LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE
MATEMĀTIKAS NODAĻA

CENTRALIZĒTO MATEMĀTKAS EKSĀMENU ANALĪZE

DIPLOMDARBS

Autors: **Inese Meļķe**
Stud. apl. SkMa020036
Darba vadītājs: asoc. prof., Dr. paed. Jānis Mencis

RĪGA 2007

ANOTĀCIJA

Diplomdarbā ir analizēti pēdējo trīs gadu centralizēto matemātikas eksāmenu rezultāti, lai noskaidrotu, kādas tēmas skolēniem sagādā grūtības. Pētīti centralizēto matemātikas eksāmenu rezultāti atkarībā no skolu tipa un rajona. Veikta skolotāju aptauja, lai noskaidrotu, ko skolotāji domā par centralizētajiem matemātikas eksāmeniem, izglītības saturu, kvalitāti un izglītības sistēmu Latvijā.

Diplomdarba mērķis: noskaidrot tēmas vidusskolas kursā, kuru atrisināšana centralizētajā matemātikas eksāmenā sagādā problēmas. Kā iespējamo „problēmuzdevumu" risinājumu autore piedāvā pielāgotus Igaunijas matemātikas eksāmenu uzdevumus.

Diplomdarbā secināts, ka vislielākās grūtības eksāmenu kārtotājiem sagādā – trigonometrija, kombinatorika, funkciju analīze un ģeometrijas uzdevumi.

Darbs satur 144 lapas un 3 pielikumus. Darba praktiskajā daļā veikta centralizētā matemātikas eksāmena rezultātu analīze, pielāgoti igauņu matemātikas eksāmenu uzdevumi, kā arī skolotāju anketēšana. Respondentu skaits – 48.

Darba rezultāti apkopoti, izanalizēti un atspoguļoti attēlos un aprakstos.

Atslēgas vārdi: centralizētie matemātikas eksāmeni, analīze, Igauņu matemātikas eksāmeni, trigonometrija, funkciju pētīšana, kombinatorika, ģeometrija.

ANNOTATION

In diploma work are analyzed last three years results of centralized examination of mathematics to find out which parts of examination are the hardest ones for students. Are studied results of centralized examination of mathematics that depends of type of school and location of school. Teachers' surveys aim is to find their opinion about tasks of centralized examination of mathematics, quality and content of education and education system in Latvia.

Diploma work aim: find out which themes of high school course of mathematics are author of work as possible solution of problem task comes forward with adopted tasks of Estonian examination of mathematics.

In diploma work are made conclusion that the hardest parts of exam work for exam participants are tasks of trigonometry, combinatorics, analysis of function and geometry.

Work consists of 144 pages and 3 attachments. In works practical part are made analysis of results of centralized examination of mathematics, adopted tasks of Estonian examination of mathematics and teacher survey. Number of respondents - 48.

Work results are summarized, analysed and shown in illustrations and descriptions.

Keywords: centralized examination of mathematics, analysis, Estonian examination of mathematics, trigonometry, combinatorics, function and geometry.

АННОТАЦИЯ

В дипломной работе проанализированы результаты централизованных экзаменов по математике за последние три года, чтобы выяснить, какие темы являются самыми трудными для учеников. Были исследованы результаты централизованных экзаменов по математике, в зависимости от типа и местонахождения школы. Были проведины обзоры преподавателей, чтобы узнать их мнение о задачах централизованных экзаменов по математике, о качестве и содержание образования, а также о образование в Латвии.

Цель дипломной работы: узнать, какие темы по математики в средней школе являются самыми трудными для учеников. В дипломной работе сделаны заключения, что самыми сложными темами экзамена для учеников являются задачи по тригонометрии, комбинаторики, анализа функций и геометрии. Как возможное решение проблемы автор предлагает преспособить задачи Эстонских экзаменов по математике.

Работа состоит из 144 страниц и 3 приложений. В практической части работы сделан анализ результатов централизованных экзаменов по математике, сделаны изменеия в заданиях Эстонских экзаменов по математике для использования их в Латвии, а также зделан обзор преподавателей математики. Число ответчиков - 48.

Результаты работы обобщены, проанализированы и отражены в иллюстрациях и описаниях.

Ключевые слова: централизованные экзамены по математике, анализ, Эстонские экзамены по математике, исследования функции, тригонометрия, комбинаторика, геометрия.

SATURS

IEVADS

Pēdējos trīs gados centralizēto matemātikas eksāmenu Latvijā ir kārtojuši 38077 skolēni.

Eksāmena izpildes laikā ir jācenšas sakopot visas savas zināšanas, lai pēc iespējas labāk to izpildītu. Mūsdienās no centralizēto eksāmenu rezultātiem izšķiras daudzu skolu beidzēju tālākie nākotnes ceļi. Eksāmenu novērtējums vai nu atver sapņotās, ilgotās durvis uz augstāko izglītību vai arī tās tiek aizvērtas un nākas meklēt citus alternatīvus variantus.

Diplomdarba sākumā tiek noskaidrots kā iegūst vērtējumu centralizētajos eksāmenos Latvijā.

Rakstot diplomdarbu autores mērķis bija uzzināt, izvērtēt, noskaidrot pēc centralizēto matemātikas eksāmenu rezultātiem, kuras tēmas, kāda tipa uzdevumu atrisināšana skolēniem sagādā vislielākās grūtības. Radās interese - ko par centralizēto matemātikas eksāmenu domā skolotāji. Tāpēc tika veikta skolotāju anketēšana.

Daudz labu idejas mēs varam aizgūt no apkārtējās vides, tāpēc radās doma kā alternatīvo variantu Latvijas „problēmuzdevumiem" piedāvāt pielāgotus Igaunijas matemātikas eksāmenu uzdevumus. Tulkotos igauņu matemātikas eksāmena uzdevumus var atrast diplomdarba pielikumā. Vērtējot Latvijas „problēmuzdevumus" un Igaunijas matemātikas eksāmenu uzdevumus radās priekšstats par kopīgajām un atšķirīgajām abu valstu centralizēto matemātikas eksāmenu iezīmēm.

Autore cer, ka diplomdarbā veiktais Latvijas centralizētā matemātikas eksāmena pētījums ļaus skolotājiem pastiprināti pievērst uzmanību tēmām, kas skolēniem sagādā problēmas eksāmenā. Kā arī skolotāji varēs izmantot diplomdarbā piedāvātos Igauņu matemātikas eksāmenu pielāgotos uzdevumus, lai nostiprinātu skolēnu zināšanas matemātikas tēmās, kas sagādā grūtības

Tāpat arī autore cer, ka Izglītības satura un eksaminācijas centrs ieklausīsies skolotāju domās par to, ko vajadzētu mainīt un saglabāt centralizētajā matemātikas eksāmenā. Lai gan skolotāju darba apstākļu un izglītības sistēmu nepilnību risināšana nav autores diplomdarba uzdevums, tomēr autore cer, ka arī Izglītības un zinātnes ministrijas darbinieki iepazīsies ar diplomdarbu. Autore uzskata, ka no aptaujas anketām var secināt galvenās tendences skolotāju viedoklī par izglītības saturu, kvalitāti un izglītības sistēmu Latvijā.

Šis diplomdarbs būs noderīgs arī Latvijas Universitātei, lai secinātu, kādi temati vidusskolu beidzējiem sagādā problēmas un, iespējams, vidusskolas tematu atkārtojuma daļā tieši šiem uzdevumiem pievērstu papildus uzmanību.

Diplomdarbs sastāv no 144 lapām un 3 pielikumiem.

1. KĀ IEGŪST VĒRTĒJUMU

Vērtējumu Latvijas Republikas Izglītības un zinātnes ministrijas Izglītības satura un eksaminācijas centrā (ISEC) centralizētajos eksāmenos nosaka pēc normatīvi kriteriālā principa un izsaka 6 sasniegumu līmeņos: no A (augstākais) līdz F (zemākais). Šāds vērtējuma veids nav saistāms ar skolēna sasniegumu ikdienas vērtējumu, kas parasti tiek izteikts 10 baļļu skalā. (1)

Normatīvais vērtējums nozīmē, ka skolēnu sasniegumi tiek salīdzināti savā starpā. Tas dod iespēju izmantot eksāmenā skolēnu atlases principu – labākajiem skolēniem būs augstākie rezultāti, vājākajiem skolēniem – zemākie.

Ja eksāmena saturs ir sastādīts veiksmīgi, t. i., tas atbilst reālajām skolēnu zināšanām un prasmēm (to garantē uzdevumu iepriekšējā pārbaude – aprobācija – un darbu veidotāju ilggadīgā pieredze), skolēnu sasniegumu (iegūto punktu) grafiskais attēlojums veido normālsadalījuma jeb Gausa līkni. Kā rāda vairāku gadu pieredze, reālā eksāmena sasnieguma jeb iegūto punktu sadalījums parasti ir tuvs normālsadalījumam. Tas nozīmē, ka eksāmena grūtības pakāpe ir piemērota gan spējīgajiem, gan viduvējiem, gan vājiem skolēniem. Lielākā daļa skolēnu eksāmenā saņem vidēju punktu skaitu, kas arī ir garants centralizētā eksāmena uzdevumu izpildei – uzrādīt spējīgos un ļoti spējīgos skolēnus un atšķirt ļoti vājos skolēnus.

Kriteriālais vērtējums ir skolēnu sasniegumu salīdzināšana ar sasniegumu līmeņu aprakstu, iepriekšējo gadu skolēnu darbiem vai ekspertu viedokli. Šāds salīdzinājums dod iespēju nodrošināt eksāmena grūtības pakāpes pārmantojamību, t. i., gadu no gada skolēni ar vienādiem vai ļoti līdzīgiem sasniegumiem saņem vienu un to pašu vērtējumu, kas izteikts līmeņos.

Rezultātu apstrādei tiek izmantota īpaša programma Access vidē. Galarezultātu aprēķināšana notiek atbilstoši eksāmena daļu īpatsvaram. Ar datu apstrādes programmu ITEMAN tiek kontrolēta objektīvo uzdevumu (uzdevumu, kuriem ir iespējama tikai viena pareiza atbilde) analīze. Ar statistikas programmu SPSS notiek galarezultātu ilustrēšana grafiskā vai tabulārā veidā.

1.1. Vērtējuma praktiskā iegūšana

Normatīvais vērtējums.

Skolēnu sasniegumi atsevišķajās eksāmena daļās saskaņā ar eksāmena modeli (piemēram, svešvalodā ir 5 eksāmena daļas – lasīšana, klausīšanās, rakstīšana, runāšana, valodas lietojums; matemātikā ir 2 eksāmena daļas – zināšanas un pamatprasmes, situāciju analīze; vēsturē ir 3 eksāmena daļas – zināšanas, vēstures avotu analīze, argumentēts spriedums) tiek reģistrēti Access tabulās – objektīvajās daļās (uzdevumos, kuriem iespējama tikai viena pareiza atbilde) vērtējumu veic vienu reizi, subjektīvajās daļās (vairākdarbību uzdevumos vai rakstu darbā) – divreiz. Nekādi labojumi un piezīmes netiek izdarīti, lai neietekmētu nākamo vērtējumu. Vērtējuma rezultāti tiek fiksēti īpašos protokolos.

Skolēnu sasniegums objektīvajos uzdevumos tiek pārbaudīts ar ITEMAN programmu, lai noskaidrotu, vai nav nepieciešams kādu no jautājumiem (uzdevumiem) izslēgt no vērtējuma tā zemās kvalitātes dēļ (parasti to dara, ja ir pamanīta kļūda uzdevumā vai ļoti liela skolēnu daļa nav spējusi atbildēt uz šo jautājumu; uzdevumu nevērtē un kopējo punktu skaitu samazina par attiecīgu punktu skaitu, taču tas neietekmē vērtējuma izteikšanu līmeņos).

Tad tiek veikts aprēķins Access datu bāzē, lai iegūtu galarezultātu saskaņā ar eksāmena daļu īpatsvaru – katrs skolēns iegūst vērtējumu katrā no eksāmena daļām un kopējo vērtējumu visā eksāmenā (piemēram, svešvalodās katrai no 5 eksāmena daļām ir vienāds īpatsvars – 20%; matemātikā – 1. daļas īpatsvars ir 60%, 2. daļas īpatsvars ir 40%; vēsturē – 1. daļas īpatsvars ir 40%, 2. daļas īpatsvars ir 40%, bet 3. daļas īpatsvars ir 20%).

Tiek veikta datu pārbaude un papildināšana (vai visi skolēni ir piedalījušies visās eksāmena daļās), reģistrēts procedūras komisijas lēmums par vērtējumiem (norakstīto uzdevumu vai eksāmena daļu izslēgšana no vērtējuma). Gadījumos, kad divu vērtētāju (darbu labotāju) vērtējums būtiski atšķiras, darbs tiek labots trešo reizi. Pēc atkārtota aprēķina ar Access programmu, veidojas skolēnu sasniegumu galarezultātu tabula, no kuras ar SPSS programmu tiek iegūts rezultātu sadalījums (procentos vai punktos).

Kriteriālais vērtējums.

Ekspertu komisija izskata skolēnu darbus, kas atrodas uz līmeņu robežām (vēlreiz pārskatot eksāmena darbus, salīdzinot tos ar līmeņu aprakstiem mācību priekšmetā, iepriekšējā gadā noteiktajām robežām, iepriekšējo gadu skolēnu darbiem, ievērojot praktizējošo skolēnu ieteikumus), un, ja nepieciešams, izdara korekcijas līmeņu noteiktajās robežās.

1.2. Skolēnu sasniegumu ierakstīšana sertifikātā

Skolēns saņem vienu ISEC sertifikātu par visiem attiecīgajā mācību gadā nokārtotajiem centralizētajiem eksāmeniem.

Skolēna sertifikātā ir norādīta viņa sasniegumu atbilstība noteiktam līmenim (saskaņā ar ekspertu precizētajām robežām procentos no kopējā punktu skaita) katrā no eksāmeniem un skolēna sasniegumi katrā no eksāmena daļām procentos no attiecīgajā daļā maksimāli iespējamā rezultāta.

Sertifikātā norādīto eksāmenu daļu rezultātu kopsummai vienā eksāmenā nav jābūt 100%. Daļu rezultāti (procenti) nav izmantojami divu skolēnu sasniegumu salīdzināšanai. Nav salīdzināmi arī viena skolēna iegūtie vērtējumi dažādos priekšmetos, jo katram eksāmenam ir savs eksāmena modulis pēc daļu īpatsvara, un katrs skolēns var iegūt dažādu punktu skaitu katrā no daļām.

2. APRAKSTOŠĀ UZDEVUMU STATISTIKA

Lai secinātu, kuras tēmas vidusskolas matemātikas kursā tiek apgūtas nepilnīgi, autore analizēja centralizēto matemātikas eksāmenu (CME) rezultātus. Eksāmenu rezultātus autore ieguva Izglītības satura un eksaminācijas centra mājas lapā, kā arī iztrūkstošos rādītājus ieguva sazinoties personīgi ar Izglītības satura un eksaminācijas centra darbiniekiem. (2)

Autore analizēja 2004.gada, 2005.gada un 2006.gada CME rezultātus. Darba izstrādes sākumā tika pētīts katrs gads atsevišķi un izveidots „top" piecinieks. Kad rezultāti pa gadiem bija izanalizēti, tad tika saskatītas tendences analizētajos rādītājos, tā izveidojot grafikus un tabulas. Pēc šādas shēmas autore apkopoja gan uzdevumus, gan skolu tipus kā arī rezultātus pa rajoniem.

Sākumā tika pētīts kāda tipa uzdevumu atrisināšana skolēniem sagādā vislielākās grūtības. 2.1. tabulā var redzēt, ka vismazāk skolēni ir atrisinājuši uzdevumus, kuros ir kombinatorika, funkcijas, trigonometrija un ģeometrija.

2.1.tabula

Aprakstošā uzdevumu statistika

Vieta	2006. gads		2005. gads	
	% / uzdevums	Uzdevuma veids	% / uzdevums	Uzdevuma veids
1.	76, 62% / 1.	Logaritmiskais vienādojums	91,78% / 3.	Procenti
2.	74% / 4.	Funkcija	88,6% / 2.	Lineārs vienādojums
3.	73,49% / 5.	Cilindrs	69,84% / 5.	Kubs
4.	72,39% / 15.	Izteiksme	68,81% / 4.	Nevienādība
5.	72,38% / 6.	Vienādojums	66,84% / 1.	Logaritms
6.	68,18% / 18.	Teksta uzdevums ar procentiem	64,66% / 8.	Vienādojums ar parametru
7.	66,07% / 7.	Vienādojums	60,24% / 6.	Vienādojums
8.	58,54% / 9.	Vienādojumu sistēma	54,87% / 17.	Funkcija
9.	55,85% 3.	Saknes aprēķināšana	54,67% / 21.	Figūras laukums
10.	53,78% / 11.	Nevienādība	53,98% / 9.	Nevienādība
11.	53,45% / 22.	Kombinatorika	52,52% / 14.	Nezināmā aprēķināšana
12.	52,87% / 13.	Trigonometriskā funkcija	46,11% / 25.	Riņķa līnija
13.	52,12% / 10.	Nevienādība	44,38% / 23.	Cilindrs
14.	51,13% / 23.	Četrstūra piramīda	42,86% / 15.	Funkcija
15.	50,59% / 15.	Izteiksme	42,66% / 11.	Logaritmiskā nevienādība
16.	48,47% / 24.	Taisnstūra paralēlskaldnis	41,49% / 18.	Kubs
17.	43,23% / 8.	Funkcija	40,23% / 22.	Vektori
18.	42,61% / 25.	Taisna prizma	38,39% / 19.	Kombinatorika
19.	41,2% / 19.	Trijstūris	36,25% / 16.	Funkcija
20.	39,27% / 17.	Kvadrāts	33,21% / 24.	Taisna prizma
21.	37,73% / 14.	Funkcija	32,10% / 20.	Paralelograms
22.	37,25% / 20.	Kombinatorika	32,03% / 12.	Trigonometrija
23.	33,9% / 21.	Kombinatorika	26,02% / 10.	Nevienādība ar moduli
24.	27,13% / 16.	Kompleksie skaitļi	23,20% / 7.	Trigonometriskā vienādību sistēma
25.	25,31% / 12.	Trigonometriskā nevienādība	18,16% / 13.	Teksta uzdevums

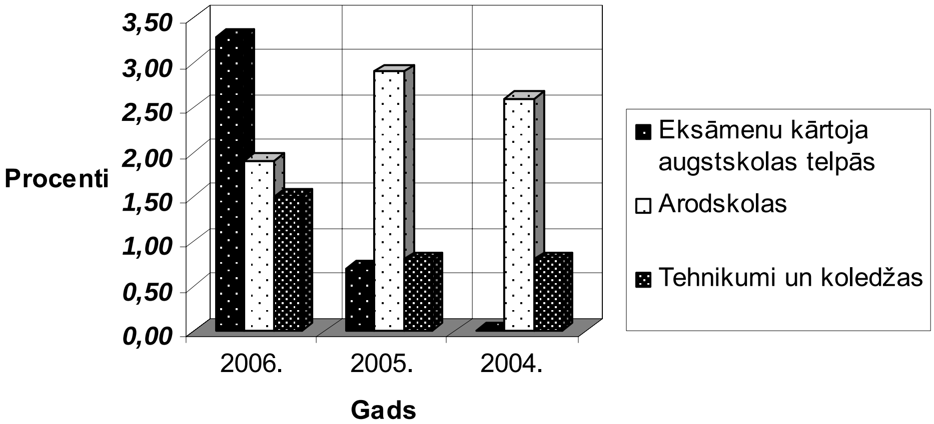
Vieta	2004. gads	
	% / uzdevums	Uzdevuma veids
1.	83,51% / 12.	Teksta uzdevums ar procentiem
2.	78,87% / 2.	Kvadrātvienādojums
3.	77,92% / 5.	Skaitļu salīdzināšana
4.	73,45% / 4.	Kvadrāts
5.	69,61% / 7.	Nevienādība
6.	63,63% / 3.	Nevienādība
7.	61,25% / 1.	Trigonometriskā funkcija
8.	60,14% / 19.	Kombinatorika
9.	59,95% / 9.	Kubiskā funkcija
10.	53,63% / 6.	Izteiksme
11.	51,05% / 11.	Izteiksme
12.	48,58% / 16.	Nevienādība ar moduli
13.	48,32% / 15.	Logaritmiskais vienādojums
14.	47,53% / 24.	Kompleksie skaitļi
15.	46,52% / 22.	Trijstūris
16.	44, 4% / 17.	Nevienādība
17.	42,75% / 20.	Cilindrs
18.	41,31% / 21.	Taisns paralēlskaldnis
19.	37,00% / 13.	Vienādojums
20.	34,79% / 25.	Trijstūris
21.	33,92% / 14.	Trigonometriskais vienādojums
22.	32,68% / 18.	Kombinatorika
23.	25,11% / 8.	Funkcija
24.	24,94% / 10.	Teksta uzdevums
25.	21,93% / 23.	Vektori

Secinājumi par tēmām, kuru atrisināšana sagādā problēmas CME, tika veikti no pirmās daļas uzdevumiem. I daļas uzdevumi sastāda 60 % no kopējā vērtējuma. Tie ir pamatuzdevumi, kuri būtu jāprot atrisināt arī skolēniem ar pamatzināšanām matemātikā.

3. DAŽĀDU SKOLU TIPU APRAKSTOŠĀ STATISTIKA

Šajā nodaļā autore pētīja kāda tipa skolas CME iegūst visaugstākos rezultātus un kāda tipa skolas iegūst zemus rezultātus.

