

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE
FIZIKAS NODAĻA

**SKAITLISKIE RĒĶINI 3D PBLI MHD PLŪSMAI
KVADRĀTVEIDA KANĀLĀ AR ATŠĶIRĪGĀM SIENU
ELEKTRISKAJĀM VADĪTSPĒJĀM**

MAĢISTRA DARBS

Autors: **Ivars Krastiņš**

Studenta apliecības Nr.: 09261

Darba vadītāji: LU FMF asoc. profesors Dr. phys. Leonīds Buligins,
LUFU Lietišķās MHD lab. vad. Dr. phys. Andrejs Šiško

RĪGA 2014

ANOTĀCIJA

Darbā atspoguļoti skaitliskie rezultāti 3D stacionārai MHD plūsmai kvadrātveida kanālā spēcīgā ārējā magnētiskajā laukā. Apskatīti gadījumi ar dažādām sienu parametru vērtībām, kā arī kad, skatoties garenvirzienā, viena puse kanāla ir ar nevadošām sienām un otra puse ir ar vadošām Hartmaņa sienām.

Otrajā gadījumā plūsmai eksistē pārejas apgabals, kurā tā no viengabala monolītas plūsmas pāriet neregulārā MHD plūsmā ar tai raksturīgo M veida 2D ātruma profilu.

Šim pētījumam ir vairāk akadēmiska nozīme tā vienkāršības un fizikālās noteiktības dēļ. Skaitliskos rezultātus varētu izmantot šķidrā metāla blanketa izstrādē, kā arī šķidrā metāla korozijas procesu MHD efektu ietekmes novērtēšanā uz konstrukciju materiāliem.

Skaitliskie rezultāti parāda, ka, arvien samazinot plūsmas vidējo ātrumu, pie kādas kritiskās vērtības notiks pāreja uz t.s. Stoksa plūsmu, kad plūsmas pārejas apgabals un ātruma sadalījums tajā vairs nav atkarīgi no vidējā ātruma vērtības, bet tikai no Hartmaņa skaitļa un sienu parametra. Palielinot ātruma vērtību virs kritiskās, pieaug inerces spēki, līdz ar to arī palielinās pārejas apgabala garums. Papildus tam vēl apskata pārejas apgabala atkarību no Hartmaņa skaitļa.

Atslēgvārdi: MHD plūsma, svins-litijs, ārējais magnētiskais lauks, pārejas apgabals, skaitliskā modelēšana.

ANNOTATION

Numerical results of 3D stationary MHD flow in a long square duct with applied strong magnetic field are presented. In the first half of the channel ($x < 0$) all walls are electrically non-conducting, but in the second half ($x \geq 0$) Hartmann walls are electrically conductive.

In this kind of configuration in the vicinity of cross section at $x=0$ there is a region where the flow changes from bulk type flow in the non-conducting part of the channel to strongly irregular flow in the conducting part of the channel with its characteristic M-shaped 2D velocity profile.

This study is more of an academic interest, because of its simplicity and physical certainty. Numerical results could be of use in developing liquid-metal blanket, in which PbLi is assumed as a breeding material, also for estimation of influence of MHD effects on liquid-metal corrosion processes of structural materials.

Numerical results show that decreasing integral velocities v_0 , at some critical value v_{cr} the transition to so called Stokes flow occurs, where the flow restructuring region and velocity distribution in this region no more depends on the magnitude of v_0 (Reynolds number), but depends only on Hartmann number and the magnitude of wall parameter. At flow velocities larger than the critical value ($v_0 > v_{cr}$), the increase of the velocity v_0 leads to the increase of inertial forces, and, consequently, to the increase in length of flow restructuring region in the channel. The restructuring region length dependence on Ha parameter is also determined.

Keywords: MHD flow, lead-lithium, external magnetic field, transition region, numerical modeling.

SATURS

Anotācija.....	1
Annotation	2
Saturs	3
Apzīmējumu saraksts.....	4
Ievads.....	5
1. Analītikas apskats.....	7
1.1. Hidrodinamika	7
1.2. Elektromagnētisms.....	8
1.3. Magnetohidrodinamika	10
1.4. Hanta modelis	13
2. Skaitliskā metode	16
2.1. Galvenie pamatvienādojumi	16
2.2. Robežnosacījumi.....	16
2.3. Lietotā metodoloģija	16
2.4. Režģis.....	17
Rezultāti.....	18
Skaitliski un analītiski iegūto datu salīdzinājums	18
Plūsmas pārejas apgabals.....	21
Plūsmas attīstības parametrs	30
PPA hidrauliskā pretestība.....	32
Secinājumi	35
Izmantotā literatūra un avoti.....	36
Pielikumi.....	37
1. pielikums. <i>Mathematica</i> kods	37
2. pielikums. ANSYS FLUENT 12.0 lietotie uzstādījumi	38
3. pielikums. Strāvas plūsmas līnijas	39

APZĪMĒJUMU SARAKSTS

$a \equiv a$ – kanāla platums (raksturīgais izmērs) [m]

\mathbf{B} – magnētiskais lauks [T]

\mathbf{B}_0 – ārējais magnētiskais lauks [T]

$\mathbf{b} \equiv \mathbf{B}_i$ – inducētais magnētiskais lauks [T]

c – sienas parametrs

\mathbf{E} – elektriskais lauks [V/m]

\mathbf{f} – tilpumspēks [N/m^3]

\mathbf{j} – strāvas blīvums [A/m^2]

L – kanāla garums [m]

p – spiediens [Pa]

\mathbf{v} – plūsmas ātrums [m/s]

v_0 – vidējais plūsmas ātrums [m/s]

μ_0 – magnētiskā konstante [H/m]

ν – kinemātiskā viskozitāte [m^2/s]

ρ – šķidrā metāla blīvums [kg/m^3]

σ – īpatnējā elektrovadītspēja [S/m]

EM – elektromagnētisms

HD – hidrodinamika

PPA – plūsmas pārejas apgabals

PAA – plūsmas attīstības apgabals

$\text{PAA}^* = \text{PAA}/a$ – normēts plūsmas attīstības apgabals

IEVADS

Tēma ir aktuāla saistībā ar TOKAMAK tipa kodolreaktoriem, un konkrētāk, ar termiskās kodolsintēzes reaktoru ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*), kur blanketa šķidrā metāla atrodas spēcīgā magnētiskajā laukā. Pastāvot nevienmērīgam laukam, kanāla ģeometrijas izmaiņai vai kopā savietotiem kanāliem ar atšķirīgām materiālu elektrovadītspējām, parādās 3D efekti, kurus analītiski izpētīt nevar, tāpēc problēmai pieiet, izmantojot skaitliskas metodes. Par darba vielu izvēlēts svina litija mehāniskais maisījums, kas arī reāli paredzēts blanketā kā pavairošanas (*eng. breeding*) un siltuma pārneses jeb dzesēšanas materiāls. Tipiskie plūsmas ātrumi šādu reaktoru blanketos ir ar kārtu daži centimetri sekundē, tāpēc arī darbā interese tiek pievērsta plūsmām pie nelieliem ātrumiem.

Temats par kanāla sienu elektriskās vadītspējas maiņu plūsmas virzienā ir pētīts jau iepriekš darbā [1], bet tajā galvenā uzmanība pievērsta magnētiskā lauka maiņai, sienu vadītspējas izmaiņas ietekmi uz plūsmu aizskarot tikai nedaudz, jo salīdzinājumā ar magnētiskā lauka maiņu plūsmas virzienā sienu elektriskās vadītspējas izmaiņa nerada ievērojamus 3D efektus. Tas tāpēc, ka tiek inducētas tikai nelielas aksiālas strāvas, kuru izsauktais elektromagnētiskais spēks nespēj izjaukt plūsmu. Šis temats kopā ar citiem aktuāliem jautājumiem par to, kā izmaiņas magnētiskā lauka un plūsmas apstākļos ietekmē plūsmas sadalījumu un siltuma aizvadi, vēl salīdzinoši nesēn apskatīts Kalifornijas Universitātes (ASV) un Nacionālā sintēzes zinātņu institūta (Japāna) sadarbības projektā saistībā ar ITER [2]. Tas, kādus spiediena zudumus rada kanāla sienu elektriskās vadītspējas izmaiņa galīga garuma apgabalā, ir aplūkots darbā [3], kur skaitliski iegūtie spiediena kritumi atkarībā no sienas parametra vērtības novērtēti ar triviālu formulu. Darbā skaitliskajā rēķinā izmantotas reālas šķidrā metāla parametru vērtības: vides blīvums, viskozitāte, īpatnējā elektriskā vadītspēja.

Atšķirībā no minētajiem iepriekšējiem veikumiem, šajā darbā uz smalka režģa, kas sastāv no 1.4 miljoniem elementu, veikti daudzi skaitliskie mērījumi, mainot gan pieliktā magnētiskā lauka vērtību, gan vidējo ātrumu kanālā, lai kvalitatīvi un pēc iespējas kvantitatīvi varētu izsekot ievades parametru ietekmei uz plūsmu.

Metru garā kanālā, kas sastāv no divām daļām – nevadošās un vadošās –, tiek veikti MHD plūsmas skaitliskie pētījumi, kas balstās uz ātrumu lauka iegūšanu un interpretāciju, mainot gan ātrumu (masas plūsmu) ieejā, gan pieliktā ārējā magnētiskā lauka vērtību augsto Hartmaņa skaitļu rajonā, kur turbulenci var neievērot un plūsmu var uzskatīt par lamināru.

Lai pārlicinātos par skaitliski iegūto rezultātu ticamību, ātruma sadalījums nevadošajā kanāla daļā īsi pirms robežpārejas un vadošajā daļā – kanāla izejā – divos griezumos tiek salīdzināts ar analītisko Hanta atrisinājumu [4], pieņemot, ka programmas radītās skaitliskās kļūdas ir nebūtiskas un to radīto iespaidu uz iegūtajiem rezultātiem var neievērot.

Plūsmas pārejas apgabala (PPA) robežas atkarībā no pieliktā ārējā lauka un vidējā ātruma tiek noteiktas, apskatot aksiālo ātruma sadalījumu pa kanāla centru. Par PPA sākumu uzskata vietu, kur aksiālā ātruma vērtība izmainījies par 0.1% no monolītās plūsmas maksimālā ātruma. Par PPA beigām pieņem vietu, kur starpība starp aksiālo ātrumu un attīstītas plūsmas kodola ātrumu ir 0.5%. Secinot, ka PPA sākums nav atkarīgs ne no magnētiskā lauka, ne plūsmas vidējā ātruma, tiek ieviests jēdziens plūsmas attīstības apgabals (PAA), kas ir pārejas apgabala daļa vadošajā kanāla pusē.

Darba viela ir svina-litija eitektika Pb-17Li (skaitlis 17 apzīmē litija atomu procentuālo daudzumu maisījumā) ar blīvumu $\rho = 9400 \text{ kg/m}^3$, elektrisko vadītspēju $\sigma = 0.77 \text{ MS/m}$ un dinamisko viskozitāti $\rho\nu = 0.00187 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Vadošajā kanāla daļā (sienu elektriskā vadītspēja $\sigma_w = 1.06 \text{ MS/m}$) Hartmaņa sienām uzdots biezums $h_w = 3 \text{ mm}$, izmantojot plānas sienas [5] robežnosacījumu. Kanāla garums $L = 1 \text{ m}$ un platums un augstums $a = 25 \text{ mm}$.

Darba mērķis ir veikt MHD plūsmas skaitliskos pētījumus un gūt izpratni par to, kā kanāla sienu parametru izmaiņa ietekmē plūsmas raksturu.

Darba uzdevumi:

1. Noteikt, kā plūsmas pārejas apgabals ir atkarīgs no plūsmas ātruma ($B_0 = \text{const}$) un kāda ir atkarība no magnētiskā lauka ($v_0 = \text{const}$).
2. Noteikt, kas notiek gadījumā, ja plūsmas vidējais ātrums tiecas uz nulli: $v_0 \rightarrow 0$.
3. Noskaidrot, vai var ieviest plūsmas attīstību raksturojošu parametru.
4. Konstatēt plūsmas pārejas apgabala radītos hidrauliskos zudumus.

1. ANALĪTIKAS APSKATS

1.1. Hidrodinamika

No hidrodinamikas (HD) kursa [6] zināms, ka Ņūtona II likums nepārtrauktas vides elementam vispārīgi pierakstāms formā

$$\mathbf{F} = \Delta m \mathbf{a}, \quad (1.1)$$

kur \mathbf{F} ir spēks, kas darbojas uz vides elementu, Δm – elementa masa, \mathbf{a} – tā paātrinājums. Pieņemot, ka vides elementa masa Δm , tam pārvietojoties, saglabājas, un paātrinājumu \mathbf{a} izsakot kā ātruma atvasinājumu pēc laika, izteiksmi (1.1) var uzrakstīt kā

$$\mathbf{F} = \Delta m \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad (1.2)$$

kur nepārtrauktās vides materiālo punktu ātrums \mathbf{v} ir funkcija gan no laika t , gan no punkta koordinātēm \mathbf{x}

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t).$$

Lai izteiktu apstākli, ka, pierakstot ātruma izmaiņas, tiek sekots noteiktai vides materiālai daļiņai, katra vides punkta stāvokli patvaļīgā laika momentā nosaka funkcija

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}, t),$$

kur $\boldsymbol{\xi}$ ir tā saucamā Lagranža koordināte, kas nosaka nepārtrauktas vides punktu stāvokli kādā izvēlētā sākuma laika momentā; katrai tās vērtībai atbilst noteikts nepārtrauktas vides punkts. Rezultātā materiālo punktu paātrinājumu \mathbf{a} pieraksta kā

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + v_i \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \xi_i}$$

vai izmantojot Hamiltona operatoru ∇

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}. \quad (1.3)$$

Var ieviest masas blīvumu ρ – lielumu, kas raksturo vielas sadalījumu nepārtrauktā vidē. Tas ir vienāds ar vides apgabala masas Δm un tā aizņemtā tilpuma ΔV attiecības robežu, kad apgabala izmēri tiecas uz nulli

$$\rho(\mathbf{r}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}. \quad (1.4)$$

Izmantojot sakarības (1.3) un (1.4), Ņūtona II likumu (1.2) pieraksta formā

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = \mathbf{F}. \quad (1.5)$$

Šeit \mathbf{F} ietver sevī spiediena spēku, kas ir vides galvenais dzinējspēks, virsmas spēkus un tilpumspēkus. Ar virsmas spēkiem saprot viskozos spēkus, kas darbojas pretī plūsmai. Tilpumspēki ir, piemēram, gravitācijas spēks vai elektromagnētiskie spēki. Ievietojot minētos spēkus (1.5) izteiksmē, iegūst nesaspiežama šķidruma Navjē-Stoksa vienādojumu

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{\mathbf{f}}{\rho}, \quad (1.6)$$

kur p ir spiediens, ν ir šķidruma kinemātiskā viskozitāte un \mathbf{f} ir kādi tilpumspēki, kas darbojas šķidrumā. Nesaspiežamam šķidrumam izpildās nepārtrauktības nosacījums

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad (1.7)$$

kas izriet no nepārtrauktas vides materiālā elementa masas saglabāšanās likuma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = S_m,$$

jo tiek risināts stacionārs gadījums videi ar konstantu blīvumu ($\rho = \text{const}$) un tai klāt nekas netiek pievadīts, proti, $S_m = 0$.

