



**LATVIJAS UNIVERSITĀTES
ZINĀTNISKIE RAKSTI**

ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

586

ASTRONOMY

MOTION OF CELESTIAL BODIES

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

ЛАТВИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

АСТРОНОМИЯ 19
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Научные труды

Том 586

Латвийский университет

Рига 1993

UNIVERSITY OF LATVIA
ASTRONOMICAL OBSERVATORY

ASTRONOMY 19
MOTION OF CELESTIAL BODIES

Scientific papers

Vol. 586

University of Latvia

Riga 1993

PI-75
586

1

BVK 22.6

ASTRONOMIJA 19

Debess ķermeņu kustības analīze: zinātniskie raksti/

Atb.red. L.Lauceniēks. - Rīga: LU, 1993. - 586. sēj. - 119 lpp.

Scientific papers published here deal with investigation of motion of Solar system objects, with reduction procedures of astrometric observations of those objects and with control and automation of observations of celestial bodies.

В статьях научных трудов представлены методы исследования движения и обработки результатов наблюдений тел Солнечной системы, а также способы управления и автоматизации процессов наблюдения небесных тел.

REDAKCIJAS KOLEĢIJA:

L.Lauceniēks (atb. red.), M.Diriķis, E.Mūkins



**LATVIJAS
UNIVERSITĀTE,
1993**

L U ZINĀTNISKĀ
BIBLIOTĒKA
93-15470

В.В.Батраков, Э.Р.Мирзахмудов
(ИТА РАН, АН АН Узб.)

О ВЫЧИСЛЕНИИ ПОЛОЖЕНИЙ АСТЕРОИДА МЕТОДОМ ЭНКЕ С
ОПОРНЫМИ ОРБИТАМИ, ИМЕЮЩИМИ КАСАНИЕ
ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКОВ

В статьях [1,2] были предложены достаточно простые промежуточные орбиты, обладающие свойством касания второго или третьего порядка к возмущенной траектории малого небесного тела в начальный момент времени. Движение по таким орбитам определяется как невозмущенное в поле тяготения фиктивного центра, масса и координаты последнего являются началом координат. Фиктивный центр неподвижен в случае орбит с касанием второго порядка и движется прямолинейно и равномерно в случае касания третьего порядка.

Нашей задачей является сравнение эффективности методов Энке с различными опорными орбитами: а) невозмущенным эллипсом, удовлетворяющим условию оскуляции в начальный момент (классическая опорная орбита метода Энке), б) промежуточной орбитой с касанием второго порядка, в) промежуточной орбитой с касанием третьего порядка.

Введем следующие обозначения: \vec{r} , \vec{r}^* — векторы положения небесного тела на возмущенной траектории и на промежуточной орбите, $\vec{A} = \vec{r} - \vec{r}^*$ — вектор положения фиктивного центра, $\vec{\rho}$ — вектор положения тела на промежуточной орбите относительно фиктивного центра. Соответствующие буквы без черточек — модули векторов, m , m^* — массы Солнца и фиктивного центра. Тогда можно написать:

$$\vec{r} = \vec{r}^* + \vec{A} = \vec{R} + \vec{\rho} + \vec{A},$$

где \vec{R} определяется начальными условиями движения тела [1,2],
 $\vec{\rho}$ — уравнениями невозмущенного движения,

$$\dot{\bar{\rho}} + k^2 m \bar{\rho}^{-3} = 0,$$

при начальных условиях $\bar{\rho}_0 = \bar{x}_0 - \bar{R}_0$, $\dot{\bar{\rho}}_0 = \dot{\bar{x}}_0 - \dot{\bar{R}}_0$,

а $\bar{\Delta}$ - уравнением

$$\dot{\bar{\Delta}} = \bar{F} - \frac{k^2 m}{r^3} \left\{ \bar{\Delta} + \bar{R} - \bar{\rho} \left[\frac{m^* - m r^3}{m r^3} + Q \frac{2\bar{\rho} \cdot (\bar{R} + \bar{\Delta}) + (\bar{R} + \bar{\Delta})^2}{\rho^3} \right] \right\}, \quad (1)$$

где \bar{F} - возмущающее ускорение тела,

$Q = (r^2/\rho^2 + r/\rho + 1)/(r/\rho + 1)$. Последнее представляет собой уравнение метода Энке с промежуточной орбитой в качестве спорной. Если в нем предположить $m^* = m$, $\bar{R} = 0$, получаем уравнение метода Энке с опорной орбитой, использованной в [3]; в ней фиктивный центр совпадает с Солнцем, а его масса отличается от солнечной.

Сравнение эффективности метода Энке с различными опорными орбитами мы проведем на модельном примере. В нем в качестве тела, движение которого исследуется, взят астероид Икар. Возмущения учитываются только от Юпитера. Дифференциальные уравнения (1) интегрировались методом Рунге-Кутты 4 порядка с постоянным шагом 0.5 суток. Ошибка численного интегрирования на интервале 10 суток не превышала $5 \cdot 10^{-12}$ а.е. Чтобы обеспечить такую точность результата, положения астероида на промежуточной орбите вычислялись с двойной точностью (24 значащих цифры, ЭВМ БЭСМ-6). Через 10 суток отклонения положений астероида на возмущенной траектории от положений на промежуточных орбитах составили: $185907 \cdot 10^{-12}$ а.е. для оскулирующего эллипса, $5949 \cdot 10^{-12}$ а.е. для орбиты с касанием второго порядка и $584 \cdot 10^{-12}$ а.е. для орбиты с касанием третьего порядка. Полученные оценки отклонений показывают, что орбиты с касанием второго и третьего порядка проходят значительно ближе к возмущенной траектории, чем оскулирующий эллипс. Можно предполагать, что их использование в качестве опорных заметно сократит затраты машинного времени на вычисление возмущенной траектории. Для проверки этого предположения интегрирование было продолжено на интервал 100 суток. Ошибка интегрирования допускалась не

более $5 \cdot 10^{-10}$ а.е. При этом затраты машинного времени на вычисление возмущенной траектории составили 153.0 сек. для оскулирующего эллипса, 66.9 сек. для орбиты с касанием второго порядка и 54.9 сек. - с касанием третьего порядка. Сокращение времени на интегрирование при переходе от орбиты с касанием второго порядка к орбите с касанием третьего порядка не столь значительно, как это можно было ожидать, исходя из оценок отклонений возмущенных положений астероида от промежуточных. Видимо, это объясняется более сложной процедурой вычисления M^* , R в случае касания третьего порядка.

Приведенные выше результаты позволяют сделать вывод, что метод Энке, в котором используются промежуточные орбиты с касанием второго и третьего порядка, заметно более эффективен, чем его классический вариант с опорными оскулирующими эллипсом. Однако применение орбит с третьим порядком касания дает относительно небольшое сокращение машинного времени по сравнению со случаем второго порядка касания. Поэтому при практическом вычислении траекторий небесных тел методом Энке целесообразно ограничиться опорными орбитами второго порядка касания.

Список литературы

1. Батраков Ю.В. Промежуточные орбиты, аппроксимирующие начальный участок возмущенного движения // Бюл. ИТЛ. 1961. - Т. 15. - № 1. - С. 1-5.
2. Батраков Ю.В. Промежуточные орбиты для начального участка движения. // Определение координат небесных тел Рига: ИГУ, 1981. - С. 3-10.
3. Мирзахудоя З.Р. Некоторые результаты применения промежуточных орбит для определения параметров движения из наблюдений: Тезисы докладов // Методы исследования движения, физика и динамика малых тел Солнечной системы. - Душанба, 1989. - С. 56.

Резюме

Ю. В. Батраков, Э. Р. Мирмахмудов

О ВЫЧИСЛЕНИИ ПОЛОЖЕНИЙ АСТЕРОИДА МЕТОДОМ ЭНКЕ С ОПОРНЫМИ ОРБИТАМИ, ИМЕЮЩИМИ КАСАНИЯ ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКОВ

Показано на модельном примере, что для вычисления возмущений траектории астероида методом Энке целесообразно использовать опорную орбиту с касанием второго порядка.

Summary

Yu. V. Batrakov, E. R. Mirmahmudov

ON COMPUTING THE ASTEROID POSITIONS BY THE ENCKE'S METHOD BASED ON THE REFERENCE ORBITS WITH THE SECOND AND THIRD ORDER INITIAL TOUCH

The model example shows that the perturbed trajectory of an asteroid when determined by Encke's method is better to compute using the intermediate reference orbits with the second order initial touch.

A.Salitis
(Daugavpils PU)

ABOUT STELLAR INFLUENCE ON THE CHANGE OF PERIHELION DISTANCE OF LONG-PERIOD COMETS I

Investigating dynamical and physical evolution of comets in inner part of the Solar System, we have come to an indubitable conclusion about existence of some source of comets. The conclusion is drawn from the following facts:

1. As a result of dynamical evolution some part of comets leave the Solar System!

a) they can be ejected from the Solar System along hyperbolic orbits [1],

b) they can collide with the Sun (e.g., Kreutz group comets, which may be a significant final evolutionary stage of comets [2]),

c) they can collide with planets or satellites, causing a phenomenon similar to Tunguska catastrophe.

2. As a result of physical evolution comets loose part of their flying substance (disintegration), become weaker in brightness and finally become invisible.

All these reasons lead to the continuous diminishing of comet number in the inner part of the Solar System. Consequently, a stationary state can be maintained only in the case when the ejected comets are replaced by new ones from the regions inaccessible by observations.

So dynamical and physical evolution confirms indisputably the existence of some source of comets.

According to H.Rickman [3] evolution of comets in a

long time interval can be described as follows:

- in some moment in remote past comets have arrived from their source,
- in distant future one of the two cases is possible: comets can return to their source or can be ejected into interstellar medium.

Such an approach doesn't exclude interstellar medium itself as a source of comets.

In all comet origin theories the basic question under discussion is the following: "What is the primary source of comets?" In accordance with one point of view, the primary source of comets is located in periphery of the Solar System (Oort cloud), with another - the primary source is in the inner part of the Solar System (planets, satellites of planets). In accordance with the third - the primary source is located in the interstellar space. There exist also hypotheses offering a compromise version: comets are forming inside the Solar System as well as often arriving from the interstellar space. Originally this idea has been put forward by Öpik [4]. Dynamical hypothesis of comet origin, i.e. forming of comets by eruptions of volcanoes on minor planets, as well as by capturing, has been admitted by V.Vorontsov-Velyaminov [5].

Admitting dualism in comet origin, i.e. supposing, that they might be partly formed in the inner part of the Solar System and partly common from interstellar medium, we can also admit exchange of cometary bodies between the stars. Such an approach is in principle possible and it meets dynamical explanation. Previously researches [1] have shown, that part of comets can be ejected from the Solar System by perturbations. Thus ejected comets become interstellar bodies. Such bodies can be captured by other stars. Utterly possible is also an adverse process.

Nevertheless, birth of comets is also possible in interstellar medium. In this case the idea of exchange of

comets between stars becomes senseless. An answer to the question about comet origin possibility in interstellar space can obviously be found through elaborated investigations of cometary physics and chemistry. Evidently, composition of "our" (the Solar System) and "foreign" (stars, interstellar space) comets must be different.

Thus, the problem concerning origin of comet reservoir is far from its solution. We can advance towards the solution of this important cosmogonical problem by investigating dynamical and physical evolution of comets.

In connection with afore-mentioned from our point of view somehow unsubstantiated seem the objections against comet diffusion theory, expressed in paper [4]. Diffusion theory in the way evolved in the works by Steins [1, 15, 16] and his followers is not concerned with the question of comet reservoir formation. The basic problem of diffusion theory is how to explain the process of forming of short-period comets from undoubtedly existing initially long-period ones (with $a = 50000 + 100000$ AU). It is necessary to point out that up to now many problems connected with transformation of long-period comets into short-period ones are not yet solved. Not completely explained is the distribution of long-period comets according to $z = \frac{1}{a}$, although the generalization of comet diffusion theory [9,10] permits to explain better the observable distribution. It is necessary to investigate also the role of stellar perturbations in the evolution of perihelion distances of long-period comets. Investigations of K.Steins [1], Z.Sekanina [11] and others [10,11] have stated that stellar perturbations change perihelion distances more strongly than semimajor axes of comets.

For cometary statistics the transformation of perihelion distance is of greater significance than $z = \frac{1}{a}$, because the value of q determinates comets discovery conditions and rate of its physical evolution.

E.Öpik [12] was the first who investigated the role

of stellar perturbations in orbit evolution of long-period comets. He obtained the following equation showing connection between perihelion distance q and velocity of comet v_{tr}

$$q = \frac{Q^2 \cdot v_{tr}^2}{2 G M_{\odot}}, \quad (1)$$

where Q - comets aphelion distance, G - constant of gravity, M_{\odot} - mass of the Sun, v_{tr} - transversal component of comets velocity. From Eq. (1) follows that perturbations of q are determined by changes of transversal velocity Δv_{tr} . Z. Öpik obtained following formulae for the value of perturbations of perihelion distance

$$\Delta q = \frac{Q^2}{2} (\Delta v_{tr})^2 + Q \sqrt{2q} \Delta v_{tr}. \quad (2)$$

Averaging the formulae (2) by the values of Δv_{tr} we can derive mean change $\overline{\Delta q}$ during one revolution around the Sun

$$\overline{\Delta q} = \frac{Q^2}{2} (\overline{\Delta v_{tr}})^2 + Q \sqrt{2q} \overline{\Delta v_{tr}}. \quad (3)$$

Mean change $\overline{\Delta q}$ has been estimated by many authors. Thus, T. Rickman [13] obtained change of cometary perihelion distance during one revolution around the Sun by averaging simplified formulae of connection between Δq and Δv_{tr} . He examined four separate regions round the Sun: the first up to $0.2 r$; the second from $0.2 r$ up to $2 r$; the third from $2 r$ up to $20 r$; the fourth from $20 r$ up to $200 r$ (r - comets radius-vector). Mean change of Δq was derived in every of four regions. Calculating expectable value of impulse, T. Rickman [13] assumed, that perturbations of comet from stellar passages are distributed in accordance with the normal law.

We have investigated the influence of passing stars on the evolution of perihelion distances q by making use of stellar movement sample where stellar streams were setted by three Eulerian angles [14]. Utilization of such a sample permitted to take into account the influence of Sun's motion to apex on the distribution of perturbations of perihelion distances. For determining the mean change

value of perihelion distance $\overline{\Delta q}$ during one revolution of comet around the Sun we used a formulae

$$\Delta q = \frac{2Q \cdot \Delta v r}{v_q \cdot q}, \quad (4)$$

where v_q - comets perihelion velocity, q - its perihelion distance. Formulae (4) follows from Öpik's formulae [12], which he has derived on the basis of principle of conservation of rotation impulse momentum.

Assuming parabolic velocity as v_q in formulae (4), what is not very far from reality for near-parabolic orbits, and, for example, examining comets with $q = 5$ A.U., we can express formulae (4), taking into account, that $Q = 2a$, in the following way

$$\Delta q = 1.634 \cdot 10^{-9} \cdot a^{5/2} \cdot \Delta v r \quad (\text{A.U.}). \quad (5)$$

From (5) we can derive change of perihelion distance during one revolution for comets with various values of semimajor axes a . Results of the calculations are presented in the table 1.

Table 1.

Perihelion distance change of comets with initial perihelion distances $q' = 5$ A.U. and various values of a during one revolution around the Sun

a (A.U.)	$\overline{\Delta q}$ (A.U.)	$\Delta q'$ (A.U.)
$1.0 \cdot 10^4$	0.20	0.1
$1.5 \cdot 10^4$	0.30	0.6
$2.0 \cdot 10^4$	0.62	2.0
$2.5 \cdot 10^4$	1.08	5.0

For comparison the results of T.Rickman [13] are also presented in the table. From tabular data it follows, that, according to our estimations, with the increase of a the change of perihelion distance Δq doesn't enlarge at such a high rate as according to T.Rickman. Consequently, T.Rickman has slightly enhanced the role of stellar perturbations in the change of perihelion distances, if

we compare with our results. It might be explained by the fact, that T. Rickman has taken into account too remote stellar passages, and as, in accordance with his calculations, the number of passing stars is proportional to the volume, the overestimation of the dimensions leads to the overestimation of stellar number in comparison with the number of stars, which in reality influence the comets. Remote passages are significant in long time intervals, which are comparable with the time of the Solar System existence and which in many times exaggerate the revolution period of comets with a $\sim 2.5 \cdot 10^4$ A.U.

The afore-mentioned examples give us an evidence that averaging methods in determining perturbations of perihelion distances q are giving very approximate results. The averaging method is effective only in estimating the role of stellar perturbations in the change of various elements taking separately. A significant factor in exact examination of stellar influence on long-period comets, besides estimation of distance limits of passing stars, is the rule of distribution for perturbations of perihelion distances. Ordinarily, the rule of distribution of perturbations is assumed to be a normal law. We have investigated the rule of distribution for stellar perturbations by numerical methods and have found out that the distribution differs from the Poisson law [11]. Besides, the character of the distribution of perturbations is affected by the motion of the Sun to apex.

In the present investigation we have declined from averaging methods. We put forward to consider the changes of cometary perihelion distances as a process of diffusion (a slow accumulation of small perturbations, which bear an occasional character, in the value of q). Such an approach is fully admissible, for the mutual arrangement of stars and comets, because of indetermination of stellar and cometary trajectories, in great distance from the Sun bears an entirely occasional character. Making such a

presumption, we shall compile a balance equation of comet number n with setted a and q . We shall examine a steady-state process, i.e., we shall consider, that the number of lost comets must be by various processes renewed by additional influx of comets into zone of visibility as the result of stellar perturbations. Number of comets with fixed values of semimajor axis a , which enter zone of visibility from cometary reservoir (with q less than $q_0 = 5$ A.U.) as a result of stellar perturbations, we shall mark as

$$n_0 \int_{q_0 - \Delta q}^{q_0 + \Delta q} n(a, q - \Delta q) \varphi(a, \Delta q) dq, \quad (6)$$

where $n(a, q - \Delta q)$ - is number of comets with fixed a and q in interval $(q, q - \Delta q)$, $\varphi(a, \Delta q)$ - density of possibility distribution for perturbations of perihelion distances. Coefficient k determines the part of comets, which have disappeared from the zone of visibility as a result of physical disintegration and coefficient κ - part of comets which were lost for afore-mentioned reasons of dynamical evolution. Thus the number of observable comets $n(a, q \leq q_0)$ in sphere of visibility (with radius $R = q_0$ around the Sun) can be determined by equation

$$n(a, q \leq q_0) = (1 - k - \kappa) \int_{q_0 - \Delta q}^{q_0 + \Delta q} n(a, q - \Delta q) \varphi(a, \Delta q) dq. \quad (7)$$

In order to obtain the solution of this balance equation, it is necessary to know the function of distribution of perturbations $\varphi(a, \Delta q)$ of perihelion distances Δq .

We have established [10, 11], that the distribution of perturbations for isn't a normal distribution, therefore function $\varphi(a, \Delta q)$ must be searched for with the help of numerical methods and tried to be approximated by analytical function in order to obtain analytical solution for the equation of diffusion (7) for perihelion distances of long-period comets.

With obtained $\varphi(a, Aq)$ the equation (7) can be utilized for explanation of long-period comets statistics in accordance with the values of q .

References

1. Штейнс К.А. Эволюция орбит комет // Ученые записки ЛГУ.—Рига, 1964.—Т. 68, вып. 2.—С.39-64.
2. Bailey M.E., Chambers J.E., Hahn G. Origin of sungrazers: a frequent cometary end-state. *Astron. & Astrophys.*, 1992 (in press).
3. Rickman H. Origin and evolution of Jupiter family. Nordic - Baltic astronomy meeting. Uppsala, June 17-21, 1990, p. 257-274.
4. Цицин Ф.А. Происхождение и эволюция ансамбля кометных тел Солнечной системы: термодинамические аспекты. Настоящий сборник, с. 97.
5. Воронцов-Вельяминов Б.А. Новый взгляд на происхождение комет и других малых тел // Астрофизика.—1982.—Т. 18, вып. 3.—С. 45-454.
6. Штейнс К.А. К вопросу о диффузии комет. III. // Астрон. ж.—1961.—Т.38, вып. 2.—С. 304-309.
7. Дирикис М.А. Определение первоначального характера орбит комет с эксцентриситетами, близкими к единице // Труды астрономического сектора АН Латв. ССР. Институт физики, 1956.—Т 6.—С. 5-66.
8. Томанов В.П. Космогония комет.—М., 1988.
9. Салитис А.А. Анализ распределения комет по образным значениям больших полуосей орбит // Анализ движения небесных тел и их наблюдений.—Рига: ЛГУ, 1982.—С. 10-17.
10. Salitis A.L., Dirikis M.A. Some regularities of long-period comet's evolution. Nordic-Baltic astronomy meeting. Uppsala, June 17-21, 1990; p. 283-286.
11. Салитис А.А. Об эволюции перигелийных расстояний орбит долгопериодических комет // Анализ движения небесных тел и точности их наблюдений.— Рига: ЛГУ, 1988.—С. 112-120.

12. Opik B. Note on stellar perturbations of nearly parabolic comets. - Proc. Amer. Acad. Arts and Sci., 1932, No 67, p. 169-183.

13. Rickman H. Stellar perturbations of orbits of long-period comets and their significance for cometary capture. Bull. Astron. Inst. Czech., 1976, V.27, No2, p. 92-105.

14. Штейнс К.А., Салитис А.Л. Модель движения звезд при определении возмущений со стороны звезд на движение комет // Определение координат небесных тел. - Рига; ЛГУ, 1981. - С. 40-47.

15. Штейнс К.А., Риекотьньш Э.Я. К вопросу о диффузии комет, I. // Астрон. ж. - 1960. - Т. 37., вып. 6. - С. 1061-1067.

Резюме

А.Салитис

О ВЛИЯНИИ ЗВЕЗДНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ИЗМЕНЕНИЕ ПЕРИГЕЛИЙНЫХ РАССТОЯНИЙ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ I

Показана необходимость существования кометного резервуара. Рассмотрена эволюция перигелийных расстояний долгопериодических комет под влиянием пертурбаций со стороны звезд. В общем виде приведено уравнение баланса распределения комет по перигелийным расстояниям.

M. Dirikis

(AO LU)

SIMPLE METHOD FOR PARABOLIC ORBIT DETERMINATION FROM TWO OBSERVATIONS

It is well known that for orbit determination by "classical" methods three observations are necessary. It is possible to determine an elliptic orbit by Lagrange - Gauss' method or Laplace method, and a parabolic orbit by Olbers' method.

The many discoveries of asteroids and comets frequently lead to cases when only two observations are available for orbit determination. Such a case was successfully processed by Y. Väisälä [1-3] at Turku and B. Orlov [4] at Pulkovo, who both have shown how to compute elliptical orbits from two observations. In both methods assumption is made that observations have been made near perihelion. It is also possible to compute a circular orbit. If the object is a comet with a nearly parabolic orbit, these methods cannot provide a good result. Therefore we have tried to develop a procedure without Väisälä's condition (proximity of observations to the perihelion) but we introduce an additional condition: $e = 1$.

Let us consider the principles of parabolic orbit determination from two observations.

The 2 observations are

$$t_1, \alpha_1, \delta_1 \quad \text{and} \quad t_2, \alpha_2, \delta_2$$

The direction cosines

$$\begin{aligned} l_1 &= \cos \delta_1 \cos \alpha_1 & l_2 &= \cos \delta_2 \cos \alpha_2 \\ m_1 &= \cos \delta_1 \sin \alpha_1 & m_2 &= \cos \delta_2 \sin \alpha_2 \\ n_1 &= \sin \delta_1 & n_2 &= \sin \delta_2 \end{aligned}$$

The equatorial coordinates of the object in the moments t_1 and t_2 are:

$$\begin{aligned} x_1 &= \rho_1 l_1 - X_1 & x_2 &= \rho_2 l_2 - X_2 \\ y_1 &= \rho_1 m_1 - Y_1 & y_2 &= \rho_2 m_2 - Y_2 \\ z_1 &= \rho_1 n_1 - Z_1 & z_2 &= \rho_2 n_2 - Z_2 \end{aligned} \quad (1)$$

where ρ_i are the distances between the Earth and the object in the moments t_i ($i=1,2$); X_i, Y_i, Z_i - rectangular coordinates of the Sun.

In total there are 8 unknown quantities:

$$x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \rho_1, \rho_2$$

but the geometric conditions (1) procure us only 6 equations. Additional equation can be obtained from Euler's theorem

$$6k(t_2 - t_1) = (r_1 + r_2 + \sigma)^{3/2} - (r_1 + r_2 - \sigma)^{3/2} \quad (2)$$

where the Gaussian gravitation constant

$$k = 0.01720209895,$$

the radius vectors

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$$

and the chord

$$\sigma = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

One must find such values of ρ_1 and ρ_2 so as the condition (2) is satisfied; in other words, if we introduce

$$d = (r_1 + r_2 + \sigma)^{3/2} - (r_1 + r_2 - \sigma)^{3/2} - C$$

where

$$C = 6k(t_2 - t_1),$$

we must find values of ρ_1, ρ_2 so that

$$d = 0.$$

As soon as (3) is achieved, orbital elements T, q, w, Ω, i can be found using ordinary procedure. In fact, the values of orbital elements are not necessary. The main purpose is to obtain a search ephemeris for a period of 1 - 2 months. This may be performed by applying the well-known expansions used, e.g., by Väisälä [1].

$$\begin{aligned}x &= fx_2 + g \dot{x}_2 \\y &= fy_2 + g \dot{y}_2 \\z &= fz_2 + g \dot{z}_2\end{aligned}$$

$$f = 1 - \frac{\tau^2}{2r_2^3}, \quad g = \tau \left(1 - \frac{\tau^2}{6r_2^3}\right),$$

$$\tau = k(t - t_2)$$

and finally $x, y, z, \rightarrow \alpha, \delta, \rho$.