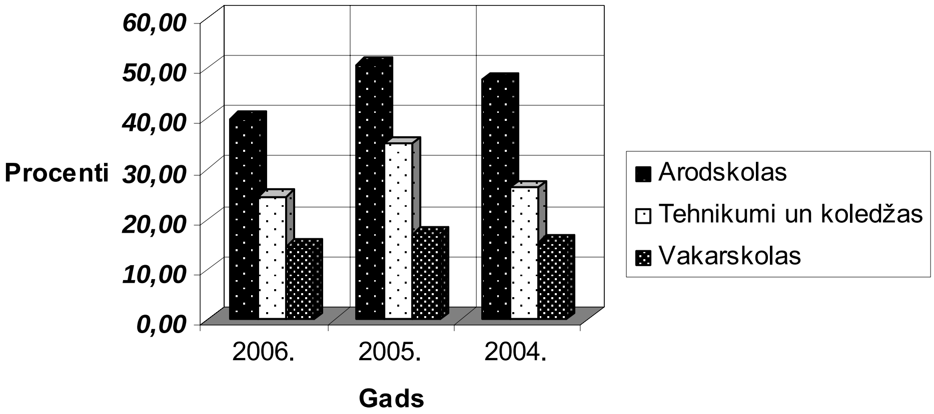
Dati liecina, ka vērtējumu CME visbiežāk neiegūst arodskolu audzēkņi, tehnikumu un koledžas audzēkņi, kā arī tie, kuri CME kārto augstskolas telpās. Augstskolu telpās CME kārto tie, kuri skolu ir beiguši agrāk. 2006. gadā īpaši daudz neieguva vērtējumu eksāmenā no tiem, kas CME kārtoja to augstskolas telpās (skat. 3.1. attēlu).



*3.1.att.,***Skolēni, kuri vērtējumu visbiežāk CME neiegūst**

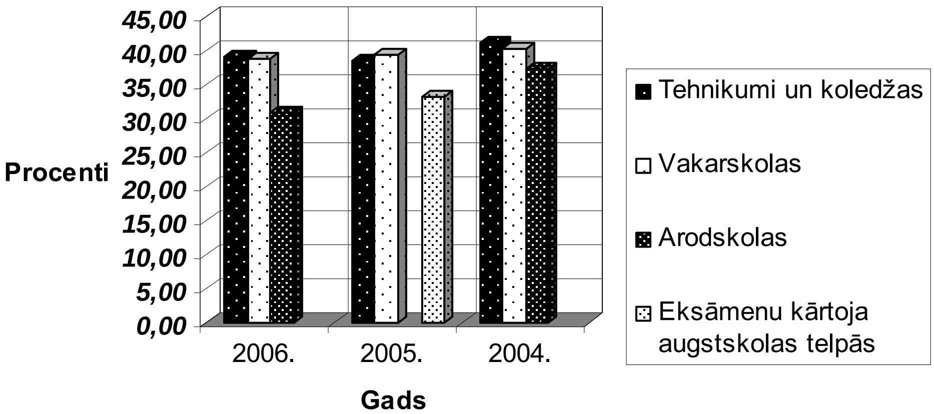
Visus trīs gadus starp valsts ģimnāziju skolēniem nav tādu, kas vērtējumu CME nebūtu ieguvuši.

F līmeni visus trīs gadus visvairāk ir ieguvuši arodskolu audzēkņi, kā arī tehnikuma un koledžas audzēkņi, savukārt trešais skolu tips, kas visus trīs gadus ir ieguvis salīdzinoši daudz F līmeni ir vakarskolas (skat. 3.2. attēlu).



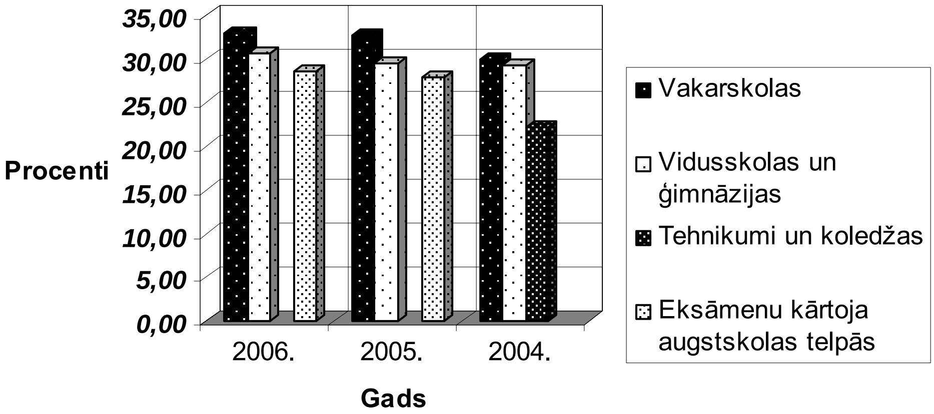
3.2. att., **Skolēni, kuri CME visbiežāk iegūst F līmeni**

Turpretī E līmeni diezgan vienlīdzīgi visus trīs gadus ir ieguvuši tehnikumu un koledžu audzēkņi un vakarskolu audzēkņi. 2006. gadā un 2004. gadā E līmeni ieguva arī daudzi arodskolu audzēkņi, bet 2005. gadā šo līmeni ieguva daudzi no tiem, kas CME kārtoja augstskolas telpās (skat. 3.3. attēlu).



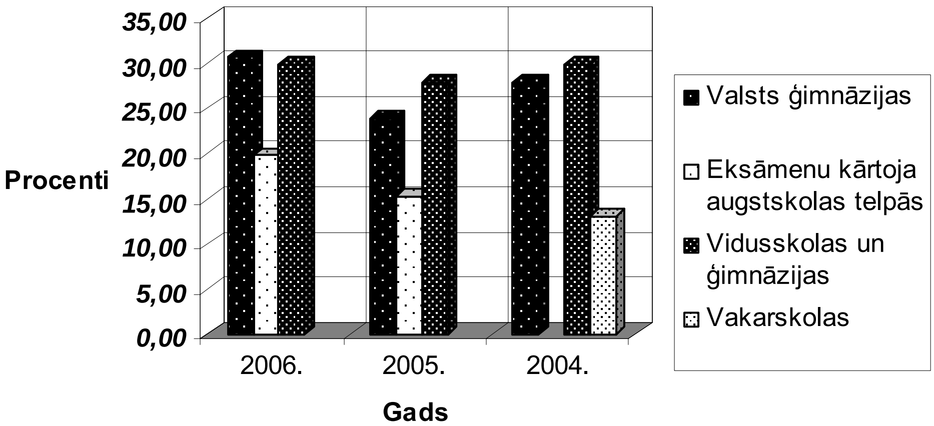
3.3. att., **Skolēni, kuri CME visbiežāk iegūst E līmeni**

Arī D līmeni pa gadiem ieguva dažādu tipu skolas. 2004., 2005. un 2006.gadā D līmeni visvairāk ieguva vakarskolu audzēkņi. Šajos gados D līmeni ir ieguvuši arī daudzi vidusskolu un ģimnāziju skolēni, bet 2006.gadā un 2005. gadā D līmeni dabūja daudzi no tiem, kas eksāmenu kārtoja augstskolas telpās. 2004. gadā ar D līmeni tika novērtētas daudzu tehnikumu un koledžu audzēkņu zināšanas matemātikā (skat. 3.4. attēlu).



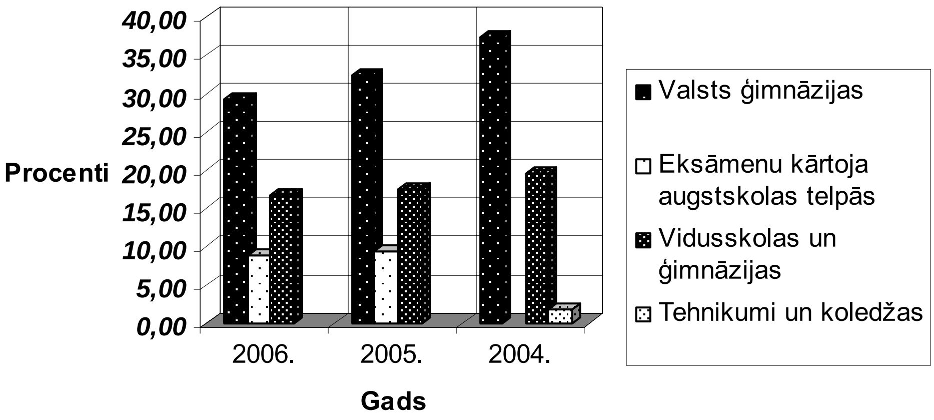
3.4. att., **Skolēni, kuri CME visbiežāk iegūst D līmeni**

Daudzu valsts ģimnāziju, vidusskolu un ģimnāziju skolnieku zināšanas pēdējos trīs gados tika novērtētas ar C līmeni. 2006.gadā un 2005.gadā šo līmeni ieguva arī daudzi no tiem, kas CME kārtoja augstskolas telpās, bet 2004.gadā C līmeni ieguva daudzi vakarskolu audzēkņi (skat 3.5. attēlu).



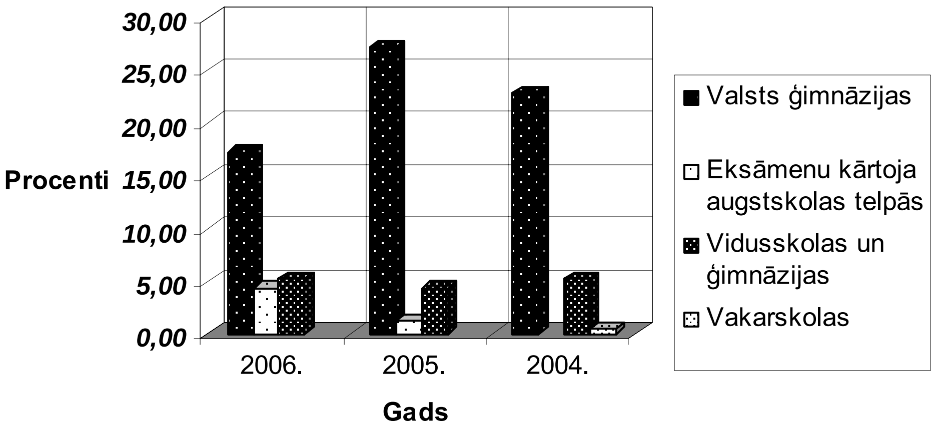
3.5. att., **Skolēni, kuri CME visbiežāk iegūst C līmeni**

Vienu no augstākajiem novērtējumiem CME – B līmeni – 2004., 2005. un 2006.gadā visvairāk iegūst valsts ģimnāzijas audzēkņi, aiz sevis atstājot vidusskolu un ģimnāziju skolēnus. Pēdējos divos gados ar B līmeni tika novērtētas daudzu zināšanas, kas CME kārtoja augstskolas telpās. Tehnikumu un koledžu audzēkņi 2004.gadā uzrādīja labus rezultātus (skat. 3.6. attēlu).



3.6. att., **Skolēni, kuri CME visbiežāk iegūst B līmeni**

Visaugstāko vērtējumu CME – A līmeni – pārliecinoši visus trīs gadus ir ieguvuši valsts ģimnāziju skolēni, aiz sevis jau krietni zemāk atstājot vidusskolu un ģimnāziju skolēnus. Trešajā vietā visus trīs gadus A līmeņa sasniegšanā ir tie, kas eksāmenu kārtoja augstskolas telpās (skat. 3.7. attēlu).



3.7. att., **Skolēni, kuri CME visbiežāk iegūst A līmeni**

Nav skolu tipu, kas visos trijos gados nebūtu ieguvuši A līmeni. 2004. gadā A līmeni neieguva neviens arodskolas skolēns, 2005. gadā - neviens vakarskolas un arodskolas skolēns, bet 2006. gadā neviens tehnikuma un koledžas skolēns.

Veidojot šos grafikus, autore secināja, ka visdažādākā līmeņa jaunieši eksāmenu kārto augstskolas telpās, jo šīs kategorijas jaunieši ierindojas gandrīz visos līmeņos.

Izpētot grafikus, var redzēt, ka arī tehnikumu un koledžu jaunieši ierindojas daudzos līmeņos, kas ļauj secināt, to, ka šajās mācību iestādes mācās jaunieši ar dažāda līmeņa zināšanām.

Arodskolu un vakarskolu audzēkņi galvenokārt iegūst zemākos līmeņus, lai gan 2004. gadā vakarskolu audzēkņi ierindojās A līmenī pirmajā trijniekā. Turpretī valsts ģimnāziju un vidusskolu un ģimnāziju audzēkņi galvenokārt iegūst augstākos līmeņus.

4. CENTRALIZĒTO MATEMĀTIKAS EKSĀMENU LĪMEŅU SADALĪJUMS PA RAJONIEM

Meklējot datus par CME rezultātiem, autore atrada arī informāciju par līmeņu sadalījumu pa rajoniem. Sākotnēji radās interese par rajoniem, kuros ir augsti un zemi rādītāji. Darba gaitā tika aplūkots vai ir augstu un zemu rādītāju pārsvars kādā no novadiem.

Analizējot pēdējo trīs gadu CME rezultātus, autore secina, ka vislielākais skolēnu skaits, kuri nav eksāmenā ieguvuši vērtējumu, ir Dobeles rajonā un pēdējos divos gados arī Krāslavas rajonā (skat. 4.1. tabulu).

4.1. tabula

Rajoni, kuros CME vērtējumu visbiežāk neiegūst

Rajons	2006. gads	2005. gads	2004. gads
Dobeles rajons	3,20%	5,50%	2,70%
Krāslava	2,10%	5,20%	

[1]

Kopumā, analizējot pēdējo trīs gadu CME rezultātus, autore secināja, ka radītājiem, kas attēlo skolēnu skaitu, kuri CME vērtējumu nav ieguvuši, ir tendence samazināties.

Ir daudz rajonu, kuros visos trīs gados nav skolēnu, kuri nebūtu ieguvuši vērtējumu CME.

Pēdējos trīs gados F līmeni ir ieguvuši daudzi Ludzas rajona skolēni, bet 2006.gadā un 2004.gadā F līmeni ir ieguvuši daudzi Dobeles rajona un Rēzeknes rajona skolēni, 2006.gadā un 2005.gadā Ogres rajona skolēni, bet 2005.gadā un 2006.gadā – Liepājas rajona skolēni (skat. 4.2. tabulu).

4.2. tabula

Rajoni, kuros CME visbiežāk iegūst F līmeni

Rajons	2006. gads	2005. gads	2004. gads
Ludzas rajons	18,00%	27,80%	35,80%
Dobeles rajons	24,30%		33,10%
Rēzeknes rajons	23,40%		48,70%
Ogres rajons	18,20%	28,70%	
Liepājas rajons		27,70%	40,20%

Nav rajonu, kas E līmenī visos trijos gados būtu sasnieguši augstus rezultātus. Turpretī divus gadus augstus rezultātus uzrāda Valkas rajona skolēni, Rīgas Ziemeļu rajona skolēni, kā

[1] Pelēkie lauciņi tabulās norāda uz to, ka attiecīgā laika perioda rādītāji nav bijuši augsti un tāpēc gala analīzē netiek iekļauti

arī Liepājas rajona skolēni – attiecīgi 2006.gadā un 2004.gadā, daudzi Saldus rajona skolēni E līmeni sasniedza 2005.gadā un 2004.gadā, bet Tukuma rajona skolēni un arī Cēsu rajona skolēni 2006.gadā un 2005.gadā (skat. 4.3. tabulu).

4.3. tabula

Rajoni, kuros visbiežāk iegūst E līmeni

Rajons	2006. gads	2005. gads	2004. gads
Valkas rajons	27,00%		36,90%
Liepāja	29,60%		31,60%
Saldus rajons		31,80%	30,60%
Rīgas Ziemeļu rajons	27,10%		30,30%
Tukuma rajons	30,90%	36,50%	
Cēsu rajons	26,70%	31,50%	

Pēdējos trīs gados liels skaits skolēnu, kuri ir ieguvuši D līmeni, ir tikai Saldus rajonā, bet divus gadus liels skaits skolēnu D līmeni ir ieguvuši Talsu rajonā – 2006.gadā un 2004.gadā un Ventspils rajonā – 2006.gadā un 2005.gadā (skat. 4.4. tabulu).

4.4. tabula

Rajoni, kuros visbiežāk iegūst D līmeni

Rajons	2006. gads	2005. gads	2004. gads
Saldus rajons	39,40%	33,20%	36,30%
Talsu rajons	42,70%		35,60%
Ventspils rajons	48,00%	44,00%	

Analizējot C līmeni, autore secina, ka izteiktas līderpozīcijas visus trīs gadus ieņem Balvu rajona skolēni, Rīgas Zemgales priekšpilsētas skolēni, kā arī Bauskas rajona skolēni (skat. 4.5. tabulu).

4.5. tabula

Rajoni, kuros visbiežāk iegūst C līmeni

Rajons	2006. gads	2005. gads	2004. gads
Balvu rajons	42,80%	42,20%	32,20%
Rīgas Zemgales priekšpilsēta	34,20%	30,10%	37,30%
Bauskas rajons	31,40%	32,00%	31,70%

Rīgas Centra rajona un Rīgas Zemgales priekšpilsētas skolēni pēdējos trīs gadus ir sasnieguši augstus rādītājus B līmenī, savukārt 2004. un 2005.gadā augsti rādītāji bija arī Krāslavas rajona skolēniem (skat. 4.6. tabulu).

4.6. tabula

Rajoni, kuros visbiežāk iegūst B līmeni

Rajons	2006. gads	2005. gads	2004. gads
Rīgas Centra rajons	24,20%	22,90%	27,80%
Rīgas Zemgales priekšpilsēta	26,70%	25,20%	27,00%
Krāslavas rajons		20,10%	33,80%

Trīs gadus augstāko rādītāju skalā A līmenī ir redzami Rīgas Centra rajona, Rīgas Zemgales priekšpilsētas, Dobeles rajona un Daugavpils rajona skolēni. Turpretī Krāslavas rajona skolēni augstus rezultātus ir sasnieguši 2004. un 2006. gadā (skat. 4.7. tabulu).

4.7. tabula

Rajoni, kuros visbiežāk iegūst A līmeni

Rajons	2006. gads	2005. gads	2004. gads
Rīgas Centra rajons	21,20%	24,30%	17,40%
Dobeles rajons	10,10%	5,50%	5,40%
Daugavpils	6,80%	5,60%	6,00%
Rīgas Zemgales priekšpilsēta	9,00%	6,40%	5,30%
Krāslavas rajons	11,30%		7,70%

Strādājot ar 2006., 2005. un 2004. gada CME rezultātiem, autore ievēroja interesantu faktu - Jelgavas rajonā nav skolēnu, kuri būtu šajos trīs gados ieguvuši A līmeni, bet šajā rajonā nav arī skolēni, kuri nebūtu ieguvuši vērtējumi. Citos rajonos šāda tendence nav vērojama.

Dobeles rajonā ir daudz skolēnu, kuri CME vērtējumu neiegūst vai arī iegūst F līmeni, kā arī skolēni, kuri CME iegūst A līmeni. Saldus rajonā ir skolēnu, kuri iegūst E un D līmeni. Krāslavas rajonā ir daudz skolēnu, kuri iegūst A un B līmeni.

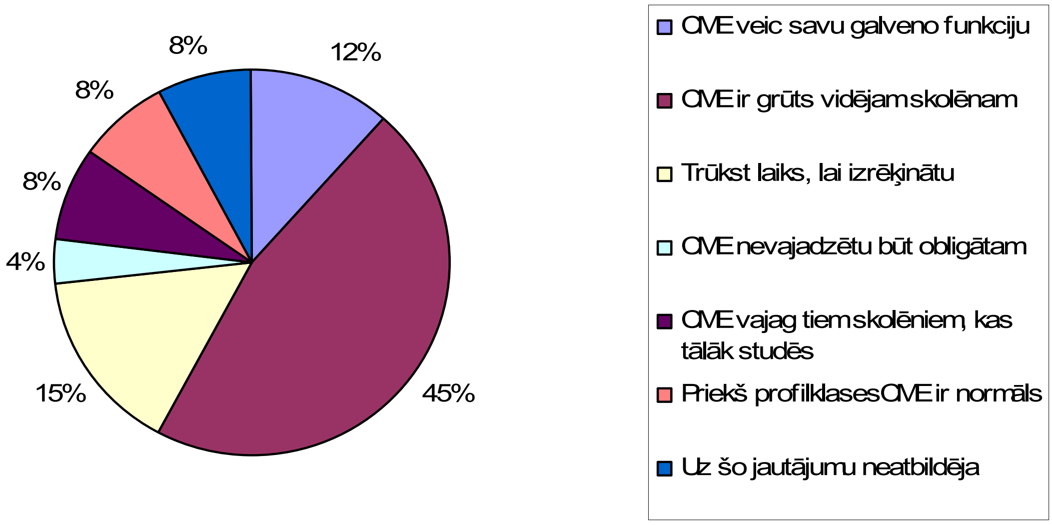
Rīgas Zemgales priekšpilsētas skolēni visbiežāk iegūst C, B un A līmeni, bet Rīgas Centra rajona skolēni visbiežāk iegūst A un B līmeni.

Tika secināts, ka pēdējos trīs gados nav vērojama tendence, ka kādā Latvijas novadā būtu izteikti koncentrēti augsti vai zemi rādītāji eksāmenos.

