LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE
MATEMĀTIKAS NODAĻA

TOMAŠEVSKA PROBLĒMA

MAĢISTRA DARBS

Autors: **Kristīne Danemane**
Stud. apl. kd08070

Darba vadītājs: Asoc. prof., Dr. math.
Andrejs Cibulis

RĪGA 2010

Anotācija

Maģistra darbā aplūkota Tomaševska problēma par noteikta veida vienības vektoru skaitu Eiklīda telpā R^n. Darbā iegūts tās atrisinājums, ja $2 \le n \le 7$.

Annotation

Tomaszewski's problem about the number of certain type of unit vectors in space R^n has been considered in this master's paper. The solution has been obtained for $2 \le n \le 7$.

Saturs

Ievads

Maģistra darbā aplūkotā problēma aizgūta no žurnālā *The American Mathematical Monthly* publicētā raksta [1], kur dots šāds formulējums:

„Tomaszewski [1986, 280] considered n real numbers $a_1,...,a_n$ satisfying $\sum_{i=1}^{n} a_i^2 = 1$ and asked if, of the 2^n sums of the form $\sum \pm a_i$, it is possible that there are more with $\left|\sum \pm a_i\right| > 1$ than there are with $\left|\sum \pm a_i\right| \le 1$. Ron Holzman (wrc) proves that the proportion with smaller sum is at least 63/169 > 0.37278."

Atsauces uz literatūru šajā darbā tiek dotas kvadrātiekavās, kur tajās iekļautais skaitlis apzīmē avota kārtas numuru, bet šajā citātā kvadrātiekavās liktajiem skaitļiem ir cita nozīme – problēmas formulējuma gads un tās kārtas numurs žurnālā.

Darbā pētītās problēmas saturs ir šāds. Aplūko vienības vektoru $a = (a_1,...,a_n)$, t. i., $\sum_{i=1}^{n} a_i^2 = 1,$ un izveido visas iespējamās izteiksmes

$$\pm a_1 \pm a_2 \pm \cdots \pm a_n .$$

To skaits ir 2^n. Jautājums: **vai var gadīties, ka to izteiksmju, kuras lielākas nekā 1 ir vairāk nekā to, kuras mazākas nekā 1?**

Problēmas risināšanai minētos 2^n skaitļus iedalīsim divās kopās *A* un *B*, kur kopā *A* iekļausim visus tos skaitļus, kuru modulis ir lielāks par 1, t. i.,

$$\left|\sum_{i=1}^{n} \pm a_i\right| > 1,$$

un kopā *B* tos, kuri nepārsniedz 1, t. i.,

$$\left|\sum_{i=1}^{n} \pm a_i\right| \le 1.$$

Hipotēze: $|B| \ge |A|$,

t. i., kopas *B* elementu skaits ir lielāks vai vienāds ar kopas *A* elementu skaitu.

Atzīmēsim, ka vispārīgā gadījumā Tomaševska problēma nav atrisināta. Darbā ir izdevies iegūt tās atrisinājumu, ja *n* = 2, 3, 4, 5, 6 un 7. Vismaz šajos gadījumos hipotēze ir pareiza.

Pierādījumā ir izmantota Lagranža reizinātāju metode, kā arī ir izveidota funkcija programmā „Matlab 7", kas palīdz pierādīt hipotēzi, ja $n \in \{6; 7\}$. Darbā turklāt pētīts jautājums par kopas A elementu skaitu. Šim nolūkam ir izveidota cita programma, kas ar „Maple 13” palīdzību atvieglo skaitlisku piemēru konstruēšanu. Cita starpā iegūti negaidīti rezultāti, proti, ka kopa A nevar sastāvēt tikai no viena elementa telpā R^5, telpā R^6 un R^7 tā nevar sastāvēt no viena, diviem un trim elementiem. Darba teorētiskajā daļā ir aprakstīta Lagranža reizinātāju metode un sniegtas īsas ziņas par Lagranžu.

6. nodaļā ir dota interesanta vēsturiska informācija. Izklāstīts bijušā LU pasniedzēja Georga Eņģeļa risinājums, ja $n = 4$, kura kopija skatāma 1. pielikumā. Tomaševska problēma tika aplūkota arī bakalaura darbā, bet mazākām n vērtībām. Bakalaura darbā tika iekļauts arī kāda LU studenta kļūdu saturošs risinājums, kas reiz pretendēja uz problēmas atrisinājumu vispārīgā gadījumā.

Problēmas pētīšanā radās vajadzība izmantot datorpaketes (Maple, Matlab) un patstāvīgi izveidot vairākas programmas: **max6**, **max7**, **lielaks6**, **lielaks7**, **summas6**, **summas7**, kuru darbības principi aprakstīti darba gaitā, bet izvadrezultāti doti 2. un 3. pielikumā.

1. Īsas ziņas par Lagranžu

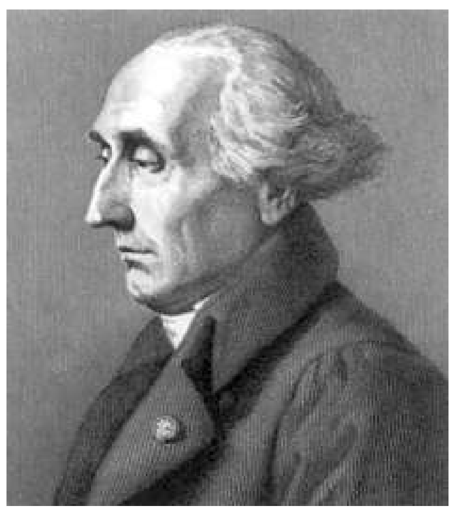
Lagranžs (Joseph-Louis Lagrange, 1736-1813) ir franču matemātiķis un mehāniķis, sk. 1.1. attēlu, kas ņemts no avota [4].

Lagranžs 17 gadu vecumā sāka pasniegt lekcijas Artilērijas skolā Turīnā, no 1754. gada viņš jau ir profesors.

Lagranžs ir centies attīstīt matemātisko analīzi, iztiekot bez robežas un bezgalīgi mazu lielumu jēdzienu ieviešanas.

Darbojies mehānikā, ģeometrijā, matemātiskajā analīzē, algebrā, skaitļu teorijā u. c. Matemātiskajā analīzē pazīstama Teilora formula ar atlikuma locekli Lagranža formā, Lagranža galīgo pieaugumu formula, Lagranža interpolācijas polinoms u. c. viņa vārdā nosaukti jēdzieni. Matemātiskajā fizikā – atrada stīgas svārstību vienādojuma atrisinājumu.

Variāciju rēķinu uzdevumu risināšanai Lagranžs *Analītiskajā mehānikā* 1788. gadā formulēja savu slaveno reizinātāju likumu. Jāuzsver, ka to viņš formulēja bezgalīgu dimensiju situācijā un tikai vēlāk aptuveni pēc 10 gadiem *Analītisko funkciju teorijā* 1797. gadā viņš savu metodi pielietoja galīgu dimensiju uzdevumiem [2], [3].



1.1. att.

2. Lagranža reizinātāju metode

Pats Lagranžs savu principu raksturo tā :

„Var izteikt šādu vispārīgu principu. Ja tiek meklēts maksimums vai minimums vairākargumentu funkcijai, starp kuras mainīgajiem pastāv ar vienu vai vairākiem vienādojumiem uzdotas sakarības, tad pie minimizējamās funkcijas jāpieskaita funkcijas, kuras uzdod saites vienādojumus un kuras jāpareizina ar nenoteiktiem koeficientiem un tad jāmeklē maksimums vai minimums konstruētajai summai it kā mainīgie būtu neatkarīgi. Iegūtie vienādojumi kopā ar saišu vienādojumiem kalpos visu nezināmo noteikšanai.” [2, 12. lpp.]

Latviešu valodā publicētajā literatūrā ir divi mācību līdzekļi [5] un [6], kuros var atrast informāciju par Lagranža reizinātāju metodi. Šī metode ir pietiekami universāla un paredzēta ekstrēmu uzdevumu risināšanai. J. Engelsons [5, 5. lpp.] ekstrēmu uzdevumus apraksta šādi:

„Bieži jāsastopas praksē ar uzdevumiem, kuros funkcionālim vai funkcijai *f*, kas definēts kopā *U*, meklē ekstremālo vērtību nevis visā kopā *U*, bet gan kādā tās daļā, kuru nosaka dotās vienādības vai nevienādības. Šīs vienādības, resp. nevienādības sauc par **saitēm**. Tādus optimizācijas uzdevumus sauc par **nosacītā minimuma** (maksimuma) uzdevumiem.”

Pieņemsim, ka funkcijas $f, g_i : U \subset X \mapsto R$, kur X – metriska telpa. Aplūkosim minimizācijas uzdevumu

$$\min f(u), \quad g_i(u) \le 0, \; i = 1, ..., m. \qquad (*)$$

1. definīcija. Punktu $a \in U$ sauc par **pieļaujamu punktu** (attiecībā uz saitēm $g_i(u) \le 0$, $i = 1,..., m$), ja, $g_i(a) \le 0, i = 1,..., m$.

Apzīmēsim ar Q visu pieļaujamo punktu kopu, t. i., $Q = \{ u \in U \mid g_i(u) \le 0, i = 1, ..., m \}$.

2. definīcija. Pieļaujamu punktu $a \in U$ sauc par funkcijas **nosacītā (globālā) minimuma punktu attiecībā uz saitēm** $g_i(u) \le 0$, $i = 1,..., m$, ja

$$\forall a \in Q : f(u) \ge f(a). \qquad (1)$$

Līdzīgi definē **stingrā nosacītā minimuma** punktu, 2. definīcijā ņemot prasību

$$\forall a \in Q \setminus \{a\} : f(u) > f(a),$$

un **lokālā nosacītā minimuma** punktu, aizvietojot (1) ar prasību:

$$\exists K_\varepsilon(a) \subset X : \forall u \in Q \bigcap K_\varepsilon(a) : f(u) > f(a)..$$

Ja minimizācijas uzdevumā ierobežojumi nav doti, tad to sauc par **brīvās** (beznosacījuma) **minimizācijas** uzdevumu.

1. teorēma. (Par nosacītā minimuma nepieciešamo nosacījumu).

Pieņem, ka:

1) a ir funkcijas $f : U \subset R^{k+m} \mapsto R$ nosacītā minimuma punkts attiecībā uz saitēm $g_i(u) = 0$, $i = 1,..., m$,

2) f un g_i ir nepārtraukti diferencējamas punkta a apkārtnē,

3) Jakobi determinants $\dfrac{\partial(g_1,.., g_m)}{\partial(u_{k+1},..., u_{k+m})} \neq 0,$ punktā a.

Tad eksistē tāds vektors $(\lambda_1,.., \lambda_m)$, ka punktā a ir spēkā:

$$\frac{\partial f(a)}{\partial u_j} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i(a)}{\partial u_j} = 0,\ j = 1,..., k+m. \tag{2}$$

3. definīcija. Funkciju $L(u, \lambda) = f(u) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(u)$ sauc par **Lagranža funkciju** (klasisko) uzdevumam (*).

Viegli redzēt, ka (2) var iegūt, pielīdzinot nullei Lagranža funkcijas $L(u, \lambda)$ parciālos atvasinājumus pēc u_j punktā a.

1. teorēma apgalvo to, ka pastāvot tās nosacījumiem, nosacītā minimuma punkts ir Lagranža funkcijas stacionārs punkts. Liela ir šīs teorēmas praktiskā nozīme, meklējot punktu a, kas varētu būt nosacītā minimizācijas uzdevuma

$$\min f,\ \ g_i(u) = 0,\ i = 1,..., m$$

atrisinājums. Nosacītā minimuma punkts a ir pieļaujams, tas apmierina vienādojumus $g_i(u) = 0,\ \ i = 1,..., m$. Šie vienādojumi kopā ar sistēmu (2) izveido $k + 2m$ vienādojumu sistēmu, no kuras precīzi vai tuvināti var atrast $k + 2m$ nezināmos $a_1,..., a_{k+m}, \lambda_1,..., \lambda_m$

2. teorēma. (Par nosacītā minimuma nepieciešamo nosacījumu).

Ja a ir funkcijas $f : U \to R$ $(U \subset R^{k+m})$ nosacītā minimuma punkts attiecībā uz saitēm $g_i(u) = 0$, $i = 1,..., m$, un funkcijas f un $g_i : U \to R$ ir nepārtraukti diferencējamas kādā punkta a apkārtnē, tad eksistē tāds vektors $(\lambda_0, \lambda_1,..., \lambda_m) \neq 0$, ka punktā a ir spēkā:

$$\lambda_0 \frac{\partial f(a)}{\partial u_j} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i(a)}{\partial u_j} = 0,\ j = 1,..., k+m. \tag{3}$$

Piezīme. Viegli redzēt, ka (3) var iegūt, aplūkojot **vispārināto Lagranža funkciju**

$$L(u, \lambda) = \lambda_0 f(u) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(u)$$

un pielīdzinot nullei visus tās parciālos atvasinājumus pēc u_j punktā a:

$$\frac{\partial L(a)}{\partial u_j} = 0,\ j = 1,..., k + m.$$

Tātad 2. teorēma apgalvo, ka funkcijas f nosacītā minimuma punkts ir vispārinātās Lagranža funkcijas stacionārs punkts.

Piezīme. Augstāk minētā terminoloģija ņemta no [5, 21.-30. lpp], vietām nedaudz pielabojot valodu un izklāstu.

Tagad sniegsim noderīgu informāciju no [6] par ekstrēmu uzdevumu risināšanu saistībā ar Lagranža reizinātāju metodi, vietām pielabojot, vietām saglabājot autora izklāsta stilu.

Aplūko minimizācijas problēmu ar nosacījumiem nevienādību veidā

$$\begin{cases} f(u) \to \min \\ u \in R^n \\ g_i(u) \leq 0,\ i = 1,..., m. \end{cases} \tag{P}$$

Pie papildus nosacījuma, ka šīs saites definē netukšu kopu

$$Q = \{u \in R^n \mid g_i(u) \leq 0,\ i = 1,..., m\}. \tag{4}$$

mācību līdzeklī [6, 26.-30. lpp.] ir pierādītas šādas divas teorēmas.

3. teorēma. Ja

(i) funkcijas f, g_j, $j = 1,..., m$, ir definētas telpā R^n un ir nepārtrauktas;

(ii) eksistē elements $u_* \in R^n$ tāds, ka $g_j(u_*) \leq 0,\ j = 1,..., m$;

(iii) $\left(f(u) \to +\infty, |u| \to \infty\right)$ vai kopa Q, kas definēta ar (4), ir ierobežota,

tad problēmai (P) eksistē atrisinājums.

4. teorēma. Ja funkcijas f, g_i, $i = 1,..., m$, pieder $C^1(R^n)$ un ja $a \in R^n$ ir (P) atrisinājums, tad eksistē tādi skaitļi (Lagranža reizinātāji) $\lambda_0, \lambda_1,..., \lambda_m$, ka

(i) ne visi skaitļi $\lambda_0, \lambda_1,..., \lambda_m$ ir vienādi ar nulli;

(ii) $\lambda_0 \geq 0,\ \lambda_i \geq 0,\ i = 1,..., m$;

(iii) $\lambda_i g_i(a) = 0,\ i = 1,..., m$;

(iv) $\lambda_0 f'(a) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g'_i(a) = 0.$

Problēmas (P) risināšanas shēma, izmantojot Lagranža reizinātāju metodi ir šāda:

4. teorēma dod ekstrēma nepieciešamos nosacījumus, kuri pierakstāmi sistēmas veidā

$$\begin{cases} \lambda_0 f'(a) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g'_i(a) = 0, \\ \lambda_j g_j(a) = 0,\ j = 1,\dots, m, \\ \lambda_0 \geq 0,\ \lambda_i \geq 0,\ i = 1,\dots, m;\ \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_m > 0, \\ a \in R^n. \end{cases} \tag{5}$$

Analogi, kā meklējot funkcijas $f : R^n \to R$ minimumu, ir jāatrod f stacionārie punkti, tā problēmas (P) gadījumā ir jāatrod pāri

$$(\lambda, u) \in R^{m+1} \times R^n,\ \lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m),\ u = (u_1, \dots, u_m),$$

kuri apmierina (5). Tos atrod tā:

1. solī no (5) pirmajiem n vienādojumiem izsaka nezināmos $u \in R^n$ kā aizklātu funkciju no

$$\lambda \in R^{m+1},\ x = x(\lambda).$$

2. solī no pārējām (5) sakarībām, kas tagad ir formā

$$\begin{aligned} &\lambda_i g_i(u(\lambda)) = 0,\ i = 1,\dots, m \\ &\lambda_i \geq 0,\ i = 0, 1,\dots, m;\ \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_m > 0, \end{aligned}$$

nosaka iespējamās λ vērtības, $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m)$

3. solī pārbauda, kuri elementi $u = u(\lambda)$ apmierina ierobežojumus

$$g_i(u(\lambda)) \leq 0,\ i = 1,\dots, m,$$

un uz tiem salīdzina vērtības $f(u(\lambda))$.

Piemērs. Atrisināt minimizācijas uzdevumu.

$$\begin{cases} f(u_1, u_2, u_3) = u_1 + 2u_2 + 4u_3 \to \min \\ u \in R^3 \\ g(u_1, u_2, u_3) = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - 1 \leq 0. \end{cases}$$

Vispirms uzdevumu atrisināsim ar Lagranža reizinātāju metodi pēc [6, 32.-33. lpp.] dotā parauga, pēc tam uzrādīsim citu risinājumu.

1. etaps: *atrisinājuma eksistence.*

Pārliecināmies, vai eksistē elements, kurš apmierina ierobežojumus. Skaidrs, ka elements $(0, 0, 0)$ apmierina ierobežojumu.

Tā kā

$$g(u_1, u_2, u_3) \geq |(u_1, u_2, u_3)|^2 - 1,$$

tad

$$g(u_1, u_2, u_3) \to \infty, \text{ ja } |(u_1, u_2, u_3)| \to \infty.$$

Tātad ir apmierināti 3. teorēmas nosacījumi un problēmai eksistē atrisinājums.

2. etaps: *ekstrēma nepieciešamie nosacījumi.*

Saskaņā ar 4. teorēmu problēmas ekstrēma nepieciešamie nosacījumi ir tāda pāra

$$((\lambda_0, \lambda_1), (u_1, u_2, u_3)) \in R^2 \times R^3$$

eksistence, kam izpildās

$$\begin{aligned} &\lambda_0 \nabla f(u_1, u_2, u_3) + \lambda_1 \nabla g(u_1, u_2, u_3) = 0, \\ &\lambda_1 g(u_1, u_2, u_3) = 0, \\ &\lambda_0 \geq 0,\ \lambda_1 \geq 0,\ \lambda_0 + \lambda_1 > 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Izrakstot (6) atklātā veidā iegūstam vienādojumu sistēmu

$$\begin{aligned} &\lambda_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2u_1 \\ 2u_2 \\ 2u_3 \end{pmatrix} = 0, \\ &\lambda_1 (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - 1) = 0, \\ &\lambda_0 \geq 0,\ \lambda_1 \geq 0,\ \lambda_0 + \lambda_1 > 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Acīmredzot $\lambda_1 \neq 0$, jo, ja $\lambda_1 = 0$, tad no (7) pirmajiem vienādojumiem sekotu, ka arī $\lambda_0 = 0$, bet tas ir pretrunā ar pēdējo (7) sakarību. Izdalot visas (7) sakarības ar λ_1, iegūstam, ka, nesamazinot vispārīgumu, var pieņemt, ka $\lambda_1 = 1$. tad (7) pirmie 3 vienādojumi dos meklējamās funkcijas

$$u_1 = -\frac{1}{2}\lambda_0,\ u_2 = -\lambda_0,\ u_3 = -2\lambda_0. \tag{8}$$

Tā kā $\lambda_1 = 1$, tad ceturtais (7) vienādojums dod

$$\frac{1}{4}\lambda_0^2 + \lambda_0^2 + 4\lambda_0^2 = 1,$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{4}{21}},$$

jo λ_0 jābūt nenegatīvam.

Ievietojot iegūto λ_0 vērtību sakarībā (8), iegūstam, ka eksistē tikai viens pāris

$$((\lambda_0, \lambda_1), (u_1, u_2, u_3)) = \left(\left(\sqrt{\frac{4}{21}}, 1 \right), \left(-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{21}}, -\sqrt{\frac{4}{21}}, -2\sqrt{\frac{4}{21}} \right) \right), \tag{9}$$

kurš apmierina ekstrēma nepieciešamos nosacījumus.

Tā kā problēmas atrisinājuma eksistence ir pierādīta, tad pāris, kuru dod formula (9) ir šīs problēmas atrisinājums.

Ar Košī nevienādību, uzdevumu var atrisināt daudz vienkāršāk. Apzīmēsim:

$$x = u_1,\ y = u_2,\ z = u_3.$$

Tad

$$|1 \cdot x + 2 \cdot y + 4 \cdot z|^2 \leq (1^2 + 2^2 + 4^2)(x^2 + y^2 + z^2) \leq 21 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$-\sqrt{21} \leq |x + 2y + 4z| \leq \sqrt{21}.$$

Punktu, kurš dod minimumu var noteikt no proporcionalitātes nosacījuma

$$1:2:4 = x:y:z.$$

No vienādības

$$x^2 + (2x)^2 + (4x)^2 = 1 \text{ jeb } 21x^2 = 1$$

iegūstam minimuma punktu

$$(x, y, z) = \left(-\frac{1}{\sqrt{21}}, -\frac{2}{\sqrt{21}}, -\frac{4}{\sqrt{21}}\right).$$

Ieteicama grāmata par ekstrēmu uzdevumiem, kurā var atrast informāciju par Lagranža reizinātāju metodi un tās vispārinājumiem ir [7].

3. Uzdevuma formulējums

Aplūko reālus skaitļus, kuru kvadrātu summa ir 1, t. i., $\sum_{i=1}^{n} a_i^2 = 1$, un izveido visas iespējamās izteiksmes $\pm a_1 \pm a_2 \pm \cdots \pm a_n$.