Experiments have shown that the results depends mainly upon adopted values of the parameter $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$. In our previous paper [5], five fixed values of $\Delta\rho$ were taken in consideration. When the time interval between both observations $\Delta t = t_2 - t_1$ is very small, it sometimes leads to cases where no one value of $\Delta\rho$ is fitting because of smallness of the proper $\Delta\rho$ - interval giving suitable solution. Therefore in our new version of the program compiled for personal computers, steps of $\Delta\rho$ depend on the time interval Δt as follows:

$$\Delta\rho = N \cdot 0.01 \cdot (\Delta t)^{1/2}$$

where N denotes integer numbers

$$N = -3, -2, \dots +3.$$

If desired, additional values of $\Delta\rho$ may be introduced from desk keys. For every value of $\Delta\rho$ (either from program or from keys) a corresponding value of ρ_1 is found. The interval for searching ρ_1 has been established between 0.2 and 6.1. If ρ_1 cannot be found for a certain value $\Delta\rho$, message "SOLUTION IMPOSSIBLE" appears on the display.

The results show that if $\Delta\rho$ is included within certain limits (different for various objects), corresponding search ephemerides differ only insignificant one from another. Therefore we can call these most plausible ephemerides "stationary". The heavenly body can thus be easily found at the sky. The corresponding systems of orbital elements, however, show significant dispersion.

If $\Delta\rho$ exceeds the above-mentioned limits, the obtained

ephemerides differ more and more considerably from the "stationary" ephemerides. A further increase of $\Delta\rho$ does not lead to any solution - and the message "SOLUTION IMPOSSIBLE" appears on the display.

The following numerical example illustrates the above mentioned properties of the procedure.

Numerical example.

The orbit of the comet Spacewatch (1992 h) is determined from two following observations made at the Steward Observatory, Kitt Peak:

1992 05 01.14956 13^h12^m21^s.51 -08^o31'25".7 MPC 20073 (6)
 1992 05 02.26561 13 11 23 .65 -08 19 39 .3 " "

The programmed values of $\Delta\rho$ give us following results:

$\Delta\rho$	-0.03169	-0.02113	-0.01056	0.0
T			920611.337	930318.173
q	SOLUTION	OLUTION	0.87201	3.37597
	IMPOSSIBLE	IMPOSSIBLE		
ρ_1			0.32148	4.58792
ρ_2			0.31091	4.58792
920428			13 ^h 15 ^m .0 -9 ^o 02'	13 ^h 15 ^m .1 -9 ^o 05'
920508			13 06.3 -7 10	13 06.6 -7 20
920518			12 58.4 -4 23	12 58.8 -5 39
920528			12 59.2 +0 18	12 52.2 -4 06
920607			14 05.8 +13 22	12 46.7 -2 42
920617			21 19.4 +16 48	12 42.6 -1 29

cont.:

$\Delta\rho$	+0.01056	+0.02113	+0.03169
T	910709.558	920501.516	
q	5.33554	0.52558	SOLUTION
			IMPOSSIBLE
ρ_1	4.87100	1.14182	
ρ_2	4.88156	1.16295	
920428	13 ^h 15 ^m .1 -9 ^o 05'	13 ^h 15 ^m .4 -9 ^o 08'	
920508	13 06.6 -7 20	13 07.3 -7 27	
920518	12 59.2 -5 44	13 03.3 -6 25	
920528	12 52.9 -4 17	13 02.4 -5 52	
920607	12 48.0 -3 02	13 03.8 -5 40	
920617	12 44.4 -1 58	13 07.1 -5 44	

This example shows that for this object ephemerides remain almost "stationary" if $0.00 \leq \Delta p \leq +0.01056$. If Δp exceeds these limits, the ephemerides begin to diverge; it can be seen evidently at $\Delta p = -0.01056$ and $+0.02113$.

A further augmentation of Δp to both sides makes the solution impossible.

The next example shows the solution for the same object, if the time interval between both observations is only $0^d.02$, i.e., approximately 29 minutes.

1992 05 01.14956 $13^h 12^m 21^s.51$ $-08^{\circ} 31' 25".7$ MPC 20073
 1992 05 01.16986 13 12 20 .39 $-08^{\circ} 31' 12".3$ " "
 (magnitude 18.7).

In this case only $\Delta p = 0.0$ gives a solution. All other programmed values of $\Delta p = \pm 0.00427, \pm 0.00285, \pm 0.00142$ lead to the message "SOLUTION IMPOSSIBLE". Additional values: $\Delta p = -0.002$ gives an inadequate divergent ephemeris, $\Delta p = -0.0001$ and $+0.0001$ give good results:

Δp	-0.0001	0.0	+0.0001
r	920210.603	930310.336	921006.664
q	0.70254	3.44449	5.61695
ρ_1	3.26624	4.45128	4.78548
ρ_2	3.26614	4.45128	4.78558

along.

920420	$13^h 15^m.3$	$-9^{\circ} 06'$	$13^h 15^m.3$	$-9^{\circ} 06'$	$13^h 15^m.3$	$-9^{\circ} 06'$	$162^{\circ} 7'$
920506	13 06.2	-7 16	13 06.2	-7 17	13 06.3	-7 17	150.2
920510	12 58.0	-5 30	12 58.0	-5 32	12 58.2	-5 35	138.1
920520	12 51.1	-3 51	12 50.9	-3 55	12 51.3	-4 01	126.3
920607	12 45.7	-2 23	12 45.1	-2 28	12 45.7	-2 38	114.9
920617	12 42.2	-1 08	12 40.8	-1 13	12 41.5	-1 27	103.9

For the last value elongations have been added. The magnitudes of this comet for given dates result between 18.6 and 18.0.

For comparison with our results, here are the parabolic elements by Mersden (MPC 20121) obtained from 13

observations 1992 05.01 - 1992 05 04 and the corresponding ephemeris of this comet.

T	1993 09 07.64845	Peri.	80 ^o .63894	} 2000.0
q	3.1551061	Node	203.26451	
e	1.0	Incl.	125.12532	

			m_1	elong.
920428	13 ^h 15 ^m .1	-9 ^o 05'	18.7	162 ^o .7
920508	13 06.6	-7 20	18.6	150.4
920518	12 58.9	-5 39	18.6	138.3
920528	12 52.2	-4 06	18.6	126.5
920607	12 46.3	-2 42	18.6	115.2
920617	12 42.7	-1 29	18.6	104.2

References

1. Väisälä Y. Eine einfache Methode der Bahnbestimmung. Mitt. der Sternwarte der Universität Turku Nr. 1 = Ann. Ac. Sc. Fenn. A, LII, 2 (1939).
2. Kustaanheimo P. Über die Bahnbestimmung aus zwei Beobachtungen. Publ. of the Astr.Obs. Helsinki, Nr. 87 = Ann. Ac. Sc. Fenn. A, III, 61, Helsinki (1961), 155-166
3. Dirikis M. On the Use of Väisälä's Method for Asteroid Orbit Determination (in Russian). Latvijas Univ. Zinātniskie Raksti (Acta Univ. Latviensis), 556, Astronomija, ser. 18, Riga (1990), -45-53.
4. Orlov B.A. Determination of Preliminary Orbit of a Minor Planet by two Observations. Poulkovo Obs. Circular, No. 26-27, Moscow-Leningrad (1939), 55-63.
5. Dirikis M. Eine einfache Methode der parabolischen Bahnbestimmung. Die Sterne 68 (1992), Heft 2, 94-97.
6. MPC = Minor Planet Circulars (Minor Planets and Comets). Minor Planet Center, Smithsonian Astr. Obs., Cambridge, MA, USA.

L.Laucenieks

(AO LU)

ON PARAMETRIZATION OF ORBIT AND EPHEMERIDES

For newly discovered minor planet (or comet) we have often obtained only two positional observations of spherical coordinates

$$\alpha_1, \delta_1, t_1 \text{ and } \alpha_2, \delta_2, t_2.$$

Two such observations are not enough to determine unambiguous elliptical orbit. Therefore we make assumptions concerning either character of the orbit (e.g., eccentricity $e=0$, the values of semi-major axis a and eccentricity e are fixed) or the position of its observed part (e.g., perihelion).

Supposing the minor planet to move along circular or nearly-circular orbit, i.e., $e = 0$, in the first approximation we can try to obtain elements of circular orbit, determining, e.g., semi-major axis of circular orbit a from equation (if the solution exists)

$$\frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{a^2} = \cos \frac{k(t_2 - t_1)}{a^{3/2}};$$

other elements of circular orbit: inclination i , longitude of ascending node Ω and argument of latitude u_0 can be easily obtained (see, e.g., М.Ф.Субботин).

Assuming the observations of minor planet to be obtained at perihelion of orbit or near it, where realizes the condition

$$\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = 0,$$

it is proposed to determine the so-called "Väisälä orbits"

(one-parametric family of elliptical orbits with parameter $\delta = \rho \cdot \cos \delta$). Computation methods of Väisälä orbits are evolved in works by Y. Väisälä and B. Orlov (see also the work of Dirikis). The proposal is based on the hypothesis, that bright minor planets, as a rule, are already discovered, but remaining faint minor planets with operating telescopes can be observed (and, this way discovered) preferably near perihelion of orbit, where they exhibit maximal brightness. But really, eccentricities of actual orbits of newly discovered minor planets only in real cases are near zero or, not ever observations are obtained near perihelion of actual orbit.

The afore-mentioned assumptions (and similar, e.g., calculation of initial elliptical orbit, setting fixed values of semi-major axis a and eccentricity e) are aimed to calculate probable positions of the minor planet at the celestial sphere, i.e. — ephemeris for obtaining following observations of the discovered minor planet in order afterwards to calculate more reliable elliptical orbit.

If we fix two values of determinable elements of elliptical orbit, e.g., semi-major axis a and eccentricity e , then the remaining orbital elements are unambiguously determined from obtained observations of spherical coordinates. Changing values of orbital elements a and e , the values of other elements will, naturally, also change — and we shall obtain a two-parametric family of elliptical orbits (depending in the given case upon two parameters a and e). If we know the values of elements of elliptical orbit, then for each time we can obtain values of geocentric distances ρ , right ascensions α , declinations δ , as well as values of their variations i.e., $\dot{\rho}$, $\dot{\alpha}$, $\dot{\delta}$. Therefore we consider, that the selection of pairs (ρ_i, ρ_j) , (α_i, δ_j) , $(\dot{\alpha}_i, \dot{\delta}_j)$, where $\rho_i, \alpha_i, \delta_i, \dot{\alpha}_i, \dot{\delta}_i$ — are the values of, respectively, geocentric distance, right ascension, declination and velocity of right ascension and declination variations in times t_i ($i = 1, 2, 3$), and others, is equivalent with selection of pairs of values (a, e) as parameters of two parametric family of elliptical orbits and depends only upon determina-

tion method of initial orbits from observations.

In our paper (Л.К.Лауценякск и др.) on the example of two observations of spherical coordinates of minor planet 3155 (obtained at Lowell Observatory on September 28 and October 31, 1984) we have shown how, taking into account these observations, we can derive a two-parametric family of elliptical orbits and corresponding area of oppositions.

Statement 1. Two-parametric family of elliptical orbits (or two parametric area of elements of moving barrier) is a family of elliptical elements of Keplerian orbits

$$\{ a, e, i, \Omega, \omega, M_0 \},$$

depending upon two parameters (in our examples -- upon two geocentric distances ρ_1 and ρ_2) and satisfying two positional observations of spherical coordinates α_1, δ_1 and α_2, δ_2 in corresponding times t_1 and t_2 , and also satisfying conditions

$$A_1 < a < A_2 \quad \text{and} \quad e < E_1,$$

where A_1, A_2 and E_1 -- are the values of, e.g., bounds of semi-major axis and eccentricity of orbits for the main belt of minor planets.

Initial epoch for two-parametric family of elliptical orbits we determine in the middle point between two observations t_1 and t_2 , i.e.

$$T_0 = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Statement 2. Opposition area of corresponding two-parametric family of elliptical orbits is the area at celestial sphere in the direction of which for all the points of terrestrial orbit we can find (observe) orbital points of two-parametric family of elliptical orbits, which satisfy the condition

$$(\vec{R} \times \vec{w}_0) \cdot \vec{r} = 0,$$

where \vec{R} - radius - vector of a point of terrestrial orbit, \vec{w}_0 - unit vector, normal to the plane of terrestrial orbit, \vec{r} - radius-vector, which locates point of orbit in opposition.

Observations of minor planet are, as a rule, obtained near the opposition, which we shall call zero (or initial) opposition for each orbit of two-parametric family of elliptical orbits. Ephemeris of minor planet for each orbit of two-parametric family of elliptical orbits in k -opposition (counting from zero opposition) will be called its k -opposition.

Statement 3. Two-parametric search area of k -opposition (area of moving barrier) is a part of area of opposition, in which vary ephemerides of minor planet in k -opposition, when orbital elements vary, correspondingly, from two parametric family of elliptical orbits, i.e., from family $\{ a, e, i, \Omega, \omega, M_0 \}$ (accordingly with selected values of parameters ρ_1 and ρ_2).

Search area can be characterized by table τ_1 :

$$\{ T_{l,m}^{(k)}, \alpha_{l,m}^{(k)}, \delta_{l,m}^{(k)} \},$$

where $T_{l,m}^{(k)}, \alpha_{l,m}^{(k)}, \delta_{l,m}^{(k)}$ — are, respectively, times, right ascensions and declinations of ephemerides in k -opposition. (Table τ_1 can be calculated, e.g., by integrating the equations of motion of minor planet accounting perturbations from great planets, using Everhardt's method). Length of table τ_1 , e.g., $l + m$ — depends upon chosen or determined area of parameters $(\rho_{1,l}, \rho_{2,m})$, where $1 \leq l \leq L, 1 \leq m \leq M$.

Let's point out, that in the moment of opposition of minor planet $T_{l,m}^{(k)}$ its right ascension $\alpha_{l,m}^{(k)}$ equals with right ascension of the antisun. Therefore, it is not necessary to give in table τ_1 values of, e.g., $\alpha_{l,m}^{(k)}$, because they can be calculated independently from orbit of minor planet.

In order to realize search of minor planet in search area of k -opposition, we form the so-called two parametric moving barrier, i.e., we put forward the way, how to organize search of minor planet, which guarantees with great probability the discovery of it in search area of k -opposition, using only one observing instrument (telescope).

For this purpose we displace lines of initial table τ_1 in order to arrange times of opposition in not descending

sequence, i.e., we form a new table τ_2 :

$$\{ T_s^{(k)}, \alpha_s^{(k)}, \delta_s^{(k)} \}, \quad 1 \leq s \leq S, \quad S = L + M,$$

where

$$T_1^{(k)} \leq T_2^{(k)} \leq \dots \leq T_s^{(k)} \leq \dots \leq T_S^{(k)}$$

and, accordingly with property of opposition

$$\alpha_1^{(k)} \leq \alpha_2^{(k)} \leq \dots \alpha_s^{(k)} \leq \dots \leq \alpha_S^{(k)}.$$

Let's take the value $\Delta\alpha$ as a given quantity, which characterizes, e.g., the field of vision of telescope, with the help of which the search is carried out or is fixed the moving object we are searching for.

We split table τ_2 in mutually not crossing subtables $\tau_2^{(p)}$ so, that each subtable $\tau_2^{(p)}$, containing not less than two lines, satisfies the condition

$$\left| \alpha_{s_1}^{(k)} - \alpha_{s_2}^{(k)} \right| \leq \Delta\alpha.$$

It's clear, that every line from table τ_2 must belong to any subtable $\tau_2^{(p)}$, i.e.,

$$\bigcup_p \tau_2^{(p)} = \tau_2$$

(subtable contains at least one line).

Further we determine in every subtable $\tau_2^{(p)}$ minimal and maximal values of times, right ascensions and declinations

$$T_{p,\min}^{(k)}, T_{p,\max}^{(k)}, \alpha_{p,\min}^{(k)}, \alpha_{p,\max}^{(k)}, \delta_{p,\min}^{(k)}, \delta_{p,\max}^{(k)}.$$

Afterwards we form a new table τ_3 :

$$\{ \bar{T}_p^{(k)}, \bar{\alpha}_p^{(k)}, \delta_{p,\min}^{(k)}, \delta_{p,\max}^{(k)} \}, \quad p = 1, 2, \dots$$

where

$$\bar{T}_p^{(k)} = \frac{T_{p,\max}^{(k)} - T_{p,\min}^{(k)}}{2}, \quad \bar{\alpha}_p^{(k)} = \frac{\alpha_{p,\max}^{(k)} - \alpha_{p,\min}^{(k)}}{2}.$$

Basic steps in constructing the moving barrier itself are the following:

- 1) We select the first line from table τ_3

$$\bar{T}_1^{(k)}, \bar{\alpha}_1^{(k)}, \delta_{1,\min}^{(k)}, \delta_{1,\max}^{(k)};$$

- 2) We point the search instrument in time $\bar{T}_1^{(k)}$ in the

direction with coordinates $\bar{\alpha}_1^{(k)}, \delta_{1,\min}^{(k)}$;

3) We survey the field of view of instrument in order to discover moving object;

4) We organize one-parametric moving barrier according to declination, i.e., in time interval $\tau_1^{(k)} + \Delta T$, where ΔT — is a quantity, the value of which depends upon the value of quantity $\Delta\alpha$; we move the search instrument till the direction with coordinates

$$\bar{\alpha}_1^{(k)}, \delta_{1,\max}^{(k)}$$

5) We move downwards table τ_3 to the following line and repeat the whole cycle (points 2—4) with the values of this line.

We stop the cycle, when we have selected all the lines from table τ_3 .

In recent years at almost every observatory one celestial area is taken in every night not less than two times with interval of about 1 hour. Therefore from two or more positional observations, which are obtained in short time interval, it is possible to determine not only spherical coordinates (α, δ) , but also their variations $(\dot{\alpha}, \dot{\delta})$. Admittedly, the development of technology of minor planet observations with the help of CCD arrays enables us to obtain directly the variations of spherical coordinates.

Therefore we can suppose that in time moment t simultaneously with positional observations of spherical coordinates (α, δ) also are obtained or measured their variations $(\dot{\alpha}, \dot{\delta})$. This enables us to determine unit vectors \vec{L} and $\dot{\vec{L}}$ (see, e.g., Херрик С., Эскобед П.).

Then from the relations

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \vec{L} \cdot \rho + \vec{R}, \\ \dot{\vec{r}} &= \dot{\vec{L}} \cdot \rho + \vec{L} \cdot \dot{\rho} + \dot{\vec{R}},\end{aligned}$$

where \vec{R} and $\dot{\vec{R}}$ — are, respectively, terrestrial radius-vector and the vector of its velocity, by arbitrary choosing

values of geocentric distance ρ and velocity of its variation $\dot{\rho}$, we can determine heliocentric radius-vector \vec{r} , i.e., the values of coordinates x, y, z and components of velocity $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ in dependence on selected values of parameters ρ and $\dot{\rho}$.

Further for every time moment $t \neq t^0$ we determine the values of the so-called universal quantities f^* and g^* , accordingly to the values of which we determine heliocentric radius-vector \vec{r}^* in time t^* from formula

$$\vec{r}^* = f^* \cdot \vec{r} + g^* \cdot \dot{\vec{r}}$$

Knowing heliocentric radius-vector \vec{r}^* in time moment t^* , we can easily calculate its coordinates at the celestial sphere, i.e., values α^* and δ^* , which also depend upon selected values of parameters ρ and $\dot{\rho}$.

In the case, when in moment t observations are obtained at the perihelion of the orbit, i.e., when takes place the condition

$$\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = 0,$$

after easy transformations we derive the relation

$$\dot{\rho} = \frac{[(\vec{L} \cdot \dot{\vec{R}}) + (\dot{\vec{L}} \cdot \vec{R})]}{\rho + (\vec{L} \cdot \vec{R})},$$

consequently, heliocentric radius-vector \vec{r} and vector of its variation $\dot{\vec{r}}$, and, correspondingly, values of spherical coordinates α and δ depend only upon value of one parameter ρ .

If values of spherical coordinates α^0 and δ^0 are obtained in time moment t^0 , then as the criterion for determination the values of parameters ρ and $\dot{\rho}$ may serve, e.g., the expression

$$\min [|(\alpha^0 - \alpha) \cos \delta| + |\delta^0 - \delta|]$$

for every sufficiently small value of c .

References

1. М.Ф.Субботин. 1968. Введение в теоретическую астрономию. - М.: Наука. - 800 с.
2. Y. Väisälä. 1939. Eine einfache Methode der Bahnbestimmung. - Ann. Ac. Sc. Fenn. A. LII. 2. - Mittell. Sternw. Univ. Turku No. 1., p. 4-32.
3. В.А.Орлов. 1939. Determination of the preliminary orbit of a minor planet by two observations // Циркуляр Главной Астрономической обсерватории в Пулкове, № 26-27. Изд. АН СССР, - С. 55-63.
4. М.А.Дмирикс. 1990. О применении метода Вэйсэла для определения орбит малых планет. // LU Zinātniskie raksti, - 556. - Astronomija 18.-45.-53. lpp.
5. Л.К.Лауцениекс, А.К.Павенис, Д.Р.Павила. 1988. О построении поисковых эфемерид для малых планет // Анализ движения небесных тел и оценка точности их наблюдений. - Изд. ЛУ.-С. 127-137.
6. С.Херрик. 1977. Астродинамика, т. 2. - М.: Мир. - 263 с.
7. П.Эскобал. 1970. Методы определения орбит. - М.: Мир. - 471 с.

Table 1.

Observations of minor planet 1983 RQ4 = 1987 SR (MPC 14018).

N	t	α	δ	Observatory
1	1983 Sept 4.87510	22 ^h 10 ^m 32 ^s .91	-03 ^o 25' 40 ["] .8	95
2	6.86816	22 08 55.04	-03 42 48.9	95
3	9.88067	22 06 42.44	-04 08 49.3	95
4	15.91402	22 02 34.94	-05 00 35.8	95
5	1987 Aug 19.24072	23 ^h 35 ^m 14 ^s .65	01 ^o 26' 56 ["] .8	688
6	19.28365	23 35 12.70	01 26 34.3	688
7	26.24106	23 29 56.28	00 18 42.3	688
8	26.28543	23 29 54.13	00 18 14.5	688

Table 2.

Elements of elliptical orbit of minor planet
1983 RQ4 = 1987 SR, as determined from three
observations (1,3,4) using Gauss method, with succeeding
improvement from all observations obtained in year 1983.

T	=	1983 Sept 3.0		
a	=	2.47566	2.47177	$\rho_1 = 1.21976$
e	=	0.16889	0.16569	$\rho_2 = 1.22053$
i	=	6 ^o 96048	6.95828	$\rho_3 = 1.22356$
Ω	=	192 ^o 17582	192.19550	$\rho_4 = 1.23618$
ω	=	204 ^o 71780	204.37159	
M_0	=	315 ^o 12293	315.10985	

Table 3.

Semimajor axis and geocentric distance of circular orbits
determined from two observations

N_{obs}	a	ρ_1	ρ_2
1, 2	2.43952	1.44158	1.44586
1, 3	2.43782	1.43987	1.45259
1, 4	2.43757	1.43962	1.47615

Table 4.

Semimajor axis and eccentricity of Väisälä orbits
determined from two observations.

N_{obs}	σ_2	1.0	1.2	1.4	1.6
1, 2	a	2.2318	2.3527	2.4276	2.4669
	e	0.1048	0.0661	0.0127	-0.0525
1, 3	a	2.2162	2.3419	2.4228	2.4684
	e	0.1015	0.0648	0.0139	-0.0487

Table 5.

Two-parametric family of elliptical orbits,
derived from observations on September 4 and 6, 1983.