5. SKOLOTĀJU VIEDOKLIS

Lai uzzinātu, kā CME saturu, kvalitāti un izglītības sistēmu vērtē skolotāji, autore veica aptauju. Šajā pētījumā tika apkopotas 48 respondentu atbildes no dažādām Latvijas vietām un dažādu tipu skolām. Ar anketas saturu var iepazīties 1. pielikumā.

Uz jautājumu, kā skolotāji vērtē centralizēto matemātikas eksāmenu 12. klasei, respondenti atbildēja sekojoši (skat. 5.1. attēlu).

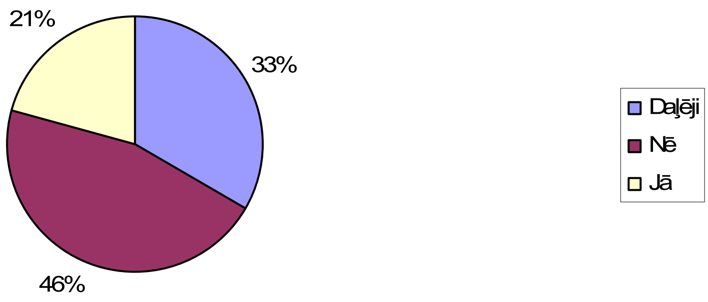


5.1. att., **Kā tiek vērtēts centralizētais eksāmens 12. klasei**

Rezultāti iegūti, apkopojot anketas rezultātus. Aptaujas anketas var aplūkot 1. pielikumā.

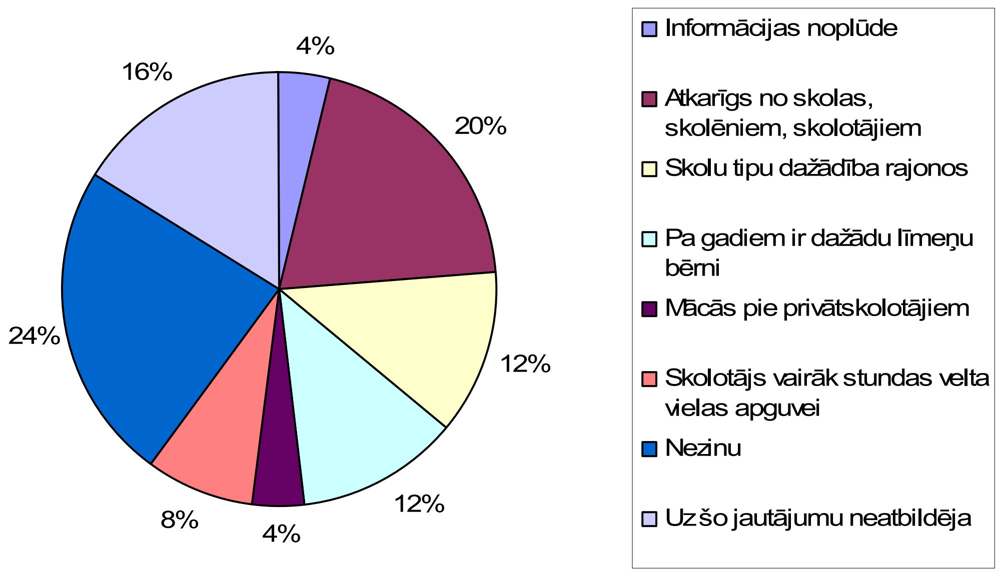
Visvairāk respondenti – 45 % - atbildēja, ka CME ir grūts skolēnam ar viduvējām zināšanām, liela daļa – 15 % - atbildēja, ka pietrūkst laiks, lai visu pagūtu izrēķināt, savukārt 12% atbildēja, ka CME veic savu galveno funkciju – atspoguļo skolēnu zināšanas, prasmi domāt, saskatīt līdzības, analizēt.

Lai uzzinātu, vai skolotājuprāt CME atspoguļo patieso skolēnu zināšanu līmeni, autore apkopoja atbildes un secināja, ka 46 % respondenti domā, ka neatspoguļo, tikai 21 % domā, ka CME atspoguļo patiesās zināšanas. Savukārt 21 % no respondentiem atzina CME daļēji atspoguļo patiesās skolēnu zināšanas (skat. 5.2. attēlu).



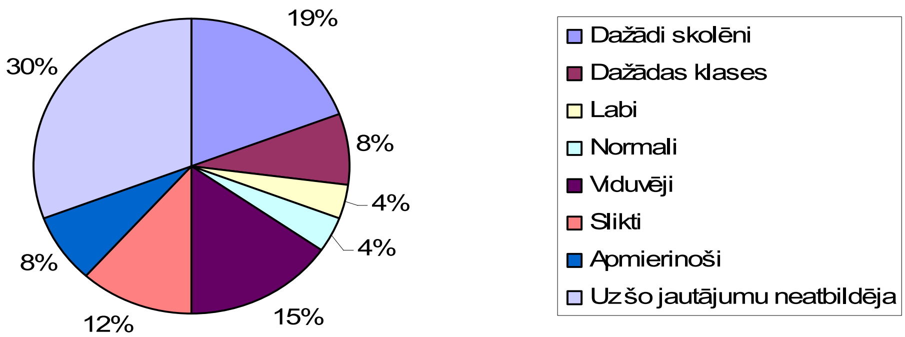
5.2. att., **Vai CME atspoguļo patieso skolēnu zināšanu līmeni?**

Autorei interesants šķita skolotāju viedoklis par to, kāpēc citu rajonu skolēni sasniedz labākus rezultātus, bet citu – ne. Respondentu atbildes bija dažādas, tomēr lielākā daļa nezināja iemeslu kāpēc veidojas šāda situācija. 20% no respondentiem uzskata, ka citu rajonu labie rezultāti CME ir atkarīgi no skolas, skolēniem un skolotājiem, 16% uz jautājumu neatbildēja, bet 12% norādīja, ka skolēnu zināšanu līmeņi pa gadiem ir dažādi, kā arī 12% norādīja, ka skolu tipu dažādība rajonos ir atšķirīga. Turpretī 8% respondentu rakstīja, ka skolotāji vairāk stundas velta vielas apguvei. Un 4% norādīja, ka citu rajonu labie rezultāti varētu būt saistīti ar informācijas noplūdi un privātskolotāju apmeklējumu (skat. 5.3. attēlu).



5.3. att., **Kāpēc, pēc Jūsu domām, citi rajoni sasniedz labākus rezultātus eksāmenā?**

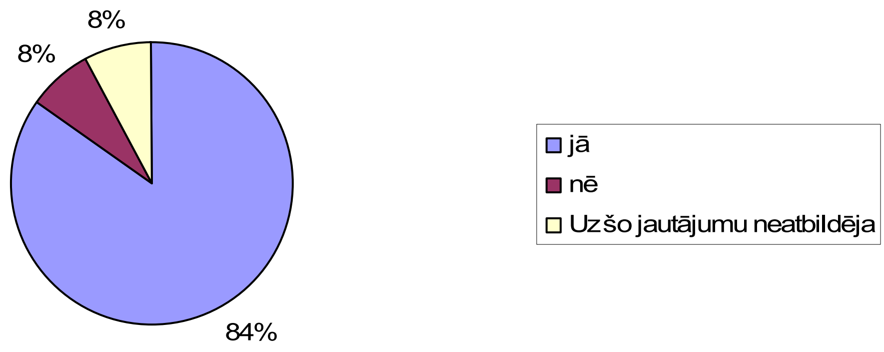
Uz jautājumu, kā respondentu skolēni orientējas matemātikā, autore saņēma sekojošas atbildes: 19% respondenti nevarēja viennozīmīgi atbildēt kā viņu skolēni orientējas matemātikā, jo skolēni ir dažādi, 15% atbildēja, ka orientējas viduvēji, 12% atzina, ka slikti, 8% norādīja, ka respondentu skolēni orientējas apmierinoši, kā arī norādīja, ka zināšanu līmenis klasēs atšķiras (skat. 5.4. attēlu).



5.4. att., **Kā Jūsu skolēni orientējas matemātikā?**

Respondentu domas par to, ko vajadzētu mainīt CME, bija dažādas. Vairākums respondentu domā, ka eksāmens jākārto tikai tiem skolēniem, kuri tiešām ir spējīgi to izdarīt, bet ne visiem. Tiek ieteikts CME veidot praktiskāku un bez „āķīgiem" uzdevumiem, I daļu veidot elementārāku, jo vienu CME kārto visu tipu skolas, II daļas pirmos uzdevumus veidot arī pamatkursa skolēnam atrisināmus. Vajadzētu mainīt uzdevumu grūtības pakāpi, saskaņot ar augstskolas prasībām, kā arī jāievieš valstī vienotas prasības minimālajiem un maksimālajiem līmeņiem, pagarināt risināšanas laiku, vairāk vietas atvēlēt I daļas uzdevumu risinājumiem. Citi respondenti iesaka, ka CME vajadzētu veidot „vidējam" skolēnam izpildāmus, veidot katram skolu tipam, stundu skaitam jeb novirzienam savu CME, manīt apjomu, uzdevumu skaitu palielināt, bet vienā uzdevumā nesakoncentrēt tik daudz dažādas tēmas, lai skolēns neapjuktu. Tika divi respondenti rakstīja, ka neko nevajag mainīt.

Uz jautājumu, vai Jūs pievienojieties viedoklim, ka skolēnu zināšanas matemātikā „krītas", 84% no respondentiem atbildēja apstiprinoši, bet 8% domā, ka skolēnu zināšanas nesamazinās, un tik pat daudz uz šo jautājumu neatbildēja (skat. 5.5. attēlu).

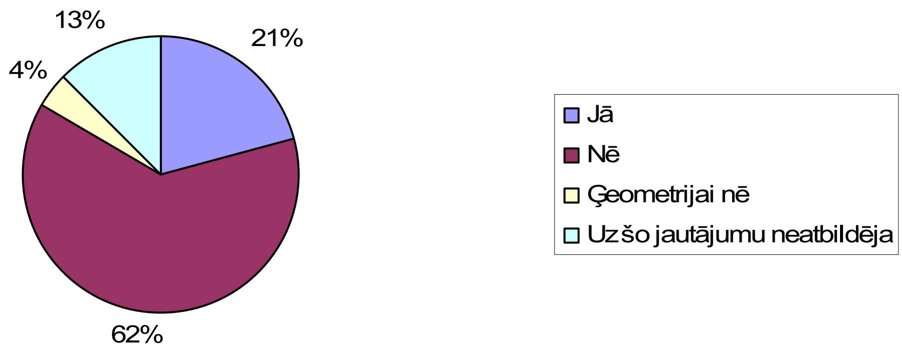


5.5. att., **Vai Jūs pievienojieties viedoklim, ka kopējās skolēnu zināšanas matemātikā „krīt"?**

Kā iemeslu skolēnu zināšanu regresam respondenti min daudz un dažādus iemeslus – vērtību maiņu, audzināšanu ģimenē, skolotāju neprofesionalitāti, skolēnu neieinteresētību, pamatzināšanu trūkumu, motivācijas trūkumu. Kāds respondents uzskata, ka skolēnu zināšanu samazināšanās ir saistīta ar to, ka ilgu laiku valstī matemātika nebija „cieņā", valsts ekonomisko un sociālo situāciju, kāds cits atzīst, ka ir slikta mācību programma, skolēniem ir daudz citu interešu, tādejādi paliek mazāk laka mācībām, kā arī skolēni ir pārslogoti ar citiem mācību priekšmetiem. Kā iemesls tiek minēts pārāk augstās prasības. Lai uzlabotu skolēnu zināšanas, matemātika skolotāji uzskata, ka kardināli ir jāmaina uzdevumi, vajadzīgi vairāk praktiski, radoši uzdevumi.

Diplomdarba 2. nodaļā autore analizēja CME rezultātus un secināja, ka visvājākās zināšanas skolēniem ir kombinatorikā, trigonometrijā, funkciju pētīšanā un ģeometrijā. Autore vēlējās noskaidrot, ar ko šīs tendences ir izskaidrojamas. Respondenti atzina, ka iepriekš minētie temati ir tie, kurus nevar no galvas iemācīties, jāizmanto prāts, jāspēj spriest un analizēt. Lai atrisinātu uzdevumus no šīm tēmām, ir vajadzīga loģiskā domāšana. Anketās bija rakstītas arī šādas atbildes: dažas no tēmām ir jaunas, pamatzināšanu trūkums, maz laika atvēlēts, lai nostiprinātu šīs zināšanas, trigonometrijā pārāk liels apjoms, skolēni nespēj redzēt sakarības, daudziem skolēniem trigonometrijai trūkst motivācija. Tiek minētas arī skolēnu grūtības apgūt šīs tēmas, ieteikums – kombinatoriku izņemt no vidusskolas programmas, ka arī daļu no šīm tēmām vajag sašaurināt, atvieglot. Kāds cits respondents atbildēja, ka kombinatorikas uzdevumi teksta veidā ir grūti saprotami skolēniem, trigonometrijā ir pārāk daudz formulas, bet ģeometrijā skolēni neprot parādīt dotos lielumus, saskatīt sakarības. Nav gatavu algoritmu pēc kā šīs tēmas rēķināt, tāpēc jādomā pašiem, un tā jau ir skolēnu problēma, norāda kāds respondents.

Uz jautājumu, vai iepriekšminēto tematu apguvei skolas programmā ir atvēlēts pietiekami daudz laika, 62% no respondentiem atzina, ka šiem tematiem netiek atvēlēts pietiekami daudz laika, tikai 21% atbildēja, ka kombinatorikas, trigonometrijas, funkciju pētīšanas un ģeometrijas apguvei atvēlētais laiks ir pietiekams (skat. 5.6. attēlu).



5.6. att., **Vai kombinatorikas, trigonometrijas, funkciju pētīšanas un ģeometrijas apguvei atvēlētais laiks ir pietiekams?**

Galvenokārt skolotāji uzskata, ka kardināli ir jāmaina attieksme pret skolu, zināšanām un skolotāju, lai uzlabotu izglītības kvalitāti, kā arī jāatvieglo skolotāju darbs ar dokumentāciju un jāizveido materiālā bāze un nodrošinājums.

6. LĪMEŅU SADALĪJUMS STARP DZIMUMIEM

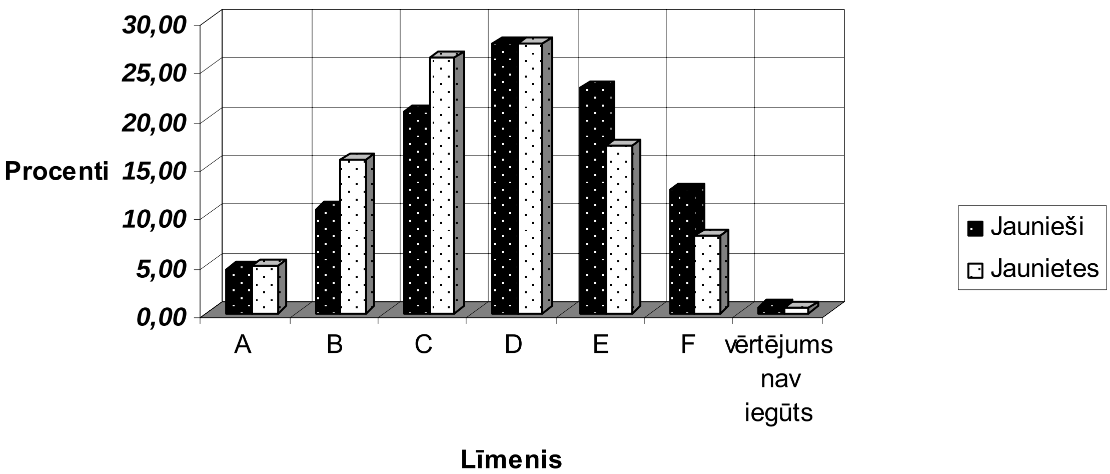
Līmeņu sadalījumu pa dzimumiem izdevās iegūt tikai par 2006. gadu, tāpēc nevar secināt par tendencēm. Tā kā autorei šie rādītāji šķita interesanti, tad secinājumi par 2006.gada līmeņu sadalījumu starp dzimumiem autore iekļāva diplomdarbā.

2006. gadā valstī centralizēto matemātikas eksāmenu kārtoja 14510 jaunieši, no kuriem 7609 zēni un 6901 meitenes. Kopā par 708 zēniem vairāk kārto CME.

Fakti:

- 60 % no visiem zēniem, kas kārto centralizēto matemātikas eksāmenu, vērtējumu neiegūst, bet 50 % meitenes neiegūst vērtējumu;
- A līmeni visvairāk iegūst meitenes – 4,80 % (zēni – 4,50 %);
- B līmeni visvairāk iegūst meitenes – 15,70 % (zēni – 10,70 %);
- C līmeni visvairāk iegūst meitenes – 26,20 % (zēni – 20,70 %);
- D līmeni iegūst vienlīdz daudz zēnu un meiteņu;
- E līmeni vairāk iegūst zēni – 23,20 % (meitenes – 17,20 %);
- F līmeni vairāk iegūst zēni – 12,60 % (meitenes – 7,90 %).

2006. gada tendence – A, B, C līmeņus vairāk iegūst meitenes, lai gan A līmenim atšķirība ir maza, savukārt E un F līmeņus vairāk iegūst zēni (skat. 6.1. attēlu).



6.1. att., **2006.gadā matemātikas eksāmena līmeņu sadalījums starp dzimumiem**

7. UZDEVUMI

Lai labāk apgūtu tēmas, ar kuru atrisināšanu Latvijas skolēniem ir problēmas, autore piedāvā pielāgotus Igaunijas matemātikas eksāmenu uzdevumus. 2. pielikumā ir atrodami Latvijas CME pēdējo trīs gadu CME uzdevumi ar atrisinājumiem. (3) Sākotnēji bija doma piedāvāt igauņu matemātikas eksāmenu uzdevumus, taču, iepazīstoties ar tiem, autore secināja, ka ir nepieciešams veikt korekcijas. 3. pielikumā ir atrodami igauņu eksāmenu tulkojumi. (4) Risinot igauņu matemātikas eksāmenu uzdevumus, autore secināja, ka Latvijas un Igaunijas vidusskolas matemātikas saturs ir atšķirīgs. Igauņu uzdevumi ir daudz komplicētāki, tāpēc nācās tos pielāgot latviešu skolēniem ar pamatzināšanām matemātikā.

Apakšnodaļās ir igauņu pielāgotie uzdevumi.

7.1 Funkcijas

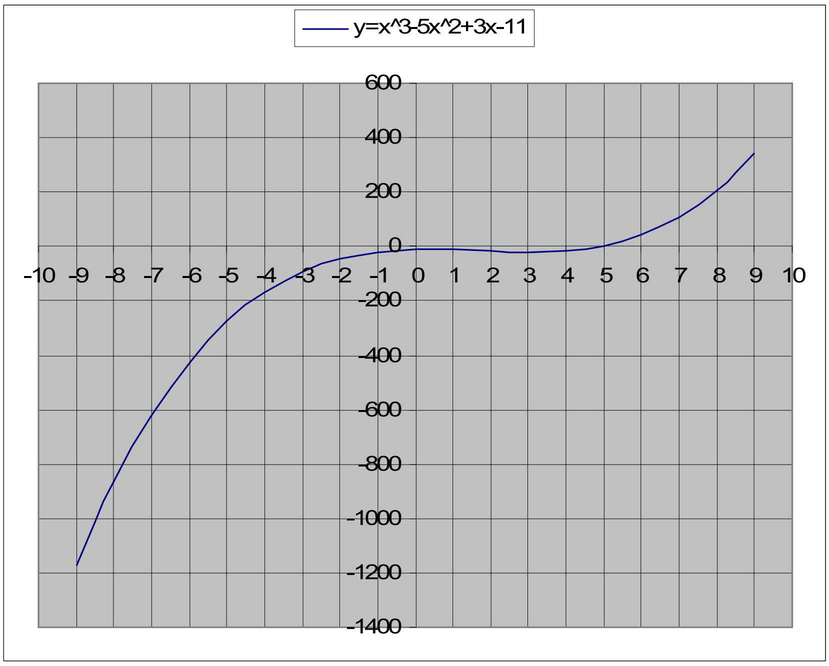
- Dota funkcija $\gamma = \chi^3 - 5\chi^2 + 3\chi - 11$

1) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalu;
2) Atrast funkcijas maksimālās vērtības intervālā [0;5].

Atrisinājums.

Uzzīmē funkcijas grafiku.

x	y=x^3-5*(x^2)+3*x-11
-9	-1172
-8	-867
-7	-620
-6	-425
-5	-276
-4	-167
-3	-92
-2	-45
-1	-20
0	-11
1	-12
2	-17
3	-20
4	-15
5	4
6	43
7	108
8	205
9	340



Pēc grafika nolasa, ka funkcija $\gamma = \chi^3 - 5\chi^2 + 3\chi - 11$ dilst apgabalā $\chi \in$ (0; 3),

bet aug $\chi \in$ (-∞; 0)U(3; +∞).

Funkcijas maksimālā vērtība intervālā [0;5] ir (5;4).