To skaits ir 2^n. Jautājums: **vai var gadīties, ka to izteiksmju, kuras lielākas nekā 1 ir vairāk nekā to, kuras mazākas nekā 1?**

Problēmas risināšanai minētos 2^n skaitļus iedalīsim divās kopās *A* un *B*, kur kopā *A* iekļausim visus tos skaitļus, kuru modulis ir lielāks par 1, t. i.,

$$\left|\sum_{i=1}^{n} \pm a_i\right| > 1,$$

un kopā *B* tos, kuri nepārsniedz 1, t. i.,

$$\left|\sum_{i=1}^{n} \pm a_i\right| \le 1.$$

Hipotēze: $|B| \ge |A|$,

t. i., kopas *B* elementu skaits ir lielāks vai vienāds ar kopas *A* elementu skaitu.

Tā kā pierādījumā tiek apskatītas skaitļu virknes $\sum_{i=1}^{n} (\pm a_i)$, kas iekļauj visus iespējamos gadījumus, var pieņemt, ka $1 \ge a_1 \ge a_2 \ge ... a_n \ge 0$.

Pierādījumā tiek izmantoti skaitļu kvadrāti un moduļi, un tāpēc var aplūkot tikai skaitļus no intervāla [0, 1].

Teorēma. Ja $n \le 7$, tad $|B| \ge |A|$.

4. Teorēmas pierādījums gadījumā $n = 2$

Dots: $\sum_{i=1}^{2} a_i^2 = 1$, $a_1, a_2 \in R$

$\sum_{i=1}^{2}(\pm a_i)$ dod $2^2 = 4$, kas apvienotas 2 izteiksmēs un apzīmētas šādi:

$$S_1 = a_1 + a_2$$
$$S_2 = a_1 - a_2$$

Jāpierāda: $|B| \geq |A|$**.**

Pierādījums:

Pārbaudīsim, vai ir iespējams, ka abas izteiksmes vienlaicīgi ir lielākas par 1. Ja

$$S_i > 1,\ i = 1, 2,$$

tad saskaitot iegūtu:

$$2a_1 > 2 \Rightarrow a_1 > 1,$$

kas ir pretrunā ar doto $a_1^2 + a_2^2 = 1$.

Secinājums: Nav iespējams, ka kopa A sastāv no diviem elementiem un tātad vienmēr $|B| \geq |A|$, ja $n = 2$

Kopas *A* elementu skaits

$|A| = 1$. Ir iespējams, ka viena izteiksme ir lielāka par 1, bet otra mazāka par 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0.6$

$$a_1^2 + a_2^2 = 0.64 + 0.36 = 1$$
$$A = \{S_1\},\ B = \{S_2\}$$

$|A| = 0$. Ir iespējams, ka visas izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$.

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$
$$A = \varnothing,\ B = \{S_1, S_2\}$$

5. Teorēmas pierādījums gadījumā $n = 3$

Dots: $\sum_{i=1}^{3} a_i^2 = 1,\ a_1, a_2, a_3 \in R$

$\sum_{i=1}^{3} (\pm a_i)$ dod, $2^3 = 8$ izteiksmes, kas apvienotas 4 izteiksmēs un apzīmētas šādi:

$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3$$
$$S_2 = a_1 + a_2 - a_3$$
$$S_3 = a_1 - a_2 + a_3$$
$$S_4 = |a_1 - a_2 - a_3|$$

Jāpierāda: $|B| \geq |A|$

Pierādījums:

Lai atvieglotu pētījumu, tiks meklētas izteiksmes ar lielākajām iespējamajām vērtībām. Ja divu izteiksmju starpība ir lielāka vai vienāda ar nulli, tad izteiksme, kas ir mazināmais ir lielāka vai vienāda par izteiksmi, kas ir mazinātājs.

Tiek salīdzinātas izteiksmes:

$S_1 \geq S_2 \Leftrightarrow S_1 - S_2 = a_1 + a_2 + a_3 - a_1 - a_2 + a_3 = 2a_3 \geq 0$,

$S_2 \geq S_3 \Leftrightarrow S_2 - S_3 = a_1 + a_2 - a_3 - a_1 + a_2 - a_3 = 2a_2 - 2a_3 \geq 0$, jo $a_2 \geq a_3$,

$S_3 \geq S_4$. Jāapskata divi gadījumi.

Ja $S_4 = a_1 - a_2 - a_3 \Rightarrow S_3 \geq S_4 \Leftrightarrow S_3 - S_4 = a_1 - a_2 + a_3 - a_1 + a_2 + a_3 = 2a_3 \geq 0$.

Ja $S_4 = -a_1 + a_2 + a_3 \Rightarrow S_3 \geq S_4 \Leftrightarrow S_3 - S_4 = a_1 - a_2 + a_3 + a_1 - a_2 - a_3 = 2a_1 - 2a_2 \geq 0$, jo $a_1 \geq a_2$.

Tātad ir spēkā šāda sakarība:

$$S_1 \geq S_2 \geq S_3 \geq S_4$$

Pārbauda vai ir iespējams, ka trīs izteiksmes ir lielākas par 1 un viena no izteiksmēm nepārsniedz 1. Tā kā izteiksmes S_1, S_2, S_3 ir izteiksmes ar lielākajām vērtībām, tiks pieņemts, ka

$$S_i > 1,\ i = 1, 2, 3.$$

Saskaitot izteiksmes $S_2 > 1$ un $S_3 > 1$ iegūst: $2a_1 > 2 \Rightarrow a_1 > 1$, kas ir pretrunā ar doto $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$.

Secinājums: Nav iespējams, ka kopa A sastāv no vismaz trim elementiem un tātad vienmēr $|B| \geq |A|$, ja $n = 3$

Kopas *A* elementu skaits

|*A*| = 2. Ir iespējams, ka divas izteiksmes ir lielākas par 1 un divas izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $a_3 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 0^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} + 0 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2\},\ B = \{S_3, S_4\}$$

|*A*| = 1. Ir iespējams, ka viena izteiksme ir lielāka par 1 un trīs izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $a_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $a_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = \frac{3}{9} + \frac{3}{9} + \frac{3}{9} = 1$$

$$A = \{S_1\},\ B = \{S_2, S_3, S_4\}$$

|*A*| = 0. Ir iespējams, ka četras izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1^2 + 0^2 + 0^2 = 1$$

$$A = \varnothing,\ B = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$$

6. Teorēmas pierādījums gadījumā $n = 4$

Dots: $\sum_{i=1}^{4} a_i^2 = 1$, $a_1, a_2, a_3, a_4 \in R$

$\sum_{i=1}^{4} (\pm a_i)$ dod, $2^4 = 16$ izteiksmes, kas apvienotas 8 izteiksmēs un apzīmētas šādi:

$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$
$$S_2 = a_1 + a_2 + a_3 - a_4$$
$$S_3 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4$$
$$S_4 = a_1 + a_2 - a_3 - a_4$$
$$S_5 = a_1 - a_2 + a_3 + a_4$$
$$S_6 = a_1 - a_2 + a_3 - a_4$$
$$S_7 = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4|$$
$$S_8 = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4|$$

Jāpierāda: $|B| \geq |A|$

Pierādījums:

Salīdzina izteiksmes:

$S_1 \geq S_2 \Leftrightarrow S_1 - S_2 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_1 - a_2 - a_3 + a_4 = 2a_4 \geq 0$

$S_2 \geq S_3 \Leftrightarrow S_2 - S_3 = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_1 - a_2 + a_3 - a_4 = 2a_3 - 2a_4 \geq 0$, jo $a_3 \geq a_4$

$S_3 \geq S_4 \Leftrightarrow S_3 - S_4 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_1 - a_2 + a_3 + a_4 = 2a_4 \geq 0$

$S_3 \geq S_5 \Leftrightarrow S_3 - S_5 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_1 + a_2 - a_3 - a_4 = 2a_2 - 2a_3 \geq 0$, jo $a_2 \geq a_3$

$S_3 \geq S_6 \Leftrightarrow S_3 - S_5 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 = 2a_2 - 2a_3 + 2a_4 \geq 0$, jo $a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_3 \geq S_7$. Jāapskata divi gadījumi.

Ja $S_7 = a_1 - a_2 - a_3 + a_4 \Rightarrow$

$S_3 \geq S_7 \Leftrightarrow S_3 - S_7 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_1 + a_2 + a_3 - a_4 = 2a_2 \geq 0$

Ja $S_7 = -a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \Rightarrow$

$S_3 \geq S_7 \Leftrightarrow S_3 - S_7 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_1 - a_2 - a_3 + a_4 = 2a_1 - 2a_3 + 2a_4 \geq 0$, jo $a_1 \geq a_3 \geq a_4$

$S_3 \geq S_8$. Jāapskata divi gadījumi.

Ja $S_8 = a_1 - a_2 - a_3 - a_4 \Rightarrow$

$S_3 \geq S_8 \Leftrightarrow S_3 - S_8 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2a_2 + 2a_4 \geq 0$

Ja $S_8 = -a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \Rightarrow$

$S_3 \geq S_8 \Leftrightarrow S_3 - S_8 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_1 - a_2 - a_3 - a_4 = 2a_1 - 2a_3 \geq 0$, jo $a_1 \geq a_3$

Tātad S_1, S_2, S_3 ir izteiksmes ar lielākajām vērtībām.

Tā kā S_1, S_2, S_3 ir izteiksmes ar lielākajām vērtībām, tad pārbaudot vai ir iespējams, ka piecas izteiksmes ir lielākas par 1 un trīs izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1 pieņem, ka $S_i > 1$, i=1, 2, 3.

Saskaitot $S_3^2 > 1$ ar $S_6^2 > 1$, iegūst:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + 2a_1a_2 - 2a_1a_3 + 2a_1a_4 - 2a_2a_3 + 2a_2a_4 - 2a_3a_4 +$$
$$+ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 - 2a_1a_2 + 2a_1a_3 - 2a_1a_4 - 2a_2a_3 + 2a_2a_4 - 2a_3a_4 > 2$$

Izmantojot doto $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = 1$, izdalot ar 2, savelkot līdzīgos locekļus un vēlreiz izdalot ar 2 iegūst $-a_2a_3 + a_2a_4 - a_3a_4 > 0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_4$. Saskaitot $S_3^2 > 1$ ar $S_7^2 > 1$, analoģiski iegūst $-a_1a_3 + a_1a_4 - a_3a_4 > 0$, pretruna, jo $a_3 \geq a_4$. Arī saskaitot $S_3^2 > 1$ ar $S_8^2 > 1$, analoģiski iegūst pretrunu $-a_1a_3 + a_2a_4 > 0$, jo $a_1 \geq a_2$ & $a_3 \geq a_4$.

No iepriekšējā seko, ka S_6, S_7, S_8 nevar būt lielākas par viens, tātad $S_6, S_7, S_8 \in B$

Jāapskata tikai gadījums, kad $S_i > 1$, i = 1, 2, 3, 4, 5, bet saskaitot $S_4 > 1$ ar $S_5 > 1$, iegūst: $a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_1 - a_2 + a_3 + a_4 = 2a_1 > 2 \Rightarrow a_1 > 1$ pretruna ar doto $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = 1$.

Secinājums: Nav iespējams, ka kopa A sastāv no vismaz pieciem elementiem un tātad vienmēr $|B| \geq |A|$, ja $n = 4$

Kopas *A* elementu skaits

|*A*| = 4. Ir iespējams, ka četras izteiksmes ir lielākas par 1 un četras izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 0.7$, $a_2 = 0.7$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = 0.49 + 0.49 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_4\},\ B = \{S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

|*A*| = 3. Ir iespējams, ka trīs izteiksmes ir lielākas par 1 un piecas izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = \frac{\sqrt{14}}{5}$, $a_2 = \frac{3}{5}$, $a_3 = \frac{1}{5}$, $a_4 = \frac{1}{5}$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = \frac{14}{25} + \frac{9}{25} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3\},\ B = \{S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

|*A*| = 2. Ir iespējams, ka divas izteiksmes ir lielākas par 1 un sešas izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.3$, $a_3 = 0.3$, $a_4 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = 0.81 + 0.09 + 0.09 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2\},\ B = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

|*A*| = 1.Ir iespējams, ka viena izteiksme ir lielāka par 1 un septiņas izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.5$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.25 = 1$$

$$A = \{S_1\},\ B = \{S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

|*A*| = 0. Ir iespējams, ka visas astoņas izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = 1$$

$$A = \varnothing,\ B = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

Uzdevums pierādīt hipotēzi *n* = 4 gadījumā kādreiz tika piedāvāts kā konkursa uzdevums. Sniegsim bijušā LU pasniedzēja G. Eņģeļa risinājumu (sk. 1. pielikumu):

a) Pieņemsim, ka $a_1 \ge a_2 \ge a_3 \ge a_4 \ge 0$ (beigās parādīsim, ka šis ierobežojums nav būtisks) un $\sum_{i=1}^{4} a_i^2 = 1$. Acīmredzot $a_1 \le 1$. Ja $\left|(a, \delta)\right| \le 1$, teiksim, ka vektors δ der vektoram

b) Acīmredzot $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \le a_1 - a_4 \le 1$ un arī $\left|(a_1 - a_2) - (a_3 - a_4)\right| \le 1$.

Tāpēc vektori (1, -1, 1, -1), (1, -1, -1, 1), (-1, 1, 1, -1) un (-1, 1, -1, 1) der visiem (nenegatīviem) vektoriem a.

c) $\left(a_1 - a_2 - a_3 - a_4\right)^2 = \sum_{1}^{4} a_i^2 - 2a_1a_2 - 2a_1a_3 - 2a_1a_4 + 2a_2a_3 + 2a_2a_4 =$

$= 1 - 2a_2\left(a_1 - a_3\right) - 2a_3\left(a_1 - a_4\right) - 2a_4\left(a_1 - a_2\right) \le 1$.

Tātad $\left|a_1 - a_2 - a_3 - a_4\right| \le 1$ un vektori (1, -1, -1, -1), (-1, 1, 1, 1) der visiem (nenegatīviem) a.

d) $\left(a_1 \pm (a_2 - a_3 - a_4)\right)^2 = a_1^2 \pm 2a_1\left(a_2 - a_3 - a_4\right) + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 - 2a_2a_3 - 2a_2a_4 + 2a_3a_4 =$

$\left(a_1 \pm (a_2 - a_3 - a_4)\right)^2 = a_1^2 \pm 2a_1\left(a_2 - a_3 - a_4\right) + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 - 2a_2a_3 - 2a_2a_4 + 2a_3a_4 =$

$1 \pm 2a_1(a_2 - a_3 - a_4) - 2a_2a_3 - 2a_4(a_2 - a_3)$.

No šejienes redzams:

ja $a_2 - a_3 - a_4 \geq 0$, tad $(a_1 - (a_2 - a_3 - a_4))^2 \leq 1$,

ja $a_2 - a_3 - a_4 < 0$, tad $(a_1 + (a_2 - a_3 - a_4))^2 \leq 1$.

Tātad:

ja $a_2 - a_3 - a_4 \geq 0$, tad der vektori , (1, -1, 1, 1) un (-1, 1, -1, -1);

ja $a_2 - a_3 - a_4 < 0$, tad der vektori (1, 1, -1, -1) un (-1, -1, 1, 1) .

ja $a_2 - a_3 - a_4 < 0$, tad $(a_1 + (a_2 - a_3 - a_4))^2 \leq 1$.

e) Piemērs $a_1 = a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $a_3 = a_4 = 0$ rāda, ka ne katram a der (1, 1, -1, -1).

Piemērs $a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $a_2 = a_3 = a_4 = \frac{1}{\sqrt{6}}$ rāda, ka ne katram a der (1, -1, 1, 1).

f) Ir parādīts, ka ne katram pozitīvam vektoram der vismaz 8 vektori δ. Ja dotais vektors nav pozitīvs, tad varam pieņemt, ka $|a_1| \geq |a_2| \geq |a_3| \geq |a_4|$ un derīgs vektoram δ iegūst, piemēroti mainot δ koordinātu zīmes.

G. Eņģeļa risinājumā punktā b) aprakstītā sakarība $|(a_1 - a_2) - (a_3 - a_4)| \leq 1$ ir patiesa, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq 0$ un $a_1 \leq 1$, tātad arī $(a_1 - a_2) \leq 1$ & $(a_3 - a_4) \leq 1$ un atņemot šādus divus skaitļus, to starpības modulis būs mazāks vai vienāds ar viens.

Īsāks risinājums (A. Cibulis)

Izmantojot nosacījumu $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq 0$, un kāpināšanu kvadrātā, iegūstam, ka pēdējie trīs skaitļi no šādiem 8 skaitļiem

$$\begin{aligned}
S_1 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \\
S_2 &= a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \\
S_3 &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 \\
S_4 &= a_1 - a_2 + a_3 + a_4 \\
S_5 &= a_1 + a_2 - a_3 - a_4 \\
S_6 &= a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \\
S_7 &= |a_1 - a_2 - a_3 + a_4| \\
S_8 &= |a_1 - a_2 - a_3 - a_4|
\end{aligned}$$

nepārsniedz 1 :

$$S_8^2 = 1 - 2a_1a_2 - 2a_1a_3 - 2a_1a_4 + 2a_2a_3 + 2a_2a_4 + 2a_3a_4 \le 1 \Rightarrow |S_8| \le 1,$$

$$S_7^2 = 1 - 2a_1a_2 - 2a_1a_3 + 2a_1a_4 + 2a_2a_3 - 2a_2a_4 - 2a_3a_4 \le 1 \Rightarrow |S_7| \le 1,$$

$$S_6^2 = 1 - 2a_1a_2 + 2a_1a_3 - 2a_1a_4 - 2a_2a_3 + 2a_2a_4 - 2a_3a_4 \le 1 \Rightarrow |S_6| \le 1,$$

Pierādīsim, ka vismaz viens no skaitļiem S_4 un S_5 arī nepārsniedz 1. Tiešām, ja

$S_4 > 1 \,\&\, S_5 > 1 \Rightarrow S_4 + S_5 = 2a_1 > 2 \Rightarrow a_1 > 1,$ kas ir pretrunā ar nosacījumu $\sum_{i=1}^{4} a_i^2 = 1.$

7. Teorēmas pierādījums gadījumā $n = 5$

Dots: $\sum_{i=1}^{5} a_i^2 = 1,\ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in R$

$\sum_{i=1}^{5} (\pm a_i)$ dod $2^5 = 32$ izteiksmes, kas apvienotas 16 izteiksmēs un apzīmētas šādi:

$$
\begin{aligned}
S_1 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \\
S_2 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 \\
S_3 &= a_1 + a_2 + a_3 - a_4 + a_5 \\
S_4 &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_5 \\
S_5 &= a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \\
S_6 &= a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_5 \\
S_7 &= a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 \\
S_8 &= a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_5
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
S_9 &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 \\
S_{10} &= a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 \\
S_{11} &= |a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5| \\
S_{12} &= |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5| \\
S_{13} &= |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 + a_5| \\
S_{14} &= |a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - a_5| \\
S_{15} &= |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_5| \\
S_{16} &= |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 - a_5|
\end{aligned}
$$

Jāpierāda: $|B| \geq |A|$

Lai pierādītu hipotēzi, ja n = 5, pietiek pierādīt teorēmu, ka no jebkuriem deviņiem skaitļiem vismaz viens nepārsniedz 1.

Teorēma. No jebkuriem deviņiem skaitļiem S_i vismaz viens nepārsniedz 1.

Teorēmas pierādījumā tiks izmantota 7.1. tabula, kura ir sastādīta, kāpinot S_i, i = 1, ..., 16, kvadrātā un ar $\pm$ atzīmējot koeficienta pie $a_i a_j$ zīmi .

Zīmju tabula *n* = 5

	a_1a_2	a_1a_3	a_1a_4	a_1a_5	a_2a_3	a_2a_4	a_2a_5	a_3a_4	a_3a_5	a_4a_5
S_1^2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
S_2^2	+	+	+	–	+	+	–	+	–	–
S_3^2	+	+	–	+	+	–	+	–	+	–
S_4^2	+	–	+	+	–	+	+	–	–	+
S_5^2	–	+	+	+	–	–	–	+	+	+
S_6^2	+	+	–	–	+	–	–	–	–	+
S_7^2	–	+	–	+	–	+	–	–	+	–
S_8^2	+	–	–	+	–	–	+	+	–	–
S_9^2	+	–	+	–	–	+	–	–	+	–
S_{10}^2	–	+	+	–	–	–	+	+	–	–
S_{11}^2	+	–	–	–	–	–	–	+	+	+
S_{12}^2	–	–	–	–	+	+	+	+	+	+
S_{13}^2	–	–	+	+	+	–	–	–	–	+
S_{14}^2	–	+	–	–	–	+	+	–	–	+
S_{15}^2	–	–	–	+	+	+	–	+	–	–
S_{16}^2	–	–	+	–	+	–	+	–	+	–

7.1. tab.

Pierādījums:

1. Pieņem, ka $S_7 > 1$ un katram *k*, $S_k > 1$, $k \geq 8$.

Saskaitot $S_7^2 > 1$ ar $S_8^2 > 1$, pēc 7.1. tabulas redzams, ka

$1 - 2a_1a_4 + 2a_1a_5 - 2a_2a_3 - 2a_4a_5 + 1 > 2 \Rightarrow -a_1a_4 + a_1a_5 - a_2a_3 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_4 \geq a_5$

Analoģiski iegūst:

$S_7^2 + S_9^2 > 2 \Rightarrow -a_2a_3 + a_2a_4 - a_2a_5 - a_3a_4 + a_3a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_4 \geq a_5$

$S_7^2 + S_{10}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 - a_2a_3 - a_4a_5 > 0$ pretruna

$S_7^2 + S_{11}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_4 - a_2a_3 - a_2a_5 + a_3a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3$

$S_7^2 + S_{12}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 - a_1a_4 + a_2a_4 + a_3a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3$

$S_7^2 + S_{13}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 + a_1a_5 - a_2a_5 - a_3a_4 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_5$

$S_7^2 + S_{14}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 + a_1a_3 - a_1a_4 - a_2a_3 + a_2a_4 - a_3a_4 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_7^2 + S_{15}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 - a_1a_4 + a_1a_5 + a_2a_4 - a_2a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_4 \geq a_5$

$S_7^2 + S_{16}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 - a_3a_4 + a_3a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_4 \geq a_5$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_7, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja $8 \leq k \leq 16$

2. Pieņem, ka $S_{10} > 1$ un katram *k*, $S_k > 1$, $k = 7, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 16$

$S_{10}^2 + S_7^2 > 2$ pretrunu ieguva iepriekš.