ρ_1	ρ_2	a	e	i	Ω	ω	M_0
0.9000	0.8978	2.4085	0.2924	0.0947	3.4471	3.4374	5.7259
	0.9000	2.2720	0.2091	0.0911	3.4809	3.2233	5.7469
	0.9021	2.1868	0.1414	0.0875	3.5181	2.8118	5.9582
	0.9043	2.1429	0.1165	0.0841	3.5588	2.0670	0.2135
	0.9064	2.1356	0.1543	0.0810	3.6037	1.3974	0.6718
	0.9086	2.1643	0.2236	0.0775	3.6530	1.0426	0.8111
	0.9107	2.2319	0.3025	0.0744	3.7072	0.8365	0.7986
	1.0083	1.0062	2.5214	0.2966	0.1052	3.4049	3.5389
1.0083		2.3719	0.2086	0.1016	3.4327	3.3511	5.5851
1.0104		2.2789	0.1339	0.0980	3.4630	2.9656	5.8722
1.0126		2.2310	0.1023	0.0945	3.4959	2.1577	0.1933
1.0147		2.2230	0.1427	0.0911	3.5319	1.4173	0.7260
1.0168		2.2538	0.2167	0.0878	3.5711	1.0717	0.8609
1.0190		2.3270	0.2993	0.0845	3.6140	0.8864	0.8336
1.1166		1.1145	2.4085	0.2983	0.1163	3.3632	3.6520
	1.1166	2.4347	0.2058	0.1127	3.3861	3.4957	5.6050
	1.1188	2.3556	0.1235	0.1092	3.4109	3.1487	5.7539
	1.1209	2.3037	0.0831	0.1056	3.4377	2.2376	0.1790
	1.1230	2.2949	0.1200	0.1022	3.4668	1.3883	0.8221
	1.1252	2.3276	0.2088	0.0987	3.4982	1.0654	0.9365
	1.1273	2.4055	0.2953	0.0953	3.5325	0.9072	0.8855
	1.2249	1.2220	2.6911	0.2988	0.1281	3.3224	3.7765
1.2249		2.5211	0.2021	0.1246	3.3414	3.6593	5.5042
1.2271		2.4159	0.1119	0.1210	3.3617	3.3779	5.5866
1.2292		2.3618	0.0594	0.1175	3.3836	2.3085	0.1690

Table 5 (continued)

ρ_1	ρ_2	a	e	i	Ω	ω	M_0	
1.2249	1.2314	2.3523	0.1144	0.1140	3.4072	1.2953	0.9762	
	1.2335	2.3865	0.2011	0.1105	3.4326	1.0237	1.0399	
	1.2356	2.4683	0.2914	0.1070	3.4599	0.9017	0.9540	
1.3333	1.3311	2.7499	0.2990	0.1407	3.2827	3.9119	5.5073	
	1.3333	2.5724	0.1992	0.1372	3.2985	3.8427	5.3817	
	1.3354	2.4628	0.1023	0.1337	3.3152	3.6714	5.3523	
	1.3375	2.4065	0.0316	0.1302	3.3332	2.3732	0.1621	
	1.3397	2.3966	0.1024	0.1267	3.3523	1.1190	1.2086	
	1.3418	2.4319	0.1954	0.1232	3.3728	0.9474	1.1715	
	1.3439	2.5167	0.2886	0.1197	3.3949	0.8726	1.0382	
	1.4416	1.4394	2.7935	0.3004	0.1544	3.2445	4.0571	5.4239
1.4416	1.4416	2.6104	0.1989	0.1509	3.2575	4.0439	5.2397	
	1.4437	2.4976	0.0988	0.1475	3.2715	4.0300	5.0502	
	1.4459	2.4395	0.0001	0.1439	3.2860	5.7309	3.1416	
	1.4480	2.4292	0.0974	0.1405	3.3016	0.8576	1.5717	
	1.4501	2.4654	0.1935	0.1369	3.3182	0.8409	1.3277	
	1.4523	2.5525	0.2883	0.1335	3.3360	0.8230	1.1360	
	1.5499	1.5477	2.8242	0.3038	0.1692	3.2077	4.2097	5.3319
		1.5499	2.6371	0.2029	0.1658	3.2185	4.2565	5.0846
1.5520		2.5218	0.1053	0.1623	3.2298	4.4098	4.7246	
1.5542		2.4626	0.0349	0.1589	3.2419	5.6271	3.2964	
1.5563		2.4519	0.1037	0.1555	3.2546	0.5628	1.8642	
1.5584		2.4887	0.1973	0.1519	3.2681	0.7143	1.4992	
1.5606		2.5774	0.2914	0.1485	3.2824	0.7576	1.2439	

Table 5 (continued)

ρ_1	ρ_2	a	e	i	Ω	ω	M_0
1.6582	1.6561	2.8442	0.3105	0.1852	3.1725	4.3665	5.2345
	1.6582	2.6544	0.2126	0.1819	3.1814	4.4699	4.9269
	1.6604	2.5376	0.1228	0.1786	3.1907	4.7442	4.4421
	1.6625	2.4775	0.0726	0.1752	3.2005	5.6762	3.2952
	1.6646	2.4667	0.1221	0.1717	3.2109	0.3134	2.1578
	1.6658	2.5039	0.2078	0.1683	3.2218	0.5821	1.6720
	1.6689	2.5936	0.2989	0.1649	3.2334	0.6818	1.3569
	1.7665	1.7644	2.8556	0.3210	0.2028	3.1388	4.5232
1.7665		2.6643	0.2284	0.1996	3.1461	4.6731	4.7778
1.7687		2.5466	0.1494	0.1963	3.1538	5.0038	4.2321
1.7708		2.4860	0.1127	0.1929	3.1618	5.7215	3.2952
1.7729		2.4751	0.1499	0.1896	3.1702	0.1402	2.3720
1.7751		2.5125	0.2254	0.1862	3.1791	0.4584	1.8326
1.7772		2.6027	0.3113	0.1828	3.1884	0.6020	1.4697
1.8748		1.8727	2.8606	0.3358	0.2220	3.1068	4.6756
	1.8748	2.6686	0.2504	0.2189	3.1127	4.8576	4.6455
	1.8769	2.5505	0.1823	0.2157	3.1189	5.1979	4.0856
	1.8791	2.4897	0.1547	0.2125	3.1255	5.7634	3.2963
	1.8813	2.4787	0.1840	0.2092	3.1323	0.0302	2.5202
	1.8834	2.5161	0.2493	0.2059	3.1394	0.3521	1.9723
	1.8855	2.6066	0.3286	0.2026	3.1469	0.5238	1.5769

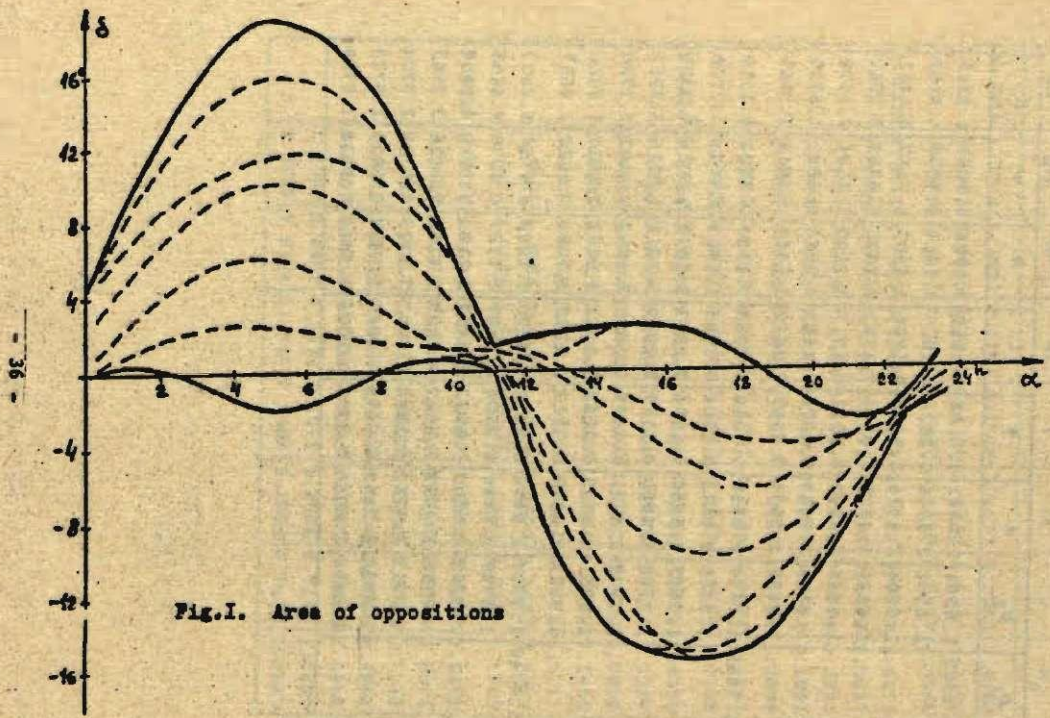
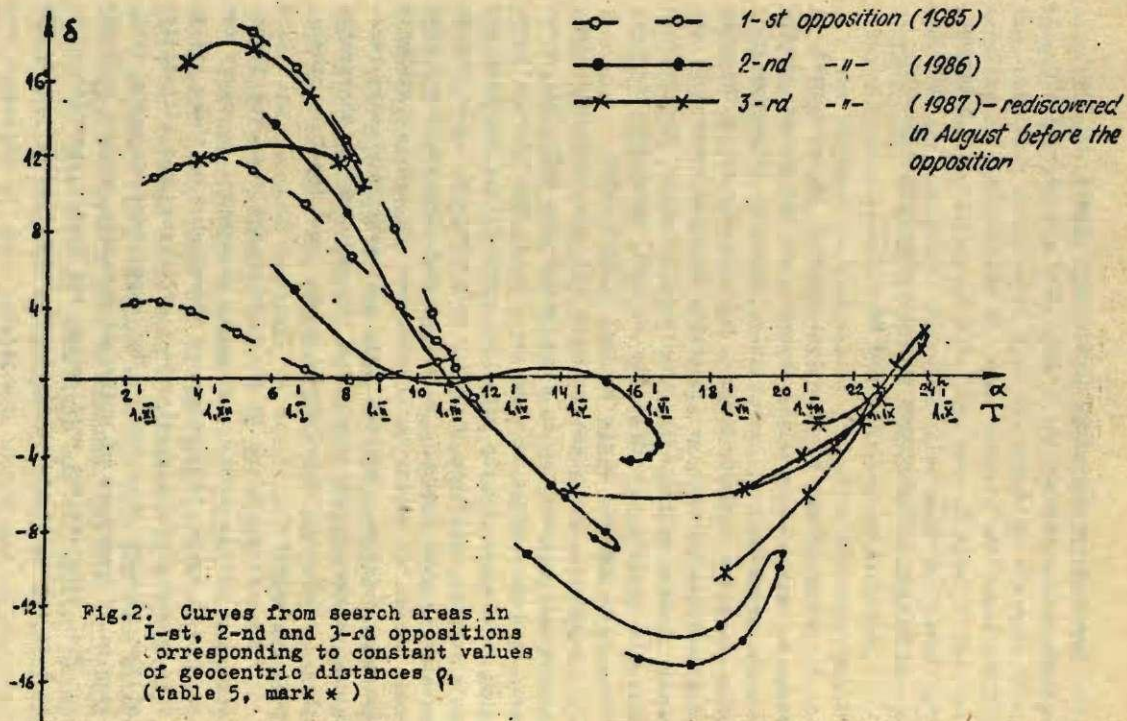


Fig.I. Area of oppositions

- 36 -



A.Zarins
(AO LU)

SATELLITE OBSERVATIONS SUPPORT SOFTWARE PACKAGE FOR IBM PC

A large amount of calculations must be performed in order to carry out satellite observations and process obtained measurements. If, except this, accurate telescope guiding and other hardware control is necessary as in the case of laser observations, an integrated computer control of the whole process is the most acceptable solution. The SatComp software package, developed to support satellite observations on an IBM PC, is the subject of this paper.

A concept, according to which all the necessary algorithms are concentrated in a single program code, was choosed. Structure of it is shown on fig. 1. The central position is occupied by the satellite observations database and it's support utilities. Majority of functional tasks can be treated as data import or export or subtasks, performed over some subset of satellite observations or orbital elements database contents. Besides this, databases containing technical parameters of satellites, coordinates of observatories, catalogue of reference stars, and possibly others, must be supported.

Support utilities of these databases form the infrastructure of the software package, necessary to carry out functional tasks. Efficiency and convenience of these utilities determines to a great extent efficiency and suitability of the package as a whole. Our experience suggests that, despite of abundance of universal database support packages for PCs, they are not well suited for highly specific data, such as satellite observations and associated data are. The

main reason for this lies in the universality of these databases, which results into huge size and complexity of control software, complicated data structure. At the same time, majority of capabilities of these packages are excessive for the application discussed here. The cost of them in the context of our economical situation also must be taken into account. Due to above-mentioned factors we preferred to develop self-made specialized database support software.

The approach to development of such a software depends to a high extent on structure, amount and dynamics of the data to be handled. The most obvious property of satellite observations is their large and rapidly increasing volume. Besides this, they can be arranged in chronological order for each satellite and split into groups of observations, representing laser passes, photographic frames etc. These groups consist of a head (containing data, common to all subsequent observations) and an array of observations. - According to our concept, names of files where such groups of observations of a satellite are stored, contains a reference to the satellite (it's COSPAR number). A number of these files can exist simultaneously, their size is limited only by the available disk space. Groups are stored in the incoming sequence, but can be subsequently rearranged in chronological order.

The structure of the array of observations depends on the type of observations, but always includes the time moment and at least one measured quantity. For laser observations the measured distances to satellite, their estimated residuals and, possibly, meteor data are stored.

The observations database control utility uses hierarchic menu system (fig. 2). On the upper (file) level operations on database files such as selection of a directory, of a database file, creation of a new file and some others are supported. When a file is selected, the list of groups, stored in this file is visualized and the second (group) level menu is offered. Operations on groups of observations are supported at this level: data export and import, edi-

ting, copying, deleting, reordering, data analyze. These operations can be executed over one (selected) group or over some subset of the file, which can be selected directly - (marking groups) or specifying a set of delimiters, consisting of time interval, observatory number and type of observations. The third level operations are performed directly over observations. Import and analysis of observations are relatively independent procedures and have their own control menu systems. The observations editing utility has two parallel levels: the group header editor and the data array editor. Some changes in the group header (for example, in correction indexes) can cause the necessity for corresponding changes in the whole data array. Such operations are supported by the header editor. The data array editor allows to view and edit individual observations, add and delete them.

Data export facility provides conversion of selected subset of data to the necessary format and transmission to some external media. The required export format and export target must be selected from corresponding menus. For laser observations MERIT-2, SAO Quick Look 33333, Normal Points 99999, Sampled Engineering 88888 data formats are supported. If the format expects that some corrections must be introduced in data or transformation to another coordinate system must be performed, the corresponding indexes of group headers are scanned and proper reduction procedures executed, involving, if necessary, additional data from orbital elements, observatory and object databases.

Orbital elements, if compared with observations, have substantially less data volume, so that structure of orbital elements database is simpler. Each set of elements is represented by a data array of fixed length, containing Kepler orbital elements, their first derivatives, the set of long-period perturbation terms, state vector of the satellite (i.e., its geocentric radius-vector and velocity vector) and some extra values and indexes. Each database file must contain orbital elements of only one satellite, filename

contains a reference to this satellite (it's COSPAR number). Number of files and their size are limited only by DOS. - Orbital elements are stored in incoming sequence, but can be subsequently rearranged in chronological order.

Orbital elements database control utility is designed in a way, similar to observations database. In the upper (database file) level a directory and a file in it can be selected and a new file can be created. When a file is selected, the list of orbital element sets (database records) stored in it, is visualized and operations on orbital element sets can be performed. The selected orbital elements set can be edited, deleted, compared with a previously marked one, contents of the file can be rearranged. Import of non-Kepler orbital elements is possible, an appropriate procedure must be included for each import format. COSMOS and Texas Point (IRV) formats are supported by now.

The orbital elements set editor allows visualization and modification of Kepler orbital elements and state vector of the satellite (conformity between them is supported). Osculating orbital elements can be averaged for short-period perturbations according to Kozai [4] (J2, the first order). Long-period perturbations can be included via terms with periods of ω , 2ω and 3ω in elements i , u , Ω , $e \cdot \cos(\omega)$ and $e \cdot \sin(\omega)$ [5, 6]. Influence of air drag and other non-gravitational effects can be included only via empirical derivatives of Kepler elements.

Two orbital element sets can be compared to find out magnitude and structure of their differences and possible errors. Differences are visualized in terms of Kepler elements, spatial displacement, velocity and energy differences for both epochs.

Observatory and object databases performs secondary functions and have very simple structure. Each of them is stored in a single file with fixed name. Data records have fixed length and structure and are not arranged in any way. Due to this, file level is lacking in control utilities of these databases. On data record level a list of database

entries is visualized. An entry, selected in this list, can be edited, deleted, duplicated (which is the only way to add new entries) or returned to caller routine.

Each entry of the observatory database contains number, name, coordinates and some extra parameters of an observatory. Both rectangular and geographic coordinates are stored, conformity between them is supported. Object database contains numbers and names of satellites, parameters of laser retroreflectors (if any), visual magnitude, aerodynamic characteristics of satellite.

Ephemeris subsystem is an essential part of functional tasks, supported by SatComp. It consists of the long-term visibility prediction utility (implementation of the algorithm [1]), the ephemeris utility itself, and coordinates calculator, useful for various test and debugging purposes. The ephemeris utility calculates and visualizes satellite passes, visible over definite almucantar at some observatory during a night for a list including up to 8 satellites. One of these passes can be selected for more detailed analysis and editing, then a specialized ephemeris for the pass can be obtained. One of options is real-time device guiding. Full support of laser observations using alt-azimuth mount, driven by stepper motors, is realized, including generation of base frequency divisors for motor drives and time gate for reflected pulse registrator, collection and visualization of registered data. Manual control of mount position, time gate and some other parameters via keyboard is possible. Riga TPL SLR telescope is functioning under control of this software package.

Parameters, necessary for ephemeris tasks (list of satellites and almucantarats, number of observatory, maximum elevation of the Sun) can be stored in the configuration file and picked out of it automatically, starting the program. The current time moment and date are obtained from computer's real-time clock. Orbital elements and coordinates of observatory are picked out from corresponding databases automatically.

The laser observations analysis utility can be involved while editing an observations database entry or during import to this database. The group of observations is visualized as a graph, depicting dependencies of O-C or of approximation residuals on time. Using a keyboard-controlled select area, a subset of observations can be selected for further analysis. Polynomial approximation is used to smooth out dependence of O-C on time, evaluate internal mean square error and to find out and eliminate rough data [2, 3]. The current state of the group can be stored in database or exported. Normal points generator, using the Herstonceux algorithm, is available, also normal points can be stored in database or exported. Ephemeris time bias can be estimated and corrected according to algorithm [2]. A sample of screen design is shown on fig. 3.

Raw laser observations data processing utilities are designed as database data import tools. Due to variety of data representation formats and data structure, used in various ranging results registration devices, there must be a number of corresponding data interpretation and reduction utilities. Usually the first step after the data array is read, is to extract and process calibration measurements. Several calibration editors are available, allowing to visualize calibration data, eliminate rough points, adjust model properties. Obtained calibration model then is applied to satellite ranging results and a group of observations, ready to be stored in database, is arranged. There are several data import options, lacking calibration procedure: import from MERIT-2 format, from SOLVE program's RESIDS format, from another database file.

SatComp is provided with context-sensitive help system, in most situations explanations on the currently active menu item and possible actions can be obtained pressing F1 key. Total volume of help texts is about 70 000 characters.

The program is compiled using Turbo C++ compiler. A PC XT/AT compatible computer, which operates under DOS version 3.0 or higher and has at least 512K RAM and 1M avail-

lable disk space is necessary. Presence of hard disk, math coprocessor and mouse is desirable. Graphics output needs color EGA or VGA monitor/adapter.

Further extensions of SatComp, particularly in the field of observations data analysis (improvement of orbital elements, geodesic and geodynamic applications) are envisaged.

References

1. Kozai Y. The motion of a close Earth satellite. *Astron. J.*, 64, 367-377, 1959.
2. Kozai Y. Second-order solution of artificial satellite theory. *Astron. J.*, 67, 446-461, 1962.
3. Geodetic parameters for a 1966 Smithsonian Institution Standard Earth. *SAO Special report #200*, 1966.
4. В. Хагар. Видимость ИСЗ на фоне неба. — В сб.: Анализ движения небесных тел и оценка точности их наблюдений — Рига, 1988. — С. 5-12.
5. А. Зариньш. Об аппроксимации лазерных наблюдений ИСЗ полиномами времени // Научные Информации Астрономического Совета АН СССР. — #44. — 1980. — С. 44-46.
6. А. Зариньш, В. Хагар. Численные исследования видимого движения ИСЗ. — В сб.: Навигационная привязка и статистическая обработка космической информации. — Москва, 1983. — С. 48-54.

Summary

A. Zarins

SATELLITE OBSERVATION SUPPORT SOFTWARE PACKAGE FOR IBM PC

Structure and capabilities of satellite observations support software package SATCOMP are discussed. SATCOMP is developed in the Astronomical Observatory of the University

of Latvia to ensure on an IBM PC all calculations, necessary to plan and provide satellite observations (particularly, SLR), collect, process and handle obtained results and other data.

Kopsavilkums

A. Zariņš

ZEMES MĀKSLĪGO PAVADOŅU NOVĒROJUMU PROGRAMMNOĀROŠINĀJUMS

IBM PC TIPI SKAITĻOTĀJIEM

Rakstā aplūkota programmu paketes SATC MP struktūra un funkcijas. Šī programmu pakete izstrādāta Latvijas Universitātes Astronomiskajā Observatorijā un tās uzdevums ir nodrošināt Zemes mākslīgo pavadoņu novērojumu (it īpaši lāzervērojumu) plānošanu un izpildi, iegūto rezultātu un citu saistīto datu glabāšanu, pārveidošanu un analīzi.

Резюме

А. Зарины

ПАКЕТ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ИСЗ

НА ЭВМ ТИПА IBM PC

В статье рассмотрены структура и функции пакета программ SATCOMP. Пакет разработан в Астрономической Обсерватории Латвийского Университета и предназначен для выполнения на ЭВМ типа IBM PC расчетов, необходимых для планирования и проведения наблюдений ИСЗ (в частности, лазерных наблюдений), обработки, анализа и хранения результатов наблюдений и сопутствующих данных.

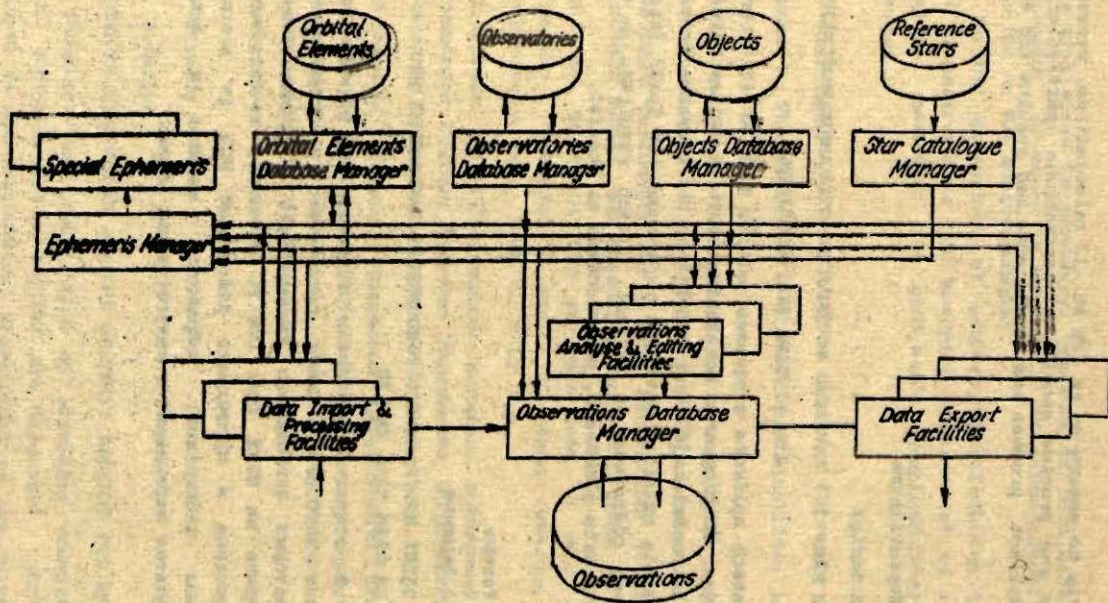


Fig.I. Structure of the SatComp satellite observations support software package

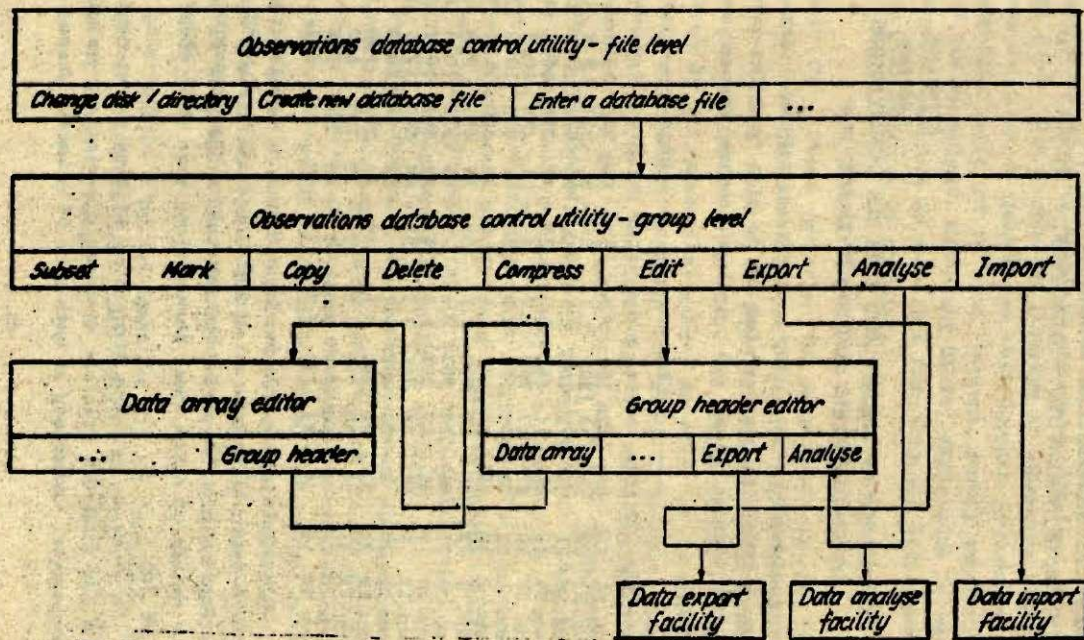


Fig.2. Structure of the SatComp observations database control utility

A. Zarins

(AO LU)

**A COMPARISON OF MTLRS-1 AND RIGA SLR OBSERVATIONS
 OBTAINED DURING AUGUST-SEPTEMBER, 1991**

In august-september, 1991 simultaneous SLR observations of Lageos satellite were carried out in Riga by MTLRS-1 and Riga SLR station laser. 16 quasisynchronous passes were obtained:

#	date	time, UT	MTLRS			Riga			ovl.
			from	to	pts m.s.e.	from	to	pts m.s.e.	
1	aug.15	23h	43m-	52m	356 3.0cm	33m-	70m	723 10.5cm	9m
2	aug.23	23	14 -	30	1802 2.1	16 -	51	867 9.4	14
3	aug.24	21	50 -	75	105 3.6	51 -	83	547 10.9	24
4	aug.28	23	25 -	44	192 2.2	30 -	44	284 10.7	14
5	aug.30	20	57 -	63	162 2.7	41 -	56	256 10.3	-
6	sep. 1	21	30 -	54	2192 2.2	30 -	63	885 10.8	24
7	sep. 2	20	10 -	33	1679 2.4	6 -	34	658 11.1	23
8	sep. 2	23	46 -	60	817 2.2	39 -	80	891 9.9	14
9	sep. 9	21	16 -	34	983 2.4	8 -	45	1123 10.4	18
10	sep.10	0	48 -	67	898 2.4	42 -	77	681 10.9	19
11	sep.15	0	57 -	70	399 3.5	58 -	95	507 17.2	12
12	sep.15	20	2 -	20	148 4.1	9 -	17	64 18.2	8
13	sep.19	21	37 -	58	1000 3.5	45 -	74	937 9.6	13
14	sep.22	21	10 -	22	72 3.3	20 -	32	187 8.2	2
15	sep 26	22	42 -	60	694 3.5	51 -	78	310 7.6	9
16	sep 28	19	51 -	81	1239 3.5	72 -	80	64 9.5	8

Pass #5 is not quite quasisynchronous - observations of MTLRS began 45 seconds after Riga laser was already stopped. Besides this, it was found out that MTLRS pass #3 consists mainly of noise, real observations were only about 40 out of 105.