- Dota funkcija $\gamma = -\chi^3 + 6\chi^2 - 9\chi + 5$

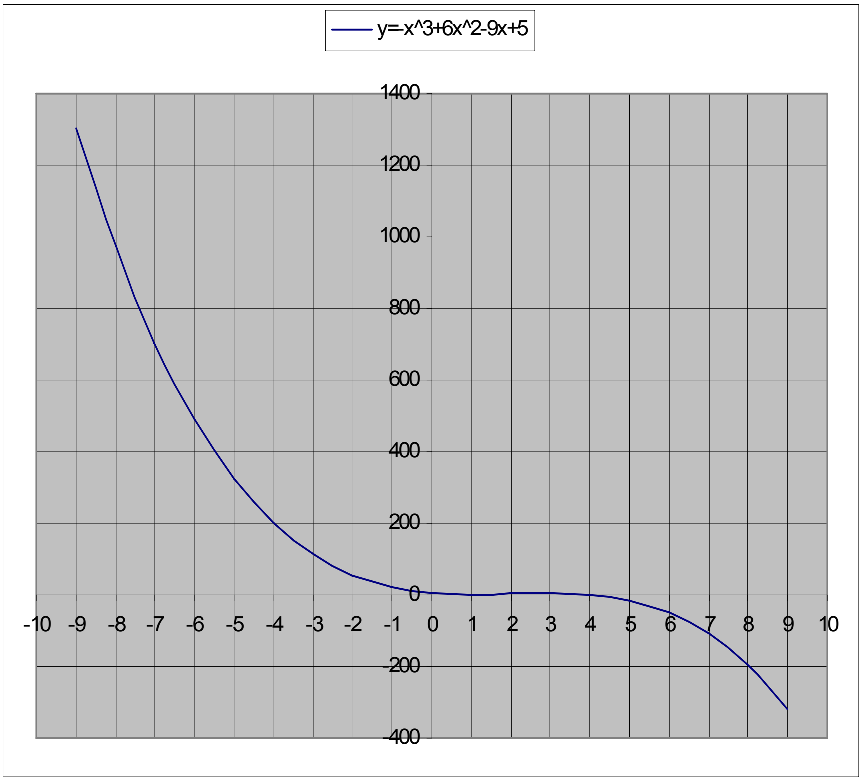
1) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalu;

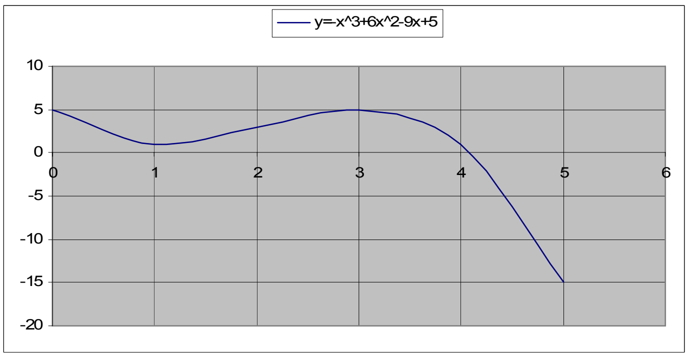
2) Atrast funkcijas maksimālo vērtību intervālā [0;5].

Atrisinājums.

Uzzīmē funkcijas grafiku.

x	y=-x^3+6*(x^2)-9*x+5
-9	1301
-8	973
-7	705
-6	491
-5	325
-4	201
-3	113
-2	55
-1	21
0	5
1	1
2	3
3	5
4	1
5	-15
6	-49
7	-107
8	-195
9	-319





Funkcija $\gamma = -\chi^3 + 6\chi^2 - 9\chi + 5$ dilst apgabalā $\chi \in (-\infty;1)\mathrm{U}(3;+\infty)$, bet aug apgabalā $\chi \in (1;3)$.

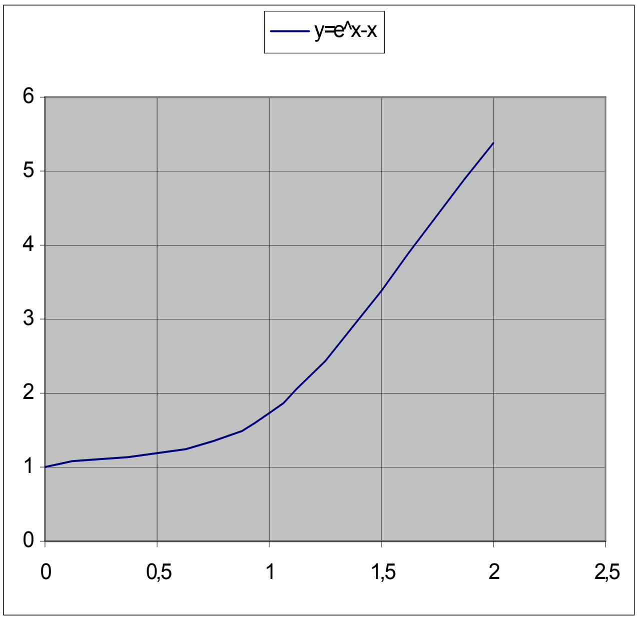
Savukārt funkcijas maksimālā vērtība intervālā [0;5] ir (3;5).

- Dota funkcija $\gamma = e^{\chi} - \chi$. Uzzīmēt funkcijas grafiku intervālā [0;2].

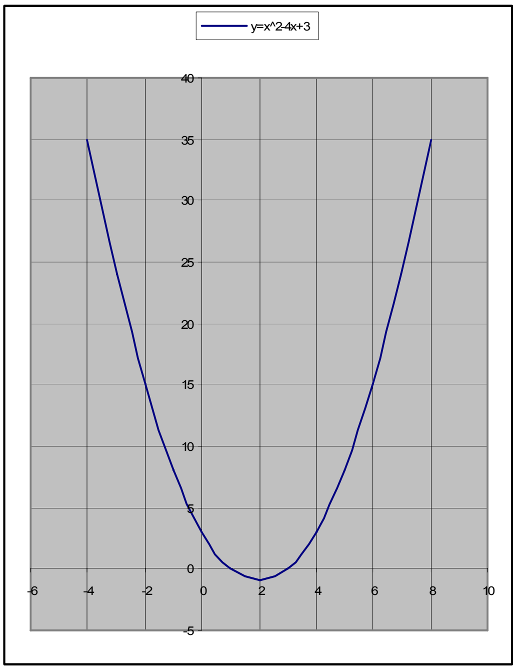
Atrisinājums.

Uzzīmē funkcijas grafiku.

x	y=e^x-x
0	1
1	1,718281828
2	5,389056099



- Zīmējumā redzams funkcijas $\gamma = \chi^2 - 4\chi + 3$ grafiks



1) Zīmējumā iezīmēt funkcijas $\gamma = -2\chi + 3$ grafiku;

2) Noteikt funkciju nulles punktu;

3) Noteikt apgabalu, kurā kvadrātvienādojums dilst un aug;

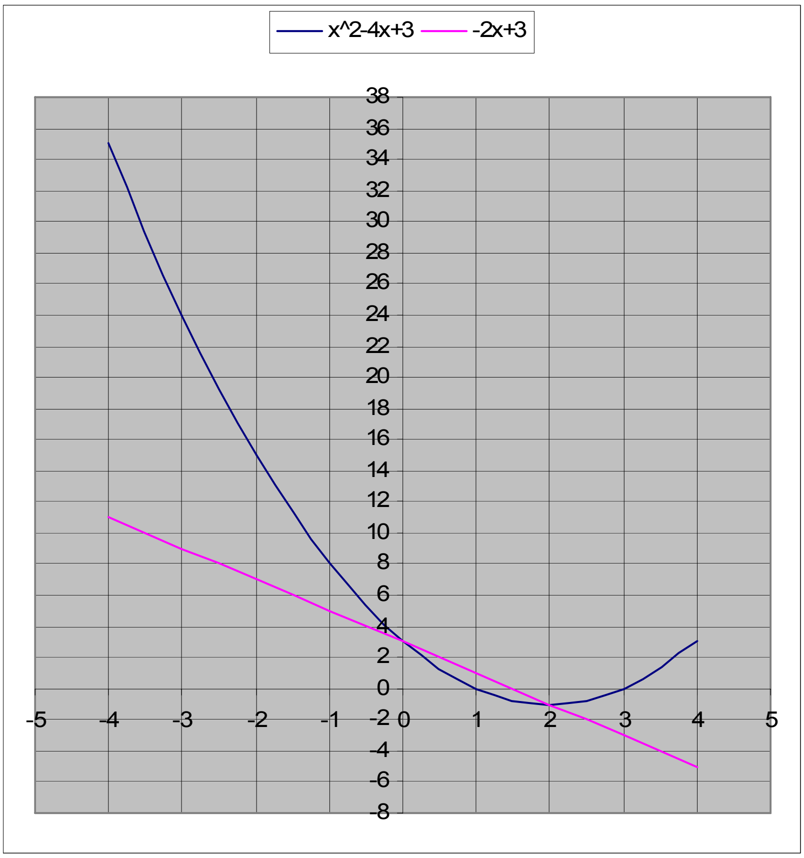
4) Noteikt kvadrātvienādojuma vismazākās vērtības;

5) Noteikt apgabalu, kurā abas funkcijas ir negatīvas.

Atrisinājums.

Uzzīmē funkcijas $\gamma = -2\chi + 3$ grafiku.

x	y=-2x+3
-4	11
-3	9
-2	7
-1	5
0	3
1	1
2	-1
3	-3
4	-5



Funkcijas nulles punkti kvadrātvienādojumam punktos (1;0) un (3;0), bet lineārajai funkcijai nulles punktu var aprēķināt sekojoši: $0 = -2\chi + 3$

$$2\chi = 3$$

$$\chi = \frac{3}{2} = 1.5$$

Tātad funkcijas $\gamma = -2\chi + 3$ nulles punkts ir (1,5;0).

Kvadrātvienādojums dilst apgabalā $\chi \in (-\infty;2)$, bet aug $\chi \in (2;+\infty)$.

Kvadrātvienādojuma vismazākā vērtība ir punktā (2;-1), kuru var uzzināt ne tikai nolasot no grafika, bet arī izrēķinot izmantojot formulas $(-\frac{b}{2a};\frac{4ac-b^2}{4a})$

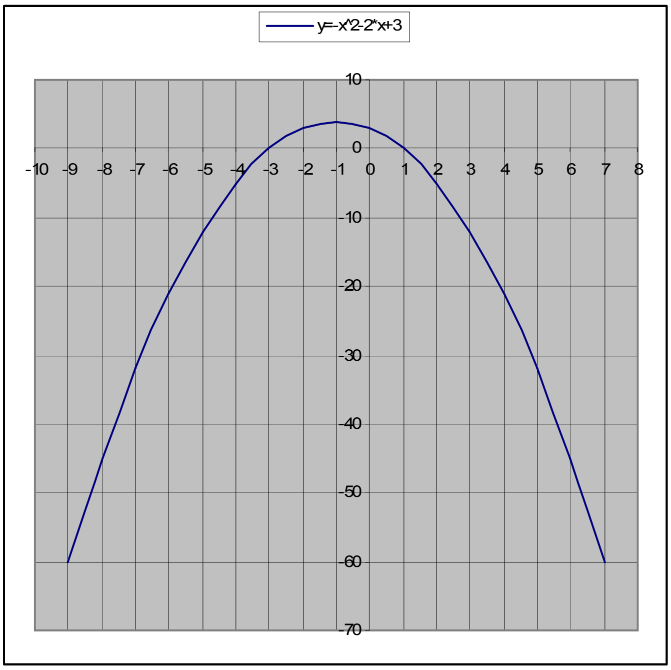
$$(-\frac{-4}{2\cdot 1};\frac{4\cdot 1\cdot 3-(-4)^2}{4\cdot 1})$$

$$(\frac{4}{2};\frac{12-16}{4})$$

(2;-1)

Abas funkcijas ir negatīvas apgabalā $\chi \in (1;3)$

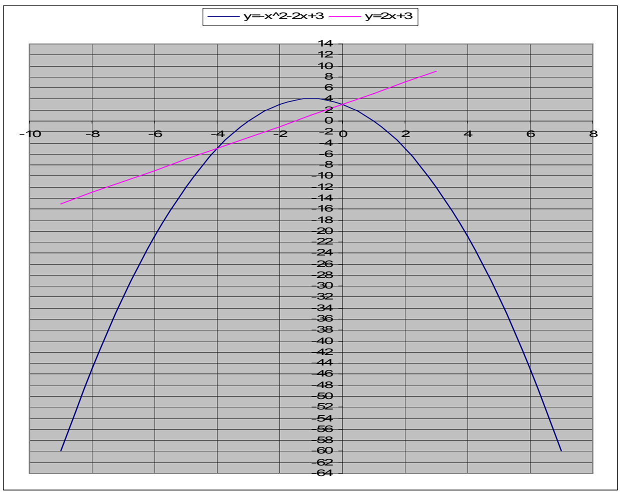
- Zīmējumā ir redzams funkcijas $y = -\chi^2 - 2\chi + 3$ grafiks.



1) Zīmējumā iezīmēt funkcijas $y = 2\chi + 3$ grafiku;
2) Noteikt kā vienas tā otras funkcijas nulles punktu;
3) Noteikt apgabalu, kurā kvadrātvienādojums aug un dilst;
4) Noteikt kvadrātvienādojuma lielāko vērtību;
5) Noteikt apgabalu, kurā abas funkcijas ir pozitīvas.

Atrisinājums.

Uzzīmē funkcijas $y = 2\chi + 3$ grafiku.



x	y=2*x+3
-9	-15
-8	-13
-7	-11
-6	-9
-5	-7
-4	-5
-3	-3
-2	-1
-1	1
0	3
1	5
2	7
3	9

Kvadrātvienādojuma nulles punkti ir (-3;0) un (1;0), kurus var nolasīt no grafika.

Turpretī $y = 2\chi + 3$ nulles punktu var atrast $0 = 2\chi + 3$

$2\chi = -3$

$2\chi = -3$

$\chi = -\frac{3}{2} = -1.5$, tātad šīs funkcijas nulles punkts ir (1.5;0).

Kvadrātvienādojums aug apgabalā $\chi \in$ (-∞;-1), bet dilst $\chi \in$ (-1;+ ∞).

Kvadrātvienādojuma $y = -\chi^2 - 2\chi + 3$ lielākā vērtība ir punktā (-1;4), kuru var nolasīt no grafika, kā arī aprēķināt sekojoši: $(-\frac{b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a})$

$$(-\frac{-2}{2\cdot(-1)}; \frac{4\cdot(-1)\cdot 3 - (-2)^2}{4\cdot(-1)})$$

$$(-\frac{-2}{-2}; \frac{-12-4}{-4})$$

$$(-1; \frac{-16}{-4})$$

$(-1; 4)$

Abas funkcijas ir pozitīvas apgabalā $\chi \in$ (-1.5;1).

- Dota funkcija $y = \frac{1}{3}\chi^3 - \frac{3}{2}\chi^2$

1) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalu;

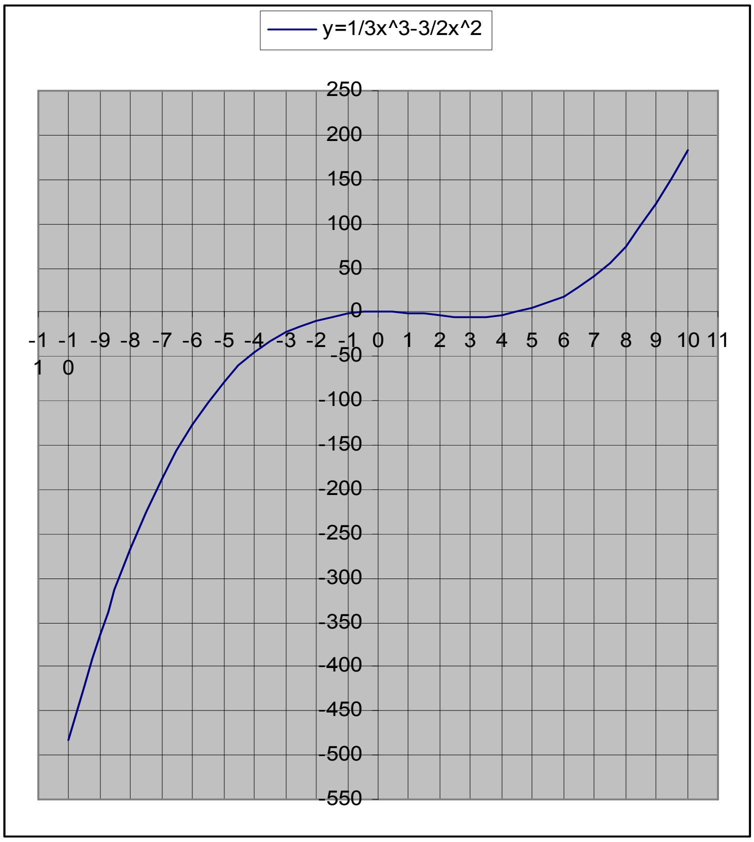
2) Atrast funkcijas nulles punktu;

3) Uzskicēt funkcijas $y = \frac{1}{3}\chi^3 - \frac{3}{2}\chi^2$ grafiku.

Atrisinājums.

Sākumā uzskicē funkcijas $y = \frac{1}{3}\chi^3 - \frac{3}{2}\chi^2$ grafiku.

x	y=1/3x^3-3/2x^2
-10	-483,3333333
-9	-364,5
-8	-266,6666667
-7	-187,8333333
-6	-126
-5	-79,16666667
-4	-45,33333333
-3	-22,5
-2	-8,666666667
-1	-1,833333333
0	0
1	-1,166666667
2	-3,333333333
3	-4,5
4	-2,666666667
5	4,166666667
6	18
7	40,83333333
8	74,66666667
9	121,5
10	183,3333333



No uzskicētā funkcijas grafika var redzēt, ka funkcija aug $\chi \in$(-∞;0)U(3;+ ∞), bet dilst apgabalā $\chi \in$(0;3).

Funkcijas nulle ir punktā (0;0).

- Dota funkcija $y = \chi^3 - 3\chi - 3$

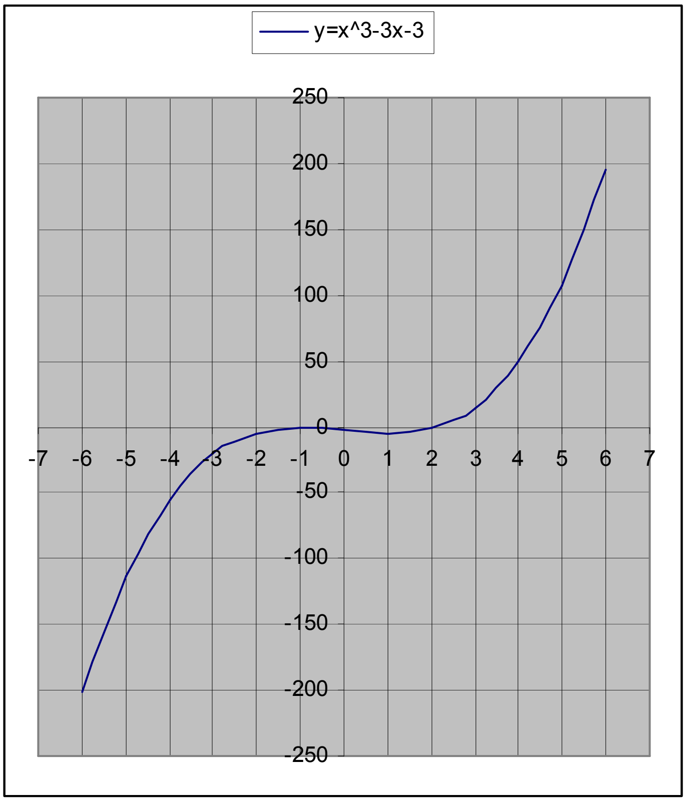
1) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalu;

2) Uzskicēt funkcijas grafiku.

Atrisinājums.

Uzskicē funkcijas $y = \chi^3 - 3\chi - 3$ grafiku.

x	y=x^3-3x-3
-6	-201
-5	-113
-4	-55
-3	-21
-2	-5
-1	-1
0	-3
1	-5
2	-1
3	15
4	49
5	107
6	195



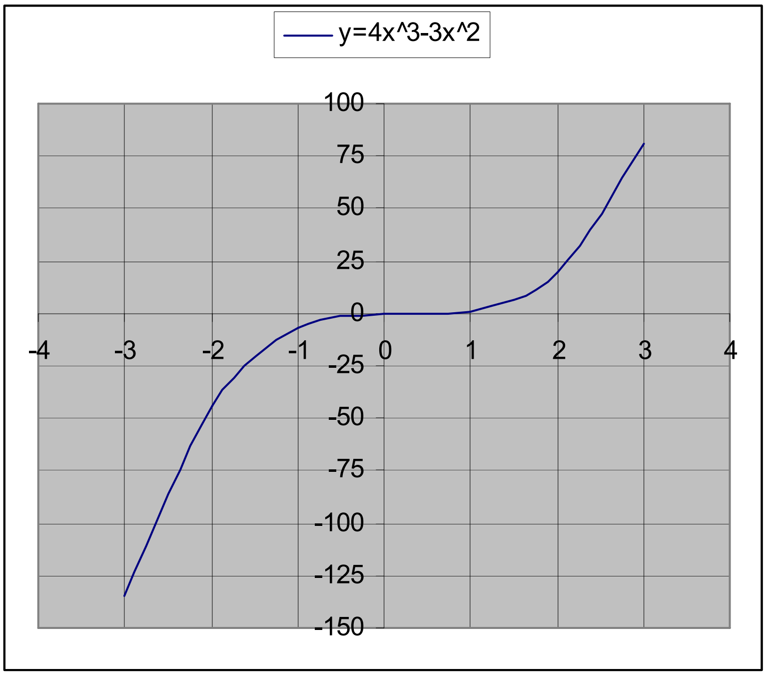
No funkcijas grafika nolasa, ka funkcija aug apgabalā $\chi \in (-\infty;-1)U(1;+\infty)$, bet dilst apgabalā $\chi \in (-1;1)$.

- Atrast funkcijas $y = 4\chi^3 - 3\chi^2$ augšanas un dilšanas apgabalu.

Atrisinājums.