$S_{10}^2 + S_8^2 > 2 \Rightarrow -a_2a_3 - a_2a_4 + a_2a_5 + a_3a_4 - a_3a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3 \geq a_5$

$S_{10}^2 + S_{11}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_5 - a_2a_3 - a_2a_4 + a_3a_4 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3$

$S_{10}^2 + S_{12}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 - a_1a_5 + a_2a_5 + a_3a_4 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_{10}^2 + S_{13}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 + a_1a_4 - a_2a_4 - a_3a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_4$

$S_{10}^2 + S_{14}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 + a_1a_3 - a_1a_5 - a_2a_3 + a_2a_5 - a_3a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3 \geq a_5$

$S_{10}^2 + S_{15}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 + a_3a_4 - a_3a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_{10}^2 + S_{16}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 + a_1a_4 - a_1a_5 - a_2a_4 + a_2a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_4 \geq a_5$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_{10}, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja $k = 7, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 16$.

3. Pieņem, ka $S_{11} > 1$ un katram *k*, $S_k > 1$, $k = 5, 7, 10, 12, 13, 14, 15, 16$

$S_{11}^2 + S_7^2 > 2$ & $S_{11}^2 + S_{10}^2 > 2$ pretrunu ieguva iepriekš.

$S_{11}^2 + S_5^2 > 2 \Rightarrow -a_2a_3 - a_2a_4 - a_2a_5 + a_3a_4 + a_3a_5 + a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5$

$S_{11}^2 + S_{12}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_1a_4 - a_1a_5 + a_3a_4 + a_3a_5 + a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_{11}^2 + S_{13}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_2a_4 - a_2a_5 + a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_4$

$S_{11}^2 + S_{14}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_4 - a_1a_5 - a_2a_3 + a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_4$

$S_{11}^2 + S_{15}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_1a_4 - a_2a_5 + a_3a_4 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_3$

$S_{11}^2 + S_{16}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_1a_5 - a_2a_4 + a_3a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_3$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_{11}, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja $k = 5, 7, 10, 12, 13, 14, 15, 16$.

4. Pieņem, ka $S_{12} > 1$ un katram *k*, $S_k > 1$, $k = 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16$

Saskaitot $S_{12}^2 + S_7^2 > 2$ & $S_{12}^2 + S_{10}^2 > 2$ & $S_{12}^2 + S_{11}^2 > 2$ pretrunu ieguva iepriekš.

$S_{12}^2 + S_8^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_1a_4 + a_2a_5 + a_3a_4 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_5$

$S_{12}^2 + S_9^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_1a_5 + a_2a_4 + a_3a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_{12}^2+S_{13}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_3+a_2a_3+a_4a_5>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5$

$S_{12}^2+S_{14}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_4-a_1a_5+a_2a_4+a_2a_5+a_4a_5>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_4 \geq a_5$

$S_{12}^2+S_{15}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_3-a_1a_4+a_2a_3+a_2a_4+a_3a_4>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_{12}^2+S_{16}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_3-a_1a_5+a_2a_3+a_2a_5+a_3a_5>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_5$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_{12}, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja *k* = 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16.

5. Pieņem, ka $S_{13}>1$ un katram *k*, $S_k>1$, *k* = 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16

Saskaitot $S_{13}^2+S_7^2>2$ & $S_{13}^2+S_{10}^2>2$ & $S_{13}^2+S_{11}^2>2$ & $S_{13}^2+S_{12}^2>2$ pretrunu ieguva iepriekš.

$S_{13}^2+S_8^2>2 \Rightarrow -a_1a_3+a_1a_5-a_2a_4-a_3a_5>0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_5$

$S_{13}^2+S_9^2>2 \Rightarrow -a_1a_3+a_1a_4-a_2a_5-a_3a_4>0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_4$

$S_{13}^2+S_{14}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_3a_4-a_3a_5+a_4a_5>0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_4$

$S_{13}^2+S_{15}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_3+a_1a_5+a_2a_3-a_2a_5-a_3a_5>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_5$

$S_{13}^2+S_{16}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_3+a_1a_4+a_2a_3-a_2a_4-a_3a_4>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_4$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_{13}, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja *k* = 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16.

6. Pieņem, ka $S_{14}>1$ un katram *k*, $S_k>1$, *k* = 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16

$S_{14}^2+S_7^2>2$ & $S_{14}^2+S_{10}^2>2$ & $S_{14}^2+S_{11}^2>2$ & $S_{14}^2+S_{12}^2>2$ & $S_{14}^2+S_{13}^2>2$ pretrunu ieguva iepriekš.

$S_{14}^2+S_5^2>2 \Rightarrow -a_1a_2+a_1a_3-a_2a_3+a_4a_5>0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5$

$S_{14}^2+S_8^2>2 \Rightarrow -a_1a_4-a_2a_3+a_2a_5-a_3a_5>0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_5$

$S_{14}^2+S_9^2>2 \Rightarrow -a_1a_5-a_2a_3+a_2a_4-a_3a_4>0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_4$

$S_{14}^2+S_{15}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_4+a_2a_4-a_3a_5>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2$

$S_{14}^2+S_{16}^2>2 \Rightarrow -a_1a_2-a_1a_5+a_2a_5-a_3a_4>0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_{14}, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja *k* = 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16.

7. Pieņem, ka $S_{15}>1$ un katram *k*, $S_k>1$, *k* = 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16

$S_{15}^2+S_7^2>2$ & $S_{15}^2+S_{10}^2>2$ & $S_{15}^2+S_{11}^2>2$ & $S_{15}^2+S_{12}^2>2$ & $S_{15}^2+S_{13}^2>2$ &

$S_{15}^2+S_{14}^2>2$ pretrunu ieguva iepriekš.

$S_{15}^2 + S_8^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_1a_4 + a_1a_5 + a_3a_4 - a_3a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_3 \geq a_5$

$S_{15}^2 + S_9^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 + a_2a_4 - a_2a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4$

$S_{15}^2 + S_{16}^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 - a_1a_3 + a_2a_3 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_1 \geq a_2$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_{15}, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja k = 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16.

8. Pieņem, ka $S_{16} > 1$ un katram *k*, $S_k > 1$, *k* = 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

$S_{16}^2 + S_7^2 > 2$ & $S_{16}^2 + S_{10}^2 > 2$ & $S_{16}^2 + S_{11}^2 > 2$ & $S_{16}^2 + S_{12}^2 > 2$ & $S_{16}^2 + S_{13}^2 > 2$ & $S_{16}^2 + S_{14}^2 > 2$ & $S_{16}^2 + S_{15}^2 > 2$ pretrunu ieguva iepriekš.

$S_{16}^2 + S_5^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_2 - a_1a_4 - a_2a_4 + a_3a_5 > 0$ pretruna, jo $a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5$

$S_{16}^2 + S_8^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 - a_2a_4 + a_2a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_4 \geq a_5$

$S_{16}^2 + S_9^2 > 2 \Rightarrow -a_1a_3 + a_1a_4 - a_1a_5 - a_3a_4 + a_3a_5 - a_4a_5 > 0$ pretruna, jo $a_3 \geq a_4 \geq a_5$

Secinājums: No jebkuriem diviem skaitļiem S_{16}, S_k vismaz viens pieder kopai *B*, ja k = 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

No šīs teorēmas seko, ka ir vismaz astoņi tādi skaitļi, kuri nevar būt lielāki par 1. Tātad vienmēr $|B| \geq |A|$, ja $n = 5$.

Kopas *A* elementu skaits.

|*A*| = 8. Ir iespējams, ka astoņas izteiksmes ir lielākas par 1 un citas astoņas izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0.6$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = 0.64 + 0.36 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_6, S_8, S_9, S_{11}\},\ B = \{S_5, S_7, S_{10}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}, S_{16}\}$$

|*A*| = 7. Ir iespējams, ka septiņas izteiksmes ir lielākas par 1 un deviņas izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.4$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = 0.81 + 0.16 + 0.01 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_6, S_8, S_9\},\ B = \{S_5, S_7, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}, S_{16}\}$$

|*A*| = 6. Ir iespējams, ka sešas izteiksmes ir lielākas par 1 un desmit izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.4$, $a_5 = 0.3$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.16 + 0.09$$

$$A=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_{12}\},\ B=\{S_6,S_7,S_8,S_9,S_{10},S_{11},S_{13},S_{14},S_{15},S_{16}\}$$

|*A*| = 5. Ir iespējams, ka piecas izteiksmes ir lielākas par 1 un vienpadsmit izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1=0.8$, $a_2=0.5$, $a_3=0.3$, $a_4=0.1$, $a_5=0.1$

$$a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2=0.64+0.25+0.09+0.01+0.01=1$$

$$A=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_6\},\ B=\{S_5,S_7,S_8,S_9,S_{10},S_{11},S_{12},S_{13},S_{14},S_{15},S_{16}\}$$

|*A*| = 4. Ir iespējams, ka četras izteiksmes ir lielākas par 1 un divpadsmit izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1=0.9$, $a_2=0.3$, $a_3=0.3$, $a_4=0.1$, $a_5=0$

$$a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2=0.81+0.09+0.09+0.01=1$$

$$A=\{S_1,S_2,S_3,S_6\},\ B=\{S_4,S_5,S_7,S_8,S_9,S_{10},S_{11},S_{12},S_{13},S_{14},S_{15},S_{16}\}$$

|*A*| = 2. Ir iespējams, ka divas izteiksme ir lielākas par 1 un četrpadsmit izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1=0.5$, $a_2=0.5$, $a_3=0.5$, $a_4=0.5$, $a_5=0$

$$a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2=0.5^2+0.5^2+0.5^2+0.5^2+0^2=1$$

$$A=\{S_1,S_2\},\ B=\{S_3,\ S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9,S_{10},S_{11},S_{12},S_{13},S_{14},S_{15},S_{16}\}$$

|*A*|$\neq$ 1. Nav iespējams, ka viena izteiksme ir lielāka par 1 un piecpadsmit izteiksmes nepārsniedz 1.

Lai noskaidrotu, vai var būt situācija, kad tikai viena izteiksme lielāka par 1, risinām nosacītā ekstrēma uzdevumu, kurā meklēsim minimumu izteiksmei ar otru lielāko vērtību, t. i., izteiksmei S_2 :

$$\begin{aligned}
&\min(a_1+a_2+a_3+a_4-a_5)\\
&\sum_{i=1}^{5}a_i^2=1\\
&\sum_{i=1}^{5}a_i>1\\
&a_1\ge a_2\ge a_3\ge a_4\ge a_5\ge 0.
\end{aligned}$$

Ja minimums nepārsniegs 1, tad būs atrasts piemērs tikai ar vienu tādu izteiksmi, kas lielāka par 1. Savukārt, ja minimums pārsniegs 1, tad tāds piemērs neeksistēs.

Šo uzdevumu risināsim, izmantojot Lagranža reizinātāju metodi.

$$f_0 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 \to \min$$
$$g_1 : \sum_{k=1}^{5} a_k^2 = 1$$
$$g_2 : -a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + 1 < 0 \left(\sum_{k=1}^{5} a_k > 1 \right)$$
$$g_3 : a_2 - a_1 \le 0$$
$$g_4 : a_3 - a_2 \le 0$$
$$g_5 : a_4 - a_3 \le 0$$
$$g_6 : a_5 - a_4 \le 0$$

Lagranža funkcija:

$$L = \lambda_0(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5) + \lambda_1(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2) + \lambda_2(1 - a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5) +$$
$$+ \lambda_3(a_2 - a_1) + \lambda_4(a_3 - a_2) + \lambda_5(a_4 - a_3) + \lambda_6(a_5 - a_4)$$

$$\begin{cases} \lambda_0 + 2\lambda_1 a_1 - \lambda_2 - \lambda_3 = 0 \\ \lambda_0 + 2\lambda_1 a_2 - \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 = 0 \\ \lambda_0 + 2\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_4 - \lambda_5 = 0 \\ \lambda_0 + 2\lambda_1 a_4 - \lambda_2 + \lambda_5 - \lambda_6 = 0 \\ -\lambda_0 + 2\lambda_1 a_5 - \lambda_2 + \lambda_6 = 0 \end{cases}$$

$$\lambda_6(a_5 - a_4)=0$$
$$\lambda_6 = 0 \Rightarrow 2\lambda_0 + 2\lambda_1(a_4 - a_5) + \lambda_5 = 0 \Rightarrow a_4 = a_5$$
$$\lambda_6 \ne 0 \Rightarrow a_4 - a_5 = 0 \Rightarrow a_4 = a_5$$

$$\lambda_5(a_4 - a_3) = 0$$
$$\lambda_5 = 0 \Rightarrow 2\lambda_1(a_3 - a_4) + \lambda_4 + \lambda_6 = 0 \Rightarrow a_3 = a_4$$
$$\lambda_5 \ne 0 \Rightarrow a_3 - a_4 = 0 \Rightarrow a_3 = a_4$$

$$\lambda_4(a_3 - a_2) = 0$$
$$\lambda_4 = 0 \Rightarrow 2\lambda_1(a_2 - a_3) + \lambda_3 + \lambda_4 = 0 \Rightarrow a_2 = a_3$$
$$\lambda_4 \ne 0 \Rightarrow a_3 - a_2 = 0 \Rightarrow a_2 = a_3$$

$$\lambda_3(a_2 - a_1) = 0$$
$$\lambda_3 = 0 \Rightarrow 2\lambda_1(a_1 - a_2) + \lambda_4 = 0 \Rightarrow a_1 = a_2$$
$$\lambda_3 \ne 0 \Rightarrow a_1 - a_2 = 0 \Rightarrow a_1 = a_2$$

Lai izpildītos nosacījumi $\lambda_i g_i = 0,\ i = 1,\dots,6,$ jābūt $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5$

Apzīmē:

$$x := a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5\,,$$

ievietojot nosacījumā g_1 un f_0, iegūst:

$$3x \to \min$$
$$5x^2 = 1$$

No vienādības $5x^2 = 1$ atrod $x = \sqrt{\frac{1}{5}}$ jo mums interesē nenegatīvas vērtības.

Tātad minimums funkcijai f_0 ir punktā $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{\frac{1}{5}}\right)$ un tā vērtība ir $3\sqrt{\frac{1}{5}} > 1$.

Minimums pārsniedz 1, tātad piemērs $|A| = 1$ neeksistē.

Piezīme. Uzdevumu var atrisināt arī elementārā veidā, sk. 36. lp., kurā realizēta A. Cibuļa ideja, gadījumā n = 6.

|*A*| = 0. Ir iespējams, ka visas sešpadsmit izteiksmes ir mazākas vai vienādas ar 1.

Piemērs: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = 1$$

$$A = \varnothing,\ B = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}, S_{16}\}$$

8. Teorēmas pierādījums gadījumā $n = 6$

Dots: $\sum_{i=1}^{6} a_i^2 = 1$, $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in R$

$\sum_{i=1}^{5}(\pm a_i)$ dod $2^5 = 64$ izteiksmes, kas apvienotas 32 izteiksmēs un apzīmētas šādi:

$$
\begin{aligned}
S_1 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \\
S_2 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 - a_6 \\
S_3 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 \\
S_4 &= a_1 + a_2 + a_3 - a_4 + a_5 + a_6 \\
S_5 &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \\
S_6 &= a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \\
S_7 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 - a_6 \\
S_8 &= a_1 + a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 \\
S_9 &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_5 - a_6 \\
S_{10} &= a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 - a_6 \\
S_{11} &= a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + a_6 \\
S_{12} &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 \\
S_{13} &= a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 \\
S_{14} &= a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_5 + a_6 \\
S_{15} &= a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 + a_6 \\
S_{16} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 + a_4 + a_5 + a_6\right|
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_{17} &= \left|a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_6\right| \\
S_{18} &= a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_5 - a_6 \\
S_{19} &= \left|a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + a_6\right| \\
S_{20} &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 - a_6 \\
S_{21} &= a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_5 - a_6 \\
S_{22} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_5 + a_6\right| \\
S_{23} &= a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 - a_6 \\
S_{24} &= a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 \\
S_{25} &= \left|a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + a_6\right| \\
S_{26} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 + a_4 + a_5 - a_6\right| \\
S_{27} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6\right| \\
S_{28} &= \left|a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - a_5 - a_6\right| \\
S_{29} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 + a_4 - a_5 - a_6\right| \\
S_{30} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_5 - a_6\right| \\
S_{31} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + a_6\right| \\
S_{32} &= \left|a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_6\right|
\end{aligned}
$$

Teorēma. $|B| \geq |A|$.

Pierādījuma shēma:

1. No 32 izteiksmēm nosaka tās, kuru maksimālā vērtība pie dotajiem nosacījumiem:

$$\sum_{i=1}^{6} a_i^2 = 1 \tag{6.1}$$

$$1 \geq a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5 \geq a_6 \geq 0 \tag{6.2}$$

nepārsniedz 1. (Ja izteiksmes maksimālā vērtība nepārsniedz 1, tas nozīmē, ka tā pieder kopai B). Šī uzdevuma risināšanai programmā „Matlab" tiek izveidota funkcija **max6**, (sk. 4. pielikumu), kas izmantojot „Matlab" iebūvēto funkciju **fminco**, ar kuras palīdzību var noteikt minimumu vairākargumentu funkcijai gan ar lineāriem, gan ar nelineāriem nosacījumiem, atrod minimuma punktu katrai no izteiksmēm $(-S_i)$, $i = \overline{1,32}$, pie nosacījumiem (6.1), (6.2), kas būs maksimuma punkts katrai no attiecīgajām izteiksmēm S_i, $i = \overline{1,32}$. Rezultātā ar **max6** tiek iegūts, ka $\max S_i = 1$, ja i = 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

Bez funkcijas **max6** lietošanas, lietojot 7.1. tabulu, viegli var noteikt, ka S_{24}, S_{25}, S_{26}, S_{27}, S_{28}, S_{29} nepārsniedz 1. Tas nozīmē, ka kopa *B* satur vismaz 8 izteiksmes.

2. No atlikušajām 24 izteiksmēm

$$S_i,\ i = 1,...,21,23,31,32$$

meklējam lielākās šādā veidā. Vispirms salīdzinām izteiksmi S_1 ar visām tikko minētajām izteiksmēm un konstatējam, ka $S_1 \geq S_i$. Tad salīdzinām S_2 ar visām parējām un konstatējam, ka visiem apskatāmajiem *i*: $S_2 \geq S_i$. Analoģiski iegūstam, ka $S_3 \geq S_i,\ i > 3$. Izteiksmei S_4 jau parādās izņēmumi, proti, $S_4 \geq S_i,\ i > 4,\ i \neq 7$. Tā turpinām pārbaudi visām minētajām izteiksmēm. Atzīmēsim, ka pārbaude tiek veikta pie nosacījuma (6.2) ar „Matlab" programmas **lielaks6** palīdzību, kas aprēķina izteiksmju kvadrātu starpību. Tādā veidā ir atlasītas izteiksmes, kurām būtu jāpieder kopai *A*, lai pastāvētu iespēja apgāzt hipotēzi. Piemēram, no $S_1 \geq S_i$, izriet: ja izteiksme $S_1 \leq 1$, tad arī visas pārējas izteiksmes nepārsniedz 1, kas nozīmē to, ka visas izteiksmes pieder kopai *B* un hipotēze ir patiesa. Tātad šāds gadījums ir triviāls. Tāpēc turpmāk uzskatīsim, ka $S_1 > 1$.

Ilustrēsim programmas **lielaks6** darba rezultātu, ja salīdzina S_8 un S_{20}. Programma izdod šādu pierakstu

„8
20
a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6".

Tas nozīmē, ka $\dfrac{S_8{}^2 - S_{20}{}^2}{4} = a_1a_3 - a_1a_4 + a_2a_3 + a_1a_5 - a_2a_4 + a_2a_5 - a_3a_6 + a_4a_6 - a_5a_6$.

Tagad no šejienes un nosacījuma (6.2) secinām, ka $S_8^2 \geq S_{20}^2 \Rightarrow S_8 \geq S_{20}$.

Programmu darbinot tika iegūti šādi sakārtojumi:

1. $S_1 \geq S_i,\ i = 2,...,21,23,31,32$
2. $S_2 \geq S_i,\ i = 3,...,21,23,31,32$
3. $S_3 \geq S_i,\ i = 4,...,21,23,31,32$
4. $S_4 \geq S_i,\ i = 5,6,8,...,21,23,31,32$
5. $S_5 \geq S_i,\ i = 6,10,12,...,17,19,20,21,23,31,32$
6. $S_6 \geq S_i,\ i = 10,13,15,16,23,31,32$
7. $S_7 \geq S_i,\ i = 8,...,21,23,31$
8. $S_8 \geq S_i,\ i = 9,...,21,23,31$
9. $S_9 \geq S_i,\ i = 10,12,...,21,23,31$
10. $S_{10} \geq S_i,\ i = 13,15,16,23,31$
11. $S_{11} \geq S_i,\ i = 12,...,23$

12. $S_{12} \geq S_i$, $i = 13,14,15,16,19,20,21,23$
13. $S_{13} \geq S_i$, $i = 15,16,23$
14. $S_{14} \geq S_i$, $i = 15,16,17,19,21$
15. $S_{15} \geq S_i$, $i = 16$
16. $S_{18} \geq S_i$, $i = 19,20,21,23$
17. $S_{20} \geq S_i$, $i = 19,21,23$
18. $S_{21} \geq S_i$, $i = 19$

Var uzskatīt, ka kopai A pieder pirmās divpadsmit izteiksmes, jo pretējā gadījumā iegūtu, ka kopa B satur vismaz 16 izteiksmes. (Detalizēta izteiksmju salīdzināšana aplūkojama 4. pielikumā) .