In order to estimate properties of Riga laser performance and find out possible systematic deviations in range measurements, comparison of both sets of observed passes was

carried out. Orbital elements of Lageos, obtained from IRV's were used, they ensured an accuracy of ephemeris within several hundreds of meters, so that dynamic methods of range comparison could not be used. Instead, purely geometric method was developed. According to it, difference δr between measured distances to satellite from both SLR telescopes for each pass is given by equation:

$$\delta r = (\bar{r} * \bar{R}) / r + C_i, \quad (1)$$

where C_i - range deviation for this pass (assumed to be constant within it), \bar{r} - radius-vector of satellite, \bar{R} - vector between centers of both telescopes. Uncertainty of direction to satellite of about one minute of arc (which was ensured by our ephemeris) causes an error of no more than several millimeters in δr (R was about 30 meters). Unknown parameters in these equations are C_i . Unfortunately, exact value of \bar{R} was not available to us, so that components of \bar{R} were to be treated as unknown parameters, too. This inevitably should lead to uncertainty of average value of C_i because of it's correlation with component of \bar{R} , pointed to center of symmetry of all used satellite passes (which in our case was situated a little East from zenith, thus x - and slightly y components of \bar{R} should be affected).

To obtain values of δr , dependancies of difference between observed range and ephemeris distance (to one of telescopes) on time for each pass observed by both telescopes were approximated by polynomials, then differences between these polynomials for some set of time moments were calculated. Time moments were selected to regularly cover all quasi-synchronous interval, average number of points per pass was about 100.

As a result, a set of equations (1) was obtained. They were solved using standard least squares algorithm and estimations of \bar{R} and C_i found:

#	15 passes		13 passes		11 passes		10 passes	
	Ci	m.s.e.	Ci	m.s.e.	Ci	m.s.e.	Ci	m.s.e.
1	13.4cm	1.48cm	9.0	1.45	9.4	1.46	15.5	1.48
2	20.6	3.30	16.6	3.41	17.0	3.40	22.7	3.27
3	22.9	4.73	18.8	4.76	19.2	4.75	25.4	4.71
4	24.6	1.96	20.4	1.92	20.9	1.92	26.6	1.97
5	-----							
6	16.7	3.50	12.8	3.59	13.2	3.57	19.0	3.48
7	15.7	2.41	12.4	2.39	12.8	2.41	18.3	2.32
8	20.0	3.61	15.9	3.60	16.3	3.61	21.8	3.66
9	41.0	4.01	37.0	3.88	37.5	3.89	(43.7)	
10	28.6	2.31	24.8	2.15	25.2	2.16	30.0	2.38
11	105.1	2.77	(101.5)		(101.9)		(106.9)	
12	89.2	3.78	(85.6)		(86.5)		(92.5)	
13	14.5	1.23	10.2	1.25	10.7	1.24	16.7	1.22
14	15.8	0.11	11.5	0.11	(11.9)		(18.2)	
15	17.2	0.97	13.0	1.03	13.4	1.03	19.0	0.99
16	33.8	3.78	30.2	3.77	(30.7)		(36.5)	
\bar{C}			17.9	8.3	17.8	8.0	21.5	4.7
Rx	1185.7 cm		1185.7		1185.8		1185.1	
Ry	2921.6		2920.8		2920.9		2923.7	
Rz	81.6		77.3		77.7		83.4	
R	3154.1		3153.2		3153.9		3155.9	

(Z-axis of coordinate system is parallel to the geocentric radius-vector of the observatory, X-axis pointed to North).

It was immediately obvious that Riga passes #11 and #12 have anomalous values of Ci, anomalous calibration data was found for these passes, so that they were eliminated from further analysis. Pass # 14 was further eliminated due to very short time interval, represented by it, passes # 9 and 16 also had slightly anomalous values of Ci.

Obtained results show, that (supposing that MTLRS was calibrated exactly) Riga laser calibration is shifted by 15-20 centimeters (measured distances to satellite are too long). This might occur due to inaccurate calculation of complicated light path in optical system (calibration is realized through separate optics). Besides this, it is evident that range deviation is changing from pass to pass with an amplitude of about 10 centimeters, while during a pass it remains constant with an accuracy of 1-4 centimeters (which is well below internal accuracy of Riga laser). This, by our

opinion, is caused by specific properties of our time interval measuring device. Exact location of event (emitted or reflected laser pulse) relative to subsequent 0.1 micro second marker of time standard is obtained by means of registering pulse amplitude and width. Subsequently, a model, best fitting calibration measurements, is found using least squares algorithm, and applied to satellite ranging results. Parameters of this model depend on the current state of laser, atmosphere transparency, photoelectric multiplier, and changes noticeably from pass to pass. If the pulse received from satellite has amplitude, significantly differing from average calibration pulse, model extrapolation errors are inevitable.

Asymmetry of distribution of deviations suggests, that, on average, signal from satellite was weaker than during calibration despite efforts to equalize them, what might result in some additional systematic shift of measured range by some centimeters. It is hard to estimate value of this shift correctly, besides this, the shift probably depends on the satellite observed.

As it was mentioned, the analysis presented above was made without knowing exact position of MTLRS relatively to Riga laser. Under such restrictions values of components of \bar{R} (particularly, R_z and R_y) and C are correlated in a rather high extent and it is hard to obtain a reliable estimation of them at once, at least if amount of available data is limited. Use of exact values of components of \bar{R} certainly will make results more accurate.

On the other hand, in the spring of 1992 a new time interval measuring device was introduced in Riga SLR station. It should be more accurate (internal mean square error of observations has decreased twice - from 10 to 5 cm) and less subjected to changes in signal amplitude. To obtain more accurate estimation of Riga laser properties it would be useful to carry out synchronous observation session together with MTLRS once more.

Summary

A. Zarins

A COMPARISON OF MTLRS-1 AND RIGA SLR OBSERVATIONS OBTAINED DURING AUGUST-SEPTEMBER, 1991

Geometric analysis of quasisynchronous MTLRS-1 and Riga SLR station laser observations of Lageos has been performed. Estimation of systematic and random deviations of Riga laser is obtained. Results would be more accurate and informative if exact position of MTLRS relative to Riga laser would be available.

Kopsavilkums

A. Zariņš

1991. GADA AUGUSTĀ-SEPTEMBRĪ IEGŪTO MTLRS-1 UN RĪGAS LĀZERA NOVĒROJUMU SALIDZINĀJUMS

Veikta ar MTLRS-1 un Rīgas lāzera tālmēriem iegūto ZMP Lageos kvazisinhrono novērojumu ģeometriskā analīze. Iegūta Rīgas lāzera sistematisko un gadījuma kļūdu novērtējums. Rezultātu precizitāte būtu augstāka, ja būtu precīzi zināms abu lāzeru savstarpējais novietojums.

Резюме

А. Зариньш

АНАЛИЗ СОВМЕСТНЫХ ЛАЗЕРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ СТАНЦИИ "РИГА" И MTLRS-1, ПОЛУЧЕННЫХ В АВГУСТЕ-СЕНТЯБРЕ 1991 Г.

Проведен геометрический анализ квазисинхронных наблюдений МСЗ Lageos, выполненных в Риге с участием MTLRS-1. Получены оценки систематических и случайных ошибок лазерной установки "Рига". Точность оценок могла бы быть лучше при условии доступности точного взаимного расположения обеих установок.

А. В. Стойков

(АО ЛУ)

**РАСШИРЕННАЯ УГЛОВО - ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ
МОДЕЛЬ УЛИС - 630**

и

**анализ экспериментальных результатов калибровки
станции УЛИС по опорным звездам**

Выполнен анализ монтировки универсальной лазерной измерительной системы для локации искусственных спутников Земли. Предлагается расширенная углово - параметрическая модель для улучшения точности наведения станции в желанную точку небесной сферы с помощью эффективной процедуры периодической калибровки монтировки, пользуясь базисом опорных звезд. Приведены несколько результатов, полученных при приложении модели в случае для лазерного дальномера УЛИС, монтированного на территории геодезической обсерватории "Плана".

Точность наведения является основным параметром, характеризующим качество универсальной лазерной измерительной системы для локации искусственных спутников Земли /ИСЗ/. Точность наведения должна быть такова, чтобы объект локации /ИСЗ/ попадал во внутренность пространственного конуса, образованного лазерным пучком зондирующего излучения, т.е. ошибка наведения должна быть меньше минимального угла расхождености лазерного пучка.

С другой стороны, хорошая точность наведения лазерного дальномера позволяет надежно обнаруживать и сопровождать ИСЗ, а иногда при точном прогнозе начальной точки обнаружения лоцированного спутника /напр. LAGEOS/

осуществлять так называемый режим слепого сопровождения. Эффективным методом улучшения точности наведения является калибровка ориентации оптической оси телескопа по системе оптимально расположенных опорных звезд. После статистической обработки результатов можно ввести систематические коррекции ошибки наведения.

В [1] рассмотрены некоторые основные соотношения теории идеальной астрономической вертикальной двухосной монтировки УЛИС /рис.1./ . Проанализированы также и реальная астрономическая монтировка инструмента, и координатная система, в которой он работает. Созданная угло - параметрическая модель [2] с шестью параметрами учитывает:

- наличие наклона по оси Oz , появляющегося от невозможности ее идеального установления. Характеризуется углом наклона i ;
- неперпендикулярность двух основных осей порождается как неточностью изготовления, так и кистировкой оптических компонентов, задающих эти оси. Характеризуется углом перпендикулярности k ;
- коллимация выражается в несовпадении n с заданной кистировкой оптической оси телескопического тубуса α механическим, заданным вектором монтировки. Характеризуется углом коллимации c ;
- несовпадение нулевых пунктов с зенитом. Характеризуется углами нулевых реперов $\Delta N\varphi$ и $\Delta M\varphi$; - угловая ошибка геодезической привязки станции, вызываемая непараллельностью оси Ox' азимуту /уже рассмотрено выше несовпадение механической ротационной оси Ox' и оси, определенной кистировкой оптических компонентов. Характеризуется углом $\Delta \alpha_0$.

В [2] рассмотрено влияние этих отклонений от идеальной геометрии астрономической монтировки УЛИС на угловые позиции осей, выведя зависимости, учитывающие их:

$$\varphi' = \varphi + \Delta N\varphi$$

$$\psi' = \psi + \Delta M\varphi + (c + k - \sin i) \sec \varphi$$

Кроме рассмотренных выше угловых коррекционных параметров, в процессе испытаний УЛИС исследования точности наведения телескопа на заданную точку небесной сферы показали, что необходимо учитывать также: - угловую ошибку, связанную с изгибом тубуса телескопа УЛИС. Она характеризуется угловым коррекционным параметром e_φ и e_ψ соответственно для двух ротационных осей. Зависимость угловой ошибки от e_φ и e_ψ описывается формулами:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_e &= \sin\varphi e_\varphi, \\ \Delta\psi_e &= \sin\psi e_\psi; \end{aligned} \quad (1)$$

- угловую ошибку, связанную с нелинейным изгибом /закручивание/ двух осей. Геометрический смысл этого эффекта подобен рассмотренному выше, но относится к самим осям вращения, т.к. аналитическое описание - это предмет самостоятельного исследования и выходит за рамки настоящей работы, то влияние этого эффекта на угловые поправки учтено с помощью полиномиальной аппроксимации; - угловую ошибку, связанную с эксцентриситетом редукторных узлов относительно осей поворота /рис.2./. Исходя из тригонометрических соображений, можно описать закон изменения угловой ошибки для φ и ψ :

$$\begin{aligned} \beta &= \alpha - \varphi + 2\pi + \arcsin(\Delta_\varphi / r \sin\alpha), \\ \xi &= \arctg\left(\frac{r \sin\beta}{\Delta_\varphi - r \cos\beta}\right), \\ \Delta_\varphi &= \varphi - \alpha - \xi, \end{aligned} \quad (2)$$

где r - радиус большего круга редукторного узла, α - угол децентровки в исходном положении. Аналогичное представление имеет и зависимость по оси ψ . Рис. 3 иллюстрирует пример описанной зависимости и позволяет оценить влияние этого эффекта;

- угловую ошибку из-за т.н. люфта подшипников в точках крепления к двум осям. Эффект подобен рассмотренному выше, и оба можно объединить;

- угловую ошибку, вызванную неравномерностью расположения зубов редукторного венка. Для характеристики зависимости

угловой ошибки от этой неравномерности нужно исследовать ее предварительно и определить как функцию от φ и ψ . Из проведенного выше анализа контуровки УЛИС вытекает возможность расширения ее математической модели в смысле углово - параметрической модели. Следовательно, ищем функцию типа:

$$\begin{aligned} \varphi' &= \varphi'(i, k, c, \Delta n_{\varphi}, \Delta n_{\psi}, \Delta \lambda_0, \epsilon_{\varphi}, \epsilon_{\psi}, \Delta \varphi, \Delta \psi, \alpha, \delta, T^0, P), \\ \psi' &= \psi'(i, k, c, \Delta n_{\varphi}, \Delta n_{\psi}, \Delta \lambda_0, \epsilon_{\varphi}, \epsilon_{\psi}, \Delta \varphi, \Delta \psi, \alpha, \delta, T^0, P), \end{aligned} \quad (3)$$

где α, δ, t - координаты точки небесной сферы в II экваториальной координатной системе;

T^0, P - метеопараметры условия наблюдения, соответственно температура и давление.

Разработанная 6 - параметрическая модель [2] описывается соотношениями:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi' &= \sin \psi \Delta i - \cos \psi \Delta \lambda_0 + \Delta n_{\varphi}, \\ \Delta \psi' &= -\cos \psi \operatorname{tg} \varphi \Delta i - \sin \psi \operatorname{tg} \varphi \Delta \lambda_0 + \sec \varphi \Delta c + \operatorname{tg} \varphi \Delta k \Delta n_{\psi}. \end{aligned} \quad (4)$$

Система условных уравнений выражает чувствительность угловых коррекций $\Delta \varphi'$ и $\Delta \psi'$ по отношению к отдельным параметрам - $i, k, c, \Delta \lambda_0, \Delta n_{\varphi}, \Delta n_{\psi}$, при этом $\Delta \varphi'$ и $\Delta \psi'$ - величины, определяемые экспонентально. Так как еще значаще принято условие, что в первом приближении угловые параметры не зависят от метеорологических условий, то их влияние на модель учтено [3] формулами учета рефракции при вычислении видимого положения звезд

$$r_0 = (n_0 - 1) \operatorname{tg} z_0 [(h/h_0)(e^{-h/h_0} - 1) + 1],$$

где n_0 - показатель преломления воздуха у земной поверхности; z_0 - зенитный угол; h_0 - константа, равная 9.240 км; h - высота спутника. Это уравнение описывает изменение рефракции r_0 с ошибкой до 0.1", для z_0 до 70°, причем влияние атмосферных условий учитывается посредством изменения n_0 [4]:

$$n_0 - 1 = 77.6(1 + 7.52 \cdot 10^{-3} \lambda^{-2})(P/T) \cdot 10^{-6}$$

где P - атмосферное давление [мбар]; T - температура воздуха [K]; λ - рабочая длина волны [мкм].

Шестипараметрическая угловая модель

Эксперимент проведен в соответствии с следующим алгоритмом:

1. Выбираются 50 звезд, равномерно расположенных в угловом диапазоне действия станции УЛРС.

2. По Астрономическому ежегоднику определяются координаты видимого положения выбранных звезд в терминах второй экваториальной системы: α - прямое восхождение и δ - склонение для соответствующей эпохи.

3. Для заданного момента измерения по местному времени t_1 вычисляется соответствующее местное звездное время - S_1 . Для этой цели разработана подпрограмма STAR TIME, которая определяет местное звездное время с точностью до 0.1 сек.

4. Истинные координаты звезд получают в терминах вертикальной координатной системы φ_1 и ψ_1 .

5. Определяют разности $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\psi_1$ между измеренными координатами φ_0 и ψ_0 и вычисленными φ_c и ψ_c для соответствующего момента.

6. Согласно разработанной процедуре в [2] решается система условных уравнений /4/ и определяются угловые параметры астрономической монтировки.

На рис. 4 дана иллюстрация 6-параметрической угловой модели. Модельная непрерывная кривая аппроксимирует измеренные разности $\Delta\varphi_1$ в функции угла φ в соответствии с /4/ для среднеквадратической ошибки $\sigma_\varphi = 32$ угловых секунд для $N=36$. На рис. 4 видны и такие измеренные разности /14 по отсчету/ $\Delta\varphi_1$, которые отстоят от модельной кривой на несколько минут и повторяют ее вид. Этим методом была найдена аппаратная ошибка, которая впоследствии была устранена. Зависимость $\Delta\psi = f(\psi)$ иллюстрирует рис. 5.

На рис. 6. представлена модельная поверхность угловой ошибки $\Delta\psi$ как функция от φ и ψ . Согласно модели $\Delta\psi$ зависит и от двух углов /4/. Зависимость $\Delta\psi = f(\varphi, \psi)$ проиллюстрирована

для углового диапазона действия ЛД УЛИС $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$, $\psi \in [0, \pi]$. Для удобства при анализе экспериментальных результатов, кроме измеренных разностей $\Delta\varphi$ и $\Delta\psi$, введем и следующие характеристики, дающие представление о эффективности выбранной модели:

- вычисленные коррекции $\Delta\varphi' = \varphi_0' - \varphi_С'$ и $\Delta\psi' = \psi_0' - \psi_С'$;
- остаточные разности $\sigma\varphi = \Delta\varphi - \Delta\varphi'$ и $\sigma\psi = \Delta\psi - \Delta\psi'$.

Очевидно и хорошее совпадение вычисленных на базе выбранной модели угловых коррекц. λ , и измеренных экспериментально разностей. Доказательством этого служит отсутствие на рисунке остаточных разностей. Для этого масштаба они сливаются с осью абсцисс. Они могут наблюдаться на рис. 7, где масштаб оси ординат до 1 угловой минуты после второй итерации. По ним можем судить о существовании корреляции остаточных разностей, вызванной пренебрежением в модели систематической ошибки. Существование корреляции действительно наблюдается при зависимости $\sigma\varphi = f(\varphi)$.

Восьмипараметрическая угловая модель

Пусть к известным 6 угловым параметрам прибавим еще два, по одному для каждой оси, учитывающие изгиб телескопического тубуса. Функциональное влияние ϵ_φ и ϵ_ψ на угловую ошибку выражается /1/. Так получили восьмипараметрическую угловую модель. Для сравнения эффективности восьми- и шести-параметрических моделей при обработке экспериментальных данных воспользуемся тем же набором звезд. Из рис. 8 и рис. 9, где изображены соответствующие остаточные разности $\sigma\varphi = f(\varphi)$, $\sigma\psi = f(\psi)$ и $\sigma\varphi = f(\varphi)$, $\sigma\psi = f(\psi)$, видна сравнительно хорошая аппроксимация модели. Анализируя вид распределения остаточных разностей, замечаем известную, хотя и небольшую корреляцию зависимости $\sigma\varphi = f(\varphi)$, что показывает возможность дополнения модели.

Двенадцатипараметрическая угловая модель

Если дополним угловую параметрическую модель еще 4 параметрами по двум для каждой оси, описывающим полином второй степени, чтобы учесть остаточные систематических эффектов нелинейного типа, в контексте сделанного выше анализа после обработки результатов того же набора опорных звезд, использованного уже для 6-и 8-параметрических моделей, в распределениях остаточных разностей после второй итерации для 12-параметрической уже не наблюдается корреляционной зависимости.

Это значит, что достигнута такая точность описания угловой ошибки, при которой осталась только ошибка случайного характера, характеризующая точность повторяемости при наведении телескопа на отдаленную неподвижную реперную точку. Для достижения большей угловой точности наведения модель нельзя расширить, но при дальнейших исследованиях в этом аспекте необходимо аппаратурное усовершенствование положения с помощью т.н. угловых датчиков для обеих осей с угловой ошибкой 0.5 - 1 угл.сек. дает нам возможность искать новые корреляционные зависимости распределения остаточных разностей и вводить новые угловые параметры, учитывающие систематическую ошибку, порядка достигнутой на данном этапе эксперимента ошибки повторяемости.

Сравнение эффективности моделей

В табл. 1 и табл. 2 даны результаты эксперимента для калибровки угловых параметров по 32 огорным звездам. Звезды выбраны при одинаковых метеоусловиях $T=7^{\circ}\text{C}$ и $P=870$ мм рт.ст. Во втором и третьем столбцах табл. 2 даны первоначально определенные разности между измерительными и вычисленными угловыми координатами по обеим осям φ и ψ . В третьем и четвертом столбцах расположены остаточные разности углов по обеим осям после применения 6-параметрической угловой модели. Эффект очевиден при сравнении среднеквадратических ошибок угловых величин перед и после применения модели. Имея в виду величину угла зрительного поля телескопической систе-

мы УЛИС - ± 7.5 угл. мин. для достигнутой суммарной средне-квадратической ошибки одинарного измерения, имеем:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\varphi}^2 + \sigma_{\psi}^2} = 45'' \quad (5)$$

гарантированный захват наблюдаемого небесного объекта (в случае звезд).

Используя 8-параметрическую угловую модель для того же набора звезд, получаем соответственно $\sigma_{\varphi} = 16.9''$ и для $\sigma_{\psi} = 22.4''$. Достигнутая ср. кв. ошибка одинарного измерения уже $\sigma_{\Sigma} \approx 28''$, значение которой удовлетворяет требованиям угловой точности наведения для класса ЛД типа - УЛИС $\sigma_{\Sigma} \leq 30''$. Итак: расширение угловой модели только двумя дополнительными параметрами ведет к уменьшению суммарной угловой ошибки наведения на $\approx 38\%$ по отношению к 5-параметрической. Логично ожидать, что 12-параметрическая модель чувствительно уменьшит ошибку, но эксперименты дают нам другую картину. Имеем $\sigma_{\varphi} = 12.2''$, $\sigma_{\psi} = 17.5''$, $\sigma_{\Sigma} \approx 21''$, т.е. уменьшение угловой ошибки по отношению к 8-параметрической модели только 25%. Картину недостаточно эффективного действия 12-параметрической угловой модели можно объяснить достижением минимальной границы угловой ошибки астрономической монтировки, определенной ошибкой повторности наведения в неподвижную точку, имеющей случайный характер. Физически она определяется как характеристиками нулевых реперов, относительно которых отсчитывается угол, так и "угловыми датчиками", осуществляющими обратную связь по угловому положению, и имеет значения для двух осей соответственно $\sigma_{\varphi}^0 = 11.8''$ и $\sigma_{\psi}^0 = 16.6''$. Можно предположить, что использование "угловых датчиков" и нулевых реперов с более высокой точностью определения углового положения, напр. с угловой ошибкой не больше $1''$, даст возможность более эффективно сработать 12-параметрической угловой модели и достичь /с дополнительным увеличением числа параметров/ угловой точности наведения в точку небесной сферы, характеризующуюся ошибкой $\sigma_{\Sigma} \leq 1'' - 2''$, т.е. в границах угловой разрешающей способности телескопической системы.

Исследование зависимости ошибки модели от числа измерений

Исследуем другой набор опорных звезд, $N=50$. С помощью программы **AMGLSTAR** определяем угловые параметры астрономической монтировки для 5,6- и 12 - параметрических угловых моделей и среднеквадратические угловые ошибки соответственно для каждой оси, как и общую σ_{Σ} на базе оценок остаточных разностей при действии моделей. Число опорных звезд, измерениями положения которых располагаем, меняется от 2-3 до N . На рис. 12 распределения σ_{φ} , σ_{ψ} и σ_{Σ} в зависимости от N видно, что кривые $\sigma_{\varphi}=f(n)$, $\sigma_{\psi}=f(n)$, $\sigma_{\Sigma}=f(n)$ $N = 1-50$ имеют определенный минимум в области $N=32-36$. Особенно хорошо виден этот минимум на рис.12, где представлена кривая $\sigma_{\varphi}=f(n)$ в большем масштабе. Основной практический вывод: при звездной калибровке по опорным звездам необходимо выбирать $N_{opt} = 32-36$. В противном случае при меньшем числе звезд увеличивается ошибка модели, а при большем, чем N_{opt} , - накладывается ошибка систематически неизвестных эффектов.

Список литературы

1. Нагар В.Х., Дмитрова М. Теория вертикальной монтировки.
2. Стойков Ал.В., Дмитрова М., Нагар В.Х. Вести-параметрическая угловая модель УДИС 630. // Международный научный семинар "Лазерные спутниковые дальномеры II-го и III-го поколения и перспективы их применения по программе "Интеркосмос", София, 26-30. 05, 1986.
3. Распространение лазерного пучка в атмосфере / Пер. с англ. под ред. Д.Стробена, - М.: Мир, 1981.
4. Климов В.М. Основы расчета оптико - электронных приборов с лазерами. - М.: Советское радио, 1978.

Таблица 1.