Uzskicē funkcijas $y = 4\chi^3 - 3\chi^2$ grafiku, pēc kura arī varēs noteikt augšanas un dilšanas apgabalu.

x	y=4x^3-3x^2
-3	-135
-2	-44
-1	-7
0	0
1	1
2	20
3	81



Pēc grafika var redzēt, ka funkcija aug apgabalā $\chi \in (-\infty;+\infty)$. Šai funkcijai nav apgabalu, kurā tā diltu.

- Dota funkcija $y = \chi^2 - 8\ln\chi$

1) Atrast funkcijas definīcijas apgabalu;

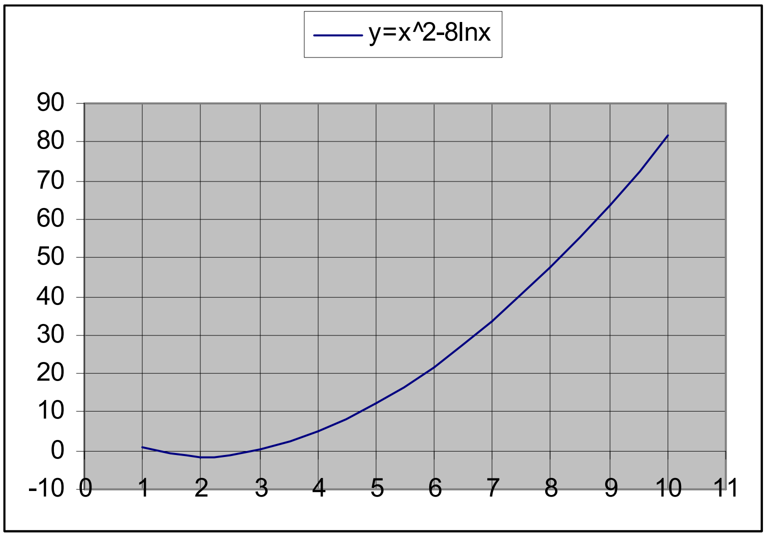
2) Atrast augšanas un dilšanas apgabalu;

3) Atrast funkcijas $y = \chi^2 - 8\ln\chi$ mazāko vērtību apgabalā [1;3]

Atrisinājums.

Uzskicē funkcijas $y = \chi^2 - 8\ln\chi$ grafiku.

x	y=x^2-8lnx
1	1
2	-1,545177444
3	0,211101691
4	4,909645111
5	12,1244967
6	21,66592425
7	33,43271881
8	47,36446767
9	63,42220338
10	81,57931926



Funkcijas $y = \chi^2 - 8\ln\chi$ definīcijas apgabals ir $\chi \in (0;+\infty)$

Funkcija dilst intervālā $\chi \in$ (0;2), bet aug $\chi \in (2;+\infty)$

Savukārt funkcijas $y = \chi^2 - 8\ln\chi$ mazākā vērtība intervālā [1;3] ir punktā (2;-1,55)

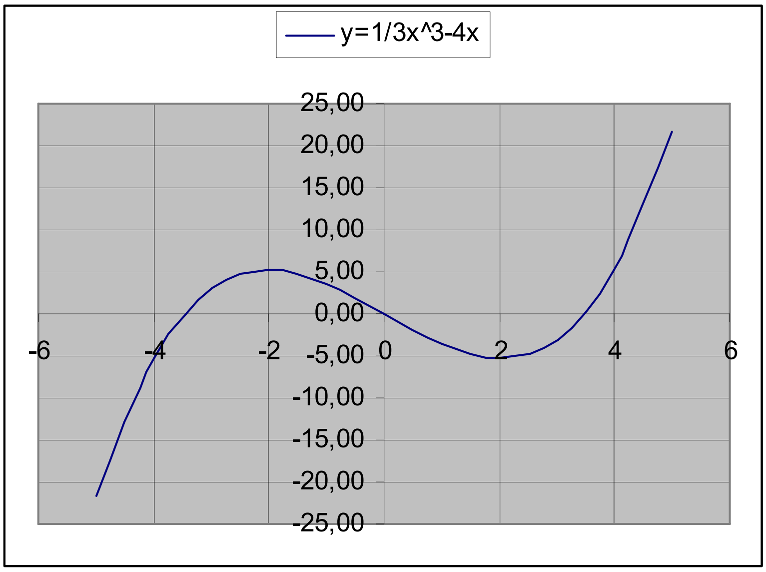
- Dota funkcija $y = \frac{1}{3}\chi^3 - 4\chi$

1) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalus;

2) Atrast funkcijas minimuma un maksimuma punktu koordinātas intervālā [-3;3].

Atrisinājums.

x	y=1/3x^3-4x
-5	-21,67
-4	-5,33
-3	3,00
-2	5,33
-1	3,67
0	0,00
1	-3,67
2	-5,33
3	-3,00
4	5,33
5	21,67



Funkcija aug apgabalā $\chi \in$(-∞;-2)U(2;+ ∞), bet dilst $\chi \in$(-2;2)

Funkcijas $y = \frac{1}{3}\chi^3 - 4\chi$ minimuma punkts intervālā [-3;3] ir (2;-5,33), bet maksimuma punkts ir (-2; 5,33).

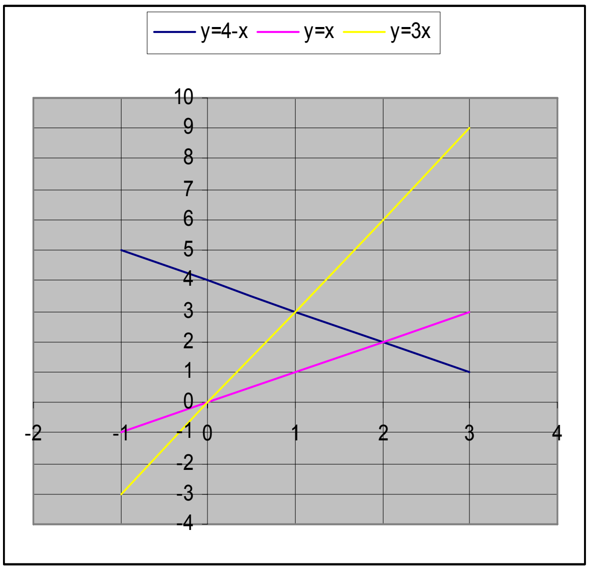
- Dotas taisnes $y = 4 - \chi$, $y = \chi$ un $y = 3\chi$

1) Attēlot taisnes koordinātu plaknē;

2) Noteikt taišņu $y = 4 - \chi$ un $y = \chi$ krustpunkta koordinātas.

Atrisinājums.

Uzzīmē dotās taisnes.



Taišņu krustpunktu (0;0) apzīmēsim ar A, krustpunktu (2;2) ar B, bet krustpunktu (1;3) ar C.

Taišņu $y = 4 - \chi$ un $y = \chi$ krustpunkta koordinātes ir (2;2).

- Dota funkcija $y = 2\chi^3 - 3\chi^2 + 1$

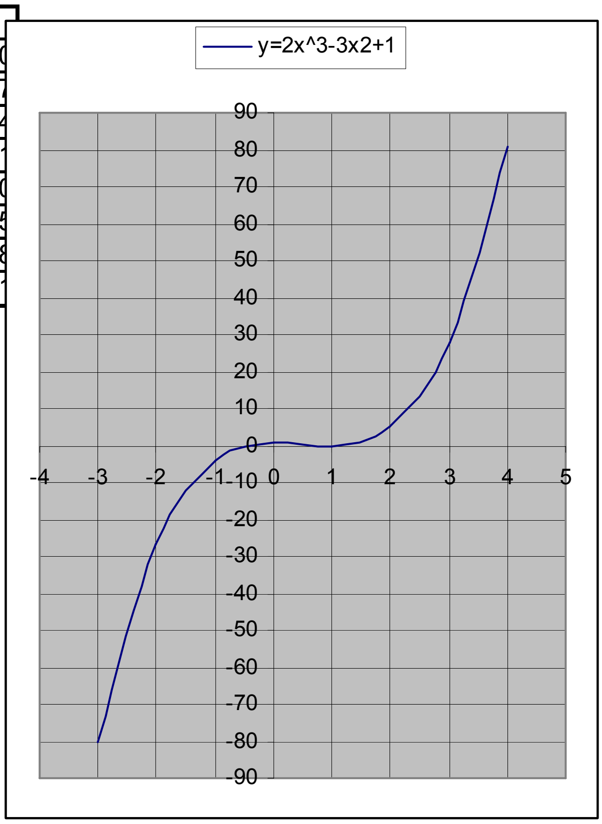
1) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalus;

2) Atrast funkcijas minimuma un maksimuma punktu koordinātes intervālā [0;2].

Atrisinājums.

Uzzīmē funkcijas grafiku.

x	y=2x^3-3x2+1
-3	-80
-2	-27
-1	-4
0	1
1	0
2	5
3	28
4	81



Funkcija aug intervālā $\chi \in$(-∞;0)U(1;+∞), bet dilst apgabalā (0;1).

Intervālā [0;2] minimuma punkta koordinātes – (1;0) bet maksimuma punkta koordinātes – (2;5).

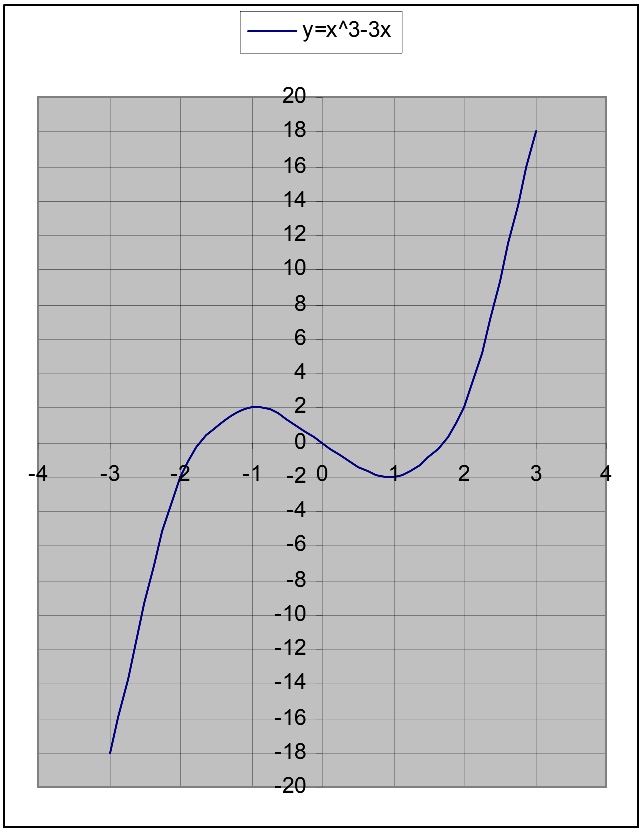
- Dota funkcija $y = \chi^3 - 3\chi$

1) Atrast funkcijas nulles punktu
2) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalus;
3) Atrast funkcijas maksimuma un minimuma punktu koordinātas intervālā (-2;2);
4) Noteikt dotās funkcijas pozitīvo apgabalu.

Atrisinājums.

Uzzīmē funkcijas grafiku.

x	y=x^3-3x
-3	-18
-2	-2
-1	2
0	0
1	-2
2	2
3	18



Funkcijas nulle ir punktā (0;0).

Funkcija aug apgabalā $\chi \in(-\infty;-1)U(1;+\infty)$, bet dilts - $\chi \in(-1;1)$.

Intervālā (-2;2) funkcijas minimuma punkta koordinātes ir (1;-2), bet maksimuma punkta koordinātes ir (-1;2).

Dotās funkcijas pozitīvais apgabals ir $\chi \in(-\sqrt{3};0)U(\sqrt{3};+\infty)$

Precīzus intervāla galapunktus var aprēķināt sekojoši: $y=\chi^3-3\chi$ kad $y=0$

$0=\chi^3-3\chi$

$\chi(\chi^2-3)=0$

$\chi_1=0$ un $\chi^2-3=0$

$\chi^2=3$

$\chi=\sqrt{3}$

$\chi_{2,3}=\pm\sqrt{3}$

- Dota funkcija $f(\chi)=\chi\ln 6-\chi\ln\chi$. Atrast funkcijas grafika un x – ass krustpunktus.

Atrisinājums.

$f(\chi) = \chi \ln 6 - \chi \ln \chi$
$0 = \chi \ln 6 - \chi \ln \chi$
$\chi(\ln 6 - \ln \chi) = 0$
$\chi_1 = 0$
$\ln 6 - \ln \chi = 0$
$\ln 6 = \ln \chi$

Tā kā bāzes ir vienādas, tad arī zem logaritma izteiksmēm ir jābūt vienādām.

$\chi_2 = 6$

Grafiks krusto *x* asi punktā (0;0) un (6;0).

7.2. Kombinatorika

• Tiek svērtas 20 tabletes, no kurām 12 tabletēm ir normāls svars, bet pārējās ir smagākas. Tās tabletes, kas ir smagākas, tiek noliktas atsevišķi, bet vēlāk nejauši visas tabletes sajauc kopā un 12 tabletes ieliek burkā. Atrast varbūtību, ka burkā no nejauši saliktajām tabletēm

a) visas12 tabletes ir ar normālu svaru;

b) no ieliktajām tabletēm tikai 4 ir ar normālu svaru.

Atrisinājums.

a) $\dfrac{12}{C_{20}^{12}} = \dfrac{12}{\dfrac{20!}{8!\cdot 12!}} = \dfrac{12}{125970}^{(:6} = \dfrac{2}{20995}$

b) $\dfrac{C_{12}^{4}}{C_{20}^{4}} \cdot \dfrac{8}{C_{20}^{8}} = \dfrac{495}{4845}^{(:5} \cdot \dfrac{8}{125970}^{(:2} = \dfrac{99}{969} \cdot \dfrac{4}{62985} = \dfrac{9801}{61032465}$

• A klasē ir 30 un B klasē ir 32 skolēni. Deviņiem A klases skolēniem rakstiskajā kontroldarbā novērtējums bija „labi” un desmit B klases skolēniem novērtējums bija „labi”. Atrast varbūtību, ka

a) no B klases nejauši paņemts darbs ir novērtēts „labi”;

b) nejauši paņemts viens darbs no A klases un viens darbs no B klases būs novērtēti ar „labi”.

Atrisinājums.

A klasē 9 darbi – „labi”

21 darbs novērtēts ar citu vērtējumu

B klasē 10 darbi – „labi”

22 darbi novērtēti ar citu vērtējumu

a) $\dfrac{C_{10}^{1}}{C_{32}^{1}} = \dfrac{\dfrac{10!}{9!\cdot 1!}}{\dfrac{32!}{31!\cdot 1!}} = \dfrac{10}{32}^{(:2} = \dfrac{5}{16}$

b) $\dfrac{C_{10}^{1}}{C_{32}^{1}} \cdot \dfrac{C_{9}^{1}}{C_{30}^{1}} = \dfrac{5}{16} \cdot \dfrac{\dfrac{9!}{8!\cdot 1!}}{\dfrac{30!}{29!\cdot 1!}} = \dfrac{5}{16} \cdot \dfrac{9}{30} = \dfrac{9}{96}^{(:3} = \dfrac{3}{32}$

• Skolniekam uz galda stāv 16 ārēji vienādas kastītes, katrā kastītē ir rakstīts viens vienādojums. Starp dotajiem vienādojumiem 9 kastītēs ir eksponentvienādojumi, bet pārējās kastītēs ir logaritmiskie vienādojumi. Atrast varbūtību, ka nejauš izvēlētajā

a) vienā kastītē būs logaritmiskais vienādojums;

b) pēc kārtas ņemot divas kastītes, vienā būs logaritmiskais vienādojums, bet otrajā būs eksponentvienādojums.

Atrisinājums.

16 kastītes:

9 eksponentvienādojumi

7 logaritmiskie vienādojumi

a) $\dfrac{C_{7}^{1}}{C_{16}^{1}} = \dfrac{\dfrac{7!}{6!\cdot 1!}}{\dfrac{16!}{15!\cdot 1!}} = \dfrac{7}{16}$

b) $\dfrac{C_{7}^{1}}{C_{16}^{1}} \cdot \dfrac{C_{9}^{1}}{C_{15}^{1}} = \dfrac{7}{16} \cdot \dfrac{9}{15} = \dfrac{63}{240}^{(:3} = \dfrac{21}{80}$

• Spainī ir 6 melnas un 4 baltas bumbiņas. Nejauši no spaiņa tiek izņemta viena bumbiņa. Cik liela ir varbūtība, ka izvēlētā bumbiņa ir balta?

Atrisinājums.

$$P(A)=\frac{4}{10}^{(:2}=\frac{2}{5}$$

• Spainī ir 8 baltas un 6 melnas bumbiņas. Nejauši tiek paņemta viena bumbiņa un pēc tam otra. Kāda ir varbūtība, ka izvēlētas ir

a) abas baltas bumbiņas;

b) abas bumbiņas ir vienā krāsā.

Atrisinājums.

a) $P(A)=\frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13}=\frac{8}{26}^{(:2}=\frac{4}{13}$

b) $P(B)=\frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13}+\frac{6}{14}\cdot\frac{5}{13}=\frac{4}{13}^{(\cdot 14}+\frac{30}{182}=\frac{56+30}{182}=\frac{86}{182}=2\frac{5}{91}$

• Klasē ir 6 meitenes un 4 puiši. Kādu dienu skolā ieradās 9 jaunieši. Kāda ir varbūtība, ka skolā nebūs visas meitenes?

Atrisinājums.

$$P(A)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

• Klasē ir 8 meitenes un 6 puiši. Kādu dienu skolā ieradās 12 jaunieši. Kāda ir varbūtība, ka skolā būs ieradušies

a) gan zēni, gan meitenes, bet zēni nebūs visi;

b) nebūs ne visi zēni, ne visas meitenes.

Atrisinājums.

a) $P(A)=\frac{8}{12}\cdot\frac{4}{4}=\frac{2}{3}$

b) $P(A)=\frac{7}{12}+\frac{5}{12}=\frac{12}{12}=1$

• Kastē ir 8 zili un 4 melni zīmuļi.

1) No kastes nejauši izvelk vienu zīmuli, paskatās krāsu un atliek atpakaļ kastē. Kāda ir varbūtība, ka izvilktais zīmulis ir vai nu melns vai zils?

2) No kastes nejauši izņem piecus zīmuļus.

a) Cik daudz ir variantu kādā iespējams paņemt piecus zīmuļus?

b) Kāda ir varbūtība, ka no pieciem zīmuļiem 2 ir zili, bet 3 ir melni?

c) Kāda ir varbūtība, ka no izvilktajiem zīmuļiem visi pieci zīmuļi ir zili?

Atrisinājums.

1) $P(A) = \frac{8}{12} + \frac{4}{12} = \frac{12}{12} = 1$

2)

a) $C_{12}^{5} = \frac{12!}{7! \cdot 5!} = 792$

b) $C_8^2 \cdot C_4^3 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} \cdot \frac{4!}{1! \cdot 3!} = \frac{6720}{112} = 112$

c) $\frac{C_8^5}{C_{12}^5} = \frac{\frac{8!}{3! \cdot 5!}}{\frac{12!}{7! \cdot 5!}} = \frac{56}{792}^{(:8} = \frac{7}{99}$

• Mākslinieks dāvina savai kādreizējai skolai 4 gleznas, kas novietotas aktu zālē pie sienas. Cik daudz atšķirīgu iespēju ir 4 gleznas novietot vēl augstāk? Kāda ir varbūtība, ka gleznas pie sienas novietotas tāpat kā to būtu izvēlējusies māksliniece?

Atrisinājums.

Cik daudz dažādu iespēju ir novietot gleznas pie sienas?

$P = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

Kāda ir varbūtība, ka gleznas pie sienas novietotas tāpat kā to būtu izvēlējusies māksliniece?

$P(A) = \frac{1}{24}$

• Grozā ir 25 āboli. No tiem 6 ir tārpaini. Kāda ir varbūtība, ka

1) Uz labu laimi paņemts ābols nebūs tārpains;

2) Ņemot divus ābolus pēc kārtas viens ābols būs vesels, bet otrs būs tārpains.

Atrisinājums.

Grozā r 25 āboli, no kuriem 6 ir tārpaini, bet 19 āboli ir veseli.

1) $\dfrac{C_{19}^1}{C_{25}^1} = \dfrac{\dfrac{19!}{18!\cdot 1!}}{\dfrac{25!}{24!\cdot 1!}} = \dfrac{19}{25}$

2) $\dfrac{C_{19}^1}{C_{25}^1} \cdot \dfrac{C_6^1}{C_{24}^1} = \dfrac{\dfrac{19!}{18!\cdot 1!}}{\dfrac{25!}{24!\cdot 1!}} \cdot \dfrac{\dfrac{6!}{5!\cdot 1!}}{\dfrac{24!}{23!\cdot 1!}} = \dfrac{19}{25} \cdot \dfrac{6}{24}^{(:6} = \dfrac{19}{100} = 0{,}19$

7.3. Trigonometrija

• Atrisināt vienādojumu $\cos 2\pi - \cos 2\chi = \cos(\frac{\pi}{2} - \chi)$

Atrisinājums.

