas diametru, pieskari, hordu, loku, centra leņķi, ievilktu leņķi, riņķa sektoru, riņķa segmentu, ap trijstūri apvilktu un tajā ievilktu riņķa līniju;
14.25. konstruēt trijstūrī ievilktu un tam apvilktu riņķa līniju;
14.26. izmantot uzdevumu risināšanā:
14.26.1. riņķa līnijas un tās loka garuma aprēķināšanas formulas un riņķa laukuma formulu;
14.26.2. sakarību starp ievilkta leņķa, centra leņķa lielumu un tā loka lielumu, uz kura tie balstās;

14.26.3. pieskaru nogriežņu īpašību, kas vilkti no viena punkta ārpus riņķa līnijas;
14.26.4. teorēmas par trijstūrī ievilktas un tam apvilktas riņķa līnijas centru atrašanās vietu;
14.27. uzzīmēt un apzīmēt regulārus trijstūrus, četrstūrus, sešstūrus un to centrus, neregulārus (arī ieliektus) daudzstūrus;
14.28. izmantot uzdevumu risināšanā:
14.28.1. teorēmas par daudzstūra leņķu summu, regulāra daudzstūra leņķa lielumu;
14.28.2. sakarības starp regulāra trijstūra, četrstūra, sešstūra malas garumu un ievilktas/apvilktas riņķa līnijas rādiusa garumu;
14.28.3. aprēķināt apkārtmēru un laukumu tādām figūrām, kas sastāv no planimetrijas kursā aplūkotajām figūrām, izmantojot arī vienlielu figūru īpašības;
14.29. pazīt zīmējumā, dzīvajā dabā, tehnikā un mākslā centrāli/aksiāli simetriskas figūras;
14.30. konstruēt dotajai figūrai simetrisku figūru attiecībā pret doto punktu/taisni;
14.31. atrast (uzzīmēt/konstruēt) ģeometrijas kursā aplūkoto figūru simetrijas asis/centru;
14.32. izmantot centrāli/aksiāli simetrisku figūru īpašības uzdevumu risināšanā;
14.33. noteikt dabā un tehnikā ķermeņus, kas saistīti ar šādiem jēdzieniem: taisna prizma, regulāra prizma, piramīda, regulāra piramīda, cilindrs, konuss, lode, kā arī uzzīmēt minēto ķermeņu attēlus;
14.34. izmērīt minēto ķermeņu virsmas laukuma un tilpuma aprēķināšanai pietiekamos lielumus un aprēķināt virsmas laukumu un tilpumu.
15. Matemātikas lietojums dabas un sabiedrības procesu analīzē. Izglītojamais prot veikt šādas darbības:
15.1. izteikt norādīto lielumu no dotās formulas;
15.2. mērīt un salīdzināt daudzumus, lietojot piemērotas mērvienības un instrumentus;
15.3. pāriet no vienas mērvienības citā, risinot praktiskus uzdevumus;
15.4. sakārtot augošā vai dilstošā secībā lielumus, kas izsakāmi ar reāliem skaitļiem;
15.5. formulēt jautājumus par nepieciešamajiem datiem, kas jāvāc un jāapkopo, apsverot, kādi secinājumi no tiem tiks izdarīti un kāda statistiskā analīze nepieciešama;
15.6. savākt datus no dažādiem piemērotiem avotiem, ietverot eksperimentus, pētījumus un aptaujas; apstrādāt un attēlot datus sektora diagrammās un grafikos; piedalīties informācijas apmaiņā;
15.7. precīzi un objektīvi interpretēt un apspriest datus - atbildēt uz izvirzītajiem jautājumiem, izdarot secinājumus no datiem;
15.8. sazināties matemātiski, lietojot dažādu veidu diagrammas un ar tām saistīto paskaidrojošo tekstu, izskaidrojot to matemātiskā pasniegšanas veida izvēli;

15.9. veidot un analizēt informācijas apkopojumus ar matemātisku saturu un iegūt no tiem jaunu informāciju;
15.10. izmantot kalkulatoru/datoru informācijas apstrādei;
15.11. grupēt elementus pēc dotajiem nosacījumiem, noteikt prasītā veida grupu skaitu;
15.12. izskaidrot varbūtības jēdzienu;
15.13. aprēķināt notikuma varbūtību galīga vienādi iespējamu iznākumu skaita gadījumā.
16. Matemātisko modeļu veidošana un pētīšana ar matemātikai raksturīgām metodēm.
Izglītojamais prot veikt šādas darbības:
16.1. formulēt matemātikas kursā sastopamos jēdzienus un apgalvojumus, novērtēt to pareizu lietošanu, pazīt dažādu valodas konstrukciju precīzo loģisko jēgu, pāriet no kāda fakta formulējuma uz tam ekvivalentu formulējumu;
16.2. uzrakstīt matemātisku izteiksmi pēc tās vārdiska apraksta;
16.3. pareizi lietot vārdus "ja...tad", "tātad", "visiem", "vismaz", "kaut vienam" u.tml.;
16.4. noteikt, vai apgalvojums ir aksioma, definīcija, teorēma, īpašība, pazīme, kā arī pareizi lietot šos jēdzienus;
16.5. pazīt atšķirību starp atsevišķiem gadījumiem un vispārīgiem spriedumiem;
16.6. formulēt pamatojumus un novērtēt pamatojuma pareizību;
16.7. objektīvi izvērtēt dažādus viedokļus, pamatot un aizstāvēt savu viedokli;
16.8. reālu problēmu formulēt matemātiskā valodā;
16.9. izveidot un apkopot doto vai iegūto matemātisko informāciju, atklāt likumsakarības, tās paplašināt un vispārināt, pārbaudīt un izskaidrot vispārinājumu;
16.10. izvēlēties un lietot piemērotus paņēmienus, lai atrisinātu problēmas, izmantojot algebriskus un ģeometriskus modeļus;
16.11. precīzi un konsekventi lietot simbolus un apzīmējumus;
16.12. pētīt matemātisko sakarību un iegūtos rezultātus interpretēt reālās problēmas atrisinājumā;
16.13. lietot diagrammas un shēmas, prezentējot problēmas risinājumu;
16.14. individuāli un grupā izveidot darba prezentāciju;
16.15. precīzi argumentēt savu viedokli;
16.16. mērķtiecīgi pilnveidot savu matemātisko izpratni.
17. Izglītojamā attieksmes raksturo šī pielikuma 14.5.9., 14.8.5., 15.7., 16.7., 16.15. un 16.16.apakšpunktā minētās prasības.

Dati par skolēnu rezultātiem katrā uzdevumā attiecībā pret vērtēšanas kritērijiem

Dati par skolēnu sniegumu tēmas Monomi un polinomi uzdevumos

	Prasmes, ko demonstrē skolēns	Skolēnu sniegums		Procenti no skolēnu skaita	Procenti no skolēnu skaita	
				Latvija	R21vsk divas klases	
1.a	Savelk līdzīgos saskaitāmos (2 saskaitāmie, 1 mainīgais).	1	Uzrakstīta atbilstošā izteiksme.	90.9%	84.6%	94.4
		0	Kļūdains risinājums.	8.5%	15.4%	5.6
		n	Nav risināts.	0.6%	0%	0
1.b	Savelk līdzīgos saskaitāmos (vairāk nekā 2 saskaitāmie, 1 mainīgais, dažādas pakāpes).	1	Uzrakstīta atbilstošā izteiksme.	68.0%	53.8%	72.2
		0	Kļūdains risinājums.	30.6%	46.2%	27.8
		n	Nav risināts.	1.4%	0%	0
1.c	Savelk līdzīgos saskaitāmos (vairāk nekā 2 saskaitāmie, 2 mainīgie).	1	Uzrakstīta atbilstošā izteiksme.	75.2%	53.8%	83.3%
		0	Kļūdains risinājums.	23.2%	38.5%	16.7%
		n	Nav risināts.	1.6%	7.7%	0%
1.d	Savelk līdzīgos saskaitāmos (2 mainīgie, līdzīgajos monomos burtu secība atšķirīga).	1	Uzrakstīta atbilstošā izteiksme.	49.0%	23.1%	50%
		0	Kļūdains risinājums.	45.0%	61.5%	38.9%
		n	Nav risināts.	6.1%	15.4%	11.1%
2.	Saprot jēdzienu *līdzīgi saskaitāmie.*	1a	Skaidro, kas ir līdzīgi saskaitāmie, ar saviem vārdiem	31.5%	15.4%	50%
		1b	Skaidro, atsaucoties uz mācību procesā doto definīciju vai veido definīcijai tuvu tekstu.	8.9%	0%	0%
		0	Neatbilstošs skaidrojums.	50.6%	84.6%	27.8%
		n	Nav risināts.	9.0%	0%	22.2%
3.a	Saprot zīmju nozīmi, mainot saskaitāmos vietām.	1	Uzrakstīta atbilstošā izteiksme.	84.2%	69.2%	94.4%
		0	Kļūdains risinājums.	15.0%	30.8%	5.6%
		n	Nav risināts.	0.8%	0%	0%
3.b	Izsaka negatīvu saskaitāmo kā summu.	1	Uzrakstīta atbilstošā izteiksme.	44.3%	30.8%	44.4%
		0	Kļūdains risinājums.	54.7%	69.2%	55.6%
		n	Nav risināts.	1.0%	0%	0%
4.	Prot aprēķināt skaitlisko vērtību izteiksmei, kurā iespējams savilkt līdzīgos (izteiksme ir polinoms, 1 mainīgais).	1a	Vispirms savelk līdzīgos saskaitāmos, tad ievieto mainīgā vietā doto skaitlisko vērtību un aprēķina izteiksmes vērtību.	20.0%	23.1%	11.1%
		1b	Nesavelk līdzīgos, ievieto mainīgā vietā doto skaitlisko vērtību un pareizi aprēķina izteiksmes vērtību.	45.4%	30.8%	61.1%
		0a	Vispirms savelk līdzīgos saskaitāmos, bet kļūdās, veicot tālākos aprēķinus.	13.1%	23.1%	27.8%
		0b	Ievieto mainīgā vietā doto skaitlisko vērtību, bet kļūdās,	17.2%	0%	0%

			veicot aprēķinus.			
		n	Nav risināts.	4.3%	23.1%	0%
5.	Saprot jēdzienus *monoms*, *mainīgais*, *koeficients*.	1	Uzrakstīts nosacījumiem atbilstošs monoms.	40.5%	53.8%	33.3%
		0	Kļūdains risinājums.	35.4%	23.1%	33.3%
		n	Nav risināts.	24.1%	23.1%	33.3%
6.a	Nosaka trūkstošo saskaitāmo, lai 2 monomu summa būtu vienāda ar doto monomu.	1	Izveidota patiesa vienādība, ievietojot atbilstošu saskaitāmo.	50.4%	15.4%	72.2%
		0	Kļūdains risinājums.	47.9%	84.6%	27.8%
		n	Nav risināts.	1.7%	0%	0%
6.b	Izveido identiskas izteiksmes, izmantojot monomu saskaitīšanu, atņemšanu.	1	Izveidota patiesa vienādība, ievietojot trīs atbilstošus saskaitāmos.	59.6%	46.2%	66.7%
		0	Kļūdains risinājums.	29.0%	30.8%	27.8%
		n	Nav risināts.	11.4%	23.1%	5.6%
7.	Nosaka taisnstūra malu garumu izteiksmes, ja dota perimetra izteiksme.	1	Uzraksta izteiksmes, kas izsaka taisnstūra malas.	40.5%	15.4%	55.6%
		0	Kļūdains risinājums.	48.6%	69.2%	27.8%
		n	Nav risināts.	10.9%	15.4%	16.7%
8.	Skaidro līdzīgo saskaitāmo savilkšanu.	1a	Skaidro konkrēto situāciju/kļūdu ar saviem vārdiem.	45.8%	23.1%	27.8%
		1b	Matemātisko modeļu veidošana un analizēšana	13.4%	7.7%	33.3%
		0	Neatbilstošs skaidrojums.	30.3%	38.5%	22.2%
		n	Nav risināts.	10.5%	30.8%	16.7 %
9.	Formulē pazīmi un grupē izteiksmes atbilstoši formulētajai pazīmei.	2	Izveidotas 2 grupas un formulētas atbilstošas pazīmes katrai grupai.	65.8%	15.4%	61.1%
		1a	Izveidotas 1 vai 2 grupas, bet pazīme formulēta tikai vienai grupai.	9.7%	15.4%	5.6%
		1b	Izveidotas 2 grupas, pazīmes acīmredzamas, nav formulētas	12.5%	23.1%	27.8%
		0	Neatbilstošs risinājums.	9.3%	30.8%	5.6%
		n	Nav risināts.	2.7%	15.4%	0%
10.	Saskata analoģiju un veido aprakstam atbilstošu polinomu.	1	Uzrakstīts nosacījumiem atbilstošs polinoms.	10.8%	15.4%	50%
		0	Kļūdains risinājums.	52.4%	53.8%	11.1%
		n	Nav risināts.	36.8%	30.8%	38.9%