No	α			δ			date	t_0			φ_0 degr	ψ_0 degr	
	h	m	s	o	'	"		d	m	s			
1	11	53	19.4	53	45	12.1	31	3	1	07	31.7	- 0.6830	- 9.7750
2	11	9	6.3	44	33	23.7	30	3	23	2	40.9	11.0703	1.1457
3	9	32	11.1	51	43	45.4	30	3	23	10	31.9	- 0.4859	- 8.9558
4	9	45	16.2	23	49	27.2	30	3	23	29	3.1	-14.8312	17.5105
5	11	1	15.2	56	26	26.4	30	3	23	37	7.4	5.2473	11.2996
6	5	54	35.5	7	24	23.6	30	3	19	37	15.9	-18.4633	94.2262
7	2	18	40.0	89	13	12.8	30	3	19	46	51.8	7.8715	-44.7519
8	11	3	8.2	61	48	35.7	30	3	19	56	3.5	30.1234	-25.4983
9	3	23	91.7	49	49	37.8	30	3	20	12	33.1	-28.0839	28.0883
10	10	7	49.6	12	1	8.4	30	3	20	29	15.2	31.1707	36.1277
11	8	22	7.7	49	13	35.0	30	3	20	36	46.5	7.2797	2.2910
12	5	35	40.1	-1	12	29.1	30	3	21	7	42.0	-47.0195	97.4832
13	4	35	17.9	16	29	29.7	30	3	21	16	12.7	-54.5179	- 0.0091
14	12	53	36.9	56	0	55.1	30	3	21	44	5.6	34.3949	-20.8464
15	6	37	5.9	16	24	38.5	30	3	20	44	54.3	-22.2754	23.3027
16	11	53	19.4	53	45	12.1	31	3	1	7	31.7	- 0.6840	- 9.7750
17	13	23	32.9	54	58	39.6	29	3	29	8	28.9	29.2793	-14.8008
18	11	3	8.2	61	48	35.7	29	3	22	26	11.6	14.9910	-16.8695
19	11	48	32.5	14	37	46.7	29	3	22	41	56.7	24.4066	32.8141
20	21	28	27.7	70	31	28.8	29	3	23	27	24.1	15.7887	-63.5008
21	5	58	38.8	54	17	24.7	30	3	22	15	1.6	-21.7429	-25.7598
22	10	7	49.6	12	1	8.4	30	3	0	56	59.7	-32.4148	24.8347
23	12	41	8.6	-1	23	39.8	30	3	1	31	22.4	- 6.3418	45.5015
24	10	7	49.6	12	1	8.4	29	3	22	11	6.2	7.2758	33.9229
25	7	33	55.8	31	54	55.0	30	3	22	5	58.2	-29.1979	0.9039
26	8	29	25.1	60	45	33.6	30	3	22	54	22.3	- 6.6531	-19.8965
27	6	44	40.7	-16	42	9.7	30	3	20	51	55.9	-27.5246	59.8848
28	14	15	12.0	19	14	59.9	30	3	0	40	50.1	31.0391	27.7207
29	5	34	15.5	26	44	40.1	30	3	0	49	5.6	46.0344	15.0679
30	7	44	40.6	28	3	18.0	29	3	22	57	0.7	-30.5934	5.0625
31	19	47	9.8	49	21	44.2	30	3	1	57	25.0	8.8406	- 9.8488
32	16	29	46.6	21	30	22.7	30	3	1	41	25.1	47.9597	22.4054

Таблица 2

№	Δp	$\Delta \psi$	δp	$\delta \psi$
	$p_0 - p_c$	$\psi_0 - \psi_c$	$\Delta p - \Delta p'$	$\Delta \psi - \Delta \psi'$
1	- 270.1	7225.8	51.2	- 5.7
2	142.7	6654.9	21.2	- 57.5
3	- 264.7	7436.8	25.4	31.6
4	791.6	7852.5	30.2	30.4
5	- 371.4	6912.4	8.5	- 62.5
6	1986.9	7893.5	26.2	13.3
7	-1591.2	6877.1	-24.8	- 61.3
8	- 959.4	5746.4	-40.8	- 73.0
9	-1014.1	8315.4	19.2	- 24.5
10	1419.5	5909.4	-13.3	30.1
11	185.2	6844.2	18.7	- 40.9
12	1419.4	9158.8	-41.6	- 27.6
13	31.3	10427.8	-22.4	- 11.5
14	- 792.9	5488.1	-49.3	- 26.3
15	1001.9	8140.5	24.5	25.1
16	- 270.2	7225.5	51.2	- 6.1
17	- 521.8	5761.5	-10.5	- 30.9
18	- 601.5	6481.1	- 5.2	- 64.8
19	1917.0	6237.4	- 5.3	7.4
20	2021.5	6759.8	- 2.1	- 72.6
21	- 919.3	8220.5	23.9	149.7
22	1018.2	8570.7	-13.4	- 17.6
23	1741.4	7362.1	34.6	- 41.8
24	1366.9	6914.5	11.0	- 29.2
25	117.0	8722.2	19.3	180.8
26	- 680.1	7563.3	39.6	90.4
27	2923.9	7992.8	-15.1	143.4
28	1155.0	5944.8	6.4	111.2
29	-1601.2	6991.0	- 8.3	- 28.5
30	616.9	4553.4	-70.8	- 148.8
31	270.2	8461.7	0.8	153.0
32	- 687.5	6599.9	-30.7	142.3
33	871.3	4945.6	26.4	92.5

σ_p
1143.8

σ_ψ
8903.1

σ_p
32.9

σ_ψ
89.6

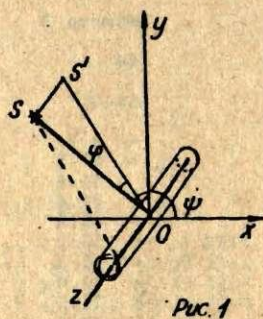


Рис. 1

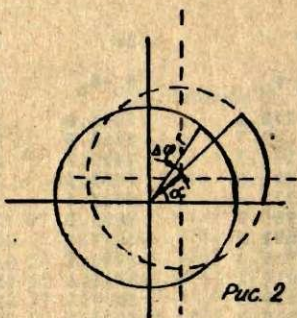


Рис. 2

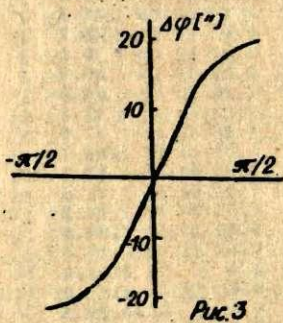


Рис. 3

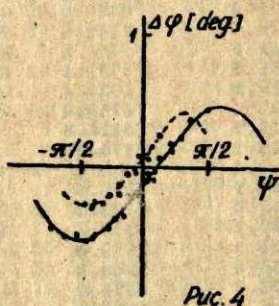


Рис. 4

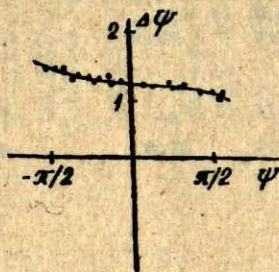


Рис. 5

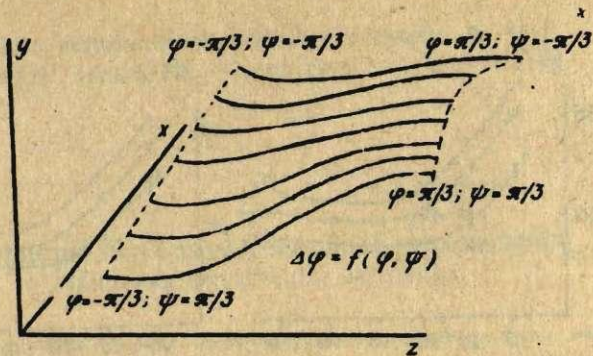


Рис. 6

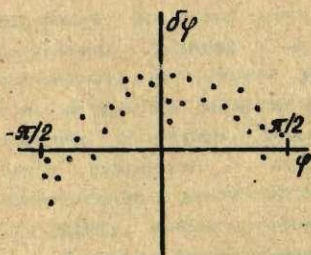


Рис. 7

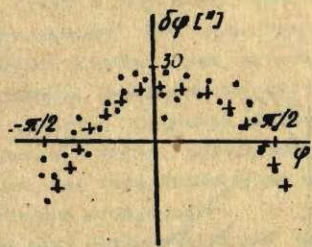


Рис. 8

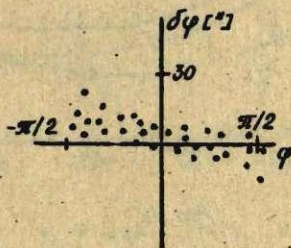
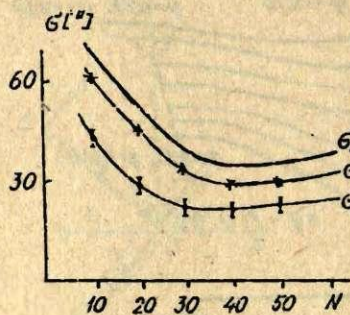
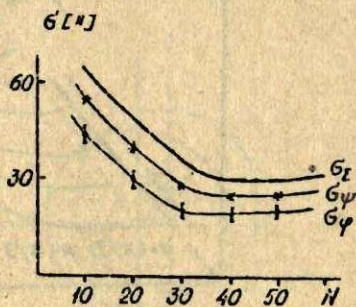


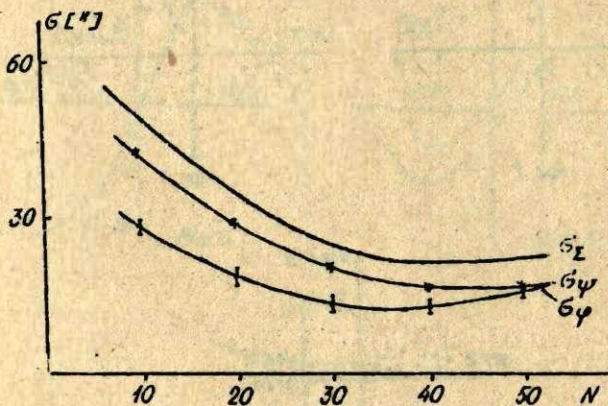
Рис. 9



Puc. 10



Puc. 11



Puc. 12

В.А.Гедровиц

(ЛО ЛУ)

УСТРОЙСТВО РЕГИСТРАЦИИ ЗВЕЗДНЫХ ПРЯКОЖДЕНИЙ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЦИИ ФОТОТОКА

В последние годы в регистрирующих устройствах во всем мире используются разные вычислительные устройства (ЭКВМ). Это позволяет расширить функциональные возможности этих устройств. Но, кроме того, в связи с передачей выполнения логических операций на применяемую ЭВМ представляется возможность значительно упростить периферийные устройства, т.е. их функции сводятся к усилению, формированию сигналов, подсчету импульсов, делению частоты. Описание одного из таких устройств — относительно легко повторяемого — представлено в настоящей статье. Для того чтобы лучше понять его работу, небольшое теоретическое отступление.

В основу функционирования взят оптимизированный автором способ интегрирования фототока [1], согласно которому фаза определяется по следующей формуле:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) N_1 + N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} N_3}{\frac{\sqrt{2}}{2} N_1 - N_2 + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) N_3}$$

Интегральные суммы N_i имеют следующий вид:

$$N_i = A + B_i X + C_i Y,$$

где

$$A = \frac{naT}{\pi}, \quad B_i = -\sin \frac{\pi}{2} (i-1), \quad C_i = \cos \frac{\pi}{4} (i-1),$$

$$X = \frac{nbT}{\pi} \cos \psi, \quad Y = \frac{nbT}{\pi} \sin \psi, \quad i = 1, 2, 3,$$

T — период фототока,

- a - среднее значение фототока,
 ψ - фаза фототока,
 n - число наблюдаемых периодов фототока.

Для того чтобы однозначно определить ψ , f , b , необходимы три таких уравнения, т.е. $i = 1, 2, 3$. С формальной точки зрения, для осуществления этого способа нужны три счетчика импульсов, которые функционировали бы по следующему алгоритму (рис. 1): $f(t)$ - периодически меняющийся фототок (модуляция неподвижной визирной решеткой). В момент старта t_0 начинается подсчет импульсов первый счетчик (U_1). В момент t_1 - второй счетчик (U_2). При этом $t_1 - t_0 = T/8$. Еще через интервал времени $T/8$ начинает считать (U_3). Счетчики продолжают счет импульсов в течение интервала времени $T/2$. И так это повторяется в каждом периоде фототока. Следующий момент включения первого счетчика - момент времени $t_0 + T$ и т.д. Следовательно, за n периодов получим интегральные суммы N_1, N_2, N_3 . Ясно, что, кроме трех счетчиков, необходимо иметь также устройство управления, которое обеспечивало бы включение и выключение счетчиков. Однако имеется и другая возможность. Если применяется ЭВМ (например, БК-0010), то вовсе нет необходимости иметь три счетчика. В качестве их можно использовать регистры ЭВМ. Рассмотрим блок-схему такого устройства (рис. 2). Импульсы фототока $f(t)$ поступают через формирователь F на вход коммутатора K . Делитель частоты D обеспечивает деление опорной частоты $F_{оп}$ заданным коэффициентом P с целью получить на его выходе импульс длиной $T/8$. Этот импульс (сигнал) выполняет коммутирующую функцию. При его наличии импульсы фототока поступают на вход первого счетчика C_1 . Одновременно он разрешает устройству ввода (УВ) показания счетчика C_2 ввести в ЭВМ.

В свою очередь во время отсутствия его (по времени тоже равным $T/8$) импульсы фототока поступают на вход счетчика C_2 , и разрешается считывать счетчик C_1 .

В результате получаем следующее (рис. 1). В рассчитанный момент начала регистрации t_0 запускается делитель D . Начинается выделение первого импульса, во время которого

импульсы фототока поступают на вход первого счетчика C_1 . После интервала времени $- 1/8$ периода фототока - интегрирование будет вести счетчик C_2 , а показания счетчика C_1 (некоторое число K_{11}) будут введены в ЭВМ. В третьем интервале $T/8$ опять интегрирование будет вестись счетчиком C_1 , а показания C_2 (число K_{21}) введутся в ЭВМ и т.д. В свою очередь ЭВМ, получая первичные интегралы K_{1i} и K_{2i} программным путем, обеспечивает образование интегральных сумм N_1, N_2, N_3 . Очевидно, что в конце первого периода фототока (если придерживаться предложенного способа интеграции) эти суммы будут следующие (обозначим их N_{11}, N_{21}, N_{31}):

$$N_{11} = K_{11} + K_{21} + K_{12} + K_{22},$$

$$N_{21} = K_{21} + K_{12} + K_{22} + K_{13},$$

$$N_{31} = K_{12} + K_{22} + K_{13} + K_{23}.$$

Ясно, что если повторим такое суммирование и в последующих периодах, то через n периодов получим искомые интегральные суммы N_i :

$$N_i = \sum_{k=1}^n N_{ik}, \quad \text{где } i = 1, 2, 3.$$

Предложенное устройство имеет несколько преимуществ по сравнению с аналогичными устройствами, проводящими регистрацию интегральным методом. Во-первых, сокращаются число необходимых счетных декад и упрощаются функции периферийных устройств. Во-вторых, программным путем предоставляется возможность изменения алгоритма образования интегральных сумм. К примеру, можно из результатов первых $\frac{n}{3}$ периодов создать одну группу $- N'_1, N'_2, N'_3$, из вторых $\frac{n}{3} - N''_1, N''_2, N''_3$, из третьих $- N'''_1, N'''_2, N'''_3$. Таким образом предоставляется возможным исследовать изменения определяемого пара зтра и т.д. В - третьих, устройство относительно легко повторяемо.

Предложенное устройство и метод интегрирования опробованы на зенитной трубе конструкции М.К.Абеле в Латвийской университете.

Список литературы

1. Гедровиц В.А. Оптимальный способ интеграции фототока на автоматизированной зенитной трубе // Анализ движения тел солнечной системы и их наблюдения. Астрономия. - Рига, 1986. - С. 70 - 76.

Резюме

В.А.Гедровиц

УСТРОЙСТВО РЕГИСТРАЦИИ ЗВЕЗДНЫХ ПРОХОЖДЕНИЙ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЦИИ ФОТОТОКА

Рассмотрены алгоритм функционирования и блок-схема устройства регистрации звездных прохождений оптимизированным способом интеграции фототока.

Kopsavilkums

V.Gedrovics

IEKĀRTA ZVAIGŽŅU TRANZĪTMOMENTU REĢISTRĀCIJAI AR INTEGRĀLO METODI

Izkāstīti darbības principi un blokshēma iekārtai, kas reģistrē zvaigžņu tranzītmomentus ar optimizētu fotostrāvas integrēšanas metodi.

Summary

V.Gedrovics

A STAR TRANSIT MOMENT REGISTRATOR BASED UPON INTEGRATION OF THE PHOTOVOLTAIC CURRENT

Physical principles, working algorithm and block diagram of a star transit moment registrator based upon integration of the photovoltaic current, is discussed.

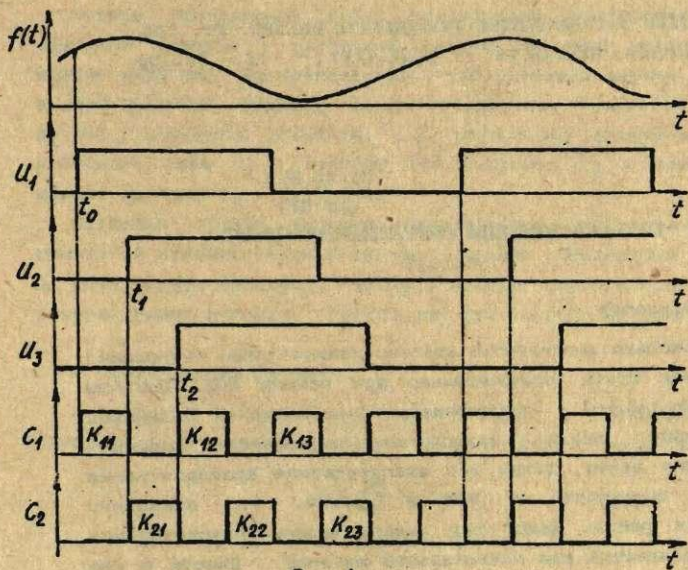


Рис. 1

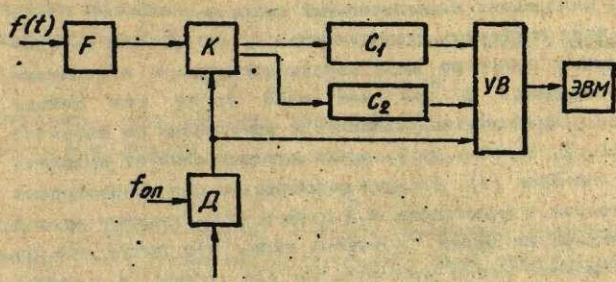


Рис. 2

Лагар В.И.

(ЛО ЛУ)

ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТ (обзор)

1. Введение

Уже несколько десятилетий небесно-механические вычисления производятся почти исключительно при помощи ЭВМ. Созданы специализированные программные скелеты, появились принципиально новые технологии обработки небесно-механических задач, такие, как аналитические преобразования буквенных выражений на ЭВМ, и другие. Это позволило практически решить целый ряд задач, ранее представлявших лишь теоретический или качественный интерес. Вместе с тем представляется целесообразным также переосмыслить некоторые ставшие уже классическими методы небесной механики, т.к. не всегда легко отделить основополагающие идеи классиков от той сложной математической надстройки, которую породило отсутствие надлежащих вычислительных средств.

Имея в виду сказанное, ознакомимся с т.н. прямыми методами определения орбит по двум радиус-векторам и измерениям угловых координат. В той или иной форме эти методы рассмотрены в большинстве учебников и монографий по небесной механике [1, 2, 3, 10 и др.], среди которых следует выделить книгу П.Р.Эскобада [3]. История развития методов определения орбит приведена в монографии А.Д.Дубяго [1], поэтому на ней останавливаться не будем. Отметим лишь, что почти все из известных методов можно разделить на две группы, а именно: методы, родственные подходу Лагранжа-Гаусса, и методы, родственные подходу Лапласа. Поэтому отмеченным выше двум подходам далее будет уделено основное внимание.

2. Определение орбит по двум радиус-векторам

Методы определения орбит разработаны применительно к наиболее простой и изученной задаче небесной механики - задаче двух тел. Мы предполагаем, что читатель хорошо знаком с этой задачей, включая методы определения элементов орбит по т.н. начальным условиям, т.е. известному радиус-вектору небесного тела \vec{r}_0 и вектору его скорости \vec{v}_0 в некоторый момент времени t_0 (см. [4]).

Изучение прямых методов определения орбит начинён с некоторой вспомогательной задачи - задачи определения орбиты по двум радиус-векторам, которая находит широкое применение в последующих методах. Рассмотрим три способа её решения.

2.1. Первый способ

Уравнения движения небесного тела в прямоугольной относительной системе координат, как известно, имеют вид:

$$\begin{aligned}x'' + \frac{\mu x}{r^3} &= 0, \\y'' + \frac{\mu y}{r^3} &= 0, \\z'' + \frac{\mu z}{r^3} &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

где $\mu = f(M+m)$, $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, f - гравитационная постоянная, M - масса центрального тела, m - масса изучаемого небесного тела.

Полагая $u = \mu r^{-3}$, систему (1) можно переписать в виде

$$x'' = -ux, \quad y'' = -uy, \quad z'' = -uz.\tag{2}$$

Предположим, что решение систем (2) представимо рядом Тейлора, т.е. в виде

$$x = x_0 + x'_0 t + \frac{1}{2} x''_0 t^2 + \dots\tag{3}$$

(аналогично для координат y и z). Уравнения движения (2) позволяют все производные от координат выше второго порядка выразить, через x_0 и x'_0 , а именно:

$$\begin{aligned}x_0'' &= -x_0 u_0, \\x_0''' &= -x_0 u_0' - x_0' u_0, \\x_0^{(4)} &= \dots \text{ и т.д.}\end{aligned}\quad (4)$$

Подстановка соотношений (4) в разложение (3) и подобные разложения для координат y и z дают:

$$\begin{aligned}x &= x_0 F(t) + x_0' G(t), \\y &= y_0 F(t) + y_0' G(t), \\z &= z_0 F(t) + z_0' G(t),\end{aligned}\quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}F(t) &= 1 - \frac{1}{2} u_0 t^2 - \frac{1}{6} u_0' t^3 - \frac{1}{24} (u_0'' - u_0^2) t^4 - \dots, \\G(t) &= t - \frac{1}{6} u_0 t^3 - \frac{1}{12} u_0' t^4 + \frac{1}{120} (u_0'' - 3u_0^2) t^5 + \dots,\end{aligned}\quad (6)$$

а $x_0, y_0, \dots, z_0', u_0, u_0', u_0''$ относятся к моменту времени $t_0 = 0$. Для функций $F(t)$ и $G(t)$ из соотношений (5) следуют также компактные формулы:

$$F(t) = \frac{xy_0' - yx_0'}{x_0 y_0' - y_0 x_0'}, \quad G(t) = \frac{yx_0 - xy_0}{x_0 y_0' - y_0 x_0'}, \quad (7)$$

справедливые для произвольно ориентированной прямоугольной относительной системы координат. Если в качестве системы координат выбрать орбитальную систему, ось x которой перпендикулярна плоскости орбиты, а ось x направлена по вектору Лапласа, то нетрудно показать, что из (7) следуют соотношения:

$$\begin{aligned}F(t) &= \frac{\cos(E - E_0) - e \cos E_0}{1 - e \cos E_0}, \\G(t) &= \frac{1}{p} [\sin(E - E_0) - e (\sin E - \sin E_0)],\end{aligned}\quad (8)$$

где E, E_0 - эксцентрисические аномалии небесного тела в моменты времени t и $t_0 = 0$; e и p - эксцентриситет орбиты и среднее движение небесного тела.

Вывод формул (8) предлагается выполнить в качестве самостоятельного упражнения.

Формулы (5), которые в векторной форме представимы одним соотношением

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_0 F(t) + \dot{\vec{r}}'_0 G(t), \quad (9)$$

применим к некоторым двум моментам времени t_1 и t_2 :

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_1 &= \dot{\vec{r}}_0 F(t_1) + \dot{\vec{r}}'_0 G(t_1), \\ \dot{\vec{r}}_2 &= \dot{\vec{r}}_0 F(t_2) + \dot{\vec{r}}'_0 G(t_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Полученную систему (10) легко разрешить относительно $\dot{\vec{r}}_0$ и $\dot{\vec{r}}'_0$ в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_0 &= \frac{G_2}{F_1 G_2 - F_2 G_1} \dot{\vec{r}}_1 - \frac{G_1}{F_1 G_2 - F_2 G_1} \dot{\vec{r}}_2, \\ \dot{\vec{r}}'_0 &= \frac{F_2}{F_1 G_2 - F_2 G_1} \dot{\vec{r}}_1 - \frac{F_1}{F_1 G_2 - F_2 G_1} \dot{\vec{r}}_2. \end{aligned} \quad (11)$$

На этом, если известны $F_1 = F(t_1)$, $F_2 = F(t_2)$, $G_1 = G(t_1)$, $G_2 = G(t_2)$, поставленная задача решена, т.к. при помощи (11) задача об определении орбиты по двум радиус-векторам \vec{r}_1 и \vec{r}_2 сводится к известной задаче определения орбиты по начальным условиям. Однако это решение непосредственного практического значения не имеет, т.к. полученные формулы не позволяют определить константы F_1 , F_2 , G_1 и G_2 .

2.2. Второй способ (Найберга-Эйлера)

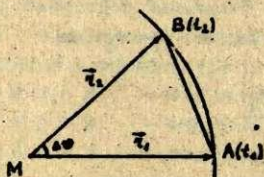


Рис. 1.

Пусть известны два радиус-вектора небесного тела \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , соответствующие моментам времени t_1 и t_2 . Угол $\Delta\varphi$ между этими векторами можно считать также известным, т.к. он легко определяется из их скалярного произведения

$$\cos \Delta\varphi = \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{r_1 \cdot r_2} \quad (12)$$

Очевидно, что легко определить такие элементы орбиты i (наклон) и Ω (долгота восходящего узла), определяющие положение плоскости орбиты, т.к. она перпендикулярна векторному произведению известных векторов \vec{r}_1 и \vec{r}_2 . Предлагаем самостоятельно вывести формулы, определяющие i и

Ω по произведению $\vec{r}_1 \times \vec{r}_2$.

Для моментов времени t_1 и t_2 , как известно, справедливы два соотношения:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{p}{1 + e \cos v_1}, \\ r_2 &= \frac{p}{1 + e \cos(v_1 + \Delta v)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где p и e - фокальный параметр и эксцентриситет орбиты. Система (13) содержит три неизвестные величины p , e и v_1 , следовательно, однозначного решения она не имеет. Поэтому добавим к системе (13) еще одно уравнение

$$N(p, e, v_1) = \lambda, \quad (13')$$

где N - произвольная функция своих аргументов,

λ - некоторый параметр, значение которого считаем приближенно известным.