1.2. Elektromagnētisms

Elektromagnētisma (EM) pamatā ir četru Maksvela vienādojumu sistēma (MVS), kas attiecīgi raksturo EM lauka avotus, elektriskā lauka indukciju laikā mainīga magnētiskā lauka iespaidā, magnētiskā lauka solenoidalitāti jeb līniju noslēgtību un faktu, ka strāva ap sevi rada magnētisko lauku. MVS (1.8-1.11) rakstīta nemagnētiskai videi $\mu = 1$ ar relatīvo dielektrisko caurlaidību $\varepsilon = 1$, pieņemot, ka vidē nav lādiņu, un atmetot nobīdes strāvas.

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \end{cases} \quad (1.8-1.11)$$

Strāvu ar elektrisko lauku saista lineāra sakarība

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (1.12)$$

kur proporcionalitātes koeficients σ ir vides īpatnējā vadītspēja. Sakarību (1.12) sauc par diferenciālo Oma likumu. Ja elektrovadoša vide atrodas relatīvā kustībā attiecībā pret magnētisko lauku, tad vidē inducēsies elektriskais lauks, kas proporcionālās vides ātrumam un magnētiskajam laukam, proti,

$$\mathbf{E}' = \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (1.13)$$

un līdz ar to strāvas, kuru blīvums izriet no sakarībām (1.12) un (1.13). Iegūst izvērstāku Oma likumu diferenciālā formā

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.14)$$

Ņemot rotoru no MVS pēdējā vienādojuma (1.11) un diferenciālo Oma likumu (1.14), katra vienādojuma vienā pusē iegūst $\nabla \times \mathbf{j}$, un pielīdzinot izteiksmes rezultātā iegūst

$$\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{E} + \nabla \times \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (1.15)$$

kur locekli $\nabla \times \mathbf{E}$ aizstāj pēc MVS otrās sakarības (1.9). Izmantojot magnētiskā lauka solenoidalitāti (1.10) un vides plūsmas nepārtrauktību (1.7), no vienādības (1.15) iegūst sakarību

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \mathbf{B} - (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B} + (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{v}, \quad (1.16)$$

ko sauc par indukcijas vienādojumu. Vispārīgi magnētisko lauku var sadalīt daļās tā, ka

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b},$$

kur \mathbf{B}_0 – pieliktais ārējais magnētiskais lauks un \mathbf{b} – inducētais lauks; šāds piegājiens tiek izmantots skaitliskajā metodē. Tādā gadījumā jārisina ir tikai inducētais lauks, savukārt no MVS iegūst, ka pieliktais magnētiskais lauks apmierina sekojošu vienādojumu

$$\nabla^2 \mathbf{B}_0 = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t},$$

kur σ ir vides, kurā tiek ģenerēts lauks \mathbf{B}_0 , elektriskā vadītspēja. Ja magnētiskais lauks \mathbf{B}_0 tiek ģenerēts nevadošā vidē, kas atbilst darbā apskatītajam gadījumam, tad tas apmierina sekojošus nosacījumus

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{B}_0 = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{B}_0 = 0 \end{cases}.$$

Paturot prātā, ka $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}$, indukcijas vienādojums (1.16) stacionārā gadījumā, kad pazūd magnētiskā lauka atkarība no laika, var tikt pārrakstīts formā

$$(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{b} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{b} + ((\mathbf{B}_0 + \mathbf{b}) \nabla) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B}_0. \quad (1.17)$$

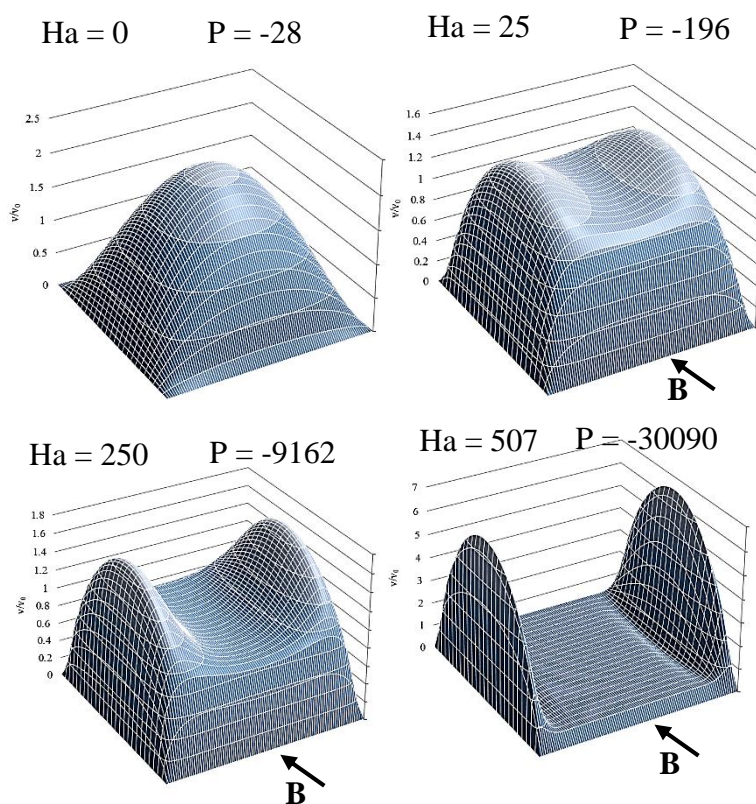
1.3. Magnetohidrodinamika

Hidrodinamika un elektromagnētisms kopā veido magnetohidrodinamiku (MHD) – fizikas nozari, kas apskata elektrovadošas vides dinamiku magnētiskā lauka klātbūtnē. Elektrovadošas vides kustības mijiedarbībā ar spēcīgu magnētisko lauku, inducējas strāvas (1.14), radot EM spēku

$$\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (1.18)$$

kas darbojas uz vides tilpuma vienību pretī plūsmai.

Var apskatīt šķidra metāla kustību kvadrātveida vadošā kanālā stiprā magnētiskā laukā. 1.1. attēlā redzams MHD plūsmas ātruma profils, sākot no tīri HD plūsmas bez lauka līdz pieliktā ārējā magnētiskā lauka vērtībai 1 tesla (salīdzinājumam, Zemes magnētiskais lauks ir aptuveni 65 μT).



1.1. attēls MHD plūsmas ātruma sadalījums kanālā pie dažādām magnētiskā lauka vērtībām un pie Reynoldsa skaitļa $Re = 1257$

Var izsekot tam, kā palielinās bezdimensionālā spiediena vērtība P (skatīt sadaļu 1.4. Hanta modelis), pieaugot magnētiskajam laukam. EM spēks plūsmas kodolā ir daudzkārt lielāks par viskozajiem un inerces spēkiem, kas savukārt koncentrēti šaurā slānī pie magnētiskam laukam paralēlajām sienām, kur inducētās strāvas plūst paralēli ārējam laukam, tādējādi EM spēku neradot. Otrs variants ir tāds, ka magnētiskais lauks kustas attiecībā pret šķidro metālu. Skrejošu lauku var iegūt ar 3-fāzu induktoru vai rotējošu pastāvīgo magnētu sistēmu. Arī šajā gadījumā inducējas strāvas, radot EM spēku, bet šoreiz tas darbojas kā šķidrās elektrovadošās vides dzinējspēks. Šāds princips tiek izmantots MHD sūkņos metāla pārsūkņēšanai.

Stacionārā gadījumā, ievietojot Navjē-Stoksa vienādojumā (1.6) EM spēka (1.18) izteiksmi, iegūst vienu no MHD pamatvienādojumiem

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\mathbf{v} + \frac{1}{\rho}\mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (1.19)$$

Lai atklātu uz šķidrums tilpuma vienību darbojošo fizikālo efektu ietekmi, vienādojums (1.19) jāpārraksta bezdimensionālā formā. Par pamatlielumiem izvēloties plūsmas vidējo ātrumu kanālā v_0 , šķidrā metāla vadītspēju σ , pieliktā ārējā magnētiskā lauka vērtību B_0 un kanāla platumu a , visi lielumi un operatori vienādojumā (1.19) tiek attiecīgi normēti

$$\tilde{v} = \frac{v}{v_0}; \quad \tilde{\nabla} = a\nabla; \quad \tilde{p} = \frac{p}{\sigma v_0 B_0^2 a}; \quad \tilde{\Delta} = a^2 \Delta; \quad \tilde{j} = \frac{j}{\sigma v_0 B_0}; \quad \tilde{B} = \frac{B}{B_0}.$$

Tieši šāda spiediena normēšana izvēlēta, pamatojoties uz darbu [7], kur arī tiek apskatīta MHD plūsmas spēcīgā, homogēnā ārējā magnētiskā laukā. Ar tildi ir atzīmēti bezdimensionālie lielumi. Lai pieraksts tālāk būtu vieglāk uztverams, tildes noņem, paturot prātā, ka runa ir par normētiem lielumiem

$$v \rightarrow \tilde{v}; \quad \nabla \rightarrow \tilde{\nabla}; \quad p \rightarrow \tilde{p}; \quad \Delta \rightarrow \tilde{\Delta}; \quad j \rightarrow \tilde{j}; \quad B \rightarrow \tilde{B}.$$

Ievērojot iepriekšminēto, stacionārais Navjē-Stoksa vienādojums (1.19) bezdimensionālā formā pierakstāms sekojoši

$$\frac{\rho v_0^2}{a} (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\sigma v_0 B_0^2 \nabla p + \frac{\rho v v_0}{a^2} \Delta\mathbf{v} + \sigma v_0 B_0^2 (\mathbf{j} \times \mathbf{B}),$$

no kurienes, izdalot abas vienādības puses ar $\frac{\rho v v_0}{a^2}$, iegūst

$$\frac{a v_0}{v} (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\frac{\sigma B_0^2 a^2}{\rho v} \nabla p + \Delta\mathbf{v} + \frac{\sigma B_0^2 a^2}{\rho v} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}). \quad (1.20)$$

Attiecību $\frac{av_0}{\nu}$ sauc par Reinoldsa skaitli un lieto apzīmējumu Re . Tā ir attiecība starp inerces un viskozajiem spēkiem. Ja Re ir liels, tad vidē dominē inertie spēki un viskozitāti var neievērot (t.s. Eilera tuvinājums). Ja Re ir mazs, tad viskozie spēki ir noteicošie šķidrumā un inerci var neievērot (t.s. Stoksa tuvinājums). Attiecība $\frac{a^2 B_0^2 \sigma}{\rho \nu}$ raksturo EM spēku un viskozo spēku samēru, un to apzīmē ar Ha^2 , kur Ha ir Hartmaņa skaitlis. Piemēram, *1.1. attēlā* redzama plūsmas ātruma profila izmaiņa atkarībā no Ha skaitļa.

Ja izteiksmi (1.20) izdala ar Reinoldsa skaitli, tad bezdimensionālais Navjē-Stoksa vienādojums pierakstāms formā

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\frac{Ha^2}{Re}\nabla p + \frac{1}{Re}\Delta\mathbf{v} + \frac{Ha^2}{Re}(\mathbf{j} \times \mathbf{B}). \quad (1.21)$$

Attiecība $\frac{Ha^2}{Re}$ raksturo EM spēku un inerces spēku ietekmi uz šķidrumu. To sauc par Stjuarta skaitli jeb mijiedarbības parametru un apzīmē ar N . Izdalot izteiksmi (1.21) ar N , iegūst

$$\frac{1}{N}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Ha^2}\Delta\mathbf{v} + (\mathbf{j} \times \mathbf{B}), \quad (1.22)$$

no kuras viegli var redzēt, ka pie lieliem Ha un N dinamikas vienādojums reducējas uz

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}.$$

Tātad gadījumā, kad $Ha \rightarrow \infty$ un $N \rightarrow \infty$, magnētiskā lauka un tā inducēto strāvu radītais EM spēks noslāpē visu spiediena gradienta izsaukto kustību plūsmas kodolā. Aizvietojot strāvas un lauku ar normēšanas parametriem, spiediena gradienta kārtu šādai plūsmai var izteikt kā

$$\nabla p \propto \sigma v_0 B_0^2.$$

1.1. tabula

Raksturīgās lauku un materiālu īpašību vērtības reaktoru blanketā

σ	1 MS/m
v_0 , m/s	1 cm
B_0 , T	10 T

Veicot praktisku novērtējumu un parametru vērtības izvēloties, kā tas parādīts *1.1. tabulā*, iegūst, ka spiediena gradients šādai situācijai ir ar kārtu 1 MPa/m jeb 10 atmosfēras uz metru.

1.4. Hanta modelis

Līdzīgi kā darīts bakalaura darbā [8], matemātiski tiek apskatīts pilnībā attīstītas MHD plūsmas 2D gadījums kvadrātveida kanāla šķērsgrīzumā [9] – tā saucamais Hanta modelis [4] –, kur kanāla izmēri, platums un augstums, tiek uzdoti robežās $|y| \leq \frac{a}{2}$ un $|z| \leq \frac{a}{2}$, kā tas redzams 1.2. attēlā. Šādai plūsmai ir tikai viena ātruma komponente $\mathbf{v} = (v_x(y, z), 0, 0)$, kas atkarīga tikai no šķērsvirziena koordinātēm y un z , bet nav atkarīga no x . Uz kanāla sienām izpildās pielipšanas nosacījums un ātrums ir nulle $v_x\left(y, \pm \frac{a}{2}\right) = v_x\left(\pm \frac{a}{2}, z\right) = 0$. Pieliktais ārējais magnētiskais lauks \mathbf{B}_0 ir tikai z ass virzienā, tātad $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$ un tas ir konstants $B_0 = \text{const}$. Inducētam magnētiskam laukam ir tikai x komponente $\mathbf{B}_i = (B_i(y, z), 0, 0)$, kas uz sānsienām ir vienāda ar nulli $B_i\left(\pm \frac{a}{2}, z\right) = 0$, savukārt uz Hartmaņa sienām tiek lietots plānas sienas (*eng. thin wall*) robežnosacījums $B_i\left(y, \pm \frac{a}{2}\right) \pm \frac{h_w \sigma_w}{\sigma} \frac{\partial B_i}{\partial z}\left(y, \pm \frac{a}{2}\right) = 0$. Plānas sienas tuvinājums nozīmē, ka netiek pētīts strāvu un inducētā lauka vai potenciāla sadalījums sienā. Pieņem, ka siena ir tik plāna, ka strāva tajā var homogēni plūst tikai tangenciālā virzienā. Piemēram, uz augšējās Hartmaņa sienas apskata strāvu nepārtrauktību $\nabla j = 0$. Pierakstot to caur komponentēm, izteiksmi var nointegrēt pa sienas biezumu

$$\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}+h_w} \left(\frac{\partial j_y^w}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} \right) dz = 0 \quad \Rightarrow \quad \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}+h_w} \frac{\partial j_y^w}{\partial y} dz + j_z \left(\frac{a}{2} + h_w \right) - j_z \left(\frac{a}{2} \right) = 0,$$

kur loceklis $j_z \left(\frac{a}{2} + h_w \right) = 0$, jo strāvās tālāk par sienu neplūst. Tā kā, šķērsvirziena strāvu sadalījums pa biezumu plānajā sienā ir vienmērīgs, tad uz tās iegūst

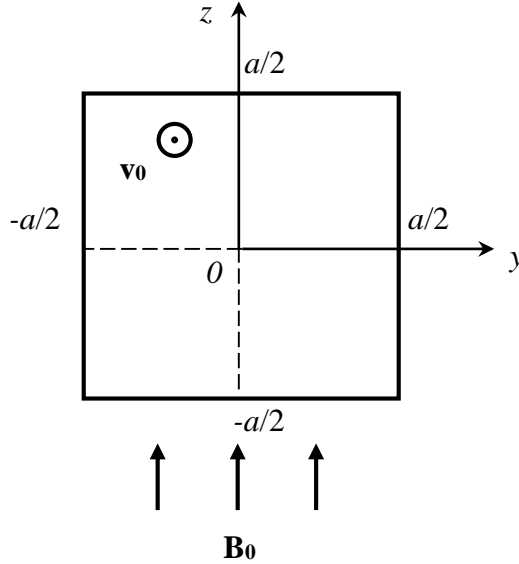
$$\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}+h_w} \frac{\partial j_y^w}{\partial y} dz - j_z \left(\frac{a}{2} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial j_y^w}{\partial y} h_w - j_z = 0.$$

Elektriskā lauka tangenciālajai komponentei uz sienas izpildās sašūšanas nosacījums $E_y = E_y^w$, kuru var pārrakstīt arī strāvām kā $\frac{j_y}{\sigma} = \frac{j_y^w}{\sigma_w}$. No šejienes izsakot j_y^w un ievietojot to nepārtrauktības izteiksmē, iegūst strāvu robežnosacījumu plānas sienas tuvinājumā

$$j_z - \frac{\sigma_w h_w}{\sigma} \frac{\partial j_y}{\partial y} = 0.$$

Šeit σ un σ_w ir attiecīgi šķidrās vides un sienas īpatnējā elektriskā vadītspēja un h_w ir sienas biezums. Izmantojot minētos lielumus, var ieviest Hartmaņa sienas parametru c , kas raksturo attiecību starp sienas elektrovadītspēju un kanālā plūstošās vielas elektrovadītspēju, ņemot vērā

to raksturīgos izmērus, proti, $c = \frac{h_w \sigma_w}{a \sigma}$. Augšējai ($z = \frac{a}{2}$) un apakšējai ($z = -\frac{a}{2}$) sienai uzdodot biezumu h_w , kā arī īpatnējo elektrisko vadītspēju σ_w , bet sānu sienas ($y = \pm \frac{a}{2}$) pieņemot par izolējošām, attiecīgie sienu parametri šīm sienām ir pierakstāmi kā $c_{Ha} = \frac{h_w \sigma_w}{a \sigma}$ un $c_{Side} = 0$.