Dati par skolēnu sniegumu tēmas *Trijstūri* uzdevumos

	Prasmes, ko demonstrē skolēns	Skolēnu sniegums		Procenti no skolēnu skaita	Procenti no skolēnu skaita	
				Latvija	R21vsk divas klases	
11.a	Nosaka trijstūra eksistenci pēc dotajiem nogriežņiem kā malām.	1	Konstatē, ka trijstūris neeksistē.	91.5%	61.5%	83.3%
		0	Kļūdains risinājums.	7.1%	30.8%	0%
		n	Nav risināts.	1.4%	7.7%	16.37 %
11.b	Skaidro trijstūra eksistenci.	1a	Skaidro, spriežot praktiski, konstruktīvi.	36.3%	15.4%	22.2%
		1b	Skaidro, atsaucoties uz trijstūra nevienādību.	32.1%	7.7%	38.9%
		0	Neatbilstošs skaidrojums.	26.8%	53.8%	22.2%
		n	Nav risināts.	4.8%	23.1%	16.7%
12.a	Nosaka trijstūra eksistenci pēc skaitliski dotiem malu garumiem.	1	Nosaka, ka trijstūris neeksistē.	79.7%	46.2%	83.3%
		0	Kļūdains risinājums.	19.2%	38.5%	11.1%
		n	Nav risināts.	1.1%	15.4%	5.6%
12.b	Nosaka trijstūra eksistenci pēc skaitliski dotiem malu garumiem.	1	Nosaka, ka trijstūris eksistē.	81.7%	46.2%	88.9%
		0	Kļūdains risinājums.	17.3%	38.5%	5.6%
		n	Nav risināts.	1.0%	15.4%	5.6%
13.a	Novelk augstumu dotajā šaurleņķa trijstūrī (viena mala horizontāli).	1	Dotajā trijstūrī novilkts augstums.	89.7%	92.3%	100%
		0	Kļūdains risinājums.	9.1%	7.7%	0%
		n	Nav risināts.	1.2%	0%	0%
13.b	Novelk augstumu dotajā šaurleņķa trijstūrī (neviena no malām nav horizontāli).	1	Dotajā trijstūrī novilkts augstums.	84.3%	92.3%	88.9%
		0	Kļūdains risinājums.	14.2%	7.7%	5.6%
		n	Nav risināts.	1.5%	0%	5.6%
14.	Uzzīmē trijstūri, ja dota mediāna (zīmējums rūtiņu plaknē).	1	Uzzīmēts trijstūris.	79.8%	61.5%	88.9%
		0	Kļūdains risinājums.	19.0%	30.8%	5.6%
		n	Nav risināts.	1.2%	7.7%	5.6%
15.	Uzzīmē trijstūri, ja dotas divas tā mediānas (zīmējums rūtiņu plaknē).	1	Uzzīmēts trijstūris.	46.3%	30.8%	50%
		0	Kļūdains risinājums.	48.0%	61.5%	38.9%
		n	Nav risināts.	5.7%	7.7%	11.1%
16.	Atliek plaknē punktus, ja dota	1	Plaknē atlikti punkti, ievērojot nosacījumu.	63.9%	69.2%	66.7%

	informācija par atbilstošo nogriežņu garumiem.	0	Kļūdains risinājums.	28.4%	15.4%	27.8%
		n	Nav risināts.	7.7%	15.4%	5.6%
17.	Skaidro reālu situāciju, lietojot trijstūra nevienādību.	2a	Konstatē, ka situācija nav iespējama un to skaidro, spriežot praktiski, konstruktīvi.	21.5%	7.7%	0%
		2b	Konstatē, ka situācija nav iespējama, un to skaidro, atsaucoties uz trijstūra nevienādību.	11.3%	0%	16.7%
		1	Konstatē situācijas neiespējamību, bet neskaidro.	27.6%	15.4%	66.7%
		0	Kļūdains risinājums.	32.8%	53.8%	11.1%
		n	Nav risināts.	6.7%	23.1%	5.6%
18.	Izvieto plaknē punktus, lai izpildītos nosacījums – iegūti trijstūri nepieciešamajā skaitā.	1	Atlikti 4 punkti, kas kā virsotnes veido tieši trīs trijstūrus.	36.6%	23.1%	50%
		0	Kļūdains risinājums.	49.9%	46.2%	22.2%
		n	Nav risināts.	13.5%	30.8%	27.8%
19.	Nosaka iespējamos trijstūra malu garumus, ja dota perimetra skaitliskā vērtība un ievēro papildus nosacījumu – malu garumi izteikti ar veselu skaitu centimetru.	2	Nosaka malu garumus diviem iespējamajiem trijstūriem un pamato, ka citu nav.	20.0%	0%	5.6%
		1a	Nosaka malu garumus diviem iespējamajiem trijstūriem, bet nepamato, ka citu nav.	15.3%	0%	22.2%
		1b	Nosaka malu garumus diviem iespējamajiem trijstūriem un vēl kādam, kas neeksistē.	10.1%	0%	11.1%
		0a	Nosaka malu garumus vienam no iespējamiem trijstūriem un nepamato.	22.6%	38.5%	16.7%
		0b	Neievēro nosacījumu par veseliem skaitļiem vai cita veida kļūdains risinājums.	20.9%	15.4%	0%
		n	Nav risināts.	11.1%	46.2%	44.4%
20.	Analizē situāciju, kurā jānosaka iespējamie attālumi starp diviem punktiem.	2	Noteiktas visas iespējamās vērtības.	2.3%	0%	0%
		1a	Noteiktas tikai abas galējās vērtības vai abas galējās vērtības un vēl dažas konkrētas vērtības.	5.0%	0%	0%
		1b	Kā iespējamo vērtību kopa noteikts vaļējais intervāls. Nav noteiktas (uzrakstītas) abas galējās vērtības.	2.3%	0%	11.1%
		0a	Noteikta tikai viena no galējām vērtībām.	34.4%	38.5%	16.7%
		0b	Cita veida kļūdains risinājums.	28.9%	15.4%	5.6%
		n	Nav risināts.	27.1%	46.2%	66.8%

Dati par skolēnu sniegumu tēmas *Kvadrātsaknes* uzdevumos

	Prasmes, ko demonstrē skolēns	Skolēnu sniegums		Procenti no skolēnu skaita Latvija	Procenti no skolēnu skaita R21vsk divas klases	
21.	Nosaka skaitli, ja zināma kvadrātsakne no šī skaitļa.	1	Uzrakstīts skaitlis.	71.1%	46.2%	55.6%
		0	Kļūdains risinājums.	26.2%	53.8%	44.4%
		n	Nav risināts.	2.7%	0%	0%
22.a	Izvelk kvadrātsakni no vesela skaitļa.	1	Uzrakstīta kvadrātsaknes vērtība.	89.0%	53.8%	72.2%
		0	Kļūdains risinājums.	8.5%	46.2%	27.8%
		n	Nav risināts.	2.5%	0%	0%
22.b	Ievēro darbību secību, ja zem saknes starpība.	1	Uzrakstīta kvadrātsaknes vērtība.	55.4%	38.5%	27.8%
		0	Kļūdains risinājums.	41.2%	61.5%	72.2%
		n	Nav risināts.	3.4%	0%	0%
22.c	Izvelk kvadrātsakni no jaukta skaitļa.	1	Uzrakstīta kvadrātsaknes vērtība.	53.4%	38.5%	61.1%
		0	Kļūdains risinājums.	32.8%	30.8%	22.2%
		n	Nav risināts.	13.6%	30.8%	16.7%
22.d	Savelk līdzīgas saknes.	1	Uzrakstīta izteiksme.	65.3%	38.5%	44.4%
		0	Kļūdains risinājums.	28.4%	53.8%	44.4%
		n	Nav risināts.	6.3%	7.7%	11.1%
23.a	Pārveido sakni no reizinājuma par sakņu reizinājumu.	1	Uzrakstīts divu sakņu reizinājums.	78.5%	53.8%	88.9%
		0	Kļūdains risinājums.	15.8%	23.1%	5.6%
		n	Nav risināts.	5.7%	23.1%	5.6%
23.b	Pārveido sakni no naturāla skaitļa par sakņu reizinājumu.	1	Uzrakstīts divu sakņu reizinājums.	67.4%	30.8%	77.8%
		0	Kļūdains risinājums.	23.3%	61.5%	16.7%
		n	Nav risināts.	9.3%	7.7%	5.6%
23.c	Iznes reizinātāju pirms saknes zīmes.	1	Uzrakstīta izteiksme.	38.3%	7.7%	5.6%
		0	Kļūdains risinājums.	44.1%	76.9%	77.8%
		n	Nav risināts.	17.6%	15.4%	16.7%
24.	Nosaka un skaidro novietojumu uz skaitļu ass kvadrātsaknei, kuras vērtība nav racionāls skaitlis.	2a	Uz skaitļu ass pareizi atlikta saknes aptuvenā vērtība un ar saviem vārdiem veikts skaidrojums, kas raksturo saknes aptuveno vērtību.	17.3%	0%	16.7%
		2b	Uz skaitļu ass pareizi atlikta saknes aptuvenā vērtība un kā skaidrojums uzrakstīta divkāršā nevienādība ar tuvākajām veselajām vērtībām.	5.8%	0%	0%
		1a	Pareizi noteikta un uz skaitļu ass atlikta saknes aptuvenā vērtība, bet nav	12.0%	23.1%	22.2%

			skaidrojuma.			
		1b	Punkts atlikts neatbilstoši, bet ir skaidrojums, kuru realizējot var noteikt saknes aptuveno vērtību.	6.8%	7.7%	0%
		0a	Skolēns izvēlas atbilstošo asi, bet punkts atlikts neatbilstoši un nav arī skaidrojuma.	11.1%	0%	11.1%
		0b	Skolēns izvēlas kādu no neatbilstošajām asīm un atliek saknes aptuveno vērtību uz tās.	28.7%	23.1%	22.2%
		n	Nav risināts.	18.3%	46.2%	27.8%
25.	Izpilda darbības ar kvadrātsaknēm (reizina 2 saknes).	1	Uzrakstīta izteiksme.	43.9%	15.4%	33.3%
		0	Kļūdains risinājums.	46.9%	69.2%	44.4%
		n	Nav risināts.	9.3%	15.4%	22.2%
26.	Nosaka trūkstošo reizinātāju vienādībā ar kvadrātsaknēm.	1	Izveidota patiesa vienādība ar atbilstošu reizinātāju.	27.5%	7.7%	16.7%
		0	Kļūdains risinājums.	57.8%	76.9%	61.1%
		n	Nav risināts.	14.7%	15.4%	22.2%
27.	Izteiksmi ar kvadrātsakni izsaka kā summu.	2a	Izteiksme ar kvadrātsakni izteikta kā summa divas dažādos veidos, vismaz vienā no summām viens koeficients ir negatīvs skaitlis.	3.9%	0%	0%
		2b	Izteiksme ar kvadrātsakni izteikta kā summa divas dažādos veidos, visi koeficienti ir pozitīvi, bet nav naturāli skaitļi.	8.3%	0%	5.6%
		1	Izteiksme ar kvadrātsakni izteikta kā summa vienā veidā.	11.1%	0%	11.1%
		0	Kļūdains risinājums.	47.7%	76.9%	44.4%
		n	Nav risināts.	29.0%	23.1%	38.9%
28.	Salīdzina izteiksmju ar kvadrātsaknēm vērtības, balstoties uz prasmi noteikt aptuveno saknes vērtību.	1	Pareiza atbilde un pamatojums, kā tā iegūta. Pamatojums balstās uz aptuveno vērtību novērtēšanu un salīdzināšanu.	17.4%	7.7%	33.3%
		0a	Ir tikai pareiza atbilde bez pamatojuma.	23.3%	38.5%	0%
		0b	Nepareiza atbilde.	45.4%	46.2%	44.4%
		n	Nav risināts.	13.8%	7.7%	16.7%
29.a	Nosaka vienu skaitli, kura kvadrātsakne ir lielāka par pašu skaitli.	1	Uzrakstīta viena *a* vērtība, kam sakarība ir spēkā.	15.0%	0%	5.6%
		0	Kļūdains risinājums.	54.8%	61.5%	22.2%
		n	Nav risināts.	30.2%	38.5%	66.7%
29.b	Formulē pieņēmumu par visiem skaitļiem,	1	Nosaka visu iespējamo *a* vērtību kopu (intervālu) vai kādu tās bezgalīgu apakškopu.	6.0%	0%	5.6%

	kuriem piemīt dotā īpašība – vispārina iegūto rezultātu.	0a	Uzraksta vēl citas nosacījumam atbilstošas konkrētas vērtības.	5.2%	7.7%	11.1%
		0b	Cita veida kļūdains risinājums.	39.8%	23.1%	11.1%
		n	Nav risināts.	49.0%	69.2%	72.2%
30.	Nosaka kvadrātsaknes vērtību skaitlim, kura pēdējie cipari ir nulles (skaitā 2n).	1a	Uzreiz, bez papildus konkrētu gadījumu izpētes, uzrakstīta kvadrātsaknes vērtība.	8.5%	7.7%	27.8%
		1b	Skolēns veic konkrētu gadījumu izpēti un pēc tās uzraksta atbildi– kvadrātsaknes vērtību Vispārīgajā gadījumā.	5.6%	7.7%	5.6%
		0	Kļūdains risinājums.	41.2%	15.4%	11.1%
		n	Nav risināts.	44.7%	69.2%	55.6%

5. pielikums

Dati par skolēnu rezultātiem

Dati par skolēnu rezultātiem/sniegumu tēmas *Monomi un polinomi* uzdevumos

Uzdevums	1.a	1.b	1.c	1.d	2.	3.a	3.b	4.	5.	6.a	6.b.	7.	8.	9.	10.
R21vsk_1	84	53,8	53,8	23,1	15,4	69,2	30,8	53,8	53,8	15,4	46,2	15,4	30,8	34,6	15,4
R21vsk_2	94,4	72,2	83,3	50	50	94,4	44,4	72,2	33,3	72,2	66,7	55,6	61,1	77,8	50
Vidējais rezultāts (%)	90,9	68,0	75,2	49,0	40,4	84,2	44,3	65,4	40,5	50,4	59,6	40,5	59,2	76,9	10,8
n īpatsvars (%)	0,6	1,4	1,6	6,1	9,0	0,8	1,0	4,3	24,1	1,7	11,4	10,9	10,5	2,7	36,8
Izšķirtspēja	0,20	0,63	0,53	0,64	0,41	0,35	0,40	0,41	0,58	0,67	0,70	0,43	0,58	0,54	0,25
Korelācija ar darbu	0,29	0,55	0,51	0,52	0,34	0,40	0,34	0,37	0,49	0,54	0,57	0,36	0,48	0,46	0,37

Dati par skolēnu rezultātiem/sniegumu tēmas *Trijstūri* uzdevumos

Uzdevums	11.a	11.b	12.a	12.b	13.a	13.b	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
R21vsk_1	61,5	23,1	46,2	46,2	92,3	92,3	61,5	30,8	69,2	15,4	23,1	0	0
R21vsk_2	83,3	61,1	83,3	88,9	100	88,9	88,9	50	66,7	50	50	22,2	5,6
Vidējais rezultāts (%)	91,5	68,4	79,7	81,7	89,7	84,3	79,8	46,3	63,9	46,7	36,6	32,7	6,0
n īpatsvars (%)	1,4	4,8	1,1	1,0	1,2	1,5	1,2	5,7	7,7	6,7	13,5	11,1	27,1
Izšķirtspēja	0,17	0,42	0,29	0,27	0,20	0,28	0,41	0,54	0,41	0,44	0,29	0,42	0,07
Korelācija ar darbu	0,27	0,38	0,30	0,30	0,30	0,34	0,44	0,44	0,36	0,39	0,26	0,43	0,25

Dati par skolēnu rezultātiem/sniegumu tēmas *Kvadrātsaknes* uzdevumos.