3. Tiek meklētas pārējo izteiksmju S_i, $i = 13,...,21,23,31,32$ maksimālās vērtības pie nosacījumiem (6.1), (6.2) un pie jauna papildu nosacījuma:

$$S_i \geq 1,\ i = \overline{1,12}, \tag{6.3}$$

Atrisinot šo uzdevumu ar **max6** iegūstam, ka $\max S_k \leq 1$, ja k = 17, 19, 31. Piemēram,

$\max S_{31} = 1$, ko iegūst punktā $a = \left[\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2};0;0\right]$. Turklāt šajā punktā: S_i = 2, i = 1, 2, 3, 7,

un S_j = 1, j = 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12. Ir iegūts, ka kopā B ir vismaz 11 izteiksmes.

Analoģiski ar **max6** iegūst:

pie nosacījumiem (6.1), (6.2), (6.3), $S_{13}>1$ maksimālā vērtība izteiksmei S_{21} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (6.1), (6.2), (6.3), $S_{14}>1$ maksimālā vērtība izteiksmei S_{23} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (6.1), (6.2), (6.3), $S_{15}>1$ maksimālā vērtība izteiksmei S_{20} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (6.1), (6.2), (6.3), $S_{16}>1$ maksimālā vērtība izteiksmei S_{18} nepārsniedz 1.

Tātad no šejienes var secināt, ka kopā B ir jau vismaz 11 + 4 = 15 izteiksmes.

4. Lai konstatētu, ka kopa B satur vēl vismaz vienu izteiksmi, aplūkojam šādu gadījumu:

$$S_i > 1,\ i = \overline{1,12}$$

$$S_{14} > 1 \text{ vai arī } S_{23} > 1$$

Ar **max6** pie nosacījumiem (6.1), (6.2), (6.3) un $S_{14}>1$ iegūst, ka maksimālā vērtība izteiksmei S_{32} nepārsniedz 1. Arī pie nosacījumiem (6.1), (6.2), (6.3) un $S_{23}>1$ iegūst, ka maksimālā vērtība izteiksmei S_{32} nepārsniedz 1. Tātad kopā B vienmēr ir vismaz 16 izteiksmes, kas arī nozīmē vajadzīgo nevienādību $|B| \geq |A|$, ja n = 6.

9. Kopas *A* elementu skaits telpā R^6

Ir pētīts jautājums arī par kopas *A* elementu skaitu telpā R^6. Un tāpēc ar „Maple 13" izveidotu programmu **summas6** meklēti piemēri $\forall k \in N, 0 \le k \le 16 : |A| = k.$ Izrādās, ka ne visi gadījumi, kuros, kopas *A* elementu skaits nepārsniedz kopas *B* elementu skaitu, ir iespējami.

|*A*| = 16. Ir iespējams, ka 16 izteiksmes ir lielākas par 1 un 16 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0.6$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.64 + 0.36 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_5,\ S_7, S_8, S_9, S_{11}, S_{12}, S_{14}, S_{17}, S_{18}, S_{19}, S_{20}, S_{21}\},$$
$$B = \{S_6, S_{10}, S_{13}, S_{15}, S_{16}, S_{22}, ..., S_{32}\}$$

|*A*| = 15. Ir iespējams, ka 15 izteiksmes ir lielākas par 1 un 17 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0.6$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.64 + 0.36 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_4, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{13}, S_{15}, S_{18}, S_{23}, S_{24}, S_{28}\},$$
$$B = \{ S_5, S_9, S_{12}, S_{15}, S_{16}, S_{17}, S_{19}, ..., S_{22}, S_{25}, S_{26}, S_{27}, S_{29}, ...,\ S_{32}\}$$

|*A*| = 14. Ir iespējams, ka 14 izteiksmes ir lielākas par 1 un 18 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.4$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.81 + 0.16 + 0.01 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_5, S_7, S_8, S_9, S_{11}, S_{12}, S_{14}, S_{18}, S_{20}, S_{21}\},$$
$$B = \{ S_6, S_{10}, S_{13}, S_{15}, S_{16}, S_{17}, S_{19}, S_{23}, ..., S_{32}\}$$

|*A*| = 13. Ir iespējams, ka 13 izteiksmes ir lielākas par 1 un 19 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.1$, $a_3 = 0.4$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.81 + 0.01 + 0.16 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_4, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{13}, S_{15}, S_{18}, S_{23}\},$$
$$B = \{ S_5, S_9, S_{12}, S_{14}, S_{16}, S_{17}, S_{19}, S_{20}, S_{21}, S_{22}, S_{24}, ..., S_{32}\}$$

|*A*| = 12. Ir iespējams, ka 12 izteiksmes ir lielākas par 1 un 20 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.4$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0.3$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.16 + 0.9 = 1$$

$$A = \{S_1, ...,\ S_7, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{30}, S_{32}\},\ B = \{ S_8, S_9, S_{10}, S_{14}, ..., S_{31}\}$$

|*A*| = 11. Ir iespējams, ka 11 izteiksmes ir lielākas par 1 un 21 izteiksme nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.3$, $a_3 = 0.2$, $a_4 = 0.2$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.81 + 0.09 + 0.04 + 0.04 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_9, S_{11}, S_{12}\},\ B = \{S_{10}, S_{13}, ..., S_{32}\}$$

|*A*| = 10. Ir iespējams, ka 10 izteiksmes ir lielākas par 1 un 22 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.3$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.64 + 0.25 + 0.09 + 0.01 + 0.01 + 0 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_5, S_7, S_9, S_{11}, S_{18}\},\ B = \{S_6, S_{10}, S_{12}, ..., S_{17}, S_{19}, ..., S_{32}\}$$

|*A*| = 9. Ir iespējams, ka 9 izteiksmes ir lielākas par 1 un 23 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.6$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.3$, $a_5 = 0.2$, $a_6 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.36 + 0.25 + 0.25 + 0.09 + 0.04 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_8, S_{11}\},\ B = \{S_9, S_{10}, S_{12}, ..., S_{32}\}$$

|*A*| = 8. Ir iespējams, ka 8 izteiksmes ir lielākas par 1 un 24 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.3$, $a_3 = 0.3$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.81 + 0.09 + 0.09 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_7, S_8, S_{11}, S_{18}\},\ B = \{S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{12}, ..., S_{17}, S_{19}, ..., S_{28}\}$$

|*A*| = 7. Ir iespējams, ka 7 izteiksmes ir lielākas par 1 un 25 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.6$, $a_2 = 0.1$, $a_3 = 0.6$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0.5$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.36 + 0.01 + 0.36 + 0.01 + 0.01 + 0.25 = 1$$
$$A = \{S_1, S_3, S_4, S_6, S_{11}, S_{13}, S_{15}\},\ B = \{S_2, S_5, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{14}, ..., S_{32}\}$$

|*A*| = 5. Ir iespējams, ka 5 izteiksmes ir lielākas par 1 un 27 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.5$, $a_5 = 0.5$, $a_6 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.25 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_{25}, S_{31}, S_{32}\},\ B = \{S_3, ..., S_{24}, S_{26}, ..., S_{30}\}$$

|*A*| = 4. Ir iespējams, ka 4 izteiksmes ir lielākas par 1 un 28 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.5$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.25 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_7\},\ B = \{S_4, S_5, S_6, S_8, ..., S_{32}\}$$

|*A*| ≠ 3. Nav iespējams, ka 3 izteiksmes ir lielākas par 1 un 29 izteiksmes nepārsniedz 1.

Ir zināms, ka trīs lielākās izteiksmes ir S_1, S_2, S_3, bet ceturtā lielākā izteiksme nav viennozīmīgi nosakāma, tā var būt gan S_4, gan S_7. Tātad ir jāapskata divi gadījumi:

aprēķinot minimumu izteiksme S_4 pie nosacījumiem $S_1 > 1$, $S_2 > 1$, $S_3 > 1$, $S_7 \le 1$ ar funkciju **max6,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_4 sasniedz punktā $a = \left[\frac{1405}{3266}; \frac{1405}{3266}; \frac{1405}{3266}; \frac{1405}{3266}; \frac{342}{949}; \frac{342}{949}\right]$, kurā pieņem vērtību $\frac{721}{456} > 1$,

aprēķinot minimumu izteiksme S_7 pie nosacījumiem $S_1 > 1$, $S_2 > 1$, $S_3 > 1$, $S_4 \le 1$ ar funkciju **max6,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_7 sasniedz punktā $a = \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0; 0\right]$, kurā pieņem vērtību $2 > 1$,

$|\boldsymbol{A}| \ne \mathbf{2}$. Nav iespējams, ka 2 izteiksmes ir lielākas par 1 un 30 izteiksmes nepārsniedz 1.

Aprēķinot minimumu trešajai lielākajai izteiksmei S_3 pie nosacījuma, ka divas lielākās izteiksme $S_1 > 1$ un $S_2 > 1$, ar funkciju **max6,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_3 sasniedz, punktā $a = \left[\frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{\sqrt{5}}; 0\right]$, kurā pieņem vērtību $\frac{3}{\sqrt{5}} > 1$.

$|\boldsymbol{A}| \ne \mathbf{1}$. Nav iespējams, ka 1 izteiksme ir lielāka par 1 un 31 izteiksme nepārsniedz 1.

Aprēķinot minimumu otrai lielākajai izteiksmei S_2 pie nosacījuma, ka lielākā izteiksme $S_1 > 1$, ar funkciju **max6,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_2 sasniedz, punktā $a = \left[\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right]$, kurā pieņem vērtību $\frac{4}{\sqrt{6}} > 1$.

To pašu rezultātu var iegūt arī uzdevumu risinot šādā elementārā veidā:

$$S_2 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 - a_6 \ge b =: a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \overset{?}{>} 1.$$

$$b^2 = \sum_{i=1}^{4} a_i^2 + 2a_1a_2 + \cdots + 2a_3a_4 = 1 - a_5^2 - a_6^2 + 2a_1a_2 + \cdots + 2a_3a_4 > 1 \Rightarrow b > 1.$$

Šeit izmantota nevienādība $2a_1a_2 \ge a_5^2 + a_6^2$, kas izriet no nosacījuma $a_1 \ge a_2 \ge a_3 \ge a_4 \ge a_5 \ge a_6 \ge 0$. Nevienādība $2a_1a_2 \ge a_5^2 + a_6^2$ kļūst par vienādību, ja visi a_i ir savstarpēji vienādi (šajā gadījumā skaidrs, ka $b > 1$), vai arī tad, kad $a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = 0$. Bet šis gadījums nav realizējams, jo tad $a_1 = 1$, kas ir pretrunā ar nosacījumu $S_1 > 1$.

Piezīme. Šādu īsu un vienkāršu risinājumu, kurš turklāt der visiem $n \ge 5$ piedāvājis A. Cibulis.

|A| = 0. Ir iespējams, ka 32 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$

$$A = \varnothing,\ B = \{S_1, ..., S_{32}\}$$

Secinājumi:

Telpā R^6 kopa A:

- var būt tukša,
- var sastāvēt no 4, 5, 7, 8, ..., 16 elementiem,
- nevar sastāvēt no 1, 2, 3 elementiem.

Darba autorei nav zināms, vai kopa A var sastāvēt tieši no 6 elementiem.

10. Teorēmas pierādījums gadījumā $n = 7$

Dots: $\sum_{i=1}^{7} a_i^2 = 1,\ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 \in R$

$\sum_{i=1}^{5} (\pm a_i)$ dod $2^7 = 128$ izteiksmes, kas apvienotas 64 izteiksmēs un apzīmētas šādi:

$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$
$S_2 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 - a_7$
$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 - a_6 + a_7$
$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 - a_6 - a_7$
$S_5 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 + a_7$
$S_6 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 - a_7$
$S_7 = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 + a_5 + a_6 + a_7$
$S_8 = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 + a_5 + a_6 - a_7$
$S_9 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$
$S_{10} = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_5 + a_6 - a_7$
$S_{11} = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$
$S_{12} = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 - a_7$
$S_{13} = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 - a_6 + a_7$
$S_{14} = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_5 - a_6 - a_7$
$S_{15} = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7$
$S_{16} = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 - a_7$
$S_{17} = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_5 - a_6 + a_7$
$S_{18} = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 + a_5 - a_6 - a_7$
$S_{19} = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 - a_6 + a_7$
$S_{20} = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 - a_6 - a_7$
$S_{21} = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + a_6 + a_7$
$S_{22} = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + a_6 - a_7$
$S_{23} = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 + a_7$
$S_{24} = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 - a_7$
$S_{25} = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 + a_7$
$S_{26} = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 - a_7$
$S_{27} = a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_5 + a_6 + a_7$
$S_{28} = a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_5 + a_6 - a_7$
$S_{29} = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 + a_6 + a_7$
$S_{30} = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 + a_6 - a_7$
$S_{31} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7|$
$S_{32} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 + a_5 + a_6 - a_7|$

$S_{33} = |a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_6 + a_7|$
$S_{34} = |a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{35} = a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_5 - a_6 + a_7$
$S_{36} = |a_1 + a_2 + a_3 - a_4 - a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{37} = |a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + a_6 + a_7|$
$S_{38} = |a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + a_6 - a_7|$
$S_{39} = a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 - a_6 + a_7$
$S_{40} = |a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{41} = a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7$
$S_{42} = |a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{43} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_5 + a_6 + a_7|$
$S_{44} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_5 + a_6 - a_7|$
$S_{45} = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 - a_6 + a_7$
$S_{46} = |a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{47} = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7$
$S_{48} = |a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{49} = |a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + a_6 + a_7|$
$S_{50} = |a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + a_6 - a_7|$
$S_{51} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 + a_5 - a_6 + a_7|$
$S_{52} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 + a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{53} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 + a_7|$
$S_{54} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 - a_7|$
$S_{55} = |a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - a_5 - a_6 + a_7|$
$S_{56} = |a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{57} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 - a_5 - a_6 + a_7|$
$S_{58} = |a_1 - a_2 - a_3 + a_4 - a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{59} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7|$
$S_{60} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_5 - a_6 - a_7|$
$S_{61} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + a_6 + a_7|$
$S_{62} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 + a_6 - a_7|$
$S_{63} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_6 + a_7|$
$S_{64} = |a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_6 - a_7|$

Teorēma. $|B| \geq |A|$.

Pierādījuma shēma:

1. No 64 izteiksmēm nosaka tās, kuru maksimālā vērtība pie dotajiem nosacījumiem:

$$\sum_{i=1}^{7} a_i^2 = 1 \tag{7.1}$$

$$1 \geq a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5 \geq a_6 \geq a_7 \geq 0 \tag{7.2}$$

nepārsniedz 1. (Ja izteiksmes maksimālā vērtība nepārsniedz 1, tas nozīmē, ka tā pieder kopai *B*). Šī uzdevuma risināšanai programmā „Matlab" tiek izveidota funkcija **max7**, (sk. 4. pielikumu), kas analoģiski funkcijai **max6** atrod maksimumu katrai no izteiksmēm S_i, $i = \overline{1,64}$ pie nosacījumiem (7.1) un (7.2). Rezultātā ar **max7** tiek iegūts, ka $\max S_i = 1$, ja i = 33, 36, 38, 40, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 57, 59. Tas nozīmē, ka kopa *B* satur vismaz 19 izteiksmes.

2. No atlikušajām 45 izteiksmēm

$$S_i,\ i = 1, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, 61, 62, 63, 64$$

meklējam lielākās analoģiski $n = 6$ gadījumam.

Ar „Matlab" izveidotās programmas **lielaks7** palīdzību, kas darbojas analoģiski programmai **lielaks6** tika iegūti šādi sakārtojumi:

1. $S_1 \geq S_i$, i = 2, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, ..., 64
2. $S_2 \geq S_i$, i = 3, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, ..., 64
3. $S_3 \geq S_i$, i = 4, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, ..., 64
4. $S_4 \geq S_i$, i = 14, 16, 18, 20, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, 61
5. $S_5 \geq S_i$, i = 6, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 61, ...,64
6. $S_6 \geq S_i$, i = 14, ..., 20, 22, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, 62
7. $S_7 \geq S_i$, i = 8, ..., 12, 15, 17, 18, ...,32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, ..., 64
8. $S_8 \geq S_i$, i = 16, ..., 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, 62
9. $S_9 \geq S_i$, i = 10, 11, 12, 17, ..., 20, 23, 24, 25, 27, ..., 32, 34, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, ...,64
10. $S_{10} \geq S_i$, i = 18, 19, 20, 25, 26, 28, 29, 30, 32, 34, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, 62
11. $S_{11} \geq S_i$, i = 12, 20, 25, 26, 30, 31, 32, 45, 56, 58, 60, ...64
12. $S_{12} \geq S_i$, i = 20, 26, 30, 32, 56, 58, 60, 62
13. $S_{13} \geq S_i$, i = 14, 19, 27, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 62
14. $S_{15} \geq S_i$, i = 16, 23, ..., 26, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60

15. $S_{17} \geq S_i$, $i = 18, 25, 26, 29, 30, 34, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60$

16. $S_{19} \geq S_i$, $i = 20, 45, 56, 60$

17. $S_{21} \geq S_i$, $i = 22, 31, 32, 34, 35, 37, 56$

18. $S_{23} \geq S_i$, $i = 24, 29, 30, 34, 37, 39, 56, 58$

19. $S_{25} \geq S_i$, $i = 26, 45, 56, 58$

20. $S_{27} \geq S_i$, $i = 28, 34, 37, 41$

21. $S_{29} \geq S_i$, $i = 30, 56$

Var uzskatīt, ka kopai A pieder sekojošas izteiksmes: S_i, i = 1, ...,11, 13, 15, 17, jo pretējā gadījumā iegūtu, ka kopa B satur vismaz 32 izteiksmes. (Detalizēta izteiksmju salīdzināšana aplūkojama 4. pielikumā) .

3. Tiek meklētas pārējo izteiksmju S_i, i = 12, 14, 16, 18, ...,32, 34, 35, 37, 39, 41, 45, 56, 58, 60, ...,64 maksimālās vērtības pie nosacījumiem (7.1), (7.2) un jauna papildu nosacījuma:

$$S_i \geq 1,\ i = 1, ..., 11, 13, 15, 17 \qquad (7.3)$$

Atrisinot šo uzdevumu ar **max7**, iegūst:

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i \geq 1$, i = 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 35, 37, 39, 61 maksimālā vērtība izteiksmēm S_{34}, S_{56}, S_{58} nepārsniedz 1. Ir iegūts, ka kopā B ir vismaz 22 izteiksmes.

Analoģiski ar **max7** iegūst:

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 23, ..., 32, 37, 39, maksimālā vērtība izteiksmei S_{61} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 18, 20, 24, 26, 28, 30, 32, 37, 39, maksimālā vērtība izteiksmei S_{60} nepārsniedz 1, arī izpildoties atlikušajiem nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 12, 14, 16, 19, 21, 22, 23, 25, 27, 29, 31, 35, 41, 45, 62, 63, 64 vienlaicīgi, maksimālā vērtība izteiksmei S_{60} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 24, 26, 28, 30, 32, 37, 39, 41, 45 maksimālā vērtība izteiksmei S_{62} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 30, 32, 37, 39, 41, 45, maksimālā vērtība izteiksmei S_{63} nepārsniedz 1, arī izpildoties atlikušajiem nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 12, 14, 16, 18, ..., 29, 31, 35, 64 vienlaicīgi, maksimālā vērtība izteiksmei S_{63} nepārsniedz 1, pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 20, 26, 30, 32, 45, maksimālā vērtība izteiksmei S_{37} nepārsniedz 1, arī izpildoties atlikušajiem nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 12, 14, 16, 18, 19, 21, ..., 29, 31, 35, 39, 41, 64 vienlaicīgi, maksimālā vērtība izteiksmei S_{37} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 28, 30, 32, 64, maksimālā vērtība izteiksmei S_{45} nepārsniedz 1, arī izpildoties atlikušajiem nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 12, 14, 16, 18, 19, ..., 27, 29, 31, 35, 39, 41 vienlaicīgi, maksimālā vērtība izteiksmei S_{45} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 35, 39, 64, maksimālā vērtība izteiksmei S_{32} nepārsniedz 1, arī izpildoties atlikušajiem nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_i > 1$, i = 12, 14, 16, 18, 19, ..., 31, 41 vienlaicīgi, maksimālā vērtība izteiksmei S_{32} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_{30} > 1$ maksimālā vērtība izteiksmei S_{39} nepārsniedz 1,

pie nosacījumiem (7.1), (7.2), (7.3), $S_{41} > 1$ maksimālā vērtība izteiksmei S_{26} nepārsniedz 1.

Tātad no šejienes var secināt, ka kopā B ir jau vismaz 22 + 9 = 31 izteiksmes.

4. Lai konstatētu, ka kopa B satur vēl vismaz vienu izteiksmi, aplūkojam šādu gadījumu:

$$S_i > 1,\ i = 1, ..., 25, 27, 28, 29, 31, 35$$

$$S_{26} > 1 \text{ vai arī } S_{41} > 1$$

Ar **max7** pie nosacījumiem (7.1), (7.2), $S_i > 1$, i = 1, ..., 31, 35 maksimālā vērtība izteiksmei S_{64} nepārsniedz 1. Arī pie nosacījumiem (7.1), (7.2), $S_i > 1$, i = 1, ..., 25, 27, 28, 29, 31, 35, 41 iegūst, ka maksimālā vērtība izteiksmei S_{64} nepārsniedz 1. Tātad kopā B vienmēr ir vismaz 32 izteiksmes, kas arī nozīmē vajadzīgo nevienādību $|B| \geq |A|$, ja n = 7.