$\cos 2\pi - \cos 2\chi = \cos(\frac{\pi}{2} - \chi)$

$\cos 2\pi = 1$ un $\cos(\frac{\pi}{2} - \chi)$ pārveidojot izmanto redukcijas formulas

$1 - \cos 2\chi = \sin \chi$

Tālāk izmanto funkciju pakāpēs formulu $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$

Iegūst izteiksmi $2\sin^2 \chi - \sin \chi = 0$

$\sin \chi (2\sin \chi - 1) = 0$

$\sin \chi = 0$ un $2\sin \chi - 1 = 0$

$\chi_1 = 0 + 2\pi n, n \in Z$ un $2\sin \chi = 1$

$\sin \chi = \frac{1}{2}$

$$\chi_2 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

• Aprēķināt izteiksmi $[\sin(\pi-\alpha)+\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)]^2 - 2\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot\cos(2\pi-\alpha)+tg(\pi+\alpha)$, ja $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Atrisinājums.

$[\sin(\pi-\alpha)+\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)]^2 - 2\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot\cos(2\pi-\alpha)+tg(\pi+\alpha) =$

pārveido ar redukcijas formulu palīdzību izteiksmi

$= [\sin\alpha + \cos\alpha]^2 + 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha + tg\alpha =$

$= \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha + \cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha + tg\alpha =$

izmantojot formulu $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ pārveido

$= 1 + 4\sin\alpha\cdot\cos\alpha + \cos^2\alpha + tg\alpha =$

izmantojot formulu $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ pārveido

$= 1 + tg\alpha + 2\sin 2\alpha =$

ievieto $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$= 1 + tg\frac{\pi}{4} + 2\sin 2\cdot\frac{\pi}{4} = 1 + 1 + 2 = 4$

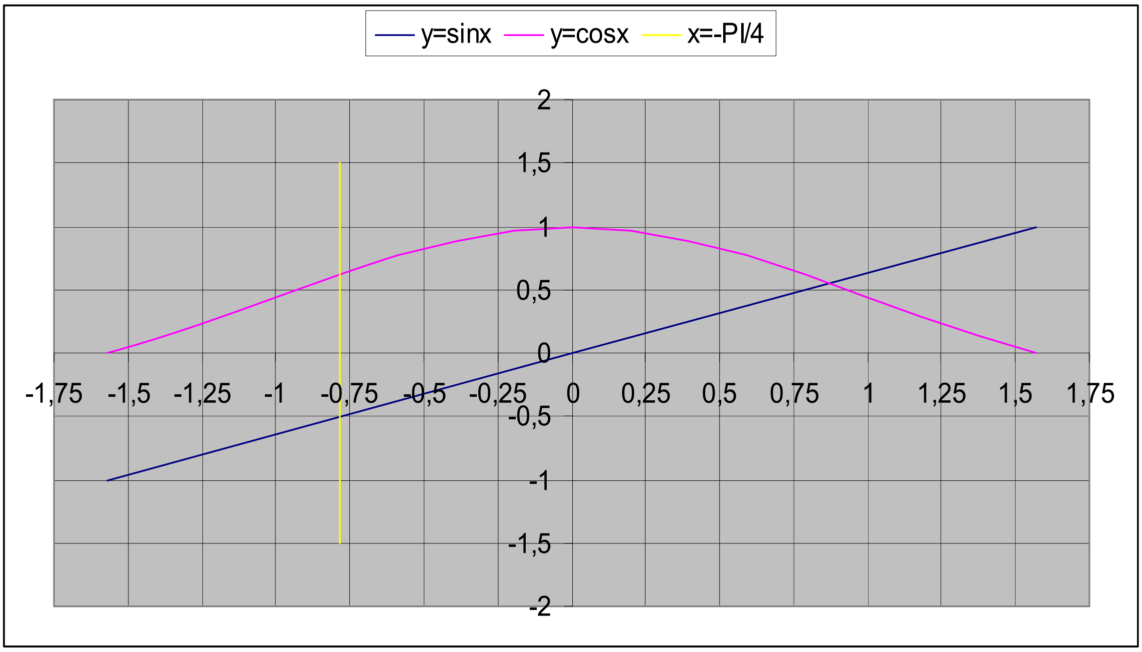
• Doti vienādojumi $y = \sin\chi$ un $y = \cos\chi$

1) Uzskicēt vienādojumus intervālā [-$\frac{\pi}{2}$;$\frac{\pi}{2}$]

2) Atrast punktus, kuros dotie vienādojumi krustojas ar $\chi = -\frac{\pi}{4}$.

Atrisinājums.

Uzskicē vienādojumus prasītajā apgabalā, kā arī iezīmē taisni $\chi = -\frac{\pi}{4}$.



Pēc grafika var nolasīt vai arī zinot trigonometrisko vērtību tabulu var noteikt, ka taisne $\chi = -\frac{\pi}{4}$ krustojas ar vienādojumu $y = \sin \chi$ punktā $(-\frac{\pi}{4}; -\frac{1}{2})$, bet ar vienādojumu $y = \cos \chi$ krustojas punktā $(-\frac{\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$.

- Atrast funkcijas $f(\chi) = \sin 2\chi$ un $g(\chi) = \sin \chi$ atrisinājumus apgabalā [0;2].

Atrisināt vienādojumu, kad $f(\chi) = g(\chi)$;

Atrisinājums.

$f(\chi) = g(\chi)$

$\sin 2\chi = \sin \chi$

$\sin 2\chi - \sin \chi = 0$

$\sin \chi(2\cos \chi - 1) = 0$

$\sin \chi = 0$ un $2\cos \chi - 1 = 0$

$\chi_1 = \pi + 2\pi n, n \in Z$ un $2\cos \chi = 1$

$$\cos \chi = \frac{1}{2}$$

$$\chi_2 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

• 1) Atrisināt vienādojumu $\cos\chi + \sin\chi = 1$, ja $\chi \in [-2\pi; 2\pi]$;

2) Atrast visas parametra a vērtības, kuras reizē apmierina vienādojumu $\cos\chi + \sin\chi = 1$ un $\cos\left(\frac{\chi}{2}\right) = a$, atrast kopīgo atrisinājumu, ja $\chi \in [-2\pi; 2\pi]$;

3) Atrast funkcijas $y = \cos\left(\frac{\chi}{2}\right)$ periodu un ieskicēt funkcijas grafiku, ka $\chi \in [-2\pi; 2\pi]$. Skicē iezīmēt funkcijas $y = \left|\cos\left(\frac{\chi}{2}\right)\right|$ grafiku.

Atrisinājums.

1)

$$\cos\chi + \sin\chi = 1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \chi - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\chi = 1$$

$$\sin\left(\chi - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\chi = 1$$

Izmanto funkciju summas un starpības formulu $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$$2\sin\frac{\chi - \frac{\pi}{2} + \chi}{2} \cdot \cos\frac{\chi - \frac{\pi}{2} - \chi}{2} = 1$$

$$2\sin\frac{2\chi - \frac{\pi}{2}}{2} \cdot \cos\frac{\pi}{4} = 1$$

$$2\sin\left(\chi - \frac{\pi}{4}\right)\frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$\sqrt{2}\sin\left(\chi-\frac{\pi}{4}\right)=1\,\Big|:\sqrt{2}$$

$$\sin\left(\chi-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\chi-\frac{\pi}{4}=(-1)^k\cdot\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+\pi k, k\in Z$$

$$\chi-\frac{\pi}{4}=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z$$

$$\chi=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z$$

$$\left\{\frac{\pi}{2};\pi\right\}$$

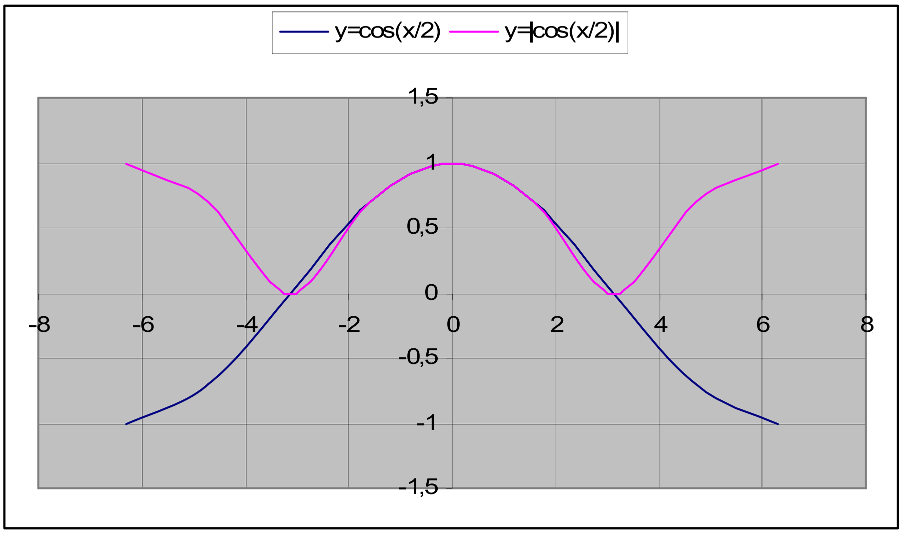
2)

$$\cos\left(\frac{\chi}{2}\right)=a$$

$$\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{2}\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}=a$$

$$\cos\frac{\pi}{2}=0=a$$

3)



Funkcijas $y=\cos\left(\frac{\chi}{2}\right)$ periods $T=4\pi$

• Atrast $\sin 2\alpha$, kad $\cos\alpha$ apmierina vienādojumu $25\cos^2\alpha + 5\cos\alpha - 12 = 0$ un $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Atrisinājums.

$25\cos^2\alpha + 5\cos\alpha - 12 = 0$

$\cos\alpha = t(apz.)$

$25t^2 + 5t - 12 = 0$

$D = 5^2 - 4\cdot 25\cdot(-12) = 25 + 1200 = 1225$

$t_1 = \frac{-5+35}{2\cdot 25} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

$t_2 = \frac{-5-35}{50} = \frac{-40}{50} = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$kad\ \cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1^{(\cdot 25} - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

$\sin\alpha$ ņem tikai pozitīvos, jo dotais intervāls ir II kvadrantā

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 2\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{24}{25}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$kad\ \cos\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1^{(\cdot 25} - \frac{16}{25} = \frac{25-16}{25} = \frac{9}{25}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

$\sin 2\alpha = 2\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{3}{5} = -\frac{24}{25}$

Arī šeit $\sin\alpha$ ņēma tikai pozitīvos, jo dotais intervāls ir II kvadrantā

Atbilde: $\sin 2\alpha = \frac{24}{25}$ un $\sin 2\alpha = -\frac{24}{25}$

• Atrast $\sin 2\alpha$, kad $\sin\alpha$ apmierina vienādojumu $\cos 2\alpha = 7\sin^2\alpha$ un $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Atrisinājums.

$\cos 2\alpha = 7\sin^2\alpha$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 7\sin^2\alpha$

$1 - \sin^2\alpha - \sin^2\alpha - 7\sin^2\alpha = 0$

$1 - 8\sin^2\alpha = 0$

$8\sin^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha = \frac{1}{8}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{8}} = \pm\frac{1}{4}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{16-1}{16} = \frac{15}{16}$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{15}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

Mums derēs tikai negatīvās vērtības, jo kosinuss III kvadrantā ir negatīvs.

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot -\frac{\sqrt{15}}{4} = -\frac{2\sqrt{15}}{16} = -\frac{\sqrt{15}}{8}$

$\cos^2\alpha = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{16-1}{16} = \frac{15}{16}$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{15}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

Mums derēs tikai negatīvās vērtības, jo kosinuss III kvadrantā ir negatīvs.

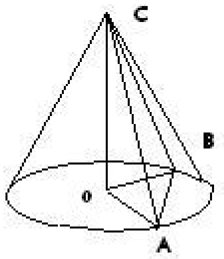
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right) = \frac{2\sqrt{15}}{16} = \frac{\sqrt{15}}{8}$

Atbilde: $\sin 2\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{8}$ un $\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{15}}{8}$

7.4. Ģeometrija

- Konusu šķeļ plakne. Plaknes garums ir vienlīdzīgs ar konusa rādiusu. Atrast konusa un atšķeltās daļas laukuma attiecību.

Atrisinājums.



Dots: Konuss

ABC - šķēlums

AB = OB = OA = R

R = x (apzīmē)

Jāaprēķina: $\frac{S_k}{S_{segm.}} - ?$

Aprēķins:

$$S_k = \pi R^2 = \pi \chi^2$$

$$S_{segmentam} = \frac{1}{2}\chi^2\left(\frac{\pi \cdot 60^0}{180^0} - \sin 60^0\right) = \frac{1}{2}\chi^2\left(\frac{\pi}{3} - \sin 60^0\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\chi^2\left(\frac{\pi}{3}^{(\cdot 2} - \frac{\sqrt{3}}{2}^{(\cdot 3}\right) = \frac{1}{2}\chi^2 \cdot \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{6} = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}\chi^2}{12}$$

$$\frac{2\pi - 3\sqrt{3}\chi^2}{12} \cdot \frac{1}{\pi\chi^2} = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12\pi}$$

Atbilde: konusa un atšķeltās daļas laukuma attiecība ir $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12\pi}$.

- Cilindra formas trauka augstums ir 5 dm un rādiuss ir 3 cm. Otrs tāds pats cilindrs ietilpst tajā, pie tam pirmā cilindra pilnas virsmas laukums ir par 25 % lielāks. Kāds ir otrā trauka pilnas virsmas laukums(iekšējā cilindra)?

Atrisinājums.

Dots: cilindra formas trauks

H = 5 dm

R = 3 cm = 0,3 dm

Jāaprēķina: S_2 - ?

Aprēķins:

Apzīmē: S_1 – lielā konusa laukums un S_2 – mazā konusa laukums

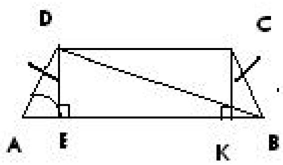
$$S_1 = 2\pi R(R+H) = 2\pi \cdot 0{,}3(0{,}3+5) = 0{,}6\pi \cdot 5{,}3 = 3{,}18\pi dm^2$$

$$S_2 = 75\% no S_1 = \frac{75}{100} \cdot S_1 = 0{,}75 \cdot 3{,}18\pi = 2{,}385\pi dm^2$$

Atbilde: Iekšējā cilindra pilnas virsmas laukums ir $2{,}385\,\pi$ dm^2.

- Dota vienādsānu trapece. Aprēķināt trapeces laukumu, ja viena trapeces mala ir 15 cm un diagonāle ir 20 cm un leņķis pie pamata ir 30^0.

Atrisinājums:



Dots: ABCD – vienādsānu trapece

AD = BC = 15 cm

$\angle$DAE = $\angle$CBK = 30^0

DB = 20 cm

Jāaprēķina: $S_{trapeces}$ - ?

Aprēķins:

Δ ADE – taisnleņķa

DE = $\frac{AD}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$, jo taisnleņķa trijstūrī mala pret 30^0 leņķi r puse no hipotenūzas.

AE var atrast izmantojot Pitagora teorēmu

$$AE^2 + ED^2 = AD^2$$

$$AE = \sqrt{AD^2 - ED^2} = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = \sqrt{225 - 56{,}25} = \sqrt{168{,}75} = \sqrt{25 \cdot 6{,}75} = 5\sqrt{6{,}75}$$

Δ EDB – taisnleņķa

Pēc Pitagora teorēmas atrod EB

$$EB = \sqrt{DB^2 - ED^2} = \sqrt{20^2 - 7{,}5^2} = \sqrt{400 - 56{,}25} = \sqrt{343{,}75} = \sqrt{25 \cdot 13{,}75} = 5\sqrt{13{,}75}$$

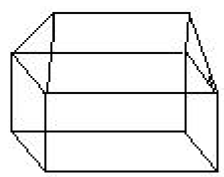
AB = AE + EB = $\sqrt{168{,}75} + \sqrt{343{,}75} = \sqrt{512{,}5} = 5\sqrt{20{,}5}$

$$S = \left(AB - AD \cdot \cos 30^0\right) \cdot AD \sin 30^0 = \left(5\sqrt{20{,}5} - 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 15 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \left(5\sqrt{20{,}5} - 7{,}5\sqrt{3}\right) \cdot 7{,}5 = \sqrt{512{,}5 - 168{,}75} \cdot 7{,}5 = \sqrt{343{,}75} \cdot 7{,}5 = 37{,}5\sqrt{13{,}75} cm^2$$

Atbilde: Vienādsānu trapeces laukums $S = 37{,}5\sqrt{13{,}75}$ cm^2.

- Taisnstūrveida mājas garums ir *a*, platums ir *b* un sienas augstums ir *c*. Jumta laukums sastāv no vienādsānu trapecēm un vienādsānu trijstūriem. Pie kam ir dots, ka leņķis starp augšējo horizontālo plakni (griestiem) un visām četrām jumta daļām ir α .

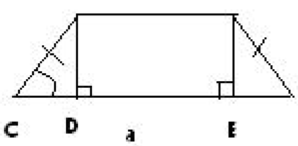


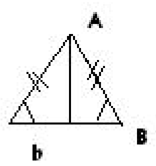
Atrast

1) jumta kores garumu;

2) jumta laukumu.

Atrisinājums.





$$\cos\alpha = \frac{\frac{b}{2}}{AB}$$

$$AB = \frac{\frac{b}{2}}{\cos\alpha} = \frac{b}{2\cos\alpha}$$

$$tg\alpha = \frac{\frac{b}{2\cos\alpha}}{CD}$$

$$CD = \frac{b}{2\cos\alpha \cdot tg\alpha} = \frac{b}{2\cos\alpha \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{b}{2\sin\alpha}$$

$$DE = a - 2 \cdot \frac{b}{2\sin\alpha} = a^{(\cdot\sin\alpha} - \frac{b}{\sin\alpha} = \frac{a\sin\alpha - b}{\sin\alpha}$$

2)

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{b}{2\cos\alpha} \cdot \sin\alpha = \frac{b^2 \sin\alpha}{4\cos\alpha} = \frac{b^2 tg\alpha}{4}$$

$$S_{trapecei} = \frac{a^{(\cdot\sin\alpha} + a^{(\cdot\sin\alpha} - \frac{b}{\sin\alpha}}{2} \cdot \frac{b}{2\cos\alpha} = \frac{(2a\sin\alpha - b)\cdot b}{\sin\alpha \cdot 4 \cdot \cos\alpha} =$$

$$= \frac{2ab\sin\alpha - b^2}{4\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = \frac{ab\sin\alpha - b^2}{\sin^2\alpha}$$

$$S_{kopā} = 2S_{\Delta} + 2S_{trapecei} = 2\frac{b^2 tg\alpha}{4} + 2\frac{ab\sin\alpha - b^2}{\sin^2\alpha}$$

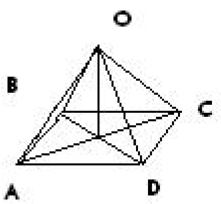
Atbilde: Jumta kores garums ir $\frac{a\sin\alpha - b}{\sin\alpha}$, bet jumta laukums ir $2\frac{b^2 tg\alpha}{4} + 2\frac{ab\sin\alpha - b^2}{\sin^2\alpha}$.

- Torņa pamatā ir kvadrāts, kura sānu mala ir 6 m un visi leņķi pie pamata ir 60^0.

1) Atrast pamata laukumu;

2) Cik kvadrātmetri skārds ir vajadzīgs, lai nosegtu jumtu, ja savienojumos tiek iztērēts 5 % no skārda?

Atrisinājums.



Dots: regulāra četrstūra piramīda

AD = DC = CB = BA = 6 m

$\angle$ODB = $\angle$OCA = $\angle$OBD = $\angle$OAC = 60^0

Jāaprēķina: S_{ABCD}-?

Cik kvadrātmetri skārds ir vajadzīgs, lai nosegtu jumtu -?

Aprēķins:

$S_{pam.} = a^2 = 6^2 = 36m^2$

zīmējumā pamata diagonāļu krustpunktu apzīmē ar 0_1

izmatojot trijstūri Δ ACD, kurš ir taisnleņķa trijstūris nosaka AC garumu

$AC = \sqrt{DC^2 + AD^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}m$

$AO_1 = O_1C = BO_1 = O_1D = \frac{AC}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}m$

Izmantojot trijstūri Δ OO_1D nosaka OD garumu

Δ OO_1D – taisnleņķa trijstūris, kur $\angle ODO_1 = 60^0$, bet $\angle DOO_1 = 30^0$

OD ir Δ OO_1D hipotenūza tāpēc tā ir divas reizes garāka nekā mala pret 30^0 leņķi.

$OD = 2 \cdot O_1D = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}m$

Δ DOC – vienādsānu, atradīsim šī trijstūra augstumu h, kas vilkts no virsotnes O pret pretējo malu (DC)

$h = \sqrt{\left(6\sqrt{2}\right)^2 - 3^2} = \sqrt{36 \cdot 2 - 9} = \sqrt{72 - 9} = \sqrt{63}$

$S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot pamats \cdot augstums = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{63} = 3\sqrt{63}m^2$

Pēc dotā seko, ka visi trijstūri, kas veido torņa jumtu ir vienādi

$S_{jumtam} = 3 \cdot S_\Delta = 3 \cdot 3\sqrt{63} = 9\sqrt{63}m^2$

Tā kā 5 % skārds ir vajadzīgs arī savienojumos, tad

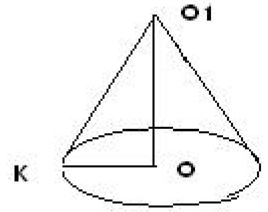
$5\% no S_{jumtam} = 0{,}05 \cdot 9\sqrt{63} = 0{,}45\sqrt{63}$

$S_{kopa} = 9\sqrt{63} + 0{,}45\sqrt{63} = 9{,}45\sqrt{63}m^2$

Atbilde: Pamata laukums $S_{pam.} = 36$ m^2 un ir vajadzīgs $9{,}45\sqrt{63}$ m^2 skārda jumtam.