Uzdevums	21.	22.a	22.b	22.c	22.d	23.a	23.b	23.c	24.	25.	26.	27.	28.	29.a	29.b	30.
R21vsk_1	46,2	53,8	38,5	38,5	38,5	53,8	30,8	7,7	15,4	15,4	7,7	0	7,7	0	0	15,4
R21vsk_2	55,6	72	27,8	61,1	44,4	88,9	77,8	5,6	27,8	33,3	16,7	11,1	33,3	11,1	5,6	33,3
Vidējais rezultāts (%)	71,1	89,0	55,4	53,4	65,3	78,5	67,4	38,3	32,3	43,9	27,5	17,7	17,4	15,0	6,0	14,1
n īpatsvars (%)	2,7	2,5	3,4	13,6	6,3	5,7	9,3	17,6	18,3	9,3	14,7	29,0	13,8	30,2	49,0	44,7
Izšķirtspēja	0,38	0,29	0,37	0,60	0,49	0,38	0,52	0,68	0,50	0,54	0,56	0,30	0,35	0,38	0,18	0,31
Korelācija ar darbu	0,37	0,41	0,32	0,49	0,43	0,39	0,46	0,56	0,49	0,45	0,51	0,40	0,40	0,46	0,35	0,39

6. pielikums

Skolotāju darba lapa vācot datus (Somijā)

1. Kopumā pārbaužu rezultāti

Punkti	Skaits	Punkti	Skaits	Punkti	Skaits
60		40		20	
59		39		19	
58		38		18	
57		37		17	
56		36		16	
55		35		15	
54		34		14	
53		33		13	
52		32		12	
51		31		11	
50		30		10	
49		29		9	
48		28		8	
47		27		7	
46		26		6	
45		25		5	
44		24		4	
43		23		3	
42		22		2	
41		21		1	
				0	

2. No rādītājiem rēķinus

Punkti	Skaits
10	
9	
8	
7	
6	
5	
4	
3	
2	
1	
0	

3. Skolēnu skaits, kas piedalās eksāmenā ____________

4. Vidējais eksāmenā __________________

5. Skolēnu atzīme gadā

Atzīme	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**
Skaits							

Reģistrēt rezultātus www.mfka.fi.[4]

[4] Skolotājs var netikai reģistrēt savu skolēnu rezultātus, bet arī piedalīties eksāmena attīstībā, ierosinat konstruktīvās idejas.

6. pielikums

Somijas eksāmens 2013. / 2014. m.g.

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 29.4.2014

A

PÄÄSSÄLASKUT **Nimi ja luokka:**

Päässälasku- ja monivalintatehtävien (osa A) suoritusaika enintään 25 min, jonka jälkeen paperi kerätään pois. **Merkitse pelkkä päässälaskun vastaus ruutuun.** Muita merkintöjä paperiin ei saa tehdä. (1 p / tehtävä)

	Vastaus
1. $12 + 14 + 16 + 18 =$	
2. $0{,}5 + 0{,}75 - 0{,}25 + 0{,}35 + 0{,}25 - 0{,}75$	
3. $5 \cdot 100\,000 + 9 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 100 + 6 \cdot 10 =$	
4. Kuinka monta kertaa luku $\frac{1}{3}$ sisältyy lukuun 2?	
5. Kuinka monta metriä on 305 millimetriä?	m
6. Kuinka monta 50 g punnusta tarvitaan, että saadaan 1,1 kg?	
7. Jääkiekoista on kadonnut yksi viidesosa. Kiekkoja on jäljellä 24 kpl. Kuinka monta kiekkoa oli alun perin?	
8. Elokuva alkaa klo 19:04 ja loppuu klo 20:57. Elokuvan aikana tulee kuusi yhtä pitkää mainoskatkoa. Yksi mainoskatko kestää 2,5 minuuttia. Kuinka pitkä itse elokuva on?	h min
9. Isä ostaa perheelle kaksi aikuisten lippua (8 € / lippu) ja kaksi lasten lippua (3,50 € / lippu). Kuinka paljon hän saa takaisin 50 eurosta?	€
10. Kolmen Suomen koripallomaajoukkueen pelaajan pituuksien keskiarvo on 203 cm. Yksi pelaaja on 205 cm ja toinen on 194 cm. Kuinka pitkä on kolmas pelaaja?	cm

KÄÄNNÄ!

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 29.4.2014

A

MONIVALINTATEHTÄVÄT **Nimi ja luokka:**

Vastaa tehtäviin 1–8 kirjoittamalla oikeaa vaihtoehtoa vastaava **kirjain** ruudukkoon. (1 p / tehtävä)

Tehtävä	1	2	3	4	5	6	7	8
Vastaus								

1. Luku 1,29956 on pyöristettynä

A) 1,2 B) 1,29 C) 1,290 D) 1,299 E) 1,30

2. Seuraavista luvuista kolmella jaollinen on

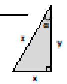
A) 5155 B) 5156 C) 5157 D) 5158 E) 5159

3. Jos neliön pinta-ala on 36 cm², sen piiri on

A) 6 cm B) 12 cm C) 18 cm D) 24 cm E) 36 cm

4. Oheisessa kolmiossa **ei** toteudu yhtälö

A) $x^2 + y^2 = z^2$ B) $\sin\alpha = \frac{z}{x}$ C) $\cos\alpha = \frac{y}{z}$ D) $\sin\alpha = \frac{x}{z}$ E) $\tan\alpha = \frac{x}{y}$



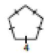
5. Seuraavista kuvioista pienin piiri on kuviolla

A) 

B) 

C) 

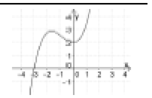
D) 

E) 

6. Oheisessa kuvassa olevan funktion kuvaajan nollakohta on

A) (-3,0) B) (0,2) C) (0,0)

D) (2,0) E) (0,-3)



7. Lausekkeen $\frac{10^6 \cdot 10^4}{10^8}$ arvo ei ole yhtä suuri kuin

A) $\sqrt{10000}$ B) 10^2 C) 10^{-2} D) 100 E) $\sqrt{100} \cdot \sqrt{100}$

8. Millä todennäköisyydellä vastaat tähän kysymykseen oikein arvaamalla?

A) 20 % B) 25 % C) 33 % D) 40 % E) ei mikään edellisistä

KÄÄNNÄ!

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 29.4.2014

B

PERUSTEHTÄVÄT **Nimi ja luokka:**

Perustehtävien (osio B) suoritusaika on vähintään **20 min**. Laskimen käyttö on kielletty.

Laske tehtävät tälle paperille. **Kirjoita myös mahdolliset välivaiheet ja perustelut näkyviin.**

1. **a)** Laske välivaiheittain.

$42 : 7 + 8 \cdot 9 =$

b) Sievennä.

$14a + 3b - 30a + 11b =$

/ 4 p

2. **a)** Ratkaise yhtälö.

$8x + 6 = 4x + 2$

b) Ratkaise verranto.

$\frac{x}{3} = \frac{10}{4}$

/ 4 p

3. Sievennä ensin lauseke ja laske sitten sen arvo, kun $x = -10$.

$x + (x - 4) + 3(2x - 1) =$

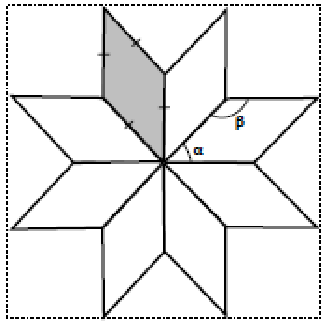
/ 4 p

KÄÄNNÄ!

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 29.4.2014

B

4. Kun 8 samanlaista säännöllistä vinoneliötä eli neljäkästä asetetaan vierekkäin, saadaan tähden muotoinen monikulmio. Neljäkkään sivun pituus on 5 cm.



a) Laske tähden muotoisen monikulmion piiri.

b) Laske kulmien α ja β asteluvut. Merkitse laskut näkyviin.

c) Tähti leikataan neliön muotoisesta paperipalasta, jossa tähden kärjet ovat neliön sivuilla. Laske poisleikatun paperin pinta-ala.

/ 6 p

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 29.4.2014

C

VALINNAISET TEHTÄVÄT – valitse YKSI tehtävä seuraavista.

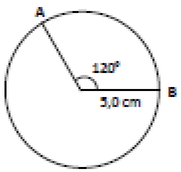
4. a) Millä a:n arvolla yhtälön $x^2 - a = 5$ ratkaisu on -2?

   b) Millä a:n arvolla yhtälöillä $x - a = 3x$ ja $3(x-2) = 2x - 3$ on sama ratkaisu?

5. Oheisen ympyrän säde on 5,0 cm.

   a) Laske kuvaan piirretyn 120 asteen sektorin kaaren pituus.

   b) Pisteet A ja B yhdistetään janalla, jolloin saadaan jänne.
   Laske jänteen pituus.



6. a) 399 euron puhelimen hinta nostettiin ensin 10 %, minkä jälkeen hintaa laskettiin 5 %. Mikä oli puhelimen lopullinen hinta?

   b) Suksien hinta oli alkusyksyllä 270 euroa. Kauppias nosti talveksi suksien hintaa 15 %. Keväällä sesongin jälkeisessä alennusmyynnissä sukset maksoivat 250 euroa. Mitä alennusprosenttia kauppias oli käyttänyt keväällä?

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 29.4.2014

C

SOVELTAVAT TEHTÄVÄT

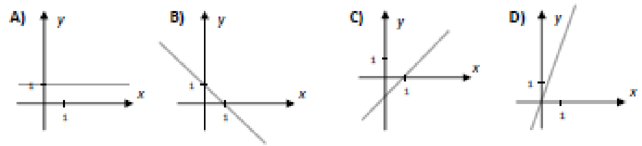
Tehtävät suoritetaan erilliselle paperille. (6 p / tehtävä)

Laskinta saa käyttää. Suoritusaika **45 min.**

PAKOLLISET TEHTÄVÄT

1. a) Yhdistä suoran yhtälö (1...4) ja sen kuvaaja (A...D). Merkitse oikeat parit vastauspaperiin.

1) $y = x - 1$	2) $y = -x + 1$	3) $y = 3x$	4) $y = 1$



   b) Suora s on yhdensuuntainen suoran $y = 3x - 5$ kanssa ja kulkee pisteen (2, 5) kautta. Mikä on suoran s yhtälö?

2. Jere on huomannut, että hyvä mehujuoma syntyy, kun hän sekoittaa 2,0 dl mehutiivistettä ja 5,0 dl vettä.

   a) Kuinka monta prosenttia tiivistettä valmiissa mehujuomassa on tällöin?

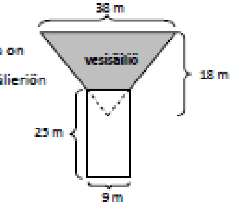
   b) Jos Jere laittaa kannuun aluksi tiivistettä 3,5 dl, kuinka paljon vettä hänen on lisättävä juomaansa?

   c) Jos Jere haluaa valmistaa 2,5 litraa mehujuomaa, kuinka paljon tiivistettä ja kuinka paljon vettä hän tällöin tarvitsee?

3. Vesitorni on malliltaan sellainen, että se muodostuu, kun suora ympyräkartio, jonka korkeus on 18 m ja pohjaympyrän halkaisija on 38 m, asetetaan ylösalaisin suoran ympyrälieriön sisään. Ympyrälieriön korkeus on 25 m ja pohjaympyrän halkaisija 9 m. Kuvassa näkyy rakennuksen poikkileikkaus.

   a) Laske, kuinka syvälle lieriön sisään kartio asettuu.

   b) Laske harmaalla merkityn vesisäiliön tilavuus.



PÄÄSSÄLASKUT (1 p / tehtävä)

Selkeistä laskumerkinnöistä tai välivaiheista tehtäväpaperissa vähennetään 0,5 – 1 p / koko osio.