11. Kopas *A* elementu skaits telpā R^7

Ir pētīts jautājums arī par kopas A elementu skaitu telpā R^7. Un tāpēc ar „Maple” izveidotu programmu **summas7** meklēti piemēri $\forall k \in N, 0 \le k \le 32 : |A| = k.$ Izrādās, ka tāpat kā telpā R^6, ne visi gadījumi, kuros kopas A elementu skaits nepārsniedz kopas B elementu skaitu, ir iespējami.

|A| = 32. Ir iespējams, ka 32 izteiksmes ir lielākas par 1 un 32 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0.6$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.64 + 0.36 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_{10}, S_{13}, ..., S_{18}, S_{21}, ..., S_{24}, S_{27}, S_{28}, S_{33}, ..., S_{42}\},$$
$$B = \{S_{11}, S_{12}, S_{19}, S_{20}, S_{25}, S_{26}, S_{29}, ..., S_{32}, S_{43}, ..., S_{64}\}$$

|A| = 31. Ir iespējams, ka 31 izteiksmes ir lielākas par 1 un 33 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0.6$, $a_6 = 0.8$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.64 + 0.36 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_4, S_7, ..., S_{14}, S_{27}, ..., S_{36}, S_{39}, S_{40}, S_{43}, ..., S_{46}, S_{55}, ..., S_{58}, S_{63}, S_{64}\},$$
$$B = \{S_3, S_5, S_6, S_{15}, ..., S_{26}, S_{37}, S_{38}, S_{41}, S_{42}, S_{47}, ..., S_{54}, S_{59}, ..., S_{62}\}$$

|A| = 30. Ir iespējams, ka 30 izteiksmes ir lielākas par 1 un 34 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0.9$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0.4$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.01 + 0.01 + 0.81 + 0.01 + 0.16 = 1$$

$$A = \{S_1, S_3, S_4, S_7, S_{11}, S_{14}, S_{15}, S_{17}, S_{19}, S_{24}, S_{29}, S_{31}, S_{34}, S_{36}, S_{38}, S_{40}, S_{41}, S_{43}, S_{45}, S_{46}\} \cup$$
$$\cup \{S_{50}, S_{51}, S_{54}, S_{56}, S_{58}, S_{59}, S_{62}, S_{64}\},$$
$$B = \{S_2, S_5, S_6, S_{12}, S_{13}, S_{16}, S_{18}, S_{20}, ..., S_{23}, S_{25}, ..., S_{28}, S_{30}, S_{32}, S_{33}, S_{35}, S_{37}, S_{39}, S_{42}, S_{44}\} \cup$$
$$\cup \{S_{47}, S_{48}, S_{49}, S_{52}, S_{53}, S_{55}, S_{57}, S_{60}, S_{61}, S_{63}\}$$

|A| = 29. Ir iespējams, ka 29 izteiksmes ir lielākas par 1 un 35 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.1$, $a_2 = 0.1$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0.4$, $a_6 = 0.9$, $a_7 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.01 + 0.01 + 0.16 + 0.81 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_4, S_7, S_8, ..., S_{12}, S_{14}, S_{27}, ..., S_{32}, S_{34}, S_{36}, S_{38}, S_{40}, S_{44}, S_{45}, S_{46}, S_{55}, ..., S_{58}\} \cup$$
$$\cup \{S_{63}, S_{64}\},$$
$$B = \{S_3, S_5, S_6, S_{13}, S_{15}, ..., S_{26}, S_{33}, S_{35}, S_{37}, S_{39}, S_{41}, S_{42}, S_{43}, S_{47}, ..., S_{54}, S_{59}, S_{60}, S_{61}, S_{62}\}$$

|A| = 28. Ir iespējams, ka 28 izteiksmes ir lielākas par 1 un 36 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.4$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.81 + 0.16 + 0.01 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_{10}, S_{13}, ..., S_{18}, S_{21}, ..., S_{24}, S_{27}, S_{28}, S_{35}, ..., S_{38}, S_{41}, S_{42}\},$$
$$B = \{S_{11}, S_{12}, S_{19}, S_{20}, S_{25}, S_{26}, S_{29}, ..., S_{34}, S_{39}, S_{40}, S_{43}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 27. Ir iespējams, ka 27 izteiksmes ir lielākas par 1 un 37 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.1$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0.4$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.81 + 0.01 + 0.01 + 0.16 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_7, ..., S_{12}, S_{15}, ..., S_{20}, S_{27}, ..., S_{32}, S_{41}, ..., S_{44}, S_{51}, S_{52}\},$$
$$B = \{S_4, S_5, S_6, S_{13}, S_{14}, S_{21}, ..., S_{26}, S_{33}, ..., S_{40}, S_{45}, ..., S_{50}, S_{53}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 26. Ir iespējams, ka 26 izteiksmes ir lielākas par 1 un 38 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0.4$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.81 + 0.16 + 0.01 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_5, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, S_{19}, ..., S_{22}, S_{25}, S_{26}, S_{29}, S_{30}, S_{35}, S_{45}, S_{47}, ..., S_{50}, S_{55}\},$$
$$B = \{S_4, S_6, S_9, S_{10}, S_{13}, S_{14}, S_{17}, S_{18}, S_{23}, S_{24}, S_{27}, S_{28}, S_{31}, ..., S_{34}, S_{36}, ..., S_{44}, S_{46}, S_{51}, ..., S_{54}\} \cup$$
$$\cup \{S_{56}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 24. Ir iespējams, ka 24 izteiksmes ir lielākas par 1 un 40 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.4$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0.3$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.16 + 0.09 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_{14}, S_{21}, ..., S_{26}, S_{59}, S_{60}, S_{63}, S_{64}\}, B = \{S_{15}, ..., S_{20}, S_{27}, ..., S_{58}, S_{61}, S_{62}\}$$

|*A*| = 23. Ir iespējams, ka 23 izteiksmes ir lielākas par 1 un 41 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.2$, $a_4 = 0.2$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0.1$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.64 + 0.25 + 0.04 + 0.04 + 0.01 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_{10}, S_{13}, ..., S_{18}, S_{21}, ..., S_{24}, S_{27}, S_{35}, S_{39}\},$$
$$B = \{S_{11}, S_{12}, S_{19}, S_{20}, S_{25}, S_{26}, S_{28}, ..., S_{34}, S_{36}, S_{37}, S_{38}, S_{40}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 22. Ir iespējams, ka 22 izteiksmes ir lielākas par 1 un 42 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.3$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0.2$, $a_5 = 0.2$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.64 + 0.36 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_{18}, S_{23}, S_{24}, S_{27}, S_{28}\}, B = \{S_{19}, ..., S_{22}, S_{25}, S_{26}, S_{29}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 21. Ir iespējams, ka 21 izteiksmes ir lielākas par 1 un 43 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.1$, $a_3 = 0.2$, $a_4 = 0.3$, $a_5 = 0.2$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.81 + 0.01 + 0.04 + 0.09 + 0.04 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_5, S_7, ..., S_{14}, S_{17}, ..., S_{20}, S_{25}, S_{26}, S_{31}, S_{32}\},$$
$$B = \{S_6, S_{15}, S_{16}, S_{21}, ..., S_{24}, S_{27}, ..., S_{30}, S_{33}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 20. Ir iespējams, ka 20 izteiksmes ir lielākas par 1 un 44 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.2$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0.3$, $a_6 = 0.2$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.81 + 0.04 + 0.01 + 0.01 + 0.09 + 0.04 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_5, S_7, ..., S_{12}, S_{15}, ..., S_{18}, S_{27}, ..., S_{32}\},$$
$$B = \{S_4, S_6, S_{13}, S_{14}, S_{17}, ..., S_{26}, S_{33}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 19. Ir iespējams, ka 19 izteiksmes ir lielākas par 1 un 45 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.8$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.3$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0.1$, $a_6 = 0$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.64 + 0.25 + 0.09 + 0.01 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_5, S_7, ..., S_{10}, S_{13}, ..., S_{19}, S_{22}, S_{23}, S_{36}, S_{37}\},$$
$$B = \{S_6, S_{11}, S_{12}, S_{20}, S_{21}, S_{24}, ..., S_{35}, S_{38}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 18. Ir iespējams, ka 18 izteiksmes ir lielākas par 1 un 46 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.6$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.3$, $a_4 = 0.5$, $a_5 = 0.2$, $a_6 = 0.1$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.36 + 0.25 + 0.09 + 0.25 + 0.04 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_{14}, S_{17}, S_{18}, S_{23}, S_{24}\},\ B = \{S_{15}, S_{16}, S_{19}, ..., S_{22}, S_{25}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 17. Ir iespējams, ka 17 izteiksmes ir lielākas par 1 un 47 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.4$, $a_2 = 0.8$, $a_3 = 0.2$, $a_4 = 0.2$, $a_5 = 0.2$, $a_6 = 0.2$, $a_7 = 0.2$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.16 + 0.64 + 0.04 + 0.04 + 0.04 + 0.04 + 0.04 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_6, S_8, ..., S_{11}, S_{13}, S_{14}, S_{15}, S_{17}, S_{18}, S_{20}, S_{64}\},\ B = \{S_7, S_{12}, S_{16}, S_{19}, S_{21}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 16. Ir iespējams, ka 16 izteiksmes ir lielākas par 1 un 48 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.3$, $a_3 = 0.1$, $a_4 = 0.3$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.81 + 0.09 + 0.01 + 0.09 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_6, S_9, S_{10}, S_{13}, S_{14}, S_{17}, S_{18}, S_{23}, S_{24}, S_{39}, S_{40}\},$$
$$B = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, S_{19} ..., S_{22}, S_{25}, S_{38}, S_{41}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 15. Ir iespējams, ka 15 izteiksmes ir lielākas par 1 un 49 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.3$, $a_3 = 0.3$, $a_4 = 0.1$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.81 + 0.09 + 0.09 + 0.01 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_5, S_7, S_8, S_{13}, ..., S_{16}, S_{21}, S_{35}, S_{36}, S_{39}, S_{40}\},$$
$$B = \{S_6, S_9, ..., S_{17}, ..., S_{20}, S_{22}, ..., S_{34}, S_{37}, S_{38}, S_{41}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 14. Ir iespējams, ka 14 izteiksmes ir lielākas par 1 un 50 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.6$, $a_2 = 0.6$, $a_3 = 0.2$, $a_4 = 0.2$, $a_5 = 0.4$, $a_6 = 0.2$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.36 + 0.36 + 0.04 + 0.04 + 0.16 + 0.04 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_5, S_7, ..., S_{10}, S_{15}, ..., S_{18}, S_{27}, S_{28}\},$$
$$B = \{S_4, S_6, S_{11}, ..., S_{14}, S_{19}, ..., S_{26}, S_{29}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 13. Ir iespējams, ka 13 izteiksmes ir lielākas par 1 un 51 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.4$, $a_2 = 0.4$, $a_3 = 0.4$, $a_4 = 0.4$, $a_5 = 0.4$, $a_6 = 0.2$, $a_7 = 0.4$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.04 + 0.16 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_5, S_7, S_9, S_{11}, S_{13}, S_{15}, S_{17}, S_{19}, S_{62}, S_{64}\},$$
$$B = \{S_4, S_6, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{14}, S_{16}, S_{18}, S_{20}, ..., S_{61}, S_{63}\}$$

|*A*| = 12. Ir iespējams, ka 12 izteiksmes ir lielākas par 1 un 52 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.4$, $a_2 = 0.4$, $a_3 = 0.4$, $a_4 = 0.4$, $a_5 = 0.4$, $a_6 = 0.4$, $a_7 = 0.2$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.04 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_3, S_5, S_7, S_9, ..., S_{12}, S_{18}, S_{63}, S_{64}\},\ B = \{S_4, S_6, S_8, S_{13}, ..., S_{17}, S_{19}, ..., S_{62}\}$$

|*A*| = 8. Ir iespējams, ka 8 izteiksmes ir lielākas par 1 un 56 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0.5$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0.5$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.25 = 1$$

$$A = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{23}, S_{24}\},\ B = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{11}, ..., S_{22}, S_{25}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| = 7. Ir iespējams, ka 7 izteiksmes ir lielākas par 1 un 57 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = 0.5$, $a_4 = 0.5$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.25 = 1$$

$$A = \{S_1, ..., S_5, S_{13}, S_{14}\},\ B = \{S_6, ..., S_{12}, S_{15}, ..., S_{64}\}$$

|*A*| ≠ 3. Nav iespējams, ka 3 izteiksmes ir lielākas par 1 un 61 izteiksmes nepārsniedz 1.

Ir zināms, ka trīs lielākās izteiksmes ir S_1, S_2, S_3, bet ceturtā lielākā izteiksme nav viennozīmīgi nosakāma, tā var būt gan S_5, gan S_7. Tātad ir jāapskata divi gadījumi:

aprēķinot minimumu izteiksme S_5 pie nosacījumiem $S_1 > 1$, $S_2 > 1$, $S_3 > 1$, $S_7 \le 1$ ar funkciju **max7,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_5 sasniedz punktā $a = \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0; 0; 0\right]$, kurā pieņem vērtību 2>1,

aprēķinot minimumu izteiksme S_7 pie nosacījumiem $S_1 > 1$, $S_2 > 1$, $S_3 > 1$, $S_5 \le 1$ ar funkciju **max7,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_7 sasniedz punktā $a = \left[\frac{2}{5}; \frac{2}{5}; \frac{2}{5}; \frac{2}{5}; \frac{3}{5}; 0; 0\right]$, kurā pieņem vērtību $\frac{7}{5}$>1.

|*A*| ≠ 2. Nav iespējams, ka 2 izteiksmes ir lielākas par 1 un 62 izteiksmes nepārsniedz 1.

Aprēķinot minimumu trešajai lielākajai izteiksmei S_3 pie nosacījuma, ka divas lielākās izteiksme $S_1 > 1$ un $S_2 > 1$, ar funkciju **max7,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_3 sasniedz, punktā $a = \left[\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{6}};0\right]$, kurā pieņem vērtību $\frac{4}{\sqrt{6}} > 1$.

|*A*| ≠ 1. Nav iespējams, ka 1 izteiksme ir lielāka par 1 un 63 izteiksmes nepārsniedz 1.

Aprēķinot minimumu otrai lielākajai izteiksmei S_2 pie nosacījuma, ka lielākā izteiksme $S_1 > 1$, ar funkciju **max7,** iegūst, ka minimālo vērtību izteiksme S_2 sasniedz, punktā $a = \left[\frac{1}{\sqrt{7}};\frac{1}{\sqrt{7}};\frac{1}{\sqrt{7}};\frac{1}{\sqrt{7}};\frac{1}{\sqrt{7}};\frac{1}{\sqrt{7}};\frac{1}{\sqrt{7}}\right]$, kurā pieņem vērtību $\frac{5}{\sqrt{7}} > 1$.

|*A*| = 0. Ir iespējams, ka 64 izteiksmes nepārsniedz 1.

Piemērs: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 0$, $a_6 = 0$, $a_7 = 0$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 = 1$$

$$A = \varnothing,\ B = \{S_1, ..., S_{64}\}$$

Secinājumi:

Telpā R^7 kopa *A*:

- var būt tukša,
- var sastāvēt no 7, 8, 12, ..., 24, 26, ..., 32 elementiem,
- nevar sastāvēt no 1, 2, 3 elementiem.

Autorei nav zināms, vai kopa *A* var sastāvēt no 4, 5, 6, 9, 10, 11, 25 elementiem.

Secinājumi

Tomaševska problēma ir atrisināta gadījumos $2 \leq n \leq 7$. Ir analizēta kopas A elementu skaita struktūra un iegūti daži negaidīti rezultāti par kopas A elementu skaitu. Piemēram, telpā R^5 nevar būt tāda situācija, ka $|A| = 1$.

Literatūra

[1] Guy R. K, *Monthly* Unsolved Problems, The American Mathematical Monthly, 1991, V. 98, N 10, pp. 973-976.

[2] Cajori F., *A History of Mathematics*, Chelsea Publishing Company, 1991, p. 524.

[3] Боголюбов А. Н., *Математики и механики. Биографический справочник*, Киев, Наукова думка, 1983, 640 с.

[4] http://www.homeoint.org/cazalet/fincke/leastaction.htm

[5] Engelsons J., *Optimizācijas metodes*, Rīga, P. Stučkas Latvijas Valsts universitāte, 1985, 100 lpp.

[6] Raitums U., *Optimizācijas metodes*: *lekciju kurss*, Rīga, Latvijas Universitāte, 2002, 83 lpp.

[7] Галеев Э. М., Тихомиров В. М., *Краткий курс теории экстремальных задач*, Москва, изд. МГУ, 1989, 204 с.

1. pielikums

Georga Eņģeļa risinājums, ja $n = 4$

(8p) №8 G. Eņģels

a) Pieņemsim, ka $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq 0$ (beigās parādīsim, ka šis ierobežojums nav būtisks) un $\sum_1^4 a_i^2 = 1$. Acīmredzot $a_1 \leq 1$. Ja $|(a,\delta)| \leq 1$, teiksim, ka vektors δ der vektoram a.

b) Acīmredzot $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \leq a_1 - a_4 \leq 1$ un arī $|(a_1-a_2)-(a_3-a_4)| \leq 1$. Tāpēc vektori $(1,-1,1,-1)$, $(1-1,-1,1)$, $(-1,1,1,-1)$ un $(-1,1,-1,1)$ der visiem (nenegatīviem) vektoriem a.

c) $(a_1-a_2-a_3-a_4)^2 = \sum_1^4 a_i^2 - 2a_1a_2 - 2a_1a_3 - 2a_1a_4 + 2a_2a_3 + 2a_2a_4 + 2a_3a_4 =$
$= 1 - 2a_2(a_1-a_3) - 2a_3(a_1-a_4) - 2a_4(a_1-a_2) \leq 1$. Tātad
$|a_1-a_2-a_3-a_4| \leq 1$ un vektori $(1,-1,-1,-1)$, $(-1,1,1,1)$ der visiem (nenegatīviem) a.

d) $(a_1 \pm (a_2-a_3-a_4))^2 = a_1^2 \pm 2a_1(a_2-a_3-a_4) + a_2^2+a_3^2+a_4^2 - 2a_2a_3 - 2a_2a_4 + 2a_3a_4 =$
$= 1 \pm 2a_1(a_2-a_3-a_4) - 2a_2a_3 - 2a_4(a_2-a_3)$. No šejienes redzams:
ja $a_2-a_3-a_4 \geq 0$, tad $(a_1-(a_2-a_3-a_4))^2 \leq 1$, bet ja
$a_2-a_3-a_4 < 0$, tad $(a_1+(a_2-a_3-a_4))^2 \leq 1$. Tātad:
ja $a_2-a_3-a_4 \geq 0$, tad der vektori $(1,-1,1,1)$ un $(-1,1,-1,-1)$;
ja $a_2-a_3-a_4 < 0$, tad der vektori $(1,1,-1,-1)$ un $(-1,-1,1,1)$

e) Piemērs $a_1 = a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $a_3 = a_4 = 0$ rāda, ka ne katram a der $(1,1,-1,-1)$.
Piemērs $a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $a_2 = a_3 = a_4 = \frac{1}{\sqrt{6}}$ rāda, ka ne katram a der $(1,-1,1,1)$

f) Ir parādīts, ka katram pozitīvam vektoram der vismaz 8 vektori δ.
Ja dotais vektors nav pozitīvs, tad varam pieņemt, ka $|a_1| \geq |a_2| \geq |a_3| \geq |a_4|$
un derīgos vektorus δ iegūt, piemēroti mainot δ koordinātu zīmes.

