

**Debess ķermeņu kustības analīze un
to novērojumu precizitāte**

**Анализ движения небесных тел
и оценка точности их
наблюдений**

Министерство народного образования
Латвийской ССР
Латвийский ордена Трудового Красного Знамени
государственный университет имени Петра Стучки
Астрономическая обсерватория

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И
ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИХ НАБЛЮДЕНИЙ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

Латвийский государственный университет им. П.Стучки
Рига 1988



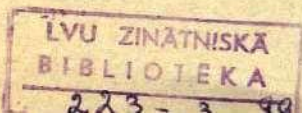
A-89
84

Latvijas PSR Tautas izglītības ministrija
Ar Darba Sarkanā Karoga ordeni apbalvotā
Pēteris Stučka Latvijas Valsts universitāte
Astronomiskā observatorija

DEBESĀS ĶERMEŅU KUSTĪBAS ANALĪZE
UN TO NOVĒROJUMU PRECIZITĀTE

ZINĀTNISKO RAKSTU KRĀJUMS

P. Stučka Latvijas Valsts universitāte
Rīga 1988



УДК 521: 522

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИХ
НАБЛЮДЕНИЙ

Анализ движения небесных тел и оценка точности их
наблюдений: Сборник научных трудов / Отв. ред. Л. Лауцениекс.
Рига: ЛГУ им. П. Стучки, 1988. 228 с.

В статьях настоящего сборника приводятся результаты исследования уравнений видимых траекторий ИСЗ, точность их представления малым кругом, условия видимости в поле зрения космических станций. Даются методы исследования и прогнозирования движения тел Солнечной системы, комет и малых планет, оценка точности их оптических наблюдений. Описывается исследование по усовершенствованию устройств и инструментов для целей получения высокоточных оптических наблюдений, а также автоматизация процесса наблюдений за небесными телами.

Редколлегия:

Л. Лауцениекс (отв. ред.),
М. Дирикис, Э. Мукин

А 20600-147у Доп. 88.1705000000
МВ12(11)-88

С

Латвийский
государственный
университет
им. П. Стучки,
1988

В в е д е н и е

В настоящем сборнике научных трудов решаются актуальные вопросы исследования движений тел Солнечной системы (комет, малых планет и ИСЗ), прогнозирования их видимости, создания устройств и инструментов для целей получения высокоточных оптических наблюдений.

Проведенные исследования движения тел Солнечной системы и анализ их наблюдений, рассмотренные в статьях сборника, дают возможность лучше понять эволюцию и структуру Солнечной системы и позволяют повысить качество оптических наблюдений и интенсивность их использования для научных и практических целей.

Приведенные в статьях сборника результаты исследований могут представлять особый интерес для исследователей движения тел Солнечной системы и их наблюдателей.

Статьи сборника будут способствовать также более успешному и углубленному усвоению учебных дисциплин по специальностям астрономия, астрометрия и небесная механика.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И СЧЕНА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИИ. АСТРОНОМИИ. 1988

УДК 521.61

М.Х. Мигар

ЛГУ им. П. Стучки

ВИДИМОСТЬ ИСЗ НА ФОНЕ НЕБА

Введение

Для радиотехнических и некоторых видов оптических средств наблюдений единственным принципиальным ограничением их проведения является отсутствие ИСЗ над горизонтом обсерватории. Однако оптические наблюдения ИСЗ часто невыполнимы также в случаях, когда

- а) спутник находится в тени Земли,
- б) небо является светлым из-за сильного рассеивания солнечного света в земной атмосфере.

Рассмотрим подробнее последние два ограничения, характеризующие видимость ИСЗ на фоне неба.

Из-за сжатия Земли границы тени и полутени планеты образуют в пространстве поверхности, близкие к эллиптическим конусам. Учёт эллиптичности теневых конусов усложняет анализ условий видимости. Поэтому сначала рассмотрим случай сферической Земли, а затем преобразуем полученное решение для эллипсоидального случая.

Случай сферической Земли

В этом случае границу тени считаем круговым конусом, характеризуемым некоторым вершинным углом 2δ . Согласно [1] в случае полутени $\delta = \delta_p$, где

$$\sin \delta_p = \frac{a_s + a_e}{R_s}, \quad (1)$$

а в случае полной тени $\delta = -\delta_u$, где

$$\sin \delta_u = \frac{a_s - a_e}{R_s} \quad (2)$$

а a_s - средний радиус Солнца, a_e - средний экваториальный радиус Земли, R_s - расстояние между центрами Земли и Солнца. В частном случае при $\delta = 0$ имеем цилиндрическую модель тени.

Рассмотрим векторную конструкцию рис. I., где

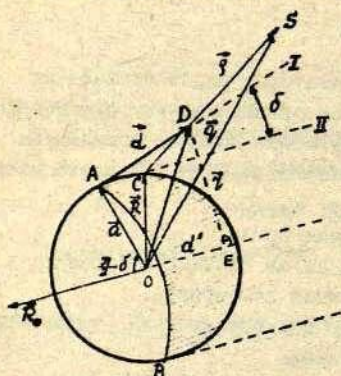


Рис. I.

- O - центр масс Земли,
- C - обсерватория,
- S - местоположение ИСЗ,
- AB - терминатор,
- I - граница конусообразной тени,
- II - граница цилиндрической тени,
- D - точка пересечения топоцентрическим радиусвектором спутника $\vec{r} = \vec{r} - \vec{R}$ границы конусообразной тени.

Следует обратить внимание, что геоцентрические радиусвекторы Солнца $\vec{R}_s$, обсерватории $\vec{R}$ и спутника $\vec{r}$ не являются компланарными, т.е. конструкция рис. I является объёмной. Вектор $\vec{a}$ направлен в такую точку терминатора AB, чтобы вектор $\vec{a} = \vec{q} - \vec{a}$ проходил по образующей конусообразной тени, характеризуемой углом δ .

Допустим, что яркость неба в направлении спутника можно характеризовать модулем вектора $\vec{q}$, проведенного из

центра Земли в точку D пересечения вектором $\vec{p}$ границы тени. Чем больше q , тем темнее считаем небо в данном направлении. Тогда, согласно рис. I. имеем

$$\vec{q} = R + \sigma \vec{p} = \sigma \vec{r} + (1 - \sigma) \vec{R}, \quad (3)$$

где σ - некоторая постоянная, зависящая от $\vec{R}_0, \vec{R}$ и $\vec{r}$. Следовательно модуль этого вектора равен

$$q = [\sigma^2 r^2 + (1 - \sigma^2) R^2 + 2\sigma(1 - \sigma) \vec{r} \cdot \vec{R}]^{1/2}, \quad (4)$$

т.е., для нахождения q необходимо знать вектора $\vec{r}$, $\vec{R}$ и постоянную σ . Если векторы $\vec{r}$, $\vec{R}$ и $\vec{R}_0$ известны, то σ можно определить из уравнения

$$\vec{R}_0 \cdot \vec{a} = R_0 a \sin \delta, \quad (5)$$

которое при помощи подстановок

$$\begin{aligned} a &= \vec{q} - \vec{d}, \\ d &= \sqrt{q^2 - a^2}, \\ d' &= d \cos \delta - a \sin \delta, \end{aligned} \quad (6)$$

легко преобразовать к виду

$$\vec{R}_0 \cdot \vec{q} + R_0 d' = 0. \quad (7)$$

Подставляя в (7) формулу (3) и возводя в квадрат приходим к квадратному уравнению

$$a_2 \sigma^2 + a_1 \sigma + a_0 = 0, \quad (8)$$

где $a_2 = (\vec{R}_0 \cdot \vec{p})^2 - R_0^2 p^2 \cos^2 \delta$,

$$a_1 = 2[\vec{R}_0 \cdot \vec{p}(\vec{R}_0 \cdot \vec{R} - R_0 a \sin \delta) - \vec{R} \cdot \vec{p} R_0^2 \cos^2 \delta],$$

$$a_0 = (\vec{R}_0 \cdot \vec{R} - R_0 a \sin \delta)^2 + R_0^2 (a^2 - R^2) \cos^2 \delta. \quad (9)$$

Модуль вектора $\vec{a}$ в случае сферической Земли равен её радиусу, т.е. $a = R = a_e$.

Уравнение (8), при $\vec{R}\vec{R}_0 < 0$, имеет лишь один положительный корень, равный искомому значению постоянной γ . Далее, согласно формуле (4), легко вычислить модуль вектора $\vec{q}$. Спутник, согласно рис. I, можно считать видимым, если

$$a_e + \Delta q_0 \leq q \leq r, \quad (10)$$

где Δq_0 - некоторая постоянная, характеризующая максимальную освещенность неба, при которой ещё возможны наблюдения ИСЗ, а при $q = r$ спутник входит в тень Земли. Итак, можно ввести следующую функцию видимости

$$S(t) = (q - q_0)(r - q), \quad (11)$$

где $q_0 = a_e + \Delta q_0$, определяющую видимость ИСЗ на фоне неба при $S > 0$. Приведенные формулы позволяют вычислить функцию видимости (11) на любой заданный момент времени и, тем самым, оценить условия видимости ИСЗ на фоне неба.

Отметим, что полученные формулы позволяют также численно решить [2] соответствующее уравнение видимости $S(t) = 0$, для определения моментов начала и конца видимости. Согласно (11) это уравнение распадается на два частных случая

- а) уравнение темноты $q = q_0$ и
- б) уравнение тени $q = r$.

Вычисление используемых векторов $\vec{R}_0$, $\vec{R}$, $\vec{r}$, $\vec{\rho}$ подробно рассматривать не будем, т.к. оно содержится в [1], [3] и многих других пособиях по небесной механике или космической геодезии.

Случай эллипсоидальной Земли

Для учёта эллипсоидальности Земли в полученный результат необходимо внести две поправки. Во первых, модуль век-

тора $\vec{q}$, следует вычислять с учётом эллипсоидальности теневых конусов и, во вторых, условие видимости в форме (10) следует заменить условием

$$R_q + \Delta q_0 : q \leq \tau, \quad (12)$$

где, согласно [1], [3]

$$R_q = C \sqrt{1 - \varepsilon^2 (2 - \varepsilon^2) \sin^2 \delta_q}, \quad (13)$$

$$C = \frac{a_e}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \delta_q}},$$

а δ_q - склонение вектора $\vec{q}$, ε - эксцентриситет земного эллипсоида.

Учёт эллипсоидальности теневых конусов легко выполнить, если в формулах (4), (8) и (9), определяющих $\vec{q}$ положить $a \neq R \neq a_e$ и вычислять значения модулей векторов $\vec{R}$ и $\vec{a}$ с учётом сжатия Земли. Вычисление в этом случае векторов $\vec{R}$ и $\vec{q}$ трудностей не составляет [1], [3], следовательно рассмотрим подробнее лишь расчёт $\alpha = |\vec{a}|$. Его можно найти при помощи несложной итерации, первоначально полагая $\alpha = a_e$ и вычисляя приближённое значение вектора $\vec{q}$ по формулам (3), (8), (9). Затем следует уточнить направление вектора $\vec{a}$, учитывая что

$$\begin{aligned} \vec{R}_0 \vec{a} &= R_0 a \sin \delta, \\ [\vec{a}, \vec{q}, \vec{R}_0] &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

а квадратными скобками обозначено смешанное векторное произведение. Уточняя направление вектора $\vec{a}$ можно полагать $|\vec{a}| = 1$, следовательно, вместо (14) в координатной форме имеем

$$\begin{aligned} x_a^2 + y_a^2 + z_a^2 &= 1 \\ X_0 x_a + Y_0 y_a + Z_0 z_a &= R_0 \sin \delta, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{vmatrix} x_a & y_a & z_a \\ x_q & y_q & z_q \\ x_o & y_o & z_o \end{vmatrix} = 0$$

Последнее уравнение (15) целесообразно преобразовать к виду

$$Ax_a + By_a + Cz_a = 0, \quad (16)$$

где

$$A = \begin{vmatrix} y_q & z_q \\ y_o & z_o \end{vmatrix}, \quad B = - \begin{vmatrix} x_q & z_q \\ x_o & z_o \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} x_q & y_q \\ x_o & y_o \end{vmatrix}$$

т.е. А, В, С - известные в первом приближении константы. Разрешая два линейных уравнения системы (15) относительно x_a и y_a находим

$$x_a = \frac{Bz_o - Cy_o}{Ay_o - Bx_o} z_a - \frac{BR_o \sin \delta}{Ay_o - Bx_o}, \quad (17)$$

$$y_a = \frac{Cx_o - Az_o}{Ay_o - Bx_o} z_a + \frac{AR_o \sin \delta}{Ay_o - Bx_o}.$$

Подстановка (17) в первое уравнение (15), т.е. в условие нормировки, даёт квадратное уравнение относительно z_a , что легко решить общеизвестными методами. Когда z_a таким образом найдено, определяем склонение вектора $\vec{a}$ согласно

$$\sigma_a = \arcsin z_a \quad (18)$$

и по формулам типа (13) применительно к вектору $\vec{a}$ уточняем значение его модуля a . Затем, как видно, можно опять переычислять σ и $\vec{q}$ согласно формулам (3), (8), (9) и повторить приведенную итерацию пока не достигнута необходимая точность определения модуля q .

Заключение

Изложенные алгоритмы определения видимости ИСЗ на фоне неба путём вычисления параметра q реализованы в программах

вычисления эфемерид программной системы АНТАРЕС [4]. При этом одним из входных параметров является константа Δq_0 , определяющая видимость спутника согласно неравенству (12). Существует простая зависимость между Δq_0 и угловой высотой Солнца h_0^{max} , соответствующих одной и той же освещенности неба в зените обсерватории

$$\Delta q_0 = R \left(\frac{1}{\cos h_0^{max}} - 1 \right) \quad (19)$$

согласно которой

$$h_0^{max} = -6^\circ 0 \text{ соответствует } \Delta q_0 = 35 \text{ км,}$$

$$h_0^{max} = -9^\circ 0 \text{ соответствует } \Delta q_0 = 80 \text{ км.}$$

При вычислении эфемерид ИСЗ значение Δq_0 целесообразно выбирать из приведенного интервала.

Главным достоинством рассмотренных алгоритмов по сравнению с часто используемым условием $h_0 < h_0^{max}$ является учёт освещенности неба в наблюдаемом направлении спутника вместо интегральной яркости неба, оцениваемой по освещенности зенитной области. Другим достоинством является их простота и совместный учёт одним параметром q обеих ограничений видимости ИСЗ на фоне неба - освещенности неба и тени Земли.

Библиографический список

1. Эскобал П.Р. Методы определения орбит: Пер. с англ. / Под ред. В.Г.Демина. М., 1970.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М., 1978.
3. Справочное руководство по небесной механике и астероидике / Под ред. Г.Н.Дубошина. М., 1976.

4. Жагар Ю.Х. Эфемеридная подсистема программной системы АНТАРЕС математического обеспечения наблюдений ИСЗ описание программ (основная часть). - Гига, 1985.

Р е з ю м е

Ю.Х.Жагар

ВИДИМОСТЬ ИСЗ НА ФОНЕ НЕБА

В работе приведен метод совместного учета двух различных условий видимости ИСЗ (учет влияния тени Земли и яркости фона неба). Метод применим как для сферической, так и эллипсоидальной модели Земли.

К о р е в и л к у м а

J.Žagars

ZMP REDZAMĪBA UZ DEBESS FONĀ

Rakstā aplūkots kopīga metode divu dažādu ZMP redzamības noteikumu aprēķināšanai, ņemot vērā Zemes ēnas un debess apgaismojuma ietekmes. Metode pielietojama gan sfēriskas, gan elipsoidālas Zemes gadījumam.

S u m m a r y

J.Zhagars

SATELLITE VISIBILITY ON THE SKY

A joint method for taking into account two different visibility conditions of the satellite, such as Earth shadow and brightness of the sky is developed in this paper. The method is applicable for both spherical and ellipsoidal Earth models.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.61

А.Я. Зариньш
ЛГУ им. П. Стучки

О ТОЧНОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ВИДИМЫХ ТРАЕКТОРИЙ ИСЗ
МАЛЫМ КРУГОМ

Введение

Малый круг небесной сферы применяется для моделирования видимого (топоцентрического) движения ИСЗ в ряде специализированных спутниковых телескопов (АДУ-75, СВГ, ЛД-1, ЛД-2 и других) и вычислительных алгоритмов. Исследованию свойства представления видимых траекторий ИСЗ малым кругом и разработке методики необходимых для этого вычислений посвящено много работ (см., например, [5,13,1,12,4] и др.). В них, однако, использован в основном численный подход к оценке точности представления видимых траекторий спутников малым кругом, не позволяющий раскрыть механизм образования отклонений фактических траекторий от аппроксимирующего малого круга. Предложенное в работе [9] тензорное представление видимых траекторий ИСЗ и выполненные на её основе исследования [10,11] дали возможность получить представленные в настоящей работе более детальные оценки отклонений видимых траекторий ИСЗ от аппроксимирующих малых кругов а также характера зависимости этих отклонений от параметров орбиты и прохождения ИСЗ.

Причины, вызывающие отклонение видимой траектории спутника от аппроксимирующего её малого круга, можно разделить на две группы. Во-первых, круговую (и, тем более, эллиптическую) орбиту нельзя точно представить малым кругом даже в приближении небращающейся Земли (за исключением зе-

нитных прохождений, когда малый круг вырождается в большой). Во-вторых, перемещение обсерватории и вращение связанной с ней системы координат вследствие суточного вращения Земли вносят дополнительные отклонения траектории ИСЗ от аппроксимирующего малого круга.

Приближение невращающейся Земли

Обратимся сначала к анализу точности представления малым кругом круговой орбиты ИСЗ в приближении невращающейся Земли. В работе [10] было показано, что в этом случае в касательной траекторной системе координат (см. [9]), ось x которой проходит через обсерваторию и точку кульминации ИСЗ, а ось y параллельна касательной к орбите в этой точке, видимая траектория спутника описывается уравнением:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{-z_0/a}{1 - (R/a)^2} (\cos \gamma - \sqrt{1 - (R/a \sin \gamma)^2}) \quad (1)$$

где γ и β - угловые координаты в этой системе, a - радиус орбиты, R - геоцентрическое расстояние обсерватории, $|z_0|$ - расстояние обсерватории от плоскости орбиты. Малый круг топоцентрической небесной сферы, проходящий через точку соизлияния (кульминации) и имеющий в ней общую с орбитой ИСЗ касательную, в той же системе координат описывается уравнением:

$$\beta = \beta_0 (1 - \cos \gamma) \quad (2)$$

где β_0 - параметр этого малого круга. Для того, чтобы этот малый круг по возможности лучше представлял видимую траекторию ИСЗ, можно потребовать, чтобы он пересекал эту траекторию не только в точке кульминации, а также в некоторой точке сопряжения $\gamma = \gamma_0$. В силу четности зависимости β от γ (1), малый круг тогда будет пересекать траекторию также в симметричной точке сопряжения $\gamma = -\gamma_0$. Если, учитывая малость угла β , положить $\beta = \operatorname{tg} \beta$ (ошибка β не пре-

высит 6' при $\beta_0 < 10^\circ$ и 20' при $\beta_0 < 15^\circ$), из соотношений (1) и (2) можно получить оценку параметра аппроксимирующего малого круга β_0 в зависимости от параметров прохождения α , R и z_0 , и угла сопряжения γ_0 :

$$\beta_0 \approx \frac{z_0/\alpha}{1-(R/\alpha)^2} \cdot \frac{\sqrt{1-(R/\alpha \sin \gamma_0)^2} - \cos \gamma_0}{1 - \cos \gamma_0} \quad (3)$$

Как легко проверить, при стремлении γ_0 к нулю, β_0 стремится к пределу:

$$\lim_{\gamma_0 \rightarrow 0} \beta_0 = \beta_0(0) = z_0/\alpha \quad (4)$$

Расстояние обсерватории от плоскости орбиты z_0 можно выразить в зависимости от угловой высоты точки сближения (кульминации) над горизонтом h_0 :

$$z_0 = -R \cosh_0 (\sqrt{1-(R/\alpha \cosh_0)^2} - R/\alpha \sinh_0) \quad (5)$$

Таким образом, оценка параметра аппроксимирующего малого круга β_0 (3) для данной круговой орбиты ИСЗ в приближении невращающейся Земли зависит лишь от угловой высоты точки сближения h_0 и угла сопряжения γ_0 . Графики зависимости β_0 от h_0 для различных α и γ_0 приведены на рис.1. Как видно, оценка β_0 (3) равно нулю, если ИСЗ кульминирует в зените (т.е., обсерватория находится в плоскости орбиты и малый круг вырождается в большой), и монотонно возрастает с уменьшением угловой высоты кульминации h_0 . Если фиксировать h_0 , то анализ соотношения (3) показывает, что с увеличением размеров орбиты β_0 сначала быстро растет, достигает максимума при $\alpha = (1.8 \div 2.0) \cdot R_*$ (точное положение максимума зависит от h_0), затем медленно убывает (рис.2). Заметим, что орбиту с размерами, соответствующими максимуму β_0 имеет ИСЗ *Lageos* ($\alpha = 1.93 R_*$). Зависимость β_0 от h_0 и α , весьма близкая к показанной на рис.1, приводится в работе [5], где она получена численным путем в предположении симметричности видимой траектории относительно точки сближения. Следует, однако, отметить, что параметр

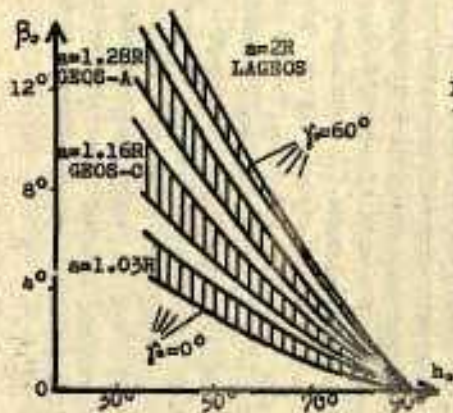


Рис. 1

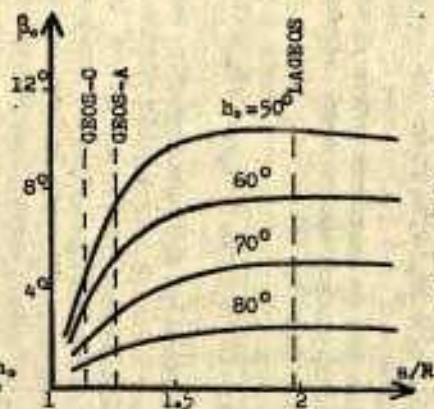


Рис. 2

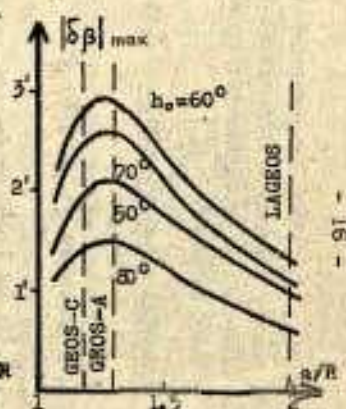


Рис. 3

малого круга, аппроксимирующего реальную (с учетом вращения Земли) траекторию ИСЗ, несколько отличается от оценки (3), это отличие будет подробнее рассмотрено ниже.

Отклонение траектории ИСЗ (1) от малого круга (2) в касательной траекторной системе координат имеет вид:

$$\delta\beta = \beta(\gamma) - \beta_0(1 - \cos \gamma), \quad (6)$$

где $\beta(\gamma)$ определяется формулой (1). Ввиду малости β , переход в аппроксимирующую траекторную систему координат (в которой аппроксимирующий малый круг описывается уравнением $\beta = \beta_0$) изменит $\delta\beta$ лишь незначительно. Анализ (6) показывает, что $\delta\beta$ является четной функцией γ и принимает нулевые значения в порождающей точке $\gamma = 0$ и точках сопряжения $\gamma = \pm\gamma_0$. При $\gamma_0 = 0$, $|\delta\beta|$ монотонно растет с увеличением $|\gamma|$. Можно показать, что при $\gamma_0 = 0$ модуль $\delta\beta$ на концах интервала аппроксимации (видимой дуги орбиты) $\gamma \in (-\gamma', \gamma')$ превышает $|\delta\beta|$ в этом же интервале для любого другого угла сопряжения $\gamma_0 \in (0, \gamma')$. Подходящим выбором γ_0 можно добиться минимизации максимального в интервале $\gamma \in (-\gamma', \gamma')$ значения $|\delta\beta|$. Для оценки величины остаточных отклонений $\delta\beta$ рассмотрим случай, когда точки сопряжения совпадают с концами интервала, т.е., $\gamma_0 = \gamma'$. Тогда $|\delta\beta|$ имеет максимум при $\gamma = \pm\gamma'' \in (0, \gamma')$ и равно нулю в середине и на концах интервала. При этом зависимость $\delta\beta$ от α , γ и γ' согласно (6), (1) и (3) в приближении $\beta \approx \tan \beta$ имеет вид:

$$\delta\beta = \beta_0 \frac{\sqrt{1 - (\frac{R}{a} \sin \gamma)^2 (1 - \cos \gamma')} - \sqrt{1 - (\frac{R}{a} \sin \gamma')^2 (1 - \cos \gamma)} + \cos \gamma' - \cos \gamma}{(1 - (\frac{R}{a})^2)(1 - \cos \gamma')} \quad (7)$$

Амплитуда остаточных отклонений $\delta\beta$ при наилучшей аппроксимации видимой траектории ИСЗ приблизительно равна половине максимального значения $|\delta\beta|$ (7), достигаемого внутри интервала $\gamma \in (0, \gamma')$. Зависимость этой амплитуды от размеров орбиты при различных угловых высотах точки сближения



Latvijas
Universitātes
BIBLIOTĒKA

LVU ZINĀTNISKĀ
BIBLIOTĒKA

223 - 3 - 89

(кульминации) над горизонтом h_0 , вычисленная согласно (7), показана на рис.3. При этом учтено, что с уменьшением h_0 сокращается и длина видимой над некоторым альмукантаратом дуга орбиты, т.е., γ' (высота альмуканта та принята равной 30°). Показанные на рис.3 результаты подтверждаются также при прямой численной аппроксимации видимых траекторий (в приближении невращающейся Земли) малым кругом. Из рис.3 следует, что $|\delta\beta|_{\max}$ при удалении точки сближения от зенита сначала растет (согласно (7), пропорционально росту β_0), но ввиду уменьшения длины видимой дуги достигает максимума при $h_0 \approx 65^\circ$ и затем уменьшается. Аналогичный вид имеет зависимость $|\delta\beta|_{\max}$ от размеров орбиты при фиксированном h_0 . Для близких к Земле спутников амплитуда $\delta\beta$ возрастает с ростом a и достигает максимума при $a = (1.2-1.3)R_z$ (точное расположение максимума $|\delta\beta|_{\max}$ зависит от значения h_0), т.е., для орбит высотой 1200-2000 км над поверхностью Земли (заметим, что такую орбиту имеет ИСЗ Геос-А). С дальнейшим ростом a амплитуда $\delta\beta$ монотонно уменьшается. Из данных рис.3 видно, что максимальное значение отклонения в самых неблагоприятных условиях не превышает нескольких угловых минут.

Учет перемещения обсерватории

Приведенные выше оценки отклонений траектории ИСЗ от аппроксимирующего малого круга были получены в приближении невращающейся Земли. Вследствие суточного вращения Земли обсерватория испытывает перемещение $\Delta \vec{R}$, которое в тангенциальном приближении движения обсерватории равно:

$$\Delta \vec{R} \approx \vec{R}_0 \cdot \Delta t, \quad (8)$$

где $\vec{R}_0$ - скорость обсерватории в начальный момент времени. Кроме того, система координат, связанная с обсерваторией испытывает вращение $\vec{\omega}$ (вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вра-

щения Земли и имеет модуль $\omega = 1$ оборот/сутки).

Сначала рассмотрим, как на отклонение видимой траектории от аппроксимирующего малого круга влияет перемещение обсерватории (8). На это влияние указано уже в работе [5], более подробно оно рассмотрено в работе [11]. Следуя последней, для исключения времени из формулы (8) обратимся к тангенциальному приближению движения ИСЗ, согласно которому имеет место соотношение [8]:

$$\operatorname{tg} \delta = v_0 / \rho_0 \cdot \Delta t, \quad (9)$$

где δ - угол между топоцентрическими направлениями на ИСЗ и на точку его радиального сближения с обсерваторией, v_0 и ρ_0 - соответственно топоцентрические скорость и расстояние ИСЗ в этой точке. Если, кроме того, угол δ заменить на близкую ему координату γ (они связаны соотношением

$$\sin \delta/2 = \cos \beta_0 \sin \gamma/2$$

и при $\beta_0 < 10^\circ$ в пределах видимой дуги орбиты отличаются не более чем на 1° , при $\beta_0 < 15^\circ$ - на $2;2$), то (8) можно представить в виде приближенного соотношения:

$$\Delta \vec{R} \approx \dot{\vec{R}}_0 \beta_0 / v_0 \operatorname{tg} \gamma. \quad (10)$$

Заметим также, что

$$\dot{\vec{R}}_0 = \vec{\omega} \times \vec{R} = \omega R \cos p \vec{l} \quad (11)$$

где единичный вектор $\vec{l}$ направлен горизонтально на восток, его компоненты в аппроксимирующей траекторной системе координат имеют вид:

$$\vec{l} = \{-\sin A_0 \cos h_p, \cos A_0 \sin h_p, \sin A_0 \sin h_p\}. \quad (12)$$

Для оценки изменения координаты β из-за перемещения обсерватории $\Delta \vec{R}$ (10) продифференцируем выражение для координаты z спутника: $z = \rho \sin \beta$, имеющей место в аппрок-

симирующей траекторной системе координат. Тогда, заменив перемещение спутника $\Delta \vec{p}$ эквивалентным перемещением обсерватории $\Delta \vec{R}$, после подставления выражений для компонент векторов $\vec{p}$ и $\vec{R}$ в сферических координатах аппроксимирующей траекторной системы γ , β и φ , имеем приближенное соотношение для изменения β :

$$\Delta \beta_R \approx \frac{\omega R p_0}{v_0 \rho} \cos \varphi \operatorname{tg} \gamma \vec{l} \vec{s}, \quad (13)$$

где единичный вектор $\vec{s}$ в аппроксимирующей траекторной системе координат имеет составляющие

$$\vec{s} = \{\sin \beta \cdot \cos \gamma, \sin \beta \cdot \sin \gamma, -\cos \beta\},$$

т.е., описывает круговой конус с раствором $\sim \beta_0$ вокруг отрицательного направления оси Z этой системы (направления на полюс малого круга), оставаясь перпендикулярным топоцентрическому радиус-вектору ИСЗ $\vec{q}$. Величина скалярного произведения $\vec{l} \vec{s}$ ввиду малости β_0 зависит главным образом от угла между направлениями на восток и на полюс малого круга. Ввиду этого, основную часть $\Delta \beta_R$ можно записать в виде:

$$\Delta \beta_R \approx \frac{\omega R}{v_0} \frac{p_0}{\rho} \cos \varphi \cos \beta_0 \sin A_0 \sin h_R. \quad (14)$$

Для исключения из (14) β воспользуемся приближенным соотношением:

$$\frac{1}{\rho} \approx \theta_0 + \theta_1 \cos \gamma \quad (15)$$

[I, II], где θ_0 и θ_1 — постоянные, причем θ_0 близко к $1/a$. При подстановке (15) в (14), последнее соотношение распадается на члены, зависящие от времени как $\sin \gamma$ и $\operatorname{tg} \gamma$.

Заметим, что небольшая поправка $\Delta\beta$, зависящая от угла μ как $\sin \mu$, геометрически интерпретируется как небольшой поворот системы координат вокруг оси x . Аналогично, поправка $\Delta\beta$, пропорциональная $-\cos \mu$, интерпретируется как поворот системы координат вокруг оси y . Заметим также, что поправку, пропорциональную $\operatorname{tg} \mu$, можно разложить на составляющие, одна из которых пропорциональна $\sin \mu$:

$$\operatorname{tg} \mu = \kappa \sin \mu + d, \quad d = \left(\frac{1}{\cos \mu} - \kappa \right) \sin \mu. \quad (16)$$

Подходящим подбором коэффициента κ составляющая d в пределах видимой дуги орбиты $\mu \in (-\mu', \mu')$ может быть сделана по модулю существенно (на порядок) меньше $\operatorname{tg} \mu$.

Из сказанного следует, что основное влияние перемещения обсерватории можно свести к небольшому (порядка градуса дуги) повороту малого круга, аппроксимирующего траекторию ИСЗ в случае невращающейся Земли, вокруг оси x и дополнительному отклонению траектории от этого малого круга вида:

$$\delta\beta_R \approx \frac{\omega R H}{v_0 a} \cos \varphi \sin A_0 \cdot d, \quad (17)$$

(здесь учтено, что $b_0 \approx \frac{1}{2} a_0 \sin h_0 \approx a - R = H$). Анализ соотношения (17) показывает, что амплитуда $\delta\beta_R$ максимальна на экваторе и для прохождения ИСЗ в меридиональном направлении, и растет с увеличением размеров орбиты пропорционально $H/\sqrt{a}$. Численные значения амплитуды $\delta\beta_R$ в пределах видимой дуги орбиты ($\mu \in (-60^\circ, 60^\circ)$) для низких ИСЗ ($H < 1000$ км) не превышают нескольких угловых минут, но для спутника LAGEOS на экваторе может достигать величины больше десяти угловых минут. Зависимость $\delta\beta_R$ от μ определяется выражением для d (16).

Анализ остальных членов скалярного произведения $\vec{I} \vec{S}$ в (13) с учетом (15) показывает, что один из них пропорционален $\sin \mu$ и сводится к небольшому (на несколько угловых минут) повороту системы координат вокруг оси x , а дру-

гие пропорциональны $\sin^2 \mu / \cos \mu$, $\sin^2 \mu$ и $\sin \mu \cdot \cos \mu$ и имеет амплитуды, не превышающие нескольких угловых минут. Основную часть этих составляющих также можно свести к поворотам системы координат вокруг осей x и y , а также небольшому изменению параметра малого круга β_0 . Ввиду этого, амплитуды отклонений видимой траектории ИСЗ от аппроксимирующего малого круга, связанные с рассмотренными составляющими (13), составляют лишь доли угловой минуты.

Учет поворота обсерватории

Обратимся теперь к эффекту поворота системы координат, связанной с обсерваторией. Этот поворот в тангенциальном приближении движения ИСЗ [3,7] можно записать в форме:

$$\Delta \Omega = \omega \cdot \Delta t \approx \omega \beta_0 / v_0 \cdot \tan \mu. \quad (18)$$

Считая поворот $\Delta \Omega$ малым (в реальных условиях он может составить до нескольких градусов дуги), изменение координаты β вследствие поворота системы координат равно:

$$\Delta \beta_\omega \approx \Delta (\sin \beta) \approx \beta_0 / v_0 \cos \beta_0 (\omega_y \sin \mu - \omega_x \sin^2 \mu / \cos \mu). \quad (19)$$

Первый член (19) пропорционален $\sin \mu$ и, следовательно, обуславливает небольшой поворот аппроксимирующей траекторной системой координат вокруг оси x . Остальную часть (19) учитывая, что имеет место соотношение:

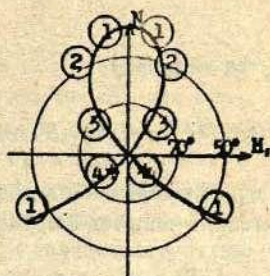
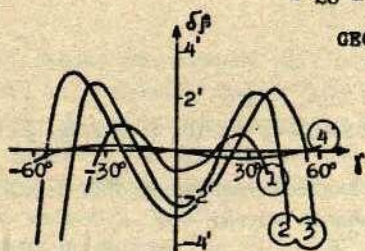
$$\sin^2 \mu / \cos \mu = (1 + k_1) / (1 - \cos \mu) + d_1,$$

где $|d_1| < 0.1$ в пределах $\mu \in (-60^\circ, 60^\circ)$, запишем в виде:

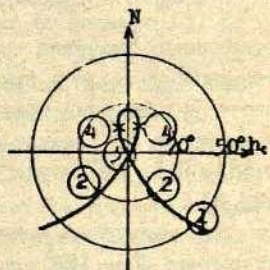
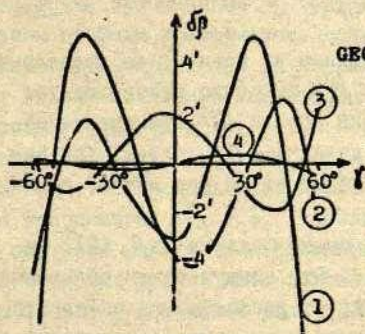
$$\Delta \beta_\omega \approx -\beta_0 / v_0 \cos \beta_0 \omega_x ((1 + k_1) / (1 - \cos \mu) + d_1). \quad (20)$$

Соотношение (20) включает в себя небольшой поворот системы координат вокруг оси y , изменение параметра малого круга

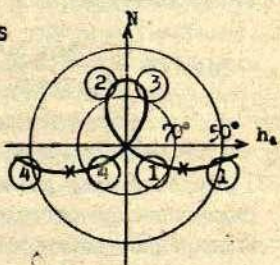
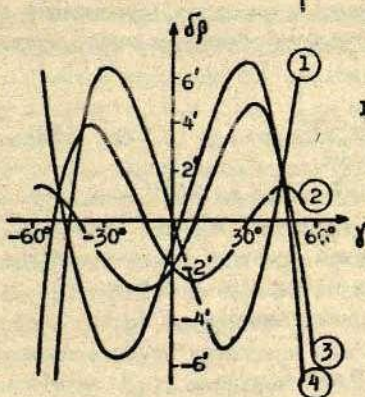
GEOS-C



GEOS-A



LAGEOS



a

b

Рис. 4

β_0 на величину:

$$\Delta\beta_0 \approx (1+\kappa_1) \rho_0 / v_0 \cdot \omega \cdot \cos\beta_0 (\cos\varphi \cos A_0 \cdot \cosh h_0 + \sin\varphi \sinh h_0) \quad (21)$$

и дополнительное отклонение видимой траектории ИСЗ относительно аппроксимирующего малого круга:

$$\delta\beta_\omega \approx -\Delta\beta_0 d_1 / (1+\kappa_1). \quad (22)$$

Оптимальное значение коэффициента κ , зависит от диапазона изменения угла μ и при $40^\circ < \mu' < 60^\circ$ (что соответствует высоте кульминации проходов больше 40° при высоте альмукантарата 30°) лежит в пределах $1.2 < \kappa, < 1.7$. Так как $\max|d_1| < 0.1$, амплитуда $\delta\beta_\omega$ не менее 30 раз меньше величины $|\Delta\beta_0|$.

Для получения численных оценок сдвига $\Delta\beta_0$ (21) и отклонения $\delta\beta_\omega$ (22), заметим, что азимут точки сближения ИСЗ и обсерватории A_0 зависит от расположения обсерватории относительно орбиты спутника и размеров, ориентации и формы последней. Для точек углового сближения имеет место соотношение [2]:

$$\cos A_0 = \frac{\rho_0 \cosh h_0 \sin \varphi \pm r_0 \cos i}{(\rho_0 \sinh h_0 + R) \cos \varphi}, \quad (23)$$

где r_0 - геоцентрическое расстояние до ИСЗ, остальные параметры пояснены выше. Два возможных знака в числителе (23) соответствует разным знакам проекции геоцентрического радиус-вектора обсерватории на нормаль к орбите ИСЗ. Учитывая также соотношение, связывающее ρ_0 и h_0 :

$$\rho_0 = \sqrt{r_0^2 - R^2 \cos^2 h_0} - R \sin h_0, \quad (24)$$

видно, что каждому значению азимута A_0 соответствует не больше одного значения h_0 , а каждому h_0 - четыре, два или ни одного азимута A_0 . Характерный вид зависимости A_0 от h_0 показан на рис. 46.

Анализ соотношения (21) с учетом (23) и (24) показывает, что величина сдвига $\Delta\beta_0$ достигает нескольких градусов дуги и, кроме размеров и наклона орбиты, зависит от высоты точки кульминации ИСЗ над горизонтом и географической широты обсерватории. Значения сдвига $\Delta\beta_0$ для ИСЗ GEOS-C, GEOS-A и LAGEOS и обсерваторий, расположенных на широтах $\varphi = 0^\circ, \pm 30^\circ, 57^\circ$ в зависимости от высоты точки кульминации h_0 приведены на рис. 5. Там же показаны графики эфемеридных, полученных по формуле (3) а также скорректированных за поправку $\Delta\beta_0$ (21) значений β_0 . Как видно, последние значительно лучше соответствуют эфемеридным значениям β_0 , чем полученные по формуле (3) оценки. При вычислении $\Delta\beta_0$ (21) следует учесть, что соотношение (18) предполагает движение ИСЗ в сторону увеличения координаты ρ , т.е., проекция вектора угловой скорости спутника на ось z аппроксимирующей траекторной системы координат должна быть положительной. Это приводит к непрерывному изменению угла β_0 при перемещении обсерватории относительно плоскости орбиты спутника. Как было показано выше, в приближении невращающейся Земли β_0 проходит нулевое значение при прохождении обсерватории через эту плоскость, т.е., при $h_0 = 90^\circ$. На практике (например в камерах АФУ-75, дальномерах ЛД-1, ЛД-2), т.н. угол четвертой оси (аналогичный углу β_0 , но отсчитываемым в противоположном направлении) может иметь только положительные значения, но допускается сопровождение ИСЗ также в направлении уменьшения угла ρ . Если переход β_0 через нуль происходит при $h_0 = 90^\circ$, то поворот системы координат прибора вокруг оси x на 180° (т.е., изменение на противоположные азимута установки прибора A_0 и направления изменения угла h_0), изменяет также знак β_0 и позволяет обойтись только положительными значениями $-\beta_0$. Наличие сдвига $\Delta\beta_0$ (21), однако, меняет положение, поскольку прохождение β_0 через нуль происходит на некотором расстоянии точек кульминации от зенита и симметрия β_0 относительно h_0 .

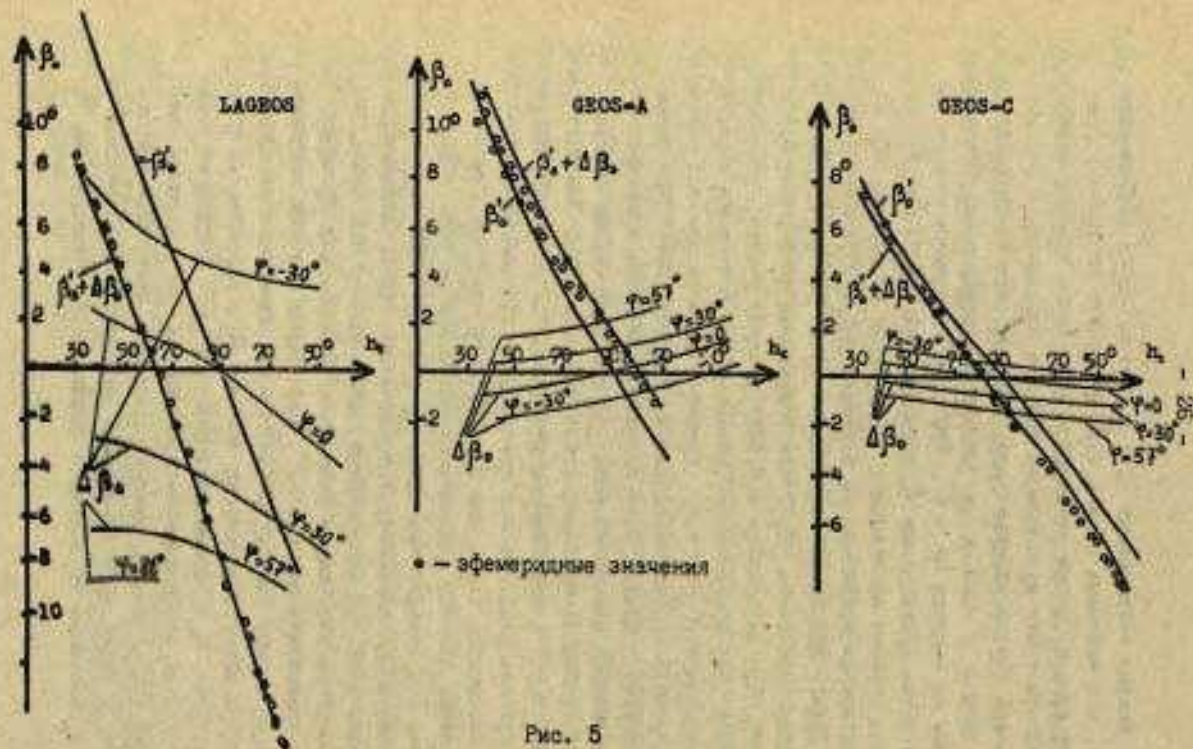


Рис. 5

нарушается. Ввиду этого при перевороте системы координат прибора требуется изменить высоту установки высоты прибора за 90° , что технически затруднительно. На практике в случае отрицательного эфемеридного значения $-\beta_0$, реализовать которые на приборе нельзя, обычно выставляется $\beta_0 = 0$ и соответственно изменяется h_p . Ошибки отслеживания ИСЗ при этом, естественно, увеличиваются. Заметим, что в первых работах, посвященных исследованию аппроксимации видимой траектории ИСЗ малым кругом [6,5,13] предполагалось, что угол $-\beta_0$ может иметь только положительные значения. Наличие отрицательных $-\beta_0$ было впоследствии установлено эмпирически и в литературе впервые упоминается в работе [12].

Оценка суммарного отклонения

Совместное влияние всех рассмотренных выше отклонений видимой траектории от аппроксимирующего малого круга, а также дополнительных отклонений, возникающих вследствие эллиптичности орбит ИСЗ и неточности некоторых других использованных приближенных соотношений, приводит в весьма сложной и аналитически трудно описываемой картине зависимости $\delta\beta$ от времени (угла ν) и параметров рассматриваемого прохождения ИСЗ. Тем не менее, по крайней мере для ИСЗ с умеренным эксцентриситетом орбиты ($e \ll 0,1$), вид зависимости $\delta\beta$ от ν хорошо определяется расположением точки кульминации (рис.4а). Это отмечается также в работе [2].

Выделим некоторые общие закономерности поведения $\delta\beta$. Для этого заметим, что (7) и (22) имеют характер четных, а (17) - нечетной функции ν . Ввиду характера зависимости (17) и (22) от a , амплитуды этих отклонений имеют небольшие значения для близких к Земле ИСЗ (не больше 2--5 минут дуги при $H < 1000$ км) и приблизительно пропорциональны H . Поэтому амплитуда $\delta\beta$ близких ИСЗ не превышает нескольких

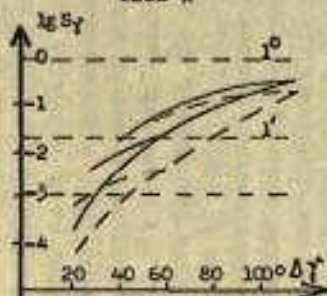
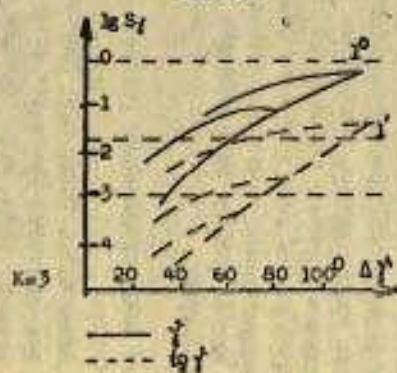
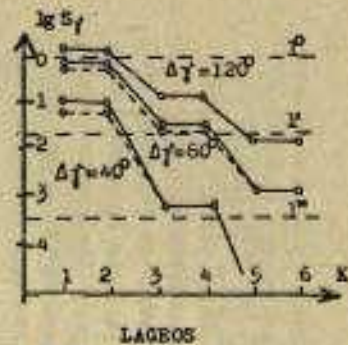
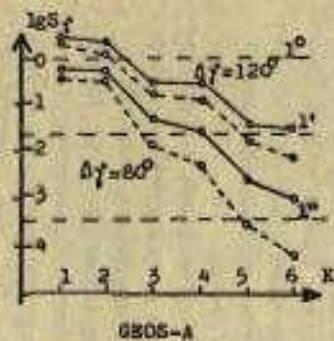
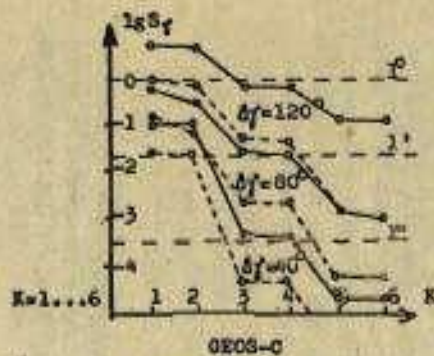
(4--8) минут дуги, имеет преимущественно четный характер зависимости от μ . Для прохождений, имеющих близкое к нулю значение β_0 (на рис. 4б места, где $\beta_0 \approx 0$ помечены крестиками) отклонение (7) также близко к нулю, характер общего отклонения определяется в основном членом (17), имеющим нечетную зависимость от μ , и для низких ИСЗ весьма небольшую амплитуду, особенно если обсерватория расположена далеко от экватора.

С повышением орбиты спутника влияние отклонения (7) согласно рис. 4 достигает максимума при $a \approx 8$ Мм и затем монотонно уменьшается, доминирующими становятся отклонения (17) и (22), обусловленные эффектом вращения Земли, амплитуды которых увеличиваются с ростом a . Общая амплитуда $\delta\beta$ для ИСЗ типа LAGEOS и обсерватории, расположенной на средних широтах достигает 6--8 минут дуги (рис. 4а). Если обсерватория близка к экватору, а орбита спутника - близполярная, то доминирует отклонение (17), а для спутников с малым наклонением орбиты - отклонение (22). Для близполюсной обсерватории отклонение (17) становится несущественным, ввиду чего общее отклонение определяется членами (7) и (22) и принимает вид почти четной функции μ .