- Konusa virsotnes leņķis ir 64^0 un pamata apkārtmērs ir 126 cm. Aprēķināt konusa sānu malas laukumu.

Atrisinājums.



Dots: konuss

Virsotnes $\angle = 64^0$

C = 126 cm

Jāaprēķina: $S_{sānu}$ - ?

Aprēķins:

$$S_{sāān} = \pi l R$$
$$C = 2\pi R$$
$$126 = 2\pi R$$
$$R = \frac{126}{2\pi} = \frac{63}{\pi}$$

Lai atrastu veiduli l ir jāizmanto trijstūris OO_1K, kurā $\angle OO_1K$ ir puse no virsotnes leņķa

$\angle OO_1K = 32^0$

$\angle O_1KO = 180^0-(90^0+32^0)=180^0-122^0=58^0$

$$\cos K = \frac{OK}{O_1K}$$

$$l = O_1K = \frac{OK}{\cos K} = \frac{\frac{63}{\pi}}{\cos 58^0} = \frac{63}{\pi \cdot \cos 58^0}$$

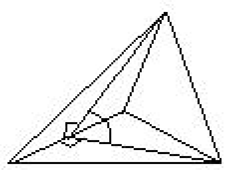
$$S_{sāān} = \pi \cdot \frac{63}{\pi \cdot \cos 58^0} \cdot \frac{63}{\pi} = \frac{3969}{\pi \cdot \cos 58^0}$$

Atbilde: $S_{sāān} = \dfrac{3969}{\pi \cdot \cos 58^0}$

- Regulāras trijstūra piramīdas pamata perimetrs ir $120\sqrt{3}$ cm un divplakņu kakta leņķis ir 30^0.

Aprēķināt piramīdas pilno laukumu.

Atrisinājums.



Dots: Regulāra piramīda

$P_{pamata} = 120\sqrt{3}$ cm

Divplakņu kakta $\angle = 30^0$

Jāaprēķina: S_{pilns} - ?

Aprēķins:

Tā kā pamatā ir regulārs trijstūris tad visas trijstūra malas ir $\frac{P_{pam.}}{3} = \frac{120\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}$ cm garas

Pēc formulas atrod rādiusu $R = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{40\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{6} = \frac{40\cdot 3}{6} = 20$ cm

Aplūko trijstūri, kuru veido divplakņu kakta leņķis un piramīdas augstums

$$\cos 30^0 = \frac{piekatete}{hipoten.}$$

$$hipoten. = \frac{R}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 20\cdot\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{3}$$

atrastā hipotenūza ir sānu malas augstums

$$S_{sāān} = \frac{1}{2}\cdot P\cdot hipoen. = \frac{1}{2}\cdot 120\sqrt{3}\cdot\frac{40\sqrt{3}}{3} = \frac{4800\cdot 3}{6} = \frac{14400}{6} = 2400cm^2$$

$$S_{pam.} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(40\sqrt{3}\right)^2\cdot\sqrt{3}}{4} = 400\cdot 3\cdot\sqrt{3} = 1200\sqrt{3}cm^2$$

$$S_{pi\ln a} = S_{pam.} + S_{sāān} = 1200\sqrt{3} + 2400 = 1200\left(\sqrt{3}+2\right)cm^2$$

Atbilde: Piramīdas pilns laukums ir $S_{pi\ln a} = 1200\left(\sqrt{3}+2\right)$ cm^2.

Nākamos trīs ģeometrijas uzdevumus autore piedāvā bez atrisinājumiem.

- Četrstūra ABCD virsotnes ir A (9;3;-8); B (7;5;-9); C(-5;-1;0); D (-11;-7;7).

1) Pārliecināties, ka četrstūris ir trapece;

2) Noskaidrot vai trapece ir vienādsānu;

3) Atrast trapeces viduslīniju;

- Četrstūra KLMN virsotnes K (1;1;7); L (3;3;7); M (9;1;1) un N (4;0;4).

1) Pārliecināties, ka četrstūris ir trapece;

2) Noskaidrot vai trapece ir vienādsānu;

3) Atrast trapeces viduslīniju.

- Paralelograma trīs virsotņu koordinātes ir K (1;0;3), L (0;1;5) un M (-2;-1;-2).

1) Atrast

a) virsotnei L atbilstoši novietotās virsotnes N koordinātas;

b) diagonāļu krustpunkta koordinātas.

2) Aprēķināt paralelograma laukumu.

7.5. Dažāda veida uzdevumi

Tā kā skolēniem problēmas sagādā arī teksta uzdevumu atrisināšana, tad šajā apakšnodaļā tiek piedāvāti divi teksta uzdevumi ar risinājumiem no igauņu CME. Autorei interesanta šķita igauņu pieeja uzdevumos, kuros ir jāaprēķina izteiksmes, tāpēc arī tika atrisināti šāda veida uzdevumi.

- Jauns soliņš maksā 40000 kronas un katru gadu tā vērtība samazinās par 5 % gadā no vērtības gada sākumā.
  1) Cik liela ir soliņa vērtība pēc 4 gadiem?
  2) Kurā gadā soliņa vērtība būs 25209,98 kronas?

Atrisinājums.

Jauns soliņš maksā 40000 kronas

1) Pēc viena gada soliņš maksās 40000 – (5 % no 40000) = 40000 – $(0{,}05 \cdot 40000)$= 40000 – 2000 = 38000 kronas

Pēc diviem gadiem soliņš maksās 38000 – $(0{,}05 \cdot 38000)$ = 38000 – 1900 = 36100 kronas

Pēc trijiem gadiem soliņš maksās 36100 – $(0{,}05 \cdot 36100)$ = 36100 – 1805 = 34295 kronas

Pēc četriem gadiem soliņš maksās 34295 – $(0{,}05 \cdot 34295)$ = 34295 – 1714,75 = 32580,25 kronas

2) Pēc 5 gadiem 32580,25 – $(0{,}05 \cdot 32580{,}25)$ = 32580,25 – 1629,01 = 30951,24 kronas

Pēc 6 gadiem 30951,24 – $(0{,}05 \cdot 30951{,}24)$ = 30951,24 – 1547,56 = 29403,68 kronas

Pēc 7 gadiem 29403,68 – $(0{,}05 \cdot 29403{,}68)$ = 29403,68 – 1470,18 = 27933,5 kronas

Pēc 8 gadiem 27933,5 – $(0{,}05 \cdot 27933{,}5)$ = 27933,5 – 1396,68 = 26536,82 kronas

Pēc 9 gadiem 26536,82 – $(0{,}05 \cdot 26536{,}82)$ = 26536,82 – 1326,84 = 25209,98 kronas

Atbilde: Pēc četriem gadiem soliņa vērtība būs 32580,25 kronas, bet 25209,98 kronas soliņš maksās pēc 9 gadiem.

- Mežsaimniecībā sākumā uzskaitīja 6500 m^3 koksnes. Koksne katru gadu samazinājās vidēji par 2 %.

1) Cik liels būs koksnes samazinājums pēc četriem gadiem?

2) Atrast gadu, kurā mežsaimniecībā būs 5757,94 m^3 koksnes.

Atrisinājums.

1) Pēc gada 6500 – ($0{,}02 \cdot 6500$) = 6500 – 130 = 6370 m^3

Pēc diviem gadiem 6370 – ($0{,}02 \cdot 6370$) = 6370 – 127,4 = 6242,6 m^3

Pēc trim gadiem 6242,6 – ($0{,}02 \cdot 6242{,}6$) = 6242,6 – 124,85 = 6117,75 m^3

Pēc četriem gadiem 6117,75 – ($0{,}02 \cdot 6117{,}75$) = 6117,75 – 122,36 = 5995,36 m^3

2) Pēc pieciem gadiem 5995,36 – ($0{,}02 \cdot 5995{,}36$) = 5995,36 – 119,91 = 5875,45 m^3

Pēc sešiem gadiem 5875,45 – ($0{,}02 \cdot 5875{,}45$) = 5875,45 – 117,51 = 5757,94 m^3

Atbilde: Pēc četriem gadiem mežsaimniecībā būs 5995,36 m^3 koksnes, bet 5757,94 m^3 koksnes mežsaimniecībā būs pēc sešiem gadiem.

- Atrisināt izteiksmi $(\frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}-1}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{2}}+1}+4a^{\frac{1}{2}})\cdot(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})$

Atrisinājums.

$$(\frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}-1}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{2}}+1}+4a^{\frac{1}{2}})\cdot(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})=$$

$$=(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}^{(\cdot\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}^{(\cdot\sqrt{a}-1}+4\sqrt{a}^{(a-1})\cdot(\sqrt{a}^{(\cdot\sqrt{a}}-\frac{1}{\sqrt{a}})=$$

$$=\frac{a+2\sqrt{a}+1-(a-2\sqrt{a}+1)+4\sqrt{a}(a-1)}{a-1}\cdot\frac{a-1}{\sqrt{a}}=$$

$$= \frac{a + 2\sqrt{a} + 1 - a + 2\sqrt{a} - 1 + 4a\sqrt{a} - 4\sqrt{a}}{\sqrt{a}} =$$

$$= \frac{4a\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 4a$$

- Vienkāršot izteiksmes $A = 6(m-3)^2 - 2(3m^2 - 16m + 20)$ un

$$B = (a^{-\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}) \cdot (\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{ab})^{-1}$$

1) Aprēķināt izteiksmes vērtību, ja m=2, a=4, b=25;

2) Noteikt par cik procentiem vienas izteiksmes skaitliska vērtība ir lielāka par otras izteiksmes skaitlisko vērtību.

Atrisinājums.

$$A = 6(m-3)^2 - 2(3m^2 - 16m + 20) =$$
$$= 6(m^2 - 6m + 9) - 2(3m^2 - 16m + 20) =$$
$$= 6m^2 - 36m + 54 - 6m^2 + 32m - 40 =$$
$$= -4m + 14$$

$$B = (a^{-\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}) \cdot (\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{ab})^{-1} =$$

$$= (\frac{1}{\sqrt{a}}^{(\cdot\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b}}^{(\cdot\sqrt{a}}) \cdot (\frac{ab}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}) =$$

$$= \frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \cdot \frac{ab}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} =$$

$$= \frac{ab}{\sqrt{a}\sqrt{b}}^{(\cdot\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{ab \cdot \sqrt{a}\sqrt{b}}{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

Ievieto izteiksmēs dotos lielumus.

$$A = -4m + 14 = -4 \cdot 2 + 14 = -8 + 14 = 6$$
$$B = \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$$

Šeit viegli var redzēt, ka B izteiksme ir par 40% lielāka nekā A izteiksme.

• Vienkāršot izteiksmes $A = 6(a+2)^2 - 3(2a^2 + 9a + 3)$ un

$$B = \left(\chi^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{\chi}}{\chi y} \right)^{-1}$$

1) Aprēķināt izteiksmes vērtību, ja $a = 1$, $x = 9$, $y = 25$;

2) Noteikt par cik procentiem vienas izteiksmes skaitliska vērtība ir lielāka par otras izteiksmes skaitlisko vērtību.

Atrisinājums.

1) $$A = 6(a+2)^2 - 3(2a^2 + 9a + 3) = 6(a^2 + 4a + 4) - 3(2a^2 + 9a + 3) =$$
$$= 6a^2 + 24a + 24 - 6a^2 - 27a - 9 = -3a + 15$$

$$B = \left(\chi^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{\chi}}{\chi y} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\sqrt{\chi}}^{(\cdot\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{y}}^{(\cdot\sqrt{\chi}} \right) \cdot \frac{\chi y}{\sqrt{y} - \sqrt{\chi}} =$$
$$= \frac{\sqrt{y} - \sqrt{\chi}}{\sqrt{\chi}\sqrt{y}} \cdot \frac{\chi y}{\sqrt{y} - \sqrt{\chi}} = \frac{\chi y}{\sqrt{\chi}\sqrt{y}} = \frac{\chi y \sqrt{\chi}\sqrt{y}}{\chi y} = \sqrt{\chi y}$$

$a = 1,\ x = 9,\ y = 25$

$$A = 6(a+2)^2 - 3(2a^2 + 9a + 3) = -3a + 15 = -3 \cdot 1 + 15 = 12$$

$$B = \left(\chi^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{\chi}}{\chi y} \right)^{-1} = \sqrt{\chi y} = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{225} = 15$$

2) B > A

$12 = 100\%$

$15 = \chi$

$12\chi = 15 \cdot 100$

$$\chi = \frac{15 \cdot 100}{12} = 125$$

Izteiksme B ir par 25 % lielāka nekā izteiksme A.

• Vienkāršot izteiksmes $A = \left(\frac{1}{2 + 2\sqrt{a}}^{(2-2\sqrt{a}} + \frac{1}{2 - 2\sqrt{a}}^{(2+2\sqrt{a}} - \frac{a^2 + 1}{1 - a^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{a} \right)$

un

$$B=\frac{1^{-1}+2^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}+(-4)^{-1}\cdot 5+0{,}5^{-2}}\cdot(-3{,}07)^{0}$$

Noteikt par cik procentiem vienas izteiksmes skaitliska vērtība ir lielāka par otras izteiksmes skaitlisko vērtību.

Atrisinājums.

$$A=\left(\frac{1}{2+2\sqrt{a}}^{(2-2\sqrt{a}}+\frac{1}{2-2\sqrt{a}}^{(2+2\sqrt{a}}-\frac{a^{2}+1}{1-a^{2}}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{a}\right)=$$

$$=\left(\frac{2-2\sqrt{a}+2+2\sqrt{a}}{4-4a}-\frac{a^{2}+1}{1-a^{2}}\right)\cdot\left(1^{(\cdot a}+\frac{1}{a}\right)=$$

$$=\left(\frac{4}{4-a}-\frac{a^{2}+1}{1-a^{2}}\right)\cdot\left(\frac{a+1}{a}\right)=$$

$$=\left(\frac{1}{1-a}^{(\cdot 1+a}-\frac{a^{2}+1}{1-a^{2}}\right)\cdot\left(\frac{a+1}{a}\right)=\frac{1+a-a^{2}-1}{(1-a)(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\frac{-a^{2}+a}{a(1-a)}=\frac{a(1-a)}{a(1-a)}=1$$

$$B=\frac{1^{-1}+2^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}+(-4)^{-1}\cdot 5+0{,}5^{-2}}\cdot(-3{,}07)^{0}=\frac{1^{(\cdot 4}+\frac{1}{4}}{\frac{9}{4}-\frac{1}{4}\cdot 5+4}\cdot 1=$$

$$=\frac{5}{4}:\left(\frac{9}{4}-\frac{5}{4}+4^{(\cdot 4}\right)=\frac{5}{4}:\left(\frac{9-5+16}{4}\right)=\frac{5}{4}:\frac{20}{4}=\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{20}=\frac{1}{4}=0{,}25$$

A > B

Izteiksme A ir par 75 % lielāka nekā izteiksme B, kas ir acīmredzami, vai arī to var aprēķināt sekojoši:

$1\cdot\chi=0{,}25\cdot 100$

$\chi=25$

$100-25=75\%$

- Vienkāršot izteiksmes $A=\left(7+4\cdot\sqrt{6{,}25}+7^{-1}\right):\left(8+\frac{4}{7}\right)$ un

$$B=0{,}001^{-\frac{1}{3}}-2^{-2}\cdot 64^{\frac{2}{3}}\cdot 3^{0}$$

Noteikt par cik procentiem vienas izteiksmes skaitliska vērtība ir lielāka par otras izteiksmes skaitlisko vērtību.

Atrisinājums.

$$A=\left(7+4\cdot\sqrt{6{,}25}+7^{-1}\right):\left(8+\frac{4}{7}\right)=\left(7+4\cdot 2{,}5+\frac{1}{7}\right):\left(8^{(\cdot 7}+\frac{4}{7}\right)=$$

$$=\left(17^{(\cdot 7}+\frac{1}{7}\right):\left(\frac{56+4}{7}\right)=\frac{119+1}{7}\cdot\frac{7}{60}=\frac{120}{7}\cdot\frac{7}{60}=2$$

$$B=0{,}001^{-\frac{1}{3}}-2^{-2}\cdot 64^{\frac{2}{3}}\cdot 3^{0}=\frac{1}{\sqrt{0{,}001}}-\frac{1}{4}\cdot\sqrt[3]{64^{2}}\cdot 1=\frac{1}{0{,}1}-\frac{1}{4}\cdot\sqrt[3]{4096}=$$

$$=10-\frac{1}{4}\cdot 16=10-4=6$$

B > A

Izteiksme B ir par 300 % lielāka nekā izteiksme A

$2\cdot\chi=6\cdot 100$

$2\chi=600$

$\chi=\dfrac{600}{2}=300\%$

- Dots, ka $a=\frac{1}{4}\sqrt{b^{2}+c^{2}}$, a>0, b>0, c>0.

1) Izteikt c ar a un b lielumiem;

2) Atrast c^{2}, kad $a=\sqrt{3}+1$ un $b=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

Atrisinājums.

Sākumā izsaka c.

$a=\dfrac{1}{4}\sqrt{b^{2}+c^{2}}$

$\sqrt{a^{2}}=\dfrac{1}{4}\sqrt{b^{2}+c^{2}}$

$\sqrt{b^{2}+c^{2}}=\sqrt{a^{2}}\cdot 4$

$\sqrt{c^{2}}=\sqrt{16a^{2}-b^{2}}$

$c = \sqrt{16a^2 - b^2}$

Atrast c^2.

$c = \sqrt{16a^2 - b^2}$

$$c^2 = 16a^2 - b^2 = 16(4 + 2\sqrt{3}) - \frac{2+\sqrt{3}}{2} = (64 + 32\sqrt{3})^{(\cdot 2} - \frac{2+\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{128 + 64\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}}{2} = \frac{126 + 63\sqrt{3}}{2} = 63 + 31{,}5\sqrt{3} = 31{,}5(2 + \sqrt{3})$$

- Vienkāršot izteiksmi $\frac{1}{\chi(\chi-1)} + (\frac{\chi}{\chi-1} - \frac{\sqrt{\chi}}{\sqrt{\chi}+1}) \div \frac{\sqrt{\chi^3}}{\chi-1}$, atrast dotās izteiksmes vērtību, kad $\chi = 4$. Pārliecināties, ka vienkāršotā izteiksmes ir pareiza.

Atrisinājums.

$$\frac{1}{\chi(\chi-1)} + (\frac{\chi}{\chi-1} - \frac{\sqrt{\chi}}{\sqrt{\chi}+1}) \div \frac{\sqrt{\chi^3}}{\chi-1} =$$

$$= \frac{1}{\chi(\chi-1)} + (\frac{\chi}{(\sqrt{\chi}+1)(\sqrt{\chi}-1)} - \frac{\sqrt{\chi}}{\sqrt{\chi}+1}^{(\cdot\sqrt{x}-1}) \div \frac{\sqrt{\chi^3}}{\chi-1} =$$

$$= \frac{1}{\chi(\chi-1)} + (\frac{\chi - \chi + \sqrt{\chi}}{(\sqrt{\chi}+1)(\sqrt{\chi}-1)}) \cdot \frac{\chi-1}{\chi\sqrt{\chi}} =$$

$$= \frac{1}{\chi(\chi-1)} + \frac{\chi-1}{\chi(\sqrt{\chi}+1)(\sqrt{\chi}-1)} =$$

$$= \frac{1}{\chi(\sqrt{\chi}+1)(\sqrt{\chi}-1)} + \frac{\chi-1}{\chi(\sqrt{\chi}+1)(\sqrt{\chi}-1)} =$$

$$= \frac{1 + \chi - 1}{\chi(\chi-1)} = \frac{\chi}{\chi(\chi-1)} = \frac{1}{\chi-1}$$

Atrod dotās izteiksmes vērtību, kad $\chi = 4$.

$$\frac{1}{4-1} = \frac{1}{3}$$

Pārbauda vai vienkāršotā izteiksme ir pareiza.

$$\frac{1}{\chi(\chi-1)}+(\frac{\chi}{\chi-1}-\frac{\sqrt{\chi}}{\sqrt{\chi}+1})\div\frac{\sqrt{\chi^3}}{\chi-1}=\frac{1}{\chi-1}$$

$$\frac{1}{4\cdot 3}+(\frac{4}{3}-\frac{2}{3})\div\frac{8}{3}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12}+\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{8}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{4}^{(\cdot 3}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1+3}{12}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ vienkāršotā izteiksme ir pareiza.

- Atrisināt izteiksmi $\left(1+a^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\frac{a}{a-a^0}$, ja a >0 un $a\neq 1$. Noteikt izteiksmes vērtību, ja $a=25^{-2}$.

Atrisinājums.

$$\left(1+a^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\frac{a}{a-a^0}=\left(1+\sqrt{a}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{a}}-1^{(\cdot\sqrt{a}}\right)\cdot\frac{a}{a-1}=$$

$$=\left(1+\sqrt{a}\right)\left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}\right)\cdot\frac{a}{a-1}=\frac{\left(1+\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot a}{\sqrt{a}\cdot(a-1)}=\frac{(a-1)a}{\sqrt{a}(a-1)}=$$

$$=\frac{a}{\sqrt{a}}=\frac{a\sqrt{a}}{a}=\sqrt{a}$$

$$a=25^{-2}$$

$$\left(1+a^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\frac{a}{a-a^0}=\sqrt{a}=\sqrt{\left(\frac{1}{25}\right)^2}=\frac{1}{25}$$

• Atrisināt izteiksmi $\left(1+a^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\dfrac{a}{a-a^{0}}$, ja $a>0$ un $a\neq 1$. Noteikt izteiksmes vērtību, ja $a=9^{-2}$.