Система (13, 13') тем самым становится определенной и может быть разрешена относительно p , e и v_1 (при заданном фиксированном λ). Далее вычисляем:

$$a = \frac{p}{1 - e^2}, \quad n = \sqrt{\mu/a^3}, \quad \operatorname{tg} \frac{E_i}{2} = \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}} \operatorname{tg} \frac{v_i}{2},$$

$$M_i = E_i - e \sin E_i, \quad \text{где } i = 1, 2, \quad \text{а } v_2 = v_1 + \Delta v,$$

и находим

$$\tau_{\text{calc}} = \frac{M_2 - M_1}{n},$$

которое, как правило, отличается от

$$\tau_{\text{obs}} = t_2 - t_1.$$

Имея в виду, что τ_{calc} зависит от принятого значения параметра λ , составим функционал

$$\Phi(\lambda) = [\tau_{\text{obs}} - \tau_{\text{calc}}(\lambda)]^2 \quad (14)$$

и минимизируем его по аргументу λ (методы минимизации см. [5]). Значение параметра λ' , при котором $\Phi(\lambda') = \min \Phi(\lambda) = 0$, является истинным его значением, и совместное решение уравнений (13) и (13') при $\lambda = \lambda'$ даст нам искомые элементы орбиты a , e , $M_1(t_1)$. Угловые элементы i , Ω и ω легко найти

из соотношений между орбитальными (ξ, η) и экваториальными (x, y, z) координатами. Сперва находим орбитальные координаты небесного тела в моменты времени t_1 и t_2 :

$$\begin{aligned} \xi_1 &= r_1 \cos v_1, & \xi_2 &= r_2 \cos v_2, \\ \eta_1 &= r_1 \sin v_1, & \eta_2 &= r_2 \sin v_2, \end{aligned}$$

затем из соотношения

$$\begin{aligned} x_1 &= P_x \xi_1 + Q_x \eta_1, & x_2 &= P_x \xi_2 + Q_x \eta_2, \\ y_1 &= P_y \xi_1 + Q_y \eta_1, & y_2 &= P_y \xi_2 + Q_y \eta_2, \\ z_1 &= P_z \xi_1 + Q_z \eta_1, & z_2 &= P_z \xi_2 + Q_z \eta_2, \end{aligned} \quad (15)$$

определяем направляющие косинусы P_i, Q_i осей орбитальной системы координат относительно осей x, y, z . Величины P_i и Q_i , как известно (см. например [6]), зависят только от исконых угловых элементов орбиты i, Ω, ω и - в случае эклиптической системы координат - также от s - наклона эклиптики к экватору. Следовательно, определение элементов i, Ω, ω по известным P_i и Q_i трудностей не представляет. На этом поставленная задача решена. Отметим, что этот способ является конструктивным и позволяет реализовать практически алгоритмы для определения элементов орбиты по двум известным радиус-векторам небесного тела.

В заключение некоторые замечания относительно выбора функции H в формуле (13'). Наиболее простыми являются:

- $H \equiv v_1 = \lambda$ - это т.н. метод Ласкоди [7],
- $H \equiv p = \lambda$ - это т.н. метод Херрика и Ля [8],
- $H \equiv e = \lambda$ - это т.н. метод Эскобала [9].

Возможности создания новых "оригинальных" методов тут, как видно, далеко не исчерпаны, т.к. произвол в выборе функции H позволяет строить бесконечное множество методов, приводящих к одному и тому же результату. Однако с позиций практической реализации эти методы могут вести себя по-разному, и использование дополнительной априорной информации для оптимального выбора функции H может заметно улучшить сходимость процесса минимизации функционала (14) и другие прикладные характеристики реального алгоритма.

2.3. Третий способ (способ Гаусса)

Некоторую неясность в понимании т.н. метода Гаусса вносит то обстоятельство, что существуют—по сути дела—два метода Гаусса. Один из них решает задачу определения орбиты по двум радиус-векторам, а другой—посвящен определению орбиты по трём угловым наблюдениям. Познакомимся с первым из этих методов, который в некотором смысле является разновидностью рассмотренного выше способа Эйлера-Ламберта.

Рассмотрим (см. рис.1) отношение площади A_S орбитального сектора $МAB$ к площади A_T треугольника $МAB$. Очевидно, что

$$A_T = \frac{1}{2} r_1 r_2 \sin \Delta v ,$$

а согласно интегралу площадей

$$A_S = \frac{1}{2} \int_{v_1}^{v_2} r^2 dv = \frac{1}{2} \sqrt{\mu p} (t_2 - t_1) ,$$

следовательно,

$$\eta = \frac{A_S}{A_T} = \frac{\sqrt{\mu p} (t_2 - t_1)}{r_1 r_2 \sin \Delta v} . \quad (16)$$

Гаусс недостающее уравнение (13) метода Ламберта-Эйлера рассматривает в форме (16), где вместо параметра λ имеем отношение η . Далее можно было бы приступить к минимизации (14), т.к. приближенное значение параметра η в 1 известно. Однако Гаусс поступает иначе, т.е. перспектива численной минимизации функционала (14) без помощи ЭВМ его не устраивает. Путём несложных, но несколько громоздких преобразований (см. [2], [3] или ниже) он находит простой и чрезвычайно быстро сходящийся итерационный алгоритм нахождения отношения η . В окончательном виде алгоритм Гаусса можно представить следующими формулами:

$$\begin{aligned} x_j &= \eta \eta_{j-1} - 1 , \\ g_j &= 2 \arcsin \sqrt{x_j} , \\ X_j &= \frac{2g_j - \sin 2g_j}{\sin^3 g_j} , \end{aligned} \quad (17)$$

$$\eta_j = 1 + (x_j + 1)X_j,$$

где константы l и m определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} k &= 2 \sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{\Delta v}{2}, \\ m &= \mu (t_1 - t_2)^2 k^{-3}, \\ l &= \frac{1}{2} \left(\frac{r_1 + r_2}{k} - 1 \right), \end{aligned} \quad (18)$$

Итерация (17) запускается с $j=1$ при $\eta_0=1$ и продолжается до тех пор, как $|\eta_j - \eta_{j-1}| < \epsilon$. Метод, как правило, сходится, если $\Delta v < 70^\circ$. Тогда он легко модифицируем для случая гиперболических орбит. После того, как η определено, формула (16) даёт фокальный параметр орбиты p , а из (13) легко вычислить e и v_1 . Далее, как и в способе Ламберта-Эйлера, находятся остальные элементы орбиты.

2.4. Приложение (преобразования, приводящие к способу Гаусса)

Из известных формул задачи двух тел

$$\begin{aligned} r &= a(1 - e \cos E), \\ \xi &= r \cos v = a(\cos E - e), \end{aligned}$$

следует:

$$\begin{aligned} r(1 - \cos v) &= a(1+e)(1 - \cos E), \\ r(1 + \cos v) &= a(1-e)(1 + \cos E), \end{aligned}$$

откуда:

$$\begin{aligned} \sqrt{r} \sin \frac{v}{2} &= \sqrt{a(1+e)} \sin \frac{E}{2}, \\ \sqrt{r} \cos \frac{v}{2} &= \sqrt{a(1-e)} \cos \frac{E}{2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Применяя (19) к моментам времени t_1 и t_2 , можем получить:

$$\begin{aligned} \sqrt{r_1 r_2} \sin \frac{v_2 - v_1}{2} &= a \sqrt{1-e^2} \sin \frac{E_2 - E_1}{2}, \\ \sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{v_2 - v_1}{2} &= \cos \frac{E_2 - E_1}{2} - e \cos \frac{E_2 + E_1}{2}. \end{aligned}$$

Полагая $\frac{\Delta v}{2} = f$, $E_2 - E_1 = 2g$, $e \cos \frac{E_2 + E_1}{2} = \cosh$, где $h \in [0, \pi]$, преобразуем полученные соотношения к виду:

$$\begin{aligned} \sqrt{r_1 r_2} \sin f &= a \sqrt{1 - e^2} \sin g, \\ \sqrt{r_1 r_2} \cos f &= a(\cos g - \cosh). \end{aligned} \quad (20)$$

С учётом (20) преобразуем отношение (16) к виду

$$\eta = \frac{\mu^{1/2} \tau}{\kappa a^{1/2} \sin g}, \quad (21)$$

где $\tau = t_2 - t_1$, $\kappa = 2\sqrt{r_1 r_2} \cos f$ и учтено, что $p = a(1 - e^2)$. Формула (21) содержит три неизвестные величины: η , a и g . Получим ещё два уравнения, не содержащие других неизвестных, кроме a и g . Из формул:

$$\begin{aligned} r_1 &= a(1 - e \cos E_1), \\ r_2 &= a(1 - e \cos E_2) \end{aligned}$$

следует:

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= a(2 - e \cos E_1 - e \cos E_2) = \\ &= 2a \left[1 - \frac{e}{2} (\cos E_1 + \cos E_2) \right] = \\ &= 2a \left[1 - e \cos \frac{E_2 + E_1}{2} \cos \frac{E_2 - E_1}{2} \right] = \\ &= 2a(1 - \cos g \cosh). \end{aligned}$$

Далее из (20) следует

$$\cosh = \cos g - \frac{\kappa}{2a},$$

что позволяет привести последнее соотношение к исконому виду

$$r_1 + r_2 = 2a \sin^2 g + \kappa \cos g, \quad (22)$$

содержащему всего две неизвестные величины a и g . Далее воспользуемся уравнением Кеплера:

$$\begin{aligned} E_1 - e \sin E_1 &= \sqrt{\mu/a^3} (t_1 - t_0), \\ E_2 - e \sin E_2 &= \sqrt{\mu/a^3} (t_2 - t_0), \end{aligned}$$

откуда:

$$(E_2 - E_1) - e (\sin E_2 - \sin E_1) = \sqrt{\mu/a^3} (t_2 - t_1)$$

или

$$\sqrt{\mu/a^3} \tau = 2g - 2 \operatorname{sing} \operatorname{cosh},$$

что легко преобразовать к окончательному виду

$$\sqrt{\mu/a^3} \tau = 2g - \sin 2g + \frac{\kappa}{a} \operatorname{sing}. \quad (23)$$

Итак, имеем три уравнения (21), (22), (23) для определения трёх неизвестных a , g и искомого отношения η . Задача формально решена, но практическое решение рассматриваемой системы получить трудно. Поэтому уменьшим число неизвестных и уравнений, исключив неизвестное a при помощи уравнения (21),

$$a^{-1} = \mu^{-1} \tau^{-2} \kappa^2 \eta^2 \sin^2 g.$$

Подстановка этого соотношения в (22) и (23) даёт

$$r_1 + r_2 = 2\mu\tau^2\kappa^{-2}\eta^{-2} + \kappa \operatorname{cosp},$$

$$\mu^{-1}\tau^{-2}\kappa^3\eta^3 \sin^3 g = 2g - \sin 2g + \mu^{-1}\tau^{-2}\kappa^3\eta^2 \sin^3 g$$

или

$$\frac{r_1 + r_2}{2\kappa} = \mu\tau^2\kappa^{-3}\eta^{-2} + \frac{1}{2}(1 - \sin^2 \frac{g}{2}),$$

$$\mu^{-1}\tau^{-2}\kappa^3(\eta^3 - \eta^2) = \frac{2g - \sin 2g}{\sin^3 g}.$$

Полагая тут

$$m = \mu\tau^2\kappa^{-3}, \quad l = \frac{1}{2} \left(\frac{r_1 + r_2}{\kappa} - 1 \right)$$

и вводя функцию $X(x)$, определённую равенствами

$$x = \sin^2 \frac{g}{2}, \quad X(x) = \frac{2g - \sin 2g}{\sin^3 g},$$

приходим к т.н. трансцендентным уравнениям Гаусса

$$\begin{cases} \eta^3 - \eta^2 = m X(x), \\ x = m\eta^{-2} - 1, \end{cases} \quad (24)$$

которые, как нетрудно убедиться, решаются при помощи итерационного процесса (17).

2.5. Заключительные замечания

Методы определения орбит по двум радиус-векторам интересны главным образом потому, что к ним сводятся многие из методов, использующие в качестве исходной информации угловые и другие измерения.

Первый из рассмотренных способов мы привели, чтобы показать связь между решаемой задачей и задачей определения элементов орбит по начальным условиям. Мы его не довели до практического алгоритма, хотя сделать это возможно, и соответствующий метод называется методом Дугласа [3].

Способ Ламберта-Эйлера (и его модификации) является, видимо, наиболее универсальным, т.к. при надлежащем выборе функции N он применим для любых $\Delta\sigma$, в том числе и для случая, когда измерения расположены на различных витках орбиты. Метод применим также для параболических и гиперболических орбит.

Способ Гаусса имеет более ограниченное применение - эллиптические орбиты при $\Delta\sigma < 70^\circ$, хотя может быть модифицирован и для случая гиперболических орбит. Им можно было и пренебречь, если бы не чрезвычайная простота и быстрая сходимость итерационной схемы (17); свойства, которые ценятся и при расчетах с помощью ЭРМ.

3. Определение орбит по измерениям угловых координат (подход Лагранжа-Гаусса)

3.1. Основной метод

Задачу определения элементов орбит по измерениям угловых

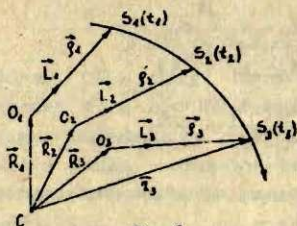


Рис. 2.

координат сформулируем в обозначениях рис. 2. Пусть C - притягивающий центр, относительно которого происходит движение небесного тела S , которое в последовательные моменты времени t_1, t_2 и t_3 занимает в пространстве положения S_1, S_2 и S_3 соответственно. Небесное тело S

наблюдается подвижным наблюдателем O , и определяются три единичных вектора \vec{l}_1, \vec{l}_2 и \vec{l}_3 , направленные от наблюдателя O к небесному телу S в моменты времени t_1, t_2 и t_3 . Необходимо по этим измерениям определить элементы орбиты небесного тела S , полагая, что движение наблюдателя O известно.

Из рис. 2 следует, что векторы \vec{r}, \vec{R} и \vec{l} связаны очевидным соотношением

$$\vec{r}_i = \vec{R}_i + \rho_i \vec{l}_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (25)$$

Лагранж первым обратил внимание, что все три вектора \vec{r}_i лежат в одной плоскости (плоскости орбиты), т.е. существует линейная зависимость

$$\vec{r}_2 = n_1 \vec{r}_1 + n_3 \vec{r}_3. \quad (26)$$

Подставляя (25) в соотношение (26), имеем условие компланарности в виде

$$\rho_1 n_1 \vec{l}_1 - \rho_2 \vec{l}_2 + \rho_3 n_3 \vec{l}_3 = -n_1 \vec{R}_1 + \vec{R}_2 - n_3 \vec{R}_3. \quad (27)$$

Проецируя векторное уравнение (27) на какие-либо прямоугольные оси координат, имеем три скалярных уравнения, содержащих пять неизвестных: $\rho_1, \rho_2, \rho_3, n_1, n_3$. Эти уравнения и можно считать основными уравнениями метода Лагранжа-Гаусса. Недостающие два уравнения можно получить, векторно умножив (26) на \vec{r}_1 и \vec{r}_3 и несколько преобразовав

$$n_1 = \frac{|\vec{r}_3 \times \vec{r}_2|}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_3|} = \frac{A_{23}^T}{A_{13}^T} = \frac{t_3 - t_2}{t_3 - t_1} \times \frac{\eta_{13}}{\eta_{23}},$$

$$n_2 = \frac{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_3|} = \frac{A_{12}^T}{A_{13}^T} = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1} \times \frac{\eta_{13}}{\eta_{12}},$$
(28)

где A_{ij}^T - площади треугольников, образованных векторами \vec{r}_i и \vec{r}_j ;

η_{ij} - отношения площадей секторов и треугольников, образованных векторами \vec{r}_i и \vec{r}_j .

Схема итеративного решения полученной системы уравнений (27) и (28) с учётом (25) чрезвычайно проста. Так как в первом приближении все $\eta_{ij} \approx 1$, то приближенно имеем:

$$n_1 \approx n_1^{(0)} = \frac{t_3 - t_2}{t_3 - t_1}, \quad n_2 \approx n_2^{(0)} = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1}. \quad (29)$$

Если n_1 и n_2 известны, то три линейных скалярных уравнения, эквивалентные векторному уравнению (27), позволяют легко найти ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 и с учётом (25) - также и векторы \vec{r}_1 , \vec{r}_2 , \vec{r}_3 . Далее по формулам (28) уточняются n_1 и n_2 , где η_{ij} вычисляются согласно итерационной схеме Гаусса (17), и снова решаются уравнения (27). Процесс продолжается до тех пор, пока $|n_1^{(i)} - n_1^{(i-1)}| < \epsilon$, где i - порядок итерации. Затем орбита находится по любой паре определенных векторов \vec{r}_1, \vec{r}_2 и \vec{r}_3 .

На этом поставленная задача решена, и может быть построен несложный алгоритм для реализации на ЭВМ. Итерационный процесс (27), (28) обычно сходится после 6-7 итераций с точностью, соответствующей наблюдениям астероидов и комет.

Кроме формул (28), существует и другой способ уточнения коэффициентов n_1 и n_2 , основанный на соотношениях (10):

$$\vec{r}_1 = F_1 \vec{r}_2 + G_1 \vec{r}_2',$$

$$\vec{r}_3 = F_3 \vec{r}_2 + G_3 \vec{r}_2'. \quad (30)$$

Исключая \vec{r}_2 из формул (30), опять приходим к линейной зависимости (11), где, однако,

$$n_1 = \frac{G_3}{F_1 G_3 - F_3 G_1}, \quad n_3 = \frac{G_1}{F_1 G_3 - F_3 G_1}. \quad (31)$$

формулы (31) могут вполне заменить (26) для уточнения значений n_1 и n_3 . Не задерживаясь на технических приёмах, которые изложены в работах В. Джиббса и Ф. Мультона [10], отметим лишь последовательность необходимых действий. Во-первых, в приближении (29) решаем систему (27) для определения ρ_1, ρ_2, ρ_3 и согласно (25), находим приближенные значения \vec{r}_1, \vec{r}_2 и \vec{r}_3 . Затем по любой паре найденных векторов определяем приближенные элементы орбиты и по формулам (7) или (8) находим $F_1 = F(t_1), F_3 = F(t_3), G_1 = G(t_1), G_3 = G(t_3)$, после чего уточнение n_1 и n_3 легко выполним по формулам (31). Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока коэффициенты n_1 и n_3 определены с необходимой точностью.

3.2. Ускорение сходимости

Самого Гаусса приведенные только что алгоритмы, разумеется, не устраивали, т.к. они сходятся лишь после 5-7 итераций. Поэтому им была предпринята успешная попытка добавить к итерационному алгоритму (27), (28) метод определения, значительно более точного, чем (29), начального приближения для коэффициентов n_1 и n_3 . Этим, разумеется, сходимость была существенно улучшена и доведена до 1 - 2 итераций при той же точности вычислений. Познакомимся и с этим результатом Гаусса, несмотря на то, что он имеет в определенной степени вспомогательное значение. Итак, более точное начальное приближение для коэффициентов n_1 и n_3 Гаусс ищет согласно формулам (31), пользуясь разложениями (6) функций $F(t), G(t)$ и доказывая, что:

$$\begin{aligned} F_1 G_3 - F_3 G_1 &= \tau \left[1 - \frac{1}{6} u_2 \tau^2 + \dots \right], \\ n_1 &= \frac{\tau_3}{\tau} \left[1 + \frac{1}{6} u_2 (\tau^2 - \tau_3^2) + \dots \right]; \\ n_3 &= -\frac{\tau_1}{\tau} \left[1 + \frac{1}{6} u_2 (\tau^2 - \tau_1^2) + \dots \right], \end{aligned} \quad (32)$$

где $\tau_1 = t_1 - t_2, \tau_3 = t_3 - t_2, \tau = t_3 - t_1, u_2 = \mu r_2^{-3}$.

формулы (32) несложно преобразовать к виду:

$$n_1 = n_1^{(0)} + c_1 r_2^{-3}, \quad n_3 = n_3^{(0)} + c_3 r_2^{-3}, \quad (33)$$

где $n_1^{(0)}$ и $n_3^{(0)}$ определяются соответственно (29), а

$$c_1 = -\frac{\mu}{6} \tau_1 \tau_3 (1+n_1^{(0)}) + \dots, \quad (34)$$

$$c_3 = -\frac{\mu}{6} \tau_1 \tau_3 (1+n_3^{(0)}) + \dots.$$

Полученные формулы (33) и (34), тем не менее, не позволяют еще определить более точное приближение для n_1 и n_3 , т.к. неизвестно r_2 . Поэтому обратимся к трём скалярным уравнениям, следующим из векторного уравнения (27):

$$\begin{aligned} \rho_1 n_1 L_{1x} - \rho_2 L_{2x} + \rho_3 n_3 L_{3x} &= -n_1 R_{1x} + R_{2x} - n_3 R_{3x}, \\ \rho_1 n_1 L_{1y} - \rho_2 L_{2y} + \rho_3 n_3 L_{3y} &= -n_1 R_{1y} + R_{2y} - n_3 R_{3y}, \\ \rho_1 n_1 L_{1z} - \rho_2 L_{2z} + \rho_3 n_3 L_{3z} &= -n_1 R_{1z} + R_{2z} - n_3 R_{3z}. \end{aligned} \quad (27')$$

Решая систему (27') по формулам Крамера относительно ρ_2 , имеем

$$\rho_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{D_2}{D} = \frac{U_2 - n_1 U_1 - n_3 U_3}{D}, \quad (35)$$

где определитель системы равен:

$$\Delta = \begin{vmatrix} n_1 L_{1x} & -L_{2x} & n_3 L_{3x} \\ n_1 L_{1y} & -L_{2y} & n_3 L_{3y} \\ n_1 L_{1z} & -L_{2z} & n_3 L_{3z} \end{vmatrix} = -n_1 n_3 \begin{vmatrix} L_{1x} & L_{2x} & L_{3x} \\ L_{1y} & L_{2y} & L_{3y} \\ L_{1z} & L_{2z} & L_{3z} \end{vmatrix} = -n_1 n_3 D.$$

Подобным образом находим $\Delta_2 = -n_1 n_3 D_2$, где:

$$D_2 = \begin{vmatrix} L_{1x} & n_1 R_{1x} - R_{2x} + n_3 R_{3x} & L_{3x} \\ L_{1y} & n_1 R_{1y} - R_{2y} + n_3 R_{3y} & L_{3y} \\ L_{1z} & n_1 R_{1z} - R_{2z} + n_3 R_{3z} & L_{3z} \end{vmatrix}.$$

Разлагая D_2 по второму столбцу, приходим к соотношению

$$D_2 = U_2 - n_1 U_1 - n_3 U_3,$$

где U_1 , U_2 , U_3 - известные коэффициенты, зависящие исключительно от \hat{R}_i и \hat{L}_i .

Таким образом, согласно (35) вместо (27') имеем уравнение

$$D\rho_2 = U_2 - n_1 U_1 - n_3 U_3, \quad (36)$$

которое с учётом (33) можно преобразовать к виду

$$\rho_2 = P - Q\gamma_2^{-3}, \quad (37)$$

где

$$P = D^{-1}(U_2 - n_1^{(0)}U_1 - n_3^{(0)}U_3),$$

$$Q = D^{-1}(c_1 U_1 + c_3 U_3),$$

т.е. коэффициент P известен точно, а Q — лишь приближенно, т.к. он зависит от c_1 и c_3 , определенных разложениями (34). Уравнение (37) совместно с теоремой косинусов в форме

$$\begin{aligned} \rho_2 &= P - Q\gamma_2^{-3}, \\ \gamma_2^2 &= \rho_2^2 + 2C\rho_2 + R_2^2, \end{aligned} \quad (38)$$

где $C = \vec{R}_2 \vec{L}_2$, образует т.н. систему трансцендентных уравнений Лагранжа (38). Решение её даёт приближенное значение γ_2 , подстановка которого в (33) позволяет вычислить искомое более точное приближение для n_1 и n_3 . Затем дальнейшее уточнение n_1 и n_3 , как и получение окончательного решения, осуществляется при помощи итераций (27), (28). Способы решения системы (38) детально рассматривать не будем, отметим только, что можно пользоваться итерационной схемой Ньютона [5] или предложенным Гауссом специальным методом [2] с использованием тригонометрических преобразований. Оба метода в большинстве случаев быстро сходятся и дают решение системы (38).

3.3. Заключительное замечание

Познакомившись с методом Гаусса, нельзя не обратить внимания на то, что алгоритм определения точного первого приближения коэффициентов n_1 и n_3 заметно сложнее самого основного алгоритма, определяемого формулами (27), (28), первая из которых предложена ещё Лагранжем. Возникает справедливый вопрос о целесообразности поиска точного первого приближения, если итерационную схему (27), (28)

можно запустить также, пользуясь более грубым начальным приближением (29). На возможность такого упрощения метода Гаусса в своё время было указано С.Г.Маковером, но он не оценил и не применял данную модификацию, видимо, из-за отсутствия надлежащих вычислительных средств. Позднее Хагар Ю.Х. и Салминьш К.Г. [11] выполнили численные исследования сходимости упрощенного метода Гаусса-Лагранжа с начальным приближением (29) и пришли к выводу, что область его сходимости мало отличается от области сходимости полного метода Гаусса. Правда, в отдельных случаях при больших углах Δu между крайними наблюдениями точность первого приближения для p_1 и p_3 может оказать заметное влияние на сходимость метода. В близких к оригинальному изложениях [2, 3, 10] метод Гаусса представлен в гораздо более громоздкой форме, которая с трудом позволяет выделить отмеченные две логические части метода - основную итерацию и определение точного начального приближения коэффициентов p_1 и p_3 . Это отчасти объясняется тем, что Гаусс пытался попутно обеспечить ещё дополнительные вычислительные удобства для пользователей своего метода, которые, как он полагал, располагают лишь арифмометром и таблицами логарифмов. Поэтому есть все основания для осмысленного пересмотра алгоритма, предложенного самим Гауссом, перед его реализацией в виде программы для ЭВМ.

Мы рассмотрели лишь основные соотношения и провели анализ основополагающих принципов метода Лагранжа-Гаусса без приведения законченных алгоритмов метода. Это сделано в расчёте на то, что читатель, освоивший принципы метода на основе приведенных формул и уравнений, сможет самостоятельно реализовать вообще-то простой алгоритм основной итерации (27), (28). Кроме того, мы рассмотрели метод Лагранжа-Гаусса в неопределенной системе координат, т.е. его суть инвариантна, а конкретные реализации, разумеется, зависят от выбора используемой системы координат. Ещё уместно указать на особенности использования формул (28). В основной итерации (27), (28) нельзя уточнить p_1 и p_2 , пользуясь векторными произведениями векторов \vec{r}_i (первая часть формул

(28)), т.к. эта часть справедлива лишь для точных (значит, заранее неизвестных) значений векторов \vec{r}_i . Следует применять выражения, содержащие t_i и η_{ij} - отношения площадей секторов и треугольников, или вообще отказаться от использования формул (28), заменив их соотношениями (31).