Основная часть результирующего отклонения траектории ИСЗ от аппроксимирующего малого круга $\delta\beta$ является линейной комбинацией остаточных членов аппроксимации выражений $\sin^2\mu/\cos\mu$, $\sin^2\mu$, $\sin\mu\cos\mu$ и $\operatorname{tg}\mu$ функциями $\sin\mu$, $\cos\mu$ и постоянными, а также отклонения (7) и может быть аппроксимирована выражением вида:

$$\delta\beta \approx a_0 + a_1 \sin\mu + a_2 \sin\mu \cos\mu + a_3 \operatorname{tg}\mu + a_4 / \cos\mu + a_5 \cos\mu, \quad (25)$$

где a_i - коэффициенты, подлежащие определению (например, методом наименьших квадратов). Аппроксимация эфемеридных значений $\delta\beta$ выражением вида (25) показывает, что точность представления $\delta\beta$ в пределах видимой дуги орбиты обычно не хуже нескольких угловых секунд. При упрощении формулы (25) наименьшую потерю точности дает опущение члена, пропор-



ционального $\sin \mu$, при этом точность уменьшается незначительно, для низких ИСЗ может быть опущен также член, пропорциональный $\tan \mu$ или $\sin \mu \cos \mu$. Дальнейшее упрощение формулы (25) дает точность порядка угловой м дуги.

С точки зрения сложности примененных алгоритмов более простым может оказаться представления уклонения $\delta\beta$ аппроксимирующими полиномами, в качестве аргумента можно использовать координату μ или время. Расчеты показывают, что точность представления $\delta\beta$ значительно лучше, если аргументом служит координата μ , разность точностей при этом растет с увеличением степени аппроксимирующих полиномов. Зависимость среднеквадратических ошибок аппроксимации эфемеридных значений $\delta\beta$ полиномами различных степеней (аппроксимировались близзенитные прохождения, диапазон изменения μ близок к $\pm 60^\circ$) показаны на рис.6. Вид функциональной зависимости $\delta\beta$ от времени или μ (рис.4а) показывает, что наименьшая степень аппроксимирующих полиномов, которая может дать удовлетворительную точность представления $\delta\beta$, в большинстве случаев не ниже четвертой. Полиномы от μ четвертой степени обеспечивают точность представления $\delta\beta$ обычно порядка нескольких секунд дуги, в отдельных случаях до $10'' - 15''$, т.е., такую же, как формула (25) без члена, пропорционального $\sin \mu$, где число коэффициентов, подлежащих расчету, также равно пяти. Увеличение степени полинома до пятой улучшает точность аппроксимации лишь у высоких ИСЗ, так как у низких ИСЗ $\delta\beta$ преимущественно имеет вид четной функции времени. Полиномы шестой степени дают точность не хуже нескольких десятых секунды.

Библиографический список

1. Абеле М.К., Вяттер Я.В. Вычисление эфемерид искусственных спутников Земли для установки с четырехосной монтировкой// Набл. ИСЗ. Бухарест, 1974. № 14. С.585-598.

2. Абеле М.К., Вяттер Я.В., Валодис Я.К., Лауцениекс Л.К. Об изменении параметров видимого движения ИСЗ // Определение координат небесных тел. Р., 1981. С.137-146.
3. Абеле М.К. О применении длиннофокусных камер для определения координат слабых ИСЗ // Аж. М., 1960. Т.37. С. 140-145.
4. Быков О.П. Использование мгновенных спутниковых орбит, определяемых методом параметров видимого движения // Вестник Лен.ГУ, 1979. № 7.
5. Лийгонт М. К теории следящих ротокамер для наблюдений искусств. спут. Земли // Публикация Тартуской Астрон. общ. Тарту, 1965. Т. 35. № 4. С. 203-229.
6. Лийгонт М., Эйнасто Я. К теории автоматических телескопов для наблюдений ИСЗ // Аж. М., 1960. Т. 37. № 6. С. 203-219.
7. Жагар Ю.Х. Аппроксимация и точность лазерных наблюдений ИСЗ // Н.И. Астросовета АН СССР. М., 1978. №40. С. 150-159.
8. Жагар Ю.Х. Исследования обобщенного тангенциального приближения видимого движения ИСЗ // Определение координат небесных тел. Р., 1981. С. 147-161.
9. Жагар Ю.Х. Аналитические исследования видимых траекторий ИСЗ // Н.И. Астросовета АН СССР. М., 1982. № 55. С. 37-50.
10. Жагар Ю.Х., Зариньш А.Я. Видимая траектория ИСЗ в случае круговой орбиты // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения. Р., 1986. С. 3-12.
11. Зариньш А.Я., Жагар Ю.Х. Влияние вращения Земли на видимые траектории ИСЗ // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдений. Р., 1986. С. 13-24.
12. Сочилина А.С. О вычислении эфемерид ИСЗ для наблюдений на камерах АФУ // Бюл. ИТА. Л., 1975. Т. 14. № 2. С. 107-112.

13. Штейнбах М. Траектории спутников с любой высотой кульминации в приближении зенитных траекторий // Набл. ИСЗ. Прага, 1966. № 4. С. 207-215.

Р е з ю м е

А.Я.Зариньш

О ТОЧНОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ВИДИМЫХ ТРАЕКТОРИЙ ИСЗ МАЛЫМ КРУГОМ

Получены оценки параметра аппроксимирующего малого круга β_0 и отклонения видимой траектории ИСЗ от этого малого круга в приближении невращающейся Земли в зависимости от размеров круговой орбиты ИСЗ и угловой высоты кульминации прохождения. Учет влияния вращения Земли осуществлен путем анализа изменений координат ИСЗ вследствие перемещения обсерватории и вращения связанной с ней системы координат. Получены оценки поправки к параметру β_0 , обусловленной вращением системы координат обсерватории, а также дополнительных отклонений видимой траектории ИСЗ от аппроксимирующего малого круга вызванных вращением Земли. Приводятся результаты численных исследований свойств аппроксимации результирующего отклонения траектории ИСЗ от малого круга полиномами и тригонометрическими многочленами.

К о р с a v i l k u m e

A.J.Zariņš

PAR ZMP REDZAMO TRAJEKTORIJU APROKSIMĀCIJAS AR DEBESS SFĒRAS MAZO RĪNKI PRECIZITĀTI

Iegūts analītisks aproksimējošā mazā riņķa parametru (β_0) un ZMP redzamās trajektorijas novirzes no šī riņķa novērtējums. Zemes rotācijas iespāide novērtēts, analizējot ZMP topocentrisko koordinātu izmaiņas observatorijas pārvietošanās un ar to saistītās koordinātu sistēmas rotā-

cijas rezultātā. Veikti skaitliski pētījumi trajektorijas summārās novirzes no mazā riņķa aproksimācijā ar polinomiem un trigonometriskām virknēm.

S u m m a r y

A.J.Zarinsk

ON ACCURACY OF THE APPROXIMATION OF A SATELLITE'S VISIBLE TRAJECTORY BY A LITTLE CIRCLE

Analytical expressions for the parameter of the little circle (β_0) and for the difference between visible trajectory of satellite and this circle have been obtained. Changes in topocentric coordinates of a satellite due to the movement of the observatory and the rotation of it's coordinate system, as caused by the Earth's rotation, have been analysed. The approximation of the difference between the satellite's visible trajectory and the little circle by polynomials and trigonometric series has been investigated numerically.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.24

В.Г.Дегтярев
ЛИТМО
С.Н.Беляев,
Ю.М.Эвентаве
ВНИИТелевидения
и радиовещания

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ВИДИМОСТИ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА
В ПОЛЕ ЗРЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ И ИХ СИСТЕМ

В работе [1] приведены аналитические зависимости, определяющие условия нахождения в зоне взаимной видимости двух и большего числа спутников и предложен метод определения зон взаимной видимости двух спутников, причем зоной видимости считается зона, в которой оба спутника можно соединить непосредственно лучом зрения. Такое определение условия видимости является весьма абстрактным, т.к. на практике использование в качестве инструмента наблюдения оптических, радиотелескопов или иных средств приводит к естественному ограничению из-за размеров поля зрения, ширины диаграммы направленности и другим [2]. Поэтому представляет интерес рассмотреть задачу о взаимной видимости спутников в следующей постановке. Во-первых, будем считать, что наблюдение проводится с одного из спутников, который будем называть космической станцией (КС), наблюдаемый спутник назовем космическим объектом (КО). Во-вторых, предположим для простоты, что КС находится на круговой орбите с элементами $(a, i, \Omega, U_0)_{КС}$ в эпоху t_0 . Элементы орбиты КО также известны $(a, e, i, \omega, \Omega, M_0)_{КО}$. В третьих, рассмотрение задачи проведем в рамках кеплеровской модели. Учет возмущений может быть легко осуществлен различными методами (на-

пример, [2]).

Условие видимости мы определим следующим образом: пусть КС имеет на борту антенну с шириной ДНА 2α , которую представим в виде конуса с углом при вершине 2α , вершина конуса совпадает с КС.

Пусть управление антенной осуществляется так, что главная ось ДНА образует постоянный угол β с плоскостью орбиты КС, а проекция главной оси ДНА на плоскости орбиты КС образует угол $\alpha + \beta$ с $\vec{R}_{КС}$ - геоцентрическим радиусом-вектором КС. Определенный таким образом угол β есть угол между проекцией образующей конуса ДНА на плоскость орбиты КС и вектором $\vec{R}_{КС}$. Очевидно, что

$$\sin \beta = (R_{\oplus} + \Delta) / a_{КС}, \quad (I)$$

где $R_{\oplus}$ - радиус Земли,
 Δ - толщина атмосферного слоя,
 $a_{КС}$ - большая полуось орбиты КС.

Введем в рассмотрение следующие векторы:

$\vec{R}_{КС}$ - геоцентрический радиус-вектор КС,
 $\vec{r}_{КС}$ - геоцентрический радиус-вектор КО,
 $\vec{\rho}$ - вектор наклонной дальности КС-КО,
 $\vec{c}$ - вектор главной оси ДНА (единичной).

Тогда условие видимости КО с КС можно записать в виде:

$$(\vec{\rho} \cdot \vec{c}) / |\vec{\rho}| > \cos \alpha \quad (2)$$

или

$$\vec{\rho} \cdot \vec{c} - |\vec{\rho}| \cos \alpha > 0.$$

Уравнение

$$\vec{\rho} \cdot \vec{c} - |\vec{\rho}| \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

соответствует положению КО на "горизонте" КС.

Анализ неравенства (2) или уравнения (3) удобно производить в геоцентрической инерциальной системе координат

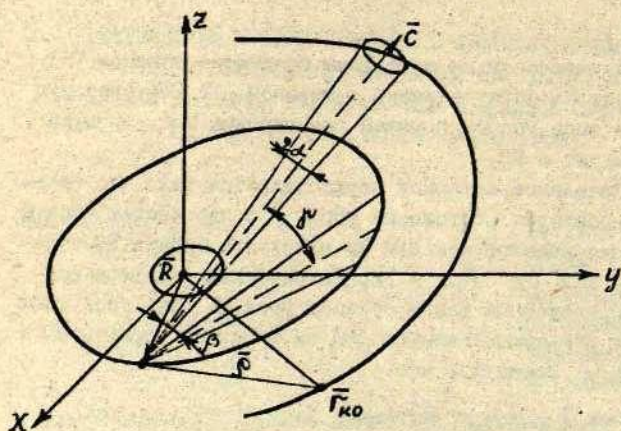


Рис. I К определению условий видимости

$OXYZ$ (Рис. I). Пусть ориентация орбиты КС и орбиты КО относительно $OXYZ$ определяется известными матрицами $M(i, \Omega, \omega)_{КС}$, $M(i, \Omega, \omega)_{КО}$ соответственно. Тогда матрица (M) направляющих косинусов системы орбитальных координат определяется легко [2].

В орбитальной системе координат вектор $\vec{C}$ имеет координаты:

$$\vec{C}_{орб} = (-\cos(u - (\alpha + \beta)) \cos \mu, -\sin(u - (\alpha + \beta)) \cos \mu, \sin \mu) \quad (4)$$

Вектор

$$\vec{R}_{орб} = (a_{КС} \cos u, a_{КС} \sin u, 0)$$

а вектор

$$\vec{r}_{орб} = (a_{КО} (\cos E - e), a_{КО} \sqrt{1 - e^2} \sin E, 0)$$

причем вектор наклонной дальности КС-КО $\vec{r} = -\vec{R} + \vec{r}$

Таким образом, относительно системы $OXYZ$ преобразование координат векторов можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{C} &= (M)_{КС} \cdot \vec{C}_{орб} \\ \vec{R} &= (M)_{КС} \cdot \vec{R}_{орб} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{u} = (M)_{\kappa 0} \cdot \bar{u}_{op\sigma}$$

Теперь уравнение (3) можно переписать в виде:

$$((M)_{\kappa 0} \bar{u}_{op\sigma} + (M)_{\kappa \sigma} \bar{R}_{op\sigma})^T \cdot (M)_{\kappa \sigma} \cdot \bar{C}_{op\sigma} - |\bar{\rho}| \cos \alpha = 0 ,$$

где значок T - означает транспонирование. Раскрывая скобки имеем:

$$\bar{u}_{op\sigma}^T (M)_{\kappa 0}^T (M)_{\kappa \sigma} \bar{C}_{op\sigma} + \bar{R}_{op\sigma}^T (M)_{\kappa \sigma}^T (M)_{\kappa \sigma} \bar{C}_{op\sigma} - |\bar{\rho}| \cos \alpha = 0$$

Учитывая, что для унитарной матрицы

$$(M)_{\kappa \sigma}^T = (M)_{\kappa \sigma}^{-1}$$

и связь аргумента широты КС с эксцентрической аномалией К0 E :

$$u_{\kappa \sigma} = u_{0\kappa \sigma} + n_{\kappa \sigma} (t - t_0), \quad t = \frac{E - e \sin E}{n_{\kappa \sigma}} + t_0$$

$$n_{\kappa 0} = \sqrt{\mu} / a_{\kappa 0}^{3/2}, \quad n_{\kappa \sigma} = \sqrt{\mu} / a_{\kappa \sigma}^{3/2},$$

окончательно получаем уравнение "восхода-захода" в виде:

$$F(E) = \bar{u}_{op\sigma}^T (M)_{\kappa 0}^T (M)_{\kappa \sigma} \bar{C}_{op\sigma} + \bar{R}_{op\sigma}^T \bar{C}_{op\sigma} - |\bar{\rho}| \cos \alpha = 0 \quad (6)$$

с независимой переменной E .

Еще раз напомним, что функция $F(E)$, точнее области ее положительности, соответствуют условию видимости К0 с данной КС в смысле определения понятия видимости, данного выше. Корни функции $F(E)$ определяют эксцентрические аномалии входа-выхода К0 в зону видимости КС. Отметим, что при выходе уравнения (6) мы следовали методике, предложенной в работе П.Эксобала [2] для решения аналогичной задачи для наземной станции наблюдения.

Значительный интерес представляет исследование корней функции $F(E)$ на заданном интервале, т.к. корни E определяют моменты входа-выхода К0 в поле зрения КС.

Отметим, что уравнение (6) существенно нелинейное, поэтому при определении его корней необходимо решить две за-

дачи:

- 1) нахождение первого приближения корня,
- 2) решение уравнения в области корня.

Для уравнения П.Эскобала [2], определяющего момент входа-выхода КО в зону видимости наземной станции, были предложены многочисленные методы решения первой задачи. Их обзор содержится в [3]. Для решения второй задачи во всех работах использовался модифицированный метод Ньютона.

Применим предложенную методику для случая, когда КС находится на геостационарной орбите, а КО имеет полуось $a_{ко} < 1.5 R_{\oplus}$. Очевидно, $n_{КС}/n_{КО} < 0.1$, поэтому при решении задачи можно применить метод "фиксации положения КС", аналогичный "методу фиксации положения Земли", примененному в [2] для низколетящих КО.

График функции $F(E)$ приведен на рис.2.

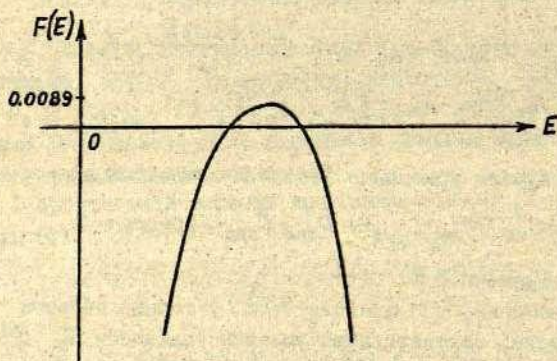


Рис.2. Функция видимости КО (Элементы: $a = 1.5 R_{\oplus}$, $e = 0.1$, $i = 30^\circ$, $\Omega = 45^\circ$, $\omega = 60^\circ$, $M_0 = 0$) с геостационарной КС (Элементы: $a = 6.6 R_{\oplus}$, $e = 0$, $\Omega = 50^\circ$, $u_0 = 70^\circ$, $\alpha = \beta = 10^\circ$, $j = 0$)

Методику нахождения корней функции $F(E)$ при условии, что диаграмма направленности антенны на КС представляет конус, можно распространить на случай, когда антенна имеет диаграмму направленности как в виде обелиска, так и целевой вид.

Данная методика для одной КС может быть положена в основу численного исследования параметров видимого движения КО внутри диаграммы направленности.

В случае, если значения координат КО получены через равные интервалы и вид его движения можно представить в классе полиномов, степени полинома можно определить используя аппарат конечных разностей. На основании теоремы исчисления разностей для многочлена степени n именно n -ая разность постоянна, а $n+1$ равна 0 [7]. Это справедливо в случае, если координаты КО получены без погрешностей, в противном случае, дисперсия b^2 погрешностей координат КО зависит от значений m -ой конечной разности $\Delta \ell$, как

$$b^2 = \frac{1}{\sum_{s=0}^m (C_m^s)^2} \frac{1}{N-m} \sum_{\ell=1}^{N-m} (\Delta \ell^m)^2,$$

где N - размер выборки,

а

$$\sum_{s=0}^m (C_m^s)^2 = C_{2m}^m = \frac{(2m)!}{(m!)^2}$$

При этом та степень конечных разностей, при которых b^2 минимальна, определит искомую степень полинома.

Используя конечные разности можно, кроме того, проводить отбраковку единичных сбойных вычислений (измерений). Отбраковку рекомендуется проводить после определения степени аппроксимирующего полинома.

Исследования различных КА показали, что кривую видимого движения КА относительно КС при углах ДНА $\sim 10^\circ$ можно аппроксимировать полиномом с $n \leq 2$.

Рассмотрим теперь задачу о видимости КО с данной системы, состоящей из m КС. Пусть функция видимости КО с ℓ -той КС имеет вид $F_\ell(E) \geq 0$, тогда функцию видимости системы мы запишем в виде:

$$\Phi(E) = \max_{1 \leq \ell \leq m} F_\ell(E) \geq 0 \quad (7)$$

Таким образом, задача об определении условий видимости К0 свелась к отысканию корней функции $\Phi(E)$. Отметим, что $\Phi(E)$ имеет значительно более сложный вид чем $F_\ell(E)$.

Пример такой функции при $n = 6$ приведен на рис.3. При этом нам не только неизвестны приближения корней c_i но и их число.

Конечно, корни могут быть найдены методом случайного поиска, но это, как правило, приводит к очень большим затратам машинного времени и, кроме того, нет никакой гарантии, что при этом будут найдены все корни. Можно предложить вероятностно-детерминированный алгоритм отделения и вычисления всех корней уравнения (7) на заданном интервале. Сущность этого алгоритма сводится к следующему:

1. Разыгрывается начальное приближение $\tilde{E}_i$ для корней уравнения (7), при этом предполагается, что $\tilde{E}_i$ — равномерно распределенная на заданном интервале величина.

2. По теореме Л.В.Канторовича [5] проверяется, удовлетворяет ли $\tilde{E}_i$ условиям сходимости итерационного процесса

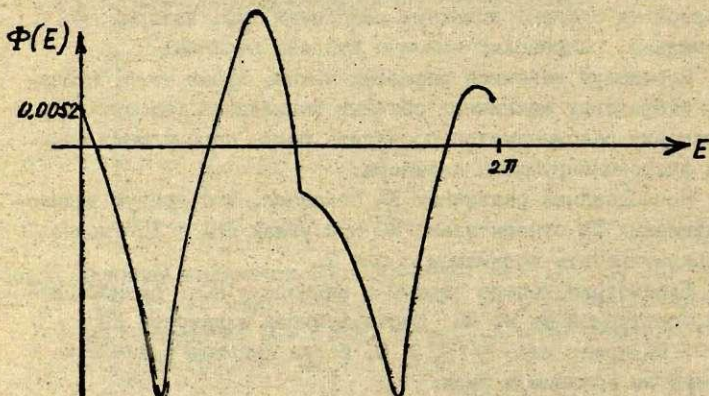


Рис.3. Функция видимости К0 (Элементы: $a = 1.5R_0$, $\epsilon = 0.1$, $i = 30^\circ$, $\rho = 45^\circ$, $\omega = 60^\circ$, $M_0 = 0$) с системы 12 КА (элементы: $a = 4.164R_0$, $\epsilon = 0$, $i = 63^\circ 4'$, $\rho = 60^\circ$, $\omega_0 = 60^\circ$, $\ell = 1 + 6$, $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 15^\circ$, $\mu = 0^\circ$)

Ньютона к некоторому корню уравнения (7). Если $\tilde{E}_i$ не удовлетворяет этим условиям, то переходим к п.1; если же удовлетворяет, то в соответствии с теоремой определяем радиус R_i интервала с центром в точке E_i , где имеется единственное решение (7). В дальнейшем этот интервал, являющийся частью заданного интервала, исключаем из рассмотрения.

3. Розыгрыш продолжается до тех пор, пока не будут найдены все корни. Условием окончания розыгрыша служит условие покрытия найденными интервалами всего интервала поиска.

4. По найденным приближениям и заданной точности ϵ находим корни. Применение предложенной методики для системы, функция видимости которой изображена на рис.3., дало следующие результаты:

Начальные приближения корней	Радиусы интервала единственности	Корни
0.2645	0.2954	0.1343
1.5118	0.7116	1.7248
3.0502	0.5221	3.2572
5.7812	0.8611	5.5476

Число реализаций при этом оказалось равным 48.

В заключение отметим, что предложенная методика является эффективной для изучения условий видимости объектов в поле зрения очень сложных систем КС. При этом влияние различных случайных факторов на условия видимости (задача актуальная особенно для КС с узкой диаграммой направленности) может быть исследована аналогично [4].

Библиографический список

1. Эскобал П. Методы астродинамики. М., 1971.
2. Эскобал П. Методы определения орбит. М. 1970.

3. Караульный И.К., Эвентаве Ю.М. Определение моментов времени прохождения искусственного спутника Земли через зону видимости потребителя с использованием метода Л.В.Канторовича // Вопросы радиоэлектроники, 1985, Вып.3.
4. Беллев С.Н., Дегтярев В.Г., Эвентаве Ю.М. Влияние случайных ошибок вывода космического аппарата на вероятность его обнаружения в момент восхода // Анализ движения тел солнечной системы и их наблюдений. Рига, 1985.
5. Канторович Л.В. Функциональный анализ и прикладная математика УМН. 1948. Т.3. Вып.6(28).
6. Хемминг Р.Б. Численные методы. М. 1972.
7. Иванкин Р.И. и др. Оценка математического схождения темнового тока в приборах с переносом заряда // Техника средств связи. Сер. Техника телевидения. 1988. Вып.2.

Р е з ю м е

В.Г.Дегтярев

С.Н.Беллев

Ю.М.Эвентаве

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ВИДИМОСТИ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА В ПОЛЕ ЗРЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ И ИХ СИСТЕМ

Выводится уравнение, решения которого дают условие входа-выхода космического объекта (КО) в поле зрения космической станции (КС) при ограниченной зоне видимости.

Показано, что полученное уравнение легко обобщается на случай наблюдения КО с системы КС. Для решения получаемого трансцендентного уравнения предлагается вероятностно-детерминированный метод отыскания всех корней на заданном интервале времени без традиционного поиска начальных приближений, который оказывается эффективным для больших систем КС.

K o p s a v i l k u m s

V.Degtjarevs

S.Belajevs

J.Eventave

KOSMISKĀ OBJEKTA REDZAMĪBAS NOSACĪJUMU NOTEIKŠANA KOSMISKO STACIJU UN TO SISTĒMU REDZAMĪBAS LAUKĀ

Izvests vienādojums, kura atrisinājumi dod kosmiskā objekta (KO) ieejas-izejas nosacījumus kosmiskās stacijas (KS) redzamības laukā (ar ierobežotu redzamības zonu). Parādīts, ka iegūto vienādojumu var vispārināt uz KO novērojumiem KS sistēmai. Izvestā transcendentā vienādojuma atrisināšanai pielietota varbūtiski-determinēta visu sakņu atrašanas metode uzdotajā laika intervālā bez tradicionālās sākuma tuvinājuma meklēšanas. Metode ir efektīva lielām KS sistēmām.

S u m m a r y

V.Degtjarev

S.Beljaev

Y.Eventave

DETERMINATION OF VISIBILITY CONDITIONS OF A COSMIC OBJECT FROM SPACE STATIONS OR SYSTEMS

An equation has been deduced, whose solution shows conditions of entry and exit of a cosmic object in the field of view of a space station having a limited visibility zone. It is shown that the obtained equation can be easily generalized for observations from space station systems. For solution of the obtained transcendent equation a probability-determined method of finding all roots at a given time interval has been proposed, without searching of traditional initial approximations. The described method is effective for large space systems.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.24

В. А. Шефер
НИИ ГММ при ТГУ

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ
И УРАВНЕНИЙ В ВАРИАЦИЯХ В KS - ПЕРЕМЕННЫХ

Введение

В работах [1-4] рассматривается вопрос об эффективности применения регуляризирующего и стабилизирующего преобразования Кустаанкеймо-Штифеля (KS - преобразование) в задаче исследования движения особых малых планет и комет. В качестве основной модели движения принята возмущенная задача двух тел. Уравнения в вариациях KS - переменных выводятся на основании регуляризованных и стабилизированных уравнений движения [3].

Задача построения теорий движения небесных тел, удовлетворяющих с высокой степенью точности современным наблюдениям, требует не только полноты учета сил в выбранной модели движения, но и выбора эффективного способа решения соответствующей системы дифференциальных уравнений. В качестве метода численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, принятых нами для исследования движения малых тел [3], выбирается неявный одношаговый алгоритм, предложенный Э.Зверхартом [5]. Этот метод зарекомендовал себя в целом ряде работ как один из наиболее эффективных современных методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, применяемых в задачах небесной механики.

В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с машинной реализацией алгоритма численного интегрирования

уравнений движения и уравнений в вариациях в KS - переменных. При этом учитываются особенности задачи улучшения орбит небесных тел, возникающие в связи с необходимостью обработки больших рядов наблюдений, и специфика ЭВМ БЭСМ-6. Для уменьшения погрешностей округления в алгоритм численного интегрирования вводится нормализация уравнений движения и уравнений в вариациях. Эффективность разработанных алгоритмов и программ исследуется на примерах движения ряда особых малых планет и комет.

Особенности реализации алгоритма численного интегрирования

Нами выбран метод Эверхарта одиннадцатого порядка в варианте с одинарной точностью ЭВМ БЭСМ-6. Выбор более высокого порядка интегрирования не дает существенного повышения точности вычислений, поскольку растет влияние ошибок округления. С целью сокращения вычислений и повышения точности интегрирования значения ряда параметров были вычислены нами предварительно с двойной точностью и введены в виде констант в программу.

Эффективность процесса численного интегрирования во многом зависит от того, насколько удачно осуществлен выбор начального шага. Э.Эверхартом [5] в качестве такого шага предложена некоторая величина, полученная путем экспериментальных расчетов. Для метода интегрирования одиннадцатого порядка она задается формулой

$$T_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{-0.46\epsilon} \quad (1)$$

где ϵ - параметр, контролирующий величину шага. Выбор начального шага интегрирования по формуле (1) является подходящим для класса нежестких дифференциальных уравнений, когда входящие в них величины выражены в безразмерных единицах типа канонических. Примером таких дифференциальных уравнений могут служить нормализованные уравнения движения задачи двух тел в KS - переменных, описываемые нами в

разделе 3. В общем же случае размер начального шага необходимо подбирать экспериментально для каждой решаемой задачи.

Для нахождения начального шага интегрирования может быть использована описанная ниже последовательность вычислений. Пусть T_n - начальный шаг интегрирования, заданный, например, по формуле (I). Проводя вычисления по процедуре метода Эверхарта на начальном этапе, находим новый шаг интегрирования T^* . Если T^* по абсолютной величине окажется не больше, чем T_n , то T_n переопределяем по формуле $T_n = 0.8 T^*$ и повторяем процесс вычислений сначала. В том случае, если T^* по абсолютной величине окажется больше, чем $1.5 T_n$, то задаем $T_n = 1.5 T^*$ и также проводим вычисления сначала. Искомый шаг считается найденным, если выполняется условие

$$T_n < T^* \leq 1.5 T_n .$$

При численном интегрировании уравнений движения и уравнений в вариациях в регуляризированной форме возникает задача получения решения на такой момент фиктивного времени $S = S^*$, который бы соответствовал некоторому заданному моменту физического времени t^* , совпадающему, например, с моментом наблюдения. Дифференциальное соотношение [4]

$$dt = \mu ds, \quad \mu \geq 0$$

в общем случае не дает возможность получить явную зависимость между временем t и новой независимой переменной S , поэтому для нахождения значения $S = S^*$ необходимо применить специальную численную процедуру согласования времени. Существует несколько способов решения этой задачи [6]. Наиболее удобным из них следует считать способ последовательных приближений. Нами выбран метод итераций Ньютона [7].

С задачей о согласовании времени тесно связан такой вопрос, как определение начального шага интегрирования $\Delta S = \Delta S_0$ по переменной S , если задан начальный шаг Δt_0 по физическому времени t . Уравнение для определения искомого шага ΔS_0 мы получим, если воспользуемся представлени-

ем функции t в виде ряда по степеням независимой переменной S в окрестности точки $S = S_0$.

$$t_0 + \Delta t_0 = t_0 + \mu_0 \Delta S_0 + \dots$$

Отсюда можно принять, например,

$$\Delta S'_0 = \frac{\Delta t_0}{\mu_0},$$

где $\Delta S'_0$ - начальное приближение к искомому шагу ΔS_0 .

Для дальнейшего его уточнения можно применить метод итераций Ньютона или описанную выше процедуру выбора начального шага интегрирования.

Учитывая, что аналитическое регулирование шага приводит к постоянному шагу по независимой переменной S , на практике для определения шага $\Delta S = \Delta S_0$ в большинстве случаев достаточно использовать заранее вычисленные средние значения Δt_{cp} и μ_{cp} , характерные для всей орбиты исследуемого тела или определенного ее участка. Например, пусть новая независимая переменная S введена с помощью преобразования Сундмана $dt = R dS$ (R - расстояние между сближающимися телами). Тогда в случае эллиптической орбиты достаточно хорошую оценку для шага $\Delta S = \Delta S_0$ можно получить на основании формулы

$$\Delta S_0 = \frac{\Delta t_{cp}}{a},$$

где a - большая полуось орбиты.

При решении практических задач небесной механики очень часто возникает необходимость вычисления параметров движения небесных тел и некоторых других величин в заранее заданные моменты времени по всему интервалу интегрирования. В задаче улучшения орбит небесных тел число таких моментов определяется количеством включенных в обработку наблюдений и может быть достаточно велико. В этом случае процесс численного интегрирования желательно строить так, чтобы выбор шага интегрирования, осуществляемый из условия достижения наилучшей точности и быстродействия, не зависал от расположения заданных моментов времени. В разработанной нами прог-

рамме используется методика получения параметров движения малого тела и частных производных от текущих параметров движения по их начальным значениям на заранее заданные моменты времени без привлечения какой-либо специальной процедуры интерполяции. Необходимые результаты получаются непосредственно по формулам интегрирования метода Эверхарта без дополнительных обращений к подпрограмме вычисления правых частей решаемых дифференциальных уравнений. Такая методика позволяет значительно сократить затраты машинного времени при обработке больших рядов наблюдений в процессе улучшения параметров движения небесных тел.

Нормализация уравнений движения и уравнений в вариациях

В практических задачах небесной механики физическое время t обычно выражается в стандартных единицах, таких, как секунда или сутки. При численных расчетах на ЭВМ удобно выразить скорости и ускорения в нормализованном виде, соответствующем так называемому каноническому времени, которое выражено в специальных единицах. Обозначим каноническое время символом ξ .

Рассмотрим уравнения движения возмущенной задачи двух тел в прямоугольных координатах [3, система I.]. Пусть $\bar{q}_0$ и $\bar{p}_0$ есть векторы положения и скорости малого тела на момент времени $t = t_0$. Для сокращения записи обозначим правые части уравнений движения, которые представляют собой векторы скорости и ускорения, соответственно через $\bar{f}_1$ и $\bar{f}_2$. Тогда уравнения движения можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{q}_k}{d\xi} &= \frac{1}{|\bar{p}_0|} \cdot \bar{f}_1, \\ \frac{d\bar{p}_k}{d\xi} &= \frac{|\bar{q}_0|}{|\bar{p}_0|^2} \cdot \bar{f}_2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь каноническое время ξ определяется по формуле

$$\xi = \frac{|\bar{p}_0|}{|\bar{q}_0|} \cdot (t - t_0) , \quad (3)$$

а векторы нормализованных переменных $\bar{q}_\xi$ и $\bar{p}_\xi$ выражаются через исходные переменные посредством соотношений

$$\bar{q}_\xi = \bar{q} / |\bar{q}_0| , \quad \bar{p}_\xi = \bar{p} / |\bar{p}_0| . \quad (4)$$

Таким образом, при $t = t_0$ векторы $\bar{q}_\xi$ и $\bar{p}_\xi$ являются единичными. Данную процедуру нормализации правых частей уравнений движения в прямоугольных координатах можно применять на каждом шаге интегрирования, принимая за момент $t = t_0$ начало текущего шага. При таком выборе единиц и отсутствии возмущений единице расстояния соответствуют единичные круговая скорость и ускорение. Важным свойством канонических единиц является то, что выраженные в них величины имеют примерно один порядок. Это позволяет существенно уменьшить ошибки вычисления разделенных разностей в методе Эверхарта. Переход к искомым параметрам движения, выраженным в исходных единицах измерения, также как и переход к реальному шагу интегрирования, осуществляется посредством обращения формул (3) и (4).

Обратимся к уравнениям в вариациях прямоугольных координат [3], система 4. Обозначим правые части этих уравнений, которые представляют собой прямоугольные матрицы размерности 3×6 , соответственно через q_1 и q_2 . Тогда систему нормализованных уравнений в вариациях можно представить в форме

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}_0} \right)_\xi &= \frac{1}{|\bar{p}_0|} \cdot q_1^* , \\ \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_0} \right)_\xi &= \frac{|\bar{q}_0|}{|\bar{p}_0|^2} \cdot q_2^* . \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Здесь матрицы q_1^* и q_2^* имеют такой же вид, как и соответствующие им матрицы q_1 и q_2 , но в отличие от последних определяются на основе переменных $\left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}_0} \right)^*$. Эти переменные

выражаются через исходные частные производные следующим образом:

$$\left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{q}_e}\right)^* = |\bar{q}_e| \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{q}_e}, \quad \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{p}_e}\right)^* = |\bar{p}_e| \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{p}_e}.$$

Начальные условия системы (5) образуют единичную матрицу шестого порядка

$$\left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}_e}\right)_\xi = E_6 \quad \text{при} \quad t = t_0.$$

Используя мультипликативное свойство матрицанта, запишем формулу перехода от нормализованных переменных $\left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}_e}\right)_\xi$ к исходным частным производным в виде матричного уравнения

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}_e} = d(\xi) \cdot \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}_e}\right)_{t_0}; \quad (6)$$

где

$$d(\xi) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{q}_e}\right)_\xi & \frac{|\bar{p}_e|}{|\bar{q}_e|} \cdot \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{p}_e}\right)_\xi \\ \frac{|\bar{q}_e|}{|\bar{p}_e|} \cdot \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{q}_e}\right)_\xi & \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{p}_e}\right)_\xi \end{bmatrix}$$

Данная процедура нормализации уравнений в вариациях прямоугольных координат может осуществляться совместно с нормализацией уравнений движения на каждом шаге интегрирования. При этом нормализованные переменные будут численно однородными.

Рассмотрим уравнения движения возмущенной задачи двух тел в регуляризированной и стабилизированной формах 3, система 3. Обозначим правые части этих уравнений соответственно через $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, F_3 и F_4 . Пусть $\bar{q}_e$, $\bar{p}_e$, h_e и t_0 есть регуляризирующие параметры на момент фиктивного времени $\tau = \tau_0$. Тогда нормализация уравнений движения в KS-переменных дает систему дифференциальных уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{Q}_\xi}{d\xi} &= \frac{4}{|\bar{P}_0|} \bar{F}_1, \\ \frac{d\bar{P}_\xi}{d\xi} &= \frac{4|\bar{Q}_0|}{|\bar{P}_0|^2} \bar{F}_2, \\ \frac{dh_\xi}{d\xi} &= \frac{4|\bar{Q}_0|}{h_0|\bar{P}_0|} F_3, \\ \frac{dt_\xi}{d\xi} &= \frac{1}{|\bar{Q}_0|^2} F_4. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Каноническое время ξ теперь определяется по формуле

$$\xi = \frac{|\bar{P}_0|}{4|\bar{Q}_0|} (\tau - \tau_0), \quad (8)$$

а нормализованные параметры $\bar{Q}_\xi$, $\bar{P}_\xi$, h_ξ и t_ξ выражаются через исходные с помощью соотношений

$$\begin{aligned} \bar{Q}_\xi &= \bar{Q}/|\bar{Q}_0|, & \bar{P}_\xi &= \bar{P}/|\bar{P}_0|, \\ h_\xi &= h/h_0, & t_\xi &= \frac{|\bar{P}_0|}{4|\bar{Q}_0|^3} t. \end{aligned} \quad (9)$$

Отсюда видно, что при $\tau = \tau_0$ нормализованные векторы $\bar{Q}_\xi$ и $\bar{P}_\xi$ являются единичными, а $h_\xi = 1$. Если применять такую процедуру нормализации правых частей уравнений движения в KS -переменных на каждом шаге интегрирования, принимая за момент $\tau = \tau_0$ начало текущего шага, то выраженные в канонических единицах переменные будут иметь примерно один порядок. Переход к исходным регуляризирующим параметрам, также как и переход к шагу интегрирования по фиктивному времени τ , осуществляется с помощью преобразований, обратных преобразованиям (8) и (9).

Проведем теперь нормализацию уравнений в вариациях в регуляризированной и стабилизированной форме ([3], система (5)). Обозначим правые части этих уравнений соответственно через G_1 , G_2 , G_3 и G_4 , где G_1 и G_2 есть прямоугольные матрицы размерности 4×10 , а G_3 и G_4 - матрицы-строки,

состоящие из 10 компонент. Нормализованную систему уравнений в вариациях в этом случае можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\xi} &= \frac{4}{|\bar{P}_0|} G_1^* , \\ \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\xi} &= \frac{4|\bar{Q}_0|}{|\bar{P}_0|^2} G_2^* , \\ \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\xi} &= \frac{4|\bar{Q}_0|}{h_0 |\bar{P}_0|} G_3^* , \\ \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \bar{t}}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\xi} &= \frac{1}{|\bar{Q}_0|^2} G_4^* . \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Матрицы G_1^* , G_2^* , G_3^* и G_4^* имеют такой же вид, как и соответствующие им матрицы G_1 , G_2 , G_3 и G_4 , но в отличие от последних определяются на основе переменных $\left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{X}_0} \right)^*$. Эти переменные выражаются через исходные частные производные посредством соотношений

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{Q}_0} \right)^* &= |\bar{Q}_0| \frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{Q}_0} , & \left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{P}_0} \right)^* &= |\bar{P}_0| \frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{P}_0} , \\ \left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial h_0} \right)^* &= h_0 \frac{\partial \bar{X}}{\partial h_0} , & \left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial t_0} \right)^* &= \frac{4|\bar{Q}_0|^3}{|\bar{P}_0|} \frac{\partial \bar{X}}{\partial t_0} . \end{aligned}$$

Начальные условия системы (10) образуют единичную матрицу десятого порядка

$$\left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\xi} = E_{10} \quad \text{при} \quad \tau = \tau_0 .$$

Используя мультипликативное свойства матрицанта, получим матричное уравнение для перехода от нормализованных переменных $\left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\xi}$ к исходным частным производным

$$\frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{X}_0} = D(\xi) \left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\tau_0}, \quad (\text{II})$$

где

$$D(\xi) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \bar{Q}_0} \right)_{\xi} & \frac{|\bar{P}_0|}{|\bar{Q}_0|} \left(\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \bar{P}_0} \right)_{\xi} & \frac{h_0}{|\bar{Q}_0|} \left(\frac{\partial \bar{Q}}{\partial h_0} \right)_{\xi} & \frac{\tau_0}{|\bar{Q}_0|} \left(\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t_0} \right)_{\xi} \\ \frac{|\bar{Q}_0|}{|\bar{P}_0|} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{Q}_0} \right)_{\xi} & \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{P}_0} \right)_{\xi} & \frac{h_0}{|\bar{P}_0|} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial h_0} \right)_{\xi} & \frac{\tau_0}{|\bar{P}_0|} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial t_0} \right)_{\xi} \\ \frac{|\bar{Q}_0|}{h_0} \left(\frac{\partial h}{\partial \bar{Q}_0} \right)_{\xi} & \frac{|\bar{P}_0|}{h_0} \left(\frac{\partial h}{\partial \bar{P}_0} \right)_{\xi} & \left(\frac{\partial h}{\partial h_0} \right)_{\xi} & \frac{\tau_0}{h_0} \left(\frac{\partial h}{\partial t_0} \right)_{\xi} \\ \frac{|\bar{Q}_0|}{\tau_0} \left(\frac{\partial t}{\partial \bar{Q}_0} \right)_{\xi} & \frac{|\bar{P}_0|}{\tau_0} \left(\frac{\partial t}{\partial \bar{P}_0} \right)_{\xi} & \frac{h_0}{\tau_0} \left(\frac{\partial t}{\partial h_0} \right)_{\xi} & \left(\frac{\partial t}{\partial t_0} \right)_{\xi} \end{bmatrix},$$

$$\tau_0 = \frac{4 |\bar{Q}_0|^3}{|\bar{P}_0|}.$$

Такая процедура нормализации уравнений в вариациях KS - переменных проводится совместно с нормализацией регуляризованных и стабилизированных уравнений движения на каждом шаге интегрирования.

В большинстве случаев на практике нет необходимости перепределять нормализующие параметры $|\bar{Q}_0|$, $|\bar{P}_0|$, $|\bar{Q}_0|$, $|\bar{P}_0|$ и h_0 на каждом шаге интегрирования, если заранее известны соответствующие средние величины, характерные для всей орбиты или определенного ее участка. Например, в случае эллиптической орбиты в качестве нормализующих параметров в прямоугольной системе координат могут быть приняты

$$|\bar{Q}_0| = a, \quad |\bar{P}_0| = a n,$$

где a - большая полуось орбиты, n - среднее движение. Отсюда каноническое время ξ на основании формулы (3) при-

мет простой вид

$$\xi = n(t - t_0) .$$

Каноническая единица времени при этом совпадает численно с радианом. В случае параметрических переменных нормализующие величины могут быть выбраны, учитывая свойства KS - преобразования, следующим образом:

$$|\bar{q}_0| = a^{\frac{1}{2}} , \quad |\bar{p}_0| = 2na^{\frac{1}{2}} , \quad h_0 = -\frac{1}{2} n^2 a^2 .$$

Каноническое время ξ на основании формулы (8) запишется в виде

$$\xi = \frac{na}{2} (\tau - \tau_0) .$$

Следует отметить, что при использовании изложенных процедур нормализации уравнений движения и уравнений в вариациях нормализующие параметры должны быть конечны и отличны от нуля.

Численный эксперимент

Программная реализация разработанных алгоритмов численного интегрирования была осуществлена на языке ФОРТРАН в рамках одинарной точности ЭВМ БЭСМ-6. Наименования программ и их назначение описываются в работе [4]. В этой же работе можно найти данные об особых малых планетах Икар и Географ, а также кометах Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3, выбранных здесь в качестве объектов численного эксперимента. Поэтому перейдем сразу же к описанию результатов.

В табл. I даны характеристики эффективности численного интегрирования уравнений движения указанных малых тел с учетом возмущений от всех девяти больших планет с использованием описанной в предыдущем разделе процедуры нормализации уравнений. Будем придерживаться тех же обозначений, что и в работе [4]: NF - число обращений к подпрограмме вычисления правых частей интегрируемых дифференциальных уравнений Δq (а.е.) и Δp (а.е./д) характеризуют ошибки в векторах положения и скорости объекта, получаемые сравнением прямого и

обратного интегрирования, T - время счета на ЭЕМ в секундах. В скобках указаны интервалы интегрирования в эфемеридных сутках. Для особых малых планет эти интервалы охватывают десять оборотов вокруг Солнца, а для комет - два оборота. Интегрирование регуляризованных уравнений движения выполнялось с помощью программ *CR* и *CRP* [4]. Интегрирование ньютоновских уравнений движения с помощью программ *NW* и *NWP* [4] проводилось в целях сравнения. Программы *CR* и *NW* предназначены для численного интегрирования в гелиоцентрической системе координат. Программы *CRP* и *NWP* позволяют вести численное интегрирование в зонах тесных сближений малых тел с большими планетами путем перехода к соответствующей планетоцентрической системе координат. Сопоставление результатов, приведенных в табл. 1 и табл. 6 (см. [4]), показывает, что наряду с увеличением точности интегрирования использование нормализованных уравнений движения приводит также к уменьшению числа обращений к подпрограмме вычисления правых частей уравнений. Это уменьшение особенно заметно на примере интегрирования нормализованных уравнений движения малых планет. Несмотря на некоторое увеличение времени счета в случае интегрирования нормализованных уравнений движения комет, в целом использование процедуры нормализации уравнений движения повышает эффективность процесса численного интегрирования.

Теперь рассмотрим результаты совместного численного интегрирования уравнений движения Икара и кометы Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и соответствующих уравнений в вариациях с учетом возмущений от девяти больших планет (табл. 2). Здесь $\Delta\{\partial\bar{q}/\partial\bar{q}_0\}$ и $\Delta\{\partial\bar{q}/\partial\bar{p}_0\}$ есть максимальные по абсолютной величине оценки ошибок в вычислении частных производных. Интервалы интегрирования охватывают два оборота малых тел вокруг Солнца. Символ N , стоящий в табл. 2 после названия программы, означает, что в данном случае в программе интегрирования применялась процедура нормализации уравнений движения и уравнений в вариациях. Сравнивая приведенные в табл. 2 характеристики численного интегрирования с ранее полученными (табл. 1 и табл. 6 см. [4]), мы видим, что присоединение уравнений в вариациях к уравнениям движения Икара

Таблица I

Характеристики эффективности работы программы при интегрировании уравнений движения особых малых планет Икар и Географ, а также комет Хонды-Мркоса-Пайдушаковой и Герельса 3 с использованием процедуры нормализации уравнений

Название объекта	Программа	ε	NF	Δq	Δp	T
Икар (4088 эф. суток)	NW	10^{-7}	7660	$1.5 \cdot 10^{-8}$	$2.0 \cdot 10^{-10}$	194
	CR	10^{-8}	3110	$1.0 \cdot 10^{-9}$	$9.7 \cdot 10^{-12}$	94
Географ (5068 эф. суток)	NW	10^{-7}	4710	$7.6 \cdot 10^{-9}$	$9.0 \cdot 10^{-11}$	119
	CR	10^{-8}	2950	$2.8 \cdot 10^{-9}$	$3.4 \cdot 10^{-11}$	86
Комета Хонды-Мркоса- Пайдушаковой (4000 эф. суток)	NW/P	10^{-8}	3580	$2.2 \cdot 10^{-8}$	$4.0 \cdot 10^{-10}$	95
	CRP	10^{-7}	3100	$2.4 \cdot 10^{-9}$	$5.0 \cdot 10^{-11}$	100
Комета Герельса 3 (10480 эф. суток)	NW/P	10^{-8}	12300	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$3.9 \cdot 10^{-10}$	315
	CRP	10^{-7}	5870	$8.7 \cdot 10^{-8}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$	206

Таблица 2

Оценка эффективности работы программ при совместном численном интегрировании уравнений движения особой малой планеты Икар и кометы Хонды-Мрнос-Пайдушаковой и соответствующих уравнений в вариациях

Название объекта	Программа	ε	NF	Δq	Δp	$\Delta \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{q}_*} \right)$	$\Delta \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{p}_*} \right)$	T
Икар (818 эф. суток)	NW	10^{-4}	2341	$1.3 \cdot 10^{-9}$	$1.5 \cdot 10^{-11}$	$9.6 \cdot 10^{-9}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$	145
	NW _N	10^{-5}	1610	$1.3 \cdot 10^{-9}$	$1.6 \cdot 10^{-11}$	$6.9 \cdot 10^{-9}$	$5.6 \cdot 10^{-7}$	94
	CR	10^{-8}	956	$1.3 \cdot 10^{-10}$	$1.0 \cdot 10^{-12}$	$3.5 \cdot 10^{-10}$	$5.4 \cdot 10^{-8}$	118
	CR _N	10^{-7}	717	$6.7 \cdot 10^{-11}$	$8.4 \cdot 10^{-13}$	$2.1 \cdot 10^{-10}$	$1.6 \cdot 10^{-8}$	90
Комета Хонды-Мрнос- Пайдушаковой (4000 эф. суток)	NWP	10^{-4}	6820	$5.3 \cdot 10^{-8}$	$1.0 \cdot 10^{-9}$	$2.5 \cdot 10^{-6}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$	397
	NWP _N	10^{-5}	5300	$4.7 \cdot 10^{-8}$	$8.3 \cdot 10^{-10}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$5.4 \cdot 10^{-4}$	330
	CRP	10^{-6}	4180	$4.3 \cdot 10^{-9}$	$9.1 \cdot 10^{-11}$	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	506
	CRP _N	10^{-5}	3090	$3.7 \cdot 10^{-9}$	$7.6 \cdot 10^{-11}$	$2.3 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	391

практически не потребовало дополнительных обращений к подпрограмме вычисления правых частей этих уравнений, а увеличение времени счета связано только с возросшим порядком интегрируемой системы. Для кометы Хонды-Мркоса-Пайдтшаковой присоединение уравнений в вариациях привело во всех программах, за исключением программы CRP_n , к дополнительным перевычислениям функций правых частей системы уравнений. Использование программ CR_n и CRP_n в рассматриваемых примерах выгодно отличается от других. Самая высокая точность в данном случае сочетается с минимальным количеством обращений к подпрограмме вычисления правых частей дифференциальных уравнений. Увеличение порядка системы уравнений за счет присоединения уравнений в вариациях практически не влияет на точность интегрирования уравнений движения. Преимущество регуляризованных и стабилизированных уравнений перед ньютоновскими по точности по-прежнему сохраняется. Затраты машинного времени при этом оказываются сравнимыми по величине, что связано с относительно высоким порядком системы регуляризованных и стабилизированных уравнений движения и уравнений в вариациях.