	Vastaus
1. $12 + 14 + 16 + 18 =$	60
2. $0,5 + 0,75 - 0,25 + 0,35 + 0,25 - 0,75$	0,85
3. $5 \cdot 100\,000 + 9 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 100 + 6 \cdot 10 =$	590760
4. Kuinka monta kertaa luku $\frac{1}{3}$ sisältyy lukuun 2?	6
5. Kuinka monta metriä on 305 millimetriä?	0,305 m
6. Kuinka monta 50 g punnusta tarvitaan, että saadaan 1,1 kg?	22
7. Jääkiekoista on kadonnut yksi viidesosa. Kiekkoja on jäljellä 24 kpl. Kuinka monta kiekkoa oli alun perin?	30
8. Elokuva alkaa klo 19:04 ja loppuu klo 20:57. Elokuvan aikana tulee kuusi yhtä pitkää mainoskatkoa. Yksi mainoskatko kestää 2,5 minuuttia. Kuinka pitkä itse elokuva on?	1 h 38 min
9. Isä ostaa perheelle kaksi aikuisten lippua (8 € / lippu) ja kaksi lasten lippua (3,50 € / lippu). Kuinka paljon hän saa takaisin 50 eurosta?	27 €
10. Kolmen Suomen koripallomaajoukkueen pelaajan pituuksien keskiarvo on 203 cm. Yksi pelaajista on 205 cm ja toinen on 194 cm pitkä. Kuinka pitkä on kolmas pelaaja?	210 cm

MONIVALINTATEHTÄVÄT (1 p / tehtävä)

Tehtävä	1	2	3	4	5	6	7	8
Vastaus	E	C	D	B	C	A	C	A

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 29.4.2014 Ratkaisu- ja pisteytysehdotukset

PERUSTEHTÄVÄT

1. a) Laske välivaiheittain. (2 p)

$42 : 7 + 8 \cdot 9$	
$= 6 + 72$	+ 1 p
$\underline{= 78}$	+ 1 p
Välivaihe puuttuu, pelkkä oikea vastaus	1 p

b) Sievennä. (2 p)

$14a + 3b - 30a + 11b$	
$\underline{= -16a + 14b}$	+ 2 p
Vain toinen termi oikein	1 p

2. a) Ratkaise yhtälö. (2 p)

$8x + 6 = 4x + 2$	
$8x - 4x = 2 - 6$	+ 1 p
$4x = -4 \quad \|: 4$	+ 0,5 p
$\underline{x = -1}$	+ 0,5 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p

b) Ratkaise verranto. (2 p)

$\frac{x}{3} = \frac{10}{4}$	
$4x = 30 \quad \|: 4$	+ 1 p
$\underline{x = 7,5}$ (tai $7\frac{1}{2}$)	+ 1 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p
Vastaus supistamatta	1,5 p

3. Sievennä ensin lauseke ja laske sitten sen arvo, kun $x = -10$. (4 p)

$x + (x - 4) + 3(2x - 1)$	
$= x + x - 4 + 6x - 3$	+ 1 p
$= 8x - 7$	+ 1 p
Sijoitetaan $x = -10$:	
$= 8 \cdot (-10) - 7$	+ 1 p
$= -80 - 7$	
$\underline{= -87}$	+ 1 p
Sievennetty lauseke väärin, mutta arvo laskettu saadulla lausekkeella oikein	2 p
Sijoitettu sieventämättömään lausekkeeseen ja saatu oikea vastaus	2 p
Pelkkä oikea arvo	1 p

4. Kun 8 samanlaista säännöllistä vinoneliötä eli neljäkästä asetetaan vierekkäin, saadaan tähden muotoinen monikulmio. Neljäkkään sivun pituus on 5 cm.

a) Laske tähden muotoisen monikulmion piiri. (2 p)

p = 16 · 5 cm	+ 1 p
$\underline{= 80 \text{ cm}}$	+ 1 p
Löydetty 16 sivua	0,5 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p

b) Laske kulmien α ja β asteluvut. Merkitse laskut näkyviin. (2 p)

$\alpha = 360° : 8 = \underline{45°}$	+ 1 p
$\beta = 180° - 45° = \underline{135°}$	+ 1 p
Pelkät oikeat vastaukset	1 p

c) Tähti leikataan neliön muotoisesta paperipalasta, jossa tähden kärjet ovat neliön sivuilla. Laske poisleikatun paperin pinta-ala. (2 p)

Lasketaan yhteen neljän nurkkaneliön ja neljän suorakulmaisen kolmiot alat:	
$A = 4 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} + 4 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} : 2$	+ 1 p
$\underline{= 150 \text{ cm}^2}$	+ 1 p
Laskettu vain nurkkaneliöt: $4 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$	1 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p

SOVELTAVAT TEHTÄVÄT (6 p / tehtävä)

Pisteytykset ovat suosituksia, joista opettaja voi poiketa perustellusta syystä. **Tarkkuus- ja / tai laskuvirheestä vähennetään 0,5 – 1 pistettä. Tarkkuusvirheistä maksimissaan –2p / koko osio.**

PAKOLLISET TEHTÄVÄT

1. a) Yhdistä suoran yhtälö (1…4) ja sen kuvaaja (A…D). Merkitse oikeat parit vastauspaperiin. (4 p)

Vastaus: 1 - C, 2 - B, 3 - D, 4 - A	1 p / kohta = 4 p

b) Suora s on yhdensuuntainen suoran $y = 3x - 5$ kanssa ja kulkee pisteen (2, 5) kautta. Mikä on suoran s yhtälö? (2 p)

Päätelty kulmakerroin $k = 3$	+ 0,5 p
Ratkaistu vakiotermi:	
$y = 3x + b$	
$5 = 3 \cdot 2 + b$	+ 0,5 p
$b = -1$	+ 0,5 p
Ratkaistu piirtämällä oikein	2 p
Vastaus: $y = 3x - 1$ (jossa sekä kulmakerroin että vakiotermi oikein)	+ 0,5 p

2. Jere on huomannut, että hyvä mehujuoma syntyy, kun hän sekoittaa 2,0 dl mehutiivistettä ja 5,0 dl vettä.

a) Kuinka monta prosenttia tiivistettä valmiissa mehujuomassa on tällöin? (2 p)

2,0 dl : (2,0 + 5,0) dl = 0,285… ≈ 29 % (tai 28,6 %)	+ 2 p
Laskettu 2 dl : 5 dl = 40 %	0 p

Vastaus: 29 % (tai 28,6 %).

b) Jos Jere laittaa kannuun aluksi tiivistettä 3,5 dl, kuinka paljon vettä hänen on lisättävä juomaansa? (2 p)

Ratkaistaan esim. verrannolla:

$\frac{2}{5} = \frac{3{,}5\ \text{dl}}{x}$ + 1 p

$2x = 5 \cdot 3{,}5$ dl + 0,5 p

$x \approx 8{,}8$ dl (tai 8,75 dl) + 0,5 p

Muu oikea laskutapa 2 p

Vastaus: 8,8 dl (tai 8,75 dl).

c) Jos Jere haluaa valmistaa 2,5 litraa mehujuomaa, kuinka paljon tiivistettä ja kuinka paljon vettä hän tällöin tarvitsee? (2 p)

a-kohdan nojalla tiivistettä tarvitaan 2/7 ≈ 28,6 %:

$\frac{2}{7} \cdot 2{,}5\ \text{l} \approx 0{,}71\ \text{l}$ (tai 0,7 l) + 1 p

Veden määrä on tällöin 2,5 l – 0,71 l ≈ 1,79 l (tai 1,8 l) + 1 p

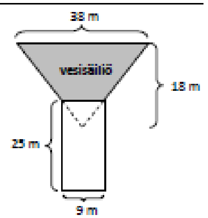
Käytetty a-kohdan väärää tulosta 40 %, mutta muuten laskettu oikein 2 p

Muu oikea laskutapa 2 p

Vastaus: Tiivistettä 0,71 l (tai 0,7 l), mehua 1,79 l (tai 1,8 l).

Koko tehtävä: pelkät oikeat vastaukset 1 p / kohta

3. Vesitorni on malliltaan sellainen, että se muodostuu, kun suora ympyräkartio, jonka korkeus on 18 m ja pohjaympyrän halkaisija on 38 m, asetetaan ylösalaisin suoran ympyrälieriön sisään. Ympyrälieriön korkeus on 25 m ja pohjaympyrän halkaisija 9 m. Kuvassa näkyy rakennuksen poikkileikkaus.



a) Laske, kuinka syvälle lieriön sisään kartio asettuu. (3 p)

Merkitään syvyyttä x:llä. Tällöin **yhdenmuotoisten kolmioiden perusteella**, esim.

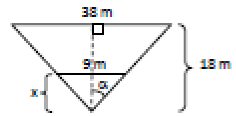
$\frac{x}{9\ \text{m}} = \frac{18\ \text{m}}{38\ \text{m}}$ + 1,5 p

$38x = 9 \cdot 18$ m (välivaihe) + 0,5 p

$x \approx 4{,}3$ m (tai 4,26 m) + 1 p

TAI

Trigonometrisillä funktioilla, esim.



$\tan\alpha = \frac{38\ \text{m} : 2}{18\ \text{m}}$, + 1 p

josta $\alpha \approx 46{,}5°$. + 0,5 p

Tällöin x saadaan yhtälöstä $\tan 46{,}5° = \frac{4{,}5\ \text{m}}{x}$, + 1 p

josta $x \approx 4{,}3$ m (tai 4,26 m) + 0,5 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

Vastaus: Korkeus on 4,3 m (tai 4,26 m).

b) Laske harmaalla merkityn vesisäiliön tilavuus. (3 p)

iso kartio $V_1 = \frac{\pi \cdot r_1^{\,2} \cdot h_1}{3} = \frac{\pi \cdot (19\ \text{m})^2 \cdot 18\ \text{m}}{3} \approx 6800\ \text{m}^3$ + 1 p

pieni kartio $V_2 = \frac{\pi \cdot r_2^{\,2} \cdot h_2}{3} = \frac{\pi \cdot (4{,}5\ \text{m})^2 \cdot 4{,}26\ \text{m}}{3} \approx 90{,}4\ \text{m}^3$ + 1 p

Katkaistun kartion eli vesisäiliön tilavuus:

$V = V_1 - V_2 = (6800 - 90{,}4)\ \text{m}^3 \approx 6700\ \text{m}^3$ + 1 p

Jos käytetty a-kohdassa väärin laskettua korkeutta: 3 p

Jos unohdettu kartion kaavoista jakaja 3, mutta muuten oikein 2 p

Vastaus: Tilavuus on 6700 m^3.

VALINNAISET TEHTÄVÄT – valitse <u>YKSI</u> tehtävä seuraavista.

4. a) Millä a:n arvolla yhtälön $x^2 - a = 5$ ratkaisu on -2? (2 p)

$(-2)^2 - a = 5$ +1 p

$4 - a = 5$

$\underline{a = -1}$ +1 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

<u>Vastaus: $a = -1$.</u>

b) Millä a:n arvolla yhtälöillä $x - a = 3x$ ja $3(x - 2) = 2x - 3$ on sama ratkaisu? (4 p)

Ratkaistaan jälkimmäinen yhtälö:

$3(x - 2) = 2x - 3$

$3x - 6 = 2x - 3$ +1 p

$x = 3$ +1 p

Sijoitetaan $x = 3$ ensimmäiseen yhtälöön $x - a = 3x$:

$3 - a = 3 \cdot 3$ +1 p

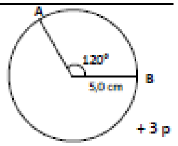
$\underline{a = -6}$ +1 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

Laskuvirhe ensimmäisessä yhtälönratkaisussa, mutta jälkimmäinen vaihe oikein 3 p

<u>Vastaus: $a = -6$</u>

5. Oheisen ympyrän säde on 5,0 cm.



a) Laske kuvaan piirretyn 120 asteen sektorin kaaren pituus. (3 p)

Laskettu kaaren pituus lausekkeella

$\frac{120°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5{,}0 \text{ cm} \approx 10 \text{ cm}$ (tai 10,5 cm) +3 p

TAI

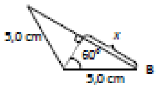
$2 \cdot \pi \cdot 5{,}0 \text{ cm} : 3 \approx 10 \text{ cm}$ +3 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

<u>Vastaus: 10 cm (tai 10,5 cm).</u>

b) Pisteet A ja B yhdistetään janalla, jolloin saadaan jänne.

Laske jänteen pituus. (3 p)



Muodostettu yhtälö: $\sin 60° = \frac{x}{5{,}0}$ +1 p

Saatu x:n lauseke: $x = 5{,}0 \cdot \sin 60°$ (= 4,3301… ≈ 4,3 cm) +1 p

Laskettu koko jänne $2x$: $2x \approx 8{,}7$ cm (tai 8,66 cm) +1 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

<u>Vastaus: 8,7 cm (tai 8,66 cm).</u>

6. a) 399 euron puhelimen hinta nostettiin ensin 10 %, minkä jälkeen hintaa laskettiin 5 %. Mikä oli puhelimen lopullinen hinta? (3 p)

Laskettu hinta lausekkeella:

$399 \text{ €} \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}95 \approx 416{,}96 \text{ €}$ (tai 417 €) +3 p

TAI

Laskettu hinta osissa: $399 \text{ €} \cdot 1{,}1 = 438{,}90 \text{ €}$

$438{,}90 \text{ €} \cdot 0{,}95 \approx 416{,}96 \text{ €}$ (tai 417 €)

Muu oikea laskutapa 3 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

<u>Vastaus: 416,96 euroa (tai 417 €).</u>

b) Suksien hinta oli alkusyksyllä 270 euroa. Kauppias nosti talveksi suksien hintaa 15 %. Keväällä sesongin jälkeisessä alennusmyynnissä sukset maksoivat 250 euroa. Mitä alennusprosenttia kauppias oli käyttänyt keväällä? (3 p)

Laskettu hinta lausekkeella: $270 \text{ €} \cdot 1{,}15 \text{ €} = 310{,}50 \text{ €}$ +1 p

Laskettu alennusprosentti: $\frac{310{,}50\text{€} - 250\text{€}}{310{,}50\text{€}} \approx 0{,}19 = 19\%$ (tai 19,5 %) +2 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

<u>Vastaus: 19 % (tai 19,5 %).</u>

Somijas eksāmens 2014. / 2015. m.g.