2. pielikums. Programmas ar Maple 13

Programma kopas *A* elementu skaita noteikšanai, kad n = 6 (**summas6**).

```
restart;
s[1] := |a1 + a2 + a3 + a4 + a5 + a6|
s[2] := |a1 + a2 + a3 + a4 + a5 - a6 |
s[3] := |a1 + a2 + a3 + a4 - a5 + a6 |
s[4] := |a1 + a2 + a3 - a4 + a5 + a6 |
s[5] := |a1 + a2 - a3 + a4 + a5 + a6 |
s[6] := |a1 - a2 + a3 + a4 + a5 + a6 |
s[7] := |a1 + a2 + a3 + a4 - a5 - a6 |
s[8] := |a1 + a2 + a3 - a4 + a5 - a6 |
s[9] := |a1 + a2 - a3 + a4 + a5 - a6 |
s[10] := |a1 - a2 + a3 + a4 + a5 - a6|
s[11] := |a1 + a2 + a3 - a4 - a5 + a6|
s[12] := |a1 + a2 - a3 + a4 - a5 + a6|
s[13] := |a1 - a2 + a3 + a4 - a5 + a6|
s[14] := |a1 + a2 - a3 - a4 + a5 + a6|
s[15] := |a1 - a2 + a3 - a4 + a5 + a6|
s[16] := |a1 - a2 - a3 + a4 + a5 + a6|
s[17] := |a1 + a2 - a3 - a4 - a5 - a6|
s[18] := |a1 + a2 + a3 - a4 - a5 - a6|
s[19] := |a1 + a2 - a3 - a4 - a5 + a6|
s[20] := |a1 + a2 - a3 + a4 - a5 - a6|
s[21] := |a1 + a2 - a3 - a4 + a5 - a6|
s[22] := |a1 - a2 - a3 - a4 + a5 + a6|
s[23] := |a1 - a2 + a3 + a4 - a5 - a6|
s[24] := |a1 - a2 + a3 - a4 + a5 - a6|
s[25] := |a1 - a2 + a3 - a4 - a5 + a6|
s[26] := |a1 - a2 - a3 + a4 + a5 - a6|
s[27] := |a1 - a2 - a3 + a4 - a5 + a6|
s[28] := |a1 - a2 + a3 - a4 - a5 - a6|
s[29] := |a1 - a2 - a3 + a4 - a5 - a6|
s[30] := |a1 - a2 - a3 - a4 + a5 - a6|
s[31] := |a1 - a2 - a3 - a4 - a5 + a6|
s[32] := |a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6|
for a6 from 0 by 0.1 to 1 do
    for a5 from 0 by 0.1 to 1 do
        for a4 from 0 by 0.1 to 1 do
            for a3 from 0 by 0.1 to 1 do
                for a2 from 0 by 0.1 to 1 do
                    for a1 from 0 by 0.1 to 1 do
o := 0;
if (a1^2  + a2^2  + a3^2  + a4^2  + a5^2  + a6^2 )  = 1 then
for  i from 1 to 32 do if (s[i] <= 1) then o := o + 1 fi; od;
if o = 32 then # Cipars pie o norāda to izteiksmju skaitu, kuras nepārsniedz 1.
print(a1, a2, a3, a4, a5, a6);
print('s[1]'=s[1],'s[2]'= s[2],'s[3]'= s[3],'s[4]'= s[4],'s[5]'= s[5],'s[6]'= s[6],'s[7]'= s[7],
's[8]'=s[8],'s[9]'= s[9],'s[10]'=s[10],'s[11]'= s[11],'s[12]'= s[12],'s[13]'= s[13], 's[14]'=s[14],
```

```
's[15]'=s[15],'s[16]'= s[16],'s[17]'= s[17],'s[18]'= s[18],'s[19]'= s[19],'s[20]'= s[20],'s[21]'=
s[21],'s[22]'= s[22],'s[23]'= s[23],'s[24]'= s[24],'s[25]'= s[25],'s[26]'= s[26], 's[27]'=s[27],
's[28]'=s[28],'s[29]'= s[29],'s[30]'= s[30], 's[31]'=s[31],'s[32]'= s[32]);
fi; fi; od; od; od; od; od; od; od;
```

Programma izdrukā skaitļus a_j, j = 1,..., 6 un atbilstošās izteiksmju vērtības S_i, i = 1,..., 32

0, 0, 0, 0, 0, 1.0

$s_1 = 1.0, s_2 = 1.0, s_3 = 1.0, s_4 = 1.0, s_5 = 1.0, s_6 = 1.0, s_7 = 1.0, s_8 = 1.0, s_9 = 1.0, s_{10} = 1.0, s_{11} = 1.0,$
$s_{12} = 1.0, s_{13} = 1.0, s_{14} = 1.0, s_{15} = 1.0, s_{16} = 1.0, s_{17} = 1.0, s_{18} = 1.0, s_{19} = 1.0, s_{20} = 1.0, s_{21} = 1.0,$
$s_{22} = 1.0, s_{23} = 1.0, s_{24} = 1.0, s_{25} = 1.0, s_{26} = 1.0, s_{27} = 1.0, s_{28} = 1.0, s_{29} = 1.0, s_{30} = 1.0, s_{31} = 1.0,$
$s_{32} = 1.0$

0, 0, 0, 0, 1.0, 0

$s_1 = 1.0, s_2 = 1.0, s_3 = 1.0, s_4 = 1.0, s_5 = 1.0, s_6 = 1.0, s_7 = 1.0, s_8 = 1.0, s_9 = 1.0, s_{10} = 1.0, s_{11} = 1.0,$
$s_{12} = 1.0, s_{13} = 1.0, s_{14} = 1.0, s_{15} = 1.0, s_{16} = 1.0, s_{17} = 1.0, s_{18} = 1.0, s_{19} = 1.0, s_{20} = 1.0, s_{21} = 1.0,$
$s_{22} = 1.0, s_{23} = 1.0, s_{24} = 1.0, s_{25} = 1.0, s_{26} = 1.0, s_{27} = 1.0, s_{28} = 1.0, s_{29} = 1.0, s_{30} = 1.0, s_{31} = 1.0,$
$s_{32} = 1.0$

0, 0, 0, 1.0, 0, 0

$s_1 = 1.0, s_2 = 1.0, s_3 = 1.0, s_4 = 1.0, s_5 = 1.0, s_6 = 1.0, s_7 = 1.0, s_8 = 1.0, s_9 = 1.0, s_{10} = 1.0, s_{11} = 1.0,$
$s_{12} = 1.0, s_{13} = 1.0, s_{14} = 1.0, s_{15} = 1.0, s_{16} = 1.0, s_{17} = 1.0, s_{18} = 1.0, s_{19} = 1.0, s_{20} = 1.0, s_{21} = 1.0,$
$s_{22} = 1.0, s_{23} = 1.0, s_{24} = 1.0, s_{25} = 1.0, s_{26} = 1.0, s_{27} = 1.0, s_{28} = 1.0, s_{29} = 1.0, s_{30} = 1.0, s_{31} = 1.0,$
$s_{32} = 1.0$

0, 0, 1.0, 0, 0, 0

$s_1 = 1.0, s_2 = 1.0, s_3 = 1.0, s_4 = 1.0, s_5 = 1.0, s_6 = 1.0, s_7 = 1.0, s_8 = 1.0, s_9 = 1.0, s_{10} = 1.0, s_{11} = 1.0,$
$s_{12} = 1.0, s_{13} = 1.0, s_{14} = 1.0, s_{15} = 1.0, s_{16} = 1.0, s_{17} = 1.0, s_{18} = 1.0, s_{19} = 1.0, s_{20} = 1.0, s_{21} = 1.0,$
$s_{22} = 1.0, s_{23} = 1.0, s_{24} = 1.0, s_{25} = 1.0, s_{26} = 1.0, s_{27} = 1.0, s_{28} = 1.0, s_{29} = 1.0, s_{30} = 1.0, s_{31} = 1.0,$
$s_{32} = 1.0$

0, 1.0, 0, 0, 0, 0

$s_1 = 1.0, s_2 = 1.0, s_3 = 1.0, s_4 = 1.0, s_5 = 1.0, s_6 = 1.0, s_7 = 1.0, s_8 = 1.0, s_9 = 1.0, s_{10} = 1.0, s_{11} = 1.0,$
$s_{12} = 1.0, s_{13} = 1.0, s_{14} = 1.0, s_{15} = 1.0, s_{16} = 1.0, s_{17} = 1.0, s_{18} = 1.0, s_{19} = 1.0, s_{20} = 1.0, s_{21} = 1.0,$
$s_{22} = 1.0, s_{23} = 1.0, s_{24} = 1.0, s_{25} = 1.0, s_{26} = 1.0, s_{27} = 1.0, s_{28} = 1.0, s_{29} = 1.0, s_{30} = 1.0, s_{31} = 1.0,$
$s_{32} = 1.0$

1.0, 0, 0, 0, 0, 0

$s_1 = 1.0, s_2 = 1.0, s_3 = 1.0, s_4 = 1.0, s_5 = 1.0, s_6 = 1.0, s_7 = 1.0, s_8 = 1.0, s_9 = 1.0, s_{10} = 1.0, s_{11} = 1.0,$
$s_{12} = 1.0, s_{13} = 1.0, s_{14} = 1.0, s_{15} = 1.0, s_{16} = 1.0, s_{17} = 1.0, s_{18} = 1.0, s_{19} = 1.0, s_{20} = 1.0, s_{21} = 1.0,$
$s_{22} = 1.0, s_{23} = 1.0, s_{24} = 1.0, s_{25} = 1.0, s_{26} = 1.0, s_{27} = 1.0, s_{28} = 1.0, s_{29} = 1.0, s_{30} = 1.0, s_{31} = 1.0,$
$s_{32} = 1.0$

Analoģiska programma n = 7 gadījumā (**summas7**)

restart;

```
s[1] := |a1 + a2 + a3 + a4 + a5 + a6 + a7|
s[2] := |a1 + a2 + a3 + a4 + a5 + a6 - a7|
s[3] := |a1 + a2 + a3 + a4 + a5 - a6 + a7|
s[4] := |a1 + a2 + a3 + a4 - a5 - a6 - a7|
s[5] := |a1 + a2 + a3 + a4 - a5 + a6 + a7|
s[6] := |a1 + a2 - a3 + a4 - a5 + a6 - a7|
s[7] := |a1 + a2 + a3 - a4 + a5 + a6 + a7|
s[8] := |a1 + a2 + a3 - a4 + a5 + a6 - a7|
s[9] := |a1 + a2 - a3 + a4 + a5 + a6 + a7|
s[10] := |a1 + a2 - a3 + a4 + a5 + a6 - a7|
s[11] := |a1 - a2 + a3 + a4 + a5 + a6 + a7|
s[12] := |a1 - a2 + a3 + a4 + a5 + a6 - a7|
s[13] := |a1 + a2 + a3 + a4 - a5 - a6 + a7|
s[14] := |a1 + a2 + a3 + a4 - a5 - a6 - a7|
s[15] := |a1 + a2 + a3 - a4 + a5 - a6 + a7|
s[16] := |a1 + a2 + a3 - a4 + a5 - a6 - a7|
s[17] := |a1 + a2 - a3 + a4 + a5 - a6 + a7|
s[18] := |a1 + a2 - a3 + a4 + a5 - a6 - a7|
s[19] := |a1 - a2 + a3 + a4 + a5 - a6 + a7|
s[20] := |a1 - a2 + a3 + a4 + a5 - a6 - a7|
s[21] := |a1 + a2 + a3 - a4 - a5 + a6 + a7|
s[22] := |a1 + a2 + a3 - a4 - a5 + a6 - a7|
s[23] := |a1 + a2 - a3 + a4 - a5 + a6 + a7|
s[24] := |a1 + a2 - a3 + a4 - a5 + a6 - a7|
s[25] := |a1 - a2 + a3 + a4 - a5 + a6 + a7|
s[26] := |a1 - a2 + a3 + a4 - a5 + a6 - a7|
s[27] := |a1 + a2 - a3 - a4 + a5 + a6 + a7|
s[28] := |a1 + a2 - a3 - a4 + a5 + a6 - a7|
s[29] := |a1 - a2 + a3 - a4 + a5 + a6 + a7|
s[30] := |a1 - a2 + a3 - a4 + a5 + a6 - a7|
s[31] := |a1 - a2 - a3 + a4 + a5 + a6 + a7|
s[32] := |a1 - a2 - a3 + a4 + a5 + a6 - a7|
s[33] := |a1 + a2 - a3 - a4 - a5 - a6 + a7|
s[34] := |a1 + a2 - a3 - a4 - a5 - a6 - a7|
s[35] := |a1 + a2 + a3 - a4 - a5 - a6 + a7|
s[36] := |a1 + a2 + a3 - a4 - a5 - a6 - a7|
s[37] := |a1 + a2 - a3 - a4 - a5 + a6 + a7|
s[38] := |a1 + a2 - a3 - a4 - a5 + a6 - a7|
s[39] := |a1 + a2 - a3 + a4 - a5 - a6 + a7|
s[40] := |a1 + a2 - a3 + a4 - a5 - a6 - a7|
s[41] := |a1 + a2 - a3 - a4 + a5 - a6 + a7|
s[42] := |a1 + a2 - a3 - a4 + a5 - a6 - a7|
s[43] := |a1 - a2 - a3 - a4 + a5 + a6 + a7|
s[44] := |a1 - a2 - a3 - a4 + a5 + a6 - a7|
s[45] := |a1 - a2 + a3 + a4 - a5 - a6 + a7|
s[46] := |a1 - a2 + a3 + a4 - a5 - a6 - a7|
s[47] := |a1 - a2 + a3 - a4 + a5 - a6 + a7|
s[48] := |a1 - a2 + a3 - a4 + a5 - a6 - a7|
s[49] := |a1 - a2 + a3 - a4 - a5 + a6 + a7|
```

```
s[50] := |a1 - a2 + a3 - a4 - a5 + a6 - a7|
s[51] := |a1 - a2 - a3 + a4 + a5 - a6 + a7|
s[52] := |a1 - a2 - a3 + a4 + a5 - a6 - a7|
s[53] := |a1 - a2 - a3 + a4 - a5 + a6 + a7|
s[54] := |a1 - a2 - a3 + a4 - a5 + a6 - a7|
s[55] := |a1 - a2 + a3 - a4 - a5 - a6 + a7|
s[56] := |a1 - a2 + a3 - a4 - a5 - a6 - a7|
s[57] := |a1 - a2 - a3 + a4 - a5 - a6 + a7|
s[58] := |a1 - a2 - a3 + a4 - a5 - a6 - a7|
s[59] := |a1 - a2 - a3 - a4 + a5 - a6 + a7|
s[60] := |a1 - a2 - a3 - a4 + a5 - a6 - a7|
s[61] := |a1 - a2 - a3 - a4 - a5 + a6 + a7|
s[62] := |a1 - a2 - a3 - a4 - a5 + a6 - a7|
s[63] := |a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6 + a7|
s[64] := |a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6 - a7|
for a7 from 0 by 0.1 to 1 do
        for a6 from 0 by 0.1 to 1 do
                for a5 from 0 by 0.1 to 1 do
                        for a4 from 0 by 0.1 to 1 do
                                for a3 from 0 by 0.1 to 1 do
                                        for a2 from 0 by 0.1 to 1 do
                                                for a1 from 0 by 0.1 to 1 do

o := 0;
if a1^2  + a2^2  + a3^2  + a4^2  + a5^2  + a6^2  + a7^2  = 1 then
for  i from 1 to 64 do if (s[i] <= 1) then o := o + 1 fi; od;
if o = 58 then
print(a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7);
print(s[1], s[2], s[3], s[4], s[5], s[6], s[7], s[8], s[9], s[10], s[11], s[12], s[13], s[14], s[15],
s[16], s[17], s[18], s[19], s[20], s[21], s[22], s[23], s[24], s[25], s[26], s[27], s[28], s[29],
s[30], s[31], s[32], s[33], s[34], s[35], s[36], s[37], s[38], s[39], s[40], s[41],
s[42], s[43], s[44], s[45], s[46], s[47], s[48], s[49], s[50], s[51], s[52], s[53], s[54], s[55],
s[56], s[57], s[58], s[59], s[60], s[61], s[62], s[63], s[64]);
fi; fi; od; od; od; od; od; od; od;
```

3. pielikums. Programmas ar Matlab 7

Funkcija **max6: - aprēķina funkcijas maksimālo/minimālo vērtību**

```
function max6
format rat  – rezultātu izdod racionālos skaitļos
format compact  – rezultātu izdod kompaktā formā
a0=[0 0 0 0 0 0];  - prognozējamais maksimuma punkts
options=optimset('Algorithm','sqp');  – risināšanas algoritms

A=[-1 -1 -1 -1 -1 -1; %S1 – nosacījums S1 ≥ 1
   -1 -1 -1 -1 -1 1;  %S2 – nosacījums S2 ≥ 1
   -1 -1 -1 -1 1 -1;  %S3 – nosacījums S3 ≥ 1
   -1 -1 -1 1 -1 -1;  %S4 – nosacījums S4 ≥ 1
   -1 -1 1 -1 -1 -1;  %S5 – nosacījums S5 ≥ 1
   -1 1 -1 -1 -1 -1;  %S6 – nosacījums S6 ≥ 1
   -1 -1 -1 -1 1 1;   %S7 – nosacījums S7 ≥ 1
   -1 -1 -1 1 -1 1;   %S8 – nosacījums S8 ≥ 1
   -1 -1 1 -1 -1 1;   %S9 – nosacījums S9 ≥ 1
   -1 1 -1 -1 -1 1;   %S10 – nosacījums S10 ≥ 1
   -1 -1 -1 1 1 -1;   %S11 – nosacījums S11 ≥ 1
   -1 -1 1 -1 1 -1;   %S12 – nosacījums S12 ≥ 1
%-1 1 -1 -1 1 -1; %S13 – nosacījums S13 ≥ 1
%-1 -1 1 1 -1 -1; %S14 – nosacījums S14 ≥ 1
%-1 1 -1 1 -1 -1; %S15 – nosacījums S15 ≥ 1
%-1 1 -1 -1 1 1;  %S23 – nosacījums S23 ≥ 1
  -1 1 0 0 0 0; – nosacījums a1 ≥ a2
  0 -1 1 0 0 0; – nosacījums a2 ≥ a3
  0 0 -1 1 0 0; – nosacījums a3 ≥ a4
  0 0 0 -1 1 0; – nosacījums a4 ≥ a5
  0 0 0 0 -1 1]; – nosacījums a5 ≥ a6
b=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;0;0;0;0;0];
lb=zeros(6,1); – apakšējā robeža
ub=ones(6,1);– augšējā robeža
[a,Smax] = fmincon(@funkcija,a0,A,b,[],[],lb,ub,@nelin,options);
```

(`fmincon` –funkcija, kas aprēķina minimumu, bet dotajam uzdevumam maksimumu)

```
a- izdrukā maksimuma punktu
Smax=(-1*Smax) - izdrukā maksimālo vērtību
a1=(a(1));a2=(a(2));a3=(a(3));a4=(a(4));a5=(a(5));a6=(a(6));
s1=(a1+a2+a3+a4+a5+a6)
s2=(a1+a2+a3+a4+a5-a6)
s3=(a1+a2+a3+a4-a5+a6)
s4=(a1+a2+a3-a4+a5+a6)
s5=(a1+a2-a3+a4+a5+a6)
s6=(a1-a2+a3+a4+a5+a6)
```

```
s7=(a1+a2+a3+a4-a5-a6)
s8=(a1+a2+a3-a4+a5-a6)
s9=(a1+a2-a3+a4+a5-a6)
s10=(a1-a2+a3+a4+a5-a6)
s11=(a1+a2+a3-a4-a5+a6)
s12=(a1+a2-a3+a4-a5+a6)
s13=(a1-a2+a3+a4-a5+a6)
s14=(a1+a2-a3-a4+a5+a6)
s15=(a1-a2+a3-a4+a5+a6)
s16=abs(a1-a2-a3+a4+a5+a6)
s18=(a1+a2+a3-a4-a5-a6)
s20=(a1+a2-a3+a4-a5-a6)
s21=(a1+a2-a3-a4+a5-a6)
s23=(a1-a2+a3+a4-a5-a6)
s32=abs(a1-a2-a3-a4-a5-a6)
```
tiek izdrukātas izteiksmju vērtības

Funkcija **funkcija**:

```
function f = funkcija(a)
format rat
```
rezultātu izdod racionālos skaitļos

```
f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)); %S32
```
izteiksme, kurai tiek meklēts minimums

```
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)); %S31
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)); %S30
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)); %S29
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)); %S28
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)+a(6)); %S27
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)-a(6)); %S26
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)+a(6)); %S25
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)+a(5)-a(6)); %S24
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)-a(5)-a(6)); %S23
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)+a(6)); %S22
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)); %S21
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)); %S20
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)); %S19
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)); %S18
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)); %S17
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6)); %S16
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6)); %S15
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)+a(5)+a(6)); %S14
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)-a(5)+a(6)); %S13
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)-a(5)+a(6)); %S12
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)-a(5)+a(6));%S11
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)+a(5)-a(6));%S10
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)+a(5)-a(6));%S9
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)-a(6));%S8
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)-a(5)-a(6));%S7
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)+a(5)+a(6));%S6
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6));%S5
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6));%S4
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)-a(5)+a(6));%S3
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)+a(5)-a(6));%S2
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)+a(5)+a(6));%S1
```

Funkcija **nelin:**

Uzdevuma nelineārie nosacījumi

```
function [c,ceq]=nelin(a)
```

`ceq=1*a(1).^2+1*a(2).^2+1*a(3).^2+1*a(4).^2+1*a(5).^2+1*a(6).^2-1;` nelineārie nosacījumi vienādību formā(nosacījums (6.1))

`c=0;` nelineārie nosacījumi nevienādību formā (c = 0 – šādi nosacījumi neeksistē)

`%c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6))+1;` nosacījums $S_{16} \geq 1$

Funkcija **lielaks6:**

`function lielaks6`

`format compact` rezultātu izdod kompaktā formā

`syms a1 a2 a3 a4 a5 a6` mainīgie

`s(1)=expand((a1+a2+a3+a4+a5+a6)^2);` S_1^2
`s(2)=expand((a1+a2+a3+a4+a5-a6)^2);` S_2^2
`s(3)=expand((a1+a2+a3+a4-a5+a6)^2);` S_3^2
`s(4)=expand((a1+a2+a3-a4+a5+a6)^2);` S_4^2
`s(5)=expand((a1+a2-a3+a4+a5+a6)^2);` S_5^2
`s(6)=expand((a1-a2+a3+a4+a5+a6)^2);` S_6^2
`s(7)=expand((a1+a2+a3+a4-a5-a6)^2);` S_7^2
`s(8)=expand((a1+a2+a3-a4+a5-a6)^2);` S_8^2
`s(9)=expand((a1+a2-a3+a4+a5-a6)^2);` S_9^2
`s(10)=expand((a1-a2+a3+a4+a5-a6)^2);` S_{10}^2
`s(11)=expand((a1+a2+a3-a4-a5+a6)^2);` S_{11}^2
`s(12)=expand((a1+a2-a3+a4-a5+a6)^2);` S_{12}^2
`s(13)=expand((a1-a2+a3+a4-a5+a6)^2);` S_{13}^2
`s(14)=expand((a1+a2-a3-a4+a5+a6)^2);` S_{14}^2
`s(15)=expand((a1-a2+a3-a4+a5+a6)^2);` S_{15}^2
`s(16)=expand((a1-a2-a3+a4+a5+a6)^2);` S_{16}^2
`s(17)=expand((a1+a2-a3-a4-a5-a6)^2);` S_{17}^2
`s(18)=expand((a1+a2+a3-a4-a5-a6)^2);` S_{18}^2
`s(19)=expand((a1+a2-a3-a4-a5+a6)^2);` S_{19}^2
`s(20)=expand((a1+a2-a3+a4-a5-a6)^2);` S_{20}^2
`s(21)=expand((a1+a2-a3-a4+a5-a6)^2);` S_{21}^2
`s(22)=expand((a1-a2-a3-a4+a5+a6)^2);` S_{22}^2
`s(23)=expand((a1-a2+a3+a4-a5-a6)^2);` S_{23}^2
`s(24)=expand((a1-a2+a3-a4+a5-a6)^2);` S_{24}^2
`s(25)=expand((a1-a2+a3-a4-a5+a6)^2);` S_{25}^2
`s(26)=expand((a1-a2-a3+a4+a5-a6)^2);` S_{26}^2
`s(27)=expand((a1-a2-a3+a4-a5+a6)^2);` S_{27}^2
`s(28)=expand((a1-a2+a3-a4-a5-a6)^2);` S_{28}^2
`s(29)=expand((a1-a2-a3+a4-a5-a6)^2);` S_{29}^2
`s(30)=expand((a1-a2-a3-a4+a5-a6)^2);` S_{30}^2
`s(31)=expand((a1-a2-a3-a4-a5+a6)^2);` S_{31}^2
`s(32)=expand((a1-a2-a3-a4-a5-a6)^2);` S_{32}^2

```
for i=1:31
    for j=i+1:32
   disp(i),disp(j),disp((s(i)-s(j))/4) -
```

aprēķina izteiksmju kvadrātu starpību un dala ar 4, kas neietekmē rezultātu, bet padara to vieglāk pārskatāmu.

```
    end
end
```