Таким образом, применение уравнений движения в параметрических переменных Кустаанхеймо-Штифеля и соответствующих уравнений в вариациях является высокоэффективным средством повышения точности и быстродействия расчетов на ЭВМ и задачи исследования движения особых малых планет и комет. Важную роль повышению эффективности процесса численного интегрирования играет процедура нормализации уравнений движения и уравнений в вариациях.

Библиографический список

1. Шефер В.А. Исследование движения особой малой планеты Икар. // Бюл. МТА АН СССР. 1984. Т.15. № 6. С.347-349.
2. Шефер В.А. Сравнительная эффективность численных алгоритмов, основанных на KS - регуляризации уравнений движения комет. //Астрономия и геодезия. Томск, 1985. Вып. 14. С.77-87.

3. Шефер В.А. Дифференциальные уравнения в вариациях, основанные на уравнениях движения возмущенной задачи двух тел в регуляризированной форме //Астрономия и геодезия. Томск, 1985. Вып.13. С.59-69.
4. Шефер В.А. Влияние временных преобразований на эффективность численного интегрирования регуляризированных уравнений движения //Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения. Рига, 1986. С.103-125.
5. Everhart E. An efficient integrator of very high order and accuracy with appendix listing of RADAU. Denver, 1974. P.20.
6. Бордовицина Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики. М., 1984.
7. Мячин В.Ф. Регуляризация двойных соударений в задаче тел и ее применение к численному интегрированию уравнений небесной механики. II //Бюл. ИТА АН СССР. 1975. Т.13 № 10. С.636-651.

Р е з ю м е

В.А.Шефер

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ И
УРАВНЕНИЙ В ВАРИАЦИЯХ В KS-ПЕРЕМЕННЫХ

Рассматриваются вопросы, связанные с машинной реализацией алгоритма численного интегрирования уравнений движения и уравнений в вариациях в KS-переменных. Учитываются особенности задачи улучшения орбит небесных тел, возникающие в связи с необходимостью обработки большого числа наблюдений и спецификой ЭВМ БЭСМ-6. Эффективность алгоритмов и программ демонстрируется на примере движения ряда особых малых планет и комет.

K o p s a v i l k u m s

V.Šefers

KUSTĪBAS VIENĀDOJUMU UN VIENĀDOJUMU KS-MAINĪGO VARIĀCIJĀS SKAITLISKĀ INTEGRĒŠANA

Aplūkoti jautājumi, kas saistīti ar kustības vienādojumu un vienādojumu KS-mainīgo variācijās skaitliskās integrēšanas algoritma realizāciju. Ņemtas vērā uzdevuma īpatnības, kas rodas debess ķermeņu orbītas elementu uzlabošanā pēc liela novērojumu skaita, kā arī ievērojot BESM BESM-6 specifiku. Algoritmu un programmu efektivitāte tiek demonstrēta ar dažu īpašu mazo planētu un komētu kustību piemēriem.

S u m m a r y

V. Shefer

NUMERICAL INTEGRATION OF EQUATIONS OF THE MOTION AND EQUATIONS IN THE VARIATIONS OF KS-VARIABLES

This paper deals with questions connected with machine computing of algorithm of numerical integration of equations of motion and equations in the variations of KS-variables. Peculiarities of the problem arising at orbit improvement of celestial bodies using a great number of observations and specifics of the computer BESM-6 have been taken in consideration. The effectivity of described algorithms and programs have been demonstrated using some examples of motion of peculiar minor planets and comets.

○

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.7

В. В. Емельяненко
Челябинский политех-
нический институт

ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕЗОНАНСНОГО ДВИЖЕНИЯ КОМЕТ
И МЕТЕОРНЫХ РОЕВ

В последнее время обнаружено много комет, движущихся вблизи соизмеримости их периодов обращения с периодом Юпитера [1, 2, 3]. Резонансы фиксировались также и в работах по моделированию движения гипотетических комет [4, 5]. Несомненно, что и движение многих метеорных роев имеет резонансный характер, учитывая их связь с кометами.

Пусть объект с нулевой массой движется вблизи соизмеримости с Юпитером, то есть $n/n_{10} \approx j/j'$, где j и j' — взаимно простые целые числа, n — среднее суточное движение, индекс 10 везде относится к элементам орбиты Юпитера. Будем считать, что орбитой Юпитера является фиксированный эллипс. Обозначим $x_1 = \mu \sqrt{a}$, $x_2 = \mu \sqrt{p}$, $x_3 = \mu \sqrt{p} \cos i$, $y_1 = M$, $y_2 = \omega$, $y_3 = \Omega$ (канонические элементы Делоне), где μ — постоянная Гаусса, a — большая полуось, $p = a(1 - e^2)$, e — эксцентриситет, i — наклон к плоскости орбиты Юпитера, M — средняя аномалия, ω — аргумент перигелия, Ω — долгота восходящего узла орбиты объекта относительно орбиты Юпитера, отсчитываемая от перигелия Юпитера.

Возмущающая функция может быть представлена в виде

$$R = \frac{\mu^4}{2x_1^2} + \sum_{\ell, \ell', s, s'} A_{\ell, \ell', s, s'}(x_1, x_2, x_3) \cos(\ell y_1 + \ell' M_{10} + s y_2 - s' y_3),$$

где $\ell, \ell', s, s' \in Z$ [6]. Введем критический аргумент $D = j'y_1 - j'(M_{10} - y_2 - y_3)$ и усредним возмущающую функцию по y_1 на отрезке $[0, 2\pi j]$. Тогда получим

$$\bar{R} = \frac{\mathcal{M}^4}{2x_1^2} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{s'=-\infty}^{\infty} N_{s,s'}(x_1, x_2, x_3) \cos(sy_2 - s'y_3) + \quad (1)$$

$$+ \sum_{g=1}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{s'=-\infty}^{\infty} U_{g,s,s'}(x_1, x_2, x_3) \cos[gD + y_2(s - gj) - y_3(s' + gj)].$$

Будем считать, как обычно, что x_1 изменяется вблизи значения $\bar{x}_1$, соответствующего точной соизмеримости, и все коэффициенты $U_{g,s,s'}$ - малые величины [7, 8]:

$$|x_1 - \bar{x}_1| = O(\sqrt{\epsilon}), |U_{g,s,s'}| = O(\epsilon), \left| \frac{\partial N_{0,0}}{\partial x_1} \right| = O(\sqrt{\epsilon}),$$

где ϵ - малая величина. Разложим $\bar{R}$ вблизи x_1 в ряд с точностью до ϵ и рассмотрим уравнения для x_1 и D . Предположим, что все $N_{s,s'}$ (кроме случая $s = s' = 0$) - малые более высокого порядка, чем ϵ , то есть для изучаемого интервала времени изменения x_2 и x_3 незначительны. В y_2 и y_3 учтем вековые возмущения первого порядка: $y_2 + y_3 = \Pi_0 + \Pi_1 t$, где t - время, отсчитываемое от некоторого начального момента, $\Pi_1 = O(\sqrt{\epsilon})$. Тогда

$$\frac{dx_1}{dt} = -j' \sum_{g,s,s'} g U_{g,s,s'} \sin[gD + y_2(s - gj) - y_3(s' + gj)],$$

$$\frac{dD}{dt} = j\Pi_1 - j' \frac{\partial \mathcal{M}^4}{\partial x_1} (x_1 - \bar{x}_1) - j' \frac{\partial N_{0,0}}{\partial x_1} - \quad (2)$$

$$- j' \frac{\partial^2 N_{0,0}}{\partial x_1^2} (x_1 - \bar{x}_1).$$

Здесь все коэффициенты вычисляются при фиксированных $x_1 = \bar{x}_1$, $x_2 = x_2^0$, $x_3 = x_3^0$.

При учете только первой гармоники и пренебрежении зависимостью коэффициента при ней от y_2 и y_3 получим

уравнения
$$\frac{dx_i}{dt} = C \sin [D + f(y_2, y_3)],$$

$$\frac{dD}{dt} = B - A(x_i - \bar{x}_i),$$
 (3)

где A, B, C - постоянные ($A \geq 0, C \geq 0$),

$$A = j' \left(\frac{\partial^2 N_{00}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^4 N}{\partial x_i^4} \right),$$

$$B = j \pi_i - j' \frac{\partial N_{00}}{\partial x_i}.$$

Если можно представить с требуемой точностью

$$f(y_2, y_3) = -(D_0 + ht)$$

(D_0, h - постоянные), то из системы уравнений (3) следует уравнение простого маятника

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \vartheta^2 \sin \varphi = 0, \quad (4)$$

где $\varphi = D - D_0 - ht, \quad \vartheta = \sqrt{AC}$.

В области либрации

$$x_i = \bar{x}_i + \frac{B-h}{A} - \frac{2\vartheta K}{A} \operatorname{cn}[\vartheta(t-\tau), K], \quad (5)$$

$$\sin \frac{D - \bar{D} - h(t-\tau)}{2} = \kappa \operatorname{sn}[\vartheta(t-\tau), \kappa],$$

а в области циркуляции

$$x_i = \bar{x}_i + \frac{B-h}{A} - \frac{2\lambda}{A} \operatorname{dn}[\lambda(t-\tau), \frac{\vartheta}{\lambda}], \quad (6)$$

$$D = \bar{D} + h(t-\tau) + 2am[\lambda(t-\tau), \frac{\vartheta}{\lambda}],$$

τ, κ, λ - постоянные интегрирования, $\bar{D} = D_0 + h\tau$.

Для произвольных эксцентриситетов и наклонов, характерных для орбит комет и метеорных роев, оценка допущений, на основе которых получается уравнение (4), очень сложна. При изучении большого числа таких объектов приходится применять численные методы.

Мы провели исследования для многих резонансных комет и метеорных роев по методике, сходной с применяемой Шубартом для резонансных астероидов [9]. В уравнениях Ньютона для эллиптических элементов орбиты C_m осуществлялся переход от $M_{ю}$ к D и выполнялось усреднение правых частей $F_m(a, e, i, \omega, \Omega, M, D)$ по M на отрезке $[0, 2\pi j]$, так что уравнения приобретают вид

$$\frac{d\bar{C}_m}{dt} = \bar{F}_m \quad (m = 1, 2, \dots, 6), \quad (7)$$

где

$$\bar{F}_m = \frac{1}{2\pi j} \int_0^{2\pi j} F_m dM. \quad (8)$$

В системе (7) вместо M использовалась новая переменная

$$\sigma = M - \sum_{j=1}^j (M_{ю} - \omega - \Omega)$$

и угловые элементы относились к плоскости эклиптики.

При вычислении интеграла (8) отрезок $[0, 2\pi j]$ разбивался на части, для каждой из которых применялся метод трапеций с оценкой точности по формуле Рунге. Удобно перейти к эксцентрической аномалии E , используя соотношение

$$dM = (1 - e \cos E) dE.$$

При этом уравнение Кеплера приходится решать только при вычислении координат Юпитера. Орбита Юпитера определялась средними элементами для эпохи 1950.0: $M_{ю} = 302^\circ 9'$, $\omega_{ю} = 273^\circ 5'$, $\Omega_{ю} = 99^\circ 8'$, $i_{ю} = 1^\circ 3'$, $e_{ю} = 0.04827$, $a_{ю} = 5.20283$ а.е. [10].

Интегрирование системы уравнений (7) выполнялось численно методом Эверхарта [11]. Для пер начального выбора

необходимого порядка точности использовались интегралы усредненной ограниченной круговой задачи трех тел [12]. Шаг интегрирования составлял несколько лет вследствие отсутствия короткопериодических возмущений.

На рис. I приведены проекции решения на плоскость "D-a" для комет Понса-Брукса ($j/j' = 1:6$, $e = 0.95$, $i = 74^\circ$), Темпея-Тутля ($j/j' = 5:14$, $e = 0.90$, $i = 163^\circ$), Петерса-Хартли ($j/j' = 3:2$, $e = 0.60$, $i = 30^\circ$).

Большинство решений, проведенных для резонансных комет и метеорных роев, имеет вид аналогичный тому, что приведен на рис. I а для кометы Понса-Брукса. Большая полуось и критический аргумент колеблются с почти постоянной амплитудой. Иногда (особенно для резонансов высоких порядков) наблюдалось заметное движение центра либрации, как на рис. I б. Все эти случаи хорошо согласуются с уравнением (4).

Значительное отклонение от траекторий, описываемых выражениями (5) зафиксировано только для кометы Петерса-Хартли (рис. I "в"). Но в этом случае движение происходит при расстоянии между орбитами кометы и Юпитера, меньшем 0.5 а.е.

Были проведены сравнения решений усредненной задачи с численным интегрированием полных уравнений движения. Они подтвердили указанные закономерности для движений, происходящих глубоко в зоне либрации, на орбитах, удаленных от сферы действия Юпитера.

Таким образом, в большинстве случаев параметры уравнения (4) могут быть использованы как численные характеристики резонансных движений комет и метеорных роев.

Проводя решение усредненной задачи для объекта, движущегося глубоко в зоне либрации, можно оценить эти характеристики по формулам

$$x_i^* = \frac{x_i^{\max} + x_i^{\min}}{2}, \quad h = \frac{D(t_0 + T) - D(t_0)}{T}, \quad (9)$$

$$\alpha = \left| \frac{D(t_0 + T) + D(t_0) - 2D(t_0 + T/2)}{4} \right|,$$

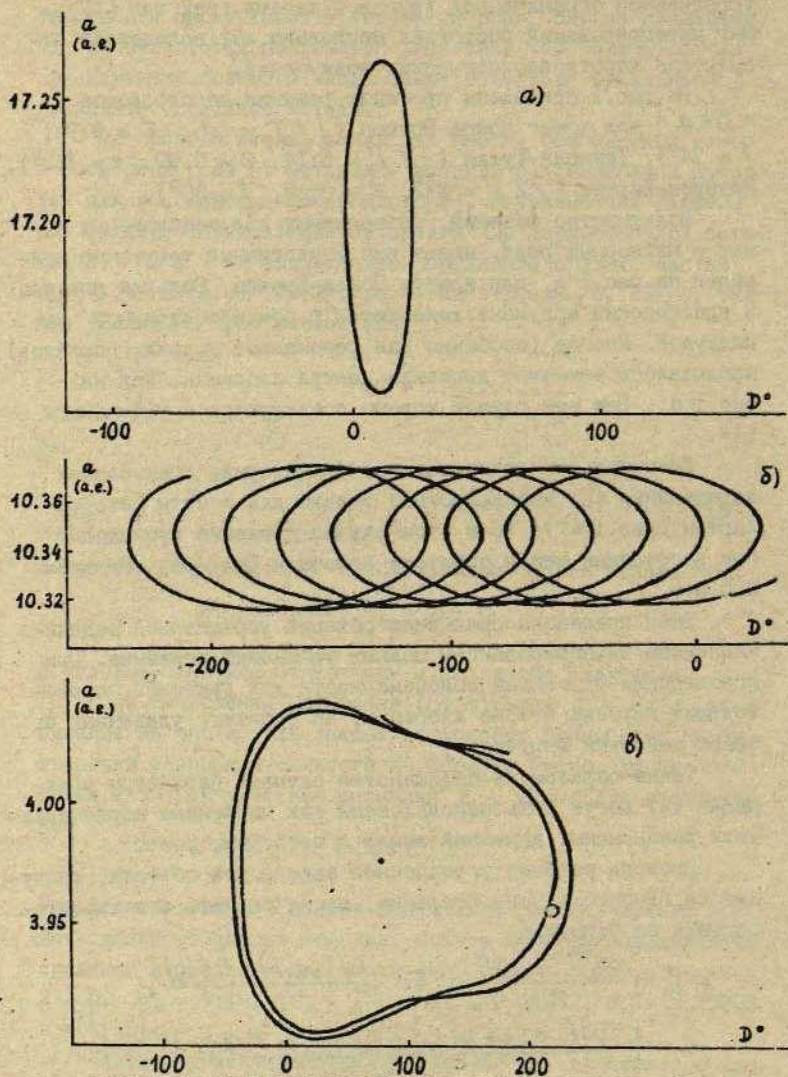


Рис. I. Изменения большой полуоси a и критического аргумента D для комет: а) Понса-Брукса; б) Темпеля-Туттля; в) Петерса-Хартли.

$$\kappa = \sin \frac{\alpha}{2},$$

где t_0 , $t_0 + T/2$, $t_0 + T$ - экспериментально определяемые последовательные моменты времени, в которые x_i равно среднему значению x_i^* ; T - период либрации. Ширину зоны либрации Δ можно приблизительно вычислить как

$$\Delta = \frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{\kappa}, \quad (10)$$

не проводя трудоемких вычислений вблизи сепаратрисы.

Для определения влияния дисперсии начальных значений большой полуоси и средней аномалии на моменты прохождения перигелия полезны соотношения

$$\frac{\partial T}{\partial \kappa} = \frac{T}{\kappa} \left[\frac{\xi}{K(1-\kappa^2)} - 1 \right] \quad (11)$$

$$\frac{\partial D}{\partial D} = c n [\nu(t-\tau), \kappa], \quad (12)$$

в которых K и ξ - полные эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода. Соотношения (11), (12) указывают на медленное линейное разбегание соседних траекторий и периодические колебания моментов прохождения перигелия при малых изменениях вдоль орбиты. Необходимо отметить, что оценки (11), (12) справедливы на больших промежутках времени при рассмотрении полных уравнений движения с учетом всех возмущений. Такие численные исследования проведены в работах [13, 14]. Выражение (11) согласуется с численными оценками ошибок моментов прохождения перигелия при заданной начальной ошибке большой полуоси. Выражение (12) объясняет возможность периодических колебаний плотности роя частиц, распределенных вначале вдоль одной орбиты.

На кометы и метеорные частицы действуют также и негравитационные силы. Если негравитационные силы зависят только от расстояния r между объектом и Солнцем, то в уравнении (4) появляется постоянный член δ'' :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \nu^2 \sin \varphi - \delta = 0, \quad (13)$$

где

$$\delta = -\frac{Aa^2\sqrt{1-e^2}}{2\pi j} \int_0^{2\pi j} \frac{Q(r)}{r} dM, \quad (14)$$

$Q(r)$ - составляющая негравитационной силы, перпендикулярная к направлению на Солнце. В предположении, что $Q(r) = G/r^2$ (G - малая постоянная), усреднение (14) выполняется в элементарных функциях и $\delta = -AG/p$.

Топология решения (13) хорошо известна [15]. Если, как обычно, резонансные эффекты превышают негравитационные ($\nu^2 > |\delta|$), то фазовый портрет имеет вид, приведенный на рис. 2.

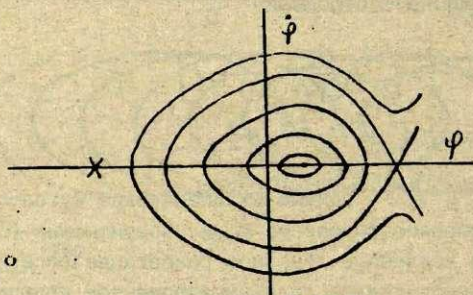


Рис. 2.

Объект из зоны циркуляции пересекает соизмеримое значение большой полуоси под действием негравитационных сил без задержек. Зона либрации существует и в присутствии негравитационных эффектов. Например, под действием эффекта Пойнтинга-Робертсона орбиты метеорных частиц, попавших в зону либрации, не будут сокращаться. Аналогично, непосредственное действие негравитационных сил, соответствующих модели, используемой Марсденом [16], не приводит к нарушению либрационного движения. Это подтверждается и численными расчетами движения комет с учетом всех планетных возмущений [14].

Библиографический список

1. Marsden B.G. On the relationship between comets and minor planets. //Astron. J., 1970. V.75, No.2, P.206-217.
2. Емельяненко В.В. О резонансах в движении комет // Кометный циркуляр. 1984. № 320. С.2-3.
3. Carusi A., Kresak L., Perozzi E., Valsecchi G.B. Long-term evolution of short-period comets //Istituto di Astrofisica Spaziale Internal Report.. 1984. No.12.
4. Everhart E. Horseshoe and Trojan orbits associated with Jupiter and Saturn // Astron J. 1973. V.78, No.4, P.316-328.
5. Ипатов С.И. О гравитационном взаимодействии двух планетезималей // Астрон. ж., 1981. Т.58. Вып.3, С.620-629.
6. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., 1968.
7. Шарлье К. Небесная механика. М., 1966.
8. Джакалья Г.Е.О. Методы теории возмущений для нелинейных систем. М., 1979.
9. Schubart J. Long-period effects in nearly commensurable cases of the restricted three-body problem. Smithsonian Inst. Astrophys. Observ. Special Report. 1964.No.149.
10. Абалакин В.К. Основы эфемеридной астрономии. М., 1979.
11. Everhart E. Implicit single-sequence methods for integrating orbits. Celest. Mech.. 1974, V.10, No.1, P.35-55.
12. Гребеников Е.А., Рябов Ю.А. Новые качественные методы в небесной механике. М., 1971.
13. Емельяненко В.В. Об эволюции плотности метеорных потоков под действием планетных возмущений //Письма в Астрон.ж., 1984. Т.10, № 4. С.315-318.

14. Емельяненко В.В. Движение комет в резонансе с Юпитером // Письма в Астрон. ж.. 1985. Т. II, № 12. С. 924-929.
15. Андропов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М., 1981.
16. Maraden B.G. Catalogue of cometary orbits. Cambridge: Smithsonian Astrophys. Observ., 1982.

Р е з ю м е

В.В.Емельяненко

ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕЗОНАНСНОГО ДВИЖЕНИЯ КОМЕТ И МЕТЕОРНЫХ РОЕВ

Численно-аналитическими методами изучено движение комет и метеорных роев вблизи соизмеримости их орбитальных периодов с периодом Юпитера. Введены характеристики резонансов на основе уравнения простого маятника. Оценено влияние дисперсии исходных элементов орбиты и негравитационных эффектов на устойчивость либраций.

S u m m a r y

V.Emel'yanenko

MAIN PECULIARITIES IN RESONANT MOTION OF COMETS AND METEOR STREAMS

The motions of comets and meteor streams near commensurabilities with Jupiter are studied numerically and analytically. The characteristics of resonances are introduced on the basis of the equation of a simple pendulum. The influence of dispersion of the initial orbital elements and nongravitational forces upon the libration stability is estimated.

K o p s a v i l k u m s

V. Jemeljanenko

GALVENĀS ĪPAŠĪBAS KOMĒTU UN METEORU PLŪSMU REZONANSES KUSTĪBĀ

Ar skaitliski - analītiskām metodēm izpētīta komētu un meteoru plūsmu kustība, kuru orbitālie periodi ir tuvi samērojamībai ar Jupitera periodu. Pamatojoties uz parasta svārsta vienādojuma ievesti rezonanses raksturojumi. Dots sākuma orbitas elementu un negravitācijas efektu dispersijas ietekmes novērtējums uz librācijas stabilitāti.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.7

Н. В. Кирюшёнкова

В. М. Чепурова

С. Л. Шершкина

ГАИШ МГУ

ЭВОЛЮЦИЯ ОБЛАКА ООРТА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Введение

Откуда берутся кометы в Солнечной системе? Этим вопросом задавалось ни одно поколение астрономов. На эту тему высказывалось и высказывается много гипотез. Достаточно подробно они изложены в статье [1]. В настоящее время преобладает мнение, что долгопериодические кометы приходят из гигантского резервуара на периферии Солнечной системы — так называемого облака Оорта. Оно образовалось в процессе формирования Солнечной системы из тех планетезималей, которые возмущениями от растущих больших планет были выброшены за пределы их (больших планет) орбит, и составляет толстый сферический слой кометных тел [1]. Размеры этого облака остаются предметом споров и дискуссий. Сам Оорт предлагал размеры от 5×10^4 а.е. до 15×10^4 а.е. [2]. Сейчас некоторые считают, что облако таких размеров будет неустойчивым. Вопросы устойчивости облака Оорта занимались многие исследователи. Например, Г. А. Чеботарев указывал на орбитальную устойчивость движений комет со средними расстояниями от Солнца до 6×10^4 а.е. [3]. Кометы с расстояниями, большими, чем 8×10^4 а.е., под действием звездных возмущений "звездный фактор", введенный Оортом [2], быстро уходят из облака Оорта. Е. М. Нежинский на основе ограниченной задачи трех тел доказал устойчивость классического облака Оорта как сфе-

ческого образования [4]. В последние годы появились работы [8,10-12], обобщающие картину происхождения и дальнейшей эволюции ансамбля кометных тел в Солнечной системе и Галактике. Высказываемая авторами этих работ концепция содержит несколько пунктов. В частности, она предполагает, что орбиты в облаке Оорта далеки от круговых. Кометные тела в нем движутся по очень вытянутым орбитам с эксцентриситетами, близкими к единице, с хаотической ориентацией плоскостей орбит (последнее хорошо согласуется с наблюдаемой стохастичностью плоскостей орбит долгопериодических комет). Афелии этих орбит выведены из зоны планетных возмущений достаточно далеко, тогда как перигелии в основном остаются в ней [8].

На такое далеко не классическое облако (при том же значении Q афелийное расстояние Q при $e \lesssim 1$ вдвое больше, чем при $e \approx 0$) уже наиболее сильно влияние звездных возмущений, как иррегулярных (включая прохождение звезды вблизи Солнечной системы, что, как показано, например, у Бирмана с соавторами [5], не должно случаться очень часто), так и регулярного - от гравитационного поля Галактики. По отношению к звездным возмущениям неклассическое облако Оорта может быть неустойчиво, по крайней мере, его внешняя часть (как показано в работе [9]). Влияние постоянно действующего галактического поля слабее иррегулярных звездных возмущений (типа прохождения звезды) в момент их действия. Но оно не затушевывается ими, что доказывалось корреляцией начальных афелсов долгопериодических комет с направлением от Солнца на центр Галактики. Такая корреляция была предсказана В.В.Радзиевским и затем найдена им с соавторами, хотя получила у них другое объяснение [6].

В настоящей статье мы численным образом рассматриваем эволюцию облака Оорта под действием только галактического гравитационного поля на протяжении от одного до трех оборотов Солнечной системы вокруг центра Галактики (что составляет порядка 10-30 оборотов облака Оорта вокруг Солнца). Кратко приводится также качественный анализ аналитического решения той же задачи.

Постановка задачи

Рассмотрим прямоугольную гелиоцентрическую систему координат $Oxyz$, в которой плоскость Oxy совпадает с плоскостью Галактики (мы, пренебрегая наклоном плоскости орбиты Солнца к плоскости Галактики, считаем, что Солнце движется в плоскости Галактики), ось Ox в начальный момент направлена в центр Галактики, Oz - в полюс Галактики (рис. I). В этой системе координат вокруг Солнца по орбитам с большими полуосями от тысяч а.е. до 2×10^5 а.е. и эксцентриситетами $e > 0.2$ движутся кометы (точка K на рис. I). Кроме того, рассматривалось также несколько круговых орбит. Из угловых элементов орбит комет вычислялись долгота восходящего узла Ω и аргумент перигея ω или долгота перигея $\pi = \Omega + \omega$ [13, 14]. В начальный момент все элементы распределялись случайным образом, затем были выбраны вполне определенные (наиболее интересные с точки зрения эволюции) значения углов и с ними прослеживались изменения во всех элементах. Такими интересными значениями для наклона являются: $i = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$, - для долготы восходящего узла Ω и ω аргумента перигея такие, чтобы $|\Omega - \omega| = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$.

Уравнения движения комет в нашей системе имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{fMx}{r^3} &= F_x \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{fMy}{r^3} &= F_y \\ \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{fMz}{r^3} &= F_z \end{aligned} \quad (I),$$

где x, y, z - прямоугольные координаты кометы (т. К); $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ - ее радиус-вектор; f - гравитационная постоянная; M - масса центрального тела, мы принимаем ее равной сумме масс Солнца и всех больших планет; F_x, F_y, F_z - компоненты возмущающего ускорения, действующего на комету со стороны гравитационного поля Галактики с учетом вращения Солнца вокруг центра Галактики, т.е. $F_i = F_i^r + F_i^B$ (2),

где $K = x, y, z$; верхние индексы означают: "г" - влияние собственного гравитационного поля Галактики, "в" - учет эффекта вращения Солнца относительно центра Галактики (или, что то же самое, вращение центра Галактики относительно начала нашей системы координат), т.е. $F_K^g = \frac{\partial R_1}{\partial K}$, $F_K^v = \frac{\partial R_2}{\partial K}$, где R_1 - гравитационный потенциал галактики, R_2 - учет вращения. Мы брали выражение для потенциала Галактики у П.П.Паренаго [7]. В выбранной нами системе координат он имеет вид:

$$R_1(\tilde{R}, z) = \frac{\Phi_c}{1 + \alpha \tilde{R}} e^{-\lambda z^2} \quad (3)$$

Здесь $\tilde{R}$ - расстояние от центра Галактики; $\Phi_c = 11.3 \times 10^{14}$ см²/сек² - потенциал в центре Галактики; λ и α постоянные величины. Если положить $\tilde{R} = 10$ кпс - расстояние Солнца от центра Галактики, то $\lambda = 0.056$ 1/кпс², $\alpha = 0.1493$ 1/кпс [16]. Пренебрегая размерами облака Оорта (у нас $m \approx 2 \times 10^5$ а.е., т.е. в 10^4 раз меньше $\tilde{R}$), считаем постоянные λ и α такими же для всего облака.

Посмотрим подробно, что за функция - потенциал Галактики. Для этого найдем три первые производные функции (3) и их корни. При фиксированном значении $\tilde{R}$ функция (3) - функция одного переменного, $R_1 = R_1(z)$. По z она корней не имеет (вернее, корни ее асимптотические $z_{1,2} \rightarrow \pm \infty$). Первая производная функции (3) записывается следующим образом

$$R_{1,z}' = -2\lambda z R_1 = -\frac{2\lambda \Phi_c}{1 + \alpha \tilde{R}} z e^{-\lambda z^2} \quad (3')$$

Корнями ее являются следующие значения z : $z_1 = 0$ и $z_{2,3} \rightarrow \pm \infty$. Вторая производная функции (3) имеет вид

$$R_{1,zz}'' = 2\lambda(2\lambda z^2 - 1)R_1 = \frac{2\lambda \Phi_c}{1 + \alpha \tilde{R}} e^{-\lambda z^2} (2\lambda z^2 - 1) \quad (3'')$$

Подставим в (3'') корни функции (3'). Получим $R_{1,zz}''(z_1) < 0$; $R_{1,zz}''(z_{2,3}) > 0$, т.е. в точке z_1 функция (3) имеет максимум; при $z \rightarrow \pm \infty$ она имеет асимптотические минимумы (рис.2а).

Найдем корни функции $(3'')$ - второй производной потенциала. У нее четыре корня: $z_{(1,2)} = \pm (2\lambda)^{-1/2} = 6 \times 10^8 \text{ а.е.}$ и $z_{(3,4)} \rightarrow \pm \infty$. Ищем третью производную R_1 . Она равна

$$R_{1zzz} = 4\lambda^2 z (3 - 2z^2) R_1 = \frac{4\lambda^2 \Phi_c}{1 + \alpha R} e^{-\lambda z^2} z (3 - 2z^2).$$

Подставляя в нее корни функции $(3'')$, получаем:

1) $R_{1zzz}(z_{(3,4)}) \rightarrow 0$, т.к. $e^{-\lambda z^2} \rightarrow 0$ много быстрее, чем любая степень z , при этом $R_{1zzz}(z_{(3)} \rightarrow -\infty) > 0$, а $R_{1zzz}(z_{(4)} \rightarrow +\infty) < 0$, т.е. мы имеем для первой производной потенциала $(3')$ в $z_{(3)} \rightarrow -\infty$ локальный асимптотический минимум, а в $z_{(4)} \rightarrow +\infty$ локальный асимптотический максимум;

2) $R_{1zzz}(z_{(1,2)}) = \pm \frac{4\Phi_c}{1 + \alpha R} \sqrt{\frac{\lambda}{2e}} (3\lambda - 1),$

т.к. $3\lambda - 1 < 0$, то при $z = z_{(1)}$ функция $(3')$ имеет максимум, при $z = z_{(2)}$ она имеет минимум. Вид функции $(3')$ показан на рис.26.

При $z = 0$ $R_{1zzz} = 0$, также как и R'_{1z} , а $R_1 = \frac{\Phi_c}{1 + \alpha R}$. Посмотрим, как ведет себя функция $(3')$ в окрестности (размерами с облако Оорта) точки $z = 0$, т.е. при

$$z^* = \frac{1}{\lambda} \times 10^{-2} |z_{(1,2)}| \leq 2 \times 10^6 \text{ а.е.}$$

Значения функции $(3')$ в точках $z_{(1,2)}$ и z^* следующие:

$$R'_{1z}(|z_{(1,2)}|) \approx 2 \times 10^{-6} \text{ а.е./год}^2; \quad R'_{1z}(z^*) \approx 10^{-11} \text{ а.е./год}^2$$

Таким образом, как видно из рис.26, мы рассматриваем участок, где функцию $(3')$ можно считать линейной функцией аргумента z . Следовательно, в уравнениях движения комет (I) для F_K вместо выражения $(3')$ можно взять приближенную формулу

$$R'_{1z}(\tilde{R}, z) \approx -2\lambda z \frac{\Phi_c}{1 + \alpha R}, \quad (4)$$

получаемую, если в разложении функции $e^{-\lambda z^2}$ брать только линейный член.

Теперь учтем влияние вращения центра Галактики относительно начала нашей системы координат. Этот эффект выражается формулой

$$R_2 = - \frac{x_r x + y_r y + z_r z}{r_r^2}, \quad (5)$$

где x_r, y_r, z_r - координаты центра Галактики в нашей системе, $r_r = \sqrt{x_r^2 + y_r^2 + z_r^2}$ - его (центра Галактики) радиус-вектор.

Считаем, что центр Галактики вращается равномерно по окружности в плоскости Oxy с угловой скоростью $\omega_0 \approx 8.102 \times 10^{-16}$ /сек. Тогда в момент времени t центр Галактики находится в точке с координатами

$$\begin{aligned} x_r &= r_r \cos \omega_0 t \\ y_r &= r_r \sin \omega_0 t \\ z_r &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Подставив (6) в (5), получим для $R_2 = - \frac{x \cos \omega_0 t + y \sin \omega_0 t}{\tilde{R}^2}$,

(т.к. r_r - расстояние от центра Галактики до Солнца, то $r_r = \tilde{R}$).

Таким образом, $F_x^B = \frac{\partial R_2}{\partial x} = - \frac{\cos \omega_0 t}{\tilde{R}^2}$; $F_y^B = \frac{\partial R_2}{\partial y} = - \frac{\sin \omega_0 t}{\tilde{R}^2}$.

После некоторых преобразований с учетом всего выше сказанного получаем для правых частей уравнений (I) выражения

$$\begin{aligned} F_x &= - \frac{\Phi_c \alpha}{(1 + \alpha \Delta)^2} \cdot \frac{x - \tilde{R} \cos \omega_0 t}{\Delta} - \frac{\Phi_c \alpha \cos \omega_0 t}{(1 + \alpha \tilde{R})^2}; \\ F_y &= - \frac{\Phi_c \alpha}{(1 + \alpha \Delta)^2} \cdot \frac{y - \tilde{R} \sin \omega_0 t}{\Delta} - \frac{\Phi_c \alpha \sin \omega_0 t}{(1 + \alpha \tilde{R})^2}; \\ F_z &= - \frac{\Phi_c \alpha}{(1 + \alpha \Delta)^2} \cdot \frac{z}{\Delta} - \frac{\Phi_c 2\lambda z}{1 + \alpha \Delta}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь Δ - расстояние кометы от центра Галактики, т.е.

$$\Delta = \tilde{R} \sqrt{1 - 2 \frac{x}{\tilde{R}} \cos \omega_0 t - 2 \frac{y}{\tilde{R}} \sin \omega_0 t + \frac{z^2}{\tilde{R}^2}},$$

$\alpha \tilde{R} = 10$ кпс, как и в (3), отсюда же и все остальные константы; $\omega_0 = 8.102 \times 10^{-16}$ /сек, как сказано выше. Но полученные выражения для компонент возмущающего ускорения очень удобны при счете на ЭВМ, т.к. здесь происходит вычитание близких чисел и, следовательно, можно потерять точность. Этого легко избежать, разложив все члены в F_k в ряд

по малому параметру ($v/\tilde{R}$) и оставляя в разложении только члены первого порядка. Тогда после достаточно громоздких выкладок от уравнений (I) переходим к уравнениям

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{fMx}{r^3} + \frac{\Phi_c x}{\tilde{R}(1+x\tilde{R})^2} \left[\frac{1+3x\tilde{R}}{1+x\tilde{R}} (x\cos\omega_0 t + y\sin\omega_0 t)\cos\omega_0 t - x \right]; \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{fMy}{r^3} + \frac{\Phi_c x}{\tilde{R}(1+x\tilde{R})^2} \left[\frac{1+3x\tilde{R}}{1+x\tilde{R}} (x\cos\omega_0 t + y\sin\omega_0 t)\sin\omega_0 t - y \right]; \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{fMz}{r^3} - \Phi_c z \left\{ \frac{2\lambda}{1+x\tilde{R}} + \frac{x}{\tilde{R}(1+x\tilde{R})^2} + \left[\frac{2\lambda x}{(1+x\tilde{R})^2} + \frac{x(1+3x\tilde{R})}{\tilde{R}^2(1+x\tilde{R})^3} \right] \times \right. \\ &\quad \left. (x\cos\omega_0 t + y\sin\omega_0 t) \right\}. \quad (8)\end{aligned}$$

Именно эти уравнения и решались численно на ЭМ ЕС 10-45 методом Эверхарта (программа Рада-27). Конечно, пришлось ввести свою систему единиц: за единицу массы бралась масса Солнца; за единицу расстояния - 10^4 а.е.; за единицу времени - 10^6 лет. В этой системе единиц используемые константы принимают значения:

$$\begin{aligned}x &= 7.23824 \times 10^{-6} \text{ 1/ед.дл.} & \tilde{R} &= 2.06265 \times 10^5 \text{ ед.дл.}; \quad (9) \\ \Phi_c &= 5.02832 \times 10^4 \text{ (ед.дл./ед.вр.)}^2; & \omega_0 &= 2.55676 \times 10^{-2} \text{ 1/ед.вр.}; \\ \lambda &= 1.31625 \times 10^{-10} \text{ (1/ед.дл.)}^2; & fM &= 39.6420 \text{ (ед.дл.)}^3 / \text{(ед.вр.)}^2 \\ T_p &= 2.45748 \times 10^8 \text{ лет} = 2.45748 \times 10^2 \text{ ед.вр.} - \text{период оборота Галактики.}\end{aligned}$$

Интегрирование велось в течение от 2.5×10^8 до 7.7×10^8 лет. Начальные данные уравнений (8) определялись по начальным значениям кеплеровских элементов. По ходу решения дифференциальных уравнений получались прямоугольные координаты и компоненты скоростей, которые по известным формулам [13, 14] преобразовывались в элементы через каждую восьмую часть оборота комет вокруг Солнца для значений большой полуоси от 10^5 до 2×10^5 а.е., через каждую четверть оборота для значений большой полуоси от 33×10^3 до 10^5 а.е. и через один-десять оборотов для значений большой полуоси до 33×10^3 а.е.. Каждый раз вычислялись приращения элементов по отношению к начальным значениям $\Delta \vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ и выдавались в виде точек на графики (рис.3-7) в зависимости от времени.

Результаты численного интегрирования

Численное интегрирование показало:

1. Большая полуось и эксцентриситет орбит комет не имеют вековых возмущений, а только долго и короткопериодические (рис.3,4 и 6).
2. Орбиты с небольшими значениями большой полуоси до 7×10^4 а.е. имеют средние приращения в a отрицательные: $\langle \Delta a \rangle < 0$, $a \langle \Delta e \rangle > 0$, т.е. существует тенденция стягивания внутренней зоны облака Оорта в направлении к началу системы координат, при этом все орбиты сильноэллиптические, система здесь явно устойчивая. Приращения в эксцентриситете увеличиваются с ростом наклона орбиты.

Для орбит с $a > 7 \times 10^4$ а.е., наоборот, наблюдается явная тенденция к увеличению размахов в колебаниях приращений a и e , т.е. рост модулей минимаксов Δa и Δe ; орбиты как бы растягиваются и раскачиваются галактическим полем вдоль оси апсид. Беря первоначально почти круговые орбиты ($e_0 \approx 0$), за время порядка одного оборота Солнца вокруг центра Галактики (~ 250 млн.лет) мы получали орбиты очень вытянутые. Орбиты, сильноэллиптические в начале, становились почти параболическими и даже гиперболическими (при больших начальных a) за счет большого прироста Δe ($e = e_0 + \Delta e \geq 1$). Увеличение амплитуды Δa пропорционально начальному значению a_0 , а увеличение амплитуды Δe обратно пропорциональное e_0 (т.е. рост Δe тем больше, чем меньше e_0).

При фиксированном значении большой полуоси с ростом начального e уменьшаются в среднем и Δa , и Δe , и их периоды колебаний. Например, при $a_0 = 70086$ а.е. для одного и того же момента времени орбита с $e_0 = 0.4$ имеет $\langle \Delta a \rangle = -760$ а.е., размах колебаний 2000 а.е., $\langle \Delta e \rangle = 0.086$ с размахом колебаний 0.338, период колебаний 582.6 млн.лет; орбита с $e_0 = 0.7$ имеет $\langle \Delta a \rangle = -313$ а.е., размах колебаний 1700 а.е., $\langle \Delta e \rangle = 0.0435$ с размахом в 0.213 и период колебаний 545.4. При фиксированном значении эксцентриситета с ростом a_0 $\langle \Delta a \rangle$ растет и размах его колебаний увеличивается, $\langle \Delta e \rangle$ убывает, но размах его колебаний увеличивается, период колебаний уменьшается. Срав-

ним, например, в один и тот же момент орбиты с $e_0 = 0.7$: для $a_0 = 70086$ а.е. $\langle \Delta a \rangle$ и $\langle \Delta e \rangle$, а также амплитуды и период их колебаний указаны выше (подчеркнуто пунктиром), орбита же с $a_0 = 101\ 102$ а.е. имеет $\langle \Delta a \rangle = -1250$ а.е. с максимальной амплитудой в 7700 а.е. и $\langle \Delta e \rangle = 0.015$ с амплитудой 0.29 . Период колебаний равен 442.0 млн. лет. Колебания в приращениях Δa и Δe происходят в противофазе (рис.4). Период долгопериодических колебаний в Δa и Δe в два и более раз больше периода обращения Солнца вокруг центра Галактики, а короткопериодических примерно в два и более раза меньше того же периода обращения.

3. В наклоне существуют только долго- и короткопериодические колебания, причем преобладают первые. Векового ухода, как и для Δa и Δe , нет. При начальных наклонах $i_0 \in [0^\circ, 45^\circ]$ и $i_0 \in [135^\circ, 180^\circ]$ приращения в i отрицательны ($\Delta i < 0$), а для $i_0 \in [45^\circ, 135^\circ]$ - $\Delta i > 0$. Таким образом, облако Оорта под действием галактического поля как бы сплющивается, орбиты концентрируются к плоскости $z = 0$. Но вдоль оси Oz также существует некоторая зона концентрации сильноэллиптических орбит с большими амплитудами колебаний в Δa и Δe , т.е. явно неустойчивых. Отсюда наш интерес к граничным наклонам $i = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$. При фиксированном a_0 средние приращения наклона по модулю растут с ростом эксцентриситета, также как и размахи колебаний Δi . Например, с $a_0 = 70086$ а.е. при $e_0 = 0.4$ - $\langle \Delta i \rangle = -10^\circ.19$ с размахом колебаний в $22^\circ.42$, а при $e_0 = 0.7$ - $\langle \Delta i \rangle = -16^\circ.56$ с размахом в $34^\circ.89$.

При фиксированном e_0 с разными a_0 среднее приращение Δi почти не меняется, зато размах колебаний его растет, хотя и медленнее, чем в предыдущем случае. Так, с $e_0 = 0.7$ и $a_0 = 70086$ а.е. и $101\ 102$ а.е. имеем соответственно $\langle \Delta i \rangle = -16^\circ.56$ с размахом колебаний в $34^\circ.89$ и $\langle \Delta i \rangle = -16^\circ.2$ с размахом в $39^\circ.6$.

При i_0 , близком к 90° , происходит большой скачок в Δi с перепадом амплитуды до 75° (рис.7), комета при этом находится в афелии.

Влияние наклона четко сказывается во всех элементах орбит. Например, при почти одинаковых перигейных элементах с рос-

том i амплитуда Δe увеличивается чуть ли ни в два раза (рис.6), однако при этом короткопериодические колебания сглаживаются.

4. В угловых переменных π (или ω) и Ω налицо вековые и долгопериодические возмущения, короткопериодические выражены слабо (рис.5). При начальной долготе перигея $\mathcal{T} = 90^\circ$ или 270° приращение этого элемента уменьшается по модулю со временем, в остальных случаях - всегда растет. Аналогично, приращение в долготе восходящего узла растет всегда, кроме случая с $\Omega_0 = 0$, т.е. вековой уход в π и Ω может осуществляться в обе стороны (но чаще растет). Полная циркуляция линии апсид и линии узлов происходит примерно за два оборота Солнца в Галактике, причем, чем больше наклон орбиты, тем быстрее движутся эти линии (за счет большого векового прироста). Если же $\omega_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ ($\mathcal{T}_0 = 180^\circ$), то наблюдается одновременный и в одну сторону вековой уход в ω и Ω .

5. С увеличением наклона орбиты заметнее выражаются в угловых элементах периодические возмущения. При начальных наклонах, близких к 90° , орбиты комет становятся либрационными. Существуют всего три зоны возможных значений угловых элементов: вблизи 0° , 180° и 360° . При вековом уходе долготы восходящих узлов скачком переходят из одной зоны в другую (рис. 5б), т.е. узлы могут меняться местами примерно один-два раза за время оборота Солнца в Галактике (отсюда - полная циркуляция линии узлов за два оборота Солнца). Причем, чем ближе значение i_0 к 90° , тем больше ширина зон запрещенных значений для угловых элементов и больше количество скачкообразных переходов. Этот эффект наблюдается при любых значениях эксцентриситета, в том числе при e_0 , близком к единице. При $i_0 = 90^\circ$ выражена либрация и в $\Delta\omega$ ($\Delta\pi$); амплитуда колебаний мало зависит от других кеплеровских элементов, но ширина разрешенных зон начальных значений зависит от e : чем он больше, тем зона шире. Однако полной циркуляции линии апсид здесь не будет (рис.5а). Вышесказанным объясняется наш интерес к орбитам со значениями Ω и ω такими, чтобы $|\Omega - \omega| = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$.

Аналитические формулы и их качественный анализ

Рассмотрим уравнения Лагранжа для кеплеровских элементов a, e, i, Ω, ω (или π), M_0 (или ϵ) [13, 14]:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \cdot \frac{\partial R}{\partial M_0}; & \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{ctgi}{a^2 n \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{\partial R}{\partial i} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{a^2 n e} \cdot \frac{\partial R}{\partial e}; \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1-e^2}{a^2 n e} \cdot \frac{\partial R}{\partial M_0} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{a^2 n e} \cdot \frac{\partial R}{\partial \omega}; & \frac{dM_0}{dt} &= -\frac{2}{na} \cdot \frac{\partial R}{\partial a} - \frac{1-e^2}{a^2 n e} \cdot \frac{\partial R}{\partial e}; \\ \frac{di}{dt} &= \frac{ctgi}{a^2 n \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{\text{cosec} i}{a^2 n \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{\partial R}{\partial \Omega}; & \frac{d\pi}{dt} &= \frac{1-\cos i}{a^2 n \sqrt{1-e^2} \sin i} \cdot \frac{\partial R}{\partial i} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{a^2 n e} \cdot \frac{\partial R}{\partial e}; \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{\text{cosec} i}{a^2 n \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{\partial R}{\partial i}; & \frac{d\epsilon}{dt} &= -\frac{2}{na} \cdot \frac{\partial R}{\partial a} + \frac{1-\cos i}{a^2 n \sqrt{1-e^2}} \cdot \text{cosec} i \cdot \frac{\partial R}{\partial i} + \\ & & & + \frac{e\sqrt{1-e^2}}{a^2 n (1+\sqrt{1-e^2})} \cdot \frac{\partial R}{\partial e}. \end{aligned}$$

Возмущающая функция R в п.2 состояла из двух частей: R_1 - от гравитационного поля Галактики и R_2 , учитывающей вращение центра Галактики относительно начала нашей системы координат. При этом правые части уравнений (I) F_k и уравнений (10) связаны между собой соотношениями

$$\frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial z} \quad (II)$$

$$\text{и } \frac{\partial R}{\partial k} = F_k^r + F_k^b,$$

где $k = x, y, z$; $z = a, e, i, \Omega, \omega(\pi), M_0(\epsilon)$.

Сравним между собой суммарные вклады в возмущающее ускорение от F_k^r и F_k^b ; т.к. $F_x^r = F_y^r = 0$ и $F_z^b = 0$, то сравнивать надо F_z^r с $F_x^b + F_y^b$.