4. Определение орбит по измерениям угловых координат (подход Лапласа)

4.1. Основной метод

Лаплас предложил свой метод определения орбит в 1780 г., т.е. практически одновременно с Лагранжем. В то время ни тот, ни другой метод не были доведены до удобного алгоритма, реализуемого при помощи вычислительных средств того времени. Методу Лагранжа в известной степени повезло, что спустя 30 лет Гаусс на его основе разработал свои знаменитые алгоритмы, которыми астрономы пользуются вот уже почти два столетия. Попытки доведения до удобного для практических вычислений алгоритма предпринимались и применительно к методу Лапласа (Лейшнер и др.), однако к эффективному и общепризнанному результату не привели. Только в сравнительно недавнее время А.А.Киселевым и О.П.Быковым [12, 13] разработана модификация метода Лапласа (т.н. метод ПВД), которая, кажется, ставит этот метод по значению наравне с методом Лагранжа-Гаусса.

Формулировка решаемой задачи остаётся без изменений такой же, как и в предыдущем разделе (см. рис. 2 и текст до формулы (25)). Однако Лаплас - в отличие от Лагранжа - не пользуется условием компланарности (26), а выполняет двукратное дифференцирование соотношения (25):

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{R} + \rho \vec{L}, \\ \vec{r}' &= \vec{R}' + \rho' \vec{L} + \rho \vec{L}', \\ \vec{r}'' &= \vec{R}'' + 2\rho' \vec{L}' + \rho'' \vec{L} + \rho \vec{L}'' . \end{aligned} \quad (39)$$

Уравнения движения небесного тела (1) и соотношение (25) позволяют преобразовать третье уравнение (39) к виду

$$\vec{L} \rho'' + 2\vec{L}' \rho' + (\vec{L}'' + \frac{\mu}{r^3} \vec{L}) \rho = -(\vec{R}'' + \frac{\mu}{r^3} \vec{R}) , \quad (40)$$

что и является основным уравнением метода Лапласа (подобно уравнению (27) в методе Лагранжа-Гаусса). Векторное уравнение (40) порождает три скалярных уравнения, к которым можно добавить четвертое уравнение - теорему косинусов:

$$r^2 = \rho^2 + 2C\rho + R^2, \quad (41)$$

где $C = \vec{R}\vec{L}$. Итого, четыре уравнения с явно большим числом неизвестных: \vec{L}' , \vec{L}'' , ρ , ρ' , ρ'' , γ . При этом следует обратить внимание, что, в отличие от (27), уравнение (40) не связывает три угловых наблюдения \vec{L}_1 , \vec{L}_2 , \vec{L}_3 , а применимо к каждому из них в отдельности. Нетрудно заметить также, если бы векторы \vec{L}' и \vec{L}'' являлись известными, то система (40), (41) становилась бы разрешимой для любого из имеющихся наблюдений \vec{L}_i . Основополагающая идея Лапласа заключается в том, что из группы угловых наблюдений \vec{L}_i ($i=1,2,\dots,N$, где $N \geq 3$), выбирается одно "привилегированное", для которого решается система (40), (41), а оставшиеся наблюдения используются только для вычисления \vec{L}' и \vec{L}'' на момент "привилегированного" наблюдения. В случае трёх угловых наблюдений \vec{L}_1 , \vec{L}_2 , \vec{L}_3 Лаплас предлагает систему (40), (41) решать для \vec{L}_2 , а \vec{L}'_2 и \vec{L}''_2 определять, дифференцируя интерполяционный полином второго порядка, построенный по имеющимся трём наблюдениям (как это сделать, см. [3] и [5]).

Схема решения системы (40), (41), предложенная Лапласом, не отличается особой оригинальностью. По сути дела, Лаплас предлагает наиболее простой вариант, основанный на формулах Крамера. Определитель системы уравнений, порожаемый левой частью уравнения (40), равен

$$D = \begin{vmatrix} L_x & 2L'_x & L''_x + \frac{\mu}{r} 3L_x \\ L_y & 2L'_y & L''_y + \frac{\mu}{r} 3L_y \\ L_z & 2L'_z & L''_z + \frac{\mu}{r} 3L_z \end{vmatrix}.$$

Вычитая из последнего столбца первый, умноженный на μr^{-3} , находим, что

$$D = 2 \begin{vmatrix} L_x & L'_x & L''_x \\ L_y & L'_y & L''_y \\ L_z & L'_z & L''_z \end{vmatrix}.$$

Для определения по формулам Крамера ρ и ρ' следует ещё вычислить определитель:

$$D_{\rho} = - \begin{vmatrix} L_x & 2L'_x & X'' + \frac{\mu}{r^3} X \\ L_y & 2L'_y & Y'' + \frac{\mu}{r^3} Y \\ L_z & 2L'_z & Z'' + \frac{\mu}{r^3} Z \end{vmatrix} =$$

$$= -2 \begin{vmatrix} L_x & L'_x & X'' \\ L_y & L'_y & Y'' \\ L_z & L'_z & Z'' \end{vmatrix} - \frac{2\mu}{r^3} \begin{vmatrix} L_x & L'_x & X \\ L_y & L'_y & Y \\ L_z & L'_z & Z \end{vmatrix} = 2D_a + \frac{2\mu}{r^3} D_b$$

и подобным образом также

$$D_{\rho'} = D_c + \frac{\mu}{r^3} D_d,$$

где

$$D_c = - \begin{vmatrix} L_x & X'' & L''_x \\ L_y & Y'' & L''_y \\ L_z & Z'' & L''_z \end{vmatrix}, \quad D_d = - \begin{vmatrix} L_x & X & L''_x \\ L_y & Y & L''_y \\ L_z & Z & L''_z \end{vmatrix},$$

а X, Y, Z - суть компоненты вектора \vec{R} .

Таким образом:

$$\rho = \frac{2D_a}{D} + \frac{2\mu D_b}{Dr^3}, \quad \rho' = \frac{D_c}{D} + \frac{\mu D_d}{Dr^3},$$

где D, D_a, D_b, D_c, D_d - известные константы, притом необходимо, чтобы $D \neq 0$.

Вводя обозначения

$$\frac{2D_a}{D} = P, \quad \frac{2\mu D_b}{D} = -Q,$$

$$\frac{D_c}{D} = S, \quad \frac{\mu D_d}{D} = -T,$$

приходим окончательно к трём уравнениям для определения трёх неизвестных ρ, ρ' и r :

$$\begin{aligned} \rho &= P - Qr^{-3}, \\ \rho' &= S - Tr^{-3}, \\ \gamma &= \rho^2 + 2C\rho + R^2. \end{aligned} \quad (42)$$

Если рассматривать попарно первое и второе уравнения совместно с третьим, то имеем две трансцендентные системы Лагранжа типа (38), с которыми мы имели дело, изучая метод Гаусса. Однако системы уравнений (42) и (38) эквивалентными не являются, т.к. они получены при совершенно различных допущениях относительно используемых исходных наблюдений.

На этом метод Лапласа исчерпан, т.к. после решения системы (42) методом Ньютона [5] или методом Гаусса [2] относительно ρ и ρ' формулы (39) позволяют вычислить $\dot{\gamma}$ и $\dot{\gamma}'$, т.е. начальные условия, по которым нетрудно определить элементы искомой орбиты.

Каковы же основные причины, которые препятствовали внедрению метода Лапласа в вычислительную практику теоретической астрономии? Во-первых, конечно, трудности определения \dot{L}' и особенно \dot{L}'' . Если пользоваться интерполяционным полиномом второго порядка по трем угловым наблюдениям \dot{L}_1 , \dot{L}_2 и \dot{L}_3 , то \dot{L}'' нередко определяется с погрешностью, превышающей модуль самого \dot{L}'' . Уже этого достаточно, чтобы метод признан непригодным для случая определения орбит по трем угловым наблюдениям. Но имеется ещё одно предостерегающее обстоятельство: Лаплас решает систему уравнений (40) при помощи формул Крамера, что в свете современных исследований прикладной математики [5] признано наимудшим методом для получения численного результата.

4.2. Модификация «ВД»

Таким образом, долгое время метод Лапласа представлял преимущественно теоретический интерес до появления уже упомянутых работ А.А.Киселева и О.П.Быкова. Предложенный ими метод ПВД (параметров видимого движения) представляет собой модификацию метода Лапласа, в которой устранены отмеченные два основных недостатка метода. Модификация ПВД метода

Лапласа (далее - метод ПВД) разрабатывалась применительно к определению орбит ИСЗ по угловым (фотографическим) наблюдениям. Эти наблюдения, как правило, содержат не три, а значительно большее число (обычно до 12) близко расположенных угловых измерений. Это позволило авторам метода ПВД заменить интерполяционный полином для определения \dot{L}' и \dot{L}'' аппроксимационным полиномом невысокой степени. Уже это позволяет существенно увеличить точность определения \dot{L}' и \dot{L}'' . Кроме того, авторы метода ПВД показали, что \dot{L}' и \dot{L}'' связаны со следующими параметрами видимого движения небесного тела (ИСЗ):

- μ - топоцентрическая угловая скорость,
- ψ - позиционный угол видимой траектории,
- c - кривизна видимой траектории,
- μ' - топоцентрическое угловое ускорение

при помощи соотношений

$$\mu = |\dot{L}'|, \quad c = |\dot{L}' \times \dot{L}''| / |\dot{L}'|^3,$$

$$\mu' = \sqrt{|\dot{L}''|^2 - c^2 \mu^4}, \quad (43)$$

$$\operatorname{ctg} \psi = \frac{-L'_x \sin \alpha + L'_y \cos \alpha}{-L'_x \cos \alpha \sin \delta - L'_y \sin \alpha \sin \delta + L'_z \cos \delta}$$

где

$$\dot{L} = \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix},$$

а α и δ - прямое восхождение и склонение небесного тела. Координаты вектора скорости L'_x , L'_y , L'_z в (43) также относятся ко второй экваториальной системе координат. Метод ПВД включает также методику определения μ , c , μ' , ψ по реальным наблюдениям, а основное уравнение метода Лапласа (40) преобразовано в форму, содержащей вместо векторов \dot{L} , \dot{L}' и \dot{L}'' приведенные параметры видимого движения и координаты небесного тела.

Вычислительные проблемы, связанные с нерациональным способом решения основного уравнения, преодолеваются выбором специальных систем координат, в которых неизвестные и параметры частично разделяются. Примечательно, что в отдельное уравнение отделяются трудно определяемые параметры c и μ' , а оставшиеся уравнения позволяют независимо определить элементы круговой орбиты без привлечения c и μ' . Таковы основные приемы, при помощи которых авторы модификации ПВД вернули к жизни давно известный, но почти не использовавшийся метод Лапласа. Более подробно с методом ПВД можно ознакомиться в [12], [13] и последующих работах этих же авторов. Ими доказана высокая эффективность метода для определения орбит различных небесных тел, особенно ИС², для которых метод ПВД превосходит все другие известные методы, включая метод Гаусса.

5. Заключение

В заключение хочется отметить, что, кроме рассмотренных методов определения орбит, в литературе встречаются также и многие другие. Однако, если при этом используются всего три угловых измерения, то оказывается, что практически все они относятся или к семейству Лагранжа (в качестве основного уравнения используется условие компланарности), или к семейству Лапласа (необходимо привлечение в какой-то форме первых и вторых производных от наблюдений \dot{L}_i). Способы уточнения коэффициентов a_1 и a_2 в методе Лагранжа-Гаусса тоже нередко кажутся очень разнообразными и оригинальными, но, как правило, тем не менее сводятся или к формулам (28) или (31). Существующие разновидности чаще всего обусловлены всего лишь особенностями вычислительного порядка.

Другая группа разнообразных методов определения орбит относится к случаям, когда, помимо угловых, привлекаются принципиально другие измерения небесного тела. Таких методов, рассчитанных на использование радиолокационных, доплеровых, светодоказанных и других измерений, довольно много, и интересующиеся могут с большинством из них

познакомиться, изучив монографию [3]. Анализ этих методов выходит за рамки классической задачи определения орбит небесных тел и представляет самостоятельный интерес.

Список литературы

1. Дубяго А.Д. Определение орбит. - М.: Л., 1949.-444 с.
2. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. - М., 1968.-800 с.
3. Эскобал П.Р. Методы определения орбит / Пер с англ. под ред. В.Г.Демина. - М., 1970, 471 с.
4. Херрик С. Астродинамика т. I. Пер с англ. под ред. В.А.Сарычева. - М., 1976.-318 с.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М., 1978.-512 с.
6. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / Под ред. Г.Н.Дубошина. - М., 1976,-862 с.
7. Gunkel R.J., Lascody D.N., Merilees D.S. Impulsive mid-course correction of an interplanetary transfer. Douglas Aircraft Company Inc. Engineering paper. No.804.- London, 1959.
8. Herrick S., Liu A. Two-orbit determination from two positions and time of flight. Appendix A. Aeronautic publ. No. C-365, N.Y., 1959.
9. Escobal P.R. Eccentricity iteration - a new method for the computation of an orbit between two position vectors with specified time interval. TRW Space Technology lab. rep. No 9882.3, N.Y., 1964.
10. Мультион Ф.Р. Введение в небесную механику / Пер.с англ. под ред. Г.Н.Дубошина. - М.; Л., 1935.-480 с.
11. Жагар Ю.Х., Салминьш К.Г. Некоторые модификации метода Гаусса // Тезисы докладов всесоюзной школы-семинара "Динамика механических систем". - Томск, 1986.

12. Киселев А.А., Быков О.П. Определение орбит спутника по одной фотографии со многими экспозициями //Астрономический журнал - 1973. - Т.50, вып.6. - С. 1298-1308.

13. Киселев А.А., Быков О.П. Определение эллиптической орбиты спутника по параметрам его видимого движения //Астрономический журнал. - 1976. - Т.53, вып.4. - С. 879-888.

Summary

Y. Zhagars

DIRECT METHODS OF THE ORBIT DETERMINATION (Survey)

Two groups of the direct orbit determination methods are described in present paper. The principles of the first one were proposed by Lagrange and later developed by Gauss till the so called and well known method of Gauss. The second one was proposed by Laplace in 1780, but only some decades ago a successful development of this method was created by Kiselev and Bykov - the so called "method PVD". Now both methods have nearly the same level of development. This result is important, because absolute majority of the orbit determination methods belongs to one of these two groups.

Ф.А.Цилин
(ГАИШ ИГУ)

ПРОИСХОЖДЕНИЕ И ЭВОЛЮЦИЯ АНСАМБЛЯ КОМЕТНЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ: ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

1. Введение. Состояние проблемы происхождения комет и концепция реликтового резервуара кометных тел

Проблема природы и "механизма действия" кометного ансамбля Солнечной системы принадлежит к наиболее фундаментальным в астрономии. В то же время она успешно сопротивляется попыткам решения — вот уже в течение практически двухсот лет, — даже если отсчитывать от трех почти одновременно высказанных гипотез классиков астрономии нового времени. Это — Лаплас (1796, кометы приходят в Солнечную систему извне); Ольберс (1804, астероиды — позже добавили кометы и другие малые тела Солнечной системы — продукт разрушения планеты между Марсом и Юпитером); Лагранж (1812, кометы — результат вулканических выбросов с планет — гигантов). Сжатый обзор почти двух десятков гипотез о происхождении комет дает В.П.Томанов [1].

Анализ — с современных позиций — проблемы происхождения комет и некий синтез рациональных идей выдвигавшихся ранее концепций проведен в последние годы автором (отчасти совместно с И.Л.Генкиным, В.М.Чепуровой и А.С.Расторгуевым). Суть предлагаемой концепции сводится к следующим положениям [2,3].

В Солнечной системе существует ансамбль кометных тел реликтового происхождения (проэволюционировавший остаток планетезимального диска формировавшейся Солнечной системы). Он представляет собой утолщающийся к периферии диск кометных

тел, простирающийся от пояса астероидов (планетезимали, из-за высокой температуры в зоне изначально не содержавшие летучих химических компонент) до периферии "внутреннего кометного облака" Хиллса. В качестве своих элементов реликтового резервуар включает "пояса Казимирчак-Полонской" [4] кометных тел между орбитами планет - гигантов, запланетный "пояс Уиппла" (внутренняя часть облака Хиллса) и само это облако. Вдоль орбит планет - гигантов реликтовый резервуар пронизан практически не содержащими кометных тел тороидальными "туннелями неустойчивости" (радиусом порядка 1 а.е.). Первый ("теплый") пояс Казимирчак-Полонской (между Юпитером и Сатурном) неблагоприятен для сохранения летучих компонент планетезималей и, возможно, постепенно превратился практически в резервуар "астероидов кометного происхождения". Внутренняя (находящаяся в планетной зоне) часть реликтового резервуара может быть также эффективным источником пыли в Солнечной системе [5] и т.д. (см. рис.1).

Зона реликтового резервуара в области планет-гигантов служит источником короткопериодических комет. Обширная (несколько тыс. а.е.) запланетная "промежуточная" зона, в которой планетные возмущения уже пренебрежимы, а звездные и другие внешние - еще незначительны, генерирует относительно редкие кометы "умеренно долгих" периодов. Периферийная область внутреннего кометного облака, возмущаемая звездами, гигантскими молекулярными облаками и регулярным галактическим гравитационным полем, - источник собственно долгопериодических комет и объектов быстро рассеявшегося бы без этого облака Оорта, поставляющего сверх-долгопериодические и почти параболические кометы и основную долю диссипантов. Последние же, в свою очередь, генерируют "параболические" и слабогиперболические кометы.

2., Термодинамика и эволюционные параметры кометного тела

Уже в этом кратком описании реликтового резервуара нам встретился фундаментальный фактор термодинамического характера: зависимость свойств (в первую очередь химического

состава, но -через его эволюцию -и структуры кометного тела) от температурных условий в соответствующей зоне. Имеет место систематическая зависимость физико - химических свойств кометных тел от расстояния до Солнца зоны их возникновения и последующего пребывания в течение $- 5.10^9$ лет. Это в принципе позволит предвидеть общие физико - химические свойства только что вышедших из реликтового резервуара ("молодых") комет. (Или, наоборот, по соответствующим характеристикам молодой -в этом смысле - кометы независимо определять, где в планетезимальном диске она образовалась и, следовательно, по нашим представлениям, пребывала до выхода на хаотическую кометную орбиту.)

Разумеется, даже осложняется тем, что на хаотической орбите кометное тело неоднократно может получать на достаточно долгое время (сотни - тысячи оборотов вокруг Солнца) орбиту именно кометного типа, на максим оно интенсивно терлет вещество (летучие и увлажненную ими пыль), то есть быстро эволюционирует физико - химически. Даже однократное (первое) пребывание кометного тела на соответствующем кепплеровском этапе частичной эволюции орбиты, если оно измеряется хотя бы десятками (а тем более тысячами) кепплеровских витков, может привести к существенному изменению его физико - химических параметров. В тенденции оно эволюционирует в "астероид кометного происхождения", потерявший летучие (все или из толовой "шоры").

Так что физико - химические свойства конкретной кометы определяются двумя главными параметрами, несущими термодинамическую природу: (1) температурные условия в зоне образования и возможной продолжительности пребывания данного кометного тела в реликтовом резервуаре; (2) суммарная инсоляция кометного тела (поглощаемый поток солнечного излучения на единицу поверхности) на кометных (с вариациями вблизи Солнца) фазах стохастической эволюции кепплеровой орбиты кометного тела после его выхода из реликтового резервуара. Диапазон эффектов этих факторов обширен: от полной вырожденности планетезимала, так и не ставшего кометных телом, - в "горячей" зоне между Марсом и Внутренним

до полного сохранения начального запаса летучих - в холодной дальней зоне, а может быть, даже наращивания его за счет газов, выброшенных из центральной области Солнечной системы на ее периферию. (Здесь, возможно, не исключено даже присутствие в составе кометного тела заморозившего или другим путем физически включенного в его состав водорода: вспомним водородные короны у ряда комет).

3. Теория диффузии и термодинамические начальные условия статистико - динамической эволюции кометного ансамбля Солнечной системы

Крупным достижением в проблеме статистико - динамической эволюции ансамбля кометных тел Солнечной системы является известная "теория диффузии", исходящая из блестящей идеи ван Веркома [6], в трудах К.А.Штейнса и его школы [7 и др.]. Она нашла таких выдающихся сторонников, как Я.Оорт, В.И.Казимирчак-Полонская и др. (например, [8,9]).

Аппарат теории диффузии комет (по существу, статистико-математический, а потому в основе термодинамический), логически строг и математически безукоризнен. В этом аспекте она окончательна и не подлежит ревизии. Однако, как термодинамическая по сути, теория диффузии с неизбежностью несет в себе и органически присущие ей термодинамике слабости. Первой из них следует назвать принципиальное отсутствие в (феноменологической) термодинамике возможности с той же уверенностью, как общее направление процесса (в сторону роста энтропии системы), находить скорость этого процесса. А именно:

а) Конечно, в рамках статистической интерпретации термодинамики (Больцман и др.) количественные расчеты подобного рода уже становятся принципиально возможными (с позиций кинетической теории). Однако, с одной стороны, они куда более трудны и громоздки, а с другой - гораздо менее надежны, чем выводы, базирующиеся непосредственно на "первых принципах" (в термодинамике это ее фундаментальные Начала).

Именно поэтому остаются сомнения и в достаточности

механизма теории диффузии для обеспечения наблюдаемого темпа генерации короткопериодических комет, которые, согласно основным предпосылкам этой теории, преобразуются из долгопериодических, приходящих из резервуара на периферии Солнечной системы. (Независимо от предложения о происхождении его: путем ли взрыва "планеты Ольберса"; при выбросе планетезималей (кометных тел) гасущими протопланетами, в основном гравитационными ударами протогигантов; из образовавшихся когда-то на месте будущего облака Оорта "планетезималей"; наконец, благодаря современному происхождению или захвату извне, например, из встречного гигантского молекулярного облака).

Как известно, в ряде работ (и не только С.К. Всесвятского, адепта эруптивной концепции, конкурирующей с диффузионной) содержатся прямые выводы о недостаточности количества долгопериодических комет (а особенно комет "ср. дних периода", - согласно теории диффузии, - непосредственных эволюционно - динамических предшественников короткопериодических) для объяснения наблюдаемого количества последних.

б) Другая слабая сторона теории диффузии, также термодинамическая по своей природе, привлекала меньше внимания, но представляется мне еще более серьезной. Это - проблема начальных условий.

В теории диффузии она "решается" просто: они (условия) берутся извне, из общей теории происхождения Солнечной системы, и это вполне естественно. В эпоху зарождения теории диффузии (в середине XX века) уже существовал богатый набор гипотез о происхождении комет, хотя (как, впрочем, и ныне) не ощущалось недостаточных оснований для сколько - нибудь уверенного выбора между ними... Это выглядело (и выглядит) особенно странным потому, что, казалось бы, предлагаемые варианты перебирали весь набор мыслимых подходов к происхождению комет... А он уже далеко не исчерпывался идеями классиков - Лапласа, Ольберса, Лагранжа. Да и сами их концепции обогатились идеями и вариантами в построениях

многих авторов (см. [1]). Однако спектр предлагаемых на выбор теории диффузии начальных условий (исходной структуры и кинематики ансамбля кометных тел Солнечной системы) в целом не расширился. Практически он продолжал сводиться к жесткой дилемме: либо кометные тела образуются (при взрывах или вулканических выбросах) в планетной зоне Солнечной системы в наше или недавнее время (и в этом случае теория диффузии оказывалась излишней); но даже в наиболее мягком "спутниковом" варианте С.К.Всехсвятского или Б.М.Дробышевского мало кто из совместных теоретиков останавливается на таком выборе; либо кометы приходят с периферии Солнечной системы (в наиболее распространенных подходах, будучи выброшены туда планетными возмущениями еще в эпоху формирования планет).

Современная концепция планетной космогонии восходит к О.Ю.Шмидту. Она внесла самый весомый вклад как в формирование фундаментального представления "кометные тела - это бывшие планетезимали холодной зоны Солнечной системы", так и в заключение о практически полном выбросе их из зоны планет (по В.С.Сафронову: 1+3% в облако Оорта, остальные - "в Галактику").

Это представление - о пустой (в отношении кометных тел) планетной зоне и о концентрации их в облаке Оорта - и было принято теорией диффузии в качестве "начальных условий" для изучения эволюции ансамбля кометных тел. Дальнейшее - направление диффузии кометных тел извне внутрь, из облака Оорта в планетную зону, то есть преобразование долгопериодических комет в короткопериодические, - было тем самым предопределено с термодинамической необходимостью (с позиций статистической термодинамики).

Эпизодически появлявшиеся высказывания о "других астероидных поясах" между орбитами планет - гигантов не принимались всерьез на фоне таких, казалось бы, убедительных аргументов, как "закон планетных расстояний" Тициуса - Боде, который с середины XX века стали связывать с "самоочищением" межпланетных зон - поглощением и выбросом располагавшихся

здесь вначале планетезималий (кометных тел), растущих протопланетами.

Однако анализ ситуации приводит к выводу о том, что все еще отсутствует доказательство того, что зоны между планетами - гигантами действительно представляют собой области неустойчивости движения малых тел. Не так давно вывод о "поголовном выбросе" оставался, по существу, чисто гипотетическим. Более того, еще в 1972 г. казавшийся неизбежным путь - через "закон Тициуса-Боде" к заключению о неустойчивости междупланетных орбит - был поставлен под сомнение С.Дермоттом [10], сделавшим заключение о вероятностной природе самого закона планетных расстояний. Вскоре, в конце 70-х гг., Л.Кресак опубликовал прямой вывод о существовании между орбитами планет зон устойчивости [11]. К сожалению, вывод Кресака не привлек внимания специалистов.

В свою очередь, претензия на обоснование неустойчивости движения малых тел между планетами - гигантами получила некоторое основание впервые к середине тех же 70-х гг. в работе Ф.Фрэнклина и М.Лекара [12]. Они нашли, что малое тело будет выброшено из этой зоны менее чем за 10^4 лет - космогонически мгновенно. В свете космогонически длительного - заведомо устойчивого - существования (причем гораздо ближе к Юпитеру) пояса астероидов (реликтовый характер его ныне практически несомненен) найденная в [12] мера неустойчивости орбит между Юпитером и Сатурном представлялась, интуитивно, неправдоподобной. И в самом деле, недавно они же (и П.Сопер) "повысили" время выживания пробного тела в исследуемой ими области... сразу на несколько порядков [13]. Очевидно, что вопрос сложнее, чем им казалось вначале.