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 28.4.2015 **A**

PÄÄSSÄLASKUT **Nimi ja luokka:**

Päässälasku- ja monivalintatehtävien (osa A) suoritusaika enintään 20 min, jonka jälkeen paperi kerätään pois. **Merkitse pelkkä päässälaskun vastaus ruutuun.** Muita merkintöjä paperiin ei saa tehdä. (1 p / tehtävä)

		Vastaus
1.	$95 + 39 =$	
2.	$2 - 1\frac{1}{4} =$	
3.	1,25 h =	min
4.	$\sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} =$	
5.	3,75 m + 150 cm =	m
6.	Marjapiirakkaan tarvitaan sokeria 150 g. Kuinka moneen kokonaiseen piirakkaan 1 kg sokeripussi riittää?	
7.	Heikillä on rahaa 250 € ja Liisalla on 35 € enemmän. Kuinka paljon heillä on rahaa yhteensä?	€
8.	Pallokentällä on 34 palloa. Jalkapalloja ja koripalloja on yhtä monta. Muita palloja on 16. Kuinka monta jalkapalloa kentällä on?	

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 28.4.2015 **A**

MONIVALINTATEHTÄVÄT **Nimi ja luokka:**

Vastaa tehtäviin 1–8 kirjoittamalla oikeaa vaihtoehtoa vastaava **kirjain** ruudukkoon. (1 p / tehtävä)

Tehtävä	1	2	3	4	5	6	7	8
Vastaus								

1. Lauseke $3^2 - 2^3$ on yhtä suuri kuin

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

2. Kolmion korkeus on 3,0 cm ja sen pinta-ala on 12 cm^2. Mikä on kolmion kannan pituus?

A) 2,0 cm B) 4,0 cm C) 6,0 cm D) 8,0 cm E) 36 cm

3. Ratkaise A kaavasta $p = \frac{F}{A}$

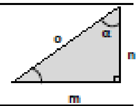
A) $A = Fp$ B) $A = F - p$ C) $A = p - F$ D) $A = \frac{F}{p}$ E) $A = \frac{p}{F}$

4. Ympyrän säde r = 10 cm. Ympyrän pinta-ala on noin

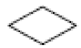
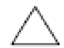
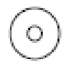
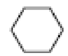
A) 30 cm^2 B) 60 cm^2 C) 100 cm^2 D) 300 cm^2 E) 600 cm^2

5. Oheisessa kolmiossa pätee $\sin \alpha =$

A) $\frac{m}{n}$ B) $\frac{m}{o}$ C) $\frac{n}{o}$ D) $\frac{n}{m}$ E) $\frac{o}{n}$



6. Mikä seuraavista kuvioista ei ole symmetrinen pisteen suhteen?

A)  B)  C)  D)  E) 

7. Takki maksaa 150,00 €. Hintaa alennetaan 30 %. Mikä on takin alennettu hinta?

A) 30 € B) 45 € C) 50 € D) 105 € E) 120 €

8. *Afrikan tähti* –lautapelissä on 30 ympyränmuotoista pelikiekkoa. Niistä 12 on tyhjiä ja lopuissa 18 kiekossa on jokin kuva. Ilmoita murtolukuna, mikä osa kiekoista on tyhjiä.

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{6}{30}$ D) $\frac{12}{18}$ E) $\frac{18}{30}$

PERUSTEHTÄVÄT **Nimi ja luokka:**

Perustehtävien (osio B) suoritusaika on vähintään **25 min.** Laskimen käyttö on kielletty.

Laske tehtävät tälle paperille. **Kirjoita myös mahdolliset välivaiheet ja perustelut näkyviin.**

1. a) Laske. Kirjoita välivaihe näkyviin.

$20 : 2 \cdot (7 + 3) =$

b) Sievennä.

$2x^2 + 5x - 8x + 12 + 14x^2 - x + 3 =$

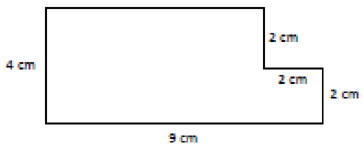
/ 4 p

2. Ratkaise yhtälöt.

a) $12x + 4 = 7x - 6$ **b)** $x^2 - 16 = 0$

/ 4 p

3. a) Laske viereisen kuvion piiri.
Kirjoita piirin lauseke näkyviin.



b) Laske kuvion pinta-ala. Kirjoita pinta-alan lauseke näkyviin.

/ 4 p

KÄÄNNÄ!

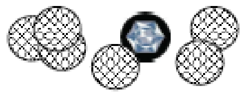
4. a) Täydennä taulukosta puuttuvat luvut.

x	$f(x)$
−1	
0	1
1	3
2	5
	21

b) Määritä funktion $f(x)$ lauseke.

/ 4 p

5. *Afrikan tähti* –lautapelissä on 30 ympyränmuotoista pelikiekkoa. Yhden kiekon paksuus (korkeus) on 0,15 cm ja pohjan pinta-ala 4,0 cm².



Pelikiekot pinotaan torniksi. Laske tornin tilavuus.

/ 4 p

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 28.4.2015

C

SOVELTAVAT TEHTÄVÄT

Tehtävät suoritetaan erilliselle paperille. 6 p / tehtävä. Suoritusaika 45 min.

Tehtäviä ei tarvitse laskea järjestyksessä. Laskinta saa käyttää.

PAKOLLISET TEHTÄVÄT

1. a) Riisipaketissa on oheinen keitto-ohje. Kuinka paljon raakaa riisiä ja vettä tarvitaan, jos keitetään riisiä seitsemälle hengelle?

Keitto-ohje (2 hengelle)
1,5 dl raakaa riisiä
3,0 dl vettä
ripaus suolaa

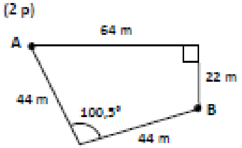
b) Mikko, Petri ja Jukka ostavat viiden euron arvan niin, että Mikko maksaa yhden euron ja Petri ja Jukka kumpikin kaksi euroa. He sopivat, että jos arpa voittaa, he jakavat rahat sijoittamiensa rahojen mukaisella suhteella. Arvasta tulee 2000 euron voitto. Miten voittorahat tulee jakaa?

2. a) Piirrä koordinaatistoon suora, jonka yhtälön kulmakerroin on 3 ja vakiotermi −2.

b) Piirrä koordinaatistoon sellaisen funktion f(x) kuvaaja, joka toteuttaa seuraavat ehdot:
- Funktion kuvaaja kulkee pisteen (2, 1) kautta.
- f(0) = 2
- Funktion kuvaaja on suora.

c) Määritä b-kohdan suoran yhtälö.

3. a) Laske pisteestä A pisteeseen B piirrettävän janan pituus. (2 p)



b) Laske kuvan nelikulmion pinta-ala. (4 p)

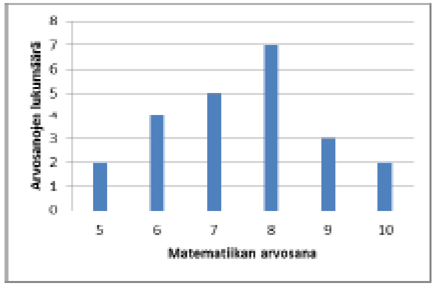
KÄÄNNÄ!

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 28.4.2015

C

VALINNAISET TEHTÄVÄT – valitse YKSI tehtävä seuraavista.

4. Oheisessa kuvaajassa näkyy 9A-luokan matematiikan arvosanojen jakautuminen.



a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu 9A:n oppilas sai matematiikasta vähintään arvosanan 7?

b) Mikä on arvosanojen moodi eli tyyppiarvo? Perustele.

c) 9B-luokalla on 7 tyttöä ja 13 poikaa. Tyttöjen matematiikan todistusarvosanojen keskiarvo on 8,1 ja poikien keskiarvo 7,7. Mikä on yhden desimaalin tarkkuudella kaikkien oppilaiden matematiikan arvosanojen keskiarvo?

5. a) Aki valmistaa suolaliuoksen niin, että hän mittaa 86 g suolaa ja 2,5 kg vettä. Mikä on syntyneen liuoksen suolapitoisuus prosentteina eli kuinka monta prosenttia liuoksen massasta on suolaa?

b) 4-prosenttinen suolaliuos tarkoittaa sitä, että liuoksen massasta 4 % on suolaa ja loput vettä. Kuinka monta grammaa vettä pitää lisätä 120 grammaan suolaa, jotta saadaan 4-prosenttinen suolaliuos?

6. a) Kuution särmien pituudet kaksinkertaistuvat. Miten kuution tilavuus muuttuu? Perustele.

b) Kuutio, jonka särmä on 15 cm, on täynnä vettä. Vesi kaadetaan toiseen kuutioon, jonka särmä on 26 cm. Kuinka korkealle vesi nousee isommassa kuutiossa?

PÄÄSSÄLASKUT (1 p / tehtävä)

Mahdollisista muista merkinnöistä tehtäväpaperissa opettaja voi harkitessaan vähentää 0,5 – 1 pistettä.

	Vastaus
1. $95 + 39 =$	134
2. $2 - 1\frac{1}{4} =$	$\frac{3}{4}$
3. 1,25 h =	75 min
4. $\sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} =$	10
5. 3,75 m + 150 cm =	5,25 m
6. Marjapiirakkaan tarvitaan sokeria 150 g. Kuinka moneen kokonaiseen piirakkaan 1 kg sokeripussi riittää?	6
7. Heikillä on rahaa 250 € ja Liisalla on 35 € enemmän. Kuinka paljon heillä on rahaa yhteensä?	535 €
8. Pallokentällä on 34 palloa. Jalkapalloja ja koripalloja on yhtä monta. Muita palloja on 16. Kuinka monta jalkapalloa kentällä on?	9

MONIVALINTATEHTÄVÄT (1 p / tehtävä)

Tehtävä	1	2	3	4	5	6	7	8
Vastaus	D	D	D	D	B	C	D	A

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 28.4.2015 Ratkaisu- ja pisteytysehdotukset

PERUSTEHTÄVÄT

1. a) Laske. Kirjoita välivaihe näkyviin.

$20 : 2 \cdot (7 + 3)$

$= 20 : 2 \cdot 10$ (tai suoraan $10 \cdot 10$) + 1 p

$= 10 \cdot 10$

$\underline{= 100}$ + 1 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

b) Sievennä.

$2x^2 + 5x - 8x + 12 + 14x^2 - x + 3 = \underline{16x^2 - 4x + 15}$ 2 p

Jos sievennystä jatkettu virheellisesti, esim. 27x − 1 p

Kaksi termiä oikein 1 p

2. Ratkaise yhtälöt.

a) $12x + 4 = 7x - 6$

$12x - 7x = -6 - 4$ + 1 p

$5x = -10$ + 0,5 p

$\underline{x = -2}$ + 0,5 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

b) $x^2 - 16 = 0$

$x^2 = 16$ + 1 p

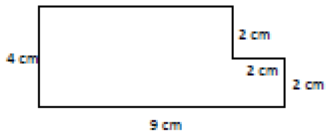
$x = \pm\sqrt{16}$

$\underline{x = 4 \text{ tai } x = -4}$ + 1 p

Pelkkä oikea vastaus 1 p

Jos jompikumpi x:n arvo puuttuu − 0,5 p

3. a) Laske viereisen kuvion piiri.
Kirjoita piirin lauseke näkyviin.



p = 9 cm + 2 cm + 2 cm + 2 cm + 7 cm + 4 cm TAI 2 · 9 cm + 2 · 4 cm	+ 1 p
<u>= 26 cm</u>	+ 1 p
Yksikkö puuttuu tai pieni laskuvirhe	– 0,5 p
Merkitty kuvioon 7 cm, ei laskettu muuta	0,5 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p

b) Laske kuvion pinta-ala. Kirjoita pinta-alan lauseke näkyviin.

A = 7cm · 4 cm + 2 cm · 2 cm	+ 1 p
<u>= 32 cm²</u>	+ 1 p
TAI	
A = 9cm · 4 cm – 2 cm · 2 cm	+ 1 p
<u>= 32 cm²</u>	+ 1 p
Yksikkö väärin tai puuttuu tai pieni laskuvirhe	– 0,5 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p

4. a) Täydennä taulukosta puuttuvat luvut.

x	*f*(*x*)
–1	–1
0	1
1	3
2	5
10	21

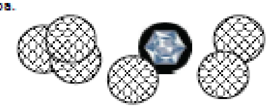
Oikea *f*(*x*):n arvo	+ 1 p
Oikea *x*:n arvo	+ 1 p

b) Määritä funktion *f*(*x*) lauseke.

<u>*f*(*x*) = 2x + 1</u> (TAI 2x + 1)

2x oikein	+ 1 p
vakiotermi + 1 oikein	+ 1 p

5. *Afrikan tähti* –lautapelissä on 30 ympyränmuotoista pelikiekkoa. Yhden kiekon paksuus (korkeus) on 0,15 cm ja pohjan pinta-ala 4,0 cm².



Pelikiekot pinotaan torniksi. Laske tornin tilavuus.

Laskettu yhdellä lausekkeella:

4,0 cm² · 30 · 0,15 cm	+ 3 p
<u>= 18 cm³</u>	+ 1 p
TAI	
Tornin korkeus h = 30 · 0,15 cm	+ 1 p
= 4,5 cm	+ 1 p
Tornin tilavuus V = 4,0 cm² · 4,5 cm	+ 1 p
<u>= 18 cm³</u>	+ 1 p
TAI	
Yhden kiekon tilavuus V_1 = 4,0 cm² · 0,15 cm	+ 1 p
= 0,60 cm³	+ 1 p
Koko tornin tilavuus V = 30 · 0,60 cm³	+ 1 p
<u>= 18 cm³</u>	+ 1 p
Yksikkö puuttuu tai väärin	– 0,5 p

SOVELTAVAT TEHTÄVÄT (6 p / tehtävä)

Pisteytykset ovat suosituksia, joista opettaja voi poiketa perustellusta syystä. Tarkkuus- ja / tai yksikkö- ja / tai laskuvirheestä vähennetään 0,5 – 1 pistettä. Tarkkuus- ja yksikkövirheistä maksimissaan −2p / koko osio.