Но $|F_z^r| = \left| \frac{\partial R_1}{\partial z} \right| = \left| \frac{2\lambda_2 \Phi_c}{1+x^2 R^2} e^{-\lambda_2 z^2} \right| < 2 \cdot 2 \cdot \frac{\Phi_c}{1+x^2 R^2} \approx 10^{-4}$ (сч. формулу (3')), т.к. $\max z = 2x10^5 \text{ а.е.} \approx 1.2 \text{ пс;}$

$$\text{а } |F_x^b| = \left| \partial R_2 / \partial x \right| = \left| \frac{\cos \omega_0 t}{R^2} \right| < 1/\kappa^2$$

$$\text{и } |F_y^A| = |\partial R_z / \partial y| = |\sin \omega_0 t / \tilde{R}^2| < 1/\tilde{R}^2,$$

$$\text{т.е. } \left| \frac{\partial R_z}{\partial x} + \frac{\partial R_z}{\partial y} \right| < \left| \frac{\partial R_z}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial R_z}{\partial y} \right| < \frac{2}{\tilde{R}^2} \sim 5 \times 10^{-10}$$

Таким образом, вклад от вращения на 5.5 порядков меньше вклада от гравитационного поля Галактики. Поэтому можно пренебречь второй частью функции R , оставив в формулах только R_1 . Отсюда $R = R_1 = C e^{-\lambda z^2}$, где $C = \Phi_c / (1 + \varkappa \tilde{R})$. Т.к. функция R_1 зависит только от z , то для ее производной можно написать вместо (II') соотношение

$$\frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial R_1}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \tilde{z}}. \quad (\text{II})$$

Как уже было показано, $\partial R_1 / \partial z = -2\lambda z R_1(3')$, а т.к. нас интересует линейная часть этой функции, то можно разложить экспоненту в ряд и использовать только его первый член, т.е.

$$\frac{\partial R_1}{\partial z} \approx -c_1 z; \quad c_1 = 2\lambda \Phi_c / (1 + \varkappa \tilde{R}), \quad (4)$$

где λ , Φ_c , $\varkappa$ и $\tilde{R}$ берутся из (9). Через элементы координата z выражается формулой

$$z = r \sin u \sin i$$

В дальнейших преобразованиях используются соотношения

$$\begin{aligned} p &= a(1 - e^2); \quad r = p / (1 + e \cos v) = a(1 - e \cos E); \\ u &= \omega + v; \quad E - e \sin E = M = M_0 + n \Delta t; \\ n &= \sqrt{\mu} / a^{3/2}; \quad \operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}; \\ z \sin v &= a \sqrt{1-e^2} \sin E; \quad z \cos v = a(\cos E - e). \end{aligned} \quad (\text{I2})$$

Здесь v - истинная, E - эксцентрическая и M - средняя аномалии; $\sqrt{\mu} = fM$. [13, 14].

Будем искать выражения для производных z по элементам.

Получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial a} &= \frac{\partial r}{\partial a} \sin i \sin u; \quad \frac{\partial z}{\partial e} = \frac{\partial r}{\partial e} \sin i \sin u + \frac{\partial u}{\partial e} \sin i \cos u; \quad \frac{\partial z}{\partial i} = r \cos i \sin u; \\ \frac{\partial z}{\partial \Omega} &= \frac{\partial u}{\partial \Omega} \sin i \cos u; \quad \frac{\partial z}{\partial \omega} = r \sin i \cos u; \quad \frac{\partial z}{\partial M_0} = \frac{\partial r}{\partial M_0} \sin i \sin u + \frac{\partial u}{\partial M_0} \sin i \cos u. \end{aligned}$$

Но из [13] известно, что

$$\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{z}{a}; \quad \frac{\partial u}{\partial a} = \frac{\partial u}{\partial t} = 0;$$

$$\frac{\partial z}{\partial e} = -a \cos v; \quad \frac{\partial u}{\partial e} = \frac{a \sin v}{z} \left(1 + \frac{z}{p}\right);$$

$$\frac{\partial z}{\partial i} = \frac{\partial z}{\partial \Omega} = \frac{\partial z}{\partial \omega} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial \Omega} = -1; \quad \frac{\partial u}{\partial \omega} = 1;$$

$$\frac{\partial z}{\partial M_0} = \frac{ae}{\sqrt{1-e^2}} \sin v; \quad \frac{\partial u}{\partial M_0} = \frac{a^2 \sqrt{1-e^2}}{ze}$$

Подставляя эти выражения в $\partial z / \partial \varepsilon$, а те, в свою очередь, в (II) с учетом (4), получаем:

$$\frac{\partial R}{\partial a} \approx \frac{c_1 z^2}{a} \sin^2 i \sin^2 u; \quad \frac{\partial R}{\partial \omega} \approx -c_1 z^2 \sin^2 i \frac{1}{2} \sin 2u;$$

$$\frac{\partial R}{\partial e} \approx c_1 a z \sin^2 i \sin u \left[\sin \omega - \frac{z}{p} \sin v \cos u \right];$$

$$\frac{\partial R}{\partial i} \approx -c_1 z^2 \frac{1}{2} \sin 2i \sin^2 u; \quad \frac{\partial R}{\partial M_0} \approx -c_1 a z \frac{\sin^2 i}{\sqrt{1-e^2}} \sin u.$$

$$\frac{\partial R}{\partial \Omega} \approx c_1 z \sin^2 i \frac{1}{2} \sin 2u; \quad [e \cos \omega + \cos u].$$

После подстановки этих формул в уравнения (10) находим дифференциальные уравнения для элементов в нашей задаче в виде

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &\approx -\frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{2a^{5/2} \sqrt{1-e^2}}{1+e \cos v} \sin^2 i \sin u (e \cos \omega + \cos u); \\ \frac{de}{dt} &\approx -\frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{a^{3/2} (1-e^2)^{3/2}}{1+e \cos v} \sin^2 i \sin u [e \cos \omega (1+e \cos v) + \cos u (e + \cos v)]; \\ \frac{di}{dt} &\approx -\frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{a^{3/2} (1-e^2)^{3/2}}{2(1+e \cos v)^2} \sin i (1 + \cos i) \sin 2u; \\ \frac{d\Omega}{dt} &\approx -\frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{a^{3/2} (1-e^2)^{3/2}}{2(1+e \cos v)^2} \cos i (1 - \cos 2u); \\ \frac{d\omega}{dt} &\approx \frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{a^{3/2} (1-e^2)^{3/2}}{2e(1+e \cos v)^2} [e \cos^2 i (1 - \cos 2u) + 2 \sin^2 i \sin u (\sin \omega + \\ &\quad + e \sin \omega \cos v - \sin v \cos u)]; \\ \frac{dM_0}{dt} &= \frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{a^{3/2} (1-e^2)^{3/2}}{e(1+e \cos v)^2} \sin^2 i \{ e(1 - \cos 2u) - \sin u [\sin \omega (1 + e \cos v) - \\ &\quad - \sin v \cos u] \}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{d\tau}{dt} \approx -\frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{a^{3/2}(1-e^2)^{3/2}}{2e(1+e\cos v)^2} \{ e\cos i(1-\cos i)(1-\cos 2u) + \\ + \sin^2 i [\sin v \sin 2u - 2\sin u \sin v (1+e\cos v)] \};$$

$$\frac{de}{dt} \approx \frac{c_1}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{a^{3/2}(1-e^2)^{3/2}}{2e(1+e\cos v)^2} \{ e[2\sqrt{1-e^2} - e\cos i + \cos^2 i(1-2\sqrt{1-e^2})] - \\ - \sin 2u \sin v (1+\sqrt{1-e^2}\sin^2 i) + 2(1-\sqrt{1-e^2}\sin^2 i) \sin u \sin v \times \\ \times (1+e\cos v) + e(\cos i + 2\sqrt{1-e^2}\sin^2 i) \cos 2u - \cos^2 i(2\sin u \sin v + e\cos 2u) \}.$$

Теперь, перейдя в дифференциальных уравнениях (13) от независимой переменной t к независимой переменной v по формуле $v^2 dv = c dt$, где $c = \sqrt{\mu p}$, и проинтегрировав получившиеся уравнения, нетрудно найти выражения для элементов в виде известных [13, 14] формул

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \delta_1 \varepsilon + \delta_2 \varepsilon + \dots = \varepsilon_0 + \sum A_{j\ell} \cos(jv + \ell\psi), \quad (14)$$

где j и ℓ - целые числа, изменяющиеся от $-\infty$ до $+\infty$; $A_{j\ell}$ - коэффициенты, зависящие от μ , c_1 , a и e ; v - истинная аномалия; ψ - зависит от i , Ω , ω (или π). Но нас здесь не интересуют явные формулы для элементов. Нам важен качественный анализ правых частей дифференциальных уравнений (13).

Подставляя в эти правые части вместо элементов постоянные величины, например, начальные значения входящих переменных, получим вековые члены элементов. Из анализа выражений, стоящих в правых частях уравнений, видно:

- 1) элементы a , e , i вековых членов не имеют, в остальных элементах они есть;
- 2) в большой полуоси периодические члены первого порядка имеют амплитуду, пропорциональную самой большой полуоси в степени $5/2$, растущую с уменьшением эксцентриситета, влияние которого ($\sim \sqrt{1-e^2}$), конечно, меньше чем a . В эксцентриситете влияние e становится большим, рост Δe пропорционален a в степени $3/2$ и $(1-e^2)$ в степени тоже $3/2$; все члены в Δe одного знака, т.е. Δe по модулю растет. Таким образом, получается, что более близкие орбиты стяги-

ваются к началу координат, а более далекие имеют большие амплитуды колебаний и в среднем растягиваются. Мы априори брали вытянутые орбиты, но, вообще говоря, согласно первому уравнению (13), далекие круговые орбиты ($e_0 = 0$) имеют максимальную амплитуду первого порядка по модулю, т.е. прирост их амплитуды со временем будет расти (орбиты будут разбухать). Кроме того, при прочих равных условиях эта амплитуда максимальна при $i_0 = 90^\circ$. При $i_0 \in [0^\circ, 90^\circ]$ в a амплитуды членов любого порядка растут. При $i_0 = 0^\circ$ или 180° , где $\sin^2 i = 0$, $a(t)$ не имеет членов первого порядка, поэтому такие обороты устойчивы.

Из второго уравнения (13) видно, что при прочих равных условиях амплитуда членов первого порядка максимальна при $i_0 = 90^\circ$ (как и у $a(t)$). Если же орбиты лежат в плоскости $z = 0$ ($i_0 = 0^\circ, 180^\circ$), то $e(t)$ (как и $a(t)$) не имеет членов 1-го порядка.

3) Рассмотрим 3-е уравнение из (13). Амплитуда членов 1-го порядка в наклоне растет с ростом большой полуоси в степени $3/2$ и уменьшением e ($\sim (1-e^2)^{3/2}$). Орбиты с $i_0 \in [0^\circ, 90^\circ]$ имеют отрицательную амплитуду, с $i_0 \in [90^\circ, 180^\circ]$ - положительную. При $i_0 = 0^\circ, 90^\circ$ - отсутствуют члены 1-го порядка. Орбиты с $i_0 = 45^\circ$ имеют $\partial_i i < 0$.

4) Рассматриваем 4-е, 5-е и 7-е уравнения из (13) для Ω , ω , Π . Эти уравнения при интегрировании дадут вековые члены. При этом скорости движения линии узлов и линии апсид растут с а) ростом большой полуоси (в степени $3/2$), б) уменьшением эксцентриситета, но при $e \rightarrow 0$ скорость движения линии апсид быстро и сильно возрастает ($\rightarrow \infty$), чего нельзя сказать про линию узлов, где такого бурного роста скорости не будет; в) приближением орбиты к плоскости $z = 0$, т.е. при $i_0 \rightarrow 0^\circ$ или 180° . При возрастании начального наклона от 0° до 90° скорость циркуляции линии узлов уменьшается, узлы двигаются в сторону уменьшения долготы восходящего узла, далее с ростом наклона от 90° до 180° узлы начинают двигаться в сторону роста долготы восходящего узла и скорость циркуляции увеличивается. При $i = 90^\circ$ или при $e = 1$ (переход кометы на параболическую или прямолинейную орбиту) вековой

член в Ω исчезает, но если при этом $\cos \psi = -1$, т.е. в афелии орбиты, то происходит резкий разрыв функции $\Omega(t)$. То же самое происходит с функциями $\omega(t)$ и $\pi(t)$, но при $e = 0$ и $\cos \psi = -1$ (т.е. в афелии при переходе на круговую орбиту). Вековые же члены в ω и π исчезают при $e = 0$ или $i = 90^\circ$, а в π еще и при $i = 0^\circ, 180^\circ$. Линия апсид движется в сторону увеличения ω при $\psi \in [90^\circ, 270^\circ]$ и в сторону уменьшения ω при $\psi \in [270^\circ, 90^\circ]$.

Очевидно, что анализ правых частей уравнений (13) в целом совпадает с результатами численного интегрирования дифференциальных уравнений движения (I) или, что вернее, (8) (что не удивительно) ибо анализируются практически одни и те же уравнения. И в том, и в другом случае анализ не включает периодических членов выше второго порядка, но их учет не должен сильно менять качественную картину, т.к. амплитуды n -х членов уменьшаются с ростом n .

0 : граница Солнечной системы

Одним из интереснейших вопросов динамики системы Солнце - комета - Галактика является вопрос о расстоянии, на котором орбиты комет становятся неустойчивыми, и его зависимости от эксцентриситета орбит и их больших полуосей. Под неустойчивостью здесь, как и в [3], понимается орбитальная неустойчивость, т.е. возможность покидания кометами Солнечной системы. Г.А.Чеботарев считал, что такие орбиты в облаке Оорта существуют, начиная с $r = 8 \times 10^4$ а.е.. Казалось бы, о какой неустойчивости может идти речь, если возмущения в большой полуоси и эксцентриситете не имеют вековых членов. Однако, начиная с некоторых начальных значений, приращения в эксцентриситете таковы, что его текущее значение приближается, а, может быть, даже превосходит $e = 1$ (в большой полуоси в аналогичных случаях наблюдается раскочка амплитуд колебаний).

Итак, согласно [15], радиус сферы действия тела вычисляется из равенства отношений ускорений его и возмущающего тела в данной точке гравитационного поля. В нашем слу-

чае рассматривается равенство ускорений от Солнца и от ядра Галактики, когда они поочередно принимаются за возмущающее тело, а именно

$$z_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2M_r} \right)^{1/2} \tilde{R} M_\odot^{3/2}, \quad (\text{формула Тиссерана}) \quad (15)$$

где M_r - масса Галактики, считаем, что $M_r \approx 2 \times 10^{11} M_\odot$ [16], $M_\odot$ - масса Солнца с большими планетами, принимаемая за единицу; $\tilde{R}$ - расстояние Солнца до центра Галактики, $\tilde{R} = 10$ кпс.

Радиус сферы влияния, вычисляемый из равенства отношений сил притяжения Солнечной системы и ядра Галактики, равен по формуле Эпика

$$z_2 = \left(\frac{1}{M_r} \right)^{1/2} \tilde{R} M_\odot^{1/2}. \quad (16)$$

Введем еще радиус сферы Хилла (т.е. радиус поверхности, на которой достигается нулевая относительная скорость пробной частицы). Он равен [15]

$$z_3 \approx \tilde{R} \left[\left(\frac{M_\odot}{3M_r} \right)^{1/2} - \frac{1}{3} \left(\frac{M_\odot}{3M_r} \right)^{3/2} - \frac{1}{9} \left(\frac{M_\odot}{3M_r} \right) \right] \quad (17)$$

По формулам (15), (16) и (17) получаем:

$$z_1 = 61\,232 \text{ а.е.}; \quad z_2 = 139\,972 \text{ а.е.}; \quad z_3 = 244\,544 \text{ а.е.}.$$

Мы брали пять пар значений a_0 и e_0 , фиксирующих все три сферы в афелии и перигелии - $z_n = a_0(1 - e_0)$ или $z_n = a_0(1 + e_0)$, - и, оставляя значение a постоянным, варьировали эксцентриситет. Причем, как всегда, брались средние- и сильновытянутые орбиты. Были выбраны следующие значения a и e :

$a^{(1)} = 70\,086 \text{ а.е.}$	$e^{(1)} = 0.997$
$a^{(2)} = 101\,102 \text{ а.е.}$	$e^{(2)} = 0.970$
$a^{(3)} = 122\,342 \text{ а.е.}$	$e^{(3)} = 0.600$
$a^{(4)} = 153\,388 \text{ а.е.}$	$e^{(4)} = 0.400$
$a^{(5)} = 192\,258 \text{ а.е.}$	$e^{(5)} = 0.270$

Всего рассматривались 22 орбиты. При варьировании e использовались значения $e^{(2)} - e^{(5)}$. Условные элементы брались в единственном варианте: $i_0 = 45^\circ$; $M_0 = \omega_0 = \Omega_0 = 0$.

Получились следующие результаты.

При $a_0 = 70\ 086$ а.е. неустойчивы только самые вытянутые орбиты при $e_0 \geq 0.997$. "Переход" на гиперболическую орбиту возможен при достижении расстояния, равного $139\ 000$ а.е., что чуть меньше r_2 - радиуса сферы влияния, но вообще большинство орбит устойчивы.

При $a_0 = 101\ 102$ а.е. неустойчивы также сильновытянутые орбиты с $e_0 \geq 0.970$. Но "уход" на гиперболические орбиты возможен и с расстояний, близких к r_1 . Большинство орбит устойчиво.

При $a_0 = 122\ 372$ а.е. неустойчивы орбиты с $e_0 \geq 0.900$. Наименьшее расстояние "ухода" на гиперболические орбиты - r_2 . Большинство орбит устойчиво.

При $a_0 = 153\ 388$ а.е. неустойчивы орбиты с $e_0 \geq 0.600$. "Уход" начинается с расстояния, как близкого к r_2 , так и к r_1 . Много неустойчивых орбит.

При $a_0 = 192\ 258$ а.е. неустойчивы орбиты уже с $e_0 \geq 0.270$. "Уход" возможен с любого предельного расстояния. Практически все орбиты неустойчивы.

Во всех случаях, чем больше a_0 , тем меньше расстояние, с которого возможен "уход" на гиперболическую орбиту.

Из этого краткого анализа можно заключить, что массовый "уход" комет из Солнечной системы может происходить уже под влиянием только гравитационного поля Галактики и не с расстояния $\approx 80\ 000$ а.е., как указывал Г.А.Чеботарев, а с расстояния чуть меньше r_2 - радиуса сферы влияния Солнца ($r_2 = 139\ 972$ а.е.). Однако возможен такой "уход" уже при $r \geq r_1$ (т.е. при $r \approx 70\ 000$ а.е.). Этими радиусами определялась частота выдачи на график результатов численного интегрирования в нашей задаче.

Заключение

Из вышесказанного следует:

1. Галактическое гравитационное поле "растягивает" все орбиты комет в облаке Оорта, т.е. в нем содержатся только сильновытянутые орбиты, при этом внутренние части облака имеют тенденцию как бы стягиваться в направлении начала

координат, т.е. там орбиты устойчивы в основном, тогда как орбиты внешних частей облака наоборот как бы расшатываются, становятся со временем неустойчивыми.

2. Все орбиты стремятся концентрироваться к плоскости $z = 0$.

3. Угловые элементы $\omega(\pi)$, Ω и $M_0(E)$ испытывают вековые возмущения. Линия узлов и аполоний комет быстро двигаются, причем при $\omega = 90^\circ$ и $\Omega_0 = 0^\circ$ происходит полный циркуляция этих линий примерно за два оборота Солнца в Галактике, а при $i_0 \approx 90^\circ$ узлы могут поменяться местами скачкообразно.

4. В афелиях кометных орбит происходят скачкообразные изменения во всех угловых элементах и в наклоне (в последнем амплитуда изменений доходит до 75° , в остальных может дойти до 180°) (рис.5 и 7).

5. Наклон орбиты сильно влияет на изменения всех элементов. Существует концентрация орбит по наклону к значениям

$i = 90^\circ$, т.е. $z = 0$, (см. вывод 2.) и к оси Oz ; последние орбиты быстро становятся неустойчивыми и являются, по видимому, первыми претендентами на уход из Солнечной системы, т.к. с дальнейшим ростом ΔE переходят на орбиты параболические и даже гиперболические.

6. В работе уточнены границы Солнечной системы. Показано, что массовый "уход" комет (в смысле появления ситуации, когда эксцентриситет становится больше единицы) происходит с расстояний, близких к радиусу сферы влияния Солнечной системы, но возможен "уход" и с гораздо меньших расстояний.

Таким образом, наше рассмотрение подтверждает мнение, высказанное в [8,12], что орбиты в облаке Оорта сильноэллиптические и что даже под действием только гравитационного поля Галактики возможен переход определенной части комет (концентрирующихся к оси Oz) на параболические и гиперболические орбиты и уход их из Солнечной системы.

Библиографический список

1. Сафонов В.С. Ejections of Bodies from the Solar System in the Course of the Accumulation of the Giant Planets and the Formation of the cometary Cloud. JAU Symp. #45.1972.

2. Oort J.H. The Structure of the Cloud of Comets surrounding the Solar System and Hypothesis concerning its Origin // Bull. Astron. Inst. Netherl., 1950, II. P. 91; Origin and Development of Comets // The Observatory, 1951. 71. P.129.
3. Чеботарев Г.А. О границах Солнечной системы // Астрон. журн. Т.41, № 5. С.983, 1964. О движении комет во внешней зоне Солнечной системы // Астрон. журн. 1966. Т.43, № 2. С.435.
4. Нежинский Е.М. Об устойчивости облака Оорта // Бюлл. ИТА. 1971. Т.ХIII, № 1 (144). С.31. On the Stability of the Oort's Cloud // JAU Sympov. 1972. N 45.
5. Biermann L., Heubner W.F., Lüst R. Aphelion Clustering of "new" Comets: Star tracks through the Oort's Cloud.// Proc. Nat. Academy Science USA Phys. Science, 1983. V.80. N 16. P.5151.
6. Радзлевский В.В., Артёмьев А.В., Шишкин М.А. Распределение почти параболических комет по константе Тиссерана и его следствия. Деп. в ЕИНИТИ. 2 IV.1984, № 1826-84.
7. Паренаго П.П. О гравитационном потенциале Галактики // Астрон. журн.. 1950. Т.27, № 6. С.329; 1952. Т.29, № 3. С.245.
8. Цицин Ф.А., Чепурова В.М., Расторгуев А.С. Кометы и Галактика А.Ц., 5.III.1984, № 1310. С.5; О возможном источнике короткопериодических комет // А.Ц., 1985, № 1378. С.1; Динамическая эволюция космогонически исходного ансамбля кометных тел Солнечной системы // А.Ц., 1985. № 1408. С.5.
9. Чепурова В.М., Мерзанин С.И. Изучение эволюции внешней зоны кометного облака Оорта путем численного интегрирования.// А.Ц. 1987. № 1478. С.5.
10. Давыдов А.К., Расторгуев А.С., Цицин Ф.А., Чепурова В.М. Динамическая эволюция слабогиперболического ансамбля пробных тел в окрестности источника в регулярном поле Галактики // Сб. Динамика гравитирующих систем и методы ана-

литической небесной механики.

Алма-Ата, 1987.

11. Цицин Ф.А., Чепурова В.М. Динамическая эволюция комет // Земля и Вселенная. 1988. № 1 С.62.
12. Цицин Ф.А., Чепурова В.М., Расторгуев А.С., Генкин И.Л. Новый объект космических исследований - реликтовый резервуар кометных тел в зоне больших планет ? (О природе и эволюции ансамбля кометных тел в Солнечной системе) // Косм.исслед. (в печати).
13. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М., 1963.
14. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., 1968.
15. Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики М.;Л., 1965.
16. Аллен К.У. Астрофизические величины. М., 1960.

Р е з ю м е

Н.В.Кирюшенкова

В.М.Чепурова

С.Л.Шершкина

ЭВОЛЮЦИЯ ОБЛАКА ОРТА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Численным интегрированием по методу Эверхарта дифференциальных уравнений движения комет в облаке Оорта сделана попытка проследить, как меняет галактическое гравитационное поле элементы орбит этих комет в течение трех оборотов Солнца в Галактике. Показано, что орбиты комет растягиваются; даже круговые в начале орбиты становятся сильноэллиптическими; во внешних слоях облака Оорта возможен переход комет на гиперболические орбиты и уход их из Солнечной системы. Качественный анализ правых частей уравнений Лагранжа для элементов орбит комет согласуется с результатами численного

интегрирования. Уточнены границы Солнечной системы.

К о р р а в и л к и

N.Kirjušenkova

V.Čepurova

S.Šerškina

OORTA KOMETU MĀKONA EVOLŪCIJA GALAKTISKĀ LAUKA IETEKME

Skaitliski integrējot (ar Everharta metodi) kustības vienādojumus komētām Oorta mākonī, mēģināts izsekot, kā trīs Saules apriņķojumos ap Galaktiku mainās komētu orbitu elementi galaktiskā gravitācijas lauka ietekmē. Parādīts, ka komētu orbitas izstiepjas; pat sākot esošās riņķa orbitas kļūst stingri eliptiskas; Oorta mākonī ārējos slāņos iespējama komētu pāreja uz hiperboliskām orbitām un to iziešana no Saules sistēmas. Komētu orbitu elementu Lagranža vienādojumu labo pušu kvalitatīva analīze saskaņā ar skaitliskās integrēšanas rezultātiem. Precizēta Saules sistēmas robeža.

S u m m a r y

N.Kirjushenkova

V.Chepurova

S.Sherashkina

OORT KLOUD'S EVOLUTION UNDER THE INFLUENCE OF THE GALACTIC FIELD

By numerical integration (Everhart's method) of the differential equations of cometary movement in the Oort's cloud an attempt was made to observe how the galactic gravitational field changes the orbital elements of these comets during three solar revolutions in the Galaxy. It is shown that the cometary orbits are more elongated,

even the initially circular orbits become strongly elliptical, in the outer layers of the Oort's cloud it is possible for comets to turn into hiperbolic orbits and to leave the solar system. The qualitative analysis of the right-hand parts of the Lagrange equations for the orbital elements of comets is in agreement with the results of numerical integration. The boundaries of the Solar System have been precised.

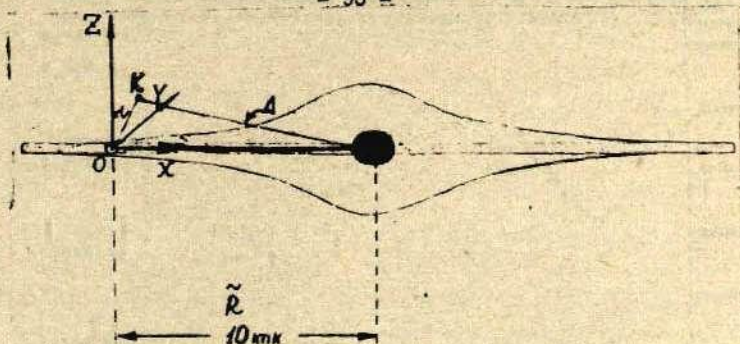
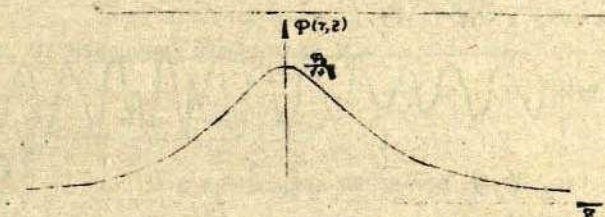


Рис. 1 Используемая система координат



а

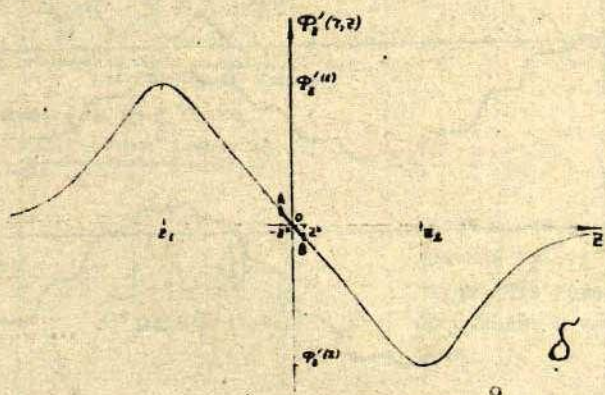
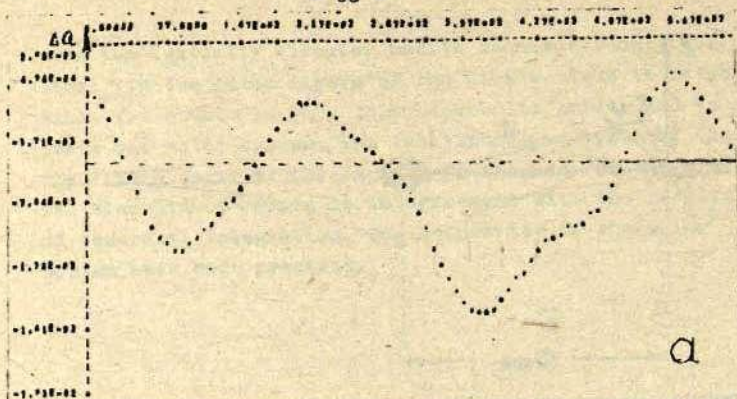


Рис. 2 Графическое изображение потенциала и его производной



a

$$E=0^\circ, \quad i=25^\circ, \quad \omega=180^\circ, \quad \eta=90^\circ, \quad D=3.5$$

$$e=0.5$$

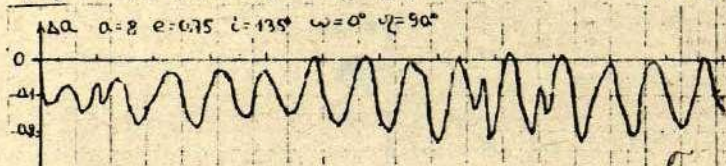


Рис. 34, б) Изменения приращений в α

δ

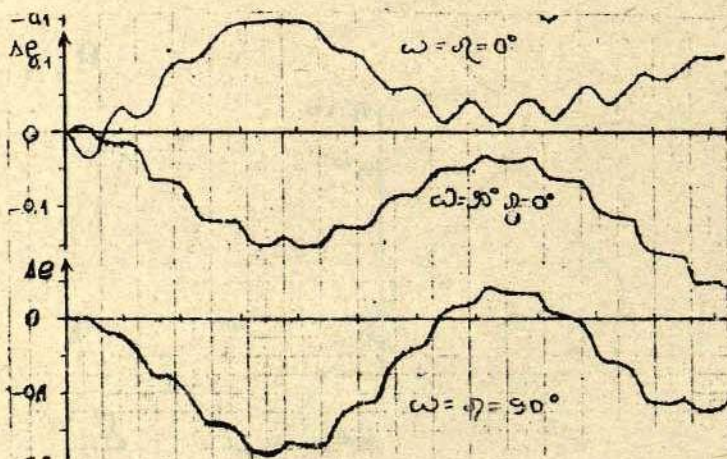


Рис. 3в Изменения приращений в e

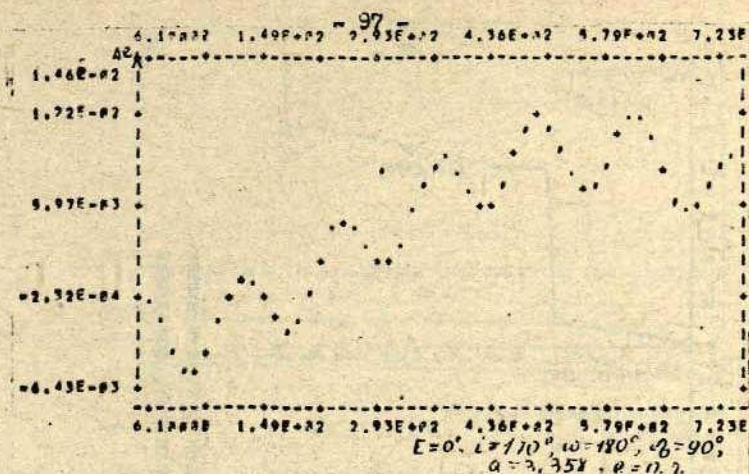
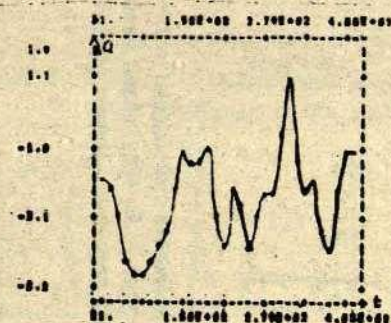


Рис. 3г Изменения приращений в ϵ



GRAPHIC NUMBER 4 c

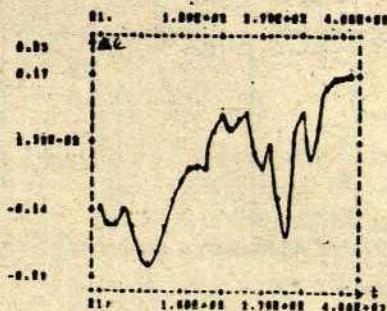


Рис.4 Изменения приращений в Q и ϵ . Видно, что колебания происходят в противофазе.

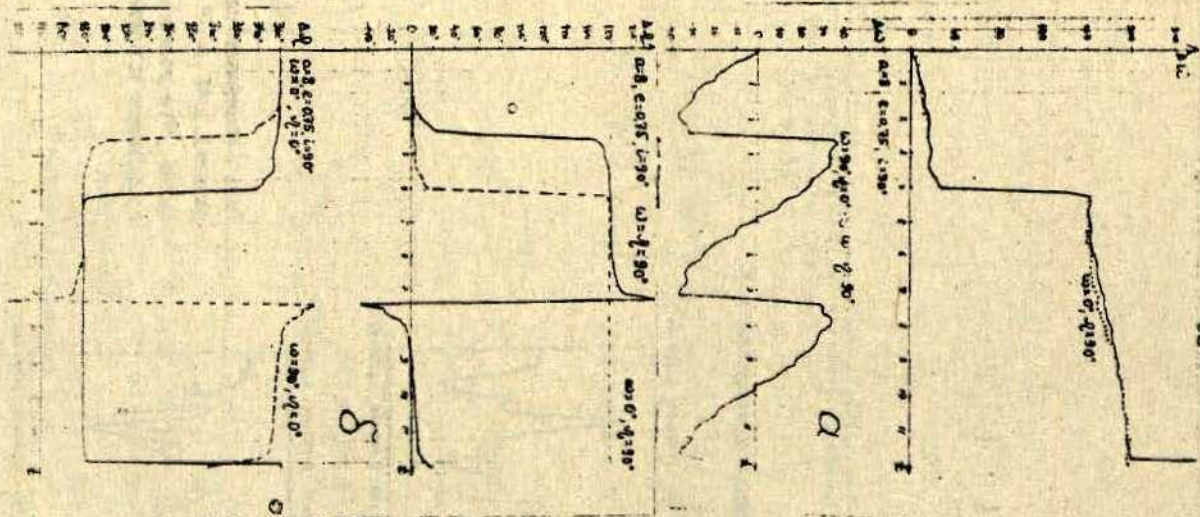


Рис.5 Изменения приращения в ω (5а; виден скачок в амплитуде) и Ω (5б; виден скачок в амплитуде, доходящий до перемены местами узлов).

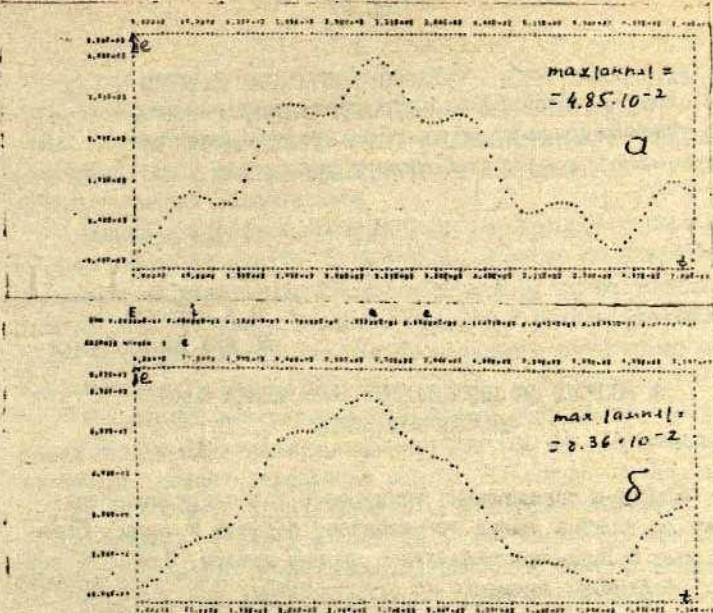


Рис.6 Изменения приращений в ϵ (на бб видно сглаживание короткопериодических вариаций с ростом наклона по ср. с ба).

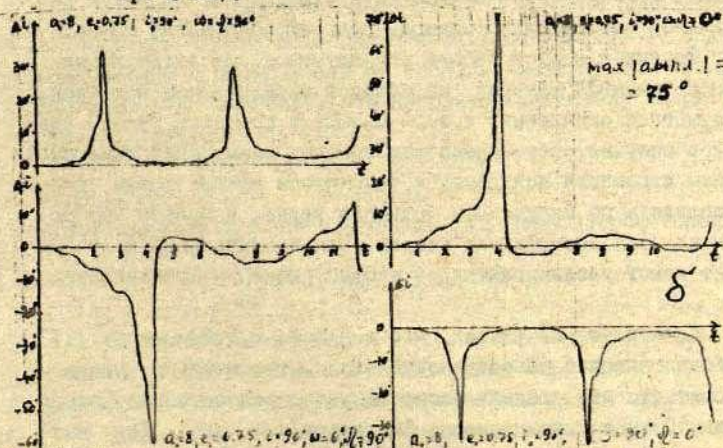


Рис.7 Изменения приращений в ϵ . Видны скачки в амплитуде (максимальный до 75° на верхнем рисунке 7б).

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1968

УДК 521.73

М. А. Дирикис
АО ЛГУ им. П. Стучки

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ КОМЕТ
СО СТОРОНЫ ЗВЕЗД

Проблема определения возмущений долгопериодических комет со стороны звезд представляет большой интерес. Оценкой этих возмущений занимались многие авторы. Одним из первых, обративших внимание на эту проблему, был академик В. Г. Фесенков [1]. Он принимал, что Солнце и окружающие его звезды принадлежат к одному потоку звезд - "движущемуся скоплению" звезд. Поэтому можно принять, что звезда, возмущения от которой должны быть определены, является неподвижной относительно Солнца. Долгопериодические кометы В. Г. Фесенков в этой работе рассматривал как остатки первичной туманной материи, из которой образовались все члены движущегося скопления, т. е. - Солнце и соседние звезды. Фесенков получил, что вследствие вековых возмущений кометные орбиты стремятся повернуться так, чтобы афелии орбит распределялись по окружности большого круга, в полюсе которого находится возмущающая звезда. При этом большие полуоси орбит комет увеличиваются, а эксцентриситеты приближаются к 1.

С. В. Орлов [2] указал, что в работе В. Г. Фесенкова [1] ошибочно принята неподвижность звезд относительно Солнца. Он считает, что средняя скорость звезд относительно Солнца около 60 км/с (или примерно 60 парсек/млн. лет). Так как

периоды обращения комет составляют миллионы лет, то за это время звезды передвигаются на десятки парсеков и некоторая рассматриваемая звезда может оказаться даже в диаметрально противоположной области неба.

Однако в качестве примера С.В. Орлов рассматривает возмущения комет от звезды α Центавра, которую принимает неподвижной на расстоянии 272000 а.е. = 1,32 пс от Солнца и имеющей массу, равную 2 массам Солнца. В результате С.В. Орлов получает вывод, что все предельные орбиты комет - эллиптические.

К.А. Штейнс использовал для оценки возмущений комет от звезд задачу двух неподвижных центров [3, 4]. В результате Штейнс делает следующие выводы: 1) вокруг Солнца вращается рой комет, принадлежащий к солнечной системе; 2) возмущения от звезд в состоянии обеспечить достаточно большую плотность комет с малыми перигелийными расстояниями; 3) возмущения от звезд не могут объяснить распределение направлений перигелиев комет; 4) перигелии комет сконцентрированы около Солнца в сфере радиуса 1000 а.е.

В более поздней работе К.А. Штейнс [5] анализирует хорошо известную работу Э. Эпика [6], в которой определяется возможность отрыва метеорного течения (или кометы) от солнечной системы в зависимости от звездных возмущений. Эпик и Фесенков [7] указывают, что небольшое изменение скорости кометы в афелии

$$V_{aph}^2 = \frac{\kappa^2 q}{2a^2}$$

обуславливает большое изменение перигелийного расстояния q :

$$\frac{dp}{p} = -3\pi \frac{dq}{a}.$$

Из этой формулы видно, что относительное изменение параметра p (который почти точно равен $2q$) примерно в 10 раз больше соответствующего изменения большой полуоси a .

Возмущения перигелийного расстояния q весьма важны с точки зрения видимости кометы: наблюдать можно только ко-

меты с достаточно малыми q . Фесенков [7] указывает, что возмущения могут иметь какой угодно знак и, следовательно, кометы могут быть со временем как выведены, так и введены в "зону видимости".

С.Г.Маковер [8] использовал каталог ближайших звезд В.Глизе [9] и не обнаружил ни одной звезды, которая в прошлом имела бы сближение с Солнцем теснее, чем до величины порядка 1 парсека или 200000 а.е., т.е. той величины, которая в настоящее время отделяет Солнце от α Центавра. Однако две звезды подходили до расстояний порядка 1 - 2 пс. Маковер там же правильно указывает на малую точность собственных движений и лучевых скоростей звезд и допускает, что возможны более тесные сближения. На существование такой звезды указали А.Алкнис и А.Мичулис [10]. Также необходимо признать, что каталог Глизе [9] не исчерпывает всех звезд, находящихся ближе 20 пс от Солнца. К.Штейнс [11] также на основании [9] находит, что внутри сферы с радиусом 4 пс входят 2 звезды за 10000 лет и что среднее значение звездной плотности за это время было 0,085 звезд/пс³.

К.А.Штейнс и И.А.Ревина [12] и И.А.Ревина [13] рассматривают устойчивость почти параболических орбит в кометном облаке Оорта, используя для примеров несколько фиктивных комет и звезд. Ими получено заключение, что, в частности, орбиты с $a \leq 12500$ устойчивы, а с $a > 25000$ неустойчивы. Подобные исследования Х.Рикмана [14] показали, что возмущения оказывают влияние на захват комет из облака Оорта, но их воздействие на эффективность захвата мало. Однако Рикман рассматривает только орбиты с малыми перигелийными расстояниями ($q \leq 10$ а.е.) и эксцентриситетами близкими к единице, т.е., кометы, подробные уже наблюдаемым, а не всевозможные кометы с орбитами с большими значениями q , которые, вероятно, существуют в облаке Оорта.

Ю.А.Фернандес [15] рассматривает наиболее полную картину одновременного влияния больших планет и близких

звезд. Для этого он использует 500 фиктивных комет и проводит интегрирование уравнений движения на 10^9 лет. Он считает, что кометы рождаются в области Урана и Нептуна и принимают значения q между 20 и 30 а.е., наклонности к эклиптике менее 20° , большие полуоси a между 5×10^3 и 5×10^4 а.е. Фернандес учитывает возмущения от 4 больших планет и от звезд, которые проходят на расстоянии менее чем 5×10^5 а.е. от Солнца. В результате получается, что около 50% всех комет уходят из солнечной системы. Далее Фернандес дает оценку общего количества комет в облаке Оорта - около 7×10^{10} .

К.А.Штейнс и А.Л.Салитис [16] рассматривают одновременное влияние больших планет и звезд на распределение $1/a$ долгопериодических комет, используя теорию диффузии К.А.Штейнса [17]. Ими получено хорошее согласие распределения $1/a$ с наблюдаемыми.

Чтобы оценить величину возмущений со стороны звезд на движение долгопериодических комет, мы взяли фиктивные кометы и звезды. В первом примере взята плоская задача. Звезде задавалась такая начальная скорость, чтобы ее движение относительно Солнца было гиперболическим. Движение кометы относительно Солнца рассматривалось в поле тяготения Солнца и звезды. Масса звезды принята равной массе Солнца = 1. Движения кометы и звезды описывают следующие дифференциальные уравнения:

$$\omega^2 \frac{d^2 x}{dt^2} = \omega^2 \left(\frac{x_s - x}{\rho^3} - \frac{x}{r^3} \right)$$

$$\omega^2 \frac{d^2 y}{dt^2} = \omega^2 \left(\frac{y_s - y}{\rho^3} - \frac{y}{r^3} \right)$$

$$\omega^2 \frac{d^2 x_s}{dt^2} = -2 \omega^2 \frac{x_s}{\rho^3}$$

$$\omega^2 \frac{d^2 y_s}{dt^2} = -2 \omega^2 \frac{y_s}{\rho^3}$$

где $x, y, z = \sqrt{x^2 + y^2}$ - координаты кометы,

$x_s, y_s, \rho = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$ - координаты звезды,

$\rho = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}$ - расстояние кометы от звезды.

Для решения этой системы уравнений применялся метод квадратур в координатах [18]. Для упрощения вычислений нами принята, следуя, напр., Я.Цумклею [19], единица времени = год/ 2π = 0,159158 года = 58,132 суток, тогда постоянная Гаусса равна 1.

Для наглядности эволюции движения кометы через определенные промежутки времени вычислялись элементы $z = 1/a$, a, q и e с использованием известных соотношений:

$$\dot{x} = \frac{z}{\tau} - V^2 \quad \text{где} \quad V^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2,$$

$$s = x\dot{x} + y\dot{y},$$

$$e = s^2 z + (1 - z z)^2,$$

$$a = \frac{1}{z},$$

$$q = a(1 - e).$$

Рассматриваемая задача является одним из вариантов ограниченной задачи трех тел. Одно тело (комета) имеет нулевую массу и не влияет на движение двух других тел. Поэтому возможно сразу интегрировать уравнения движения нескольких комет, имеющих различные начальные положения и скорости.

Приведем некоторые результаты вычислений. Сперва были выбраны две группы примеров: 1) звезда движется медленно, со скоростью 0,1 а.е./ед. вр. = 0,63 а.е./год = 3 км/с; 2) звезда движется быстро, со скоростью 1,0 а.е./ед. вр. = 6,28 а.е./год = 30 км/с. В первой группе рассмотрено движение 6 комет с различными начальными элементами орбит, при этом возмущающая звезда помещалась на

разных расстояниях от Солнца, так что всего получаются 18 отдельных примеров. Во второй группе были добавлены еще 3 кометы, т.е. там получено 27 примеров. В таблице 1 приводятся результаты для 6 комет для одного из случаев первой группы, в таблице 2 - то же для 9 комет второй группы:

Таблица 1

Комета №	Элементы в момент $T = 0$		
	a	q	e
1	5714	1429	0,750
2	10000	9998	0,0002
3	5714	1429	0,750
4	8043	1086	0,835
5	9231	3462	0,625
6	14423	13846	0,040

Начальное положение
и скорость звезды:
 $x = 20000$, $y = -40000$,
 $\dot{x} = 0,0$, $\dot{y} = +0,1$

Комета №	Элементы в момент $T = 2000000$ (=320000 лет)		
	a	q	e
1	5153	1171	0,773
2	8646	6766	0,218
3	5832	1438	0,753
4	8138	1028	0,874
5	9415	2977	0,684
6	15123	8352	0,448

Звезда находится на
расстоянии около
150000 а.е. и замет-
ного влияния не ока-
зывает.

Таблица 2

Комета №	Элементы в момент $T = 0$		
	a	q	e
1	5714	1429	0,750
2	10000	9998	0,0002
3	5714	1429	0,750
4	8043	1086	0,865
5	9231	3462	0,625
6	14423	13846	0,040
7	9444	845	0,911
8	10652	2829	0,734
9	13498	6576	0,513

Начальные положения
и скорость звезды:
 $x = 20000$, $y = -40000$,
 $\dot{x} = 0,0$ $\dot{y} = +1,0$

Комета №	Элементы в момент $T = 200000$ (=32000 лет)		
	a	q	e
1	5716	1436	0,749
2	10015	9830	0,019
3	5713	1421	0,751
4	8049	1095	0,864
5	9246	3482	0,623
6	14485	13646	0,058
7	9534	1046	0,890
8	10782	3263	0,697
9	13765	7481	0,457

Звезда находится на
расстоянии более
150000 а.е. и замет-
ного влияния не ока-
зывает.

В дальнейшем был добавлен еще ряд примеров. Всего были рассмотрены 66 примеров с медленными движениями звезд (несколько км/с) и 33 примера с быстрыми движениями звезд (30 км/с), помещая звезду на разных расстояниях от Солнца.

Чтобы качественно охарактеризовать ход изменения элементов a , q , e под влиянием прохождения звезды, для всей совокупности рассмотренных примеров мы условно приняли следующий простой критерий: если изменение элемента (Δa , Δq , Δe) составляет менее чем 10% от первоначального значения самого элемента, то считаем элемент постоянным. Если же значение элемента изменилось более чем на 10%, то фиксируем увеличение или уменьшение соответствующего значения, т.е. отмечаем, напр., что $\Delta a > 0$ или $\Delta a < 0$. В таблице 3 приведено количество комет с соответствующим направлением изменения элементов для всех проинтегрированных нами случаев.

Таблица 3

Изменение элемента	Медленная звезда (66 комет)			Быстрая звезда (33 кометы)		
	Δa	Δq	Δe	Δa	Δq	Δe
> 0	7	4	21	2	9	7
Пост.	24	23	37	30	23	22
< 0	28	32	1	1	1	4
	7 комет из этой группы приобретают гиперболические элементы и покидают солнечную систему.			Нет гипербол		

Как и следовало ожидать, звезды с медленными движениями оказывают более сильное воздействие на эволюцию орбит комет, чем звезды с быстрыми движениями. Заметно, что в первой группе преобладают $\Delta a < 0$ и $\Delta q < 0$, но $\Delta e > 0$. Это показывает, что звезды могут уменьшать орбиты комет, находящихся в облаке Оорта, и увеличивать их эксцентриситеты. Следовательно, при повторных возмущениях со стороны звезд

вполне возможно введение кометы в зону видимости (с малыми Q). Это подтверждает правильность законов диффузии комет К.А.Штейнса [17] и находится в полном согласии с новыми результатами А.Л.Салитиса [20]. Однако результаты вычислений в случае быстрого прохождения звезды показывают иную картину. Конечно, нужно признать, что для всеобщего анализа и более или менее полного рассмотрения всей проблемы возмущений комет со стороны звезд приведенных примеров еще далеко не достаточно. Но они могут показать, что происходит, если к кометному облаку приближается звезда на очень близкое расстояние, как, напр., указано в вышеупомянутой работе А.Алксниса и А.Мичулиса [10].