Funkcija **lielaks6** izdod šādu rezultātu:

1	2	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
1	3	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6
1	4	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 + a4*a6
1	5	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 + a3*a6
1	6	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a2*a6
1	7	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
1	8	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
1	9	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
1	10	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
1	11	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
1	12	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
1	13	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6
1	14	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
1	15	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 + a4*a6
1	16	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6
1	17	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6
1	18	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6
1	19	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
1	20	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 + a4*a6
1	21	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6
1	23	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
1	31	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
1	32	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6

2	3	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
2	4	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
2	5	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a4*a6 - a5*a6
2	6	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
2	7	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
2	8	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 - a4*a6
2	9	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 - a3*a6
2	10	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a2*a6
2	11	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6
2	12	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a4*a5 - a4*a6
2	13	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
2	14	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
2	15	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
2	16	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 - a5*a6
2	17	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
2	18	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 - a5*a6
2	19	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6
2	20	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
2	21	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
2	23	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
2	31	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6
2	32	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6

3	4	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
3	5	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 - a5*a6
3	6	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6
3	7	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
3	8	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6
3	9	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 + a4*a6
3	10	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
3	11	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a4*a5 + a4*a6
3	12	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a3*a5 + a3*a6
3	13	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 + a2*a6
3	14	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
3	15	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
3	16	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 - a5*a6
3	17	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6
3	18	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 - a5*a6
3	19	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
3	20	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
3	21	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a2*a6
3	23	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
3	31	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
3	32	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6

4	5	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
4	6	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 - a4*a6
4	7	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6
4	8	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 + a5*a6
4	9	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 + a5*a6
4	10	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
4	11	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 - a4*a5 + a5*a6

4	12	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a6 - a4*a6 + a5*a6
4	13	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a6 + a5*a6
4	14	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 + a3*a5 + a3*a6
4	15	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a2*a6
4	16	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
4	17	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 - a4*a6
4	18	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
4	19	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
4	20	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6
4	21	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a6 + a5*a6
4	23	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 + a3*a5 + a3*a6
4	31	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
4	32	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a4*a5 - a4*a6
5	6	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6
5	7	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 + a4*a6
5	8	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 + a5*a6
5	9	a1*a6 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
5	10	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
5	11	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
5	12	a1*a5 + a2*a5 - a3*a5 + a4*a5 + a5*a6
5	13	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
5	14	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 + a4*a5 + a4*a6
5	15	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
5	16	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a2*a6
5	17	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6
5	18	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6
5	19	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
5	20	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
5	21	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
5	23	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a4*a5 + a4*a6
5	31	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
5	32	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 - a3*a6
6	7	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
6	8	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
6	9	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
6	10	a1*a6 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
6	11	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
6	12	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
6	13	a1*a5 - a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6
6	14	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
6	15	a1*a4 - a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 + a4*a6
6	16	a1*a3 - a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 + a3*a6
6	17	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6
6	18	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a3*a4 + a3*a5 + a3*a6
6	19	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
6	20	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a4*a5 + a4*a6
6	21	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6
6	23	a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
6	31	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
6	32	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6
7	8	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 - a4*a6 + a5*a6
7	9	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
7	10	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6
7	11	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
7	12	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a6 + a5*a6
7	13	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6
7	14	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a2*a6
7	15	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 - a3*a5 - a3*a6
7	16	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a4*a5 - a4*a6
7	17	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
7	18	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a4*a5 - a4*a6
7	19	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6
7	20	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a3*a5 - a3*a6
7	21	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6
7	23	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a2*a6
7	31	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6
7	32	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
8	9	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
8	10	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a4*a5 + a4*a6
8	11	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
8	12	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6
8	13	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 + a3*a5 - a3*a6
8	14	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
8	15	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
8	16	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6

8	17	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a6 - a4*a5 - a5*a6
8	18	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6
8	19	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a4*a5 + a4*a6
8	20	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
8	21	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 + a3*a5 - a3*a6
8	23	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
8	31	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a4*a5 + a4*a6
8	32	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 - a5*a6

9	10	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6
9	11	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6
9	12	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
9	13	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 + a4*a5 - a4*a6
9	14	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
9	15	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
9	16	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
9	17	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 - a4*a6 - a5*a6
9	18	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
9	19	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6
9	20	a1*a5 + a2*a5 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
9	21	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 + a4*a5 - a4*a6
9	23	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
9	31	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 + a3*a6
9	32	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a6 - a5*a6

10	11	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 + a3*a5 - a3*a6
10	12	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a4*a5 - a4*a6
10	13	a1*a5 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
10	14	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
10	15	a1*a4 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
10	16	a1*a3 - a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a6 - a5*a6
10	17	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 + a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
10	18	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a6 - a5*a6
10	19	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6
10	20	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
10	21	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
10	23	a1*a5 - a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
10	31	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a6
10	32	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6

11	12	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
11	13	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 - a4*a6
11	14	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
11	15	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
11	16	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a5 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
11	17	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a6 - a5*a6
11	18	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
11	19	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 - a3*a5 + a3*a6
11	20	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
11	21	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 - a4*a6
11	23	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
11	31	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6
11	32	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 - a4*a6 - a5*a6

12	13	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6
12	14	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
12	15	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
12	16	a1*a2 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6
12	17	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 - a5*a6
12	18	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6
12	19	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 - a4*a5 + a4*a6
12	20	a1*a6 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
12	21	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6
12	23	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
12	31	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 + a4*a6
12	32	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a6 - a4*a5 - a5*a6

13	14	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
13	15	a1*a4 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
13	16	a1*a3 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 - a5*a6
13	17	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6
13	18	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 - a5*a6
13	19	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
13	20	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 - a5*a6
13	21	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a6
13	23	a1*a6 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
13	31	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
13	32	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6

14	15	a1*a2 - a1*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6
14	16	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 - a4*a6
14	17	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
14	18	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 - a4*a6
14	19	a1*a5 + a2*a5 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6
14	20	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6
14	21	a1*a6 + a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6
14	23	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6
14	31	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6
14	32	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
15	16	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
15	17	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a4*a5 - a4*a6
15	18	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
15	19	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
15	20	a1*a3 - a1*a2 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6
15	21	a1*a3 - a1*a2 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 + a5*a6
15	23	a1*a5 - a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6
15	31	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
15	32	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a4*a5 - a4*a6
16	17	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 - a3*a6
16	18	a1*a4 - a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a1*a6
16	19	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
16	20	a2*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
16	21	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
16	23	a2*a3 - a1*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a4*a5 + a4*a6
16	31	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
16	32	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6
17	18	a3*a4 - a2*a3 - a1*a3 + a3*a5 + a3*a6
17	19	a3*a6 - a2*a6 - a1*a6 + a4*a6 + a5*a6
17	20	a3*a4 - a2*a4 - a1*a4 + a4*a5 + a4*a6
17	21	a3*a5 - a2*a5 - a1*a5 + a4*a5 + a5*a6
17	23	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
17	31	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6
17	32	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a2*a6
18	19	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
18	20	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6
18	21	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 + a5*a6
18	23	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a4*a5 + a4*a6
18	31	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a5*a6
18	32	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6
19	20	a1*a6 - a2*a4 - a1*a4 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a5*a6
19	21	a1*a6 - a1*a5 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6
19	23	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6
19	31	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a2*a5 + a2*a6
19	32	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6
20	21	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 + a5*a6
20	23	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6
20	31	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a5*a6
20	32	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a4*a5 - a4*a6
21	23	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6
21	31	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6
21	32	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6
23	31	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6
23	32	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6
31	32	a1*a6 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6

Analoģiskas funkcijas $n = 7$ gadījumā:

Funkcija **max7:**

```
function max7
a0=[0 0 0 0 0 0 0];
options = optimset('Algorithm','sqp');
A=[-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1; %S1
   -1 -1 -1 -1 -1 -1 1;  %S2
   -1 -1 -1 -1 -1 1 -1;  %S3
   -1 -1 -1 -1 -1 1 1;   %S4
   -1 -1 -1 -1 1 -1 -1;  %S5
   -1 -1 -1 -1 1 -1 1;   %S6
   -1 -1 -1 1 -1 -1 -1;  %S7
   -1 -1 -1 1 -1 -1 1; %S8
   -1 -1 1 -1 -1 -1 -1; %S9
   -1 -1 1 -1 -1 -1 1;%S10
   -1 1 -1 -1 -1 -1 -1;%S11
   -1 -1 -1 -1 1 1 -1;%S13
   -1 -1 -1 1 -1 1 -1;%S15
   -1 -1 1 -1 -1 1 -1;%S17
%-1 1 -1 -1 -1 -1 1;%S12
%-1 -1 -1 -1 1 1 1; %S14
%-1 -1 -1 1 -1 1 1; %S16
%-1 -1 1 -1 -1 1 1; %S18
%-1 1 -1 -1 -1 1 -1; %S19
%-1 1 -1 -1 -1 1 1; %S20
%-1 -1 -1 1 1 -1 -1; %S21
%-1 -1 -1 1 1 -1 1; %S22
%-1 -1 1 -1 1 -1 -1; %S23
%-1 -1 1 -1 1 -1 1; %S24
%-1 1 -1 -1 1 -1 -1; %S25
%-1 1 -1 -1 1 -1 1; %S26
%-1 -1 1 1 -1 -1 -1; %S27
%-1 -1 1 1 -1 -1 1; %S28
%-1 1 -1 1 -1 -1 -1; %S29
%-1 1 -1 1 -1 -1 1; %S30
%-1 -1 -1 1 1 1 -1; %S35
%-1 -1 1 -1 1 1 -1; %S39
%-1 -1 1 1 -1 1 -1; %S41
%-1 1 -1 -1 1 1 -1; %S45

   -1 1 0 0 0 0 0;
   0 -1 1 0 0 0 0;
   0 0 -1 1 0 0 0;
   0 0 0 -1 1 0 0;
   0 0 0 0 -1 1 0;
   0 0 0 0 0 -1 1];
b=[-1;-1; -1; -1; -1; -1; -1; -1; -1; -1; -1; -1; -1; -1;0; 0; 0; 0; 0; 0];
lb=zeros(7,1);ub=[1;1;1;1;1;1;1];
[a,Smax] = fmincon(@funkcija,a0,A,b,[],[],lb,ub,@nelin,options);
a
Smax=(-1*Smax)
a1=(a(1));a2=(a(2));a3=(a(3));a4=(a(4));a5=(a(5));a6=(a(6));a7=(a(7));
S31=abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6)+a(7))
S32=abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6)-a(7))
S34=abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7))
S37=abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7))
S56=abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7))
S58=abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)-a(7))
S60=abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)-a(7))
S61=abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7))
S62=abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)-a(7))
```

```
S63=abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)+a(7))
S64=abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7))


function [c,ceq]=nelin(a)
ceq=1*a(1).^2+1*a(2).^2+1*a(3).^2+1*a(4).^2+1*a(5).^2+1*a(6).^2+1*a(7).^2-
1;

%c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6)+a(7))+1;%S31
%c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6)-a(7))+1;%S32
  %c=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7))+1;%S34
  %c=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7))+1;%S37
  %c=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7))+1;%S56
  %c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)-a(7))+1;%S58
  %c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)-a(7))+1;%S60
  %c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7))+1;%S61
  %c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)-a(7))+1;%S62
  %c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)+a(7))+1;%S63
%c=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7))+1;%S64
c=0;

function f = funkcija(a)
format rat
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S1
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S2
    f=abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S3
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S4
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S5
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S6
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S7
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S8
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S9
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S10
    %f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S11
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S12
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S13
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)+a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S14
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S15
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S16
    %f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S17
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S18
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S19
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S20
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S21
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S22
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S23
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S24
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S25
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S26
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S27
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S28
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S29
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S30
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S31
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S32
    %f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S33
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S34
%f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S35
    %f=-abs(a(1)+a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S36
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S37
    %f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S38
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S39
    %f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S40
%f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S41
```

```
    %f=-abs(a(1)+a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S42
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)+a(6)+a(7));%S43
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)+a(6)-a(7));%S44
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S45
    %f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)+a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S46
    %f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S47
    %f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S48
    %f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S49
    %f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S50
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S51
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S52
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S53
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S54
    %f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S55
%f=-abs(a(1)-a(2)+a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S56
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S57
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)+a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S58
    %f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)+a(7));%S59
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)+a(5)-a(6)-a(7));%S60
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)+a(7));%S61
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)+a(6)-a(7));%S62
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)+a(7));%S63
%f=-abs(a(1)-a(2)-a(3)-a(4)-a(5)-a(6)-a(7));%S64
```

Funkcija **lielaks7:**

```
function lielaks7
format compact
syms a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7
a=expand(a1^2+a2^2+a3^2+a4^2+a5^2+a6^2+a7^2);
S(1)=expand((a1+a2+a3+a4+a5+a6+a7)^2);%S1
S(2)=expand((a1+a2+a3+a4+a5+a6-a7)^2);%S2
S(3)=expand((a1+a2+a3+a4+a5-a6+a7)^2);%S3
S(4)=expand((a1+a2+a3+a4+a5-a6-a7)^2);%S4
S(5)=expand((a1+a2+a3+a4-a5+a6+a7)^2);%S5
S(6)=expand((a1+a2+a3+a4-a5+a6-a7)^2);%S6
S(7)=expand((a1+a2+a3-a4+a5+a6+a7)^2);%S7
S(8)=expand((a1+a2+a3-a4+a5+a6-a7)^2);%S8
S(9)=expand((a1+a2-a3+a4+a5+a6+a7)^2);%S9
S(10)=expand((a1+a2-a3+a4+a5+a6-a7)^2);%S10
S(11)=expand((a1-a2+a3+a4+a5+a6+a7)^2);%S11
S(12)=expand((a1-a2+a3+a4+a5+a6-a7)^2);%S12
S(13)=expand((a1+a2+a3+a4-a5-a6+a7)^2);%S13
S(14)=expand((a1+a2+a3+a4-a5-a6-a7)^2);%S14
S(15)=expand((a1+a2+a3-a4+a5-a6+a7)^2);%S15
S(16)=expand((a1+a2+a3-a4+a5-a6-a7)^2);%S16
S(17)=expand((a1+a2-a3+a4+a5-a6+a7)^2);%S17
S(18)=expand((a1+a2-a3+a4+a5-a6-a7)^2);%S18
S(19)=expand((a1-a2+a3+a4+a5-a6+a7)^2);%S19
S(20)=expand((a1-a2+a3+a4+a5-a6-a7)^2);%S20
S(21)=expand((a1+a2+a3-a4-a5+a6+a7)^2);%S21
S(22)=expand((a1+a2+a3-a4-a5+a6-a7)^2);%S22
S(23)=expand((a1+a2-a3+a4-a5+a6+a7)^2);%S23
S(24)=expand((a1+a2-a3+a4-a5+a6-a7)^2);%S24
S(25)=expand((a1-a2+a3+a4-a5+a6+a7)^2);%S25
S(26)=expand((a1-a2+a3+a4-a5+a6-a7)^2);%S26
S(27)=expand((a1+a2-a3-a4+a5+a6+a7)^2);%S27
S(28)=expand((a1+a2-a3-a4+a5+a6-a7)^2);%S28
S(29)=expand((a1-a2+a3-a4+a5+a6+a7)^2);%S29
S(30)=expand((a1-a2+a3-a4+a5+a6-a7)^2);%S30
S(31)=expand((a1-a2-a3+a4+a5+a6+a7)^2);%S31
```

```
S(32)=expand((a1-a2-a3+a4+a5+a6-a7)^2);%S32
S(33)=expand((a1+a2-a3-a4-a5-a6+a7)^2);%S33
S(34)=expand((a1+a2-a3-a4-a5-a6-a7)^2);%S34
S(35)=expand((a1+a2+a3-a4-a5-a6+a7)^2);%S35
S(36)=expand((a1+a2+a3-a4-a5-a6-a7)^2);%S36
S(37)=expand((a1+a2-a3-a4-a5+a6+a7)^2);%S37
S(38)=expand((a1+a2-a3-a4-a5+a6-a7)^2);%S38
S(39)=expand((a1+a2-a3+a4-a5-a6+a7)^2);%S39
S(40)=expand((a1+a2-a3+a4-a5-a6-a7)^2);%S40
S(41)=expand((a1+a2-a3-a4+a5-a6+a7)^2);%S41
S(42)=expand((a1+a2-a3-a4+a5-a6-a7)^2);%S42
S(43)=expand((a1-a2-a3-a4+a5+a6+a7)^2);%S43
S(44)=expand((a1-a2-a3-a4+a5+a6-a7)^2);%S44
S(45)=expand((a1-a2+a3+a4-a5-a6+a7)^2);%S45
S(46)=expand((a1-a2+a3+a4-a5-a6-a7)^2);%S46
S(47)=expand((a1-a2+a3-a4+a5-a6+a7)^2);%S47
S(48)=expand((a1-a2+a3-a4+a5-a6-a7)^2);%S48
S(49)=expand((a1-a2+a3-a4-a5+a6+a7)^2);%S49
S(50)=expand((a1-a2+a3-a4-a5+a6-a7)^2);%S50
S(51)=expand((a1-a2-a3+a4+a5-a6+a7)^2);%S51
S(52)=expand((a1-a2-a3+a4+a5-a6-a7)^2);%S52
S(53)=expand((a1-a2-a3+a4-a5+a6+a7)^2);%S53
S(54)=expand((a1-a2-a3+a4-a5+a6-a7)^2);%S54
S(55)=expand((a1-a2+a3-a4-a5-a6+a7)^2);%S55
S(56)=expand((a1-a2+a3-a4-a5-a6-a7)^2);%S56
S(57)=expand((a1-a2-a3+a4-a5-a6+a7)^2);%S57
S(58)=expand((a1-a2-a3+a4-a5-a6-a7)^2);%S58
S(59)=expand((a1-a2-a3-a4+a5-a6+a7)^2);%S59
S(60)=expand((a1-a2-a3-a4+a5-a6-a7)^2);%S60
S(61)=expand((a1-a2-a3-a4-a5+a6+a7)^2);%S61
S(62)=expand((a1-a2-a3-a4-a5+a6-a7)^2);%S62
S(63)=expand((a1-a2-a3-a4-a5-a6+a7)^2);%S63
S(64)=expand((a1-a2-a3-a4-a5-a6-a7)^2);%S64
for i=5:5
   for j=i+1:64
   disp(i),disp(j),disp((S(i)-S(j))/4)
   end
end
```

1	2	a1*a7 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
1	3	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
1	4	a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	5	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
1	6	a1*a5 + a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
1	7	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
1	8	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
1	9	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 + a3*a6 + a3*a7
1	10	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
1	11	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a2*a6 + a2*a7
1	12	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
1	13	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
1	14	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
1	15	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
1	16	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	17	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
1	18	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	19	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
1	20	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	21	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	22	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
1	23	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	24	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
1	25	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
1	26	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
1	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
1	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
1	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
1	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
1	31	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7

1	32	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
1	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7
1	35	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
1	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	39	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
1	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
1	45	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
1	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 + a3*a7
1	58	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
1	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
1	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
1	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
1	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
1	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 + a1*a7
2	3	a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
2	4	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
2	5	a1*a5 + a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
2	6	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
2	7	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
2	8	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
2	9	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
2	10	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a3*a7
2	11	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
2	12	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a2*a6 - a2*a7
2	13	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
2	14	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
2	15	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
2	16	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
2	17	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
2	18	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
2	19	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
2	20	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
2	21	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
2	22	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
2	23	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
2	24	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
2	25	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
2	26	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
2	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
2	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
2	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
2	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
2	31	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
2	32	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
2	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
2	35	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
2	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
2	39	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
2	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
2	45	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
2	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
2	58	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
2	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
2	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
2	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
2	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 - a1*a7
2	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
3	4	a1*a7 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
3	5	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
3	6	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
3	7	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
3	8	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	9	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
3	10	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	11	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
3	12	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	13	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
3	14	a1*a5 + a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
3	15	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
3	16	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
3	17	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 - a3*a6 + a3*a7
3	18	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
3	19	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a2*a6 + a2*a7
3	20	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
3	21	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
3	22	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
3	23	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7

3	24	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 + a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
3	25	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
3	26	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
3	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
3	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
3	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
3	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	31	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
3	32	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
3	35	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
3	39	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
3	45	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
3	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
3	58	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
3	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
3	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
3	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6 + a1*a7
3	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
3	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7

4	5	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
4	6	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
4	7	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	8	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
4	9	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	10	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
4	11	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	12	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
4	13	a1*a5 + a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
4	14	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
4	15	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
4	16	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
4	17	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
4	18	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
4	19	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
4	20	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a2*a6 - a2*a7
4	21	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7
4	22	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
4	23	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
4	24	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
4	25	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
4	26	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
4	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
4	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
4	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
4	31	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	32	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
4	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	35	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
4	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7
4	39	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
4	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
4	45	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
4	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	58	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
4	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
4	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6 - a1*a7
4	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
4	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
4	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7

5	6	a1*a7 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
5	7	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	8	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
5	9	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	10	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
5	11	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
5	12	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
5	13	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
5	14	a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	15	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
5	16	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7
5	17	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
5	18	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
5	19	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7