1.2. attēls Hanta modeļa shēma

Caur sakarībām $j_y = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_i}{\partial z} = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial y} - v_x B_0 \right)$ un $j_z = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_i}{\partial y} = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ var nonākt pie robežnosacījuma gan inducētam laukam, gan potenciālam. Ievērojot minēto, var noformulēt divas analogas MHD problēmas Hanta modelim: vienu, kas risinājumā izmanto magnētiskās indukcijas vienādojumu un robežnosacījumus inducētam magnētiskam laukam:

$$\begin{cases} v \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \frac{B_0}{\rho \mu_0} \frac{\partial B_i}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \text{const}; \\ -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial^2 B_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_i}{\partial z^2} \right) + \sigma B_0 \frac{\partial v_x}{\partial z} = 0; \\ v_x \left(y, \pm \frac{a}{2} \right) = v_x \left(\pm \frac{a}{2}, z \right) = 0; \\ B_i \left(\pm \frac{a}{2}, z \right) = 0; \quad B_i \left(y, \pm \frac{a}{2} \right) \pm \frac{h_w \sigma_w}{\sigma} \frac{\partial B_i}{\partial z} \left(y, \pm \frac{a}{2} \right) = 0; \end{cases}$$

otru, kur atrisinājumu iegūst caur potenciālu un attiecīgiem tā robežnosacījumiem:

$$\begin{cases} v \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\sigma B_0}{\rho} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + v_x B_0 \right) = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \text{const}; \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + B_0 \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0; \\ v_x \left(y, \pm \frac{a}{2} \right) = v_x \left(\pm \frac{a}{2}, z \right) = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \left(\pm \frac{a}{2}, z \right) = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(y, \pm \frac{a}{2} \right) \pm \frac{h_w \sigma_w}{\sigma} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \left(y, \pm \frac{a}{2} \right) = 0. \end{cases}$$

Atrisinājums attiecīgi ātruma, inducētā lauka un potenciāla sadalījumiem kanālā ir šāds:

$$\begin{aligned} v_x(y, z) &= 4v_0 P \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\cos \left[\alpha_k \frac{y}{a} \right]}{\alpha_k^3} \left\{ 1 - A_k \frac{\text{ch} \left[\frac{z}{a} (G_+) \right]}{\text{ch} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right]} - B_k \frac{\text{ch} \left[\frac{z}{a} (G_-) \right]}{\text{ch} \left[\frac{1}{2} (G_-) \right]} \right\}; \\ B_i(y, z) &= 4v_0 \mu_0 \sqrt{\sigma \rho \nu} P \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\cos \left[\alpha_k \frac{y}{a} \right]}{\alpha_k^3} \left\{ A_k \frac{\text{sh} \left[\frac{z}{a} (G_+) \right]}{\text{ch} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right]} - B_k \frac{\text{sh} \left[\frac{z}{a} (G_-) \right]}{\text{ch} \left[\frac{1}{2} (G_-) \right]} \right\}; \\ \varphi(y, z) &= -4av_0 B_0 P \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sin \left[\alpha_k \frac{y}{a} \right]}{\alpha_k^4} \left\{ 1 + A_k \frac{(G_-) \text{ch} \left[\frac{z}{a} (G_+) \right]}{Ha \text{ch} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right]} - B_k \frac{(G_+) \text{ch} \left[\frac{z}{a} (G_-) \right]}{Ha \text{ch} \left[\frac{1}{2} (G_-) \right]} \right\} \end{aligned}$$

kur

$$\alpha_k = \pi(2k - 1), \quad k = 1, 2, 3, \dots;$$

$$v_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \frac{Ha^2}{4}};$$

$$G_{\pm} = v_k \pm \frac{Ha}{2};$$

$$A_k = \frac{c(G_-) + \text{th} \left[\frac{1}{2} (G_-) \right]}{2v_k c + \text{th} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right] + \text{th} \left[\frac{1}{2} (G_-) \right]};$$

$$B_k = \frac{c(G_+) + \text{th} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right]}{2v_k c + \text{th} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right] + \text{th} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right]};$$

$$P = - \left\{ 8 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_k^4} \left(1 - A_k \frac{\text{th} \left[\frac{1}{2} (G_+) \right]}{\frac{1}{2} (G_+)} - B_k \frac{\text{th} \left[\frac{1}{2} (G_-) \right]}{\frac{1}{2} (G_-)} \right) \right\}^{-1}.$$

Caur vienādību $\frac{dp}{dx} = P \frac{\rho \nu v_0}{a^2}$, kurā ieiet bezdimensionālais spiediens P , var aprēķināt spiediena gradientu $\frac{dp}{dx}$ pie uzdota ātruma v_0 un pārējiem parametriem.

2. SKAITLISKĀ METODE

2.1. Galvenie pamatvienādojumi

Skaitliskie rēķini veikti programmā ANSYS FLUENT 12.0 [5]. Pēc noklusējuma tā risina stacionāras, nesaspiežamas plūsmas gadījumu, izmantojot lamināras plūsmas saglabāšanās likumus inerciālā atskaites sistēmā:

- masas saglabāšanās (1.7);
- impulsa saglabāšanās (1.9).

Pētot elektrovadošas plūsmas mijiedarbību ar magnētisko lauku, ir būtiski zināt inducēto strāvu blīvumu. Vispārīgi, lai to aprēķinātu, tiek lietotas divas metodes – viena ir potenciāla metode, kad strāvu blīvumu noskaidro, risinot vienādojumu potenciālam, otra ir indukcijas metode, kas arī tiek izmantota darbā. Tās pamatā ir indukcijas vienādojuma (1.17) atrisināšana, kas nodrošina sasaisti starp plūsmas ātruma lauku un magnētisko lauku. Izmantojot Ampēra sakarību (1.11), no atrisinātā lauka var tikt aprēķināts strāvas blīvums.

2.2. Robežnosacījumi

Kanāla ieejā uzdota noteikta masas plūsma, un izejā uzdots konstants spiediens $p = 0$. Uz visām kanāla sienām plūsmas ātruma laukam darbojas pielipšanas nosacījums $v = 0$. Uz nevadošajām kanāla sienām uzdots izolētības nosacījums $j_n = 0$, ko konkrētā gadījumā pieraksta caur inducētā magnētiskā lauka \mathbf{b} tangenciālajām komponentēm kā $b_{t1} = b_{t2} = 0$. Hartmaņa sienām vadošajā kanāla daļā izmantots plānas sienas tuvinājums, kurā tiek pieņemts, ka magnētiskā lauka izplatība sienā ir viendimensionāla. Detalizētāks robežnosacījuma apraksts inducētam laukam gan nav atrodams.

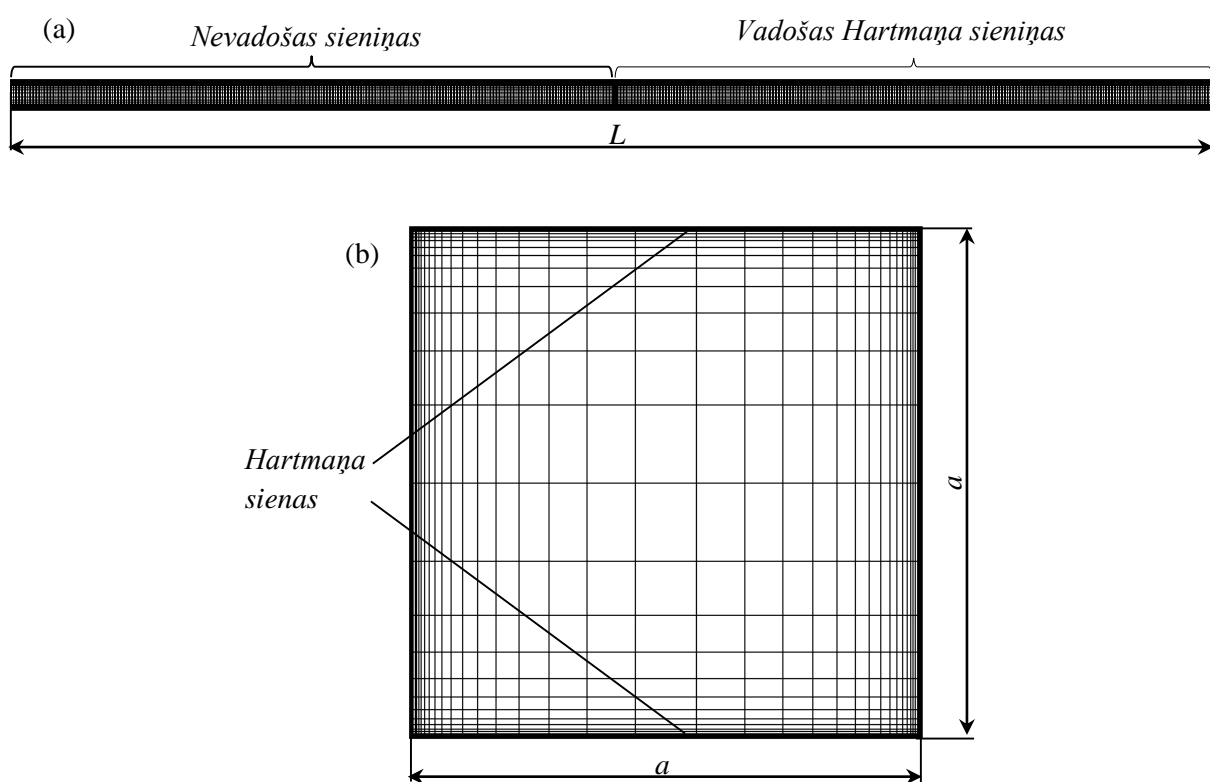
2.3. Lietotā metodoloģija

Ar galīgo tilpumu metodi un *pressure-based* metodi, papildus aktivizējot MHD moduli, atrisinājumu iegūst, lietojot magnētiskās indukcijas metodi, kas risina indukcijas vienādojumu (1.17). Spiediena-ātruma savienošanai izmanto *SIMPLE* shēmas metodi. Telpiskajā diskretizācijā lietotas *Least Square Cell Based*, *Standard* un *First Order Upwind* metodes attiecīgi gradientam, spiedienam un impulsam ar magnētisko lauku. (Sīkāka informācija par lietotajām metodēm atrodama [5] vai skatīt 2. pielikumu.)

Pakāpeniski palielinot pieliktā ārējā magnētiskā lauka vērtību, atrisinājums iegūts pie 1..10 teslu lauka, risināšanas procesu pārtraucot, kad monitorētās nesaites iterāciju gaitā vairs būtiski nemainījās.

2.4. Režģis

Lietots 3D strukturēts režģis ar izmēriem $1000\text{ mm} \times 25\text{ mm} \times 25\text{ mm}$. Tas sastāv no 1.4 miljoniem šūnu ar smalcinājumu pie sieniņām. Tas tāpēc, lai aprakstītu smalkos robežslāņus: Hartmaņa slāni, kur pirmās šūnas izmērs ir $4\text{ }\mu\text{m}$, bet katra nākamā šūna virzienā uz centru ir 1.5 reizes lielāka, un sānslāni, kur pirmās šūnas izmērs ir $15\text{ }\mu\text{m}$, bet katra nākamā šūna virzienā uz centru ir 1.3 reizes lielāka.

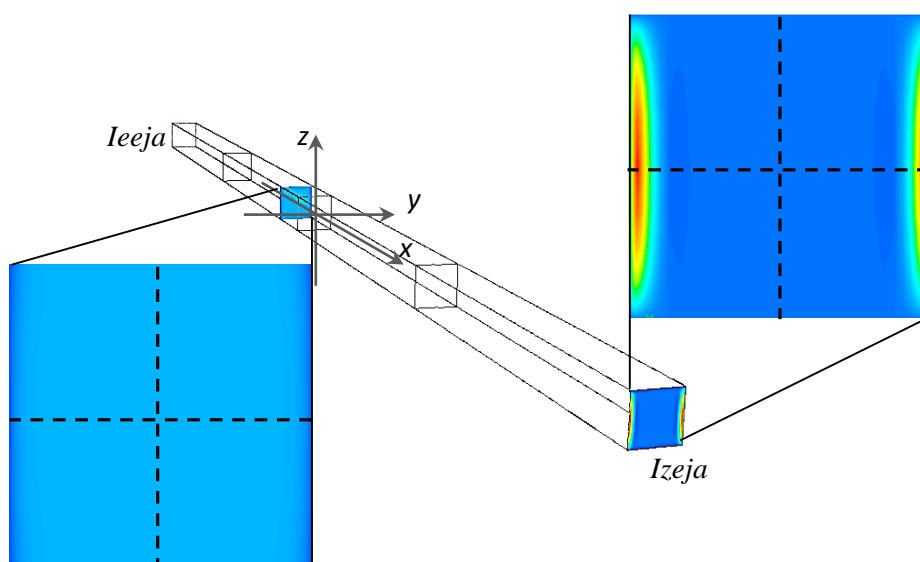


2.1. attēls Strukturētais režģis ar norādītiem izmēriem un sienu vadāmībām kanāla (a) sānskatā un (b) šķērsgrīzumā

REZULTĀTI

Skaitliski un analītiski iegūto datu salīdzinājums

Programmas ANSYS FLUENT 12.0 kods tika pārbaudīts ar Hanta modeļa analītisko atrisinājumu. Salīdzinājums tiek veikts divos griezumos (*1. attēlā* pārtrauktās līnijas), no kuriem viens ietver sānslāni (horizontālās līnijas), otrs – Hartmaņa slāni (vertikālās līnijas).