PAKOLLISET TEHTÄVÄT

1. a) Riisipaketissa on oheinen keitto-ohje. Kuinka paljon raakaa riisiä ja vettä tarvitaan, jos keitetään riisiä seitsemälle hengelle?

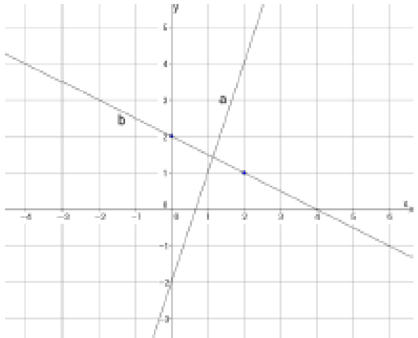
Riisiä: 1,5 dl : 2 · 7 ≈ 5,3 dl (tai 5,25 dl)	+ 1,5 p
Vettä; 3,0 dl : 2 · 7 ≈ 11 dl (tai 10,5 dl)	+ 1,5 p
Muu vastaava laskutapa	3 p

b) Mikko, Petri ja Jukka ostavat viiden euron arvan niin, että Mikko maksaa yhden euron ja Petri ja Jukka kumpikin kaksi euroa. He sopivat, että jos arpa voittaa, he jakavat rahat sijoittamiensa rahojen mukaisella suhteella. Arvasta tulee 2000 euron voitto. Miten voittorahat tulee jakaa?

Osuudet yhteensä: 1 + 2 + 2 = 5	
2000 € : 5 = 400 €	+ 1 p
Mikko saa 1 · 400 € = 400 €	+ 1 p
Petri saa 2 · 400 € = 800 €	
Jukka saa 2 · 400 € = 800 €	+ 1 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p
Muu vastaava laskutapa, esim. verranto	3 p

2. a) Piirrä koordinaatistoon suora, jonka yhtälön kulmakerroin on 3 ja vakiotermi −2.

Suora piirretty oikein	+2 p
Jos piirretyssä suorassa on jompikumpi asia oikein	1 p
Koordinaatistosta puuttuu kaksi tai useampi seuraavista:	
x- ja y-merkinnät, nuolet ja/tai skaalaus	− 0,5 p



b) Piirrä koordinaatistoon sellaisen funktion f(x) kuvaaja, joka toteuttaa seuraavat ehdot:

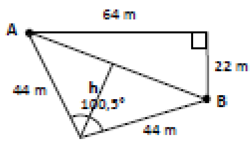
- Funktion kuvaaja kulkee pisteen (2, 1) kautta.
- f(0) = 2
- Funktion kuvaaja on suora.

Oikea kuvaaja	2 p
Jos toinen pisteistä merkitty oikein	0,5 p

c) Määritä b-kohdan suoran yhtälö.

$y = -\frac{1}{2}x + 2$	2 p
Vakiotermi oikein	1 p
Kulmakerroin oikein	1 p
Jos b-kohdassa väärä suora, mutta sen yhtälö oikein	2 p

3. a) Laske pisteestä A pisteeseen B piirretyn janan pituus. (2 p)



Merkitään jana AB = x.

Pythagoraan lauseella $x^2 = 22^2 + 64^2$, josta saadaan + 1 p

$x = \pm\sqrt{4096+484} = \pm\sqrt{4580} = \pm 67,675... \approx 68$ (m) + 0,5 p

Vastaus: 68 m (tai 67,7 m) + 0,5 p

TAI trigonometrian avulla 2 p

b) Laske kuvan nelikulmion pinta-ala. (4 p)

Lasketaan kuvaan piirretyn kolmion korkeus h Pythagoraan lauseella:

$h^2 + (67,676:2)^2 = 44^2$, josta + 1 p

$h = \pm\sqrt{1936-1145} = \pm\sqrt{791} \approx 28,125$ (m) + 0,5 p

TAI trigonometrian avulla:

$\cos(100,5°:2) = \frac{h}{44}$, josta + 1 p

$h = 44 \cdot \cos 50,25° \approx 28,135$ (m) + 0,5 p

Pienemmän kolmion pinta-ala:

$A_1 = \frac{22\ \text{m} \cdot 64\ \text{m}}{2} = 704\ \text{m}^2$ + 1 p

Suuremman kolmion pinta-ala:

$A_2 = \frac{28,125\ \text{m} \cdot 67,676\ \text{m}}{2} \approx 951,7\ \text{m}^2$ (trigonometrian avulla 952,0 m^2) + 1 p

Yhteensä $A_1 + A_2 = (704 + 951,7)\ \text{m}^2 \approx 1700\ \text{m}^2$ (tai 1660 m^2) + 0,5 p

Vastaus: 1700 m^2 (tai 1660 m^2)

Huom. Katso tarkkuusvirheet soveltavien ratkaisujen alussa olevasta ohjeesta!

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 28.4.2015 Ratkaisu- ja pisteytysehdotukset

VALINNAISET TEHTÄVÄT – valitse YKSI tehtävä seuraavista.

4. Oheisessa kuvaajassa näkyy 9A-luokan matematiikan arvosanojen jakautuminen.

a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu 9A:n oppilas sai matematiikasta vähintään arvosanan 7?

Oppilaita yhteensä 23 + 0,5 p

Arvosanan 7 tai enemmän saaneita oppilaita 17 + 0,5 p

Todennäköisyys: $\frac{17}{23} \approx 0,74 =$ **74 % (tai 73,9 %)** + 1 p

Pelkkä laskulauseke $\frac{17}{23} \approx 0,74$ 2 p

b) Mikä on arvosanojen moodi eli tyyppiarvo? Perustele.

Moodi = 8, koska näitä arvosanoja on eniten. + 2 p

Pelkkä oikea vastaus ilman perustelua 1 p

c) 9B-luokalla on 7 tyttöä ja 13 poikaa. Tyttöjen matematiikan todistusarvosanojen keskiarvo on 8,1 ja poikien keskiarvo 7,7. Mikä on yhden desimaalin tarkkuudella kaikkien oppilaiden matematiikan arvosanojen keskiarvo?

7 + 13 = 20 oppilasta yhteensä + 0,5 p

$\frac{7 \cdot 8,1 + 13 \cdot 7,7}{20} \approx \underline{7,8}$ + 1,5 p

Pelkkä laskulauseke $\frac{7 \cdot 8,1 + 13 \cdot 7,7}{20} \approx \underline{7,8}$ 2 p

5. a) Aki valmistaa suolaliuoksen niin, että hän mittaa 86 g suolaa ja 2,5 kg vettä. Mikä on syntyneen liuoksen suolapitoisuus prosentteina eli kuinka monta prosenttia liuoksen massasta on suolaa?

2,5 kg = 2500 g	+ 0,5 p
Liuoksen kokonaismäärä 86 g + 2500g = 2586 g	+ 0,5 p
$\text{suolapitoisuus} = \frac{86\ \text{g}}{2586\ \text{g}}$	+ 1 p
$\approx 0{,}033 = 3{,}3\ \%$	+ 1 p
Vastaus: Liuoksen suolapitoisuus on 3,3 %.	
Jos laskettu 86 : 2500	1 p

b) 4-prosenttinen suolaliuos tarkoittaa sitä, että liuoksen massasta 4 % on suolaa ja loput vettä. Kuinka monta grammaa vettä pitää lisätä 120 grammaan suolaa, jotta saadaan 4-prosenttinen suolaliuos?

$\frac{120}{120+x} = 0{,}04$	+ 1 p
$0{,}04x + 4{,}8 = 120$	+ 1 p
$x \approx 2900$ (g) (tai 2880 g)	+ 1 p
TAI	
$\frac{120\ \text{g}}{y} = 0{,}04$,	+ 1 p
josta liuoksen kokonaismassa $y = 3000$ g	+ 1 p
ja veden osuus (3000-120)g = 2880 g ≈ 2900 g	+ 1 p
Vastaus: 2900 g vettä (tai 2880 g vettä)	

9. luokan matematiikan valtakunnallinen koe 28.4.2015 Ratkaisu- ja pisteytysehdotukset

6. a) Kuution särmien pituudet kaksinkertaistuvat. Miten kuution tilavuus muuttuu? Perustele.

Kuution tilavuus V_1, kun sivun pituus on a: $V_1 = a^3$	+ 1 p
Kuution tilavuus V_2, kun sivun pituus on $2a$: $V_2 = (2a)^3 = 8a^3$	+ 1 p
Vastaus: Tilavuus kahdeksankertaistuu.	+ 1 p
Ratkaistu vastaavasti lukuja käyttäen	3 p

b) Kuutio, jonka särmä on 15 cm, on täynnä vettä. Vesi kaadetaan toiseen kuutioon, jonka särmä on 26 cm. Kuinka korkealle vesi nousee isommassa kuutiossa?

$V_1 = (15\ \text{cm})^3 = 3375\ \text{cm}^3$	+ 1 p
$V_2 = 26\ \text{cm} \cdot 26\ \text{cm} \cdot h = 3375\ \text{cm}^3$	+ 1 p
josta $h = 3375\ \text{cm}^3 : 676\ \text{cm}^2 \approx$ **5,0 cm (tai 4,99 cm)**	+ 1 p
Muu oikea ratkaisutapa	3 p

Krievijas eksāmens

Математика. 9 класс — Демонстрационный вариант 2014 г. - 4

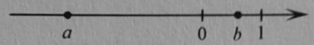
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $5\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2-16\cdot\frac{1}{5}$.

Ответ: ____________________.

2 На координатной прямой отмечены числа a и b.



Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $a+b$ 2) $-a$ 3) $2b$ 4) $a-b$

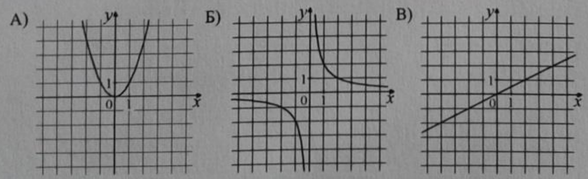
3 Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+3)$
2) $\frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{10}}$
3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$
4) $(\sqrt{6}-3)^2$

4 Найдите корни уравнения $x^2+7x-18=0$.

Ответ: ____________________.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



1) $y=x^2$ 2) $y=\frac{x}{2}$ 3) $y=\sqrt{x}$ 4) $y=\frac{2}{x}$

Ответ:

А	Б	В

Математика. 9 класс — Демонстрационный вариант 2014 г. - 5

6 Дана арифметическая прогрессия: -4; -2; 0; ... Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: ____________________.

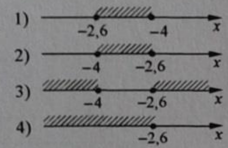
7 Упростите выражение $(2-c)^2-c(c+4)$, найдите его значение при $c=0,5$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ____________________.

8 Решите систему неравенств

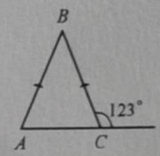
$$\begin{cases}5x+13\le 0,\\ x+5\ge 1.\end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?



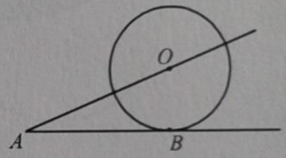
Модуль «Геометрия»

9 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен $123°$. Найдите величину угла ABC. Ответ дайте в градусах.



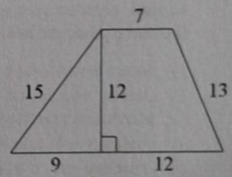
Ответ: ___________________________.

10 К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если $AB = 12$ см, $AO = 13$ см.



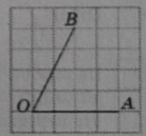
Ответ: ___________________________.

11 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите тангенс угла AOB, изображённого на рисунке.



Ответ: ___________________________.

13 Укажите номера верных утверждений.

1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
3) Если в ромбе один из углов равен $90°$, то такой ромб — квадрат.
4) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.

Ответ: ___________________________.

Модуль «Реальная математика»

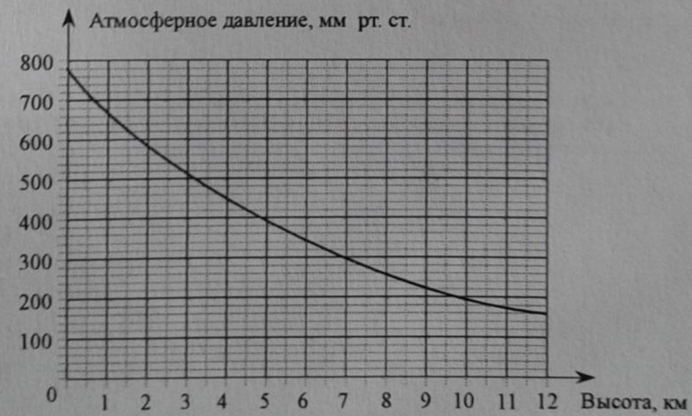
14 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

1) Отметка «5».
2) Отметка «4».
3) Отметка «3».
4) Норматив не выполнен.

15 На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 540 миллиметров ртутного столба?

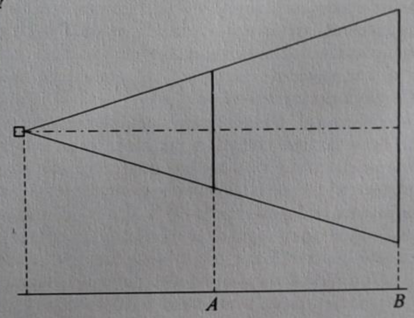


Ответ: ___________________________.

16 Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: ___________________________.

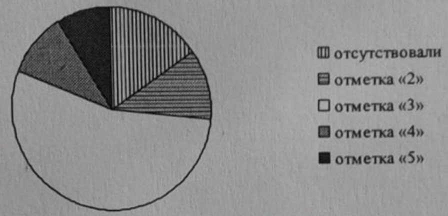
17 Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Ответ: ___________________________.

18 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.

Результаты контрольной работы по математике.
9 класс



Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы **верны**, если всего в школе 120 девятиклассников?
В ответе укажите номера верных утверждений.