5	20	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
5	21	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
5	22	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
5	23	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a3*a5 + a3*a6 + a3*a7
5	24	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
5	25	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 + a2*a6 + a2*a7
5	26	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
5	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
5	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
5	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
5	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
5	35	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
5	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
5	39	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
5	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
5	45	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
5	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	58	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
5	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a6 + a1*a7
5	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
5	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
5	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
5	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
6	7	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
6	8	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	9	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
6	10	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	11	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
6	12	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
6	13	a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	14	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
6	15	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
6	16	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
6	17	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
6	18	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
6	19	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
6	20	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
6	21	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
6	22	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
6	23	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
6	24	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a3*a5 + a3*a6 - a3*a7
6	25	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
6	26	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 + a2*a6 - a2*a7
6	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
6	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
6	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
6	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
6	35	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
6	39	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7
6	45	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
6	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
6	58	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
6	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
6	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
6	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
6	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
6	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
7	8	a1*a7 + a2*a7 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
7	9	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
7	10	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
7	11	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
7	12	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
7	13	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
7	14	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7
7	15	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
7	16	a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
7	17	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
7	18	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
7	19	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7

7	20	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
7	21	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 - a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
7	22	a1*a5 + a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
7	23	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
7	24	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
7	25	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
7	26	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
7	27	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 + a3*a5 + a3*a6 + a3*a7
7	28	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
7	29	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a2*a6 + a2*a7
7	30	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
7	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
7	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
7	34	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
7	35	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
7	37	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
7	39	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
7	41	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
7	45	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
7	56	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
7	58	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 + a1*a7
7	60	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
7	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
7	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
7	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
7	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
8	9	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
8	10	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
8	11	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
8	12	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
8	13	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
8	14	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
8	15	a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
8	16	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
8	17	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
8	18	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
8	19	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
8	20	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
8	21	a1*a5 + a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
8	22	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 - a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
8	23	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
8	24	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
8	25	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
8	26	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
8	27	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
8	28	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a3*a7
8	29	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
8	30	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a2*a6 - a2*a7
8	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
8	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
8	34	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
8	35	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
8	37	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
8	39	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7
8	41	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
8	45	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 - a3*a7
8	56	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
8	58	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a7 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
8	60	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
8	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
8	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
8	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
8	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
9	10	a1*a7 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
9	11	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a3*a7
9	12	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
9	13	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
9	14	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
9	15	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
9	16	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
9	17	a1*a6 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
9	18	a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
9	19	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
9	20	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
9	21	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
9	22	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
9	23	a1*a5 + a2*a5 - a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7

9	24	a1*a5 + a2*a5 + a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
9	25	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
9	26	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
9	27	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
9	28	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
9	29	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
9	30	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
9	31	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a2*a6 + a2*a7
9	32	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
9	34	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a3*a7
9	35	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
9	37	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
9	39	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
9	41	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
9	45	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
9	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 + a1*a7
9	58	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
9	60	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
9	61	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
9	62	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
9	63	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
9	64	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 - a3*a7

10	11	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
10	12	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
10	13	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
10	14	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
10	15	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
10	16	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
10	17	a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
10	18	a1*a6 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
10	19	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
10	20	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
10	21	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
10	22	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
10	23	a1*a5 + a2*a5 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
10	24	a1*a5 + a2*a5 - a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
10	25	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
10	26	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
10	27	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
10	28	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
10	29	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
10	30	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
10	31	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
10	32	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 + a2*a5 + a2*a6 - a2*a7
10	34	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
10	35	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7
10	37	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
10	39	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
10	41	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
10	45	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
10	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a7 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
10	58	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
10	60	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
10	61	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
10	62	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
10	63	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 + a3*a7
10	64	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7

11	12	a1*a7 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
11	13	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
11	14	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
11	15	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
11	16	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
11	17	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
11	18	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
11	19	a1*a6 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
11	20	a1*a6 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
11	21	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
11	22	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
11	23	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
11	24	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
11	25	a1*a5 - a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
11	26	a1*a5 - a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
11	27	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
11	28	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
11	29	a1*a4 - a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
11	30	a1*a4 - a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
11	31	a1*a3 - a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 + a3*a6 + a3*a7

11	32	a1*a3 - a2*a3 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
11	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 + a1*a7
11	35	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
11	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
11	39	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
11	41	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
11	45	a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
11	56	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7
11	58	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
11	60	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
11	61	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
11	62	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
11	63	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
11	64	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7

12	13	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
12	14	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
12	15	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
12	16	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
12	17	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
12	18	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
12	19	a1*a6 - a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
12	20	a1*a6 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
12	21	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
12	22	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
12	23	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
12	24	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 - a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
12	25	a1*a5 - a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
12	26	a1*a5 - a2*a5 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
12	27	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
12	28	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
12	29	a1*a4 - a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
12	30	a1*a4 - a2*a4 + a3*a4 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
12	31	a1*a3 - a2*a3 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
12	32	a1*a3 - a2*a3 + a3*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a3*a7
12	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
12	35	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 - a3*a7
12	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
12	39	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
12	41	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 + a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
12	45	a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
12	56	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
12	58	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
12	60	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a6 + a3*a5 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
12	61	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
12	62	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
12	63	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a2*a7
12	64	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7

13	14	a1*a7 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
13	15	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
13	16	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
13	17	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
13	18	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
13	19	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
13	20	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
13	21	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
13	22	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
13	23	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
13	24	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
13	25	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
13	26	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
13	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
13	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a2*a7
13	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
13	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 + a3*a7
13	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
13	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
13	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
13	35	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
13	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
13	39	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a3*a5 - a3*a6 + a3*a7
13	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
13	45	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a2*a6 + a2*a7
13	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
13	58	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
13	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
13	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
13	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6 - a5*a7

13	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
13	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7

14	15	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
14	16	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
14	17	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
14	18	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
14	19	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
14	20	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
14	21	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
14	22	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
14	23	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
14	24	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
14	25	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
14	26	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
14	27	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7
14	28	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
14	29	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
14	30	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
14	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
14	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
14	34	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
14	35	a1*a4 + a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
14	37	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
14	39	a1*a3 + a2*a3 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
14	41	a1*a3 + a1*a4 + a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
14	45	a1*a2 + a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
14	56	a1*a2 + a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
14	58	a1*a2 + a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7
14	60	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
14	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
14	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
14	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
14	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7

15	16	a1*a7 + a2*a7 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
15	17	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
15	18	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
15	19	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
15	20	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
15	21	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
15	22	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
15	23	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
15	24	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a2*a7
15	25	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
15	26	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 + a3*a7
15	27	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
15	28	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
15	29	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
15	30	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
15	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
15	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
15	34	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
15	35	a1*a5 + a2*a5 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
15	37	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
15	39	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 - a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
15	41	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 + a3*a5 - a3*a6 + a3*a7
15	45	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
15	56	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
15	58	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
15	60	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
15	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
15	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
15	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 - a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
15	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7

16	17	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
16	18	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
16	19	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
16	20	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
16	21	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
16	22	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
16	23	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7
16	24	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
16	25	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
16	26	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
16	27	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
16	28	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
16	29	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7

16	30	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
16	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
16	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
16	34	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
16	35	a1*a5 + a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
16	37	a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
16	39	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
16	41	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
16	45	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
16	56	a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
16	58	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
16	60	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7
16	61	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 - a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
16	62	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
16	63	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
16	64	a1*a2 + a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
17	18	a1*a7 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
17	19	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
17	20	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
17	21	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
17	22	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a2*a7
17	23	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
17	24	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
17	25	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
17	26	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 + a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
17	27	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
17	28	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
17	29	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
17	30	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
17	31	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
17	32	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 + a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
17	34	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
17	35	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 + a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
17	37	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
17	39	a1*a5 + a2*a5 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
17	41	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 + a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
17	45	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 - a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
17	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
17	58	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
17	60	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
17	61	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
17	62	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a3*a6 - a3*a7
17	63	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
17	64	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
18	19	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
18	20	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7
18	21	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7
18	22	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
18	23	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
18	24	a1*a5 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
18	25	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
18	26	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
18	27	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
18	28	a1*a4 + a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
18	29	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
18	30	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
18	31	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a1*a7 + a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
18	32	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
18	34	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
18	35	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
18	37	a1*a4 + a1*a5 + a2*a4 - a1*a6 + a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7
18	39	a1*a5 + a2*a5 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
18	41	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
18	45	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
18	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
18	58	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
18	60	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
18	61	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 + a3*a6 + a3*a7
18	62	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
18	63	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
18	64	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
19	20	a1*a7 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
19	21	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
19	22	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 + a3*a7
19	23	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
19	24	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a4*a5 - a4*a6 + a4*a7

19	25	a1*a5 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
19	26	a1*a5 - a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
19	27	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
19	28	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
19	29	a1*a4 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
19	30	a1*a4 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
19	31	a1*a3 - a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
19	32	a1*a3 - a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
19	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
19	35	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
19	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
19	39	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
19	41	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
19	56	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
19	58	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
19	60	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
19	61	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
19	62	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a2*a7
19	63	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
19	64	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7

20	21	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
20	22	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a1*a6 + a3*a4 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
20	23	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
20	24	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
20	25	a1*a5 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
20	26	a1*a5 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
20	27	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
20	28	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
20	29	a1*a4 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
20	30	a1*a4 - a2*a4 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
20	31	a1*a3 - a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
20	32	a1*a3 - a2*a3 - a1*a6 + a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
20	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 + a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
20	35	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
20	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a5 - a1*a6 - a1*a7
20	39	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
20	41	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
20	45	a1*a5 - a2*a5 - a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
20	56	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
20	58	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a5 + a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
20	60	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
20	61	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a2*a7
20	62	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
20	63	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
20	64	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7

21	22	a1*a7 + a2*a7 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
21	23	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
21	24	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
21	25	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 + a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
21	26	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
21	27	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
21	28	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
21	29	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
21	30	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
21	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a5 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
21	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a5 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
21	34	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
21	35	a1*a6 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
21	37	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 - a3*a5 + a3*a6 + a3*a7
21	39	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
21	41	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
21	45	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
21	56	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 + a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
21	58	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a3*a5 + a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
21	60	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 + a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
21	61	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 + a3*a7
21	62	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
21	63	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
21	64	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
22	23	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
22	24	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
22	25	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
22	26	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
22	27	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
22	28	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
22	29	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
22	30	a1*a2 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7

22	31	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a5 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
22	32	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a1*a5 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
22	34	a1*a3 + a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
22	35	a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
22	37	a1*a3 + a2*a3 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
22	39	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
22	41	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
22	45	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
22	56	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
22	58	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
22	60	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
22	61	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
22	62	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
22	63	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
22	64	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7

23	24	a1*a7 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
23	25	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a3*a7
23	26	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
23	27	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
23	28	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
23	29	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 + a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
23	30	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
23	31	a1*a2 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
23	32	a1*a2 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
23	34	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
23	35	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
23	37	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 - a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
23	39	a1*a6 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
23	41	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
23	45	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
23	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 + a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
23	58	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
23	60	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
23	61	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
23	62	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
23	63	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
23	64	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7

24	25	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
24	26	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
24	27	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
24	28	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
24	29	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
24	30	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a1*a5 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
24	31	a1*a2 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
24	32	a1*a2 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a4 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
24	34	a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
24	35	a1*a4 - a1*a3 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
24	37	a1*a4 + a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
24	39	a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
24	41	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
24	45	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
24	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
24	58	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
24	60	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
24	61	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
24	62	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
24	63	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
24	64	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7

25	26	a1*a7 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
25	27	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
25	28	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
25	29	a1*a4 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
25	30	a1*a4 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
25	31	a1*a3 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
25	32	a1*a3 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
25	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
25	35	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
25	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
25	39	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
25	41	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a6 - a2*a7 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
25	45	a1*a6 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
25	56	a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
25	58	a1*a3 - a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
25	60	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7
25	61	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
25	62	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7

25	63	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
25	64	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
26	27	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
26	28	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 - a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
26	29	a1*a4 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
26	30	a1*a4 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
26	31	a1*a3 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
26	32	a1*a3 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a5 + a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
26	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
26	35	a1*a4 - a1*a2 - a2*a3 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 + a5*a7
26	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 + a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
26	39	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
26	40	a1*a3 - a1*a2 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
26	41	a1*a3 - a1*a2 + a1*a4 - a1*a5 + a1*a6 - a1*a7
26	45	a1*a6 - a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
26	56	a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
26	58	a1*a3 - a2*a3 + a1*a6 + a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
26	60	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
26	61	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
26	62	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
26	63	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
26	64	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
27	28	a1*a7 + a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
27	29	a1*a2 - a1*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a3*a7
27	30	a1*a2 - a1*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
27	31	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
27	32	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
27	34	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
27	35	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
27	37	a1*a5 + a2*a5 - a3*a5 - a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
27	39	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
27	41	a1*a6 + a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
27	45	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 + a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
27	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
27	58	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
27	60	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a1*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
27	61	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
27	62	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
27	63	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
27	64	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
28	29	a1*a2 - a1*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
28	30	a1*a2 - a1*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
28	31	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
28	32	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a5 + a3*a4 + a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
28	34	a1*a5 + a1*a6 + a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
28	35	a1*a5 - a2*a3 - a1*a3 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
28	37	a1*a5 + a2*a5 - a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
28	39	a1*a5 - a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 + a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
28	41	a1*a6 - a1*a7 + a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
28	45	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 - a1*a7
28	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a3*a4 - a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
28	58	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 + a3*a4 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
28	60	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 + a2*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
28	61	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
28	62	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
28	63	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
28	64	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
29	30	a1*a7 - a2*a7 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
29	31	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
29	32	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
29	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
29	35	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 + a2*a4 + a1*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
29	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
29	39	a1*a3 - a1*a2 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a7 + a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
29	41	a1*a3 - a1*a2 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
29	45	a1*a5 - a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
29	56	a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
29	58	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7
29	60	a1*a3 - a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
29	61	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
29	62	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
29	63	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
29	64	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
30	31	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a4 - a1*a7 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7

30	32	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a4 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
30	34	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a2*a7 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
30	35	a1*a5 - a2*a3 - a1*a2 + a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
30	37	a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
30	39	a1*a3 - a1*a2 - a1*a4 + a1*a5 + a1*a6 - a1*a7
30	41	a1*a3 - a1*a2 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a3*a5 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
30	45	a1*a5 - a1*a4 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
30	56	a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
30	58	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
30	60	a1*a3 - a2*a3 + a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
30	61	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
30	62	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
30	63	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
30	64	a1*a3 - a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7

31	32	a1*a7 - a2*a7 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
31	34	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
31	35	a1*a4 - a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a7 - a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
31	37	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
31	39	a2*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
31	41	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
31	45	a2*a3 - a1*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
31	56	a1*a4 - a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7
31	58	a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
31	60	a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
31	61	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
31	62	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
31	63	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
31	64	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7

32	34	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
32	35	a1*a4 - a1*a3 - a1*a2 + a1*a5 + a1*a6 - a1*a7
32	37	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
32	39	a2*a3 - a1*a2 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a1*a7 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
32	41	a1*a4 - a1*a2 + a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
32	45	a2*a3 - a1*a3 + a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
32	56	a1*a4 - a1*a3 + a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
32	58	a1*a5 + a1*a6 - a2*a5 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
32	60	a1*a4 - a2*a4 + a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
32	61	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
32	62	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
32	63	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
32	64	a1*a4 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7

34	35	a3*a4 - a2*a3 - a1*a3 - a1*a7 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
34	37	a3*a6 - a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 - a1*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
34	39	a3*a4 - a2*a4 - a1*a4 - a1*a7 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
34	41	a3*a5 - a2*a5 - a1*a7 - a1*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
34	45	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
34	56	a1*a2 - a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a3*a7
34	58	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 + a3*a4 - a2*a6 - a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 + a4*a7
34	60	a1*a2 - a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 - a2*a6 + a3*a5 - a2*a7 + a4*a5 + a5*a6 + a5*a7
34	61	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a3*a6 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
34	62	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a2*a7 + a3*a6 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
34	63	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a1*a7 - a2*a6 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
34	64	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a2*a6 - a2*a7

35	37	a1*a3 + a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
35	39	a1*a3 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
35	41	a1*a3 + a2*a3 - a1*a5 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
35	45	a1*a2 - a1*a4 + a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a2*a7 + a4*a5 + a4*a6 - a4*a7
35	56	a1*a2 + a2*a3 - a2*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
35	58	a1*a2 + a1*a3 - a1*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
35	60	a1*a2 + a1*a3 - a1*a5 - a2*a4 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
35	61	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
35	62	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 + a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
35	63	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a3*a7
35	64	a1*a2 + a1*a3 - a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7

37	39	a1*a6 - a2*a4 - a1*a4 + a3*a4 + a2*a6 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
37	41	a1*a6 - a1*a5 - a2*a5 + a2*a6 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
37	45	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a5 + a2*a7 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
37	56	a1*a2 - a1*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 + a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
37	58	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a1*a6 - a2*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a5*a6 - a5*a7
37	60	a1*a2 - a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a1*a6 + a1*a7 + a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7
37	61	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a2*a5 + a2*a6 + a2*a7
37	62	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 - a2*a5 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
37	63	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
37	64	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a6 - a2*a5 + a1*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7

39	41	a1*a4 - a1*a5 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 - a5*a7
39	45	a1*a2 - a1*a3 + a2*a4 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a3*a7
39	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
39	58	a1*a2 - a2*a3 + a2*a4 - a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a7 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
39	60	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a5 - a3*a7 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
39	61	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
39	62	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a6 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 - a5*a7
39	63	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 - a2*a6 + a2*a7 - a4*a5 - a4*a6 + a4*a7
39	64	a1*a2 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a5 - a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
41	45	a1*a2 - a1*a3 - a1*a4 + a1*a5 - a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
41	56	a1*a2 - a1*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
41	58	a1*a2 - a1*a4 - a2*a3 + a1*a5 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
41	60	a1*a2 - a2*a3 - a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a7 - a4*a7 + a5*a7 - a6*a7
41	61	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 + a5*a7 - a6*a7
41	62	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a1*a6 + a1*a7 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 - a4*a7
41	63	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 - a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 - a5*a6 + a5*a7
41	64	a1*a2 - a2*a3 + a1*a5 - a2*a4 + a1*a7 - a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a6 - a6*a7
45	56	a1*a4 - a2*a4 + a3*a4 + a1*a7 - a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
45	58	a1*a3 - a2*a3 + a3*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 - a5*a7 - a6*a7
45	60	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 + a1*a7 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a6 + a5*a6 - a6*a7
45	61	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a2*a6 - a3*a5 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 + a5*a6 - a6*a7
45	62	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a1*a6 + a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 - a2*a7 - a4*a5 + a5*a6 - a5*a7
45	63	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 - a3*a5 - a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7
45	64	a1*a3 + a1*a4 - a2*a3 - a2*a4 + a1*a7 - a3*a5 - a2*a7 - a3*a6 - a4*a5 - a4*a6 - a5*a7 - a6*a7
56	58	a1*a3 - a1*a4 - a2*a3 + a2*a4 - a3*a5 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
56	60	a1*a3 - a2*a3 - a1*a5 + a2*a5 - a3*a4 - a3*a6 + a4*a5 - a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
56	61	a1*a3 - a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a4*a6 + a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
56	62	a1*a3 - a2*a3 - a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 - a3*a5 - a3*a7 + a4*a6 + a5*a6 + a6*a7
56	63	a1*a3 - a2*a3 - a3*a4 - a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 - a3*a6 + a4*a7 + a5*a7 + a6*a7
56	64	a1*a3 - a2*a3 - a3*a4 - a3*a5 - a3*a6 - a3*a7
58	60	a1*a4 - a1*a5 - a2*a4 + a2*a5 - a3*a4 + a3*a5 - a4*a6 - a4*a7 + a5*a6 + a5*a7
58	61	a1*a4 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a6 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a5*a6 + a5*a7
58	62	a1*a4 - a2*a4 - a1*a6 - a3*a4 + a2*a6 + a3*a6 - a4*a5 - a4*a7 + a5*a6 + a6*a7
58	63	a1*a4 - a2*a4 - a3*a4 - a1*a7 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 - a4*a6 + a5*a7 + a6*a7
58	64	a1*a4 - a2*a4 - a3*a4 - a4*a5 - a4*a6 - a4*a7
60	61	a1*a5 - a1*a6 - a2*a5 - a1*a7 + a2*a6 - a3*a5 + a2*a7 + a3*a6 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a6 + a4*a7
60	62	a1*a5 - a1*a6 - a2*a5 + a2*a6 - a3*a5 + a3*a6 - a4*a5 + a4*a6 - a5*a7 + a6*a7
60	63	a1*a5 - a2*a5 - a1*a7 - a3*a5 + a2*a7 - a4*a5 + a3*a7 + a4*a7 - a5*a6 + a6*a7
60	64	a1*a5 - a2*a5 - a3*a5 - a4*a5 - a5*a6 - a5*a7
61	62	a1*a7 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 + a6*a7
61	63	a1*a6 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 + a6*a7
61	64	a1*a6 + a1*a7 - a2*a6 - a2*a7 - a3*a6 - a3*a7 - a4*a6 - a4*a7 - a5*a6 - a5*a7
62	63	a1*a6 - a1*a7 - a2*a6 + a2*a7 - a3*a6 + a3*a7 - a4*a6 + a4*a7 - a5*a6 + a5*a7
62	64	a1*a6 - a2*a6 - a3*a6 - a4*a6 - a5*a6 - a6*a7
63	64	a1*a7 - a2*a7 - a3*a7 - a4*a7 - a5*a7 - a6*a7

Maģistra darbs „Tomaševska problēma” izstrādāts LU Fizikas un matemātikas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autors: Kristīne Danemane

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs: Asoc. prof., Andrejs Cibulis

Recenzents: Asoc. prof. Jānis Buls

Darbs iesniegts Matemātikas nodaļā 07.06.2010.

Metodiķe: ______________________

Darbs aizstāvēts maģistra gala pārbaudījuma komisijas sēdē

10.06.2010. prot. Nr.__, vērtējums__ (__________)

Komisijas sekretāre: __________________