1. attēls Kanāla šķērsgriezumi, kuros tiek pārbaudīta plūsmas attīstība

Skaitliski iegūtais 2D ātruma profils nevadošajā ($2a$ jeb 0.05 m attālumā pirms robežpārejas) un vadošajā kanāla daļā (kanāla izejā), kā tas redzams *1. attēlā*, tika salīdzināts ar analītisko 2D plūsmas ātruma sadalījumu attiecīgi izolējošu un vadošu Hartmaņa sienu gadījumā, lai pārlicinātos par plūsmas attīstību, kas ir viens no galvenajiem priekšnosacījumiem šim pētījumam. Rezultāti pie vairākām magnētiskā lauka vērtībām apkopoti *1. un 2. tabulā*.

1. tabula

Analītiski un skaitliski iegūto maksimālo plūsmas ātruma vērtību salīdzinājums nevadošajā kanāla daļā pie vidējā plūsmas ātruma 0.01 m/s un 0.05 m/s.

B_0, T	Ha	v/v_0		atšķirība procentos	v/v_0	
		analītiski	skaitliski (0.01)		skaitliski (0.05)	atšķirība procentos
1	507	1.061	1.061	0.0%	1.060	0.1%
4	2029	1.028	1.029	0.1%	1.029	0.0%
10	5073	1.018	1.019	0.1%	1.019	0.1%

No 1. tabulas redzams, ka atšķirība starp metodēm, salīdzinot lokālos maksimālos ātrumus nevadošajā kanāla daļā, nepārsniedz 0.1% gan pie plūsmas vidējā ātruma 0.01 m/s, gan 0.05 m/s.

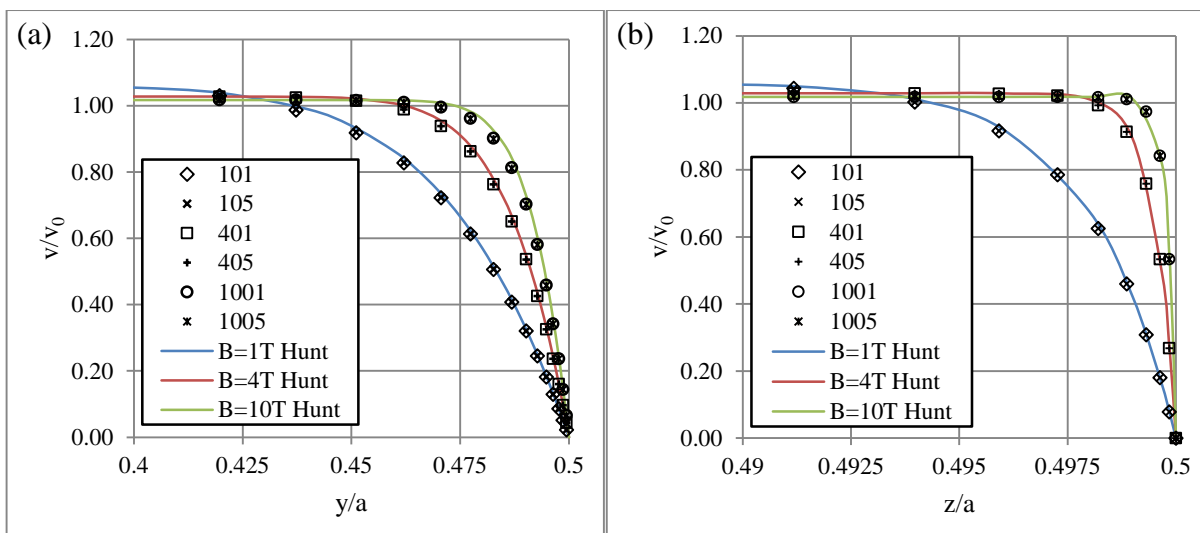
2. tabula

Analītiski un skaitliski iegūto maksimālo plūsmas ātruma vērtību gan sānslānī, gan kodolā salīdzinājums vadošajā kanāla daļā pie vidējā plūsmas ātruma 0.01 m/s un 0.05 m/s.

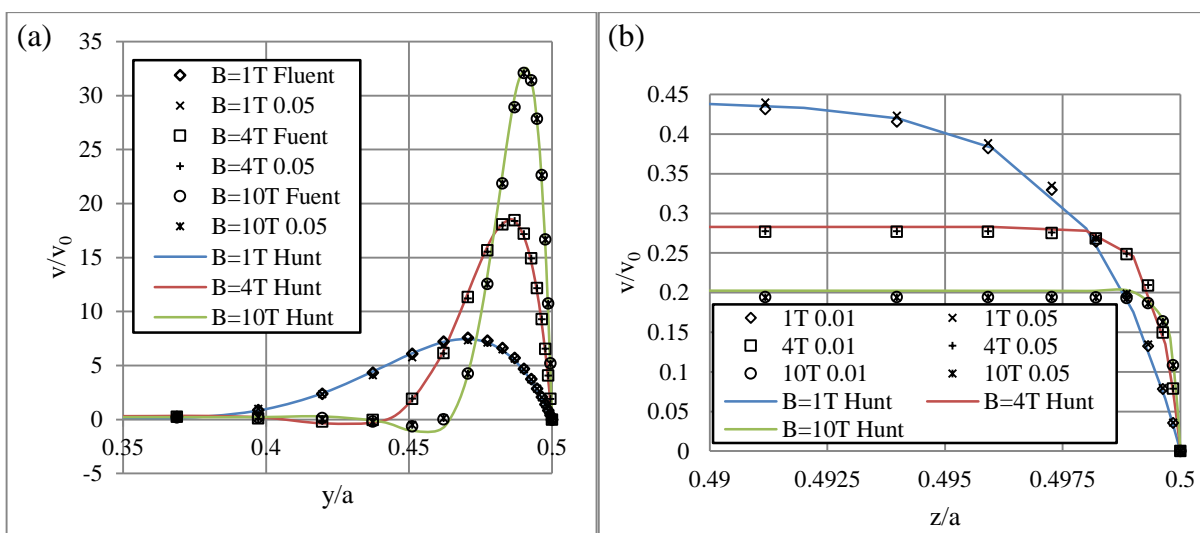
	B_0, T	Ha	v/v_0		atšķirība	v/v_0	atšķirība
			analītiski	skaitliski (0.01)	procentos	skaitliski (0.05)	procentos
Sānslānis	1	507	7.46	7.58	-1.6%	7.33	1.7%
	4	2029	18.5	18.4	0.3%	18.4	0.6%
	10	5073	32.5	32.1	1.4%	32.1	1.4%
Kodols	1	507	0.441	0.439	0.5%	0.449	-1.8%
	4	2029	0.283	0.277	2.0%	0.277	1.8%
	10	5073	0.202	0.194	3.9%	0.194	4.0%

No 2. tabulas redzams, ka atšķirība sānslānī un kodolā attiecīgi nepārsniedz 2% un 4% gan pie plūsmas vidējā ātruma 0.01 m/s, gan 0.05 m/s. Tās ir nebūtiskas atšķirības, ņemot vērā, ka salīdzinātas tiek lokālās, nevis integrālās ātrumu vērtības, un nepilnu 4% atšķirība kodolā neietekmē pārējo plūsmu, jo galvenā plūsmas masas pārnese notiek tieši abos sānslāņos. Turklāt pie 1 teslas lauka var redzēt, ka skaitliskā rēķinā iegūtā maksimālā ātruma vērtība sānslānī pie 0.01 m/s ir lielāka par analītisko, kas liek domāt, ka konkrētajā skaitliskajā rēķinā konverģence pilnībā netika sasniegta. Skatoties uz rezultātu salīdzinājumu sānslānī pie vidējā ātruma 0.05 m/s, novēro mainīgas procentuālās atšķirības. 1.7% starpību (kopā ar -1.8% atšķirību kodolā) 1 teslas gadījumā skaidro ar to, ka plūsma ar tik lielu ātrumu šādā magnētiskā laukā nespēj sasniegt attīstītas plūsmas stadiju. 0.6% (arī 0.3% pie vidējā ātruma 0.01 m/s) pie 4 teslu lauka iespējams liecina par uzģenerētā režģa optimālo funkcionēšanas režīmu. Šis fakts tiek izmantots tālāk darbā plūsmas pārejas apgabala atkarības no Reinoldsa skaitļa noteikšanai. Uzrādītie 1.4% 10 teslu laukā norāda uz režģa nepietiekamu smalcinājumu pie kanāla sienām, kas ļautu aprakstīt šādam laukam atbilstošos šauros robežslāņus.

Skaitliskās programmas iegūto rezultātu salīdzinājums ar Hanta modeļa analītisko atrisinājumu grafiski redzams 2. un 3. attēlā. Var spriest, ka skaitliskajos aprēķinos lietotais strukturētais režģis ļoti labi apraksta smalkos robežslāņus pie kanāla sienām.



2. attēls Bezdimensionālā ātruma sadalījuma salīdzinājums (a) sānslāņa un (b) Hartmaņa slāņa šķērsgriezumā nevadošajā kanāla daļā – $2a$ attālumā pirms robežpārejas

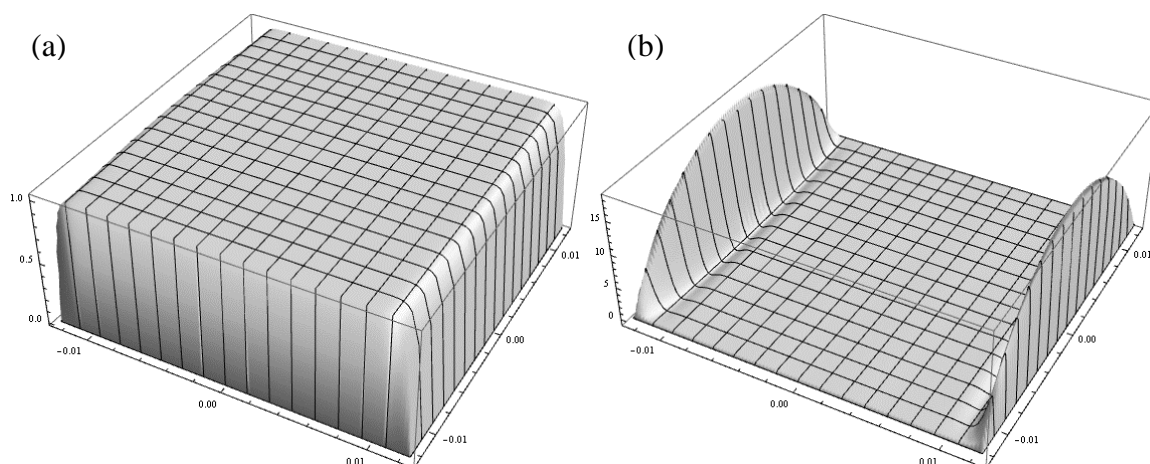


3. attēls Bezdimensionālā ātruma sadalījuma salīdzinājums (a) sānslāņa un (b) Hartmaņa slāņa šķērsgriezumā vadošajā kanāla daļā – izejā

Secinājumus par MHD plūsmas attīstību kanālā izdara, skaitlisko un analītisko datu salīdzinājumā galveno uzmanību pievēršot tieši gadījumam, kad šķidrās metāls ar vidējo ātrumu 0.05 m/s plūst 1 tesla lielā magnētiskā laukā, jo šādas plūsmas mijiedarbības parametrs $N = Ha^2/Re$ salīdzinoši ar citiem apskatītajiem gadījumiem ir vismazākais. No 1. tabulas datiem un 2. attēla redzams, ka viens no svarīgākajiem priekšnosacījumiem ir izpildījies, proti, plūsma jau vismaz 0.05 m pirms robežpārejas ir uzskatāma par attīstītu. No 2. tabulas datiem un 3. attēla redzams, ka 1 tesla gadījums pie 0.05 m/s uzrāda nepilnu 2% atšķirību kā sānslānī, tā arī kodolā. Lokālais ātrums sānslānī nav sasniedzis galējo pīķa vērtību, bet kodolā tas nav nokritis līdz analītiski noteiktajai vērtībai.

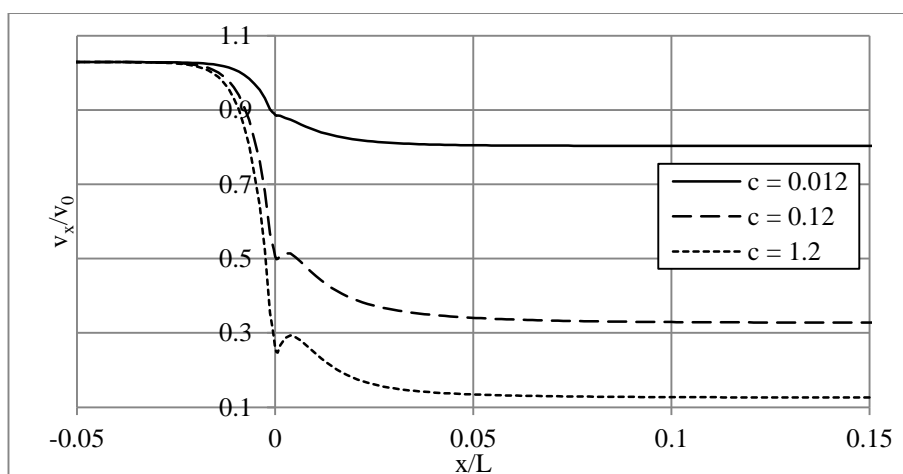
Plūsmas pārejas apgabals

Par plūsmas pārejas apgabalu (PPA) darbā tiek saukts apgabals, kurā viena veida attīstīta plūsma pāriet cita veida attīstītā plūsmā. Konkrētā gadījumā pilnībā attīstīta MHD plūsma nevadošajā kanāla daļā pāriet attīstītā MHD plūsmā vadošajā kanāla daļā, kā tas redzams 4. attēlā, pievēršot uzmanību normētā ātruma kārtai uz skalas abos gadījumos.



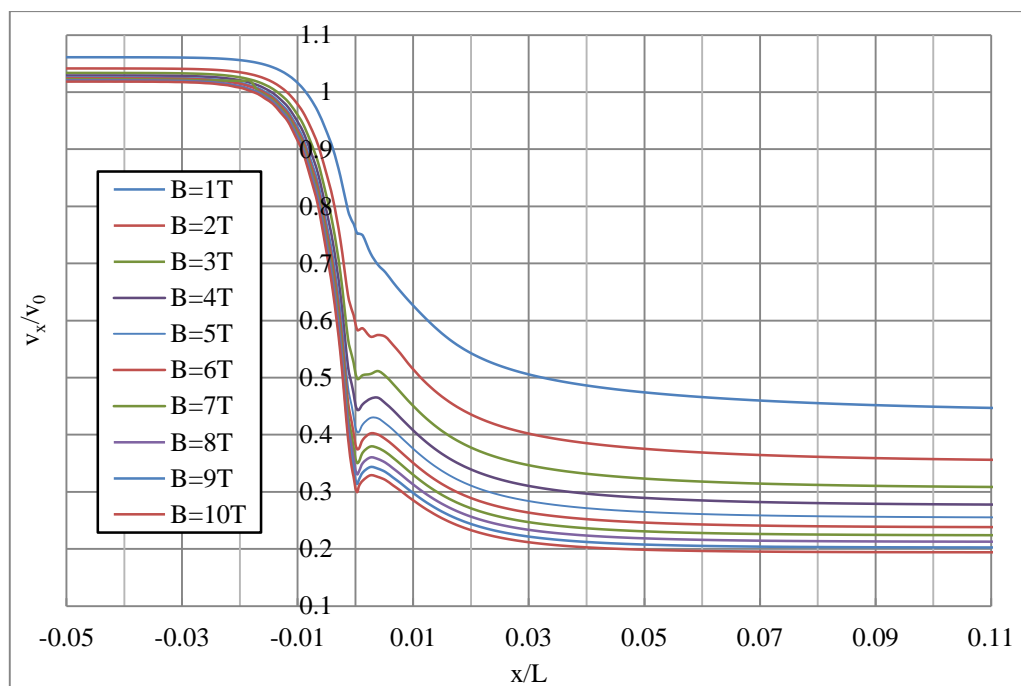
4. attēls Attīstītas MHD plūsmas ātruma profils (a) nevadošu un (b) vadošu Hartmaņa sienu gadījumā

Neatkarīgi no magnētiskā lauka vai plūsmas vidējā ātruma novērots, ka 0.1% izmaiņa plūsmas ātrumam kanāla centrā sākas nemainīgi precīzi nevadošajā kanāla daļā 3 cm pirms robežpārejas jeb pie atzīmes $x = -0.03$ m. Kā novērots skaitliskajos mērījumos, mainot sienu elektrovadītspēju, sienas parametrs c , kas atbildīgs par aksiālo strāvu rašanos, ir tas, kas ietekmē pārejas apgabala sākuma pozīciju kanālā. 5. attēlā redzams aksiālā ātruma sadalījums pa kanāla centru pie vairākām c vērtībām gadījumā, kad $v_0 = 0.01$ m/s un $B_0 = 4$ T.