Библиографический список

1. Фесенков В.Г. Sur les perturbations séculaires dans le mouvement des comètes non périodiques par les étoiles voisines // Труды Главной Российской астрофиз. общ., 1922. Т.1. С.186-195.
2. Орлов С.В. Происхождение комет // Успехи Астрон. наук, 1941. Т.2. С.101-121.
3. Штейнс К.А. К вопросу о возмущениях от звезд на движение комет // Астр. журн. 1955. Т.32. Вып.3. С.282-291.
4. Штейнс К.А. К вопросу о возмущениях от звезд на движение комет 2 // Астр. журн. 1956. Т.32. Вып.5. С.756-760.
5. Штейнс К.А. О границах применения формулы Эпика // Астрономия. Численные эксперименты в небесной механике и астрометрии. Рига, 1978. С.11-13.
6. Öpik E. Note on Stellar Perturbations of nearly parabolic Orbits. Harvard Reprint. 1932. No.79.
7. Фесенков В.Г. О происхождении комет // Астр. журн.. 1951. Т.28. Вып.2. С.98-III.

8. Маковер С.Г. О возмущениях комет от неподвижных звезд // Бюлл. Инст. Теор. Астр.. 1964. Т.9, № 8 /Ш/, С.525-536.
9. Gliese W. Katalog der Sterne näher als 20 Parsek für 1950.0. Astr. Rechen-Inst. Heidelberg, 1957. Mitt. Ser.A, Nr.8. P.1-90.
10. Алкснис А. и А.Мицулис. О пространственном движении трех звезд главной последовательности // Астр. журн. 1952. Т.29. Вып.2. С.215-218.
11. Штейнс К.А. Интенсивность и плотность потока звезд в окрестности Солнца // Астр. журн. 1966. Т.43. С.887-888.
12. Штейнс К.А., И.А.Ревина. Устойчивость почти параболических орбит в кометном облаке // Астрономия. Вып.12. Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени. Рига, 1977. С.76-89.
13. Ревина И.А. Возмущение со стороны звезд на движение долгопериодических комет // Астрономия. Численные эксперименты в небесной механике и астрометрии. Рига, 1978. С.15-22.
14. Rickman H. Stellar perturbations of Orbits of longperiod Comets and their significance for cometary Capture // Bull. Astr. Inst. Czech. 1976. V.27. No.2. P.92-105.
15. Fernandez J.A. Evolution of Comet Orbits under the perturbing Influences of the Giant Planets and Nearby Stars. Icarus. 1980. V.42. P.404-421.
16. Штейнс К.А., А.Л.Салитис. Некоторые усовершенствования теории диффузии комет // Бюлл. Инст. Теор. Астр. 1984, Т.15, № 6 /169/ С.350-353.
17. Штейнс К.А. Эволюция орбит комет // Ученые записки ЛГУ им.П.Стучки. 1964. Т.68, Астрономия. Вып.2. С.39-64.
18. Субботин М.Ф. Курс Небесной механики. Л; М, 1937, Т.1.

19. Zumkley J. Ein numerisch gerechneter Spezialfall des allgemeinen Dreikörperproblems in vereinfachter Behandlung. Astr. Nachr., 1941, V. 272, Heft 2. S. 66-76.
20. Салитис А.Л. Об эволюции перигелийных расстояний орбит долгопериодических комет // Наст. сб. . С. 110-118

Р е з ю м е

М.А. Дирикис

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ КОМЕТ
СО СТОРОНЫ ЗВЕЗД

В статье дается краткий исторический обзор проблемы возмущений комет со стороны звезд. Описаны результаты численных экспериментов оценки возмущений от звезд в ограниченной гиперболической задаче трех тел. Медленно движущиеся звезды оказывают на кометы большее влияние, чем быстро движущиеся звезды.

К о р с а v i l k u m s

М.Дірікіс

JAUTĀJUMĀ PAR KOMĒTU PERTURBĀCIJU NOTEIKŠANU
NO ZVAIGZNĒM

Rakstā dots komētu perturbāciju novērtējumu īss vēsturisks apskats, ja perturbējošais ķermenis ir zvaigzne. Aprakstīti skaitliski eksperimenti, kuros aprēķinātas komētu perturbācijas, ja garāmejošā zvaigzne kustas pa hiperbolisku orbītu. Lēni kustīgu zvaigžņu ietekme uz komētām ir lielāka par ātri kustīgu zvaigžņu ietekmi.

S u m m a r y

M. Dirikis

ABOUT STELLAR PERTURBATIONS OF COMETS

This article contains a brief historic review of the problem of stellar perturbations of long-period comets. Some results of numerical experiments of a hyperbolic restricted problem of three bodies are also described. Slow moving stars show a greater influence on cometary motion than fast moving ones.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 523.61

А.Л.Салитис

Даугавпилсский пединститут

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ПЕРИТЕЛИЙНЫХ РАССТОЯНИЙ ОРБИТ
ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

В исследовании происхождения комет и Солнечной системы в целом важное место занимает изучение эволюции орбит долгопериодических комет. До настоящего времени еще недостаточно исследовано влияние возмущений со стороны звезд на изменение параметров орбит долгопериодических комет.

Впервые вопроса о роли гравитационного действия проходящих звезд в эволюции орбит долгопериодических комет коснулся В.Г. Фесенков [1] в 1922 году и затем повторно вернулся к этой проблеме в 1951 году [2]. В своих работах Фесенков пытался найти ответ на вопрос, являются ли кометы членами Солнечной системы или пришли в далеком прошлом из межзвездного пространства.

Я. Оорт [3] показал, что соседние звезды могут ввести далекие кометы в зону видимости из так называемого облака комет. Затем К.А. Штейнссом [4] было установлено, что возмущения со стороны звезд могут сильно менять перигелийные расстояния кометных орбит, в то время как большие полуоси орбит в основном меняются под действием гравитационной силы планет гигантов [5].

О

Подобляющее большинство работ по исследованию эволюции орбит долгопериодических комет посвящено изучению изменения обратной величины большой полуоси орбиты $\frac{1}{a}$. Однако при изучении эволюции долгопериодических комет важно исследовать не только изменение $\frac{1}{a}$, но и изменение перигелийного расстояния q , так как изменением q обеспечивается приток долгопериодических комет в зону видимости.

Изменение q исследовалось Э. Эпиком [6], К.А. Штейнсом [4] и Г. Рикманом [7]. Как Эпик, так Рикман при изучении возмущений перигелийных расстояний q использовали зависимость перигелийного расстояния от трансверсальной составляющей скорости кометы, которая выражается формулой

$$q = \frac{Q^2 v_{tr}^2}{2GM_{\odot}}, \quad (1)$$

где G - гравитационная постоянная, $M_{\odot}$ - масса Солнца, Q - афелийное расстояние кометы, v_{tr} - трансверсальная составляющая скорости кометы. В работах [6] и [7] изменение перигелийного расстояния Δq было получено методом осреднения соответствующих формул. Необходимо отметить, что методы Эпика и Рикмана обладают существенными недостатками: во-первых, они основываются на ряде приближений; во-вторых, не позволяют учитывать движение Солнца к апексу.

Во избежание упомянутых недостатков мы отказались от методов осреднения, а рассматривали возмущения как случайный процесс, а также применяли модель движения звезд, в которой учитывалось движение Солнца к апексу. Для определения изменения перигелийного расстояния мы также, как и в работах [6,7] использовали зависимость перигелийного расстояния от трансверсальной составляющей скорости согласно формуле (1), дифференцированием которой можно получить зависимость между Δq и Δv_{tr} в следующем виде

$$\Delta q = \frac{r_c^2 v_{tr} \Delta v_{tr}}{GM_{\odot}}, \quad (2)$$

где r_c - гелиоцентрический радиус-вектор кометы в афелие, который равен афелийному расстоянию Q .

Чтобы оценить каким образом возмущения со стороны звезд влияют на изменение кометной орбиты, мы изучили закон распределения для изменений трансверсальной составляющей скорости Δv_{tr} . Задача осуществлялась численным способом на ЭВМ. Изменение трансверсальной составляющей скорости определить по формуле

$$\Delta v_{mp} = \frac{2GM_*}{v_* R} \times \pi \sin \theta \times \frac{\sqrt{R^2 - 2R\alpha \sin \theta \sin(\alpha + \varphi)(2 + \sin \theta) + \sin \theta [v_*^2 \sin \theta - R^2 \cos 2(\alpha + \varphi)]}}{[R^2 - 2R\alpha \sin \theta \sin(\alpha + \varphi) + v_*^2 \sin^2 \theta]}, \quad (3)$$

где M_* и v_* - масса и скорость звезды, а R , α , φ и θ - параметры, определяющие положение траектории звезды.

Плотность распределения вероятностей посчитали при помощи формулы (3) для различных Δv_{mp} рассматривая 10^5 прохождений звезд. Результаты вычислений для распределения Δv_{mp} в случае изотропного потока звезд представлены на гистограмме (рис. 1). Из гистограммы следует, что в отличие от изменения полной скорости [8], в случае изменения трансверсальной составляющей большие изменения при данном значении Δv имеют большую вероятность. Это позволяет сделать важный вывод: в результате возмущений со стороны звезд сильнее меняются перигелийные расстояния чем большие полуоси орбиты. Это хорошо согласуется с ранее полученными результатами К.А. Штейнса [4].

Кроме изотропного потока звезд по всем направлениям мы также определяли плотность распределения вероятностей для не изотропного потока, т.е., с учетом движения Солнца к апексу, что осуществлялось изменением соответствующим образом угла θ в формуле (3). Распределение плотности вероятностей изменений Δv_{mp} в случае не изотропного потока звезд дано на гистограммах (рис. 2 - рис. 5). Из этих гистограмм следует, что по мере возрастания угла θ большую вероятность приобретают малые значения изменения скорости Δv_{mp} . Угол θ характеризует направление потока звезд относительно линии апсид кометной орбиты. Если $\theta = 0^\circ$, то звезды перемещаются параллельно большой оси орбиты кометы, а это значит, что полный импульс, получаемый кометой, должен лежать в трансверсальной плоскости, поскольку, согласно Эпику [6], результирующий импульс, получаемый кометой от проходящей звезды, направлен по перпендикуляру к траектории звезды. Этим и объясняется преобладание больших Δv_{mp} при $\theta = 0^\circ$. В то же время при $\theta = 90^\circ$, наоборот, преобладают малые значения изменения Δv_{mp} , поскольку в этом случае изменение полной скорости Δv должно быть направлено по радиус-вектору, а это означает, что основной вклад в изменение

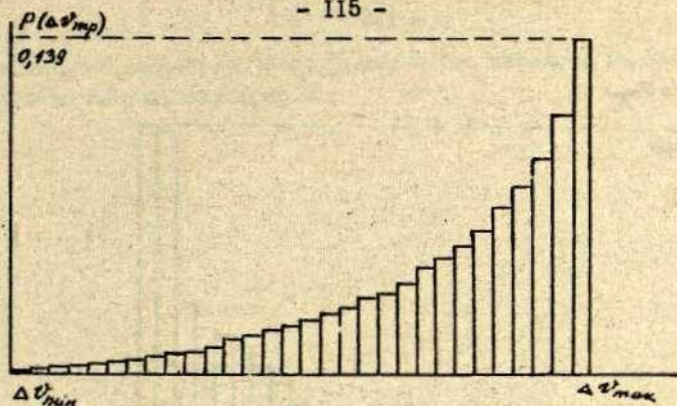


Рис.1. Распределение $\Delta v'_{tr}$ для изотропного потока звезд ($\sin \theta$ в формуле (5) меняется равномерно в пределах от 0 до 1).

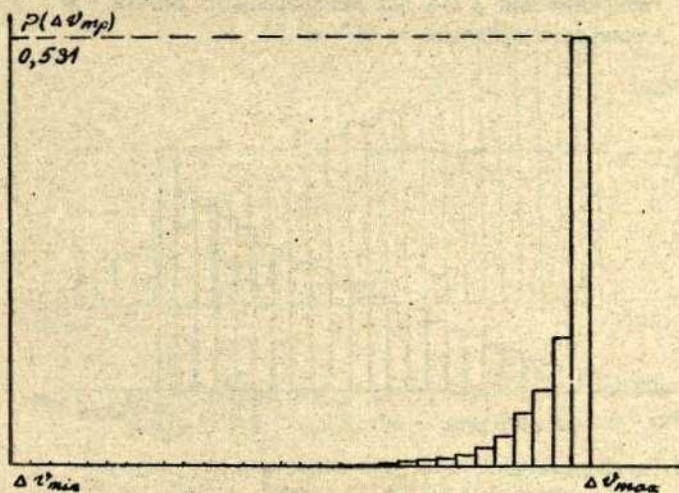


Рис.2. Распределение $\Delta v'_{tr}$ для неизотропного потока звезд (θ меняется в пределах от 0° до 30°).

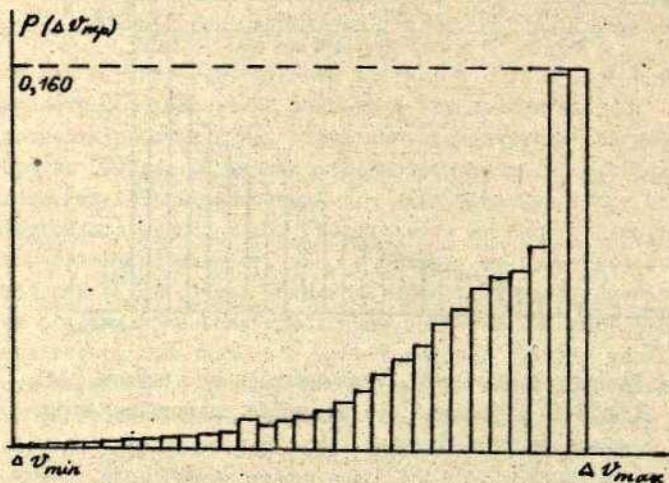


Рис.3. Распределение Δv_{trp} для изотропного потока (θ меняется в пределах от 30° до 50°).

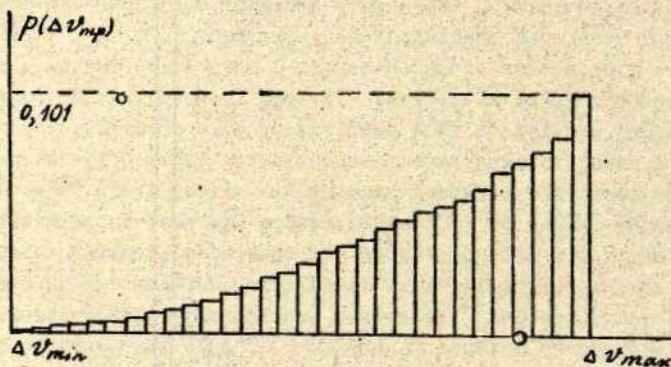


Рис.4. Распределение Δv_{trp} для изотропного потока (θ меняется в пределах от 50° до 70°).

скорости дает радиальная составляющая. Это наглядно подтверждается на гистограмме (рис.5).

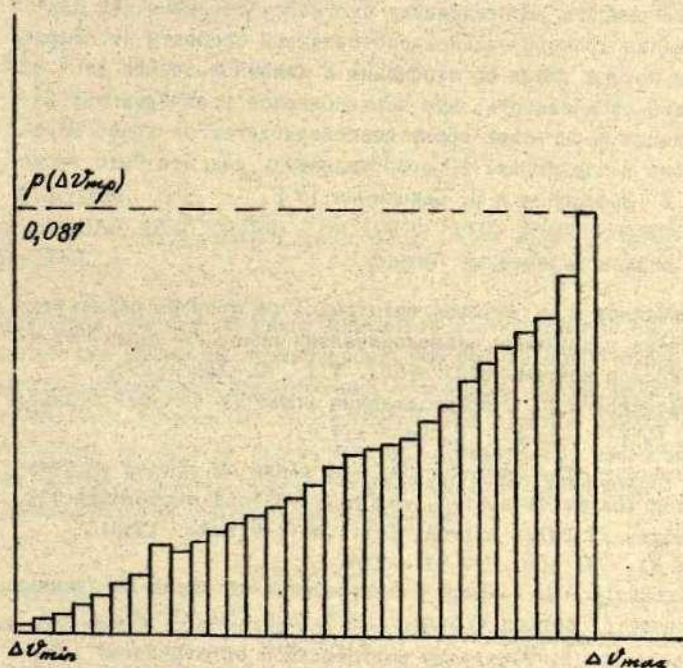


Рис. 5. Распределение $\Delta V_{\mu p}$ для неизотропного потока звезд (ϑ меняется в пределах от 70° до 90°).

Таким образом, на основе полученных результатов можно сделать два важных вывода о роли возмущений со стороны звезд в эволюции орбит долгопериодических комет:

- 1) характер распределения плотности вероятностей для трансверсальной составляющей указывает на то, что возмущения со стороны звезд сильнее влияют на изменение перигелийного расстояния q , чем на изменение большой полуоси a ;
- 2) зависимость распределения плотности вероятностей для изменения трансверсальной составляющей скорости от направления потока звезд по отношению к кометной орбите дает основание предполагать, что неравномерное распределение направлений перигелиев орбит долгопериодических комет обусловлено возмущениями со стороны звезд, как это было высказано Б. Марденем и З. Секаниным [9].

Библиографический список

1. Фесенков В.Г. Вековые возмущения со стороны ближайших звезд в движении непериодических комет // Труды Российской астрон. общ. 1922. Т. I С. 186 - 195.
2. Фесенков В.Г. О происхождении комет // Астрон. журнал. 1951 Вып. 2. С. 98 - 111.
3. Oort J. H. The structure of the cloud of comets surrounding the Solar system, and a hypothesis concerning its origin // Bull. Astron. Inst. Netherland. 1950. V. II, N. 408 P. 91 - 110.
4. Штейнс К.А. К вопросу о возмущениях от звезд на движение комет // Астрон. журнал. 1955. Вып. 3. С. 282 - 291.
5. Yabushita S. Planetary perturbation of orbits of long-period comets with large perihelion distances // Astron. Astrophys. 1972. V. 16. P. 471 - 477.
6. Öpik B. Note on stellar perturbations of nearby parabolic orbits // Proc. Amer. Acad. Arts and Sc. 1932 N. 67. P. 169 - 183.
7. Rickman H. Stellar perturbations of orbits of long-period comets and their significance for cometary capture // Bull. Astron. Inst. Czech. 1976 V. 27, N. 2. P. 92-105.

8. Салитис А.Л. Распределение изменения скорости в проблеме долгопериодических комет // Кометы и метеоры. 1982.-#33. С.41-44.
9. Marsden B.G., Sekanina Z. On the distribution of "original" orbits of comets of large perihelion distance // Astron. Journal 1973 V. 78, N. 10 P. 1118 1124.

Резюме

А.Л.Салитис

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ПЕРИГЕЛИЙНЫХ РАССТОЯНИЙ ОРБИТ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ.

Численным методом получена плотность распределения вероятностей для изменений трансверсальной составляющей скорости кометы, вызываемых возмущениями со стороны звезд. Констатируется, что возмущения со стороны звезд сильнее влияют на изменение q чем на изменение $\frac{1}{a}$. Обнаружено, что движение Солнца к апексу влияет на распределение изменений трансверсальной составляющей скорости.

Kopsavilkums.

A.Salītis

PAR GARPERIODA KOMETU ORBĪTU PERIHĒLIJU ATTĀLUMU EVOLŪCIJU.

Ar skaitlisko metodi iegūta varbūtību sadalījuma blīvums komētas ātruma transversālās komponentes izmaiņai, kuru izsauc zvaigžņu perturbācijas. Konstatēts, ka zvaigžņu perturbācijas stiprāk ietekmē q izmaiņu nekā $\frac{1}{a}$ izmaiņu. Konstatēts, ka Saules kustība uz apeksu ietekmē ātruma transversālās komponentes izmaiņu sadalījumu.

Summary

A.L.Salit

ON THE EVOLUTION OF THE PERIHELION DISTANCES OF THE
ORBITS OF LONG-PERIOD COMETS.

The distribution density of probability for the alterations of the transversal speed constituent of the comet caused by the perturbation of stars has been obtained by a numerical method. It has been established that the perturbation of stars has a stronger impact on the q alteration than that of the $\frac{I}{a}$ alteration. It has been found out that the Sun's motion to its apex affects the distribution of the alteration of the transversal speed constituent.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.73

И. А. Ревина
ЛГУ им. П. Стучки

БЛИЖАЙШИЕ ЗВЕЗДЫ В БУДУЩЕМ И В ПРОШЛОМ ДЛЯ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ДВИЖЕНИЕ КОМЕТ

Для решения задач космогонии комет важно знать точные орбиты комет в будущем и прошлом. Долгопериодические кометы на пути их движения будут возмущаться от ближайших звезд.

Мы рассматривали в качестве возмущающих тел только те звезды, которые подходят к Солнцу на расстояние ближе двух парсеков. Для этого надо было изучить каталоги ближайших к Солнцу звезд. Мы выбрали звездный каталог Глизе [1], содержащий информацию о ближайших звездах, расположенных на расстояниях до 20 парсек от Солнца. Мы использовали следующие величины из каталога Глизе:

- | | |
|--|------------|
| 1) α - прямое восхождение | } 1950.0 ; |
| 2) δ - склонение | |
| 3) π_{res} - результирующий параллакс в секундах; | |
| 4) M - результирующая абсолютная яркость; | |
| 5) u, v, w - компоненты скоростей в галактической системе координат. | |

С помощью данных каталога нетрудно вычислить координаты каждой звезды (отнесенные в экваториальной системе координат) по формулам

$$\begin{aligned}x &= a + mt, \\y &= b + nt, \\z &= c + pt,\end{aligned}\tag{1}$$

предполагая, что звезда движется прямолинейно и равномерно. Прямоугольные координаты звезды a, b, c можно найти по формулам

$$\begin{aligned}a &= r \cos \delta \cos \alpha, \\b &= r \cos \delta \sin \alpha, \\c &= r \sin \delta,\end{aligned}\tag{2}$$

где r - расстояние до звезды. Если за единицу расстояний принять 1 а.е., то r определяется по формуле

$$r = \frac{2262565}{\pi}.\tag{3}$$

Компоненты скоростей в экваториальной системе координат m, n, p , если за единицу времени взять 1 год, можно вычислить через величины u, v, w [2]:

$$\begin{pmatrix} m \\ n \\ p \end{pmatrix} = 0,211085 \cdot Z(\alpha) \cdot X(i) \cdot Z(\omega) \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix},\tag{4}$$

где $Z(\alpha), X(i), Z(\omega)$ - соответствующие матрицы вращения, а величины α, i, ω связывают галактическую и экваториальную системы координат [3]

$$\begin{aligned}\alpha &= A + 90^\circ = 280^\circ, \\i &= 90^\circ - D = 62^\circ, \\\omega &= 328^\circ.\end{aligned}\tag{5}$$

Матрицу произведения $Z(\alpha) \cdot X(i) \cdot Z(\omega)$ можно найти по формулам в книге М.Ф.Субботина [2]. И тогда компоненты скоростей m, n, p можно определить по формуле

$$\begin{pmatrix} m \\ n \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,02063 & 0,10219 & -0,18354 \\ 0,18541 & -0,09556 & -0,03236 \\ 0,09876 & 0,15806 & 0,09910 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}\tag{6}$$

Момент сближения звезды с Солнцем можно найти по формуле

$$T = - \frac{am + bn + cp}{m^2 + n^2 + p^2}, \quad (7)$$

а кратчайшее расстояние между ними определяется из выражения [4]:

$$D^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + (am + bn + cp)t \quad (8)$$

Массу звезды в единицах массы Солнца мы определяли по абсолютной величине звезды по формуле [5]:

$$\lg m = 0,577 - 0,1511 M + 0,0101 M^2 - 0,0045 M^3.$$

Для белых карликов мы брали их среднюю массу

$$m_{\delta, \kappa} = 0,6 M_{\odot} [6].$$

Вокруг Солнца описывалась сфера радиусом 2 парсека, и только те звезды из каталога Глизе, которые попадали в эту сферу, рассмотрены нами как возмущающие тела на движение комет. Ближайшие звезды из каталога Глизе, а также вычисленные нами величины T , D и m даны в таблице I. В дальнейшем мы предполагаем рассмотреть еще некоторые звезды, т.к. возможно, что за время учета возмущений от ближайших звезд в сферу радиусом 2 парсека попадут также другие звезды. Однако они значительно не могут повлиять на приближенную оценку возмущений долгопериодических комет со стороны звезд. Чтобы оценить реальные возмущения от звезд, комета должна находиться на таком расстоянии, где возмущения от больших планет можно не принимать во внимание. Из наших предыдущих работ можно сделать вывод, что влияние от звезд будет заметно только в том случае, если какая-нибудь звезда проходит к Солнцу на приблизительно такое же расстояние, как и комета.

Таблица I

Ближайшие по каталогу Глизе звезды в будущем и прошлом

№ по каталогу	Название звезды	T (год.)	D (а.е.)	γv
50.1	DM+58 155	743528	207823	0.82
59.3	DM+62 274	481110	33161	0.85
83.3	DM+61 366	811325	41637	0.68
86.1	DM-28 694	-310242	246932	0.79
168.*	DM+47 977	322850	355293	0.60
208.	DM+11 878	-485454	312543	0.56
279.	DM-21 2007	-268145	339513	1.49
398.2	AG+43 447-29	468276	402270	0.42
411.	DM+36 2147	19994	290982	0.38
443.1	DM+27 2055	-1667609	170279	0.61
445.	AG+79 3888	40514	204780	0.25
459.2	DM+45 2014	222892	64923	0.59
477.1	DM+46 1797	5663458	390752	0.59
551.	PROXIMA CEN	24583	226090	0.10
559.	α CEN	27746	203620	1.17
598.	γ SER	152486	348851	1.20
652.	DM-28 12769	-3372	316024	0.98
699.	BARNARD'S STAR	16380	12247	0.20
703.	DM+15 3364	127836	402123	0.61
710.	DM-1 3474	575217	232919	0.54
743.2	DM+25 3719	176175	118852	0.78
773.5	DM-23 15935	-1529778	222046	0.93
783.	DM-36 13940	38005	391009	0.78
894.3	AG-5 1339-58	628865	22246	0.39
905.	ROSS 248	35024	182824	0.12

Библиографический список

1. Gliese W. Catalogue of nearly stars // Verlag G.Braun, Karlsruhe 1969.
2. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., 1968.
3. Паренаго П.П. Курс звездной астрономии. М., 1954. С. 14-15.
4. Корн Т., Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., 1973. С. 87.
5. Паренаго П.П. Курс звездной астрономии. М., 1938. С. 156.
6. Физика космоса. Изд. энциклопедия. М., 1976. С.149.

Резюме

И.А.Ревина

БЛИЖАЙШИЕ ЗВЕЗДЫ В БУДУЩЕМ И ПРОШЛОМ ДЛЯ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ДВИЖЕНИЕ КОМЕТ

Чтобы оценить реальные возмущения от звезд на движение комет, определены положения ближайших звезд из каталога Глизе в будущем и прошлом. Эти звезды надо брать как возмущающие тела при рассмотрении движения долгопериодических комет.

Таблиц I, библиограф. - 6 названий.

Kopsavilkums

I. Revina

TUVĀKĀS ZVAIGZNES NĀKOTNĒ UN PAGĀTNĒ PERTURBĀCIJU NOTIKŠANAI KOMĒTU KUSTĪBĀ

Lai novērtētu zvaigžņu perturbācijas komētu kustībā, aprēķinātas tuvākās zvaigznes nākotnē un pagātnē no Glīzes kataloga. Šīs zvaigznes jāņem vērā kā perturbējošie ķermeni ilgperioda komētu kustībā.

Summary

I. Revina

NEARLY STARS IN THE FUTURE AND IN THE PAST TO ESTIMATE PERTURBATION AT COMET MOTION

To estimate stellar perturbation in the motion of long-period comets we have calculated approximate positions of nearly stars of the Gliese's catalogue in the future and in the past. These stars have to be taken as perturbing bodies when studying long-period comet motion.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.2

Л.К.Лауцениекс,
А.К.Павенис, Д.Р.Павила
ЛГУ им.П.Стучки

О ПОСТРОЕНИИ ПОИСКОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Во многих случаях для "вновь открытой" малой планеты или кометы удастся получить только два, обычно близких между собой, наблюдения (как по положению, так и по времени)

$$(t_1, \alpha_1, \delta_1) \text{ и } (t_2, \alpha_2, \delta_2). \quad (I)$$

Очевидно, что определить однозначно элементы эллиптической орбиты по ним невозможно. Поэтому делаются некоторые предположения относительно элементов орбиты. Например, предполагается, что движение малой планеты происходит по круговой орбите ($e = 0$) или при заданной заранее величине эксцентриситета малая планета в один из моментов наблюдения находится в перигелии, или другие предположения [1, 2, 3]. Но эти предположения могут не соответствовать действительности и, значит, прогнозируемое положение спустя длительный интервал времени будет сильно отличаться от действительного положения. С точностью, необходимой для получения дальнейших наблюдений, такие орбиты будут представлять видимое движение малой планеты в лучшем случае в течение 1 - 2 месяцев. При сделанных предположениях более или менее надежно определяются только наклон орбиты i и узел орбиты Ω .

Мы ставим цель определить семейство всех возможных эллиптических орбит, удовлетворяющих наблюдениям (I), включая вышеперечисленные случаи как частные.

Будем исходить из определения геоцентрических расстояний круговой орбиты. Первоначально определяются радиус a

круговой орбиты и соответствующие значения геоцентрических расстояний ρ_1^* и ρ_2^* из условия совпадения значений гелиоцентрического угла, определенного как геометрическим так и динамическим путем, т.е.

$$f_g - f_d = 0.$$

где

$$f_g = \arccos \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{a^2}, \quad f_d = \frac{\kappa (t_2 - t_1)}{a^{3/2}}$$

и

$$\begin{cases} x_i = \rho_i \cos \delta_i \cos \alpha_i - X_i, \\ y_i = \rho_i \cos \delta_i \sin \alpha_i - Y_i, \\ z_i = \rho_i \sin \delta_i - Z_i \end{cases} \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

X_i, Y_i, Z_i - соответствующие координаты Солнца в моменты времени t_i . Для определения радиуса a круговой орбиты предлагается применять интерполяционные полиномы Лагранжа.

Наша задача состоит в том, чтобы определить область эллиптических орбит, в которой с большой вероятностью содержится истинная орбита данной малой планеты. Эту область можно определить варьируя в формулах (2) геоцентрические расстояния ρ_1 и ρ_2 и по полученным двум значениям гелиоцентрических положений (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) , например, методом Гаусса определяя элементы эллиптических орбит $a, e, i, \Omega, \omega, M_0$.

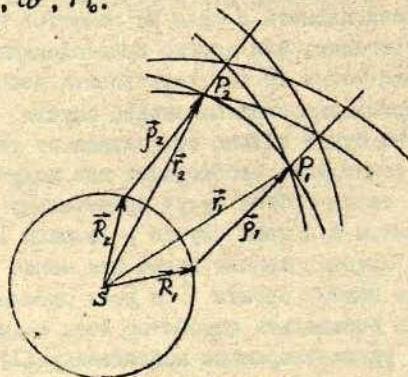


Рис. I.

Границы области устанавливаются путём ограничения области изменения, например, для большой полуоси ($a_{min} \leq a \leq a_{max}$) и для эксцентриситета ($0 \leq e \leq e_{max}$).

Следуя статистическим результатам из работ [4,5], мы выбрали $a_{min} = 1.90$, $a_{max} = 4.20$ и $e_{max} = 0.48$.

Из-за большого объема результатов численных экспериментов, в таблице I приводится только их часть, дающая представление об зависимости элементов эллиптической орбиты от геоцентрических расстояний. Для вычисления данных в таблице I использовались два наблюдения малой планеты 3155, полученные в обсерватории Лоуэлла 28 сентября и 31 октября 1984 года, т.е.

28.35764 сент.	01 ^h 41 ^m 19 ^s .84	07° 41' 12".9
31.28333 окт.	01 ^h 08 ^m 19 ^s .68	07° 01' 46".5

Таблица I

p_1	p_2	a	e	i	Ω	ω	M_0
I.15	I.15*	2.362	0.106	0.120	0.497	6.195	6.260
	I.23**	2.511	0.237	0.123	0.491	5.043	0.734
	I.31**	2.999	0.445	0.126	0.486	4.825	0.567
I.23	I.15**	2.497	0.238	0.128	0.495	1.048	5.525
	I.23*	2.404	0.089	0.132	0.490	6.200	6.261
	I.31	2.554	0.232	0.135	0.484	4.973	0.800
	I.39	3.054	0.446	0.139	0.479	4.786	0.593
I.31	I.15**	2.959	0.444	0.136	0.494	1.269	5.697
	I.23	2.539	0.233	0.140	0.488	1.129	5.459
	I.31*	2.440	0.069	0.144	0.483	6.205	6.262
	I.39	2.589	0.228	0.148	0.478	4.891	0.877
	I.47	3.099	0.446	0.152	0.473	4.743	0.623
I.39	I.23**	3.014	0.445	0.148	0.487	1.319	5.670
	I.31	2.575	0.228	0.153	0.482	1.221	5.383
	I.39*	2.468	0.048	0.157	0.477	6.209	6.262
	I.47	2.618	0.225	0.161	0.472	4.798	0.965
	I.55	3.136	0.447	0.166	0.468	4.696	0.656

Таблица I (продолжение)

ρ_1	ρ_2	a	e	i	Ω	ω	M_0
1.47	1.31	3.058	0.445	0.162	0.481	1.373	5.640
	1.39	2.603	0.225	0.166	0.476	1.323	5.295
	1.47	2.491	0.025	0.171	0.471	6.214	6.262
	1.55	2.640	0.224	0.176	0.467	4.696	1.062
	1.63	3.164	0.448	0.180	0.463	4.644	0.693
1.55	1.39	3.093	0.445	0.175	0.475	1.431	5.605
	1.47	2.625	0.223	0.180	0.470	1.436	5.197
	1.55*	2.509	0.0	0.183	0.466	3.056	3.142
	1.63	2.657	0.225	0.190	0.462	4.586	1.166
	1.71	3.185	0.451	0.196	0.458	4.590	0.732
1.63	1.47	3.120	0.446	0.190	0.470	1.492	5.568
	1.55	2.642	0.224	0.195	0.465	1.555	5.092
	1.63*	2.523	0.026	0.201	0.461	3.081	3.121
	1.71	2.670	0.228	0.206	0.457	4.472	1.274
	1.79	3.199	0.454	0.212	0.454	4.533	0.773
1.71	1.55	3.141	0.448	0.206	0.465	1.556	5.528
	1.63	2.654	0.227	0.212	0.461	1.678	4.982
	1.71	2.531	0.064	0.217	0.456	3.084	3.121
	1.79	2.678	0.235	0.223	0.453	4.357	1.382
	1.87	3.209	0.458	0.229	0.449	4.474	0.816
1.79	1.63	3.155	0.450	0.222	0.460	1.621	5.486
	1.71	2.663	0.234	0.228	0.456	1.802	4.874
	1.79	2.537	0.083	0.235	0.452	3.088	3.121
	1.87	2.684	0.245	0.241	0.449	4.246	1.486
	1.95	3.216	0.463	0.248	0.445	4.414	0.859
1.87	1.71	3.165	0.454	0.239	0.455	1.688	5.442
	1.79	2.668	0.243	0.246	0.452	1.921	4.768
	1.87	2.541	0.122	0.253	0.448	3.091	3.121
	1.95	2.687	0.258	0.260	0.445	4.142	1.583
	2.03	3.220	0.470	0.267	0.442	4.354	0.902

На рис. 2, 3, 4 представлены графики зависимостей большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i соответственно от геоцентрических расстояний ρ_1 и ρ_2 .

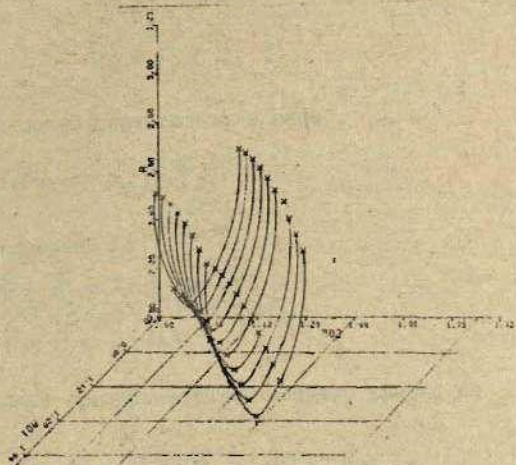


Рис. 2

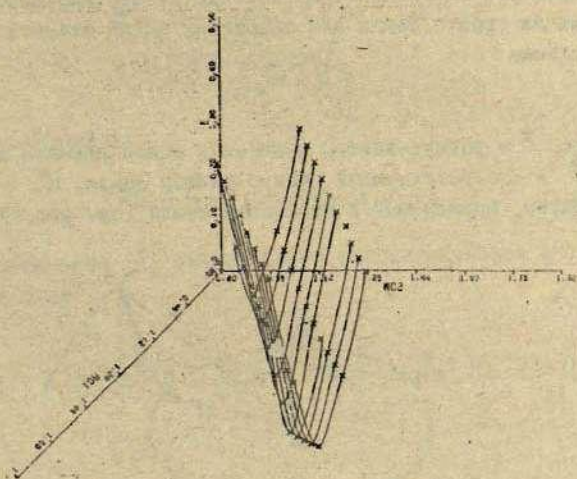


Рис. 3

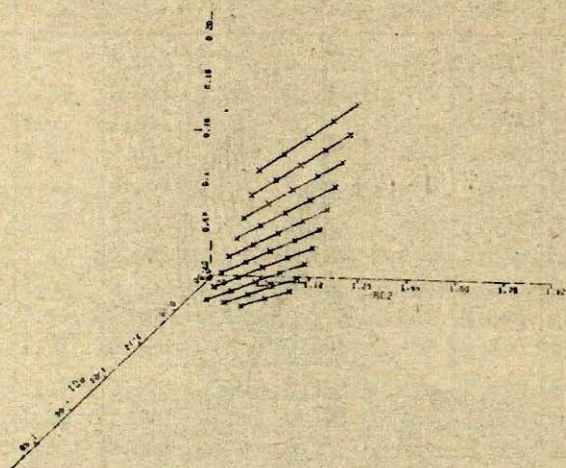


Рис. 4

Для малых планет подвижный барьер [6, 7] целесообразно строить в оппозициях. Легко видеть, что для любого положения на орбите Земли для оппозиции малой планеты выполняется условие

$$(\vec{R} \times \vec{W}_0) \cdot \vec{r} = 0, \quad (3)$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор положения малой планеты в оппозиции, $\vec{R}$ - соответствующий радиус-вектор Земли, $\vec{W}_0$ - единичный вектор, нормальный к плоскости Земли (см. рис. 5).

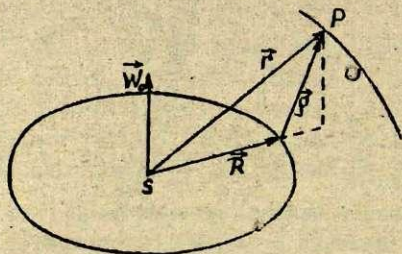


Рис. 5

Так как

$$\vec{W}_0 = \vec{P}_0 \times \vec{a}_0,$$

то условие (3) можно представить в виде

$$[\vec{P}_0 (\vec{R} \vec{a}_0) - \vec{a}_0 (\vec{R} \vec{P}_0)] \vec{r} = 0.$$

Используя соотношения [3]

$$\vec{R} = \vec{P}_0 \xi_0 + \vec{a}_0 \eta_0$$

$$\vec{r} = \vec{P} \xi + \vec{a} \eta,$$

и делая несложные преобразования, получим уравнение

$$[\vec{P}(\vec{a}_0 \xi_0 - \vec{P}_0 \eta_0)] \xi + [\vec{a}(\vec{a}_0 \xi_0 - \vec{P}_0 \eta_0)] \eta = 0. \quad (4)$$

Далее, используя соотношения (например, [3])

$$\xi = a(\cos E - e),$$

$$\eta = a\sqrt{1-e^2} \sin E$$

и введя обозначение

$$\vec{x}_0 = \vec{a}_0 \xi_0 - \vec{P}_0 \eta_0,$$

получим уравнение (4) относительно эксцентрической аномалии E в виде

$$(\vec{P} \vec{x}_0)(1+e) \operatorname{tg}^2 \frac{E}{2} - 2(\vec{a} \vec{x}_0) \sqrt{1-e^2} \operatorname{tg} \frac{E}{2} + (\vec{P} \vec{x}_0)(e-1) = 0 \quad (5)$$

Решение уравнения (5) получается в виде

$$E = 2 \arctg \frac{(\bar{Q} \bar{x}_0) \sqrt{1-e^2} \pm \sqrt{[(\bar{Q} \bar{x}_0)^2 + (\bar{P} \bar{x}_0)^2] (1-e^2)}}{(\bar{P} \bar{x}_0) (1+e)} \quad (6)$$

Итак, получаем зависимость эксцентрической аномалии E малой планеты в оппозиции от элементов орбиты малой планеты для любого положения на орбите Земли.

Для соответствующих значений эксцентрических аномалий можно построить т.н. "кривую оппозиций", представляющую собой все возможные положения оппозиций малой планеты в системе координат на небесной сфере.

На рис. 6 и 7 приведены кривые оппозиций для некоторых значений отмеченных в таблице I * и ** элементов из семейства.

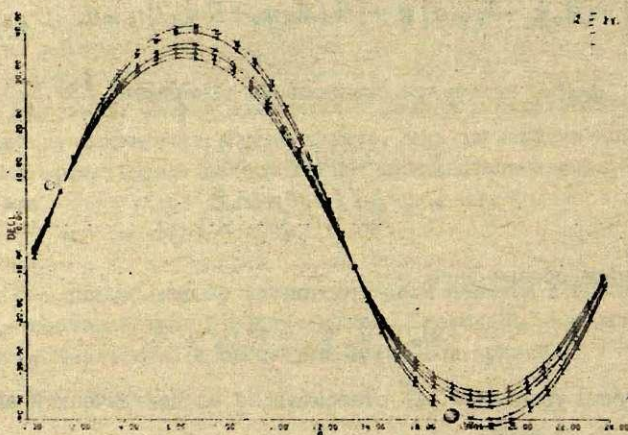


Рис. 6

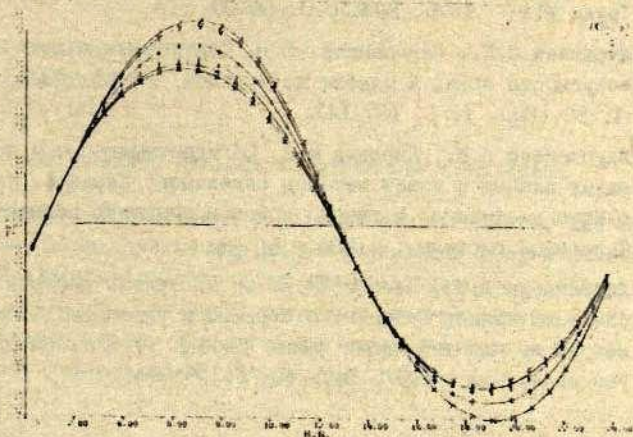


Рис. 7

Проведенные нами численные эксперименты показали, что однопараметрические подвижные барьеры вблизи оппозиций в довольно продолжительном интервале времени проходят вдоль кривой оппозиции, т.е., можно рекомендовать вести поиски вдоль кривой оппозиции, чтобы с большой вероятностью получить наблюдения "потерянной" малой планеты. Предварительные численные эксперименты указывают, что и в случаях двухпараметрических семейств орбит поиск целесообразно вести вдоль кривой оппозиции, чтобы получить дополнительные наблюдения.

Библиографический список

1. Орлов А.Я., Орлов В.А. Курс теоретической астрономии. Госиздат. техн.-теорет. лит., М. Л., 1940.
2. Дубяго А.Д. Определение орбит. Госиздат. техн.-теорет. лит., М. Л., 1949.
3. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. изд. М., 1968.

4. Чеботарев Г.А., Шор В.А. Структура пояса астероидов // Труды ИТА 1976. Вып.15.С. 60-90 .
5. Журавлев С.Г., Кирюшенков В.Н. Статистика полной совокупности ярких и слабых астероидов // АЖ, 1982, Т. 59. Вып. I. С. 137-141.
6. Лауцениекс Л.К., Дирикис М.А. Об идентификации и поиске малых планет и комет методом подвижного барьера. // Новейшие достижения в теории комет и динамике малых тел Солнечной системы .1986.С.50-54 .
7. Лауцениекс Л.К., Павенис А.К. Об алгоритме выборки наблюдений вблизи подвижного барьера и численных экспериментах по идентификации малых планет. // Астрономия и геодезия, Томск,1987. Вып. 15. С. 84-88 .

Р е з ю м е

Л.К.Лауцениекс,
А.К.Павенис,
Д.Р.Павила

О ПОСТРОЕНИИ ПОИСКОВЫХ ЭЛЕМЕРИД ДЛЯ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

Приведена методика определения семейства всех возможных эллиптических орбит, удовлетворяющих двум наблюдениям и некоторым ограничениям изменения большой полуоси и/или эксцентриситета. Получена формула для эксцентрической аномалии той точки орбиты малой планеты, которая находится в оппозиции, в зависимости от Эксцентрисической аномалии Земли.

K o p s a v i l k u m s

L.Laucenieks

A.Pavēnis

D.Pāvila

MAZO PLANĒTU MEKLEŠANAS EFEMERĪDU NOTEIKŠANA

Dota visu iespējamo eliptisko orbītu saimes, kas apmierina divus novērojumus un ierobežojumus lielās pusass un/vai ekscentritātes izmaiņām noteikšanas metodika. Iegūta formula, kas mazās planētas orbītas punkta, kas atrodas opozīcijā, ekscentrisko anomāliju saista ar atbilstošo Zemes ekscentrisko anomāliju.

S u m m a r y

L.Laucenieks

A.Pavēnis

D.Pāvila

ABOUT COMPUTATION OF MINOR PLANETS SEARCH EPHEMERIDES

This paper deals with computation of a family of all possible elliptic orbits satisfying two observations and allowing certain restrictions of semimajor axis and/or eccentricity. A formula has been found for eccentric anomaly of the point of minor planet orbit which is in opposition depending upon the eccentric anomaly of the Earth.

ЛАТЕЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.2

Я.К.Балодис
ЛГУ им.П.Стучки

АЛГОРИТМ ЧТЕНИЯ ЗВЕЗДНОГО КАТАЛОГА

Каталог координат звезд на электронно-вычислительной машине (ЭВМ) используется как база данных в решении многих задач. Часто используются специальные каталоги весьма ограниченного объема, например ФК4, но также часто очень объемные, учитывая перспективные направления работ [1].

Под названием чтение звездного каталога в настоящей работе представлен алгоритм быстросействующего поиска (выбора) координат звезд в сегментированных записях каталога, считываемых с магнитных носителей ЭВМ. Вместо выбора координат звезд в дальнейшем будет употребляться просто выбор звезд или поиск звезд.

Чтение звездного каталога с магнитных носителей (МН), конечно, простая задача и решена в каждой обсерватории [2-5]. В настоящей работе особое внимание уделено этому вопросу в связи с автоматической идентификацией звезд [5]. Выбор звезд из каталога - это одна из задач при идентификации звезд, особенно, если нужно делать это максимально быстро, например, в шкале реального времени. Идентификация от этого очень сильно зависит. Во-первых, должна быть обеспечена безошибочность выбора звезд, а во-вторых, достигнута большая скорость выбора. И скорости выбора в представляемом алгоритме уделено особое внимание, стремясь по возможности сократить переборы, которые всегда занимают много времени при работе с большими базами данных. С другой стороны, хотелось бы показать, что внешне как бы очень простая задача чтения звездного каталога не так уж проста, что в ней очень много тонкостей, многие из которых в статье

перечислены лишь в основных чертах.

Представляется, что каталог записан так, как каталог САО [2] по слоям деклинации с шагом $\Delta\delta$ (не обязательно 10°) и внутри слоев координаты звезд упорядочены в возрастающем порядке по ректасценсии. Для быстродействующих ЭВМ, конечно, очень уместна максимальная упаковка данных [5]. В отличие от Смитсоновского образа записи каталога [2], у нас все записи полны, т.е. в той же записи, где кончаются звезды предыдущего слоя, сразу же продолжают записи следующего δ слоя. Длина всех записей одинакова, и без труда достаются звезды по номеру.

Для каталога имеется одна специальная запись - информационная таблица номеров записей в виде матрицы M размером $\frac{\pi}{\Delta\delta} \times \frac{2\pi}{\Delta\alpha}$, где $\Delta\alpha$ - шаг внутри слоя по изменению α , с которым зафиксированы в информационной матрице номера записей. Номер записи для выборки координат α , δ определяется как элемент m_{ad} матрицы M , где

$$a = E\left(\frac{\alpha}{\Delta\alpha}\right) + 1, \quad (1)$$

$$d = E\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \delta}{\Delta\delta}\right) + 1. \quad (2)$$

$E(x)$ означает наибольшее целое число, не превышающее x . Для множества звезд с прогнозированными координатами множество номеров всех считываемых записей определяется

$$Z = \{m_{ad} : d \in [d_1, d_2], a \in [a_1, a_2]\}, \quad (3)$$

где, согласно формулы (1) a_1 и a_2 соответствуют $\alpha_{\min}$ и $\alpha_{\max}$, а согласно (2) d_1 и d_2 соответствуют $\delta_{\min}$ и $\delta_{\max}$. Элементы множества Z упорядочены в возрастающем порядке. В дальнейшем Z будет употребляться как множество звезд каталога ограниченной области неба, а элементы $z \in Z$, как подмножество звезд в рамках одной записи на МН. Множество звезд, список звезд или таблица координат звезд будет обозначать одно и то же.

Для выбора близполюсных звезд предложенный в дальнейшем алгоритм не используется.

Общая схема алгоритма

По существу это алгоритм, в который включены задачи вызова стандартного считывания записей с МН и последовательной обработки этих записей для выборки из них нужной информации.

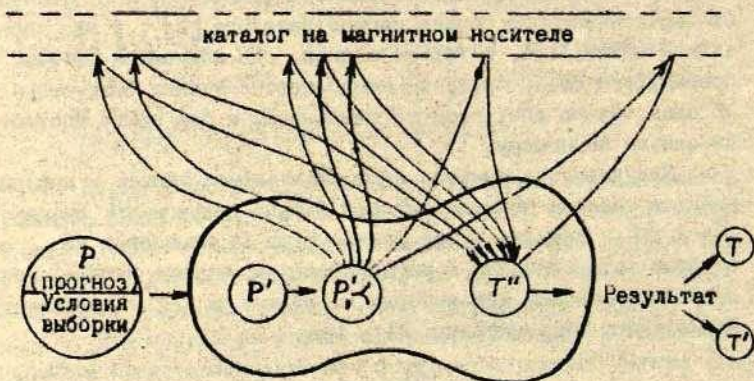


Рис.1 Схема абстрактного представления чтения каталога.