1) Более половины учащихся получили отметку «3».
2) Около половины учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Ответ: ___________________________.

19 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Ответ: ___________________________.

20 Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Сократите дробь $\dfrac{18^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}$.

22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

23 Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

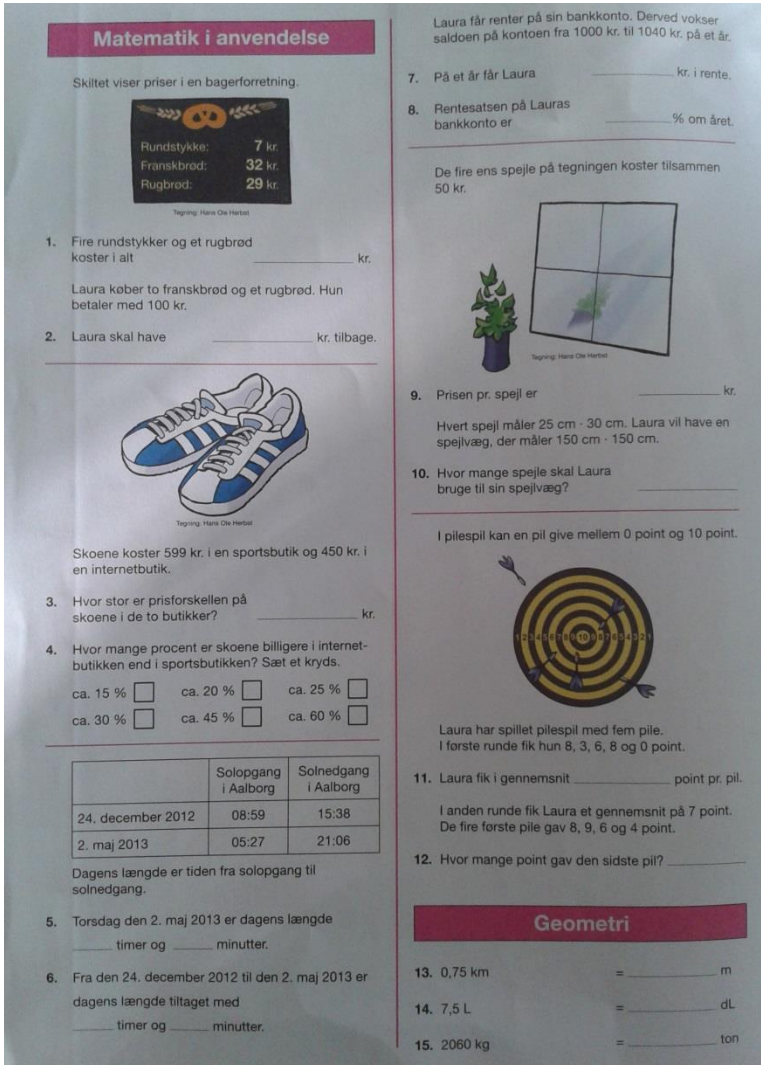
Модуль «Геометрия»

24 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC=6$, $BC=8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

25 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC=ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Dānijas eksāmens



Matematik i anvendelse

Skiltet viser priser i en bagerforretning.

Rundstykke:	7 kr.
Franskbrød:	32 kr.
Rugbrød:	29 kr.

Tegning: Hans Ole Herbst

1. Fire rundstykker og et rugbrød koster i alt ______ kr.

Laura køber to franskbrød og et rugbrød. Hun betaler med 100 kr.

2. Laura skal have ______ kr. tilbage.

Tegning: Hans Ole Herbst

Skoene koster 599 kr. i en sportsbutik og 450 kr. i en internetbutik.

3. Hvor stor er prisforskellen på skoene i de to butikker? ______ kr.

4. Hvor mange procent er skoene billigere i internet-butikken end i sportsbutikken? Sæt et kryds.

ca. 15 % ☐ ca. 20 % ☐ ca. 25 % ☐
ca. 30 % ☐ ca. 45 % ☐ ca. 60 % ☐

	Solopgang i Aalborg	Solnedgang i Aalborg
24. december 2012	08:59	15:38
2. maj 2013	05:27	21:06

Dagens længde er tiden fra solopgang til solnedgang.

5. Torsdag den 2. maj 2013 er dagens længde ____ timer og ____ minutter.

6. Fra den 24. december 2012 til den 2. maj 2013 er dagens længde tiltaget med ____ timer og ____ minutter.

Laura får renter på sin bankkonto. Derved vokser saldoen på kontoen fra 1000 kr. til 1040 kr. på et år.

7. På et år får Laura ______ kr. i rente.

8. Rentesatsen på Lauras bankkonto er ______ % om året.

De fire ens spejle på tegningen koster tilsammen 50 kr.

Tegning: Hans Ole Herbst

9. Prisen pr. spejl er ______ kr.

Hvert spejl måler 25 cm · 30 cm. Laura vil have en spejlvæg, der måler 150 cm · 150 cm.

10. Hvor mange spejle skal Laura bruge til sin spejlvæg? ______

I pilespil kan en pil give mellem 0 point og 10 point.

Laura har spillet pilespil med fem pile. I første runde fik hun 8, 3, 6, 8 og 0 point.

11. Laura fik i gennemsnit ______ point pr. pil.

I anden runde fik Laura et gennemsnit på 7 point. De fire første pile gav 8, 9, 6 og 4 point.

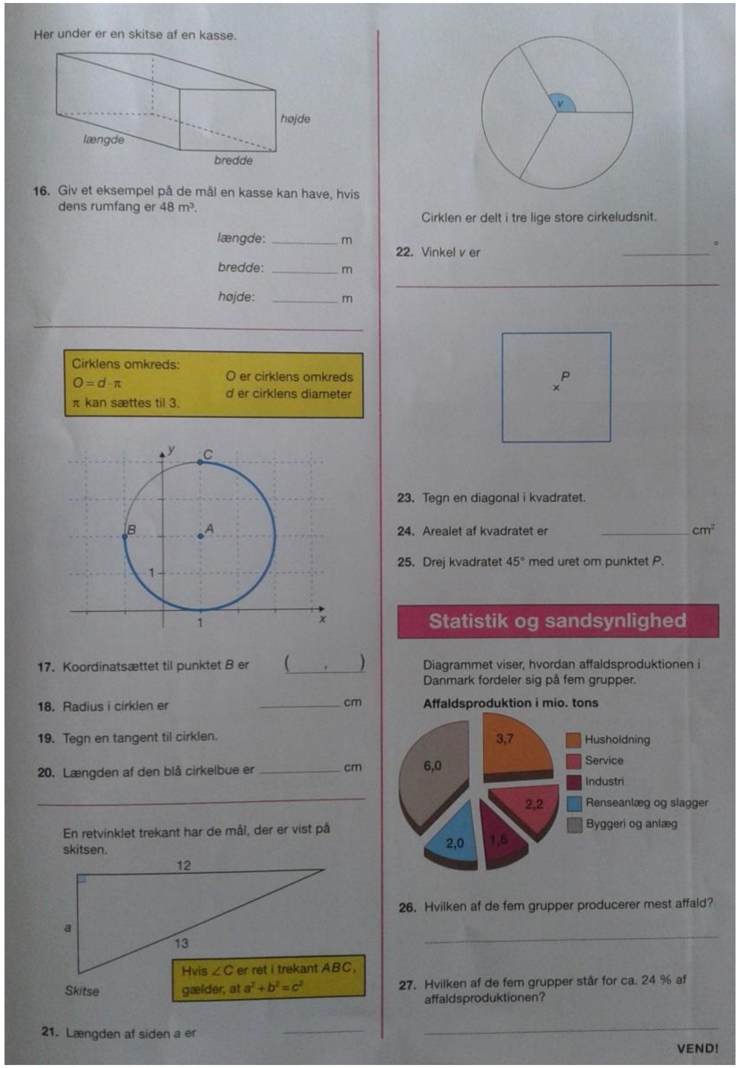
12. Hvor mange point gav den sidste pil? ______

Geometri

13. 0,75 km = ______ m

14. 7,5 L = ______ dL

15. 2060 kg = ______ ton



Her under er en skitse af en kasse.

16. Giv et eksempel på de mål en kasse kan have, hvis dens rumfang er 48 m³.

længde: ______ m
bredde: ______ m
højde: ______ m

Cirklens omkreds:
$O = d \cdot \pi$
π kan sættes til 3.
O er cirklens omkreds
d er cirklens diameter

17. Koordinatsættet til punktet B er (,)

18. Radius i cirklen er ______ cm

19. Tegn en tangent til cirklen.

20. Længden af den blå cirkelbue er ______ cm

En retvinklet trekant har de mål, der er vist på skitsen.

Hvis $\angle C$ er ret i trekant ABC, gælder, at $a^2 + b^2 = c^2$

21. Længden af siden a er ______

Cirklen er delt i tre lige store cirkeludsnit.

22. Vinkel v er ______ °

23. Tegn en diagonal i kvadratet.

24. Arealet af kvadratet er ______ cm²

25. Drej kvadratet 45° med uret om punktet P.

Statistik og sandsynlighed

Diagrammet viser, hvordan affaldsproduktionen i Danmark fordeler sig på fem grupper.

Affaldsproduktion i mio. tons

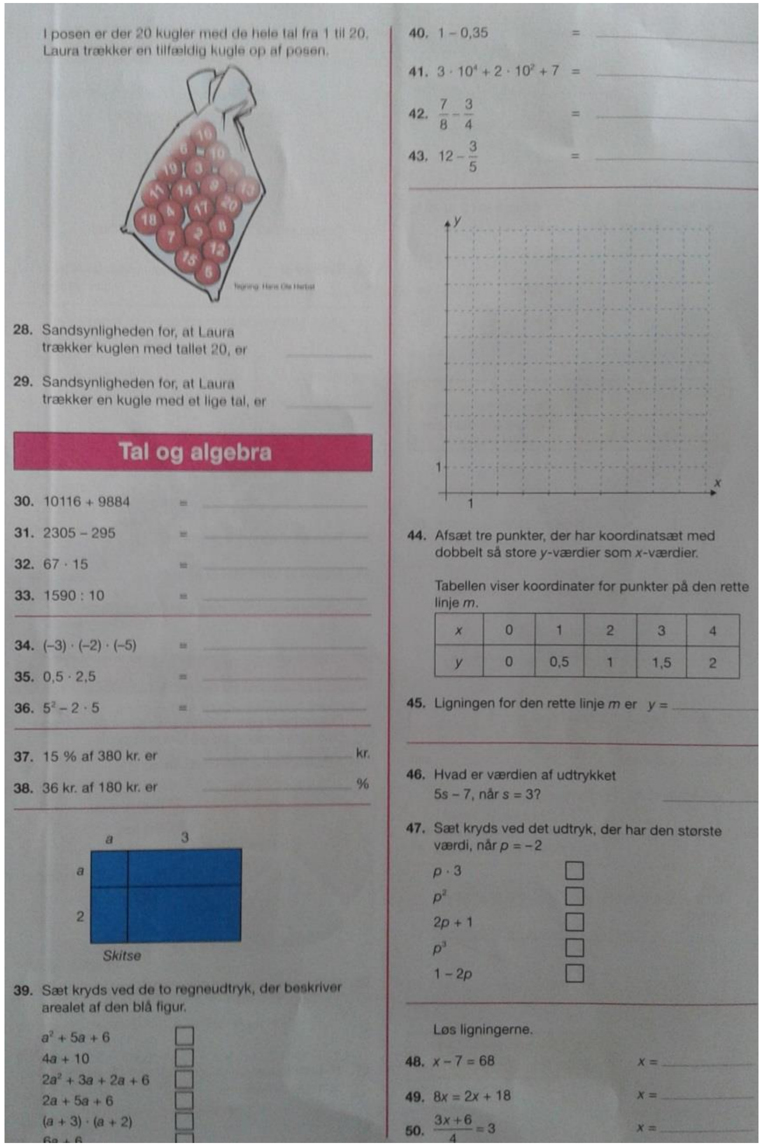
26. Hvilken af de fem grupper producerer mest affald?

______

27. Hvilken af de fem grupper står for ca. 24 % af affaldsproduktionen?

______

VEND!



I posen er der 20 kugler med de hele tal fra 1 til 20. Laura trækker en tilfældig kugle op af posen.

Tegning: Hans Ole Herbst

28. Sandsynligheden for, at Laura trækker kuglen med tallet 20, er ______

29. Sandsynligheden for, at Laura trækker en kugle med et lige tal, er ______

Tal og algebra

30. $10116 + 9884$ = ______

31. $2305 - 295$ = ______

32. $67 \cdot 15$ = ______

33. $1590 : 10$ = ______

34. $(-3) \cdot (-2) \cdot (-5)$ = ______

35. $0{,}5 \cdot 2{,}5$ = ______

36. $5^2 - 2 \cdot 5$ = ______

37. 15 % af 380 kr. er ______ kr.