5. attēls Aksiālā ātruma sadalījums pa kanāla centru atkarībā no sienas parametra

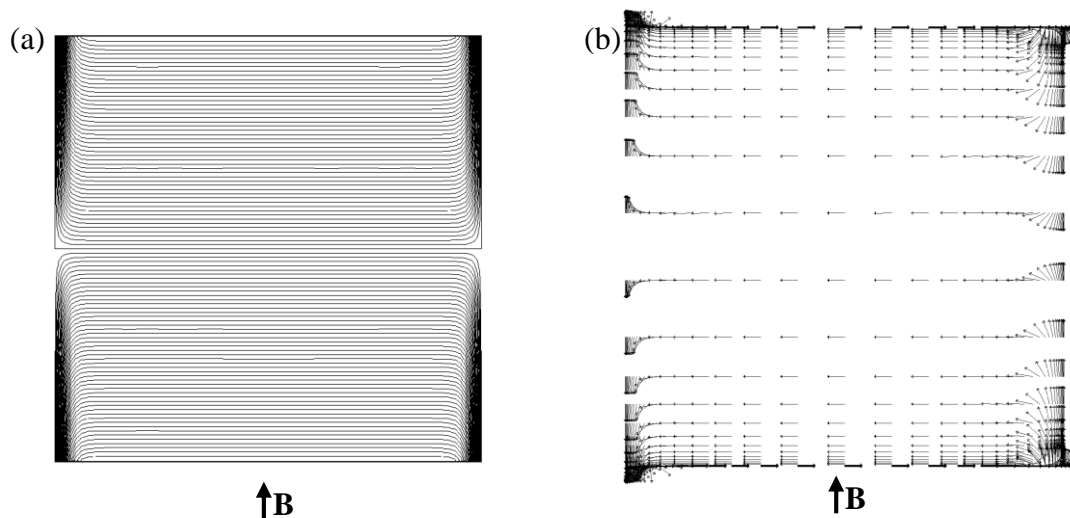
6. attēlā redzams normēts plūsmas ātrums kanāla centrā pārejas apgabala tuvinājumā pie vairākām ārējā magnētiskā lauka vērtībām pie plūsmas vidējā ātruma $v_0 = 0.01$ m/s. Var redzēt, kā ātruma vērtība nevadošajā kanāla daļā tiecas uz 1, palielinoties magnētiskā lauka vērtībai, un kodola ātrums vadošajā kanāla daļā, tiecas uz nulli apgriezti proporcionāli Hartmaņa skaitļa kvadrātam [4].



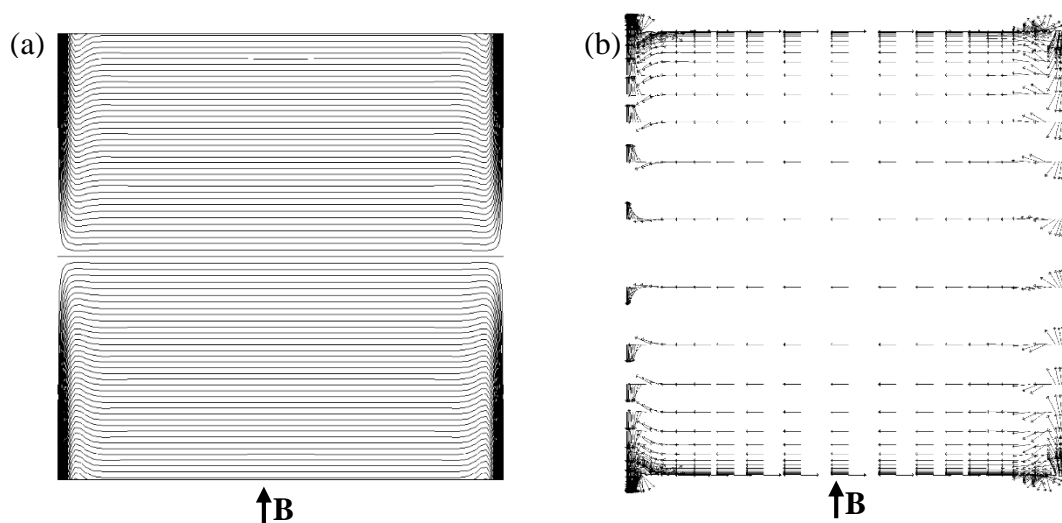
6. attēls **Aksiālā ātruma sadalījums pa kanāla centru, mainot pieliktā magnētiskā lauka vērtību pie nemainīga plūsmas ātruma $v_0 = 0.01$ m/s**

Lai izskaidrotu MHD plūsmas ātruma sadalījumu kanālā (2. - 6. attēls), jārunā par inducēto strāvu noslēgšanos, kā to darījis Šterls [1]. Ja kanāla sienas ir elektriski izolējošas, strāvas noslēdzas šķidrā metālā, savukārt labi vadošu sienu gadījumā tās noslēdzas ārpus šķidrā metāla caur kanāla sienām (strāvu plūsmas līnijas pārejas apgabalā var apskatīt 3. pielikumā). No 7. un 8. attēla redzams, ka gandrīz visā kanāla šķērsgrīzumā strāva plūst vienā virzienā no labās uz kreiso pusi. Viendabīgais apgabals ir plūsmas kodols. Tikai šaurā slānī pie magnētiskajam laukam perpendikulārajām sienām tās plūst pretēji. Šis slānis, kura izmērs ir apgriezti proporcionāls Hartmaņa skaitlim Ha , ir Hartmaņa slānis un attiecīgās kanāla sienas – Hartmaņa sienas. Šaurā slānī pie magnētiskajam laukam paralēlajām sienām novēro, ka strāvas plūst paralēli ārējam laukam, tādējādi EM spēku neradot. Šis slānis ir sānslānis jeb Šerklifa slānis [10], un tas ir apgriezti proporcionāls kvadrātsaknei no Hartmaņa skaitļa. Ja apskata ātruma sadalījumu kanālā, tad šim slānim vadošu sienu gadījumā atbilst M-veida profila pīķi. Kanāla sānsienu vadītspēja būtiski neietekmē plūsmas raksturu, noteicošo efektu dod Hartmaņa sienu elektriskā vadītspēja vai precīzāk būtu teikt, ka Hartmaņa sienas parametrs ir tas, kas

galvenokārt nosaka plūsmas formu. Par to var pārliecināties, rotējot magnētisko lauku ap kanālu, kad vienā gadījumā Hartmaņa sienas ir vadošas un sānsienas ir nevadošas un otrā gadījumā, kad lauks pagriezts par 90° , Hartmaņa sienas ir nevadošas un sānsienas ir vadošas.



7. attēls Strāvas (a) plūsmas līnijas un (b) blīvuma vektori kanāla šķērsgriezumā elektriski izolējošu sienu gadījumā



8. attēls Strāvas (a) plūsmas līnijas un (b) blīvuma vektori kanāla šķērsgriezumā labi vadošu Hartmaņa sienu un nevadošu sānsienu gadījumā

Hartmaņa slānī var plūst tikai tik stipra strāva, cik to pieļauj šķidrā metāla elektriskās īpašības, tāpēc inducētās strāvas kanālā ar izolējošām Hartmaņa sienām ir daudz mazākas, nekā vadošu sienu gadījumā, turklāt strāvas plūsmas līnijas ir regulārākas un vairāk sakārtotas (7. att.). Rezultātā homogēns EM spēku sadalījums rada viendabīgu plūsmas ātruma profilu (4. att.). Kanālā ar labi vadošām sienām, Hartmaņa slānis tiek it kā paplašināts tālāk uz sienu rēķina, kas samazina kopējo pretestību, tādējādi ļaujot inducēties stiprākām strāvām, radot spēcīgāku EM spēku. Tas ievērojami nobremzē šķidrā metāla plūsmu kanālā, veidojot lielus

spiediena zudumus un galveno masas pārnesei koncentrējot šaurajos sānslāņos. Tādā ziņā optimālais variants būtu šķidrā metāla blanketā kanālus veidot no materiāla ar pēc iespējas zemāku sienas parametru, lai samazinātu hidraulisko pretestību.

Pie vienas ārējā magnētiskā lauka vērtības jeb pie konstanta Hartmaņa skaitļa tika mainīts vidējais plūsmas ātrums kanālā jeb Reynolds skaitlis, pārējiem lielumiem paliekot nemainīgiem. 3. un 4. tabulā parādīta saistība starp dimensionālajiem un attiecīgajiem bezdimensionālajiem lielumiem.

3. tabula

Saistība starp plūsmas vidējiem ātrumiem un Reynolds skaitļiem

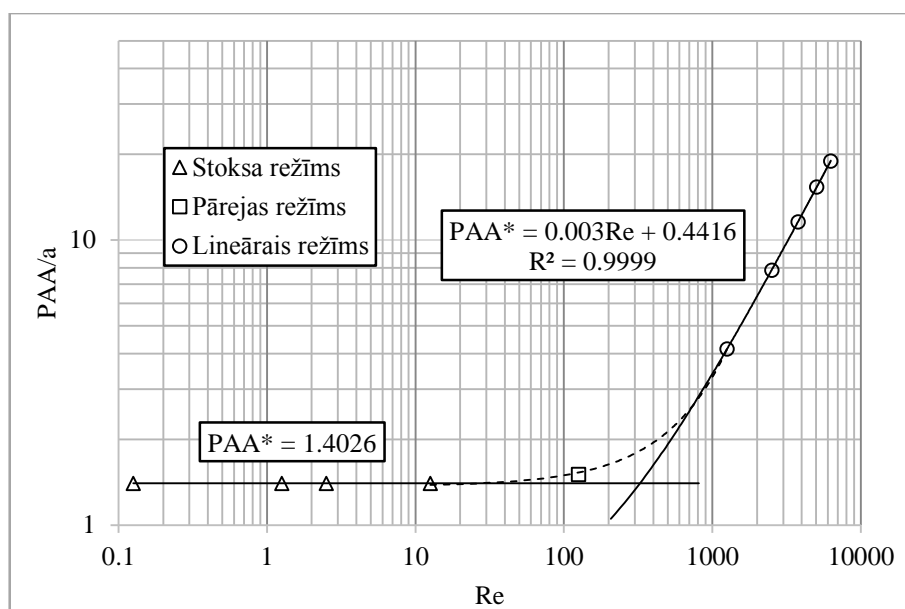
v_0 , m/s	Re	v_0 , m/s	Re
10^{-6}	0.126	0.01	1257
10^{-5}	1.257	0.02	2513
$2 \cdot 10^{-5}$	2.513	0.03	3770
10^{-4}	12.57	0.04	5027
10^{-3}	125.7	0.05	6283

4. tabula

Saistība starp magnētiskā lauka vērtībām un Hartmaņa skaitļiem

B_0 , T	Ha	B_0 , T	Ha
1	507.3	6	3044
2	1015	7	3551
3	1522	8	4058
4	2029	9	4566
5	2537	10	5073

9. attēlā redzama normēta plūsmas attīstības apgabala (PAA) garuma atkarība no Reynolds skaitļa, kas aptuveni ir robežās no 0.1 līdz 7000. Lai uzskatāmāk attēlotu datu punktus pie mazām Re vērtībām, uz asīm lietotas logaritmiskās skalas. Mērījumu punkti iezīmē divus atšķirīgus apgabalus, kurus var aproksimēt ar taisni, – konstanto un lineāro.

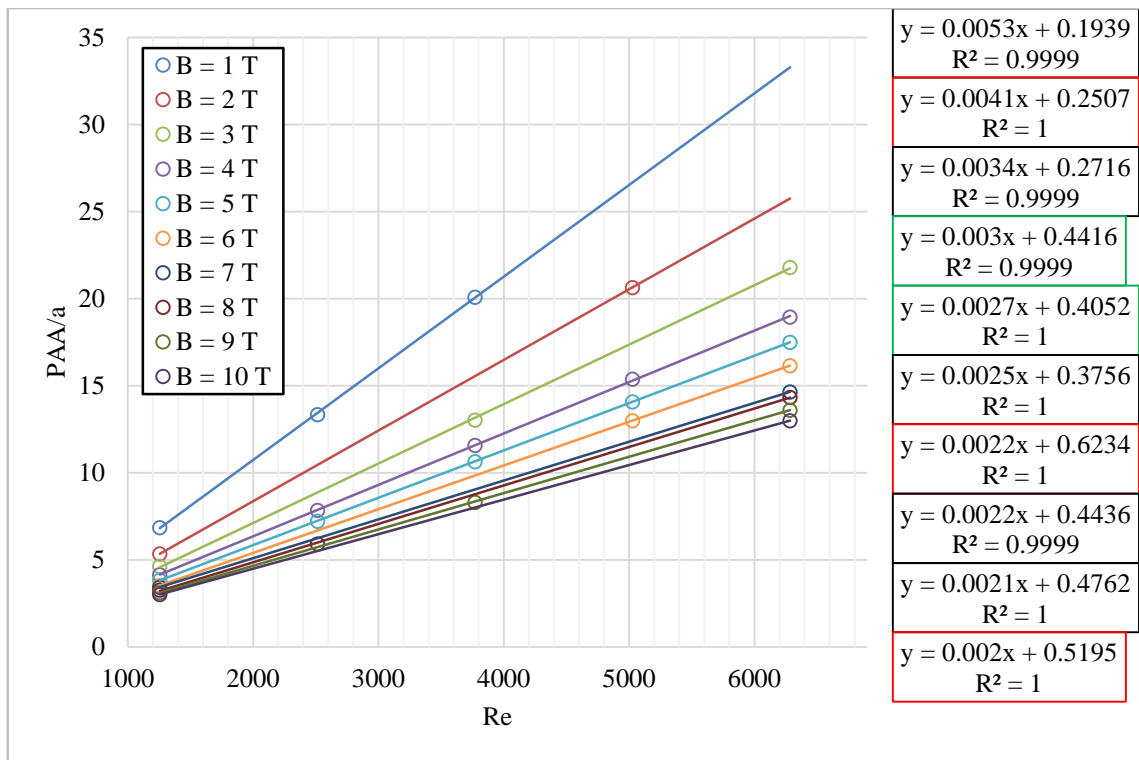


9. attēls Bezdimensionālā plūsmas attīstības garuma atkarība no Reinoldsa skaitļa

Ja $v_0 \rightarrow 0$, tad $Re \rightarrow 0$ un $N \rightarrow \infty$, un bezdimensionālā Navjē-Stoksa vienādojumā (1.22) var atņemt nelineāros locekļus, iegūstot t.s. Stoksa tuvinājumu, kad šķidrumā pār inerces spēkiem dominē viskozie spēki. Stoksa plūsmu var iegūt divējādi, vai nu samazinot ātrumu vai palielinot magnētisko lauku, un iegūtam rezultātam jāsakrīt. Tā kā pie lieliem Ha skaitļiem MHD robežslāņi ir īpaši šauri, kas rada nepieciešamību pēc ļoti smalka režģa, tad tiek apskatīta kvazistatiska plūsma pie lietotajam, strukturētajam režģim optimāla pieliktā lauka $B_0 = 4 \text{ T}$, $Ha = 2029$. Cita ārējā magnētiskā lauka izvēlei nevajadzētu ietekmēt PAA garuma atkarību no Re skaitļa, kamēr vien tiek izslēgti nelineārie saskaitāmie Navjē-Stoksa vienādojumā (1.22).