Исходные данные - это множество прогнозируемых звезд P в виде таблицы координат α, δ . Условия выборки включают погрешность прогноза, диапазон яркостей звезд и признак нужного результата, то ли в виде таблицы точных координат множества звезд T , который является образом множества P в каталоге, то ли в виде расширенной таблицы координат всех претендентов звезд множества P с данной погрешностью, обозначенное множеством T' . Другими словами, T включает не более одного ближайшего соседа из каталога для каждой прогнозируемой звезды, а T' - всех претендентов. Блок-схема алгоритма приводится на рисунке 2.

Для сравнения множества звезд прогноза P и множества звезд каталога Z целесообразно упорядочить множество P по образу каталога. Однако в дальнейшем будет показано, что до упорядочивания множество P следует расширить, образуя множество P' . Это дает возможность при сравнении множеств P и Z уменьшить переборы, тем самым увеличив скорость поиска

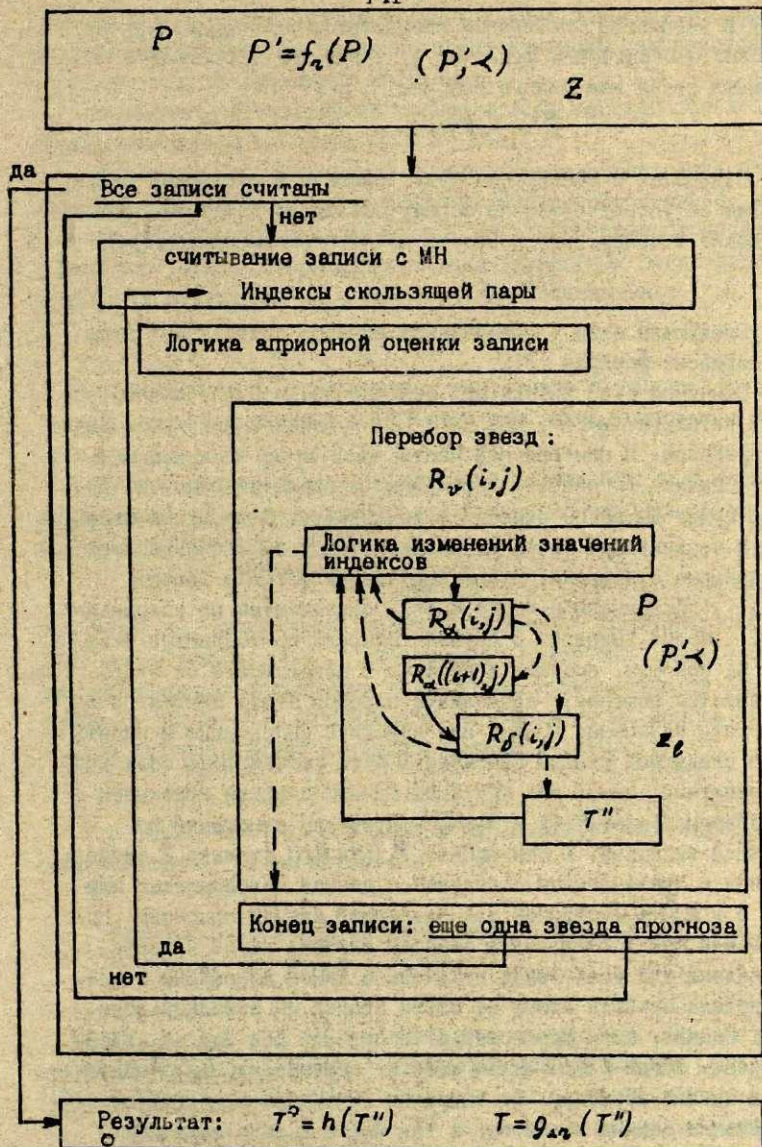


Рис.2 Блок-схема алгоритма чтения каталога

звезд в каталоге. Расширение множества P на множество P' условно изображается функцией f_z , где z - погрешность прогноза звезд или радиус выборки

$$P' = f_z(P).$$

Подробнее о расширении будет сказано в следующей главе, а также об упорядочении по образу звездного каталога, которое можно в общем виде показать упорядоченным множеством

$$(P', <).$$

Следующий этап - определение номеров считываемых записей согласно формуле (3).

Основной этап алгоритма - это поочередное считывание записей каталога $z_c \in Z$, где $l \in [1, |Z|]$ и поиск в них претендентов прогноза. В центральной части блок-схемы изображены 2 блока анализа логических переменных и принятия решений, которые будут детально описаны в дальнейшем. В процессе перебора и сравнения звезд из множеств (P'_z) и z_c , оцениваются их взаимные отношения. Отношение звезды $i \in (P'_z)$ и звезды $j \in z_c$, обозначенное через $R_\alpha(i, j)$, оценивается по координате α . Можно выделить 3 случая: очередь претендентов в записи не подошла, подошла и прошла. В зависимости от этого принимается решение: продолжать перебор звезд записи по α , проверять отношение $R_\delta(i, j)$ или изменить индексацию и начать поиск следующей звезды прогноза. В блок-схеме $R_\alpha(i, j)$ обозначает "попутный" поиск для фиксации начала очереди претендентов звезды $(i+1) \in (P'_z)$, а $R_\nu(i, j)$ - проверку отношений по звездной величине. В отношениях $R_\nu(i, j)$ и $R_\delta(i, j)$ только 2 случая: прогноз с претендентом совпадает с данной погрешностью или нет, а в $R_\alpha(i, j)$ - очередь для следующей звезды прогноза подошла или нет. В блок-схеме отражен случай, когда яркость определена для всех звезд прогноза в одном диапазоне и можно сначала сделать отбор из звезд записи по звездной величине. Однако, если прогнозируется яркость для каждой звезды отдельно, тогда в блок-схеме следует переместить $R_\nu(i, j)$ после блока логики перебора. До операции сравнения выполняется распаковка данных каталога, а так как звездная величина

яркости обычно выражается лишь несколькими цифрами, то при первоначальной выборке звезд по этому критерию сэкономится время распаковки остальных координат.

В результате завершения проверки всех записей $z_i \in Z$ образуется множество звезд T'' .

Возможно, что в процессе выборки звезд из каталога площади выборки соседних звезд прогноза могут пересекаться, и в множестве T'' одна и та же звезда каталога зарегистрирована 2 раза или более. Отбрасыванием таких повторных регистраций образуется множество T' , символически обозначенное

$$T' = h(T'').$$

В множестве T' представлены все звезды каталога, по условиям выборки являющиеся претендентами звезд прогноза в каталоге.

Если выделить только по одному претенденту, т.е. по одному ближайшему соседу каждой прогнозированной звезды, то выявится множество

$$T = g_{\Delta z}(T'),$$

где через $g_{\Delta z}$ обозначена операция выделения ближайших соседей, но не дальше Δz . Значение Δz может быть выделено, как стандартное отклонение от прогноза большинства из ближайших и достаточно близких соседей, поэтому не всегда все звезды прогноза будут иметь претендентов каталога

$$|T| \leq |P|.$$

В дальнейшем будет пояснено образование множества (P'_i) и два логических блока переборов.

Расширение и преобразование таблицы прогнозированных координат по образцу каталога

Для лучшего понимания алгоритма рассмотрим образец размещения множества прогнозированных звезд на атласе (рис.3) и принцип записи координат звезд в каталоге на МН ЭВМ (рис.4). При прогнозе множества звезд P получают таблицу со значени-

ями координат α , δ , определенных с погрешностью η . На рис.3 изображены те площади, с которых нужно проверять наличие в каталоге претендентов звезд номер p , $(p+1)$, ..., $(p+5)$. На рис.4 показано, что соответствующие записи на МН весьма разбросаны, к тому же претенденты одной звезды прогноза могут находиться в разных записях.

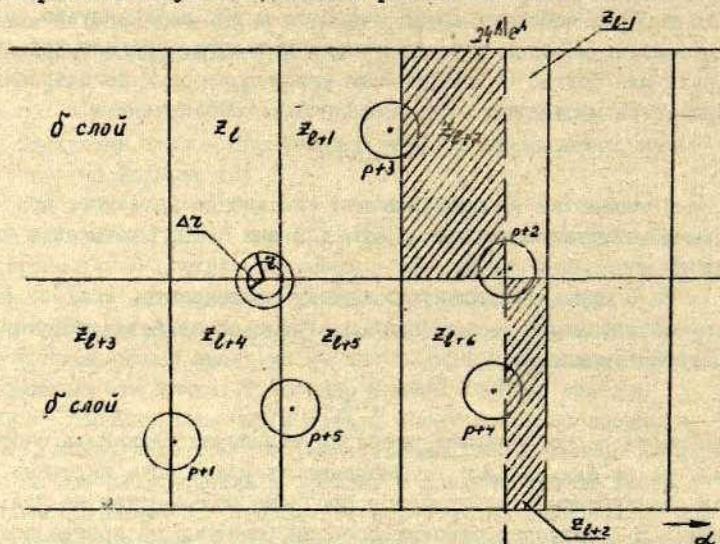


Рис.3 Образец представления информации прогноза на звездном атласе ($z_l, z_{l+1}, \dots$ сегменты записи каталога на МН).

Чтобы при чтении записей с МН не было повторений и чтобы при проверке записей сократились переборы, целесообразно упорядочить таблицу прогноза по образцу каталога. Чтобы описать размещение претендентов прогноза по записям, вводятся несколько логических переменных для каждой звезды прогноза, отражающих то, что высказывание о связи между введенными понятиями истинно или ложно. Истинность и ложность обозначим единицей и нулем соответственно.

$$D^+ := \begin{cases} 1, E\left(\frac{\sigma}{\Delta\sigma}\right) < E\left(\frac{\sigma+z}{\Delta\sigma}\right) \& (\sigma+z) < \frac{\pi}{2}, \\ 0, E\left(\frac{\sigma}{\Delta\sigma}\right) = E\left(\frac{\sigma+z}{\Delta\sigma}\right), \end{cases}$$

$$D^- := \begin{cases} 1, E\left(\frac{\sigma}{\Delta\sigma}\right) > E\left(\frac{\sigma-z}{\Delta\sigma}\right) \& (\sigma-z) > -\frac{\pi}{2}, \\ 0, E\left(\frac{\sigma}{\Delta\sigma}\right) = E\left(\frac{\sigma-z}{\Delta\sigma}\right), \end{cases}$$

$$O^A := \begin{cases} 1, (\alpha - z') < 0, \\ 0, (\alpha - z') \geq 0, \end{cases} \quad \pi_2 := \begin{cases} 1, (\alpha + z') > 2\pi, \\ 0, (\alpha + z') \leq 2\pi, \end{cases}$$

где $z' = z \sec \sigma$

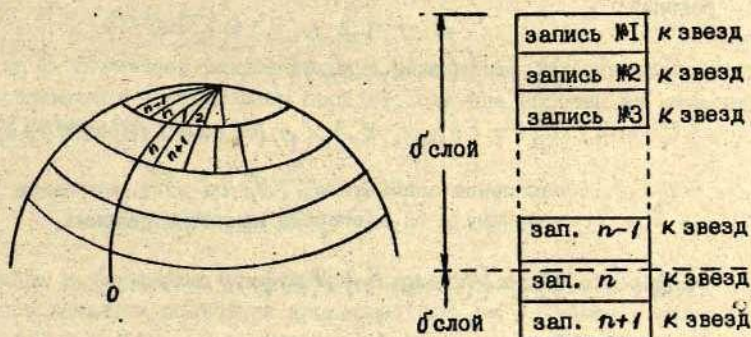


Рис. 4 Схематическое изображение записывания звездного каталога на МН.

В таблице I представлены все сочетания значений этих логических переменных и результаты принятия решений. В принятии решений учитывается, что $z < \frac{\Delta\sigma}{2}$, т.е. площадь выбора звезд в пределах не более двух σ -слоев.

Таблица I. Таблица истинности логических переменных

Разм. звезды относ. границ	$\odot$	$\odot^+$	$\odot^-$	$\odot^+$	$\odot^-$	$\odot^+$	$\odot^-$	$\odot^+$	$\odot^-$	$\odot^+$	$\odot^-$	$\odot^+$	$\odot^-$	$\odot^+$	$\odot^-$	$\odot^+$
D^+	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
D^-	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
O^h	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
π_2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Решение	C_0	C_1	C_1	C_2	C_1	C_3	C_3	C_2	C_1	C_3	C_3	C_2	C_2	C_2	C_2	C_2

В процессе расширения множества звезд P , которое в целом обозначено

$$P' = f_n(P),$$

для каждой звезды прогноза принимается одно из следующих решений:

$$C_0 \dots V_P := \{ \langle p, \alpha_p, \tilde{\sigma}_p \rangle \},$$

$$C_1 \dots V_P := \{ \langle p, \alpha_p, \tilde{\sigma}_p \rangle, \langle p, (\alpha_p + \Delta\alpha'), (\tilde{\sigma}_p + \Delta\tilde{\sigma}') \rangle \},$$

$C_2 \dots$ изменение значений α_p , $\tilde{\sigma}_p$ на ничтожно малую величину Δ и повторное принятие решения,

$$C_3 \dots V_P := \{ \langle p, \alpha_p, \tilde{\sigma}_p \rangle, \langle p, (\alpha_p + \Delta\alpha'), \tilde{\sigma}_p \rangle, \langle p, (\alpha_p + \Delta\alpha'), (\tilde{\sigma}_p + \Delta\tilde{\sigma}') \rangle, \langle p, \alpha_p, (\tilde{\sigma}_p + \Delta\tilde{\sigma}') \rangle \},$$

где $\alpha_p, \tilde{\sigma}_p \in P$, а $p \in [1, |P|]$.

Величины $\Delta\alpha'$ и $\Delta\tilde{\sigma}'$ определяются:

$$\Delta\alpha' = 2\pi \cdot S_\alpha,$$

$$\Delta\tilde{\sigma}' = \tau \cdot S_\sigma,$$

где

$$S_{\alpha} := \begin{cases} 1, 0, & O^k = 1, \\ -1, 0, & \pi_2 = 1, \\ 0, 0, & (\neg O^k \& \neg \pi_2) = 1, \end{cases} \quad S_{\sigma} := \begin{cases} 1, 0, & D^+ = 1, \\ -1, 0, & D^- = 1, \\ 0, 0, & (\neg D^+ \& \neg D^-) = 1. \end{cases}$$

Расширенное множество P' определяется объединением

$$P' := \bigcup_{i=1}^{17} V_i.$$

Решения для каждой звезды прогноза принимаются соответственно истинности логической переменной C с индексом $0, \dots, 3$, т.е. выполняется решение, для которого $C = I$.

$$\begin{aligned} D^+ \& D^- \vee O^k \& \pi_2 &\rightarrow C_2, \\ \neg(D^+ \vee D^- \vee O^k \vee \pi_2) &\rightarrow C_0, \\ (D^+ \oplus D^-) \& (O^k \oplus \pi_2) &\rightarrow C_3, \\ (D^+ \oplus D^-) \oplus (O^k \oplus \pi_2) &\rightarrow C_1, \end{aligned}$$

где $\oplus$ обозначает разделительную дизъюнкцию. Условие, что решения принимаются в написанном порядке. Если два кортежа из множества P' обозначить

$$\begin{aligned} w &= \langle p, \beta, j \rangle, \\ w' &= \langle p', \beta', j' \rangle, \end{aligned}$$

тогда в результате упорядочения кортежей по образу звездного каталога получится множество $(P', \prec)$, такое, что

$$\begin{aligned} w \prec w' &\leftrightarrow E\left(\frac{w[3]}{\Delta \sigma}\right) > E\left(\frac{w'[3]}{\Delta \sigma}\right) \vee \\ E\left(\frac{w[3]}{\Delta \sigma}\right) &= E\left(\frac{w'[3]}{\Delta \sigma}\right) \& w[2] \leq w'[2], \end{aligned}$$

где $w[i]$ означает i -тую компоненту кортежа.

Еще раз о размещении претендентов в записи МН

Когда прогноз координаты α задан с погрешностью τ' , тогда ее претендентов из каталога надо искать в сегменте $[(\alpha - \tau'), (\alpha + \tau')]$. На рис.5 показаны возможные размещения этого сегмента в рамках одной записи X_i и в ближайших соседних записях. Если иметь две звезды прогноза при $\alpha_1 \leq \alpha_2$,

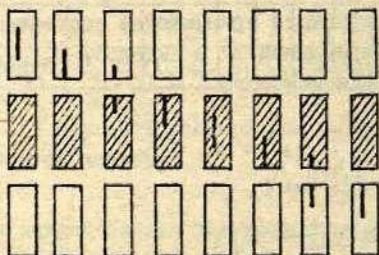


Рис.5 Размещения сегмента поиска в соседних записях МН.

тогда сегменты их поиска могут быть размещены в $\sum_{i=1}^g X_i = 36$ сочетаниях. Поиск претендентов в записи каталога можно вести сразу для двух звезд прогноза - для первой из них (i -той) проверяется поочередно m_i, α, σ , а для второй ($i+1$ -ой) попутно фиксируется, с какого места в записи

начинать ее поиск, когда будет завершен поиск претендентов первой. Условно эти две звезды можно назвать скользящей парой, потому что в ходе проверки записи, эта пара смещается на одну ступеньку вниз по списку прогноза (рис.6). Как только поиск претендентов первой звезды закончен в рамках записи (но может быть еще продолжится в следующей записи), в алгоритме поиска вторая звезда занимает место первой, а следующая из списка прогноза - второй, и т.д. С началом проверки новой записи каталога скользящая пара может занимать прежнее место в списке звезд прогноза. Для перемещения скользящей пары среди звезд прогноза и поиска претендентов звезд в записях каталога созданы два блока изменений индексов, о которых сейчас пойдет речь.

Номер п.п.
в множ. $(P', <)$

Номер
в множ. P

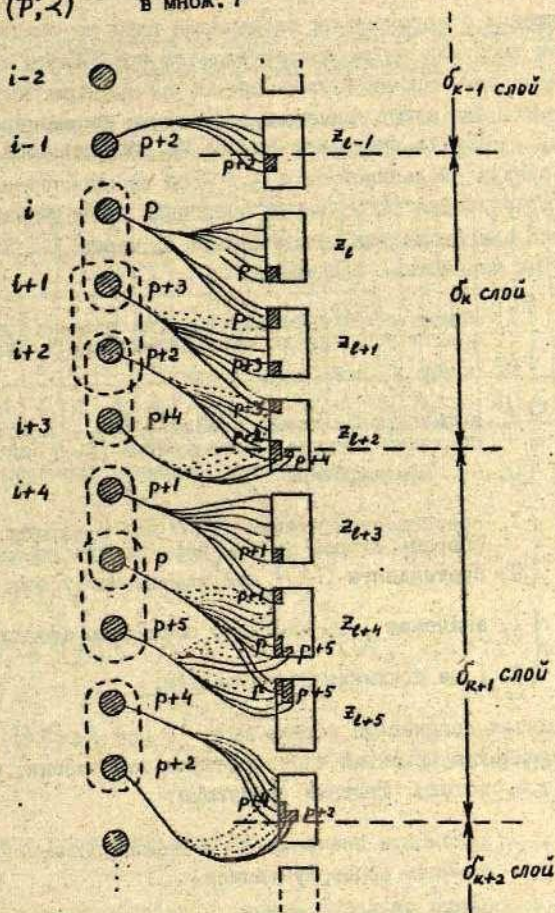


Рис.6 Расположение претендентов звезд $p, \dots, p+5$ по записям $l-1, l, \dots, l+6$ согласно рис.3 и порядок их поиска.

Обозначения: — поиск претендентов очередной звезды,
 одновременный поиск начала очереди претендентов следующей звезды,
 (---) скользящая пара.

Логика изменений значений индексов

Решения о перемещении скользящей пары по списку звезд прогноза вниз или вверх осуществляется при помощи анализа зафиксированных промежуточных состояний вектора логических переменных. Для этого вводятся логические переменные I, I_1, N_i, N_j . Пусть очередная запись МН обозначается z_i , первая звезда скользящей пары - i -ой из множества или списка (P'_i) , вторая $(i+1)$ -ой, а очередная проверяемая звезда из списка или множества претендентов z_i через j . Значения логических переменных следующие.

$$I := \begin{cases} 1, & \text{номер } i \in (P'_i) \text{ зафиксирован для поиска претендентов первой звезды скользящей пары в след. записи,} \\ 0, & \text{номер } i \text{ нет зафиксирован.} \end{cases}$$

$$I_1 := \begin{cases} 1, & \text{зафиксирован номер звезды } j, \in z_i, \text{ с которой подходит очередь претендентов } (i+1)\text{-ой звезды,} \\ 0, & \text{не зафиксирован.} \end{cases}$$

$$N_i := \begin{cases} 1, & \text{претендентов звезды } (i+1) \text{ нет в записи } z_i, \text{ т.е. очередь второй звезды пары искать не надо,} \\ 0, & \text{претенденты } (i+1)\text{-ой звезды могут быть.} \end{cases}$$

$$N_j := \begin{cases} 1, & \text{значение } j \in z_i \text{ достигло последнюю звезду записи } z_i, \\ 0, & j \text{ не достигло конца записи.} \end{cases}$$

Вводятся логические переменные A_k при $k \in [1, 5]$, которые служат признаком принятия соответствующего решения, если $A_k = 1$, т.е. истинно. Решения следующие:

A_1 запомнить значение i и зафиксировать $I = 1$, закончить проверку записи,

A_2 конец проверки записи,

A_3 перемещение вниз скользящей пары и продолжение поиска,

A_4 перемещение на нужное место (может быть вверх) скользящей пары и начало поиска (т.е. новая запись),!

A_5 продолжение поиска.

Теперь составляется таблица истинности логических переменных и во всех сочетаниях разрабатываются решения.

Таблица 2. Принятие решений перемещения скользящей пары в зависимости от состояния вектора логических переменных.

I	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
I_1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
N_1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
N_j	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Решение	A_5	A_5	A_5	A_5	A_3	A_3	A_1	A_1	A_4	A_2	A_4	A_2	A_4	A_3	A_4	A_2

Алгоритм принятия решений следующий:

$$\begin{aligned}
 &\neg I \& I_1 \& N_1 \rightarrow A_1, \\
 &I \& N_j \& (\neg I_1 \vee N_1) \rightarrow A_2, \\
 &I_1 \& \neg N_1 \& (N_j \vee \neg I) \rightarrow A_3, \\
 &I \& \neg N_j \rightarrow A_4, \\
 &\neg I \& \neg I_1 \rightarrow A_5.
 \end{aligned}$$

Логика априорной оценки

Для оценки очередной записи перед ее перебором берутся координаты первой и последней звезды множества Z_L . Вводятся следующие логические переменные:

$$D_{\sigma} := \begin{cases} 1, & \text{в записи звезды } 1 \text{ } \sigma\text{-слоя,} \\ 0, & \text{в записи звезды } 2 \text{ } \sigma\text{-слоев,} \end{cases}$$

$$D_p := \begin{cases} 1, & \text{претенденты звезды } i \in (P'_i) \text{ в случае } D_\delta = 1 \text{ на-} \\ & \text{ходятся в записи, в случае } D_\delta = 0 - \text{находятся} \\ & \text{в первой части записи,} \\ 0, & \text{претендентов звезды } i \in (P'_i) \text{ в случае } D_\delta = 1 \text{ в} \\ & \text{записи нет или в случае } D_\delta = 0, \text{ в первой} \\ & \text{части записи нет.} \end{cases}$$

$$D_2 = \begin{cases} 1, & \text{звезды } i \in (P'_i) \text{ и } (i+1) \in (P'_{i+1}) \text{ с одного } \delta\text{-слоя,} \\ 0, & \text{упомянутые звезды с соседних } \delta\text{-слоев.} \end{cases}$$

Для анализа разных ситуаций составляется таблица истинности логических переменных, дается их интерпретация и принятие решений: что искать в записи, что-нет, как искать.

Таблица 3. Таблица истинности и решений

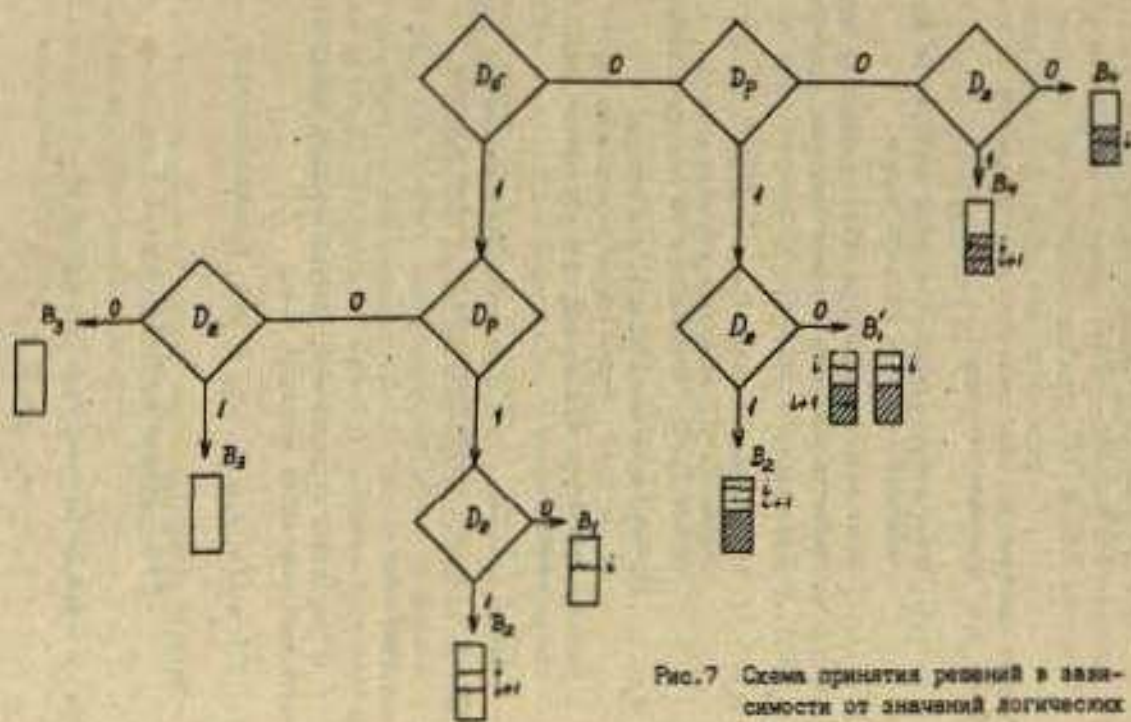
Схемат. представл. записи								
D_δ	1	1	1	1	0	0	0	0
D_p	1	1	0	0	1	1	0	0
D_2	1	0	1	0	1	0	1	0
Решение	B_2	B_1	B_3	B_3	B_2	B'_1	B_4	B_4

В результате анализа всех ситуаций, отраженных в таблице 3, можно написать формулы принятия решений.

$$D_p \& D_2 \rightarrow B_2,$$

$$D_\delta \& D_p \& \neg D_2 \rightarrow B_1,$$

$$\neg D_\delta \& D_p \& \neg D_2 \rightarrow B'_1,$$



$$D_{\sigma} \& \neg D_{\rho} \rightarrow B_3,$$

$$\neg D_{\sigma} \& \neg D_{\rho} \rightarrow B_4,$$

Решения принимаются, если соответствующая переменная B истинна, т.е. принимает значение 1.

- B_1 поиск только звезды i ; после проверки ее претендентов считать с МН новую запись.
- B'_1 поиск только звезды i ; после проверки ее претендентов изменение значений индексов перебора.
- B_2 поиск звезд $i, (i+1), \dots$
- B_3 определение значения D_{ρ} для звезды $(i+1)$. В случае $D_{\rho} = 1$, изменение значений индексов, в случае $D_{\rho} = 0$ - считывание с МН следующей записи.
- B_4 отброс всех звезд записи, для которых $\alpha_i - \alpha_j < -\pi$. Потом заново определение лог. переменных $D_{\sigma}, D_{\rho}, D_2$ для оставшейся части записи.

Значит, скользящая пара с попутной фиксацией начала очереди для ее второй звезды используется только в случае B_2 .

Результат

В результате проверки всех записей каталога данной области неба получается множество звезд T''

$$T'' := \{ (s, p, \Delta z_{ps}, \alpha_s, \delta_s) : p \in P,$$

$$s \in [1, |Z|], \alpha_s, \delta_s \in Z, \Delta z_{ps} < r^2 \},$$

где
$$\Delta z_{ps} = (\alpha_s - \alpha_p)^2 \cos^2 \delta_s + (\delta_s - \delta_p)^2,$$

$$\alpha_p, \delta_p \in P.$$

Пусть будет обозначаться кортеж множества T'' через t , а $t[i]$ - i -ая компонента кортежа. Если результат нужен в виде множества всех звезд, которые с данной погрешностью подходят для прогнозов, например, для задачи отождествления звезд $[6]$, тогда выделяется множество T' .

$$T' = \{t \in T'' : t[3] = \min \{x \in R : \\ \exists t' \in T'' (t'[1] = t[1] \& t'[3] = x)\}\},$$

где R - множество реальных чисел.

Если результат нужен в виде таблицы точных координат с заранее определенной более жесткой погрешностью, тогда выделяется множество T .

$$T = \{t \in T'' : t[3] \leq \delta \& t[3] = \min \{x \in R : \\ \exists t' \in T'' (t'[2] = t[2] \& t'[3] = x)\}\}$$

Например, когда в задаче автоматического отождествления звезд часть звезд отождествлена, и координаты остальных звезд вычислены, тогда их извлекают из каталога в виде множества T .

По изложенному алгоритму составлены программы на языке PL/I для ЕС ЭВМ и на фортране для СМ-4 и проверены в эксплуатации вместе с программами автоматического отождествления звезд. Благодарю Н.П.Цирулиса за ценные замечания и советы при обсуждении этой статьи.

Библиографический список

1. Kovalevsky J. The HIPPARCOS Space Astrometry Mission.-
Mitteilungen der Astronomischen Gesellschaft.
Hamburg, 1984. Nr.62, P.63-74.
2. Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalog.
Washington D.C., 1966.

3. Балодис Я.К. Комплексная программа автоматической редукиции фотографических наблюдений ИСЗ // Ученые записки ЛГУ им.П.Стучки. Р., 1974. Вып.10. 202, С.52-67.
4. Мукин Э.Э. Новый программный комплекс астрометрической обработки снимков ИСЗ // Наблюдения искусств. спутников Земли, София, 1979, № 16, С.163-174.
5. Енальский В.А., Павлик С.А. Каталог звезд и памяти ЭВМ и обслуживающие его программы // Научные информации. М.: 1974. № 30. С.24-39.
6. Балодис Я.К. Автоматическое отождествление опорных звезд на фотоснимках наземных наблюдений проходов спутников // Труды 10-х чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Серия: К.Э.циолковский и проблемы астрономии и небесной механики. ИИЕИТ АН СССР. М. 1976, С.93-100.

Резюме

Я.К.Балодис

АЛГОРИТМ ЧТЕНИЯ ЗВЕЗДНОГО КАТАЛОГА

Обсуждается автоматическая выборка звезд из каталога с наружной памяти ЭВМ. Пакет этих программ ЭВМ имеет определенное применение в астрометрии, особенно в случае автоматического отождествления звезд.

K o p s a v i l k u m s

J. Balodis

ZVAIGŽŅU KATALOGA LASĪŠANAS ALGORITMS

Tiek apspriesta automātiska zvaigžņu izlase no kataloga no skaitļotāja ārējās atmiņas. Skaitļotāja programmu pakete pielietojama astrometrijā, it sevišķi zvaigžņu identificēšanas gadījumā.

S u m m a r y

I. Balodis

THE STAR CATALOG READING ALGORITHM

The automated star selection from the catalog from computer's external memory is discussed. The package of computer routines has a certain range of applications in astrometry, especially automated star identification.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.2

Я. К. Балодис
ЛГУ им. П. Стучки

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЕ ЗВЕЗД

В настоящее время вопросам автоматизации уделено большое внимание [1,2]. К ним относятся и проблемы распознавания образов, в том числе автоматическое отождествление звезд [3-11] или словами теории распознавания - цифровой обработке точечных изображений [8]. Каждый из авторов подошел к распознаванию применительно к условиям конкретной задачи. Мы занимались автоматическим отождествлением опорных звезд на снимках наземных фотографических наблюдений искусственных спутников Земли [3,5,6]. В настоящей работе представлен алгоритм отождествления звезд, который после более чем десятилетнего опыта мы нашли оптимальным в смысле надежности и быстродействия.

Представление элементов сегментации двух точечных множеств взаимно однозначного отображения

Имеется множество S опорных звезд на снимке и некоторая выборка K звезд каталога предполагаемой области неба. Координаты звезд в плоскости снимка измерены в системе прямоугольных координат (x, y) , а сферические координаты звезд каталога переведены в тангенциальную систему прямоугольных координат (ξ, η) в масштабе оптической системы [12].

Элементами обеих звездных конфигураций считаются:

а) сами звезды (точки), которые будут представляться их номерами;

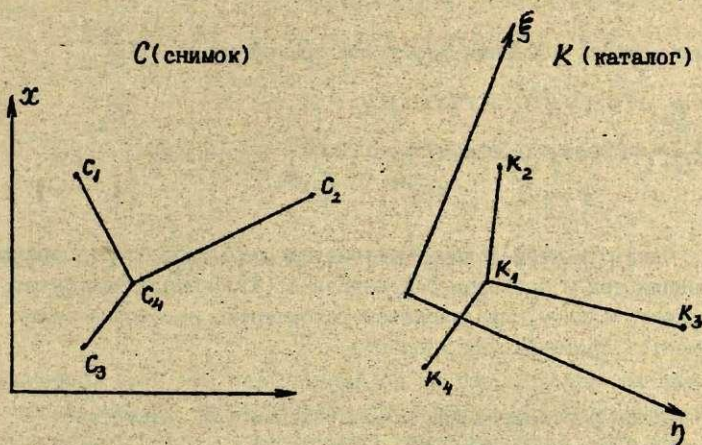


Рис. I

б) векторы, образованные парами звезд и модули и направления этих векторов. Буквами i, j будут обозначены номера звезд из K , буквами s, t - звезд из C . Модуль вектора (s, t) , т.е. расстояние между звездами $s, t \in C$ обозначится через $d(s, t)$, его направление, т.е. угол между (s, t) и осью x через $\alpha(s, t)$. Аналогичный смысл в K имеют обозначения $d(i, j), \alpha(i, j)$.

Номера звезд представляют синтаксическую информацию сегментации звездной конфигурации, языковое представление произвольных элементов - имен звезд или их пары. Модули и направления векторов представляют дискриминантную информацию сегментации - количественное пространство признаков [13].

Связь между координатами звезд снимка и их образов в каталоге

Связь координат звезд множества C и множества K в случае взаимно однозначного отображения линейного преобразования, т.е. биекции

$$K = \varphi(C), \quad (1)$$

можно описать обычными формулами трансформации [12]

$$\xi_i = M \cos \mu x_s + M \sin \mu y_s + \beta, \quad (2)$$

$$\eta_i = M \cos \mu y_s - M \sin \mu x_s + \beta, \\ i = \varphi(s), \quad s \in C, \quad i \in K. \quad (3)$$

Однако в этой задаче неизвестны как коэффициенты трансформации так и элементы соответствия (3). Прежде чем пытаться решить задачу, предлагается рассмотреть некоторые связи элементов сравниваемых множеств.

Связь синтаксических и дискриминантных элементов двух точечных множеств

В случае, когда конфигурация K является взаимно однозначным отображением C , элементы обеих конфигураций связывают следующие соотношения:

а) каждая звезда снимка имеет свой образ каталога

$$\forall s \exists i \quad i = \varphi(s),$$

и при этом

б) отношение расстояний между любыми двумя образами звезд снимка в каталоге и между этими звездами на снимке определяет коэффициент M

$$\frac{d(\varphi(s), \varphi(t))}{d(s, t)} = M_0 \quad (4)$$

а разность направлений векторов, образованных обоими парами звезд - угол поворота осей

$$\alpha(\varphi(s), \varphi(t)) - \alpha(s, t) = \mu \quad (5)$$

Следовательно, для любой звезды каталога i ее прообраз обя-

зательно принадлежит любой паре звезд $\{s, t\}$ из C такой, что

$$\frac{d(i, j)}{d(s, t)} = M \quad \text{и} \quad \alpha(i, j) - \alpha(s, t) = \mu, \quad \text{т.е.}$$

$$\varphi^{-1}(i) \in \bigcap (\{s, t\} : \exists j \left(\frac{d(i, j)}{d(s, t)} = M \ \& \ \alpha(i, j) - \alpha(s, t) = \mu \right)) =$$

$$= \{s : \exists t \exists j \left(\frac{d(i, j)}{d(s, t)} = M \ \& \ \alpha(i, j) - \alpha(s, t) = \mu \right)\}.$$

Конечно, если это пересечение не пустое. Другими словами, звезда снимка, определяющая пучок векторов, отождествляется со звездой каталога, образующей такой же пучок векторов. Использование количественных характеристик позволяет определить характеристики синтаксические, т.е. номера звезд.

На этом основывается наш алгоритм отождествления звезд.

Однако на практике приходится считаться с зашумлением, искажениями, а следствие - пустые пересечения, неполнота сравниваемых множеств. Предлагаются описание алгоритма отождествления зашумленных и искаженных множеств звезд.

Общая схема алгоритма отождествления звезд

В алгоритме предполагается, что координаты наблюдаемой области неба с определенной погрешностью известны и среди большого количества звезд каталога имеются образы звезд снимка, хотя, может быть, и не все. Если образов звезд снимка в выборочном множестве каталога нет, например, область неба предсказана неправильно или неправильно определены ограничения звездных величин, то алгоритм результата не дает. Получение результата затруднено также при неправильных "параметрах идентификации" (отождествления), о которых речь пойдет в дальнейшем.

Весь процесс отождествления разделяется как бы на две части: подготовке информации о конфигурации звезд снимка и итерационном поиске такой же конфигурации среди звезд каталога.

В первой части, т.е. до начала отождествления рассматриваются все сочетания пар звезд наименьшего множества, множества звезд снимка. Пороговой дискриминацией расстояний получается множество кортежей, упорядоченных в "ящиках" [10]. Каждый кортеж содержит три компонента - номера пары звезд и расстояние между ними. Получается набор и дискретных значений расстояний, которыми можно описать данную точечную конфигурацию, и синтаксических описаний расстояний в виде пары номеров звезд. Это множество кортежей посредством сравнения расстояний будет служить фильтром при обзоре звездных пар каталога.

Во второй части производится процесс отождествления.

1. Производится выборка одной звезды из звезд каталога. Допустив, что эта звезда могла бы быть образом одной из звезд снимка, отбираются все звезды каталога, образующие с этой звездой - полюсом векторы, проходящие с определенной погрешностью через пороговый фильтрующий набор модулей (расстояний) снимка.

2. Анализируется множество тех пар звезд снимка, которые в смысле взаимных расстояний совпали с парами звезд каталога. Так как в множестве звезд каталога все перечисленные вектора образовала одна звезда-полюс с остальными, то такой же ее прообраз должен быть среди звезд снимка. Следовательно, выделяя номер (имя) той звезды снимка, которая в отобранных парах звезд снимка участвует чаще всех, выделяется возможный прообраз. Отбрасываются все пары звезд снимка, в которых эта звезда не участвовала. Это второй фильтр.

3. Определяются направления всех векторов от звезды-полюса к остальным звездам, отдельно, как во множестве каталога, так и во множестве снимка. Конечно поворот одной системы относительно другой не известен, а если он с определенной погрешностью предсказан, то это ускоряющий фактор отождествления. Но при фиксированном полюсе для всех пар звезд этот по-

ворот есть один и тот же. Поэтому, находится поворот, имеющий наибольшую частоту повторения. Теперь отбрасываются все пары звезд, не имеющие такого поворота. А оставшиеся пары образуют вектора, равные по модулю и указывающие поворот одной системы относительно другой на одинаковое значение. Значит, найдены два множества точек в двух различных системах координат, которые дают одинаковую картину. И это третий фильтр.

Завершая этап трех фильтров, выделены два пучка векторов, каждый в своей системе координат. Каждому вектору в одной системе соответствует вектор в другой системе с таким же модулем и направлением, которое отличается, предположительно, на угол поворота осей систем. Можно предположить, что для определенного множества звезд снимка отождествлены их образы в каталоге, но, является ли это предположение правильным или нет, это еще предстоит проверить.

Первым, хотя поверхностным показателем процесса отождествления является количество отождествленных звезд. Чем больше это число, тем больше вероятность правильности отождествления. Практика показывает, что при мощностях сравниваемых множеств 20/150 (снимок/каталог) отождествление можно ожидать успешным, если в данном этапе выявлено 6 пар претендентов, для мощностей 10/70 - 5 пар. Однако этот критерий не всегда является признаком правильного результата, а критерием того, что в случае меньшего числа какого-то порога дальнейшую проверку следует прекратить, ибо ясно, что успешного результата не будет. Окончательную правильность отождествления можно проверить с помощью системы (2). В случае отрицательного результата, т.е. больших невязок, выбирается другая звезда - полюс, и цикл 1,2,3 повторяется. При положительном результате, т.е. когда невязки небольшие, по формулам астрометрии [12] находятся координаты образов всех остальных звезд снимка, которых не было в первой выборке из каталога.

В астрономии параметры оптических систем достаточно хорошо известны, поэтому тангенциальные координаты можно привести в масштабе снимка, полагая коэффициент $M \approx 1$. Мощности

сравниваемых множеств звезд на снимке и в каталоге, конечно, отличаются, при том $|K| \gg |C|$, но представляемый алгоритм не налагает на это никаких ограничений, лишь бы не было менее 4 точек, что затрудняет проверку системы (2).

О данном алгоритме можно сказать, что захватив, образно говоря, одну звезду (звезду-полюс), можно выбрать из каталога всю конфигурацию опорных звезд. Например, Большую Медведицу, Персей или любую другую конфигурацию, имеющуюся на "снимке".

Учет искажений и зашумленности

В практических задачах отождествления звезд координаты сравниваемых точечных множеств искажены ввиду оптических искажений фотографической проекции [1], погрешностей измерения, а также представления координат звезд каталога в тангенциальной системе координат при приближенных значениях оптического центра. Поэтому в формулах (4) и (5) необходимо ввести несколько допусков, которые условно можно называть параметрами отождествления или параметрами идентификации.

Коэффициент отношения модулей M в формуле (4) в первом приближении допускается с точностью ϵ ,

$$\left| \frac{d(\varphi(s), \varphi(t))}{d(s, t)} - M \right| \leq \epsilon,$$

а потом будет уточняться с допуском ϵ' . Погрешность ϵ_2 характеризует допуск первого приближения поиска угла поворота осей в формуле (5)

$$|\mu - (\alpha(\varphi(s), \varphi(t)) - \alpha(s, t))| \leq \epsilon_2^0, \quad (6)$$

а ϵ'_2 - для уточнения.

Иными словами, для первоначального отбора пар звезд по модулю или направлению сначала выдвигается один критерий точности сходства, а потом в следующем этапе - другой критерий повышенной точности. К этим четырем параметрам отождеств-

вления $\varepsilon_1, \varepsilon'_1, \varepsilon_2, \varepsilon'_2$ можно добавить еще два: ρ_1 - порог частоты повторения отношения модулей с точностью ε'_1 , ρ_2 - порог частоты повторения углов поворота с точностью ε'_2 . Численные значения параметров отождествления зависят от многих факторов: параметров оптической системы, точности прогнозирования области неба, точности прогнозирования ориентации снимка, диапазона яркостей выбранных звезд на снимке и точности прогнозирования этого диапазона, от характеристик применяемого звездного каталога, от мощностей сравниваемых множеств звезд и др. Правильное определение параметров отождествления весьма существенно влияет на быстроту отождествления и успех вообще. Вопрос выбора численных значений параметров отождествления подробнее будет рассматриваться в другой работе.

Алгоритм автоматического отождествления звезд

Предлагается описание алгоритма отождествления с учетом зашумления и искажений. Множество опорных звезд снимка C' , из которых не все имеют образы среди выборки звезд каталога, т.е. множества K' , притом $|K'| \gg |C'|$.

До начала отождествления определяются модули всех векторов, образованных парами звезд на снимке. Эта информация методом "ящиков" [10] сохраняется в разных пороговых уровнях:

$$N_\ell := \left\{ \langle s, t, d(s, t) \rangle : E\left(\frac{d(s, t)}{\Delta d}\right) = \ell \right\},$$

где Δd - порог градации расстояний звезд в C' , а $E(x)$ означает наибольшее целое число, не превосходящее x . Пусть

$$N := \bigcup \left(N_\ell : E\left(\frac{\min d}{\Delta d}\right) \leq \ell \leq E\left(\frac{\max d}{\Delta d}\right) \right).$$

является множеством кортежей, представляющим сочетания всех пар звезд снимка $(s < t)$ и их расстояний.

Начинается процесс отождествления.

1. Какая-то звезда i из K' выбирается в качестве полюса пучка векторов и определяется множество

$$W_i''' := \{ \langle j, s, t, \Delta M \rangle : j \in K', s, t \in N_q, q = E \left(\frac{d(i, j)}{\Delta d} \right),$$

$$\Delta M = \left(\frac{d(i, j)}{d(s, t)} - M \right) \leq \varepsilon_i \}.$$

Определением величины q исключается перебор всех сочетаний s, t при отборе пар звезд с $\Delta M \leq \varepsilon_i$, но проверяются только пары с определенного "ящика" $N_q \in N$.

2. Если w - некоторый кортеж из W_i''' , обозначим через w_1, w_2, w_3, w_4 соответственно четыре его компоненты. Как и в [3] можно было бы составить пересечение

$$\bigcap (\{w_2, w_3\} : w \in W_i''') = \{s \in C' : \exists w \in W_i''' s \in \{w_2, w_3\}\}.$$

Для того, чтобы выявить на снимке C' прообраз полюса i , $q^{-1}(i)$ должно принадлежать этому пересечению. Однако ввиду зашумленности и искажений это пересечение часто дает пустое множество.

Как уже упоминалось, коэффициент отношения модулей M заранее точно определить очень трудно, и допуском ε задается лишь приближенный диапазон этой величины. Теперь начинается поиск значения коэффициента с повышенным критерием точности ε' . Для упрощения и ускорения этого процесса компоненту w_4 из всех кортежей W_i''' выражают в виде целых чисел

$$w_4 := E \left(\frac{\Delta M}{\varepsilon'} \right).$$

Выделяется множество тех кортежей, в которых содержится значение компоненты w_4 , имеющее наибольшую и одновременно достаточно большую частоту повторения в W_i''' .

$$W_i'' := \{w \in W_i''' : \sigma_{i,w} = \max \{ \sigma_{i,w'} : w' \in W_i''' \} \geq p_i \}, \quad (7)$$

где

$$\theta_{i,w'} := |\{w'' \in W_i'' : w_4'' = w_4'\}|.$$

Если множество W_i'' оказывается пустым, то выбирается новый полюс i и описанная процедура выявления W_i'' и W_i' повторяется. Однако, когда найдено непустое W_i'' , возможным преобразованием звезды - полюса i полагается любая из таких звезд, которая чаще всего встречается в кортежах из W_i'' на втором или третьем месте, т.е.

$$s_i := \varphi^{-1}(i) \in \{z \in C' : \delta_{iz} = \max\{\theta_{iz}' : s \in C'\}\}, \quad (8)$$

где

$$\theta_{is}' = |\{w \in W_i'' : s \in \{w_2, w_3\}\}|.$$

Для последующего следует удалить из W_i'' все те кортежи, в которых не участвует s_i , т.е. удалить часть шума

$$W_i' := \{w \in W_i'' : s_i \in \{w_2, w_3\}\}.$$

Множество W_i' непусто и состоит из кортежей, содержащих информацию о двух пучках векторов из C и K' соответственно, которые имеют примерно одинаковые отношения модулей.

В целях дальнейшего поиска определяются направления векторов (i, w_i) из K' и (s_i, t) из C' , а также разности этих направлений и выражаются в виде целых чисел

$$\beta_{i,w} := E\left(\frac{\alpha(i, w_i) - \alpha(s_i, t)}{\varepsilon_2'}\right),$$

где

$$t \in \{w_2, w_3\}, \quad t \neq s_i, \quad w \in W_i'.$$

Если с точностью ε_2 известен угол поворота осей μ , то отсеиваются те кортежи, для которых контроль (6) выполняется. Если этот угол заранее не известен, то принимается $\varepsilon_2 = 2\pi$ и рассматриваются все кортежи из множества W_i' . Аналогично, как в формуле (7), выделяется подмножество кортежей

$$W_i := \{w \in W_i' : \rho_{iw} = \max \{ \rho_{iw'} : w' \in W_i' \} \geq \rho_2 \},$$

где

$$\rho_{iw'} := |\{w'' \in W_i' : \beta_{iw''} = \beta_{iw'}\}|.$$

Порог ρ_2 служит для отсеивания зашумленности в виде частоты повторения кортежей с одинаковым значением $\beta_{iw'}$, аналогично кортежи $w \in W_i$ представляют результат отождествления, где каждой паре звезд каталога, т.е. i , w , соответствуют их прообразы на снимке W_2 и W_3 , из которых одна прообраз звезды - полюса i , ранее определенная, а другая - прообраз звезды w .

Правильность отождествления подтверждают или отрицают с помощью системы (2). В случае успешного отождествления определяют координаты каталога всех остальных звезд снимка, а в противном случае поисковый цикл отождествления повторяется с другой звездой - полюсом i . На этом же этапе решения системы (2) можно отбросить по невязкам двойные звезды. Практика показывает, что в формуле (7) нередко в особых случаях зашумление искажает функцию частоты повторения одинаковых значений коэффициента отношения модулей, поэтому целесообразно выделить 2 - 3 максимума и проверить соответственно 2 - 3 претендента полюса. Так бывает в случаях, когда из звездного каталога выбирают претендентов, равноотстоящих от оптического центра.

Применение алгоритма

Представленный алгоритм используется в комплексной программе астрометрической редукции фотографических наблюдений ИСЗ, разработанной в Риге [6], а также в некоторых других подобных задачах, в том числе в программе астрометрической редукции фотографических наблюдений малых планет и комет. В настоящей статье максимальное внимание уделено алгоритмизации процесса отождествления, его быстродействию и надежности.