Между тем опять-таки в 70-е гг. В.И.Казимирчак-Полоцкая, разделяя постулаты теории диффузии и развивая ее, пришла к выводу, парадоксальность которого с позиций этой теории долго не замечалась: для объяснения короткопериодических комет необходимо принять, что между орбитами планет - гигантов существуют пояса кометных тел (позже они были названы "поясами Казимирчак-Полоцкой"), из которых и появляются открываемые нами короткопериодические

кометы [4]. Порядоксальность - в рамках теории диффузии - результата Казимирчак-Полонской была "снята" ее предположением, что сами эти пояса образуются все же ... диффузией кометных тел в них из облака Оорта.

Здесь-то и возникает резонный вопрос о термодинамической возможности процесса, в котором планетные возмущения сначала выбрасывают кометные тела из межпланетного промежутка (в планетной космогонии), а затем они же заполняют тот же промежуток "накачиваемыми" обратно кометными телами (в теории диффузии). С термодинамической точки зрения это означает, что по меньшей мере на одном из этих этапов процесса он идет с уменьшением энтропии, причем не за счет вывода ее за пределы системы (что могло бы снять запрет) и не в порядке флуктуаций (такого масштаба флуктуация имела бы практически нулевую вероятность). Итак, процесс термодинамически запрещен.

Хотя "накачка" кометных тел в промежуток между планетами - гигантами и представляется статистико - термодинамически куда более сомнительной, чем опустошение этого промежутка планетными возмущениями, возможность последнего процесса также совсем не очевидна. А существование пояса астероидов, упомянутые выше результаты Л.Кресака, особенно же - Е.М.Казимирчак-Полонской, убеждают в том, что межпланетные пояса кометных тел существуют и являются реликтовыми - остатком планетезимального диска.

Итак, начальные условия, получаемые теорией диффузии от планетной космогонии, не являются корректными. Они в сущности прямо противоречат термодинамике, то есть нереализуемы. Соответственно, несмотря на полную корректность аппарата теории диффузии, результат применения ее к нереальному начальному состоянию с темой также не может быть корректным. Поэтому общая картина эволюции исходного ансамбля кометных тел Солнечной системы, даваемая теорией диффузии, по моему мнению, должна быть ревизована в отношении принимаемых ею начальных условий. Приложив ее к корректно заданному начальному состоянию ансамбля кометных тел (концентрация их в зоне планет - гигантов и прилегающей запланетной области,

до периферии пояса Хиллса), мы найдем и корректное решение вопроса о направлении статистико - динамической эволюции начального (и современного) ансамбля кометных тел Солнечной системы.

Так, представляется очевидным, что знаменитые "законы диффузии комет", сформулированные К.А.Штейнсом (хотя наиболее явные элементы их частично были усматриваемы и ранее, особенно Я.Ортом), при обращенных начальных условиях (диффузия кометных тел из реликтового резервуара) найдут и "зеркальную" интерпретацию с позиций теоретико - диффузионного подхода.

Итак, термодинамический подход к проблеме эволюции ансамбля кометных тел Солнечной системы позволяет, судя по всему, усмотреть новые резервы результативности у термодинамической же по своей сути (то есть весьма адекватной этому подходу) теории диффузии комет.

4. Термодинамическая стрела времени и формирование элементов структуры реликтового резервуара кометных тел Солнечной системы

Как изложено выше, реликтовый резервуар кометных тел Солнечной системы представляет собой статистико-динамически и физически проэволюционировавший остаток структур протопланетного диска - тех частей его, откуда кометные тела не были выведены на хаотические орбиты возмущениями от планет и столкновениями (планетная зона); от звезд, гигантских молекулярных облаков и регулярного галактического гравитационного поля (прилегающая к планетной периферийная зона). Первоначально реликтовый резервуар должен был представлять собой несколько концентрических кольцевых дисков - астероидный (самый внутренний), а далее - кольца кометных тел между орбитами планет - гигантов; и за последней из них (это не обязательно Нептун) - гигантской протяженности запланетное кольцо кометных тел. (Где находилась внешняя граница его, сказать трудно. Мы не знаем, до каких расстройний в протопланетном диске

существовали условия, допускавшие формирование планетезималей).

Внутри межпланетных зон устойчивости, казалось бы, единственным эффективным механизмом удаления кометных тел были столкновения их с кометными телами на уже хаотических орбитах. Однако это могло привести к потере недостаточно большой доли начальной массы (по оценке в поясе астероидов до $\sim 80\%$ [14]). Но в нем сохранилось всего порядка 10^{-3} начальной массы.... Правда, обычно постулируемая "возмутительная" неустойчивость, — так сказать, "неустойчивость Тициуса-Боде", — не оставила бы и этого. После первой неудачной попытки А. Камерона на эффективный механизм потери массы поясом астероидов (а частично и другими поясами?) указали В.С. Сафронов и К. Гусейнов [15]. Его обеспечивает сканирование пояса резонансными линиями при изменении расстояния возмущающей протопланеты от Солнца в процессе планетогенеза. Подчеркнем еще раз: очевидно, даже в поясе астероидов это не приводит к тотальному рассеянию планетезималей из зоны. Остаточной населенности поясов Казимирчак-Полонской достаточно для функционирования реликтового резервуара как источника короткопериодических комет. В дальней запланетной, но еще "дозвездной" зоне механизм Сафронова-Гусейнова, естественно, не действовал, и там должна была сохраниться большая доля начальной массы из числа кометных тел. Но здесь существует другая проблема: возможность самого формирования планетезималей (кометных тел) в этой зоне оспаривается [15].

Под действием указанных факторов в последующей эволюции реликтового резервуара со статистической (иначе, термодинамической) неизбежностью должно было произойти следующее. Во-первых, изолированные кольца кометных тел должны были уплотняться и слиться ("над" и "под" орбитами планет-гигантов) в непрерывную структуру, простиравшуюся от пояса астероидов до периферии внутреннего кометного облака Хиллса. Во-вторых, периферическая зона реликтового резервуара под действием указанных внешних возмущений должна была постепенно разрушаться. При этом эффективная внешняя граница

реликтового резервуара монотонно отступала к Солнцу. Современное положение ее определяется неуверенно (даются оценки от 10 до 40 тыс. а. е.). В-третьих, внутренняя область реликтового резервуара, особенно зона между Юпитером и Сатурном, должна была -5 млрд. лет терять летучие ("льды"). Хотя этот эффект быстро ослабевает с расстоянием от Солнца r , тем не менее он вполне мог в широких пределах по r произвести "химическую сепарацию" - по меньшей мере - внешних слоев кометных тел. Видимо, область между Юпитером и Сатурном поэтому превратилась фактически в резервуар "астероидов кометного происхождения". Напротив, в удаленных от Солнца областях реликтового резервуара кометные тела могли оказаться конденсаторами летучих, испарявшихся с кометных тел более близких к Солнцу зон (включая нехимическое присоединение водорода).

Вернемся, однако, к вопросам статистико - динамической эволюции реликтового резервуара кометных тел. Несколько детализируя сказанное выше, отметим, что в чисто динамическом плане можно считать принципиально обратимым движение любого кометного тела, вышедшего из реликтового резервуара. Видимо, исходя из подобных соображений в привычном астрономом, небесно - механическом подходе, Е.И. Казимирчак-Полонская и постулировала заполнение межпланетных зон "диффундирующими" сюда с периферии системы кометными телами. Но в системе гравитирующих частиц имеет место неустойчивость фазовых траекторий [16], и неизбежен динамический хаос [17] даже при малом числе объектов. С нарастанием же числа тел задача тем более превращается в статистико - динамическую, и вступает в действие законы термодинамики. Всем этим предопределяется функционирование системы в рамках необратимой термодинамической шкалы (стрелы) времени и неприменимость к ней обратной небесно - механической (динамической) временной шкалы.

В другом аспекте, конкретнее, ввиду отсутствия в поясах Казимирчак - Полонской (и вообще в реликтовом резервуаре) механизма эстревания тел, приходящих сюда (очевидно, по неллеровской орбите) откуда-либо извне [18], вероятность

накопления достаточно многочисленного ансамбля диффундировавших сюда кометных тел в таком поясе и экспоненциально падает с числом их. Это - типичный статистико - термодинамический эффект быстрого уменьшения вероятности флуктуации с ее величиной (Я.Больцман).

Следовательно, как формирование поясов Казимирчак-Полонской, так и запланетной протяженной зоны реликтового резервуара кометными телами "постороннего происхождения" (образовавшихся, например, в соседнем поясе Казимирчак-Полонской; или при взрыве фаэтона по Ольберсу; или Ганимеда по Дробышевскому; либо, наконец, сконденсировавшихся во встречном гигантском молекулярном облаке; или где-то в Галактике) - термодинамически невозможно.

Таким образом, термодинамика оставляет единственную возможность - образование кометных тел реликтового резервуара "на месте": там или почти там, где они в ней в настоящее время и пребывают.

5. Существенно неравновесная термодинамика и ансамбль кометных тел Солнечной системы

Построение основ существенно неравновесной термодинамики (И.Р.Пригожин) позволило увидеть существенно неравновесные термодинамические системы и в астрономии. Рассмотрение материала кометной астрономии наводит на мысль, что и кометный ансамбль демонстрирует нам диссипативные структуры.

Общим основанием для подобной идеи является статистико - термодинамическая природа и явная неравновесность ансамбля кометных тел. Происходит квазистационарное диффузионное рассеяние области относительно высокой их концентрации - релаксация резервуара. Она идет в сторону практически "вакуума" кометных тел - в галактическое пространство. Термодинамическая неравновесность, возможно, "существенная" (в смысле Пригожина), здесь налицо. С другой стороны, близкая к Солнцу зона, достаточно горячая для

развития собственно феномена кометы, - аналог "поглощающего экрана" (классическая абстракция термодинамической кинетики), диффузионно же достигнув которого, кометное тело исключается из ансамбля (в космогоническом масштабе времени очень быстро), "сгорая" и разрушаясь.

Наша система, как видишь, качественно практически изоморфна классической же для неравновесной термодинамики "сковороде Бенара". Вопрос лишь в том, в какой области своего фазового пространства находится ансамбль кометных тел: в линейно неравновесной (онзагеровской), либо же все-таки в неравновесной существенно (пригожинской). Решение этого вопроса осложняется тем, что структура источника кометных тел (реликтового резервуара), в отличие не только от "бенаровой посуды", но и, например, от солнечной фотосферы, довольно сложна даже в чисто геометрическом и топологическом планах. На эффекты статистико-термодинамического характера к тому же налагаются факторы динамические. Это, например, "заскакивание" кометного тела на сотни и более оборотов вокруг Солнца, и чисто динамическое состояние движения по практически неизменной (тем более в "неизменных элементах" Иеронимусовской орбите).

Трудно указать - до специального исследования - критерии существенности термодинамической неравновесности такой системы. Но, возможно, диссипативными структурами в нашем случае могут быть также структурные элементы кометного ансамбля, как субансамбли коротко- и долгопериодических комет, облако Оорта... Впрочем, в любом случае фактор термодинамической неравновесности (хотя бы и линейной) реликтового резервуара кометных тел должен учитываться, ибо именно он определяет направление и характер эволюции этого объекта (и генетически связанных с ним ансамбля "астероидов кометного происхождения", подсистем метеорных частиц и пыли и т.д.).

6. О термодинамическом статусе кометных тел - диссипантов

Статистико - термодинамически очень своеобразна такая субструктура ансамбля кометных тел Солнечной системы, как совокупность диссипантов. Обычно диссипация тела из Солнечной системы отождествляется с получением им положительной полной энергии ($h > 0$) относительно Солнца. Однако гиперболический избыток в энергии диссипанта, как правило, ничтожно мал (эффект Гуревича - Левина [19]). Поэтому обычное понимание диссипанта как "беглеца из системы" лишается основной доли смысла.

Действительно, характерные энергии (и скорости) диссипантов в среднем столь малы, что даже при свободном прямолинейном движении наш диссипант за все время существования Солнечной системы удалится бы от нее, как максимум, на расстояние порядка сотни парсеков. А эта величина ничтожна в сравнении с расстоянием Солнца от центра Галактики. Даже такой диссипант не успевает покинуть небольшой галактической окрестности Солнца.

Если же принять во внимание, что расширению облака диссипантов в какой-то мере препятствует регулярное гравитационное поле Галактики (неправоммерно игнорируемый, как правило, "эффект Радзиевского" [20]); если учесть далее, что благодаря иррегулярному взаимодействию со звездами т.н. поток диссипантов приобретает характер диффузионного (то есть замедляется при удалении от источника), то облако диссипантов может оказаться имеющим еще более ограниченные размеры (порядка, возможно, лишь десятка межзвездных расстояний).

И тем не менее, кометные облака соседних звезд должны многократно перекрываться. Это приводит к появлению принципиально нового объекта - статистически довольно однородного (с точностью до локальных флуктуаций) галактического кометного облака (впервые введенного, видимо, Э.Эпиком, см. [21]).

Будучи непрерывным и даже довольно однородным в пространстве координат, облако Эпика, по существу, всюду

разрывно в пространстве скоростей. Действительно, как отмечено выше, диссипанты из системы какой-либо звезды уходят от нее с подавляющей вероятностью, с ничтожно малой скоростью "на бесконечности". Увеличение дисперсии скоростей диссипантов происходит очень медленно: существенно медленнее релаксации звезд диска (благодаря тому, что размеры гигантских молекулярных облаков, основного агента релаксации, сравнимы или даже превосходят характерную величину облаков диссипантов солнцеподобных звезд). Этим обеспечивается сохранение разрывности облака в пространстве скоростей с эпохи его возникновения до нашего времени. Такая фазовая структура кометного облака довольно необычна в статистико - физическом (и тем более в термодинамическом) отношении, хотя дело здесь просто в том, что возраст системы (облака Эпика) меньше ее характерного "времени размешивания" (релаксации) в Галактике.

Заметим еще, что количество кометных тел-диссипантов в галактической диске должно быть весьма велико - по меньшей мере на десяток порядков (1) больше, чем количество звезд. Действительно, за последние два столетия приобрели гиперболические скорости примерно две сотни комет [22]. Даже если темп рождения диссипантов ранее не был выше (что сомнительно) и даже если пренебречь теми кометными телами, которые становятся в планетной зоне диссипантами, не побывав кометами (а их, по оценкам, на порядок больше, чем наблюдаемых диссипантов), мы найдем, что Солнечную систему за время ее существования покинуло $\sim 10^{10}$ кометных тел. Подлагая столь же "производительным" и другие солнцеподобные звезды диска, получаем вышеназванную оценку населенности галактического кометного облака Эпика.

Из нее следует, кстати, что среднее расстояние между кометными телами в облаке Эпика не менее, чем на три порядка меньше, чем между звездами, а также что характерное время между появлениями в окрестностях Солнца "чужих" комет (существенно гиперболических) - порядка тысячи лет. Это значит, что вероятность появления "галактической" кометы хотя и не слишком велика, но все же не может считаться

пренебрежимо малой. Следовательно, характерные термодинамические параметры и фазовая структура галактического кометного облака Эпика определяют актуальность попыток обнаружения "внешних" комет и обеспечивают отличимость их от образовавшихся в Солнечной системе и диссипировавших из нее даже в эпоху ее формирования.

Еще одно характерное и термодинамически своеобразное свойство кометных тел, диссипантов из Солнечной системы, состоит в том, что, благодаря ничтожности гиперболического избытка энергии, оно при возмущениях (от звезд и т.д.) может с большой вероятностью исчезать (менять знак). При этом тело скачком ("мгновенно") из диссипанта превращается в члена облака Оорта. Таким образом гравитационная связь кометного тела с Солнцем, с Солнечной системой может даже многократно развиваться и восстанавливаться. Именно такие объекты и могут быть основными поставщиками как "почти параболических".

7. Констный ансамбль и проблема построения статистической механики системы гравитирующих тел

Выше мы без оговорок употребляли термодинамические термины и понятия в приложении к системам гравитирующих материальных частиц. Следует, однако, иметь в виду, что непротиворечивая статистическая механика (и, таким образом, термодинамика) системы ньютоновских материальных точек до сих пор не создана. Более того, характер ньютоновского потенциала (особенно расхожимость в нуле) и специфика (неограниченность) звездных систем уже давно дали основание для резюмирующего заключения о принципиальной невозможности построения такой теории [23]. Проблема эта касается рассматриваемой здесь темы, конечно, не прямо. Тем не менее, анализируя проблематику систем многих гравитирующих частиц, - кометные ли это тела, звезды или галактики, - совсем уйти от этого фундаментального вопроса нельзя. Если статистическая механика и термодинамика системы

гравитирующих частиц принципиально невозможна как логически строгая теория, то какой смысл остается и в применении термодинамического (статистико - механического) аппарата к проблемам структуры и эволюции кометного ансамбля Солнечной системы?

Не углубляясь в эту сложную тематику, сошлюсь лишь на результаты, свидетельствующие все же (вопреки до сих пор господствующим представлениям авторов работ типа [23]) о правомерности термодинамического подхода к исследованию систем гравитирующих тел, в частности, и кометного ансамбля Солнечной системы. А именно: автором (совместно с В.Н.Семенцовым) показано [24 и др.], что мнение о принципиальной невозможности логически непротиворечивой статистической механики (и, таким образом, термодинамически) системы гравитирующих частиц, по всей видимости, ошибочно, сколь оно ни кажется правдоподобным. А в его пользу говорит, например, тот факт, что даже наиболее идеализированная модель системы $N \gg 1$ ньютоновских материальных точек в замкнутом объеме (в отличие от практически любой статистико - физической системы многих частиц, например, $N \gg 1$ электронов в замкнутом сосуде, отличающейся от ньютоновских частиц лишь знаком потенциала) не удовлетворяет "нулевому началу термодинамики": у нее принципиально отсутствует состояние статистического (термодинамического) равновесия. Причина этого, в конечном счете, - статистическая неизбежность образования и последующей инфинитной статистико - динамической эволюции в сторону неограниченного уплотнения доли пар гравитирующих частиц.

Однако нами показано, что процесс компактификации пар (сопровождающийся, в частности, неограниченным разогревом системы) идет, тем не менее, неограниченно замедляясь. А это позволяет, введя еще один дополнительный параметр в термодинамическое описание системы (например, характерный тонкий размер "самой маленькой" пары частиц), получить возможность термодинамически замкнутого, внутренне непротиворечивого (вплоть до приближенного, но в принципе сколь

угодно точного) статистико - механического и - далее - термодинамического описания исходной системы. Так что логически корректная термодинамическая теория системы гравитирующих частиц все же возможна. Это, в частности, снимает и принципиальные сомнения в отношении правомерности термодинамического подхода к рассмотрению интересующего нас здесь статистического ансамбля гравитирующих объектов - кометных тел Солнечной системы (и даже кометной подсистемы Галактики в целом).

8. Заключение. Предпосылки и перспективы термодинамического подхода к исследованию ансамбля кометных тел Солнечной системы

Таковы первые качественные результаты попытки термодинамического подхода к анализу свойств и эволюции ансамбля кометных тел Солнечной системы. Исходным пунктом для проведенного анализа является концепция реликтового резервуара кометных тел Солнечной системы как, в конечном счете, унитарного источника всех наблюдаемых комет, а наиболее общим теоретическим оправданием - первый набросок основы, исходные идеи непротиворечивой термодинамики системы гравитирующих материальных точек. Сочетание концепции реликтового резервуара и термодинамического подхода к проблеме происхождения и эволюции ансамбля кометных тел Солнечной системы оказывается, видимо, достаточно обещающим, чтобы считать оправданными дальнейшее исследование в данном и смежных направлениях.

Список литературы

1. Томянов В.П. Кометная космогония. - Вологда, 1989. - 96с.
2. Цицин Ф.А., Чепурова В.И., Расторгуев А.С. // МД № 1378, 1, 1985; № 1408, 5, 1985.
3. Цицин Ф.А., Чепурова В.И., Расторгуев А.С., Генкин И.И. // Вторые Бродякинские чтения. Циркуляр ВЛГО № 46, 10, 1989.

4. Казимирчак-Полонская З.И.// Проблемы исследования Вселенной, 7, 34С, 1978.
5. Цилич Ф.А., Чепурова В.М., Гелкин И.Л.// Кometный циркуляр, No 405, 5, 1989.
6. Van Voerikom A.J.// Bull. Astron.Inst.Netherl, 10, 445, 1948.
7. Штейкс К.А.// а)Уч.зап.Латв.гос.ун-та, 30, 69, 1960; б)Уч.зап.Латв.гос ун-та, 68, 39, 1964; в)Бюл. ИТА, 15, No 60, 350, 1984.
8. Whipple F.L.// AJ 67, 1, 1962.
9. Dobrovol'skij O.V.// IAU Symp., No 45, 352,1972.
10. Дермотт С.Ф.// Происхождение Солнечной системы.-М., 466, 1976.
11. Kresak L.//Bull.Astron.Inst.Czechoslov., 28, No 2, 65, 1977.
12. Franklin F., Lecar M.// IAU symp. No 62, 37, 1974.
13. Franklin F., Lecar M., Soper P.// Icarus, 79, 223, 1989.
14. Paolicchi p., Zappala V.//Publ. Astron. Inst. Czechoslov. Acad. Sci., No 67, 101, 1987.
15. Сафронов В.С., Гусейнов К.М.// Цирк.ШАО АН АэССР, No 87, 6, 1989.
16. Крылов Н.С. Работы по обоснованию статистической физики.- М.; Л., 1950.
17. Заславский Г.М. Статистическая необратимость в нелинейных системах.-М., 1970.
18. Schulhof L.// Bull. Astron., 6, Paris, 147, 191,225, 1891.
19. Гуревич Л.Э., Левин Б.Ю.// ДАНН АН СССР, 70, 781, 1950.
20. Радзиевский В.В.// а) ДАН АН СССР, 91, 16, 1953; б) Астрон.ж., 31436, 1954.

21. Струве О., Зебергс В. *Астрономия XX века.*—М., 195, 1968.
22. Всехвятский С.К. *Кометы в Солнечной системе.*—М., 1974.
23. а) Finlay-Freundlich E., Kurth R.// *Naturwiss.*, 42, 167, 1955; б) Kurth R.// *Zeitschr. Angew. Math. Phys.*, 6, 113, 1955.
24. Цицин Ф.А., Семенцов В.П. а) АИ No 1326, 1984; б) // *Вопросы небесной механики и звездной динамики.* — Алма-Ата, 1990, 147-152.

Резюме

Ф.А.Цицин

ПРОИСХОЖДЕНИЕ И ЭВОЛЮЦИЯ АНСАМБЛЯ КОМЕТНЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ: ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Предлагается анализ термодинамических аспектов ансамбля кометных тел Солнечной системы.

Summary

F.Tsitin

GENESIS AND EVOLUTION OF AN ENSEMBLE OF THE SOLAR SYSTEM COMET BODIES: SOME THERMODYNAMICAL ASPECTS

An analysis of some thermodynamical aspects of the Solar System comet body-ensemble is proposed.

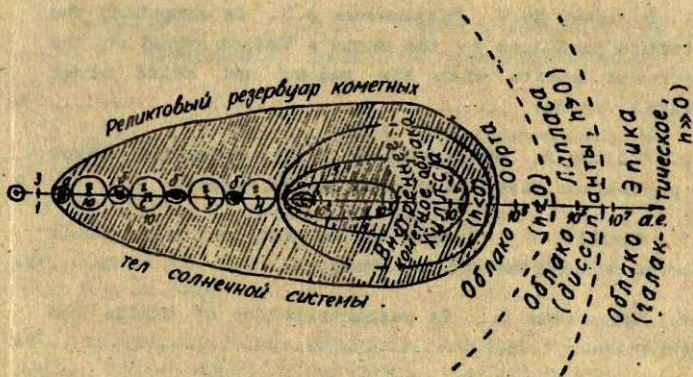


Рис. 1.

Схема реликтового резервуара кометных тел Солнечной системы и его галактической окрестности.
(Масштаб приблизительно логарифмический)

- ☉ - Солнце; З - Земля; В - Венера; С - Сатурн;
- У - Уран; Н - Нептун;
- а - пояс астероидов;
- б - пояса Казимирчак-Полонской кометных тел между планетами - гигантами;
- в - пояс кометных тел Уиппла;
- г - "туннели неустойчивости" около орбит планет - гигантов;
- h - полная энергия кометного тела (удельная).

Contents

1. Batrakov Yu.V., Mirmahmudov E.R. On computing the asteroid positions by the Encke's method based on the reference orbits with the second and third order initial touch.	5
2. Salitis A. About stellar influence on the change of perihelion distance of long-period comets. I.	9
3. Dirikis M. Simple method for parabolic orbit determination from two observations.	18
4. Laucenieks L. On parametrization of orbits and ephemerides.	24
5. Zarins A. Satellite observations support software package for IBM PC.	38
6. Zarins A. A comparison of MTLRS-1 and Riga SLR observations obtained during august-september, 1991. ..	48
7. Stoykov A.V. Extension angle-parametrization model ULIS-630.	53
8. Gedrovics A. A star transit moment registrator based upon integration of the photovoltaic current. ..	67
9. Zhagars Y. Direct methods of the orbit determination (survey).	72
10. Tsitsin P.A. Genesis and evolution of an ensemble of the Solar system comet bodies: some thermodynamical aspects.	97

С о д е р ж а н и е

1. Батраков Ю.В., Мирзахмудов Э.Р. О вычислении положений астероида методом Знке с опорными орбитами, имеющими касание второго и третьего порядков.	5
2. Салитис А. О влиянии звездных возмущений на изменение перигелийных расстояний долгопериодических комет. I.	9
3. Дирикис М. Простой способ определения параболической орбиты по двум наблюдениям.	18
4. Лауцениекс Л. О параметризации орбит и эфемерид..	24
5. Зариньш А. Пакет программного обеспечения наблюдений ИСЗ на ПЭВМ типа IBM PC.	38
6. Зариньш А. Анализ совместных лазерных наблюдений станции Гига и MTLRS-1, полученных в августе-сентябре 1991 г.	48
7. Стойков А.В. Расширенная углово-параметрическая модель УЛИС-630.	53
8. Гедровиц В.А. Устройство регистрации звездных прохождений способом интеграции фототока.	67
9. Жагар Ю.Х. Прямые методы определения орбит (обзор).	72
10. Цицин Ф.А. Происхождение и эволюция ансамбля кометных тел Солнечной системы: термодинамические аспекты.	97