No 9. attēla var redzēt, ka mazo reinoldsu apgabals atbilst tā saucamajam Stoksa tuvinājumam, kad PAA garums nav atkarīgs no Re skaitļa. Šī režīma datu punkti aproksimēti ar taisni, kas ordinātu asi krusto punktā $y \cong 1.4$, proti, kvazistatiskā gadījumā attīstīta MHD plūsma tiek sasniegta nepilna pusotra kanāla platuma attālumā no robežpārejas. Ja plūsmas ātrums pārsniedz kādu kritisko ātruma vērtību v_{kr} , tad starp PAA un Re novēro lineāru sakarību ar proporcionalitātes koeficientu 0.003.

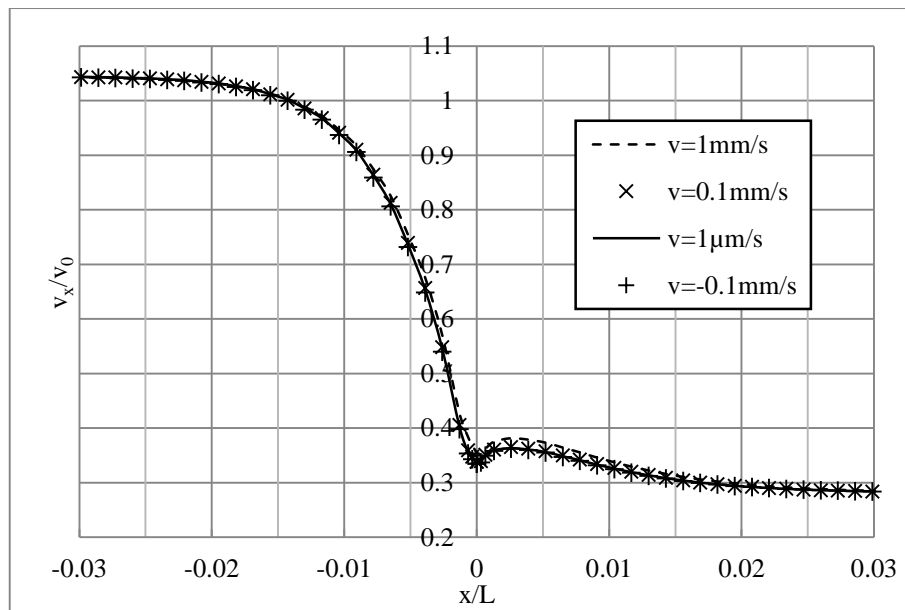
Aplūkojot 10. attēlu, var redzēt to, kā izmainās datu punktus aprakstošo taisņu virzienu koeficienti atkarībā no Hartmaņa skaitļa. Vērojama tendence, ka palielinoties pieliktā ārējā magnētiskā lauka vērtībai, proporcionalitātes koeficients samazinās, un ātrums, ar kādu tas notiek, arī samazinās.



10. attēls **Bezdimensionālā plūsmas attīstības garuma atkarība no Reynoldsa skaitļa pie dažādām ārējā magnētiskā lauka vērtībām**

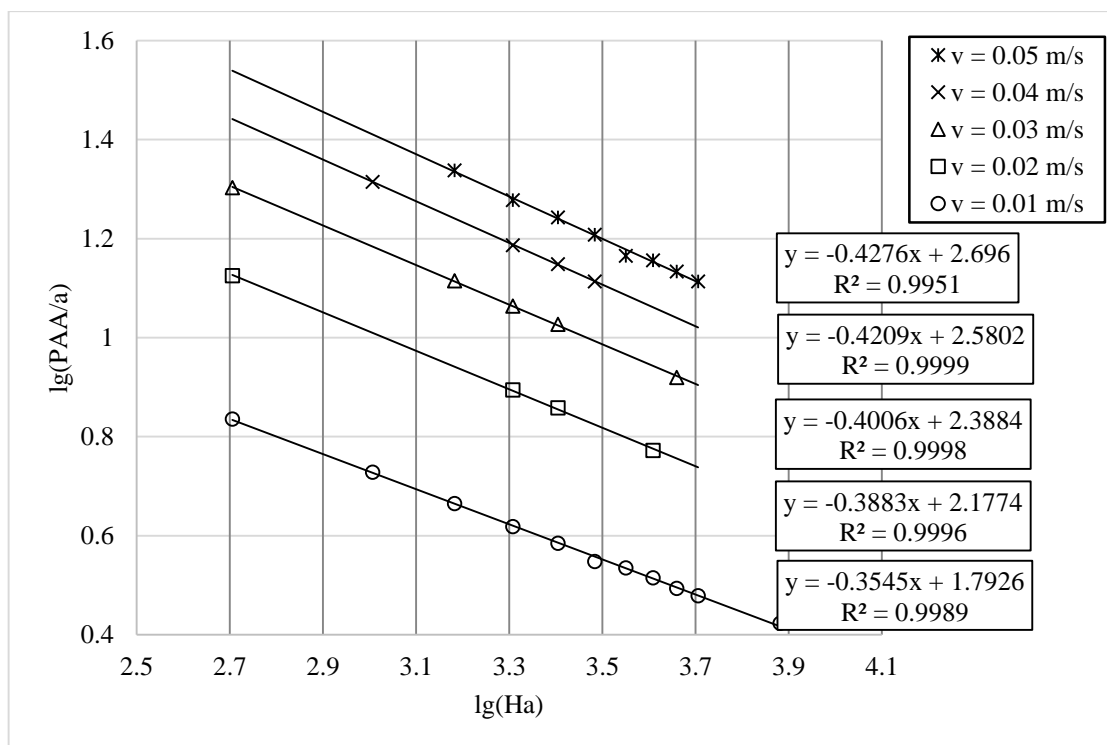
Ar melnu kontūru apvilktie līniju vienādojumi norāda to, ka taisne vilkta caur trīs mērījumu punktiem, ar sarkanu – tikai caur diviem, bet zaļas krāsas kontūrs nozīmē, ka taisne vilkta caur visiem pieciem ātrumu mērījumu punktiem. Par izvēlētās aproksimācijas atbilstību datu punktiem liecina norādītā korelācijas koeficienta kvadrāta R^2 vērtība, kas labākā gadījumā tiecas uz 1. Tātad var secināt, ka virs kritiskās ātruma vērtības plūsmas attīstības garums ir tieši proporcionāls Re skaitlim.

Atgriežoties pie Stoksa plūsmas, var apskatīt robežpārejas apgabalu, kad vides kustības vidējie ātrumi ir mazāki par 1 mm/s. 11. attēlā redzams normētais ātrums pa kanāla centru kvazistatiskai plūsmai. Samazinot plūsmas ātrumu par divām kārtām – no $v_0 = 10^{-4}$ m/s līdz $v_0 = 10^{-6}$ m/s –, pārejas apgabals nav izmainījies. Lai pārlicinātos par novērojumu, tika pamainīts plūsmas virziens kanālā, kam intuitīvi nevajadzētu ietekmēt plūsmas raksturu. Iegūtie dati ļoti labi sakrīt ar pozitīvā virziena ātruma punktiem, tādā veidā vēl vairāk pastiprinot izteikto par kvazistatisku plūsmu konstanto pārejas garumu un Stoksa tuvinājumu šādai plūsmai. Rezultātā var teikt, ka pāreja no homogēnās monolītveida uz izteikti M-veida plūsmu nevar notikt īsākā attālumā par noteiktu raksturīgo vērtību.



11. attēls Kvazistatiskas plūsmas pārejas apgabals. Stoksa režīms

Pie fiksēta Reinoldsa skaitļa jeb plūsmas vidējā ātruma tika mainīts ārējais magnētiskais lauks jeb Hartmaņa skaitlis. Mērījumi veikti pie pieciem dažādiem plūsmas ieejas ātrumiem, kuri uzrādīti 12. attēlā. Tajā redzama normēta attīstības garuma atkarība no Hartmaņa skaitļa. Pie katra uzdotā ātruma magnētiskais lauks iespēju robežās tika variēts no 1 teslas līdz pat 10 teslu stipram laukam. Saistību starp plūsmas ātrumiem un reinoldsiem var redzēt 3. tabulā, bet saistība starp magnētisko lauku un Hartmaņa skaitļiem parādīta 4. tabulā.



12. attēls Bezdimensionālā plūsmas attīstības garuma atkarība no Hartmaņa skaitļa

Pie $v_0 = 0.01$ m/s plūsma ir kontrolēta un attīstītu stadiju sasniedz salīdzinoši ātri, tāpēc iegūti 10 mērījumu punkti. Pie lielākiem vides kustības ātrumiem plūsmas attīstības garums palielinās, tāpēc ierobežotajā pusmetru garajā kanālā to plūsmu skaits, kas sasniedz attīstītu stadiju, samazinās, un līdz ar to arī mērījumu punktu skaits kļūst mazāks.

Mērījumu datu uzskatāmākai attēlošanai uz abām asīm atliktas logaritmētas vērtības, kas ļauj datu punktus veiksmīgi aproksimēt ar taisni, kuras vienādojums ir formā

$$Y = k \cdot X + Z. \quad (1)$$

Norādītie korelācijas koeficienta kvadrāti R^2 liecina par lineāru sakarību starp logaritmētajiem datu punktiem. Lai noskaidrotu patieso sakarību starp lielumiem, izteiksmi (1) var pārrakstīt formā

$$\lg(y) = k \cdot \lg(x) + \lg(z),$$

kuru potencējot, iegūst vajadzīgo funkciju

$$y = z \cdot x^k.$$

Tātad no attēloto taisņu virzienu koeficientiem var secināt, ka normētais attīstības garums $PAA^* = \frac{PAA}{a}$ ir apgriezti proporcionāls Hartmaņa skaitlim pakāpē $|k| \approx 0.4$ jeb

$$PAA^* \approx z \cdot Ha^{-0.4}. \quad (2)$$

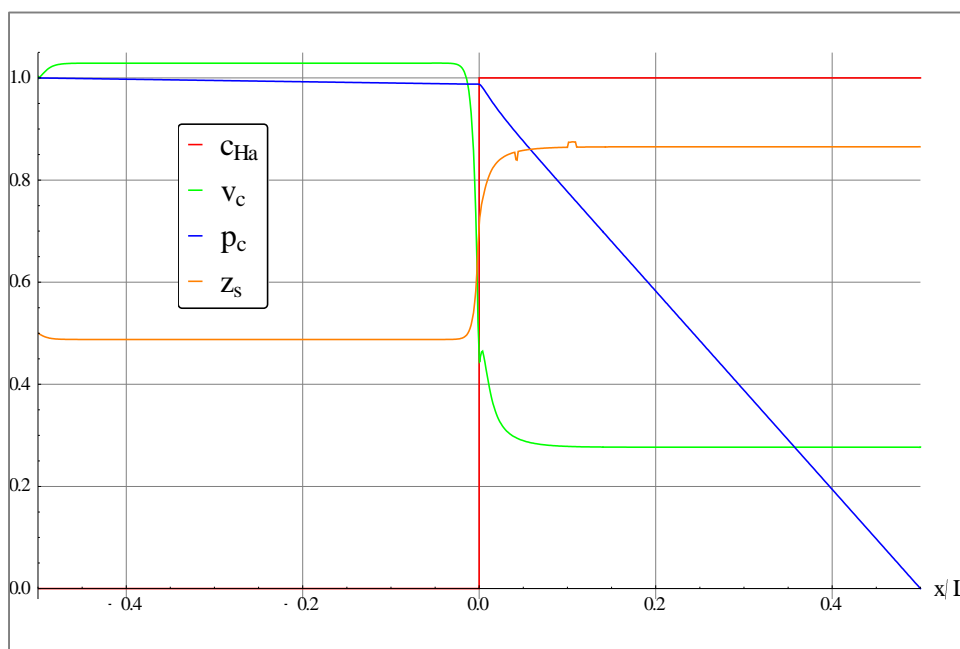
Aplūkojot 12. attēlā norādītās sakarības, var izsekot tam, kā izmainās datu punktus aprakstošo taisņu virzienu koeficienti atkarībā no plūsmas vidējā ātruma. Vērojama tendence, ka palielinoties šķidrā metāla ātruma vērtībai, proporcionalitātes koeficients kļūst aizvien negatīvāks, bet temps, ar kādu tas notiek, samazinās.

Lai salīdzinātu plūsmas ar dažādām parametru vērtībām, Šterla darbā [1] attēloti sekojoši lielumi, kas arī tiek apskatīti šajā darbā: kanāla Hartmaņa sienu parametrs c_{Ha} , spiediens pa kanāla centrālo asi p_c , spiediena gradients uz centrālās ass un v -sadaliņuma centra pozīcija pa kanāla horizontālo plakni, kas perpendikulāra ārējam laukam, z_s . v -sadaliņuma centra pozīcija raksturo plūsmas M-veidību, un to aprēķina pēc formulas

$$z_s(x) = \frac{\int_0^1 y v(x, z) dy}{\int_0^1 v(x, z) dy}.$$

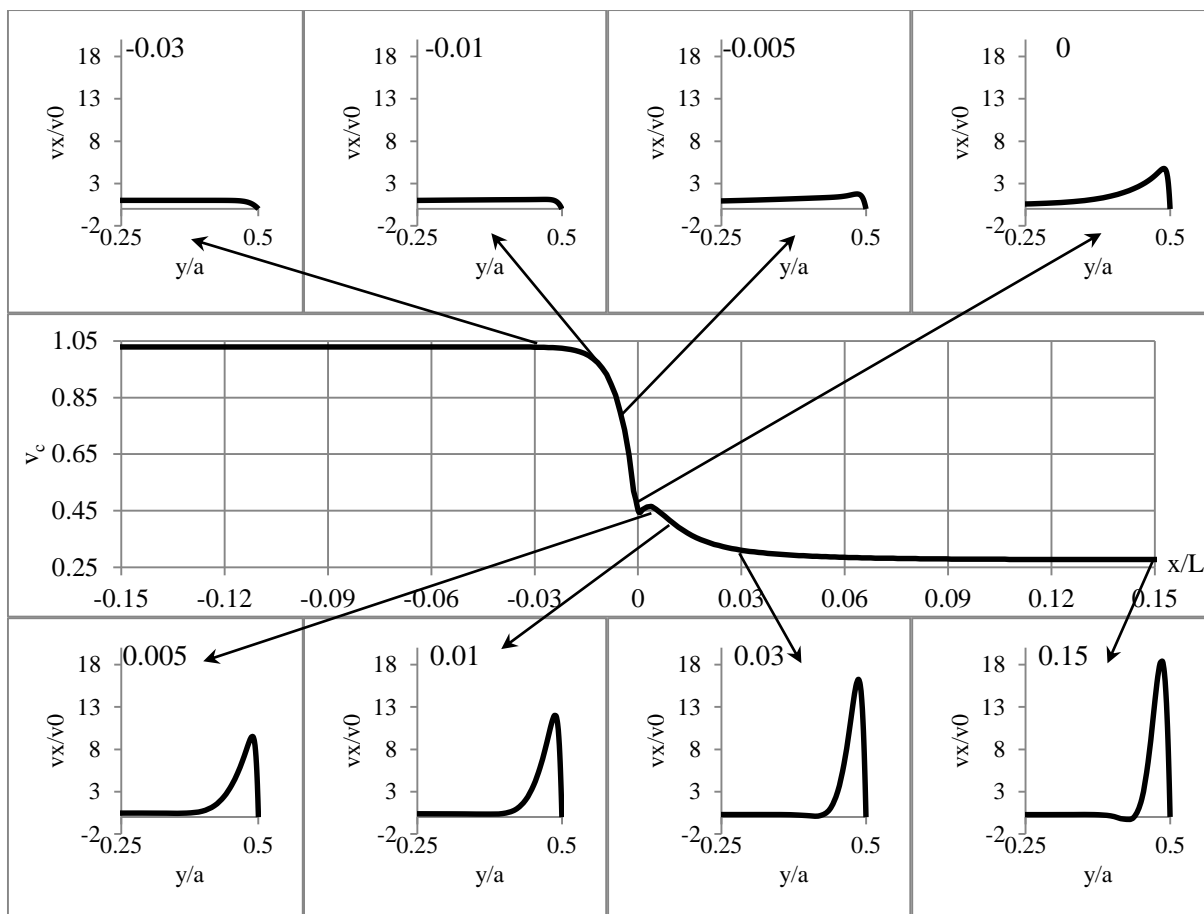
„Jo lielāks z_s , jo lielāks ātrums ir sānsienānos. Tīri HD plūsmai kvadrātveida kanālā $z_s = 0.383$. Plūsmai ar homogēnu ātruma sadalījumu kanālā ($v = \text{const}$) $z_s = 0.5$. Tātad, ja $z_s > 0.5$, ātrums ir lielāks pie sānsienām, nekā tas ir centrā.” [1]