На ЭВМ типа ЕС-1022 отождествление по этому алгоритму длится от нескольких до 10-15 секунд. Работа могла бы быть усовершенствована с учетом всех геометрических тонкостей изображений в фотографической плоскости [1]. В работе не представлено использование дополнительной координаты - яркости звезд. У нас при обработке фотографических наблюдений ИСЗ опорные звезды пока не фотометрируются, к тому же в используемых каталогах звездная величина и спектральный класс также не полностью представлены. Однако использовать разность яркостей пар звезд можно в данном алгоритме аналогично, как коэффициент отношения модулей и разность направлений векторов.

Библиографический список

1. Киселев А.А. Теоретические основы фотографической астрометрии // Проблемы астрометрии. М., 1984, С.44-56.
2. Горелик А.Л., Гуревич И.Б., Скрипкин В.А. Современное состояние проблемы распознавания. Некоторые аспекты. М., 1985.
3. Балодис Я.К. Об автоматическом отождествлении звезд // Ученые зап. Латв.ГУ. Рига, 1969. Вып.7. . С.63-74.
4. Воронцова Л.А., Чейдо Г.П. Алгоритмы автоматического отождествления звезд снимка с каталогом // Астрометрия. Новосибирск: Сиб. отд. АН СССР. 1974. № 4. С.103-111.
5. Балодис Я.К. Автоматическое отождествление опорных звезд на фотоснимках наземных наблюдений прохождений спутников // Труды 10-х чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Серия: К.Э.Циолковский и проблемы астрономии и небесной механики. ИИЭИТ АН СССР. М., 1976. С.93-100.
6. Мукин Э.Э. Новый программный комплекс астрометрической обработки снимков ИСЗ // Наблюдения искусств. спутников Земли. София, 1976. №16. С.163-174.

7. Зиман Я.Л., Красиков В.А., Алексашина Г.А. Алгоритмы опознавания звезд на снимках // Аэрокосмические исследования Земли. Обработка видеoinформации на ЭВМ. М., 1978.
8. Анисимов Б.В., Курганов Б.Д., З-обин В.К. Распознавание и цифровая обработка изображений. М., 1983. 295 с.ил.
9. Крива А.А. Об отождествлении звезд на ЭВМ // Научные информации Астрономического Совета АН СССР. М., 1978. №39. С.33-36.
10. Харичев В.В. Инварианты и оценка погрешности для задачи отождествления звезд в каталоге // Точность астрометрических наблюдений малых тел и времени. Рига, 1977. С.168-171.
11. Злобин В.К., Кобзев В.Н., Федотов Н.И. К оценке погрешности смещения точечных изображений по методу слепого поиска // Научные информации Астрономического Совета АН СССР. М., 1978, № 39. С.42-46.
12. Бугославская Е.Я. Фотографическая астрометрия. М., 1970.
13. Фу К. Структурные методы в распознавании образов / Пер. с англ / Под ред. М.А.Айзермана. М., 1977.

Р е з ю м е

Я.К.Балодис

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЕ ЗВЕЗД

Описан алгоритм автоматического отождествления звезд на ЭВМ. Этот алгоритм оказался лучшим в долголетнем опыте обработки снимков на Рижской станции наблюдений искусственных спутников Земли.

K o p s a v i l k u m s

J. Balodis

AUTOMĀTISKĀ ZVAIGŽŅU IDENTIFICĒŠANA

Aprakstīta skaitļotāja zvaigžņu automātiskās identifikēšanas algoritms. Šis algoritms izrādījās labākais ilggadīgajā Zemes mākslīgo pavadoņu fotogrāfisko novērojumu apstrādes praksē Rīgas novērošanas stacijā.

S u m m a r y

I. Balodis

AUTOMATED STAR IDENTIFICATION

An algorithm for automated star identification by computer is described. As the result of a long-time experience in the plate reduction at Riga satellite tracking station, it was turned out to be the best one.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 519.21.3

А.И.Лапиныш
ЛГУ им. П.Стучки

ОБ УНИМОДАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
СУММЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Методы статистической обработки данных в астрономии занимают видное место уже с конца 18 века. Если в начале этими методами интересовались в связи с задачей рациональной обработки астрономических измерений (метод наименьших квадратов) [1], то последние десятилетия внесли известные коррекции в традиционное отношение к математической статистике и её методам. Применение дискретной вычислительной техники и дискретных систем управления привело к тому, что в ряде случаев астрономы интересуются, просто вынуждены интересоваться, не только непрерывными распределениями случайных величин но и дискретными случайными величинами и их суммами. Это выпукло проявляется в задачах статистического моделирования. Если необходимо оценить отклонение суммы случайных величин от математического ожидания, то при унимодальности и при известной симметрии распределения этой суммы можно воспользоваться уточненным неравенством Чебишева [2] (если математическое ожидание случайной величины X обозначить $EX = m$, а дисперсию $DX = \sigma^2$, то $P\{|X - m| \geq \varepsilon\} \leq 4\sigma^2/\varepsilon^2$). Отсюда возникает интерес к унимодальности распределения суммы случайных величин.

Ниже доказано одно необходимое и достаточное условие, при котором сумма независимых дискретных случайных величин распределена унимодально.

Пусть вероятность того, что Y принимает значения $0, 1, 2, \dots, s$ равны соответственно $p_0, p_1, p_2, \dots, p_s$, $\sum_{j=0}^s p_j = 1$.

Определение. Будем говорить, что случайная величина Y распределена унимодально, если можно указать такой индекс $k \in \{0, 1, 2, \dots, s\}$, что $p_0 < p_1 < \dots < p_{k-1} < p_k \geq p_{k+1} > p_{k+2} > \dots > p_s$.

Теорема. Пусть X и Y — независимые случайные величины и вероятности того, что X принимает значения 0, 1, 2 равны p, q, r соответственно ($p, q, r > 0, p+q+r=1$). Тогда случайная величина $Z = Y+X$ распределена унимодально при любом унимодальном распределении Y тогда и только тогда, когда выполнено условие

$$q^2 \geq p \cdot r. \quad (1)$$

Доказательство. Достаточность. Вероятность того, что Z принимает значение $j, j \in \{0, 1, 2, \dots, s+1, s+2\}$ равна $p_j^* = p_{j-2}r + p_{j-1}q + p_jp, j = \overline{0, s+2}$, где по определению $p_{-2} = p_{-1} = p_{s+1} = p_{s+2} = 0$.

(а). Предположим, что $\max_{j=\overline{0, s}} p_j$ достигается при одном значении $j = k$, т.е. $p_{k-1} < p_k > p_{k+1}$. При $1 \leq i \leq k$, с учётом неравенств

$$p_{i-3} \leq p_{i-2} \leq p_{i-1} < p_i \quad (2)$$

имеем $p_{i-1}^* = p_{i-3}r + p_{i-2}q + p_{i-1}p < p_{i-2}r + p_{i-1}q + p_i p = p_i^*$. Аналогично при $k+2 \leq i \leq s+1$, с учётом неравенств

$$p_{i-2} > p_{i-1} \geq p_i \geq p_{i+1} \quad (3)$$

имеем $p_i^* = p_{i-2}r + p_{i-1}q + p_i p > p_{i-1}r + p_i q + p_{i+1} p = p_{i+1}^*$. (в неравенствах (2) и (3) равенство возможно только при нулевых значениях $p_j, j \in \{-2, -1, s+1, s+2\}$). Итак, доказаны неравенства

$$p_0^* < p_1^* < \dots < p_k^* \quad \text{и} \quad p_{k+2}^* > p_{k+3}^* > \dots > p_{s+2}^*. \quad (4)$$

(При $k=0$ мы рассматриваем только $k+2 \leq i \leq s+1$, а при $k=s$ — только $1 \leq i \leq k$. В этих случаях доказаны неравенства $p_2^* > p_3^* > \dots > p_{s+2}^*$ и $p_0^* < p_1^* < \dots < p_s^*$ соответственно).

(б). Предположим теперь, что $\max_{j=\overline{0, s}} p_j$ достигается при двух значениях $j = k, k+1$. Если $k \neq 0, k \neq s+1$, то для $1 \leq i \leq k$ (соответственно $k+3 \leq i \leq s+1$) остаются в

силе неравенства $p_{i-1}^* < p_i^*$ (соответственно $p_i^* > p_{i+1}^*$).

При $i=k+2$, $p_{k+2}^* = p_k^2 + p_{k+1}q + p_{k+2}p > p_{k+1}^2 + p_{k+2}q + p_{k+3}p = p_{k+3}^*$, поскольку $p_k = p_{k+1} > p_{k+2} > p_{k+3}$.

Если $k=0$, т.е. $p_0 = p_1 > p_2 > \dots > p_5$, то аналогичными рассуждениями можно показать справедливость неравенств

$p_2^* > p_3^* > \dots > p_{5-2}^*$, а при $k=5-1$, т.е.

$p_0 < p_1 < \dots < p_{5-2} < p_{5-1} = p_5$ — справедливость неравенств

$p_0^* < p_1^* < \dots < p_5^*$.

Тем самым для завершения доказательства достаточно показать, что выполняется одно из трёх двойных неравенств:

$$p_k^* \geq p_{k+1}^* > p_{k+2}^*,$$

$$p_k^* < p_{k+1}^* > p_{k+2}^* \quad \text{или}$$

$$p_k^* < p_{k+1}^* \leq p_{k+2}^*.$$

Предположим противное, т.е., что $p_k^* \geq p_{k+1}^* \leq p_{k+2}^*$ или

$$\begin{cases} p_{k+1}^* - p_k^* \leq 0 \\ p_{k+1}^* - p_{k+2}^* \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Поскольку $p_k^* = p_{k-2}^2 + p_{k-1}q + p_k p$, $p_{k+1}^* = p_{k-1}^2 + p_k q + p_{k+1} p$, $p_{k+2}^* = p_k^2 + p_{k+1} q + p_{k+2} p$, то система неравенств (4) приводится к виду

$$\begin{cases} 2(p_{k-1} - p_{k-2}) + q(p_k - p_{k-1}) + p(p_{k+1} - p_k) \leq 0 \\ 2(p_{k-1} - p_k) + q(p_k - p_{k+1}) + p(p_{k+1} - p_{k+2}) \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

Введём обозначения $a_1 = p_k - p_{k-1} > 0$, $a_2 = p_k - p_{k+1} \geq 0$, $a_3 = p_{k-1} - p_{k-2} > 0$, $a_4 = p_{k+1} - p_{k+2} > 0$. Система (5) в новых обозначениях

$$\begin{cases} 2a_3 + qa_4 - pa_2 \leq 0 \\ -2a_1 + qa_2 + pa_4 \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Вместо этой системы рассмотрим другую, которую можно получить из (6), если в каждом неравенстве в левой стороне отбросить положительное слагаемое.

$$\begin{cases} qa_4 - pa_2 < 0 \\ qa_2 - 2a_1 < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Умножим первое неравенство в системе (7) на $q > c$, а второе - на $p > 0$ и сложим оба полученных неравенства. Тогда

$q^2 - p_1 < 0$ или $q^2 < p_1$. Это противоречит условию теоремы, что означает, что наше предположение неверно, а значит случайная величина Z распределена унимодально.

Необходимость. Неэквивалентное преобразование рассматриваемых систем неравенств было выполнено лишь в одном месте, когда вместо системы (6) мы рассмотрели систему (7), т.е. были отброшены слагаемые ra_3 и pa_4 . Значит необходимо проверить: не существует ли некоторое $q, q = \sqrt{p_1} - \varepsilon, \varepsilon > 0$ при котором система (6) удовлетворена. Для этого подставим значение $q = \sqrt{p_1} - \varepsilon$ в систему (6)

$$\begin{cases} ra_3 + \sqrt{p_1} a_1 - \varepsilon a_1 - pa_2 \leq 0 \\ -ra_1 + \sqrt{p_1} a_2 - \varepsilon a_2 + pa_4 \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

Очевидно, что, например, при выполнении условий

$$a_2 > 0, a_1 = \sqrt{\frac{p_1}{2}}, a_3 = \frac{\varepsilon}{2} a_1, a_4 = \frac{\varepsilon}{p} a_2$$

система (8) удовлетворена. А это значит: если не выполнено требование (I) $q^2 \geq p_1$, то существует такое унимодальное распределение Y , что распределение случайной величины $Z = Y + X$ не является унимодальным.

Следствие.

Пусть даны независимые случайные величины $X_j, j \in N$. Вероятности того, что X_j принимает значения 0, 1, 2 равны соответственно $p_j, q_j, r_j, \forall j \in N, p_j, q_j, r_j > 0, p_j + q_j + r_j = 1$ и $q_j^2 \geq p_j r_j$, но $q_1^2 > p_1 r_1$. В таком случае случайная величина

$Y_n = \sum_{j=1}^n X_j$ распределена унимодально.

Докажем этот факт с помощью математической индукции.

При $n=1, Y_1 = X_1$. Так как $q_1^2 > p_1 r_1$, это исключает возможность $p_1 > q_1 > r_1$.

Пусть $Y_{n-1} = \sum_{j=1}^{n-1} X_j$ распределена унимодально.

Тогда $Y_n = \sum_{j=1}^n X_j = Y_{n-1} + X_n$ и выполнены все требования теоремы. Значит случайная величина Y_n распределена унимодально.

Библиографический список

1. Щиголев Б.М. Математическая обработка наблюдений.
М., 1969.
2. Лоренц А.А. Синтез надёжных вероятностных автоматов.
Р., 1975.

Резюме.

А.И.Лапиньш

ОБ УНИМОДАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СУММ
СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Доказана теорема, дающая необходимое и достаточное условие, при котором распределение суммы дискретных независимых случайных величин унимодально, что вместе с известной симметрией распределения суммы позволяет воспользоваться уточнённым неравенством Чебишева.

Summary.

A.Lapinsih

ON THE UNIMODALITY OF THE SUM OF RANDOM
VARIABLES

The necessary and sufficient condition for unimodality of distribution of sum of independent discrete random variables is given in this paper. Due to this result the precised Chebishev's ineqylity if same simmetry conditions on sum's distribution are satisfied can be used.

Kopsavilkums.

A. Lepiņš

PAR GADĪJUMLIELUMU SUMMAS SADALĪJUMA
UNIMODALITĀTI

Rakstā pierādīta teorēma, kas dod nepieciešamo un pietiekamo nosacījumu, lai diskrētu neatkarīgu gadījumielumu summa būtu sadalīta unimodāli, kas līdz ar summas sadalījuma zināmu simetriju ļauj lietot precizēto Čebiševa nevienādību.

ЛАТЕЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 522.71

Л.А. Гозе
ЛГУ им. П. Стучки

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЖНИХ КУЛЬМИНАЦИЙ ДЛЯ
ИССЛЕДОВАНИЯ КАТАЛОГОВ СЛУЖБ ВРЕМЕНИ

Результаты астрономических наблюдений на пассажных инструментах, предназначенных для определения параметров вращения Земли, использованы для улучшения системы прямых восхождений звезд. Из этих наблюдений создан Сводный каталог служб времени [1] (КСВ). Большое количество наблюдений прохождений звезд, не использованных для составления этого каталога, предложено в виде каталогов служб времени передать для составления каталога служб времени на вторую эпоху КСВ₂. Ввиду наличия волны вида $\Delta\alpha$ в каталоге КСВ перевычисляется также система этого каталога.

При составлении каталогов служб времени применяется стандартная методика, разработанная в Пулкове [2]. Следуя этой методике производится выравнивание звезд зенитной зоны и вычисляются поправки прямых восхождений зенитных звезд относительно выравненной системы, которая принимается за прямую. Как показывают исследования, на самом деле это правильно только в идеальном случае.

Мы предлагаем для исследования годичной волны зенитной зоны вычисляемого каталога, т.е. определения ошибок вида $\Delta\alpha$, использовать нижние кульминации зенитных звезд, которые наблюдаются для определения т.н. абсолютного азимута.

Годичную волну ищем в форме

$$\beta(\Delta\alpha_\alpha) = -\beta(\Delta\alpha_{\alpha+12}) \quad (1)$$

$$0 \leq \alpha \leq 11,$$

т.е. повторяются через полугодие с обратным знаком. Для этой цели используем редукции на выравненную зенитную зону в верхней и нижней кульминациях. Тогда по свойству функции (1) можем писать

$$\frac{\Delta\alpha_0 - \Delta\alpha_{12}}{2} = \Delta\alpha_0 \quad (2)$$

$$\frac{\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_{13}}{2} = \Delta\alpha_1$$

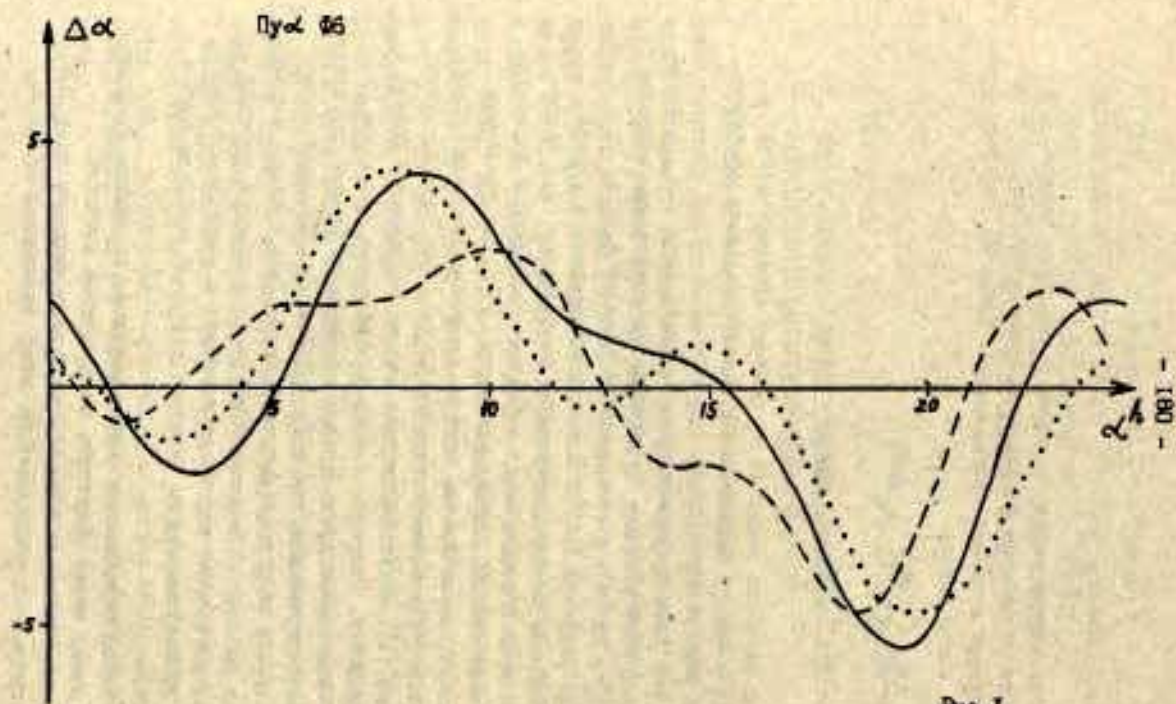
т.е. по разности редукций на цепочку зенитных звезд в верхней и нижней кульминациях можно определить ошибки каталога вида $\Delta\alpha_\alpha$.

Ниже даем примеры ошибок каталога вида $\Delta\alpha_\alpha$, определенных этим методом. Исследовались пулковские каталоги Ф6 [3], Ф8 [4] и николаевский каталог Ф1 [5].

На рисунках 1, 2 и 3 даются: прерывистой кривой — сглаженные ошибки, полученные по формулам (2). Непрерывной кривой обозначены ошибки соответствующих каталогов в системе 430 000 наблюдений звезд [6]. Для сравнения, насколько хорошо кривые ошибок, полученные обычным способом, т.е. сравнением каталогов между собой, соответствуют условию (1), мы перевычислили данные непрерывной кривой по формулам (2). Полученная кривая нарисована пунктиром. Хорошее совпадение пунктирной и непрерывной кривых свидетельствует о справедливости предположения, выраженного формулой (1). Из всех трех рисунков видно, что кривая, полученная из наблюдений верхних и нижних кульминаций зенитных звезд, достаточно хорошо коррелирует с непрерывной кривой, т.е. достаточно хорошо отражает основные свойства ошибок каталога.

Метод определения ошибок каталога по нижним кульминациям звезд имеет некоторые немаловажные свойства:

1). Можно оценить ошибки зенитной зоны каталога вида $\Delta\alpha_\alpha$ из собственных наблюдений на эпоху наблюдений каталога,



Тыд 86
10,001

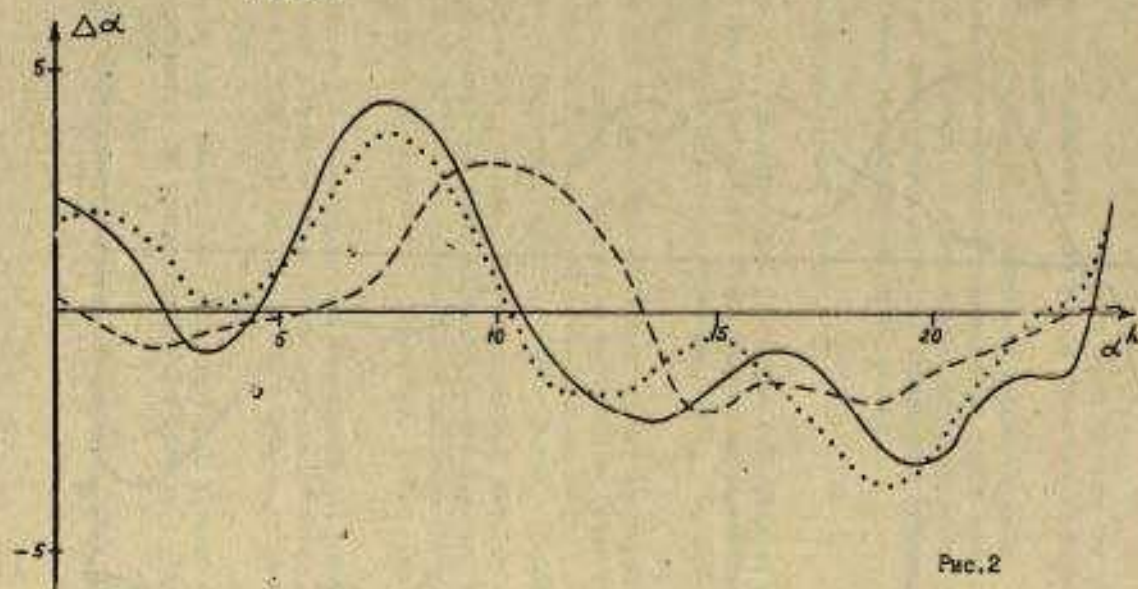


Рис. 2

Рис. 3
 $\Delta \alpha$
 10^{-5}

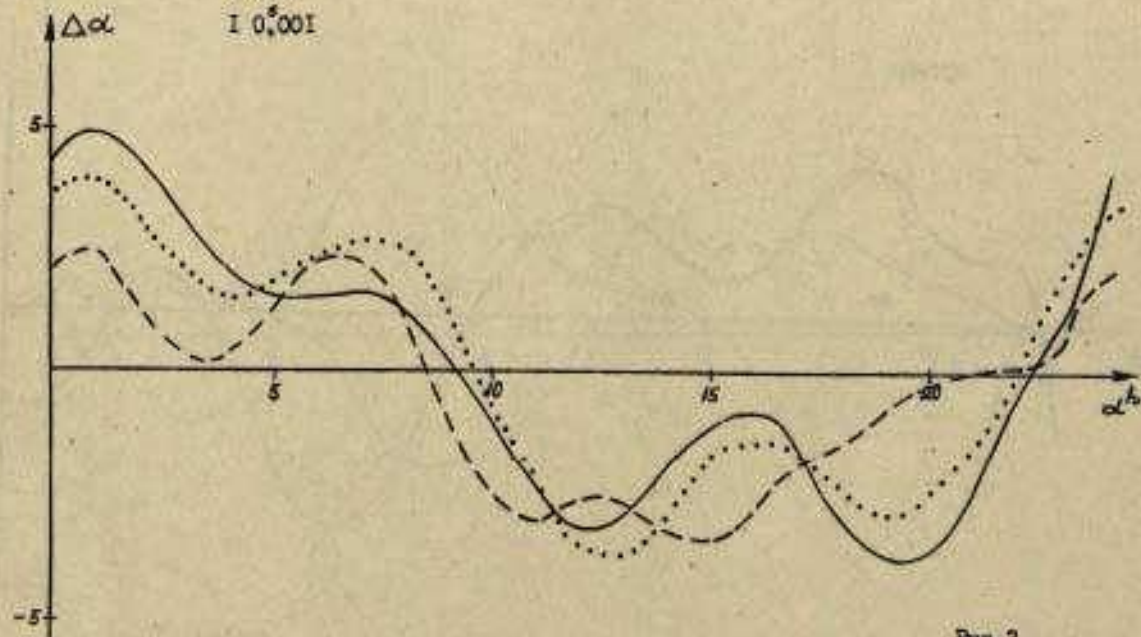


Рис. 3

независимо от других вычислений и наблюдений.

2. Нет необходимости в дополнительных вычислениях или наблюдениях.

3. При неполном каталоге можно оценить его ошибки. Это можно использовать для выбора оптимального варианта вычисления каталога.

Так как полученные из наблюдений верхних и нижних кульминаций ошибки каталогов независимы от определения ошибок других каталогов, их можно использовать, например, для определения относительных весов при определении фундаментальной системы из наблюдений служб времени.

Библиографический список

1. Павлов Н.Н., Афанасьева П.М., Старицын Г.В. Сводный каталог служб времени СССР. Труды Главной астрономической обсерватории в Пулкове. Ленинград, 1971. Сер. П. Т. LXXVIII.
2. Павлов Н.Н. Предварительный каталог прямых восхождений звезд, наблюдаемых в Пулкове во время МГТ на фотоэлектрическом пассажном инструменте Ф-3. Известия ГАО в Пулкове. Ленинград, 1961. Т. XXII. Вып. 3. № 168.
3. Афанасьева П.М., Павлов Н.Н., Старицын Г.В. Каталог прямых восхождений 508 звезд по наблюдениям в Пулкове во время МГТ - МГС на фотоэлектрическом пассажном инструменте. Труды ГАО в Пулкове. Ленинград, 1966. Сер. П. Т. LXXV.
4. Челомбитько А.П. Каталог прямых восхождений 431 звезды, полученный в Пулкове на пассажном инструменте нового типа ППИ-1 в 1959-1963 г.г. Труды ГАО в Пулкове. Ленинград, 1966. Сер. П. Т. LXXV.
5. Вороненко Л.Д., Илькив М.И., Калихевич Н.С. Каталог прямых восхождений 395 звезд. Труды ГАО в Пулкове. Ленинград, 1977. Сер. П. Т. XXXII.
6. Розе Л.А. Систематические поправки каталогов КСВ и F K4

вида $\Delta\alpha$. Задачи современной астрометрии в создании инерциальной системы координат. Ташкент, 1981.

Р е з ю м е

Л.А.Розе

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЖНИХ КУЛЬМИНАЦИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
КАТАЛОГОВ СЛУЖБ ВРЕМЕНИ

В статье дается метод исследования каталогов служб времени по верхним и нижним кульминациям зенитных звезд.

K o r e a v i l k u m s

L.Roze

APAKŠĒJO KULMINĀCIJU IZMANTOŠANA LAIKA DIENESTA
KATALOGU PĒTĪJUMOS

Dota metode laika dienestu katalogu pētīšanai, izmantojot zenīta zvaigžņu augšējās un apakšējās kulminācijas.

S u m m a r y

L.Rose

ON THE USE OF UNDER TRANSITS OF STARS IN STUDYING
TIME SERVICE CATALOGUES

A method is provided for studying time service catalogues by means of the upper and under transits of zenith stars.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 522.43

А.К.Павенис
В.А.Гедровиц
ЛГУ им.П.Стучки

ОБ АЛГОРИТМАХ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭФЕМЕРИД И ОБРАБОТКИ
НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЗЕНИТНОЙ ТРУБЫ

Настоящая статья посвящена вопросам эфемеридного обеспечения и обработки наблюдений зенитной трубы конструкции Абеле М.К. Данный инструмент представляет собой вертикальную трубу высотой 4,5 м с отражающим зеркалом в нижней части, с объективом с фокусным расстоянием 8450 мм и приемником на верхнем конце. Свет от звезды проходит через объектив и после отражения от зеркала попадает через визирную решетку на ФЭУ. Фототок регистрируется интегральным способом - путем счета фотонов.

Наблюдения проводятся на фиксированном альмукантарате $z_0 = 1^\circ 43'$. Для того, чтобы изображение звезды прошло через центр решетки, необходима установка центра решетки на азимут A_0 , где A_0 и часовой угол центра решетки t_0 определяются из соотношений:

$$\begin{aligned} \cos t_0 &= \frac{\cos z_0 - \sin \delta' \sin \varphi}{\cos \delta' \cos \varphi} \\ \sin z_0 \sin A_0 &= \cos \delta' \sin t_0 \\ \sin z_0 \cos A_0 &= -\sin \delta' \cos \varphi + \cos \delta' \sin \varphi \cos t_0, \end{aligned} \quad (I)$$

где α , δ' - соответственно видимые прямое восхождение и склонение звезды, а φ - широта места наблюдения.

Введем систему координат (x', y', z') , связанную с проекцией визирной решетки на небесную сферу. Ось Ox' на-

правим на точку небесной сферы с азимутом A_0 и зенитным расстоянием $z_0 + \frac{\pi}{2}$, а ось Oz' - в направлении с азимутом A_0 и зенитным расстоянием z_0 . Координаты звезды в системе (x', y', z') связаны с координатами в I-й экваториальной системе

$$\begin{aligned} x &= \cos \delta' \sin t \\ y &= \cos \delta' \cos t \\ z &= \sin \delta' \end{aligned} \quad (2)$$

следующими соотношениями:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3)$$

где t - часовой угол, а R - матрица поворота

$$R = \begin{pmatrix} \cos z_0 & 0 & -\sin z_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin z_0 & 0 & \cos z_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin A_0 & \cos A_0 & 0 \\ -\cos A_0 & \sin A_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \psi - \cos \psi \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \end{pmatrix} \quad (4)$$

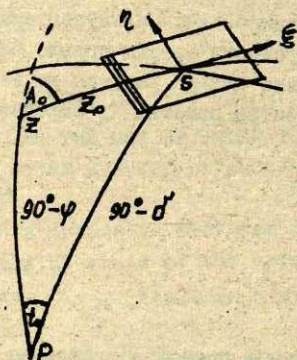


Рис. I

Кроме того, введем координаты ξ и η (см. рис. I) в касательной плоскости к небесной сфере в точке $x' = y' = 0$, $z' = 1$:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{F x'}{h z'} \\ \eta &= \frac{F y'}{h z'} \end{aligned} \quad (5)$$

где F - фокусное расстояние объектива, а h - шаг решетки. Координаты ξ и η совпадают с координатами изображения звезды относительно центра решетки в единицах шага решетки.

Предположим, что фототок Φ (частота импульсов на выходе усилителя) меняется по синусоидальному закону в зависимости от ξ :

$$\Phi = a + b \cos 2\pi \xi, \quad (6)$$

где a - постоянная составляющая, b - амплитуда.

В работах [1.2] было рассмотрено приближение, которое сводится к линейной зависимости ξ от t . Оказывается, что приближение не дает достаточной точности при данных размерах решетки (60 мм), особенно в случае, если наблюдения ведутся вблизи граничных значений азимута, т.е. около $+45^\circ$ или $+135^\circ$. Поэтому предлагается разложить координату ξ в ряд Тейлора по t в окрестности t_0 .

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} f_k \Delta t^k, \quad \text{где } \Delta t = t - t_0. \quad (7)$$

В начале разложим (2) в ряд по Δt

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta \sin t_0 \\ \cos \delta \cos t_0 \\ \sin \delta \end{pmatrix} + \left(\Delta t - \frac{\Delta t^3}{6} + \frac{\Delta t^5}{120} - \dots \right) \begin{pmatrix} \cos \delta' \cos t_0 \\ -\cos \delta' \sin t_0 \\ 0 \end{pmatrix} + \left(-\frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\Delta t^4}{24} - \frac{\Delta t^6}{720} + \dots \right) \begin{pmatrix} \cos \delta' \sin t_0 \\ \cos \delta' \cos t_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Разложения координат x' , y' и z' получаются подстановкой (8) в (3), вследствие независимости R от t . По том разложения ξ и η находятся из (5).

Полученное разложение ξ в ряд Тейлора по t может быть использовано для вычисления эфемерид и обработки наблюдений. По-видимому, целесообразно для простоты управления инструментом использовать эфемериду в линейном приближении, а нелинейность, связанную с членами $f_k \Delta t^k$ при $k \geq 2$, учитывать только при обработке наблюдений. В этом случае для момента старта T_s и периода изменения фототока ΔT получаются следующие выражения:

$$T_s = T_c + (1-\nu)(t_0 - \frac{2\pi N}{f_i}), \quad \Delta T = \frac{2\pi(1-\nu)}{f_i}, \quad (9)$$

где N - номер щели в решетке, с которой начинается регистрация прохождения, T_c - время кульминации звезды и $1-\nu$ - коэффициент перехода от звездного к среднему времени.

При необходимости имеется возможность более точного определения момента прохождения изображением звезды заданного значения ξ решением уравнения

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} f_k \Delta t^k = \xi$$

Наблюдения на зенитной трубе ведутся интегральным способом. Выбор интервалов интегрирования фототока рассматривался в работах [2,4]. Для определения поправки часов методом наименьших квадратов необходимо вычислять коэффициенты условных уравнений. Задача вычисления этих коэффициентов сводится к задаче вычисления значений определенного интеграла от ожидаемого фототока (6) по заданному интервалу времени. Для этого достаточно уметь вычислять неопределенный интеграл от (6) по Δt . Сначала преобразуем выражение для Φ :

$$\begin{aligned} \Phi &= a + b \cos(f_0 + f_i \Delta t + \sum_{k=2}^{\infty} f_k \Delta t^k) = \\ &= a + b \cos(f_0 + f_i \Delta t) \left(\sum_{k=0}^{\infty} C_k \Delta t^k \right) - b \sin(f_0 + f_i \Delta t) \left(\sum_{k=0}^{\infty} S_k \Delta t^k \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где C_k и S_k - соответственно коэффициенты разложения $\cos \sum_{k=2}^{\infty} f_k \Delta t^k$ и $\sin \sum_{k=2}^{\infty} f_k \Delta t^k$ в ряд Тейлора по Δt в окрестности 0.

Отбрасывая в (10) члены со степенями Δt , большими чем n , и интегрируя по Δt , получаем неопределенный интеграл от (6)

$$\begin{aligned} \int \Phi d\Delta t &= a \Delta t - b \left(\sum_{k=0}^n X_k \Delta t^k \right) \cos(f_0 + f_i \Delta t) + \\ &+ b \left(\sum_{k=0}^n \psi_k \Delta t^k \right) \sin(f_0 + f_i \Delta t), \end{aligned} \quad (11)$$

где $X_n = \frac{1}{f_i} S_n$, $\Psi_n = \frac{1}{f_i} C_n$ и

$$X_{k-1} = \frac{1}{f_i} (S_{k-1} + k \Psi_k),$$

$$\Psi_{k-1} = \frac{1}{f_i} (C_{k-1} - k X_k) \quad , \quad \text{при } k = n, n-1, \dots, 1.$$

Следовательно, неопределенный интеграл от ожидаемого фототока мы можем получить в виде

$$\int \Phi d\Delta t = a\Delta t + bX(t) \cos(f_0 + f_i \Delta t) + \\ + b\Psi(t) \sin(f_0 + f_i \Delta t), \quad (12)$$

где X и Ψ находятся из (II) в виде полиномов от Δt . После простых преобразований получим

$$\int \Phi d\Delta t = a\Delta t + (b \cos f_0)(X(\Delta t) \cos f_i \Delta t + \Psi(\Delta t) \sin f_i \Delta t) + \\ + (b \sin f_0)(-X(\Delta t) \sin f_i \Delta t + \Psi(\Delta t) \cos f_i \Delta t). \quad (13)$$

Коэффициент f_0 в разложении (7) получается равным 0. Определяемая поправка часов и ошибки инструмента приводят в первом приближении, с учетом их малости, к некоторому изменению значения f_0 . Из (13) можно просто получить выражение для определенного интеграла от (6) и, следовательно, найти коэффициенты при a , $b \cos f_0$ и $b \sin f_0$ в условных уравнениях с последующим определением a , b и f_0 для данного прохождения решетки звездой. При этом, наблюдения до и после кульминации обрабатываются раздельно.

Таким образом, для каждой из наблюдавшихся в течение ночи звезды получаются два значения f_0 , соответствующие прохождениям до и после пересечения меридиана. Полученные значения f_0 могут использоваться для определения поправки часов и постоянных инструмента методом наименьших квадратов. Как было показано в [4] , ошибка установки нуль-пункта азимута ΔA_0 , а также небольшой наклон оси трубы инструмента, чаши ртутного горизонта или визирной решетки мало влияет на результаты наблюдений. Рассмотрим условные уравнения для нахождения поправки часов Δt_0 (в единицах

времени), коррекции зенитного расстояния Δz_0 и коррекции к географической широте $\Delta \varphi$

$$\frac{\partial \xi}{\partial z_0} \Delta z_0 + \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial \xi}{\partial t} \Delta t_0 = 2\pi f_0, \quad (14)$$

где частные производные от ξ вычисляются на середину решетки, т.е. при $\xi = \eta = 0$. Подстановкой значений этих частных производных в (14) получим

$$-\frac{F}{h} \Delta z_0 + \frac{F}{h} \cos A_0 \Delta \varphi + \frac{F}{h} \cos \varphi \sin A_0 \Delta t_0 = 2\pi f_0, \quad (15)$$

где F - фокусное расстояние объектива, h - шаг решетки, φ - географическая широта и A_0 - азимут установки центра решетки. Далее нетрудно методом наименьших квадратов найти Δt_0 , Δz_0 и $\Delta \varphi$.

Рассмотренные алгоритмы 1) разложения ξ и η в ряды Тейлора; 2) вычисления коэффициентов в условных уравнениях для нахождения a , $b \cos f_0$ и $b \sin f_0$ реализованы в виде подпрограмм на языке ФОРТРАН для ЕС ЭМ. Для необходимых при этом операций со степенными рядами (деление одного ряда в другой) использовались подпрограммы, аналогичные рассмотренным в [3].

Библиографический список

1. Гедровиц В.А. Расчет эфемерид для автоматизированной зенитной трубы // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения. Рига, 1936. С.63-69.
2. Гедровиц В.А. Оптимальный способ интеграции фототока на автоматизированной зенитной трубе // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения. Рига. 1986. С.70-76.
3. Емельянов Н.В. Методы составления алгоритмов и программы в задачах небесной механики. М. 1983.
4. Абеле М.К. Фотоэлектрический отражательный телескоп для наблюдений звезд при равных высотах // Уч.зап.ЛГУ им. П.Стучки. Рига, 1969. Т.121. Вып.4. С.49-106.

Резюме

А.К.Павенис, В.А.Гедровиц

ОБ АЛГОРИТМАХ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭФЕМЕРИД И ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЗЕНИТНОЙ ТРУБЫ

Предложены алгоритмы для эфемеридного обеспечения и обработки наблюдений автоматизированной зенитной трубы с учетом кривизны суточной параллели. Используются разложения координат изображения звезды относительно визирной решетки и интеграла от ожидаемого фототока по времени в ряды, получаемые аналитическими методами.

K o r s a v i l k u m s

Pavēnis A.K., Gedrovičs V.A.

PAR AUTOMATIZĒTA ZENĪTTELESKOPI EFEMERĪDU APRĒKINĀ- ŠANAS UN NOVĒROJUMU APSTRĀDES ALGORITMIEM

Ieteikti algoritmi zenītteleskopa efemerīdu nodrošinājumam un tā novērojumu apstrādei, ievērojot diennakts paralēles liekumu. Izmantoti ar analītiskām metodēm iegūti izvirzījumi rindās zvaigznes attēla koordinātēm attiecībā pret režģa centru un integrālim pēc laika no sagaidāmās fotostrāvas.

S u m m a r y

Pavēnis A.K., Gedrovičs V.A.

ON EPHEMERIS COMPUTATION AND OBSERVATIONS REDUCTION ALGORITHMS FOR THE AUTOMATED ZENITH TUBE

Ephemeris computation and observation reduction algorithms accounting for curvature of the diurnal parallel are proposed. Coordinates of the star images over the instrument's grating and the integral of the expected photoelectric current are advanced into series by time. Those series are obtained by analytical methods.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 522.43

И. Л. Вилкс
ЛГУ им. П. Стучки

ОБ ОБРАБОТКЕ НАБЛЮДЕНИЙ НА ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ЗЕНИТНОЙ ТРУБЕ

В данной статье предлагается методика обработки наблюдений, выполненных на фотоэлектрической зенитной трубе (ФЭЗТ) Астрономической обсерватории ЛГУ им. П. Стучки. Обработка наблюдений ведется с двойной целью: определение поправки часов и определение значения мгновенной широты места наблюдения. Устройство и принцип работы ФЭЗТ даны в [1].

Определение поправки часов

Предлагается способ определения поправки часов как альтернатива уже существующему способу [2]. Суть его состоит в следующем: при прохождении звезды через щель, фототок интегрируется в течении полупериода через каждую $1/8$ периода, таким образом получаются пять значений интегралов. Для получения поправки часов необходимо определить три неизвестные величины. Для этого составляется система уравнений, в которой используются три значения интегралов. Чтобы использовать все значения интегралов образуются 3 группы уравнений включающие: 1,2,3 интеграл, 3,4,5 интеграл и 1,3,5 интеграл. Получаются 3 решения, из которых находится среднее. Далее находится поправка часов.

В нижеизложенном способе используются сразу все пять значений интегралов, и система пяти условных уравнений решается.

ется способом наименьших квадратов, при этом было принято, что фототок имеет синусоидальный характер:

$$N_i = a + b \cos(t_i - \psi), \quad (1)$$

где N_i - значения интеграла ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), полученные в результате наблюдений;

a - ток от фона

b - амплитуда фототока

$$t_i = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$$

ψ - начальная фаза фототока

Вопрос сводится к получению начальной фазы. Зная ψ , нетрудно найти поправку часов. Преобразуем выражение (1) в виде:

$$Aa + \sin t_i \cdot b \sin \psi + \cos t_i \cdot b \cos \psi - N_i = 0, \quad (2)$$

где $A = I$. Полученная система уравнений легко решается способом наименьших квадратов. Неизвестными здесь являются a , $b \sin \psi$, $b \cos \psi$. Коэффициенты при неизвестных A , $\sin t_i$, $\cos t_i$. Свободный член $-N_i$. После определения неизвестных начальная фаза находится как:

$$\psi = \arctg \left(\frac{b \sin \psi}{b \cos \psi} \right) \quad (3)$$

Способ наименьших квадратов также дает возможность оценить ошибки неизвестных и получить значения фона a и амплитуды фототока b . По данному алгоритму составлена программа на языке BASIC для микро-ЭВМ "Правец". Для проверки алгоритма произведена частичная обработка результатов ФЗСТ за 1986 и 1987 годы.

Определение широты

Для определения мгновенной широты использовались вычисленные значения момента старта регистрации прохождения звезды до и после меридиана (T_1 и T_2) и полученные значения начальной фазы в единицах времени соответственно ΔT_1 и ΔT_2 . Рассмотрим параллактический треугольник ΔPZS (рис. I)

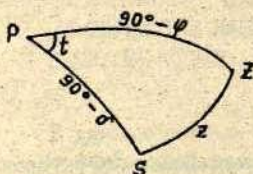


Рис. I

Здесь Z - точка зенита

S - звезда

P - небесный полюс

σ - видимое склонение звезды

φ - мгновенная широта

t - часовой угол звезды

z - зенитное расстояние звезды (приблизительно $1^\circ 43'$)

Стороны в треугольнике равны $PZ = 90^\circ - \varphi$, $PS = 90^\circ - \sigma$, $ZS = z$

Часовой угол t можно определить как:

$$t = \kappa \frac{(T_2 + \Delta T_2) - (T_1 + \Delta T_1)}{2} \cdot 15, \quad (4)$$

где $\kappa = 1,002738$ коэффициент перевода интервалов среднего времени в звездное. Теперь воспользуемся параллактической формулой

$$\cos z = \sin \varphi \sin \sigma_i + \cos \varphi \cos \sigma_i \cos t_i, \quad (5)$$

где σ_i и t_i соответственно склонение и часовой угол для каждой звезды. Преобразуем (5) в виде:

$$\lg \sigma_i \lg \varphi - \frac{1}{\cos \sigma_i} \cdot \frac{\cos z}{\cos \varphi} + \cos t_i = 0 \quad (6)$$

Получим систему уравнений, которая решается методом наименьших квадратов. Известные здесь $x = \operatorname{tg} \varphi$ и $y = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta_i}$, коэффициенты при неизвестных $\operatorname{tg} \delta_i$, $\frac{1}{\cos \delta_i}$. Свободный член $\cos \delta_i$. Мгновенная широта получается как:

$$\varphi = \operatorname{arctg} x \quad (7)$$

Для реализации данного алгоритма составлена программа на языке BASIC для микро-ЭВМ "Ираец". С помощью этой программы выборочно обработаны наблюдения за 1986 и 1987 годы.

Библиографический список

1. Гедровиц В.А. Оптимальный способ интеграции фототока на автоматизированной зенитной трубе // Анализ движения тел Солнечной системы и их наблюдения. Рига, 1986. С. 70-76.
2. Абеле М.К. Фотоэлектрический отражательный телескоп для наблюдений звезд при равных высотах // Уч. зап. ЛГУ им. П. Стучки. Рига, 1969, Т. 121. Вып. 4. С. 49-106.

Резюме

Билкс И.Л.

ОБ ОБРАБОТКЕ НАБЛЮДЕНИЙ НА ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ЗЕНИТНОЙ ТРУБЕ

Для обработки наблюдений на фотоэлектрической зенитной трубе предлагаются способы определения поправки часов и мгновенной широты с помощью метода наименьших квадратов.

Рис. 1, библиограф. - 2 названия.

K o p s a v i l k u m s

I.Vilks

PAR FOTOELEKTRISKĀ ZENĪTTELESKOPA NOVĒROJUMU APSTRĀDI

Aplūkoti fotoelektriskā zenītteleskopa novērojumu rezultātu apstrādes papēmieni pulksteņa korekcijas un momentānā platuma noteikšanai, izmantojot mazāko kvadrātu metodi.

S u m m a r y

I.Vilks

ON REDUCTION OF PHOTOELECTRIC ZENITH TUBE OBSERVATIONS

Reduction of photoelectric zenith tube observations, aimed specifically at clock-correction and latitude determination and employing the least squares method, is considered in this paper.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 522.43

Г.М.Бичевска
В.А.Гедровиц
ЛГУ им. П.Стучки

УСОВЕРШЕНСТВОВАННОЕ РЕГИСТРИРУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО ЗВЁЗДНЫХ
ПРОХОЖДЕНИЙ ЧЕРЕЗ РЕШЁТКУ ПАССАЖНОГО ИНСТРУМЕНТА

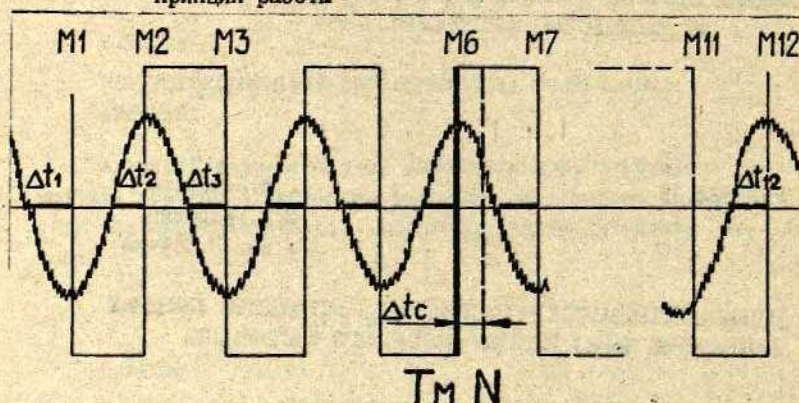
Необходимость нового устройства

Устройство для регистрации звёздных прохождений через визирную решётку пассажного инструмента в АО ЛГУ построено в 1974 году и до сих пор на ней велись непрерывные наблюдения. Использовался способ счета случайных выбросов, который разработали К.А.Штейнс и М.П.Огриньш [1, 2, 3]. Исполнение и схемотехническое решение устройства устарели. Устройство стало неустойчивым, часто сбоит. Осредненный момент прохождения печатался на цифропечатающем устройстве. Для обработки в ЭВМ результат надо перфорировать вместе с другими звёздными данными. По современным требованиям к точности опорная частота 1 кГц не достаточна.

○

Ввиду этого мы построили новое устройство регистрации на основе того же проверенного и усвоенного метода счета случайных выбросов, но с использованием современных возможностей схемотехнического решения и обработки информации на ЭВМ.

Принцип работы



На нашем пассажном инструменте имеется решётка с 12 щелями. Средний момент в одном положении оси определяется следующим образом: (рис.1.)

$$t_{cp} = N_1 - K_1, \quad \text{где} \quad K_1 = \frac{1}{12} \sum \Delta t_i + t_c \quad (1)$$

N - номер ближайшей секунды после шестой метки,

Δt_c - привязка шестой метки к шкале времени,

Δt_i - случайные выбросы пересечения уровня регистрации в счетном интервале, M - метки формирования счетных интервалов, связанные со склонением каждой звезды.

В старом устройстве член K формируется в счётчике устройства путём считывания каждого 12-го импульса I кГп в счетном интервале и суммирования с импульсами в интервале Δt_c . Печатаются два числа N и K . Наблюдатель вычисляет

$$t_{cp} = \frac{t_{cp1} + t_{cp2}}{2} \quad \text{и перфорирует для обработки на ЭВМ.}$$

Современные схемы дают возможность фиксировать и перфорировать сразу время средней метки T_m . Это повышает точность определения прохождения звезды, поскольку средняя метка не привязана к шкале времени со счетчиком импульсов, а записью момента времени в регистре памяти с точностью 100 мсек. Средний момент определяется:

$$t_{cp} = T_m - \frac{1}{12} \sum \Delta t_i.$$

Перфорируются числа T_m и $\sum \Delta t_i$. Наблюдатель сразу может перфорировать остальные данные наблюдения и дальнейшую обработку информации ведет только ЭМ.