38. 36 kr. af 180 kr. er ______ %

a 3 a 2

Skitse

39. Sæt kryds ved de to regneudtryk, der beskriver arealet af den blå figur.

- $a^2 + 5a + 6$ ☐
- $4a + 10$ ☐
- $2a^2 + 3a + 2a + 6$ ☐
- $2a + 5a + 6$ ☐
- $(a + 3) \cdot (a + 2)$ ☐
- $6a + 6$ ☐

40. $1 - 0{,}35$ = ______

41. $3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 7$ = ______

42. $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ = ______

43. $12 - \frac{3}{5}$ = ______

y 1 1 x

44. Afsæt tre punkter, der har koordinatsæt med dobbelt så store y-værdier som x-værdier.

Tabellen viser koordinater for punkter på den rette linje m.

x	0	1	2	3	4
y	0	0,5	1	1,5	2

45. Ligningen for den rette linje m er $y =$ ______

46. Hvad er værdien af udtrykket $5s - 7$, når $s = 3$? ______

47. Sæt kryds ved det udtryk, der har den største værdi, når $p = -2$

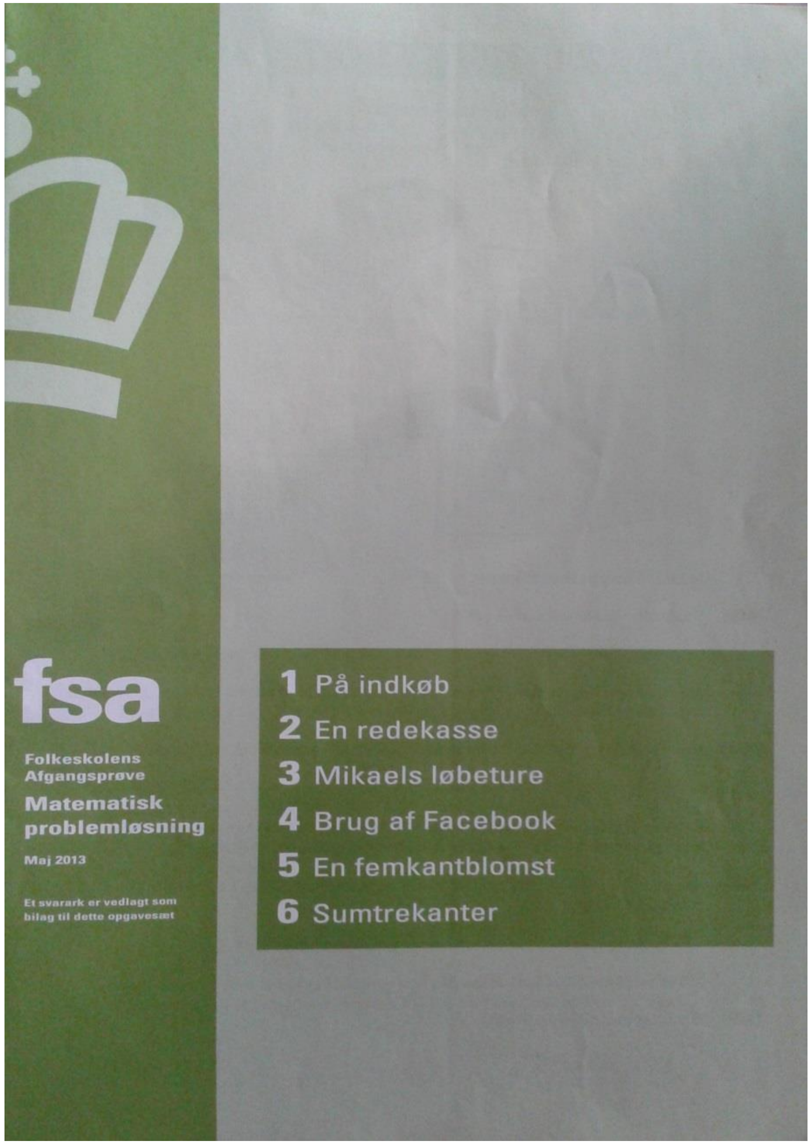
- $p \cdot 3$ ☐
- p^2 ☐
- $2p + 1$ ☐
- p^3 ☐
- $1 - 2p$ ☐

Løs ligningerne.

48. $x - 7 = 68$ $x =$ ______

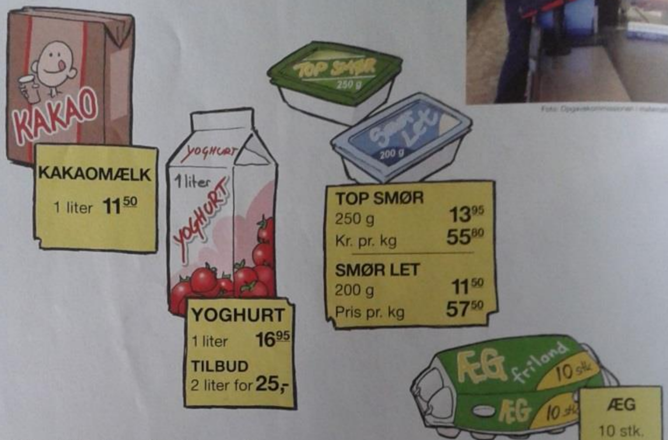
49. $8x = 2x + 18$ $x =$ ______

50. $\frac{3x+6}{4} = 3$ $x =$ ______



1 På indkøb

Mikael køber ind i et supermarked. Han ser de varer og prisskilte, der er tegnet herunder.



Mikael vil købe tre liter kakaomælk.

1.1 Hvad koster tre liter kakaomælk i alt?

Mikael vil også købe yoghurt. Prisen for en liter yoghurt er 16,95 kr. Han kan se på prisskiltet, at han kan få to liter for 25 kr.

1.2 Hvor mange penge kan Mikael spare pr. liter yoghurt, hvis han køber to liter for 25 kr.?

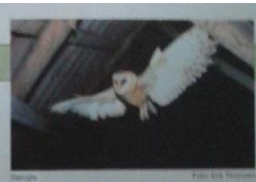
En pakke TOP SMØR er dyrere end en pakke SMØR LET. Mikael undrer sig derfor over, at prisen pr. kilogram TOP SMØR er mindre end prisen pr. kilogram SMØR LET.

1.3 Beregn, om de priser pr. kilogram TOP SMØR og pr. kilogram SMØR LET, der står på prisskiltet, er rigtige.

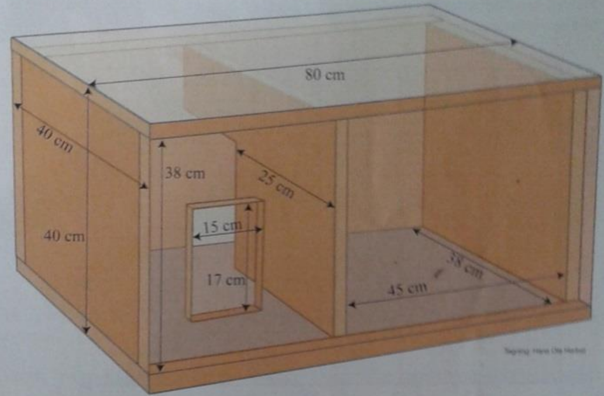
Mikael ser på et skilt, at han kan spare 40 % af normalprisen ved at købe 10 æg til 19,95 kr.

1.4 Hvad er normalprisen for 10 æg?

2 En redekasse



Mikael vil bygge en redekasse til slørugler.
Tegningen herunder viser, hvordan redekassen skal se ud.



Han vil bygge redekassen af spånplader, som han vil save ud i mindre dele til vægge, gulv og loft.

2.1 Hvor mange dele skal Mikael i alt bruge til vægge, gulv og loft i redekassen?

Mikael har købt to spånplader til at bygge redekassen. Spånpladerne er rektangulære. De har en tykkelse på 1,0 cm, en længde på 125 cm og en bredde på 83 cm.

2.2 Undersøg, om Mikael har købt spånplader nok til at bygge redekassen. Du skal begrunde dit svar med en skitse med mål.

Sløruglers unger bor i redekasser, indtil de er voksne.
En voksen slørugle har brug for ca. 400 cm² gulvareal.

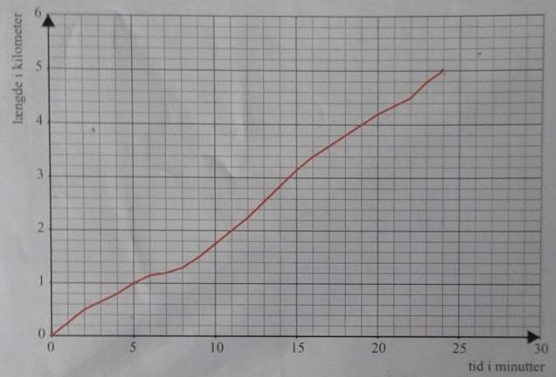
2.3 Hvor mange voksne slørugler er der plads til i den redekasse, som Mikael vil bygge?

3 Mikaels løbeture

Foto: Opgavekommissionen i matematik

Mikael løber ture flere gange om ugen.
På løbeturene medbringer han en mobiltelefon med et program, der kan måle, hvor lang tid han løber, og hvor langt han løber.
Efter hver løbetur kan Mikael få vist målingerne som en kurve.

Kurven herunder viser mobiltelefonens målinger efter en af Mikaels løbeture.



3.1 Aflæs på kurven, hvor lang tid Mikael løb, og hvor langt han løb.

3.2 Hvad var Mikaels gennemsnitsfart (km/t) på den første kilometer af løbeturen?

Du kan bruge et it-værktøj eller svararket til opgave 3.3 til 3.5.

En anden dag løb Mikael 5 km på 25 minutter. Undervejs på denne løbetur måtte han stoppe to gange for rødt lys. Han løb hurtigst på den sidste kilometer af løbeturen.

3.3 Tegn en kurve, der viser, hvordan mobiltelefonens målinger kunne se ud efter denne løbetur.

Mikael vil gerne kunne løbe 5 km med en konstant fart på 15 km/t.

3.4 Tegn en kurve, der viser, hvordan mobiltelefonens målinger vil se ud, hvis Mikael har løbet 5 km med en konstant fart på 15 km/t.

Hvis Mikael løber med en konstant fart på 15 km/t, er der en lineær sammenhæng mellem tiden i minutter og længden i kilometer.

3.5 Du skal finde frem til en forskrift for en funktion, som beskriver denne lineære sammenhæng.

4 Brug af Facebook

Foto: Opgavekommissionen i matematik

På Mikaels skole har eleverne i 9. A undersøgt, hvor mange timer de hver cirka bruger om dagen på internetsiden Facebook. De har samlet deres observationer i hyppighedstabellen herunder.

Antal timer	Antal elever
0,0	5
0,5	4
1,0	1
1,5	2
2,0	2
2,5	1
3,0	1
3,5	2
4,0	4

4.1 Hvor mange elever i 9. A bruger ifølge hyppighedstabellen mindre end 1 time om dagen på Facebook?

4.2 Hvor stor en brøkdel af eleverne i 9. A bruger 2 timer eller mere på Facebook om dagen?

I Mikaels klasse, 9. B, har eleverne også undersøgt, hvor mange timer de hver cirka bruger om dagen på Facebook. Du kan se 9. B's observationssæt i tabellen herunder.

1,5	2,5	0,5	1,0	4,0	2,0	1,5	2,5	0,5
2,0	1,0	1,5	3,5	0,0	2,0	1,5	3,0	1,0

4.3 Sammenlign mindsteværdi, størsteværdi og variationsbredde i 9. A's og 9. B's observationssæt.

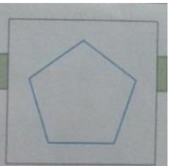
Hyppighedstabellen fra 9. A og tabellen fra 9. B findes også på filen FACEBOOK.MAJ.2013. Du kan bruge denne fil til opgave 4.4 og 4.5.

Mikael påstår, at 9. A's og 9. B's observationssæt har samme middeltal og samme median.

4.4 Har Mikael ret? Du skal begrunde dit svar.

4.5 Fremstil et eller to diagrammer, der viser fordelingen af observationerne i 9. A og i 9. B, og beskriv forskellen mellem de to fordelinger.

5 En femkantblomst

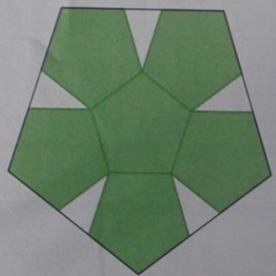


En regulær femkant er en figur med fem lige lange sider og fem lige store vinkler. Vinkelsummen i en regulær femkant er 540°.

5.1 Hvorfor er hver vinkel i en regulær femkant 108°?

5.2 Tegn en regulær femkant med sidelængden 5 cm. Hvis du bruger et it-værktøj, behøver enheden ikke at være cm.

Seks regulære femkanter kan sættes sammen til en femkantblomst, som du kan se herunder.



Mellem femkantblomstens "blade" er der fem kongruente, ligebenede trekanter.

5.3 Forklar, hvorfor to af vinklerne i hver trekant er 72°, og hvorfor den sidste vinkel i hver trekant er 36°.

Omridset af femkantblomsten er farvet blåt på tegningen herover.

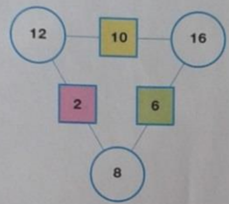
5.4 Hvordan kan du uden at måle vide, at omridset af femkantblomsten er en regulær femkant?

Mikael påstår, at hvis sidelængden i femkantblomstens regulære femkanter er 5 cm, så vil femkantblomstens sidelængde blive 12 cm.

5.5 Undersøg, om Mikael har ret. Du skal begrunde dit svar med beregninger eller med en tegning.

6 Sumtrekanter

Figuren viser en udfyldt sumtrekant. I en sumtrekant skal tallene i hver cirkel være lig med summen af tallene i de to nærmeste firkanter.



Mikael vil udfylde sumtrekanten på svararket. Han må kun bruge hele, positive tal.

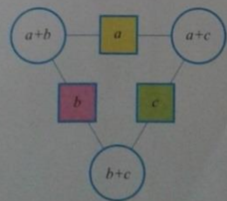
6.1 Forklar, hvorfor der ikke skal stå 2 i den gule firkant på svararket.

6.2 Udfyld sumtrekanten på svararket.

Mikael ser på sumtrekanten øverst på denne side og opdager, at summen af tallene i de tre cirkler er dobbelt så stor som summen af tallene i de tre firkanter.

6.3 Skriv en beregning, der viser, at Mikael har ret i sin opdagelse.

Mikael tror, at summen af tallene i en sumtrekants tre cirkler altid er dobbelt så stor som summen af tallene i en sumtrekants tre firkanter. For at blive helt sikker udfylder han en sumtrekant med de variable a, b og c:



6.4 Brug de variable a, b og c til at bevise, at Mikael har ret.