Papildus nosauktajiem tiek attēlots vēl plūsmas ātrums pa kanāla centru v_c . Minētie lielumi tiek normēti uz to maksimālajām vērtībām (c_{Ha} , p_c) vai uz vidējo vērtību (v_c), un atkarībā no kanāla garenvirziena koordinātes x tie ir redzami 13. attēlā. Grafiks iegūts, izmantojot programmas *Mathematica* kodu (skat. 1. pielikumu).



13. attēls Plūsmu raksturojošie lielumi atkarībā no kanāla garenvirziena koordinātes x pie $v_0 = 0.01$ m/s un $B_0 = 4$ T

No 13. attēla ļoti labi redzams, kāpēc izvēlēties kanālus ar nevadošām sienām, ja runa ir par hidrauliskajiem zudumiem. Var teikt, ka viss spiediena kritums notiek tikai vadošajā kanāla daļā, kurā spiediena gradients ir aptuveni 80 reizes lielāks, nekā tas ir nevadošajā kanāla daļā, savukārt ātruma vērtība plūsmas kodolā samazinās nepilnas 3.7 reizes. Attiecības iegūtas, apskatot gadījumu, kad $v_0 = 0.01$ m/s un $B_0 = 4$ T. Kopumā ņemot, pie 1 T lauka spiediena gradienta un plūsmas kodola ātruma izmaiņa ir attiecīgi 30 un 2.4 reizes, bet pie 10 teslām tās jau ir 145 un 5.2 reizes. No attēlotās v -sadalījuma centra pozīcijas var redzēt, ka MHD plūsmas pārveidošanās notiek monotoni – īsu brīdi pirms robežpārejas masas plūsma tiek vienmērīgi virzīta uz kanāla sāniem līdz momentam, kad EM spēki un spiediena spēki ir izlīdzinājušies. Par to var pārliecināties, apskatot MHD plūsmas attīstību vairākos kanāla šķērsgrīzumos. 14. attēlā redzamie ātruma profili iegūti pie 0.01 m/s 4 teslu magnētiskā laukā.



14. attēls MHD plūsmas profila attīstība kanālā

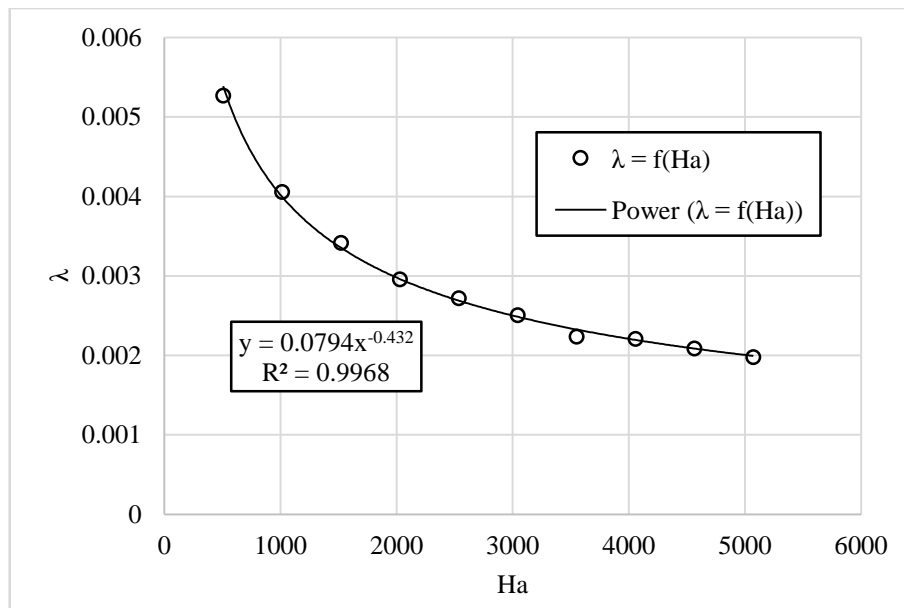
Plūsmas attīstības parametrs

Attēlojot normētā plūsmas attīstības apgabala garuma atkarību no Reynoldska skaitļa lineārajā režīmā (skat. 10. attēlu), novēro, ka mērījumu punktus aprakstošo taisņu virzienu koeficienti samazinās, palielinoties pieliktā magnētiskā lauka vērtībai. Tas liek domāt, ka šos koeficientus (to apzīmējumam lieto simbolu λ) var izteikt kā funkcijas no Hartmaņa skaitļa. Savietojot minētos lielumus tabulā (5. tabula), var grafiski meklēt hipotētiski izteikto sakarību $\lambda = f(\text{Ha})$.

5. tabula

Hartmaņa skaitļi un tiem atbilstošie taisņu virzienu koeficienti

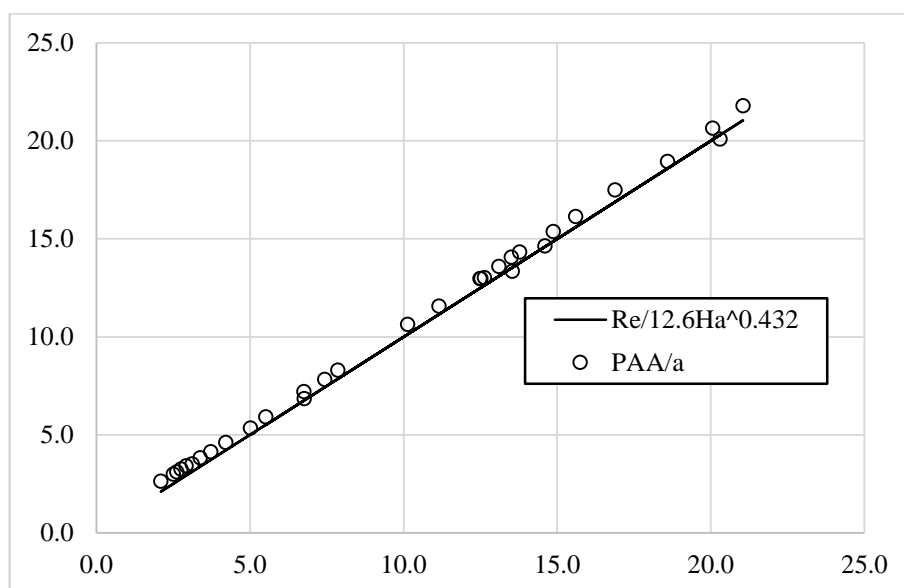
Ha	λ	Ha	λ
507.3	0.0053	3044	0.0025
1015	0.0041	3551	0.0022
1522	0.0034	4058	0.0022
2029	0.003	4566	0.0021
2537	0.0027	5073	0.002



15. attēls Lineārā režīma datu punktu aprakstošo taisņu virzienu koeficientu atkarība no Hartmaņa skaitļa

Kā labākā λ punktu aproksimācija, uz ko norāda korelācijas koeficienta kvadrāta vērtība, izvēlēta pakāpes funkcija $\lambda = 0.0794Ha^{-0.432}$ (15.attēls). Koeficientu pirms Hartmaņa skaitļa ērtības labad var izteikt kā daļu $\frac{1}{12.6}$. Ievietojot jauniegūtajā sakarībā lineāro atkarību no Reinoldsa skaitļa, iegūst empīrisku formulu, kas apraksta normētā attīstības apgabala garumu, izmantojot Re un Ha skaitļus

$$PAA^* = \frac{Re}{12.6 Ha^{0.432}}$$



16. attēls Skaitlisko mērījumu rezultātu salīdzinājums ar empīriski iegūtu sakarību

Salīdzinot empīrisko formulu ar sakarību (2) un samērojot attiecīgos lielumus, vērojama atbilstība, kas liek domāt, ka $z \Leftrightarrow \frac{Re}{12.6}$ un $|k| \Leftrightarrow 0.432$.

Atrasto sakarību attēlojot grafiski (16. attēls), var pārliecināties, ka tā diezgan korekti apraksta plūsmas attīstības garumu.

Lai noskaidrotu, no kurienes parādās koeficients 12.6 un pakāpes rādītājs 0.432 un vai tie savā starpā nav kādā veidā saistīti, nepieciešams veikt papildu mērījumus, kur tiek mainīta sienas parametra c vērtība katrā jau uzņemtajā punktā, uzskatot, ka arī tas ietekmē attīstības apgabala garumu (skat. 5. attēlu).

Veicot praktisku novērtējumu un izmantojot zināmo informāciju par galveno ievades parametru vērtībām (6. tabula), var noteikt, ka atbilstošais Reynolds skaitlis ir ar kārtu 1000, Hartmaņa skaitlis ir ar kārtu 1000 un tipiskais PPA garums ir ar kārtu daži centimetri.

6. tabula

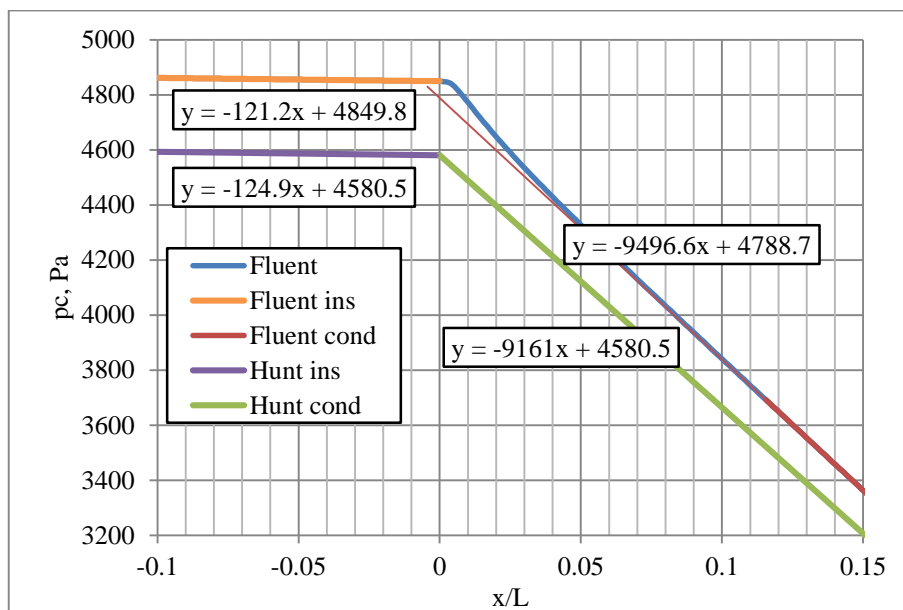
Raksturīgās lauku un materiālu īpašību vērtības reaktoru blanketā

v_0 , m/s	0.01
a , m	0.01
ν , m ² /s	$2 \cdot 10^{-7}$
ρ , kg/m ³	9400
σ , S/m	$0.77 \cdot 10^6$
B_0 , T	10

PPA hidrauliskā pretestība

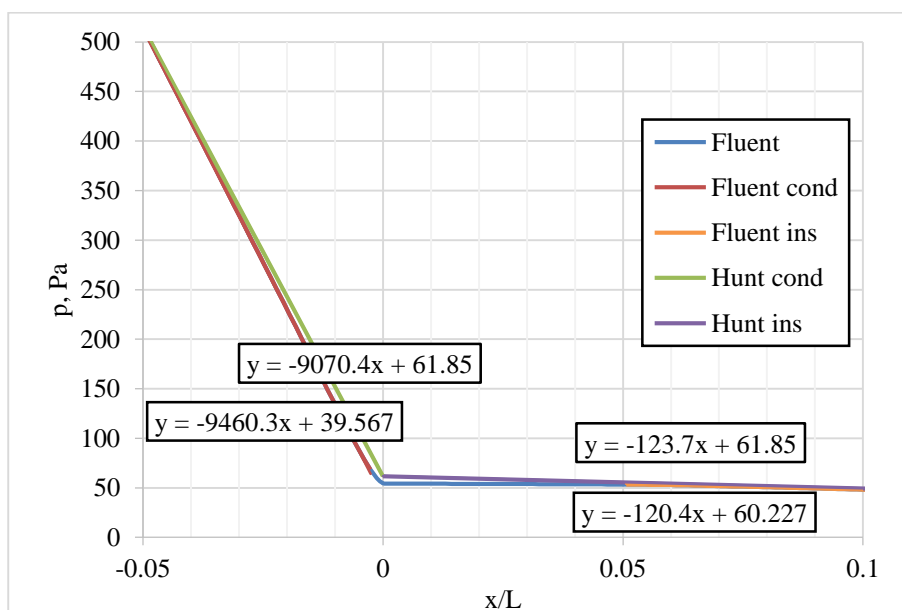
Pētot kanāla sienu parametra c_{Ha} maiņas ietekmi uz kopējo hidraulisko pretestību kanālā p , tiek salīdzināti skaitliski un analītiski iegūtie spiediena rādījumi gan nevadošajā, gan vadošajā kanāla daļā. 17. attēlā var redzēt rezultātu salīdzinājumu starp abām metodēm. Lietojot Hanta modeli, tika aprēķināts spiediena gradients kā nevadošu sienu, kad $c_{Ha} = 0$, tā vadošu sienu gadījumā, kad Hartmaņa sienu parametrs $c_{Ha} = 0.165$. Noteiktās gradienta vērtības bija attiecīgi 124.9 Pa/m un 9160.5 Pa/m. Skaitliskie mērījumi uzrādīja diezgan līdzīgas vērtības, proti, 121.2 Pa/m un 9496.6 Pa/m. Mīnusa zīmes pirms lielumiem šeit neņem vērā, jo tas konkrētā gadījumā nav būtiski. Abos variantos – izolējošu un vadošu Hartmaņa sienu gadījumā – atšķirība starp metodēm ir attiecīgi 3% un 3.5%, bet jāņem vērā, ka Hanta modeļa analītiskais risinājums derīgs pilnībā attīstītai MHD plūsmai, savukārt

skaitliskajā rēķinā plūsmas tikai tuvināti pieņem par attīstītām. Tas tāpēc, ka pastāv noteikts ieejas plūsmas attīstības garums, jo kanāla ieejā uzdots šķidrā metāla masas plūsma, nevis precīzs Hanta modeļa atrisinājums ātruma profilam.