Выполнение устройства

Устройство содержит генератор метки, счетчик временных интервалов, часы с индикацией, схему реализации алгоритма наблюдения, схему логики печати на 4 монтажных платах. Сделан пульт управления у пассажного инструмента для установки частоты меток и запуска регистрации. Кроме того, к регистрирующей части подключен пульт ввода вспомогательной информации - номер звезды, уровень и т.д. Используется перфоратор ленточный ПЛУ-1.

Библиографический список

1. Огриньш М.П. Устройство для непосредственной регистрации средних моментов прохождений звезд с выдачей результата на цифropечатающее устройство // Учен. зап. ЛГУ им.П. Стучки. Рига, 1975. Т.220. Вып. II. С.80
2. Штейнс К.А. Обобщенный метод определения моментов прохождения звезд с учетом выбросов. Автоматическая регистрация моментов прохождения звезд. Рига, 1980. С.3.
3. Иванов А.В., Огриньш М.П. Установка регистрации моментов прохождения звезд с учетом выбросов с выводом на ЭМ. Автоматическая регистрация моментов прохождения звезд. Рига, 1980. С. 85.

Р е з ю м е

В.А.Гедровиц

Г.М.Бичевска

УСОВЕРШЕНСТВАННОЕ РЕГИСТРИРУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО ЗВЕЗДНЫХ ПРОХОЖДЕНИЙ ЧЕРЕЗ РЕШЕТКУ ПАССАЖНОГО ИНСТРУМЕНТА

Построено устройство регистрации на основе метода счета случайных выбросов с использованием современных возможностей схемотехнического решения и обработки информации на ЭЕМ.

K o r s a v i l k u m s

Gedrovics V.A.

Bičevska G.M.

UZLABOTĀ ZVAIGŽŅU TRANZĪTMOMENTU REĢISTRĒŠANAS IEKĀRTA PASAŽINSTRUMENTAM

Izgatavota iekārta tranzītmomentu reģistrēšanai pēc izsitienu metodes, pielietojot mūsdienīgas shemotehniskos risinājumus un informācijas apstrādi uz ESM.

S u m m a r y

Gedrovics V.A.

Bichevska G.M.

AN IMPROVED STAR TRANSIT TIMING DEVICE FOR THE TRANSIT CIRCLE

A star transit timing device based upon the multiple contact processing principle and incorporating up-to-date curcuitry features has been built for the transit circle of the Latvian State University.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИИ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 522.5

А.Ю.Рубан,
К.Г.Салминьш
ЛГУ им.П.Стучки

ПРИВЯЗКА ИНФОРМАЦИИ УПРАВЛЯЮЩЕЙ МИКРОЭВМ К ШКАЛЕ
АБСОЛЮТНОГО ВРЕМЕНИ

Применение универсальных миниЭВМ и микроЭВМ в системах наведения и отслеживания космических объектов для целей лазерной локации выдвигает ряд специфических требований к аппаратным средствам и математическому обеспечению. Существенным требованием является наличие в управляющей микроЭВМ операционной системы реального времени, ряд результатов вычислений должен использоваться в шкале абсолютного времени.

Дальнейшее изложение ведется на примере микроЭВМ "Электроника-60" или совместимых с ней по интерфейсу Q-bus и использованием стандартных средств обслуживания таймера операционной системы RT-11 [1].

Стандартная реализация таймера с использованием сетевой частоты не отвечает требованиям точности управления лазерного дальномера (Лд) по следующим причинам: нестабильность сетевой частоты, отсутствие синхронизации со шкалой абсолютного времени, а также неоптимальная величина номинала сетевой частоты. Для удовлетворения требований управления предлагается подать в микроЭВМ привязанные по фронту импульсы высокостабильной частоты в момент отсчета абсолютного времени.

Обратимся к более детальному рассмотрению согласно рис. 1.

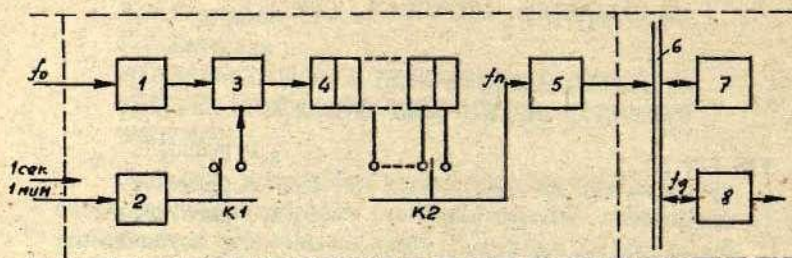
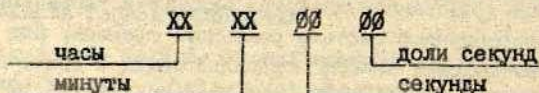


Рис. 1.

Предварительно с клавишного терминала в четыре ячейки памяти вводятся часы, минуты, секунды и доли секунд момента отсчета абсолютного времени t_0 . Если t_0 задается в формате



между предыдущей и началом минуты отсчета включается выключатель К1 для подачи минутного импульса на схему совпадения 3. В комплект аппаратуры лазерной локации космических объектов входит база точного времени с высоко стабильным задающим осциллятором, частота которой f_0 , через формирователь 1 подается на схему совпадения 3. В момент t_0 частота f_0 поступает на делитель частоты 4, необходимая частота f_n переключателем К2 с соответствующего выхода через шинный формирователь 5 и канал 6 вводится в микроЭВМ 7. Каждый поступивший в микроЭВМ импульс является квантом времени, приравнение которого к хранящемуся в памяти микроЭВМ значению абсолютного времени осуществляет ход внутримашинных часов (ЭВМЧ) абсолютного времени.

Импульсы подаются по линии прерываний ПРТ, которая имеет собственный вектор прерывания с фиксированным начальным адресом $100_{\text{г}}$. По этому адресу записан начальный адрес подпрограммы БМЧ, которая ведет подсчет прерываний по линии ПРТ и их представление в формате времени, а также может выполнять другие функции.

Поступление каждого импульса с частотой f_n для внутримашинного процесса является случайным событием на которое микроЭВМ реагирует выполнением стандартной процедуры прерывания и подпрограммы БМЧ. В иерархии прерываний линия ПРТ обладает высшим приоритетом на низшем, внутрисистемном уровне прерываний и обрабатывается по завершению выполнения очередной команды или прерывания на высшем, внутримашинном уровне. Таким образом, в силу случайной величины задержки начала выполнения и собственного времени выполнения подпрограммы БМЧ, запуск подпрограммы вывода данных произойдет со случайной задержкой $t_{\text{з}} < 150$ микросекунд [2, 3]. Блияние задержки на точность управления ЛД незначительно. Например, для управления угловой скоростью с ускорением $0,2 \text{ град} \cdot \text{сек}^{-2}$ максимальная случайная задержка $t_{\text{з}}$ соответствует угловой ошибке слежения примерно на два порядка меньшей угла расходимости лазерного луча.

Частота вывода данных $f_{\text{г}}$ из микроЭВМ должна быть согласована с временным растром работы управляемого устройства, а также с частотой f_n . Переключателем К2 следует установить f_n из расчета $f_{\text{г}} = n \cdot f_n$, где $n = 1, 2, 3 \dots$ выбирается в соответствии с подпрограммой БМЧ. Для управления лазерным дальномером данной конструкции достаточно обеспечить $f_{\text{г}} \leq 5 \text{ гц}$ и следовательно $f_n \leq 5 \text{ гц}$. Точность отслеживания при данной частоте $f_{\text{г}}$ инвариантно к значениям f_n большим $f_n = f_{\text{г}}$. Выполнение подпрограммы БМЧ, подобной [3], при $f_n = 5 \text{ гц}$ составит менее 0,03% процессорного времени.

В предвычисленные моменты абсолютного времени вывод данных из микроЭВМ в периферийное устройство осуществляется посредством модуля сопряжения В, рассчитанного на быстрое действие микроЭВМ.

Библиографический список

1. Операционная система СМ ЭВМ РАБОС: Справочник /соот. Л.И.Валикова, Г.В.Вигдорчик, А.Ю.Воробьев, А.А.Лунин. М., 1984. 207 с.
2. Центральный процессор М2. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. ЦНИИ, 1982.
3. Френк Т.С. PDP - II : Архитектура и программирование //Радио и связь. 1986.

Резюме

А.Ю.Рубан

К.Г.Салминьш

ПРИВЯЗКА ИНФОРМАЦИИ УПРАВЛЯЮЩЕЙ МИКРОЭВМ К ШКАЛЕ АБСОЛЮТНОГО ВРЕМЕНИ

Рассматривается решение задачи точного управления лазерным дальномером по времени, с использованием управляющей микроЭВМ и входящей в комплект лазерного дальномера базы точного времени. Показана возможность обеспечения привязки к абсолютному времени, с использованием стандартных средств операционной системы и технически несложного модуля сопряжения микроЭВМ и базой точного времени.

K o p e s a v i l k u m s

A. Rubane
K. Salmiņš

VADĪBAS MINIESM INFORMĀCIJAS PIESAISTE PIE ABSOLŪTĀ LAIKA SKALAS

Tiek apskatīta lāzertālmēra precīza vadība pēc laika, izmantojot vadības mikroESM un lāzertālmēra komplektā iekļauto precīzā laika bāzi. Parādīta iespēja nodrošināt piesaisti pie absolūtā laika, izmantojot ESM operāciju sistēmas standartlīdzekļus un tehniski viegli realizējamu pārejas moduli starp ESM un laika bāzi.

S u m m a r y

A. Rubane
K. Salminsh

LINKING THE INFORMATION FOR THE CONTROL COMPUTER TO AN ABSOLUTE TIME SCALE

The problem, how to operate a satellite laser ranging system under a precise clock control, employing only its own microcomputer and build-in time base, is considered in this paper. The investigation shows, that strict adherence to an absolute time scale can be achieved, using only standart tools of the computer's operating system and an easy-to-build interface card between computer and the time base.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.3:621.373.826

Ю.С.Денидик, А.Г.Мединский,
В.В.Мурга, ЛЛС, КТМИ

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО КПД РЕЖИМА НАКАЧКИ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ПЕРЕДАТЧИКОВ ЛАЗЕРНЫХ СПУТНИКОВЫХ ДАЛЬНОМЕРОВ

Энергетические характеристики лазерных локационных систем (ЛЛС) существенно влияют на эффективность астрономических наблюдений ИСЗ [1]. В связи с этим возникает задача оценки эффективности преобразования энергии в ОКГ, что позволит сопоставить режимы работы активных элементов и выбрать оптимальные условия их возбуждения.

В работе [1] приведены рекомендации по выбору оптимальных режимов накачки рубиновых активных элементов. Для повышения КПД рекомендуется укорачивать длительность импульса накачки τ_n до значений порядка 0,1-0,2 от времени жизни частиц T_{21} на метастабильном уровне и выбирать энергию накопителя примерно в 2,5 раза большую, чем пороговая энергия генерации лазера. Однако приведенные рекомендации могут быть использованы только для активных элементов с небольшим габаритами, обуславливающими малый уровень усиленной люминесценции (суперлюминесценции).

Для увеличения энергии зондирующих импульсов передающих устройств следует применять кристаллы больших размеров, для которых допущения, принятые в работе [1] неприемлемы. Нами были получены зависимости энергетической эффективности активных элементов ОКГ с модуляцией добротности от режима накачки при учете суперлюминесценции и связанных с ней явлений: взаимного влияния плотности люминесценции и инверсной населенности уровней, а также отражения излучения от

торцов стержней.

Оценка эффективности преобразования энергии в активной среде для режима модулированной добротности выполнялась с помощью целевой функции ψ . Она была выбрана в виде дроби, числитель которой пропорционален энергии моноимпульса генератора, а знаменатель - потерям энергии на суперлюминесценцию за время от $t = 0$ до $t = \tau_u$:

$$\psi = \frac{\frac{\Delta_0 - \Delta_K}{\Delta_{пор}}}{\int_{t=0}^{t=\tau_u} P_{сн} dt} \quad (1)$$

где $\Delta_0 = (n_2 - n_1)$ - инверсная населенность в момент времени $t = \tau_u$, т.е. максимально возможная для каждого прямоугольного импульса накачки с заданной энергией и длительностью; $\Delta_K = (n_2 - n_1)$ - инверсная населенность, которая устанавливается в активной среде после окончания генерации моноимпульса; $\Delta_{пор} = (n_2 - n_1)$ - инверсная населенность в момент времени $t = \tau_u$, соответствующая нестационарному порогу генерации [2].

Подынтегральное выражение целевой функции отражает мощность, затрачиваемую на усиление люминесценции, пропорциональную безразмерному отношению вероятностей перехода, вынужденного люминесценцией, и спонтанного перехода, умноженному на относительную населенность метастабильного уровня активной среды [3, 4]:

$$P_{сн} = \frac{B_{21} \bar{u}}{\Delta \nu \rho_{21}} \frac{n_2}{n} = 2a \frac{n_2}{n} \frac{1}{1 - 2 \frac{n_2}{n}} \left\{ 1 - \frac{1}{xbl \left(1 - 2 \frac{n_2}{n} \right)} \left[1 - e^{-xbl \left(1 - 2 \frac{n_2}{n} \right)} \right] \right\} \quad (2)$$

где для двухуровневой квантовой системы, эквивалентной трехуровневой, при $0 \leq t \leq \tau_u$ можно записать [1]

$$\frac{n_2}{n} = \frac{E}{E + \frac{\tau_u}{T_{21}}} \left[1 - e^{-\left(E + \frac{\tau_u}{T_{21}}\right) \frac{t}{\tau_u}} \right] \quad (3)$$

В приведенных выше формулах: $\bar{u}$ - плотность усиленной люминесценции; χ - максимальное значение коэффициента поглощения R_1 -линии рубина; $\Delta \nu$ - ширина R_1 -линии; $a \geq 0,24$ - коэффициент, учитывающий, что не всё излучение, испускаемое единицей объема активной среды, идет на пополнение плотности люминесценции; $b \geq 1,28$ - коэффициент, характеризующий увеличение среднего пути потока за счет косых лучей; l - длина активного элемента.

Значение целевой функции связано с характеристиками материала кристалла - χ , A_{21} , B_{21} , с его размерами и обработкой поверхности - l , a , b , а также зависит от длительности импульса накачки τ_u , приведенной энергии E этого импульса и суммарного коэффициента потерь резонатора и вещества, определяемого формулой [3]:

$$K_{\text{пот}} = \left[2 \left(\frac{n_2}{n} \right)_{\text{пор}} - 1 \right] \chi \quad (4)$$

На рис.1 приведены зависимости целевой функции от E , рассчитанные для активного элемента типа РЛ-8 120/180, используемого в передатчике дальномера ЛД-2.

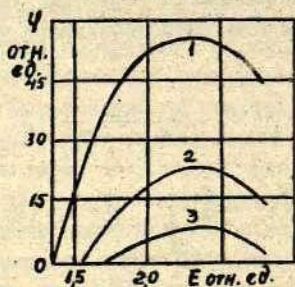


Рис.1

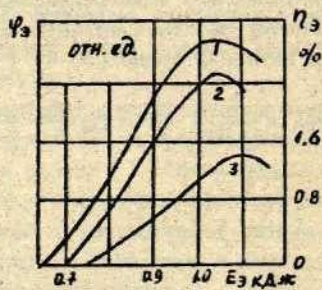


Рис.2

Линии 1, 2 и 3 соответствуют отношениям τ_u/τ_z , равным 0,01; 0,033 и 0,1. Приведенные графики показывают, что укорочение импульсов обеспечивает более эффективное преобразование энергии в активном элементе. Кроме этого видно, что для обеспечения оптимальных условий работы активного элемента превышение энергии накачки над пороговой должно равняться 1,5-2, то есть не должно быть столь значительным, как это рекомендовалось в работе [1] для случая пренебрежения явлением суперлюминесценции.

Результаты экспериментальной проверки теоретических зависимостей приведены на рис.2. По оси абсцисс отложена энергия накопительного конденсатора E_z , которая пропорциональна безразмерной величине E , фигурирующей в теоретических расчетах. По оси ординат откладывалась величина φ_z , пропорциональная φ из формулы (1). Кривая 1 на рис.2 соответствует длительности импульса накачки 800 мкс, а кривая 2 - 1 мс. При сравнении кривых рис.1 и рис.2 видно, что отношения значений оптимальной энергии накачки к пороговым значениям близки по величине.

Важным достоинством целевой функции φ является то, что характер её изменения в области максимума аналогичен характеру изменения КПД лазера η_z , который определялся экспериментально как отношение выходной энергии ОКТ к энергии, запасаемой емкостным накопителем. Это, в частности, подтверждает график 3 на рис.2.

Таким образом, применение целевой функции в виде (1) позволяет выбрать оптимальные условия преобразования энергии в активной среде с учетом суперлюминесценции, что наиболее близко к реальным условиям работы передатчиков ЛИС.

Библиографический список

1. Лазерные измерительные системы / Под ред. А.П.Дукьянова. М., 1981.

2. Микаэлян А.Л., Тер-Микаэлян М.Л., Турков Ю.Г. Оптические генераторы на твердом теле. М., 1967.
3. Методы расчета оптических квантовых генераторов. / Под редакцией Б.И.Степанова. Минск, 1966.Т.1.
4. Самсон А.М. Расчет люминесценции конечных объемов с инверсной заселенностью уровней // Журнал прикладной спектроскопии. 1965. Т.2, № 3. С.232-242.

Р е з ю м е

Ю.С.Денишчик
В.В.Мурга
А.Г.Мединский

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО КЭД РЕЖИМА НАКАЧКИ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПЕРЕДАТЧИКОВ ЛАЗЕРНЫХ СПУТНИКОВЫХ ДАЛЬНОМЕРОВ

Предложен критерий для оценки эффективности преобразования энергии в активной среде с учетом суперлюминесценции и связанных с ней явлений. Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований эффективности преобразования энергии в активных элементах ОКГ, используемых для лазерно-локационных астрономических наблюдений.

K o r s a v i l k u m s

J.Deniščiks
V.Murga
A.Medinskis

ZMP TĀLMĒRU LĀZERA RAIDĪTĀJU OPTIMIZĀCIJA PĒC IEROSMES REŽĪMA LK AKTĪVAJĒM ELEMENTIEM

Izstrādāts kritērijs aktīvās vides enerģijas pārveidošanas efektivitātes novērtēšanai, ievērojot superluminescenci un ar to saistītās parādības. Doti tādu OKG aktīvo elementu enerģijas pārveidošanas efektivitātes teorētisko un eksperimentālo pētījumu rezultāti, kurus izmanto lāzera-lokācijas astronomiskajos novērojumos.

S u m m a r y

J. Denishchik

V. Murga

A. Medinsky

OPTIMIZATION OF PUMPING REGIME OF SATELLITE LASER-RANGING TRANSMITTER ACTIVE ELEMENTS

The criterion for estimation of energy transformation efficiency in an active medium, taken into account the excited fluorescence and the phenomenon has been caused it, is proposed. The results of theorethical and experimental studies of the energy transformation in an astronomical laser ranging units active mediums are given.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.3:621.783.25

Ю.С.Денищик, С.С.Денищик
ЛЛС, КГМИ

К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИИ ИЗ
ПЕРЕДАТЧИКОВ НА ИАГ И РУБИНЕ

Практически во всех передающих устройствах лазерно-локационных систем (ЛЛС) космического назначения в СССР и за рубежом применяются в качестве активных сред монокристаллы из рубина или иттрий-алюминиевого граната с неодимом (ИАГ). В связи с этим целесообразно провести анализ их возможностей.

Рубин исторически раньше начал использоваться в качестве активного элемента ОКГ, чем ИАГ. Несмотря на создание активных сред, обеспечивающих больший КПД, рубиновые активные элементы и в настоящее время находят широкое применение в дальнометрии. Рубин обладает хорошими оптическими и механическими свойствами, большой теплопроводностью, обеспечивает получение значительной энергии излучения. Современная технология позволяет выращивать в условиях массового производства стержни из рубина с длиной более 250 мм при диаметре до 12,5 мм. С активного элемента, обладающего такими габаритами, возможен съем энергии до 3 Дж [1]. Кроме этого, длина волны излучения R_1 -линии рубина (0,6943 мкм), на которой пороговые условия достигаются проще, совпадает с "окном" в спектре поглощения земной атмосферы [2] и находится в области спектральной чувствительности большого количества ФЭУ, применяемых для регистрации пороговых световых потоков [3].

Лазеры на ИАГ обладают большим КПД по сравнению с ОЛГ на рубине, однако существенным недостатком передающих устройств на ИАГ является малая энергия зондирующих импульсов. Габариты используемых на практике активных элементов из ИАГ ограничены размером по диаметру около 6 мм, а по длине - около 100 мм [1]. Выращивание монокристаллов больших размеров связано со значительными технологическими трудностями. Вторым обстоятельством, препятствующим повышению энергии передатчиков ЛЛС на ИАГ, является недостаточная энергетическая эффективность используемых в них удвоителей частоты (до 60 %), вызывающая недопустимый нагрев нелинейных кристаллов уже при энергиях в десятки доли джоуля и частотах следования в единицы герц.

Одним из главных преимуществ передающих устройств на ИАГ, по сравнению с передатчиками на рубине, является возможность обеспечения значительно большей частоты повторения зондирующих импульсов. Тем самым энергия зондирующего импульса как бы компенсируется относительно высокой частотой его повторения, что делает близкими средние мощности передатчиков на ИАГ и на рубине при различиях в энергиях зондирующих импульсов более, чем на порядок. Предполагается, что в этом случае, при одной и той же точности измерений, системы с передатчиками на рубине и на ИАГ будут эквивалентны по максимальной дальности действия. А ввиду того, что КПД лазеров на ИАГ выше, они могут считаться более эффективными. Но, если этот вопрос рассмотреть более подробно, то преимущество ИАГ по сравнению с рубином в ЛЛС не представляется таким абсолютным, как это следует из работы [4].

Как известно, ошибка измерения дальности ЛЛС может быть представлена следующим образом [5]:

$$\Delta R = \frac{m}{\sqrt{r \cdot N}} \quad , \quad (1)$$

где m - коэффициент пропорциональности; n - число измерений; N - полное число фотонов, пришедшее на вход приемника и пропорциональное энергии $W_{\text{пер}}$ зондирующего импульса передатчика. Таким образом, получается, что системы, эк-

вивалентные по средней мощности

$$n_1 W_{\text{пер.1}} = n_2 W_{\text{пер.2}}$$

обладают одинаковой точностью. Но это положение не учитывает то, что распространение зондирующих импульсов происходит в условиях помех.

Для импульсных радиолокационных систем параметром, определяющим дальность действия при заданной точности ΔR , является отношение энергии зондирующего импульса $W_{\text{з.и.}}$ к шумовой температуре T_s , точнее - к произведению T_s на постоянную Больцмана K [6]. Фундаментальное значение отношения $W_{\text{з.и.}}/KT_s$ при оценке характеристик радиолокационных систем было отмечено Норсом ещё в 1943 году [7]. В работе [6] подчеркивается, что ввиду этого обстоятельства энергия импульса является важной величиной как при обнаружении единичных сигналов, так и при их интегрировании, если интегрируется конечное число этих импульсов. Когда же время интегрирования не ограничено, то определяющим параметром становится средняя мощность. Если распространить данное утверждение на оптический диапазон, то это значит, что энергия зондирующего импульса передатчика является определяющим фактором при оценке характеристик ЛИС, работающих как в дискретном (при счете единичных фотонов) режиме, так и в аналоговом (при регистрации огибающей оптического импульса). Роль средней мощности будет преобладать над ролью энергии импульса тогда, когда имеется возможность длительного накопления информации в дискретном режиме. А ввиду ограниченного времени наблюдения космических объектов, определяемого временем нахождения его в зоне видимости, метеорологическими условиями, возможной нецелесообразностью длительного облучения цели и другими причинами, эта возможность не всегда имеется. Т.е. число измерений n в формуле (1) может быть недостаточным для обеспечения заданной точности в конкретных условиях эксплуатации, определяющих отношение сигнал-шум. Естественно, выражение (1) каким-то образом отражает влияние энергии импульса передатчика и числа посылок на точность из-

мерения дальности, но если учитывать ещё и влияние отношения сигнал-шум, зависящего от состояния атмосферы, яркости фона от Луны и звезд, интенсивности засвечивания поля зрения телескопа вблизи крупных городов, неточности наведения его на цель, шумов самого фотоприемного устройства, то коэффициент m может изменяться в очень больших пределах. Эффективности двух систем с равными средними мощностями излучения, но с различными энергиями зондирующих импульсов могут считаться одинаковыми только при близких значениях отношений сигнал-шум, определяемых не только шумами приемника, но и шумами, поступающими на его вход от антенны, т.е. телескопа. Передающее устройство, имеющее большую энергию зондирующего импульса и обеспечивающее большую импульсовую мощность, имеет заведомо большее значение отношения сигнал-шум и, в зависимости от конкретных условий эксплуатации, может быть эффективнее передатчика с меньшей энергией зондирующего импульса при той же средней мощности.

Следует отметить, что ЛДС, содержащее в своем составе передатчики на ИАГ с укороченным зондирующим импульсом (менее 1 нс) и с удвоением частоты, весьма сложны, поэтому их эксплуатация затруднена. Этот факт нельзя не учитывать, т.к. системы с низкой надежностью, обслуживаемые персоналом астрономических обсерваторий в основном не имеющих в штате высококвалифицированных специалистов по квантовой электронике, дискредитируют себя в короткий срок с начала эксплуатации.

Передатчики на рубине проще, чем устройства на ИАГ. Они обеспечивают большие возможности по аналоговому приему сигналов от цели с последующей обработкой для получения точности не меньшей, чем точность субмиллисекундных устройств на ИАГ, но более простыми средствами.

Библиографический список

1. Приборы квантовой электроники / Под ред. М.Ф.Степеляха. М., 1985.

2. Зуев В.Е., Кабанов М.В. Перенос оптических сигналов в земной атмосфере (в условиях помех). М., 1977.С.137.
3. Берковский А.Г., Тавайдин В.А., Зайдель И.Н. Вакуумные фотоэлектронные приборы. М., 1976. С.190.
4. Второе совещание по аппаратурным проблемам лазерной локализации космических объектов / Ю.Л.Кокурин, В.В.Курбасов, А.Н.Сухановский // Квантовая электроника. 1976.Т.3, № 5. С.1158-1160.
5. Гамал К. Состояние и перспективы исследований техники лазерной локализации искусственных спутников Земли // Квантовая электроника.. 1976..Т.3 .С.1158-1160.
6. Справочник по радиолокации / Пер. с англ./Под общ. ред. К.Н.Трофимова / Основы радиолокации.М., 1976.С.26-103.
7. North, D.O.: An Analysis of Factor Which Determine Signal/Noise Discrimination in Pulsed Carrier Systems - "Proc. IEEE" 1963. July. V. 51. P. 1015 - 1028.

Резюме

Ю.С.Денищик

С.С.Денищик

К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИИ ИСЗ ПЕРЕДАТЧИКОВ НА ИАГ И РУБИНЕ

Средняя мощность передающих устройств не может служить критерием при оценке точности и максимальной дальности действия ЛЛС, работающих при различных условиях наблюдений. Передатчики ЛЛС на ИАГ с неодолимо целесообразно использовать при астрономических наблюдениях объектов, допускающих длительное обучение, например, стационарных ИСЗ и Луны. При ограниченном по каким-либо причинам времени наблюдений более эффективными представляются передающие устройства на рубине, обеспечивающие большую энергию зондирующих импульсов и, как следствие, большее значение отношения сигнал-шум.

K o p s a v i l k u m s

J.Denisčiks

S.Denisčiks

JAUTĀJUMĀ PAR IAG UN RUBĪNA RAIDĪTĀJU IZMANTOŠANU ZMP LĀZERA LOKĀCIJĀ

Raidītāju ierīču vidējā jauda nevar kalpot par LLS, kura strādā pie dažādiem novērošanas nosacījumiem, precizitātes un maksimālā tāluma vērtēšanas kritēriju. LLS raidītāji uz IAG ar neodīmu mērķtiecīgi izmantot astronomiskos novērojumos tādu objektu novērošanai, kas pieļauj ilgstošu apstarošanu, piemēram, stacionāriem ZMP un Mānesi ierobežota novērošanas laika gadījumā efektīvāki šķiet raidītāja ierīces uz rubīna, kas nodrošina lielāku zondējošo impulsu enerģiju un kā izrietošu lielāku attiecību signāls-troksnis.

S u m m a r y

Y.Denishchik

S.Denishchik

ABOUT USE OF YAG:ND AND RUBY TRANSMITTERS FOR LASER RANGING OF ARTIFICIAL EARTH SATELLITES

The middle power of transmitting devices cannot serve as a criterion when estimating precision and maximum range of operation of LLS operating under the different observation conditions.

The LLS transmitters on the principle of YAG: Nd³⁺ should be used when observing astronomical objects receiving constant irradiation as the stationary artificial Earth satellites and the Moon. The laser on ruby are most effective when due to some reason the time of observation is limited. They provide more energy of outgoing pulse and as a result, the better value of signal - to noise ration.

ЛАТВИЙСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. СТУЧКИ
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ
ИХ НАБЛЮДЕНИЙ. АСТРОНОМИЯ. 1988

УДК 521.6:681.783.25

В.В.Мурга, В.С.Зосольбах
ЛЛС, КГМИ

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЗОНДИРУЮЩИХ ИМПУЛЬСОВ ПЕРЕДАЮЩИХ
УСТРОЙСТВ СПУТНИКОВЫХ ЛАЗЕРНО-ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

В настоящее время для регулярных астрономических наблюдений ИСЗ широко используются лазерно-локационные системы (ЛЛС) первого и второго поколения¹, в состав которых входят приемные устройства, регистрирующие аналоговый сигнал с обработкой по какому-либо методу для повышения точности измерений. Точность измерений временных интервалов определяется не только аппаратными погрешностями самого измерителя, но и параметрами регистрируемых импульсов [1].

В системах с дециметровой и сантиметровой точностью по дальности на точность измерений временных интервалов отрицательное влияние оказывают изменения амплитуды и длительности стартовых и стоповых импульсов, которые в значительной степени зависят от стабильности параметров зондирующих импульсов передатчика. Причем, для получения высокой точности измерений эта стабильность должна сохраняться в широком диапазоне энергий излучаемых оптических сигналов, т.к. ограничения по энергии уменьшают число принимаемых фотонов, что в свою очередь, отрицательно сказывается на точности.

При больших уровнях накачки активных элементов твердотельных ОКГ основными факторами, влияющими на параметры моноимпульсов, являются флуктуации интенсивности ламп накачки, обусловленные нестабильностями источника питания и поджигающего устройства, а также особенности развития раз-

ряда в лампах. Кроме этого, существуют неустойчивости, связанные с загрязнением системы охлаждения, уменьшением отражательной способности осветителя и износом ламп накачки, приводящие к медленному ухудшению выходных параметров излучения.

Энергия моноимпульса при усредненной по длине активного элемента инверсной населенности Δ_0 определяется выражением [2] :

$$W = \frac{h\nu_{21} S}{4\beta} \ln \frac{1}{r_2} \Delta_0, \quad (1)$$

где β - внутренние потери в резонаторе; S - площадь поперечного сечения активного элемента; r_2 - коэффициент отражения выходного зеркала; ν_{21} - частота излучения.

В лазерных дальномерах второго и третьего поколений с длительностями зондирующих импульсов порядка единиц наносекунд и менее необходимо иметь не только высокую повторяемость формы моноимпульса ОНТ, но и минимальный разброс времени запаздывания его переднего фронта относительно фронта импульса управления электрооптическим затвором. При выполнении этих условий обеспечивается возможность дальнейшей обработки моноимпульса для укорочения его длительности.

Длительность гигантского импульса Δt по уровню 0,5 определяется следующим выражением [2] :

$$\Delta t \approx \xi \frac{10}{\nu \bar{\sigma}_{21} \Delta_0}, \quad \text{где } \xi = \frac{n\ell + L - \ell}{n\ell}, \quad (2)$$

n - показатель преломления активной среды; L и ℓ - длина резонатора и активного элемента соответственно.

Длительность пологой части моноимпульса, которую на практике принято считать временной задержкой между его передним фронтом и фронтом импульса управления затвором, оценивается временем [2] :

$$t_1 \approx \frac{1}{\nu \bar{\sigma}_{21} \Delta_0} \ln \frac{\nu \Delta_0}{2J_0}, \quad (3)$$

где β_{21} - сечение излучательного перехода; ν - скорость света; Δ_0 и J_{+0} - средняя величина инверсной населенности активного элемента и среднее значение плотности потока фотонов в момент открывания затвора - модулятора добротности.

Таким образом, включение добротности при определенном уровне инверсии позволяет стабилизировать как выходную энергию моноимпульса, так и его форму, что позволяет повысить точность измерений при аналоговом приеме.

Инверсия населенность активной среды связана с параметрами оптического импульса накачки соотношением [3] :

$$\frac{n_2}{n} = \frac{E}{E + \frac{\tau_u}{T_{21}}} \left[1 - e^{-\left(E + \frac{\tau_u}{T_{21}}\right) \frac{t}{\tau_u}} \right] \quad (4)$$

при $0 \leq t \leq \tau_u$,

где E - приведенная энергия накачки; τ_u - длительность импульса накачки; T_{21} - время жизни частиц на метастабильном уровне; n_2 - количество частиц на метастабильном уровне; n - общее число частиц.

Из выражения (4) следует, что от стабильности амплитуды и длительности импульса накачки зависит стабильность параметров моноимпульса ОКП.

Непосредственное измерение инверсной населенности активной среды затруднено, однако, с ней однозначно связана средняя плотность люминесценции [4] .

$$\bar{u} = 2a \frac{A_{21}}{B_{21}} \Delta\nu \frac{n_2}{n} \frac{1}{\left(1 - 2 \frac{n_2}{n}\right)} \left\{ 1 - \frac{1}{xbl \left(1 - 2 \frac{n_2}{n}\right)} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - e^{-xbl \left(1 - 2 \frac{n_2}{n}\right)} \right] \right\} \quad (5)$$

где A_{21} и B_{21} - коэффициенты Эйнштейна для переходов $1 \leftrightarrow 2$; $\Delta\nu$ - ширина линии люминесценции; l - длина кристалла; $b \geq 1,28$ - коэффициент, характеризующий увеличение среднего пути потока за счет косых лучей; x - мак-

симальный коэффициент поглощения R , - линии рубина;
 $a \geq 0,24$ - коэффициент, учитывающий, что не всё излучение, используемое единицей объема активного элемента, идет на пополнение плотности люминесценции.

Таким образом, осуществить стабилизацию параметров монопulsesа можно путем включения затвора по заданному уровню интенсивности люминесценции. [5].

Нами была проведена экспериментальная проверка возможности стабилизации выходных параметров монопulsesа указанным способом. Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Для эксперимента был выбран ОКГ, используемый в дальнометре ЛД-2, с рубиновым активным элементом РЛ-8 x 120/180.

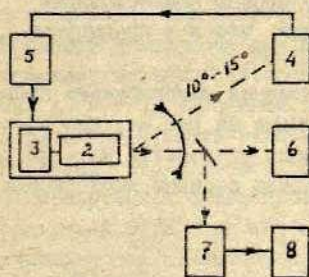


Рис.1

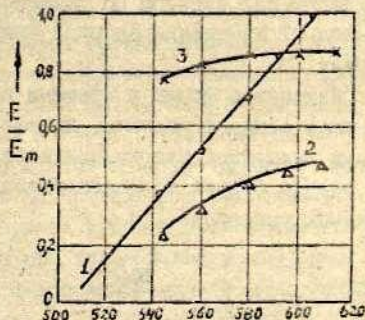


Рис.2

1 - ОКГ; 2 - активный элемент; 3 - электрооптический затвор; 4 - фотодатчик; 5 - формирователь импульса управления затвором; 6 - измеритель энергии импульса ИКТ-1Н; 7 - коаксиальный фотоэлемент ОК-19; 8 - осциллографический измеритель БЛОР-04.

Устройство поджига [6] позволило обеспечить запуск ламп накачки с точностью $\pm 1,0$ мкс. Устройство управления электрооптическим затвором, изготовленное в лаборатории, обеспечивало включение добротности резонатора на переднем фронте высоковольтного импульса длительностью не

более 1,5 нс, что дало возможность сократить время развития моноимпульса до минимума при его максимальной пиковой мощности.

На рис.2 показана зависимость нормированной через максимальное значение выходной энергии моноимпульса от энергии накачки.

При изменениях энергии накачки на $\pm 6\%$, что соответствовало изменениям напряжения зарядного устройства на ± 100 В относительно выбранной рабочей точки, выходная энергия моноимпульса изменялась на $\pm 45\%$ (кривая 1). При тех же изменениях энергии накачки на рис.2 представлено изменение энергии моноимпульса при включении затвора по заданному уровню интенсивности излучения ламп (кривая 2). В этом случае изменения энергии моноимпульса составили $\pm 30\%$. При включении затвора по заданному уровню люминесценции (кривая 3) изменения энергии накачки, что и в предыдущих случаях.

Изменение формы и времени появления моноимпульса представлено осциллограммами, приведенными на рис.3а, при изменениях выходного напряжения зарядного устройства на ± 25 В, что соответствует точности большинства серийно выпускаемых зарядных устройств [7].

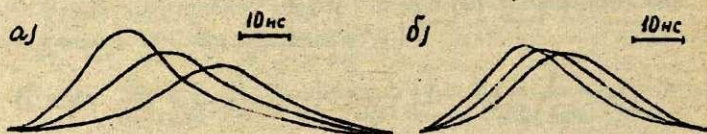


Рис.3

При включении затвора по заданному уровню люминесценции и при тех же остальных условиях эксперимента, разброс времени появления гигантского импульса сократился приблизительно в 2 раза (рис.3б). При этом амплитуда импульса стабилизировалась.

На рис.4 показаны изменения формы и времени появления гигантского импульса относительно импульса затвора при изменении напряжения зарядного устройства на ± 10 В без стабилизации (рис.4а) и со стабилизацией (рис.4б) соответственно.



Рис.4

Как видно из приведенных данных, применение метода стабилизации параметров моноимпульса путем включения добротности резонатора при заданном уровне люминесценции обеспечивает высокую повторяемость параметров выходного излучения. При этом изменение задержки появления моноимпульса относительно момента включения затвора составляет единицы наносекунд, что позволяет без особых конструктивных изменений в передатчиках существующих ЛЛС обеспечить возможность последующей обработки моноимпульса с целью уменьшения его длительности. Таким образом при использовании ещё одного электрооптического затвора с дополнительным формирователем импульсов управления возможно получение оптических импульсов с такими же параметрами, как и у задающих генераторов многокаскадных передающих устройств ЛЛС второго и третьего поколений.

Библиографический список

1. Мелешко Е.А. Интегральные схемы в наносекундной ядерной электронике. М., 1978.С.73.
2. Микаэлян А.Л., Тер-Микаэлян М.Л., Турков Ю.Г. Оптические генераторы на твердом теле. - М., 1967.

3. Батраков А.С. Оптимизация параметров накачки ОКГ, работающих в режиме модуляции добротности // Вопросы радиоэлектроники. Сер.12 Общетеchnическая .1966 .№ 2 . С. 125-137.
4. Самсон А.М. Расчет люминесценции конечных объектов с инверсной заселенностью уровней.// Журнал прикладной спектроскопии .1965, Т. 2., № 3. С. 232-242.
5. D.C.Downs, J.E.Murray and W.H.Lowdermilk. IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. QE - 14. No 8. August. 1978. P. 571-573.
6. Денищик Ю.С. Формирователь импульсов поджига ламп накачки твердотельных лазеров.// Приборы и техника эксперимента. 1985.. № 3. С. 161-164.
7. Волков И.В., Вакуленко В.М. Источники электропитания лазеров. Киев. 1976.

Р е з ю м е

В.В.Мурга

В.С.Эссельбах

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭНДИРУЮЩИХ ИМПУЛЬСОВ ПЕРЕДАЮЩИХ УСТРОЙСТВ СПУТНИКОВЫХ ЛАЗЕРНО-ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Рассматривается возможность стабилизации энергии, формы и времени появления оптических импульсов лазеров с модулированной добротностью. Приведены экспериментальные данные для лазера на рубине. Стабилизация осуществлялась путем открывания электрооптического затвора при заданном уровне инверсии населенностей активной среды.

К о р р а в и л к и

V.Murga

V.Esselbaha

PAVADOŅU LĀZERA-LOKĀCIJAS SIŅEMU RAIDOŠO IERIČU ZONDEJOSO IMPULSU PARAMETRU STABILIZĀCIJA

Apskatītas enerģijas stabilizācijas iespējas, optisko impulsu formas un parādīšanās laiks lāzerim ar labuma modulāciju. Doti eksperimentālie dati lāzerim uz rubīna. Stabilizācija tiek veikta ar elektrooptisko aizvaru atvēršanu pie uzdotā aktīvās vides ierosmes inversijas līmeņa.

S u m m a r y

V.Murga

V.Esselbaha

STABILIZATION OF PULSE PARAMETERS OF SATELLITE LASER-RANGING SYSTEM TRANSMITTING DEVICES

The possibilities for stabilization of the energy, pulse shape factor and pulse appearance moment are considered for Q-switch laser. The experimental data have been obtained on ruby laser. Its stabilization is carried out by opening shutter at the given level of inversion settle active medium.

З а к л ю ч е н и е

Результаты, представленные в статьях настоящего сборника, получены в порядке выполнения исследований по комплексным программам, координируемым АН СССР.

Так как большинство из статей содержит практические реализации (в виде численных примеров), то они имеют важное значение для внедрения по соответствующим направлениям. Результаты исследований методического характера рекомендуются к внедрению в учебном процессе и могут быть учтены при дальнейших исследованиях.

Предлагаемые описания принципов работы устройств и инструментов позволяют повысить точность и надежность наблюдений небесных тел.

С о д е р ж а н и е

1. Блгар Ю.Х. Видимость ИСЗ на фоне неба	5
2. Зариньш А.Я. О точности представления видимых раекторий ИСЗ малым кругом	13
3. Дегтирев В.Г., Беляев С.Н., Эвентаве Ю.М. Определение условий видимости космического объекта в поле зрения космических станций и их систем	34
4. Шефер В.А. Численное интегрирование уравнений движения и уравнений в вариациях в KS- переменных	44
5. Емельяненко В.В. Основные особенности резонансного движения комет и метеорных роев	61
6. Кирюшенкова Н.В., Чепурова В.М., Шершнина С.Л. Эволюция облака Оорта под действием галактического поля	72
7. Дирикис М.А. К вопросу об определении возмущений комет со стороны звезд	100
8. Салитис А.Л. Об эволюции перигелийных расстояний орбит долгопериодических комет	112
9. Ревина И.А. Ближайшие звезды в будущем и в прошлом для определения возмущений на движение комет . .	121
10. Лауцениекс Я.К., Павенис А.К., Павила Д.Р. О построении поисковых эфемерид для малых планет	127
11. Балодис Я.К. Алгоритм чтения звездного каталога . .	138
12. Балодис Я.К. Автоматическое отождествление звезд . .	158
13. Лапиньш А.И. Об унимодальности распределения суммы случайных величин	172
14. Розе Л.А. Использование низких кульминаций для исследования каталогов служб времени	178
15. Павенис А.К., Гедровиц В.А. Об алгоритмах вычисления эфемерид и обработки наблюдений для автоматизированной зенитной трубы	185

16. Вилкс И.Л. Об обработке наблюдений на фото-
электрической зенитной трубе 192
17. Бичевская Г.М., Гедровиц В.А. Усовершенствован-
ное регистрирующее устройство звездных прохож-
дений через решетку пассажного инструмента 197
18. Рубан А.Ю., Салминьш К.Г. Привязка информации
управляющей микроЭВМ к шкале абсолютного времени . 201
19. Денишик Ю.С., Мединский А.Г., Мурга В.В.
Оптимизация по КПД режима накачки активных эле-
ментов передатчиков лазерных спутниковых даль-
номеров 203
20. Денишик Ю.С., Денишик С.С. К вопросу об ис-
пользовании в лазерной локации ИСЗ передатчиков
на ИАГ и рубине 212
21. Мурга В.В., Эссельбах В.С. Стабилизация пара-
метров зондирующих импульсов передающих уст-
ройств спутниковых лазерно-локационных систем . . 218

S a t u r a r ā d ī t ā j a

J.Žagars. ZMP redzamība uz debess fona.	5
A.Zariņš. Par ZMP redzamo trajektoriju aproksimācijas ar debess sfēras mazo riņķi precizitāti.	13
V.Degtjarovs, S.Beļajevs, J.Ēventave. Kosmiskā objekta redzamības nosacījumu noteikšana kosmisko staciju un to sistēmu redzamības laukā.	34
V.Šefers. Kustības vienādojumu un vienādojumu KS-mainīgo variācijas skaitliskā integrēšana.	44
V.Jemeljanenko. Galvenās īpašības komētu un meteoru plūsmu rezonanses kustība.	61
N.Kurjušenkova, V.Čepurova, S.Šerškina. Oorta komētu mākoņa evolūcija galaktiskā lauka ietekmē.	72
M.Diriķis. Jautājumā par komētu perturbāciju noteikšanu no zvaigznēm.	100
A.Salītis. Par ilgperioda komētu orbitu perihēliju attālumu evolūciju.	112
I.Revina. Tuvākās zvaigznes nākotnē un pagātnē perturbāciju noteikšanai komētu kustībā.	121
L.Laucenieks, A.Pavēnis, D.Pāvila. Par meklēšanas efemerīdu sastādīšanu mazajām planētām.	127
J.Balodis. Zvaigžņu kataloga lasīšanas algoritms.	138
J.Balodis. Automātiska zvaigžņu identificēšana.	158
A.Lapiņš. Par gadījumlielumu summas sadalījuma unimodalitāti.	172
L.Roze. Apakšējo kulmināciju izmantošana laika dienesta katalogu pētījumos.	178
A.Pavēnis, V.Gedrovics. Par automatizēta zenitteleskopa efemerīdu aprēķināšanas un novērojumu apstrādes algoritmiem.	185
I.Vilks. Par fotoelektriskā zenitteleskopa novērojumu apstrādi.	192

G.Bičevska, V.Gedrovics. Uzlabotā zvaigžņu tranzit- momentu registrēšanas iekārta pasažīnstru- mentam.	197
A.Rubāns, K.Salmiņš. Vadības miniESM informācijas piesaiste pie absolūtā laika skalas.	201
J.Deniščiks, A.Medinskis, V.Murga. ZMP tālmēru lāzera raidītāju optimizācija pēc ie- rosmes režīma LK aktivajiem elementiem.	206
J.Deniščiks, S.Deniščiks. Jautājumā par IAG un ru- bina raidītāju izmantošanu ZMP lāzera lokācijā.	212
V.Murga, V.Esselbahs. Pavadoņu lāzera-lokācijas sistēmu raidošo ierīču zondējošo impul- su parametru stabilizācija.	218

C o n t e n t s

1. J. Zhagars. Satellite visibility on the sky	5
2. A. Zarinah. On accuracy of the approximation of a satellite's visible trajectory by a little circle .	13
3. V. Degtjarev, S. Belyaev, Y. Eventave. Determination of visibility conditions of a cosmic object from space stations or systems	34
4. V. Shefer. Numerical integration of equations of the motion and equations in the variations of KS & variables	44
5. V. Emel'yanenko. Main peculiarities in resonant motion of comets and meteor streams	61
6. N. Kirjushenkova, V. Chepurova, S. Shershkina. The Oort cloud's evolution under the influence of the Galactic field	72
7. M. Dirikis. About stellar perturbations of comets .	100
8. A. Salitis. On the evolution of the perihelion distances of the orbits of long-period comets . .	112
9. I. Revina. Nearly stars in the future and in the past to estimate perturbation at comet motion . .	121
10. L. Lancenicks, A. Pavēnis, D. Pāvila. About compu- tation of minor planets' search ephemerides . . .	127
11. J. Balodis. The star catalog reading algorithm . .	138
12. J. Balodis. Automated star identification	158
13. A. Lapinsh. On the unimodality of the sum of random variables	172
14. L. Ross. On the use of under transits of stars in studying time service catalogues	178
15. A. Pavenis, V. Gedrovics. On ephemeris computation and observations reduction algorithms for the automated zenith tube	185

16. I.Vilks. On reduction of photoelectric zenith tube observations 192
17. G.Bichevskia, V.Gedrovics. An improved star transit timing device for the transit circle . . 197
18. A.Rubans, K.Salminsh. Linking the information for the control computer to an absolute time scale 201
19. Y.Denishchik, A.Medinsky, V.Murga. Optimization of pumping regime of satellite laser-ranging transmitter active elements 206
20. Y.Denishchik, S.Denishchik. About use of YAG:Nd and ruby transmitters for laser ranging of artificial Earth satellites 212
21. V.Murga, V.Esselbah. Stabilization of pulse parameters of satellite laser-ranging system transmitting devices 218

**АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ
И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИХ НАБЛЮДЕНИЙ**

Сборник научных трудов

Рецензенты: Э. Грассберг, науч. сотр. Радиоастрофизической
обсерватории АН ЛатвССР, канд.
физ. мат. наук.

Я. Клетнико, доц. кафедры дорог, мостов и
геодезии ордена Трудового Крас-
ного Знамени РПИ,

Н. Баляев, от. науч. сотр. Ин-та теорет. ас-
трономии АН ССР, канд. физ. мат.
наук

Редакторы: Л. Лауцешко, Р. Павлова
Технический редактор С. Ливина
Корректор И. Лигре

Подписано к печати 19.12.1988. ЯТ 09526 Ф/б 60х84/16.
Бумага М1. 14,8 физ. печ. л. 13,8 усл. печ. л. 10,5 уч. изд. л.
Тираж 500 экз. Зак. № 1457 Цена 2 р. 20 к.

Латвийский государственный университет им. П. Стучки
226098 Рига, б. Райниса, 19
Отпечатано на ротационной машине 226050, Рига, ул. Вейденбаума, 5
Латвийский государственный университет им. П. Стучки

80537

LU bibliotēka



958008590

2 . 20 к.

A-89
84