17. attēls Spiediena kritums pārejas apgabala tuvinājumā pie 0.01 m/s 4 teslu laukā

Lai pārlicinātos par novērojumu, nevadošās Hartmaņa sienas tika samainītas vietām ar vadošajām Hartmaņa sienām (18. attēls). Šī maiņa ir analoga plūsmas ātruma virziena maiņai kanālā, papildus tam invertējot garenvirziena koordināšu skalu.



18. attēls Spiediena kritums pārejas apgabala tuvinājumā pie -0.01 m/s 4 teslu laukā

Kanāla ieejā uzdodot tādu spiediena vērtību, kurai atbilst vidējais plūsmas ātrums 0.01 m/s ($\pm 1\%$), skaitlisko aprēķinu rezultātā iegūst, ka pirmajā – vadošajā – daļā spiediena gradients ir 9460.3 Pa/m , bet otrajā – nevadošajā – daļā pēc pārejas apgabala tā vērtība ir 120.4 Pa/m . Hanta modeļa analītiskais atrisinājums rāda, ka spiediena gradients, veicot pāreju starp kanāla daļām, izmainās no 9070.4 Pa/m uz 123.7 Pa/m . Starpības šajā gadījumā ir attiecīgi 4.1% un 2.7% . Pieaugumu no 3.5% uz 4.1% , tāpat kā no 2.7% uz 3.1% , skaidro ar jau minēto MHD plūsmas ieejas garumu, kas rada nelielu pievienoto vērtību spiedienam un tā gradientam.

No iegūtajām procentuālajām atšķirībām var teikt, ka būtisku ietekmi uz kanāla kopējo hidraulisko pretestību PPA nerada un ar zināmu precizitāti kopējo spiediena gradientu kanālā var novērtēt, izmantojot attīstītas 2D MHD plūsmas matemātisko modeli.

SECINĀJUMI

1. Plūsmas pārejas apgabala garums ir saistīts ar garenvirziena inducēto strāvu veidošanos šķidrā metāla plūsmas pārkārtošanās zonā, ko izsauc kanāla Hartmaņa sienas parametra c_{Ha} maiņa. Palielinoties c_{Ha} vērtībai vadošajā kanāla daļā, palielinās PPA garums.
2. Plūsmas attīstības apgabala garums ir lineāri atkarīgs no plūsmas ātruma (Reinoldsa skaitļa), ja ātruma vērtība ir lielāka par kritisko vērtību, un PAA nav atkarīgs no plūsmas ātruma vērtības, ja tā ir mazāka par kritisko vērtību (Stoksa plūsma):

$$\begin{cases} PAA^* \propto Re, & v_0 > v_{kr} \\ PAA^* = \text{const}, & v_0 < v_{kr} \end{cases}$$

3. PAA ir apgriezti proporcionāls ārējā magnētiskā lauka (Hartmaņa skaitļa) kādai pozitīvai pakāpei $|k|$, kas atkarīga no plūsmas ātruma (Reinoldsa skaitļa). Palielinoties plūsmas vidējam ātrumam kanālā, palielinās arī pakāpes rādītājs:

$$PAA^* \propto \frac{1}{Ha^{|k|}}$$

kur pozitīvais pakāpes rādītājs $|k|$ mainās no 0.35 pie 0.01 m/s līdz vērtībai 0.43 pie 0.05 m/s.

4. Var ieviest plūsmas attīstības parametru, kas pie uzdotiem Reinoldsa un Hartmaņa skaitļiem ļauj iegūt PAA garumu:

$$PAA^* = \frac{Re}{12.6 Ha^{0.432}}$$

5. PPA nerada vērā ņemamu papildu hidraulisko pretestību kanālā, tāpēc kopējā spiediena krituma novērtējumam var izmantot Hanta modeļa aprēķinu.
6. Lai noskaidrotu Hartmaņa sienas parametra ietekmi uz PPA un PAA garumu, kas ļautu precizēt empīriski iegūto sakarību, nepieciešams veikt papildu mērījumus, kuros pie konstanta Reinoldsa skaitļa un Hartmaņa skaitļa tiek variēts parametrs c_{Ha} .
7. Pētījumu var uzlabot, lietojot galīga biezuma sienas un ņemot vērā faktu, ka praktiski arī sānsienas ir elektrovadošas, ne tikai Hartmaņa sienas.

IZMANTOTĀ LITERATŪRA UN AVOTI

- [1] A. Sterl, «Numerical simulation of liquid-metal MHD flows in rectangular ducts,» *J. Fluid Mech.*, sēj. 216, pp. 175-189, 1990.
- [2] N. B. Morley, «UCLA CESTAR,» 13 Novembris 2007. [Tiešsaiste]. Available: <http://cestar.seas.ucla.edu/colloquia/MorleyPresentation.pdf>. [Piekļūts Maijs 2014].
- [3] L. Bühler, «MHD pressure drop at bare welding,» KIT Scientific Publishing, Karlsruhe, 2013.
- [4] J. Hunt, «Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts,» *J. Fluid Mech.*, pp. 577-590, 1965.
- [5] «ANSYS FLUENT 12.0 Documentation,» ANSYS Inc., 2009.
- [6] A. Cēbers, «Mācību kursa "Teorētiskā hidrodinamika" lekciju konspekts,» LU FMF, 2005, pp. 5-12.
- [7] L. Buhler, S. Molokov, «Magnetohydrodynamic Flows in Ducts with Insulating Coatings,» KfK, Karlsruhe, 1993.
- [8] I. Krastiņš, «Eksperimentālie un skaitliskie MHD plūsmas pētījumi svina-litija blanketa modelī,» LU FMF, Rīga, 2012.
- [9] S. Molokov, A. Shishko, «MHD flow in a slotted channel with insulating coating,» *Fully Developed Magnetohydrodynamic Flows in Rectangular Ducts with Insulating Walls*, pp. 36-39, 1993.
- [10] Dmitry Krasnov, Oleg Zikanov, Thomas Boeck, «Numerical study of magnetohydrodynamic duct flow at high Reynolds and Hartmann numbers,» *J. Fluid Mech.*, sēj. 704, pp. 421-446, 2012.

PIELIKUMI

1. pielikums. *Mathematica* kods

MSc

```
s1 = Partition[ToExpression[StringReplace[Flatten[StringSplit[ReadList[
    "C:\\Users\\Ivars\\Skydrive\\LJFI\\PP\\data\\pphunt_4_0.01_s.txt",
    Record][[4 ;; -2]], Whitespace]], "e" → "*10^"], 2];
s1[[All, 1]] = 2 (# - 0.0125) / a &[s1[[All, 1]]];
s1[[All, 2]] = # / 0.01 &[s1[[All, 2]]];

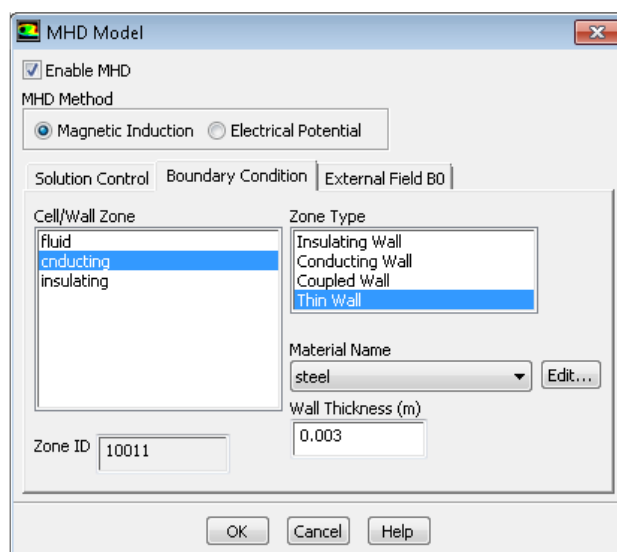
c0 = Partition[ToExpression[StringReplace[Flatten[StringSplit[ReadList[
    "C:\\Users\\Ivars\\Skydrive\\LJFI\\PP\\data\\pphunt_4_0.01_c.txt",
    Record][[5 ;; -2]], Whitespace]], "e" → "*10^"], 2];
c0[[All, 2]] = # / 0.01 &[c0[[All, 2]]];

pc1 = SortBy[Partition[ToExpression[StringReplace[Flatten[
    StringSplit[ReadList["C:\\Users\\Ivars\\Skydrive\\LJFI\\PP\\data\\401p",
    Record][[6 ;; -2]], Whitespace]], "e" → "*10^"], 2], #[[1]] &];
pc1[[All, 2]] = # / Max[pc1[[All, 2]]] &[pc1[[All, 2]]];

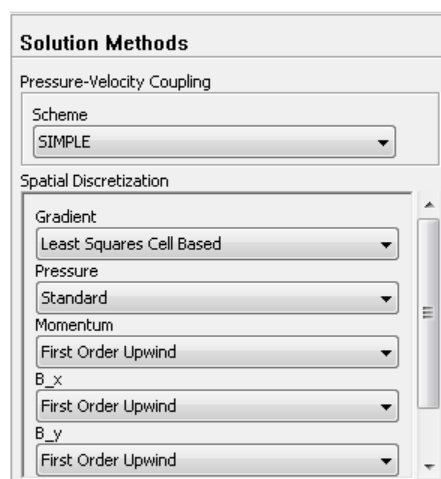
s0 = Partition[ToExpression[StringReplace[Flatten[StringSplit[ReadList[
    "C:\\Users\\Ivars\\Skydrive\\LJFI\\PP\\data\\pphunt_4_0.01_x.txt",
    Record][[4 ;; -1]], Whitespace]], "e" → "*10^"], 2];
s0[[All, 2]] = # / 0.01 &[s0[[All, 2]]];
s00 = Partition[s0, 46];
s00[[All, All, 1]] = s1[[All, 1]];

sint1 = s00;
sint1[[All, All, 2]] = #1 #2 &[sint1[[All, All, 2]], sint1[[All, All, 1]]];
zs =
    Table[Integrate[Interpolation[sint1[[k]], InterpolationOrder → 2][x], {x, 0, 1}] /
        Integrate[Interpolation[s00[[k]], InterpolationOrder → 2][x], {x, 0, 1}], {k,
        1, 779}];
udist = Table[{c0[[k, 1]], zs[[k]]}, {k, 3, 777}];
udist[[300, 2]];
udist[[700, 2]];
ud = ListPlot[{{{-0.5, 0}, {0, 0}, {0, 1}, {0.5, 1}}, c0, pc1, udist},
    Joined → True, PlotLegends → Placed[SwatchLegend[{Red, Green, Blue, Orange},
        {"cHa", "vc", "pc", "zs"}, LegendFunction → "Frame", LegendMarkers → "Line",
        LabelStyle → 20, Background → White], {0.21, 0.7}], GridLines → Automatic,
    AxesOrigin → {-0.5, 0}, PlotStyle → {Red, Green, Blue, Orange},
    PlotRange → {{-0.5, 0.5}, Automatic}, AxesLabel → {Style["L/a", 15], None},
    AxesStyle → {12, 12}, ImageSize → {600, 400}]
```

2. pielikums. ANSYS FLUENT 12.0 lietotie uzstādījumi

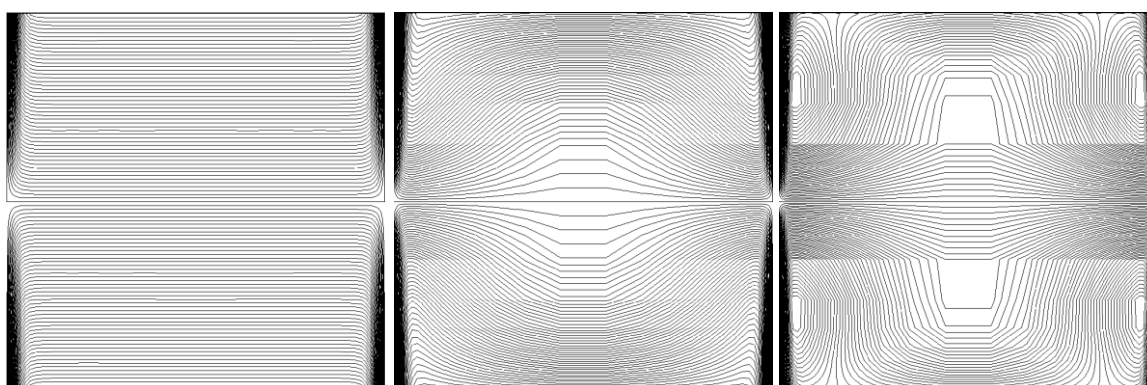


1. attēls Magnētiskās indukcijas metodes lietojums MHD modelī, attiecīgām kanāla sienām izvēloties plānas sienas nosacījumu un norādot tās biezumu un materiālu



2. attēls Izvēlētās skaitliskā risinājuma metodes

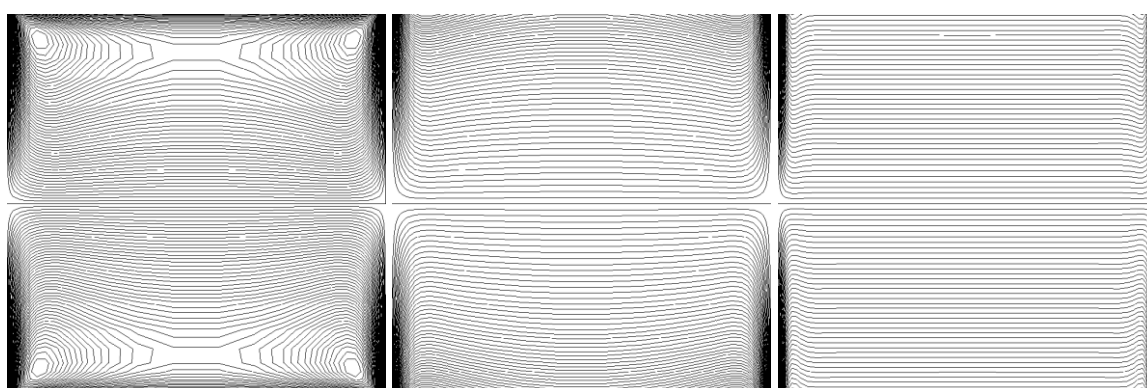
3. pielikums. Strāvas plūsmas līnijas



$x = -0.05$ m

$x = -0.015$ m

$x = -0.01$ m



$x = 0$ m

$x = -0.0025$ m

$x = 0.02$ m

1. attēls Strāvas plūsmas līniju sadalījums dažādos kanāla šķērsgriezumos pārejas apgabala tuvinājumā

Maģistra darbs „Skaitliskie rēķini 3D PbLi MHD plūsmai kvadrātveida kanālā ar atšķirīgām sienu elektriskajām vadītspējām” izstrādāts LU Fizikas un matemātikas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autors: Ivars Krastiņš _____

paraksts

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Darba vadītāji: LU FMF asociētais profesors Dr.phys. Leonīds Buligins _____

LU FI Lietišķās MHD lab. vad. Dr.phys. Andrejs Šiško _____

Recenzents: LU FMF pētnieks Dr. phys. Armands Krauze

Darbs iesniegts Fizikas nodaļā _____ . _____ . 2014.

Dekāna pilnvarotā persona: vecākā metodiķe Dzintra Holsta _____

Darbs aizstāvēts maģistra gala pārbaudījumu komisijas sēdē

_____ . _____ . 2014. protokols _____

Komisijas sekretārs: _____