Atrisinājums.

$$\left(1+a^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\frac{a}{a-a^{0}}=\left(1^{(\cdot\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\frac{a}{a-1}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}-1\right)a}{\sqrt{a}\cdot(a-1)}=\frac{(a-1)a}{\sqrt{a}(a-1)}=\frac{a\sqrt{a}}{a}=\sqrt{a}$$

$a=9^{-2}$

$$\left(1+a^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\frac{a}{a-a^{0}}=\sqrt{a}=\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^{2}}=\frac{1}{9}$$

SECINĀJUMI

Diplomdarba izstrādes sākumā autore iepazinās ar veidu, kā tiek noteikti CME rezultāti un analizēja CME pēdējo trīs gadu rezultātus, kas arī bija galvenais diplomdarba uzdevums. Jau darba sākumā autorei bija viedoklis par to, kuras varētu būt „vājās tēmas” vidusskolas matemātikas kursā, kas diplomdarba izstrādes gaitā arī apstiprinājās. Vislielākās grūtības Latvijas skolēniem sagādā funkciju pētīšana, trigonometrija, kombinatorika, kā arī ģeometrijas uzdevumi. Darba izstrādes gaitā autorei kļuva pieejama informācija par centralizētā matemātikas eksāmena rezultātiem dažāda tipa skolās, arī šī informācija apstiprināja sabiedrībā valdošo uzskatu, ka vislabākos rezultātus centralizētajā matemātikas eksāmenā sasniedz valsts ģimnāziju, ģimnāziju un vidusskolas skolēni, bet visvājākās zināšanas uzrāda arodskolu, vakarskolu, tehnikumu un koledžu audzēkņi. Analizējot CME rezultātus autorei interesants šķita fakts, ka visdažādāko zināšanu jaunieši eksāmenu kārto augstskolas telpās.

Autorei izdevās atrast arī informāciju par centralizētā matemātikas eksāmena rezultātiem pa rajoniem. Iegūstot šos datus, autore izvirzīja sev mērķi – noskaidrot vai ir kāda līmeņa izteikta koncentrēšanās kādā novadā. Izvērtējot šo informāciju, autore secināja, ka līmeņu sadalījums Latvijā ir ļoti dažāds, un nevar izdarīt viennozīmīgus secinājumus par kādu līmeņu koncentrēšanu Latvijas novados.

Diplomdarba sākumā autorei bija doma par to, ka Latvijas „problēmuzdevumus” varētu aizstāt ar Igaunijas matemātikas eksāmena uzdevumiem, taču darba izstrādes gaitā autore secināja, ka Latvijas vidusskolu matemātikas izglītības saturs skolēniem, kas matemātiku neapgūst padziļināti, atšķiras no Igaunijas vidusskolas matemātikas satura, un nācās pielāgot Igaunijas matemātikas eksāmena uzdevumus. Nevar viennozīmīgi pateikt, ka Igaunijā matemātikas eksāmens vidusskolai ir grūtāks nekā Latvijas skolēniem, lai gan sākotnēji, caurskatot Igaunijas matemātikas eksāmenu uzdevumus, tāds iespaids rodas. Lai izteiktu galīgo secinājumu par to, kurā valstī ir sarežģītāks centralizētais matemātikas eksāmens, vidusskolēniem vajadzētu rūpīgi iepazīties ar Igaunijas izglītības sistēmu. No grāmatas, kurā ir apkopoti Igaunijas matemātikas eksāmeni, autore secināja, ka Igaunijā ģimnāziju beidzēji kārto atšķirīgu eksāmenu no pārējiem vidusskolu beidzējiem.

IZMANTOTĀ LITERATŪRA

1. *Vērtējumu iegūšana centralizētajos eksāmenos.* Pieejams internetā: http://www.isec.gov.lv/main/ceks.pdf

2. **ISEC Eksaminācijas daļa,** *Valsts pārbaude darbi(norises statistika un rezultātu raksturojums).* Pieejams internetā: http://isec.gov.lv/eksameni/statistika.shtml

3. **Izglītības satura un eksaminācijas centrs,** *Valsts pārbaudes darbi matemātikā vidusskolai.* Rīga: Zvaigzne ABC, 143. – 152. lpp.

4. *Matematika riigieksami ülesanded koos vastustega 1997 – 2004.* Tallinn: Argo, 2005. 66 p

PIELIKUMI

1. pielikums

Aptaujas anketa, kas palīdzēs izstrādāt LU diplomdarbu studentei Inesei Meļķei un varbūt atrisinās arī kādu Jūsu problēmu.

1. Kā Jūs vērtējat centralizēto matemātikas eksāmenu 12.klasei?

2. Vai CME atspoguļo patieso skolēnu zināšanu līmeni?

3. Kāpēc, pēc Jūsu domām, citi rajoni sasniedz labākus rezultātus eksāmenā?

4. Kā Jūsu skolēni orientējas matemātikā?

5. Ko noteikti vajadzētu mainīt CME?

6. Vai Jūs pievienojaties viedoklim, ka kopējās skolēnu zināšanas matemātikā „krīt”? Ja „Jā”, tad kādi ir iemesli?

7. Pēc statistikas datiem, pētot CME rezultātus, secināju, ka visvājākās zināšanas skolēniem ir kombinatorikā, trigonometrijā, funkciju pētīšanā un ģeometrijā. Kā Jūs to komentētu?

8. Vai šo tematu apguvei atvēlētais laiks ir pietiekams?

9. Kas kardināli jāmaina izglītības sistēmā?

Paldies!

2. pielikums

Centralizētais matemātikas eksāmens. 2006. gads.

I daļa

1. Atrisināt vienādojumu $\log_3 \chi = -2$.

Atrisinājums.

$$\log_3 \chi = -2$$
$$\chi = 3^{-2}$$
$$\chi = \frac{1}{9}$$

2. Atrisināt nevienādību $0{,}7^{\chi} > 1$.

Atrisinājums.

$$0{,}7^{\chi} > 1$$
$$0{,}7^{\chi} > 0{,}7^{0}$$

Tā kā bāzes r vienādas, tad arī kāpinātājiem jābūt vienādiem.

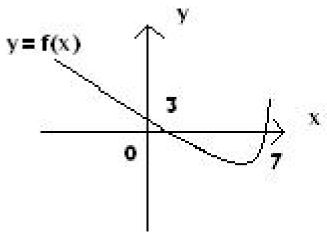
$$\chi < 0$$
$$\chi \in (-\infty;0)$$

3. Aprēķināt $\sqrt[5]{-32}$.

Atrisinājums.

$$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{-2^5} = -2$$

4.



Ar kurām *x* vērtībām funkcijas *y = f(x)* vērtības ir negatīvas?

Atrisinājums.

$\chi \in (3;7)$

5. Aprēķināt cilindra tilpumu, ja tā pamata laukums ir 6 cm^2 un augstums ir 3 cm.

Atrisinājums.

$$V = \pi R^2 h$$
$$S_{pam} = \pi R^2$$
$$\pi R^2 = 6$$
$$R^2 = \frac{6}{\pi}$$
$$R = \sqrt{\frac{6}{\pi}}$$
$$V = \pi \cdot \frac{6}{\pi} \cdot 3 = 18cm^3$$

6. Atrisināt vienādojumu $\chi + \frac{2}{\chi} = 3$.

Atrisinājums.

$$\chi + \frac{2}{\chi} = 3$$

$$\frac{\chi^2 + 2}{\chi} = 3$$

$$\chi^2 + 2 = 3\chi$$

$$\chi^2 - 3\chi + 2 = 0$$

$$\chi_1 = 1$$

$$\chi_2 = 2$$

7. Atrisināt vienādojumu $2^{3\chi-1} = 0{,}25^{2+\chi}$.

Atrisinājums.

$$2^{3\chi-1} = 0{,}25^{2+\chi}$$

$$2^{3\chi-1} = \left(2^{-2}\right)^{2+\chi}$$

$$2^{3\chi-1} = 2^{-4-2\chi}$$

$$3\chi - 1 = -4 - 2\chi$$

$$5\chi = -3$$

$$\chi = -\frac{3}{5}$$

8. Noteikt funkcijas $y = \frac{7}{\chi^4 - 8\chi}$ definīcijas apgabalu.

Atrisinājums.

$$y = \frac{7}{\chi^4 - 8\chi}$$

$$\chi^4 - 8\chi \neq 0$$

$$\chi(\chi^3 - 8) \neq 0$$

$$\chi \neq 0$$

$$\chi^3 \neq 8$$

$$\chi \neq 2$$

$$\chi \in (-\infty;0) \cup (0;2) \cup (2;+\infty)$$

9. Atrisināt vienādojumu sistēmu $\begin{cases} \frac{1}{\chi} + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{1}{\chi} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \end{cases}$.

Atrisinājums.

$$\begin{cases} \frac{1}{\chi} + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{1}{\chi} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\chi} = a(apz.)un\frac{1}{y} = b(apz.)$$

$$-\begin{cases} a + 2b = 2 \\ a + b = 1{,}5 \Rightarrow b = 0{,}5 \end{cases}$$

$$a = 1{,}5 - 0{,}5 = 1$$

$$\frac{1}{y} = 0{,}5 \Rightarrow y = 2$$

$$\frac{1}{\chi} = 1 \Rightarrow \chi = 1$$

$(1;2)$

10. Atrisināt nevienādību $\frac{3\chi - 2}{\chi + 1} > 0$.

Atrisinājums.

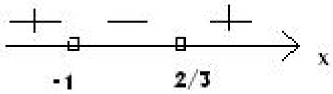
$$\frac{3\chi - 2}{\chi + 1} > 0$$

$$3\chi - 2 = 0$$

$$\chi = \frac{2}{3}$$

$$\chi + 1 \neq 0$$

$$\chi \neq -1$$



$\chi \in (-\infty;-1) \cup \left(\frac{2}{3};+\infty\right)$

11. Atrisināt nevienādību $4^{\chi} + 3 \cdot 4^{\chi} \geq 64$.

Atrisinājums.

$4^{\chi} + 3 \cdot 4^{\chi} \geq 64$

$4^{\chi}(1+3) \geq 64$

$4^{\chi} \cdot 4 \geq 64$

$4^{\chi+1} \geq 4^3$

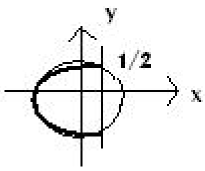
$\chi + 1 \geq 3$

$\chi \geq 2$

$\chi \in [2;+\infty)$

12. Atrisināt nevienādību $\cos 2\chi < \frac{1}{2}$.

Atrisinājums.



$\cos 2\chi < \frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{3} + 2\pi n < 2\chi < 2\pi - \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

$\frac{\pi}{3} + 2\pi n < 2\chi < \frac{5\pi}{3} + 2\pi n \Big| : 2$

$\frac{\pi}{6} + \pi n < \chi < \frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

13. Aprēķināt funkcijas $f(\chi)=\sin\left(\chi-\frac{\pi}{3}\right)$ vērtību, ja $\chi=0$.

Atrisinājums.

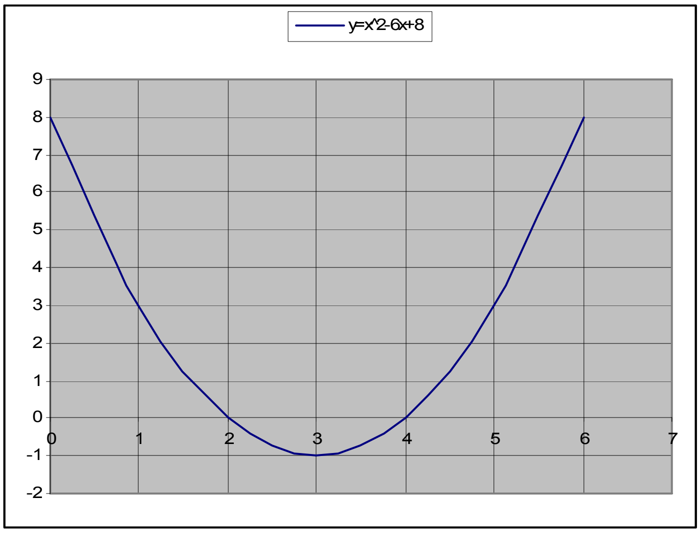
$$f(\chi)=\sin\left(\chi-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$f(0)=\sin\left(0-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

14. Noteikt funkcijas $y=\chi^2-6\chi+8$ augšanas apgabalu.

Atrisinājums.

x	y=x^2-6x+8
0	8
1	3
2	0
3	-1
4	0
5	3
6	8



$$\chi_0=\frac{-b}{2a}=\frac{6}{2}=3$$

Funkcijas aug, ja $\chi\in(3;+\infty)$

15. Aprēķināt $27^{\frac{2}{3}}\cdot 9^{-1}$.

Atrisinājums.

$$27^{\frac{2}{3}}\cdot 9^{-1}$$

$$\left(3^3\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(3^2\right)^{-1}=3^2\cdot 3^{-2}=3^0=1$$

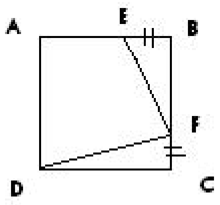
16. Izteikt komplekso skaitļu dalījumu $\frac{5i}{2+i}$ formā $a+bi$, kur a un b ir reāli skaitļi.

Atrisinājums.

$$\frac{5i}{2+i} = \frac{5i(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{10i+5}{5} = 2i+1$$

17. Kvadrāta ABCD malas garums ir 5. Uzrakstīt izteiksmi, kas izsaka četrstūra AEFD laukumu, ja EB = CF = *x*.

Atrisinājums.



$$S(\Delta EBF) = \frac{\chi(5-\chi)}{2} = \frac{5\chi - \chi^2}{2}$$
$$S(\Delta FDC) = \frac{5\chi}{2}$$
$$S(AEFD) = 25 - \frac{5\chi}{2} - \frac{5\chi - \chi^2}{2} = \frac{50 - 10\chi + \chi^2}{2}$$

18. Automašīnu nopirka par Ls 8000. Tās tirgus vērtība katru gadu samazinās par 15 %, salīdzinot ar iepriekšējo gadu. Aprēķināt automašīnas tirgus vērtību pēc diviem gadiem.

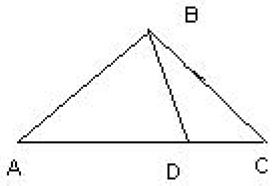
Atrisinājums.

$$8000 - 15\% no 8000 = 8000 - \frac{15}{100}\cdot 8000 = 8000 - 1200 = 6800 Ls$$
$$6800 - 15\% no 6800 = 6800 - \frac{15}{100}\cdot 6800 = 6800 - 1020 = 5780 Ls$$

Automašīnas tirgus vērtība pēc diviem gadiem būs 5780 Ls.

19. Dots, ka punkti A, D, C atrodas uz vienas taisnes un AB = AD = DC = DB = 1. Aprēķināt BC.

Atrisinājums.



$\angle$ BDC = 120^0, jo trijstūris ABD ir vienādmalu

$BC^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cdot\cos120^0 = 2 + 1 = 3$

BC = $\sqrt{3}$

20. Cik dažādus seifa kodus iespējams sastādīt, ja kodam jāsastāv no trim dažādiem cipariem?

Atrisinājums.

$A_{10}^{3} = \dfrac{10!}{7!} = 720$

Var izvedot 720 dažāds seifa kodus.

21. Klasē mācās 7 zēni un 10 meitenes. Sacensībās klases komandā jābūt 6 skolēniem – 3 meitenēm u 3 zēniem Cik dažādu komandu var izveidot, ja viens no dalībniekiem būs šīs klases skolēns Jānis Ozoliņš?

Atrisinājums.

$C_{6}^{2}\cdot C_{10}^{3} = \dfrac{6!}{4!\cdot2!}\cdot\dfrac{10!}{7!\cdot3!} = 15\cdot120 = 1800$

Var izveidot 1800 dažādu komandu, ja viens no dalībniekiem būs Jānis Ozoliņš.

22. Aigars no skolotājas ieteiktajiem 10 uzdevumiem atrisināja 6 uzdevumus. Kontroldarbam skolotāja no ieteiktajiem uzdevumiem izvēlēsies vienu. Cik liela ir varbūtība, ka Aigars to iepriekš nebūs atrisinājis?

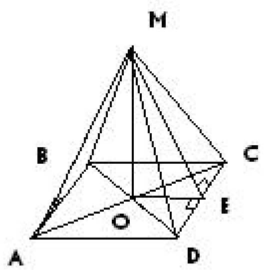
Atrisinājums.

Labvēlīgie gadījumi ir 4

$$P = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

23. Regulāras četrstūra piramīdas augstums ir 6cm un pamata mala ir 12 cm. Aprēķināt divplakņu kakta leņķi pie pamata malas DC.

Atrisinājums.



$\angle MEO$ - divplakņu kakta leņķis

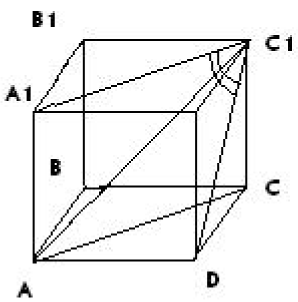
$$OE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6cm$$

$$tg\alpha = \frac{6}{6} = 1$$

$$\alpha = 45\%$$

24. Taisnstūra paralēlskaldņa malu garumi ir AB = a, BC = $2a$, $AA_1 = 3a$. Iezīmēt leņķi, ko veido diagonāle AC_1 ar sānu skaldni DD_1C_1C. Aprēķināt paralēlskaldņa diagonālšķēluma AA_1C_1C laukumu.

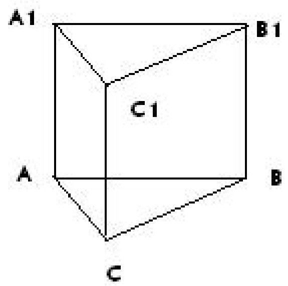
Atrisinājums.



$$AC^2 = 4a^2 + a^2 = 5a^2$$
$$AC = a\sqrt{5}$$
$$S(AA_1C_1C) = 3a \cdot a\sqrt{5} = 3a^2\sqrt{5}$$

25. Taisnas prizmas pamats ir vienādsānu trijstūris. Skaldnes AA_1B_1B laukums ir $5\sqrt{3}$, $\angle ACB=120^0$ un AC = CB = 4. Aprēķināt prizmas pamata laukumu un prizmas augstumu.

Atrisinājums.



$$S_{pam} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 120^0 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$
$$AB^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 120^0$$
$$AB^2 = 16 + 16 + 16 = 48$$
$$AB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$
$$h = \frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 1\frac{1}{4}$$

II daļa

1. Atrisināt nevienādību sistēmu.

Atrisinājums.

$$\begin{cases} \log_3 \chi \cdot (\log_3 \chi - 2) \le 3 \\ |\chi - 2| > 1 \end{cases}$$

$$\log_3 \chi(\log_3 \chi - 2) \le 3$$

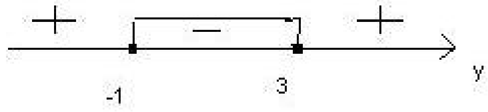
D.A. $\chi > 0$

Apzīmē $\log_3 \chi = y$

$y(y-2) \le 3$

$y^2 - 2y - 3 \le 0$

$y_1 = -1$ un $y_2 = 3$



$-1 \le \log_3 \chi \le 3$

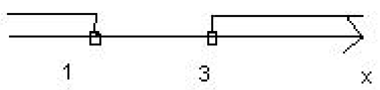
$\log_3 \frac{1}{3} \le \log_3 \chi \le \log_3 27$

$\frac{1}{3} \le \chi \le 27$

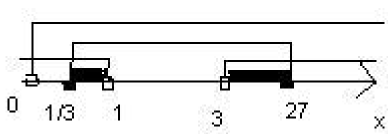
$|\chi - 2| > 1$

$\chi - 2 > 1$ $\qquad\qquad$ $\chi - 2 < -1$

$\chi > 3$ $\qquad\qquad\qquad$ $\chi < 1$



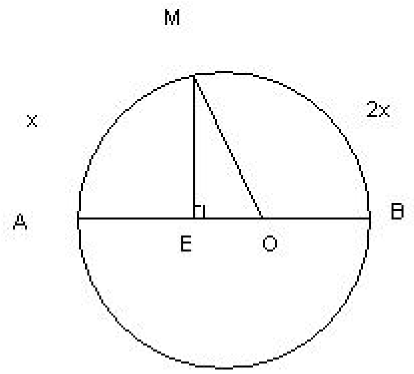
Kopīgais atrisinājums sistēmai ir



$\chi \in [\frac{1}{3};1) \cup (3;27]$.

2. Riņķī novilkts diametrs AB. Uz riņķa līnijas atlikts punkts M, kas sadala loku AB attiecībā 1:2. No punkta M pret diametru novilts perpendikuls ME. Aprēķināt AE un BE garumus, ja AB=24.

Atrisinājums.



$\cup AM = \chi$

$\chi + 2\chi = 180^0$

$3\chi = 180^0$

$\chi = 60^0$

$\angle AOM = 60^0$ (centra leņķis)

$AO = MO = R \Rightarrow \Delta AOM$ vienādmalu

ME – augstums, mediāna

AE = AO:2 = 12:2 = 6

BE = 24 – 6 = 18

3. Attālums starp Ogri un Liepāju ir 250 km. Vienlaicīgi no Ogres uz Liepāju un no Liepājas uz Ogri izbrauca divi tūristu autobusi. Viena autobusa ātrums ir par 10 km/h lielāks nekā otra, bet tas ceļā stāvēja 50 minūtes. Aprēķināt abu autobusu ātrumus, ja galapunktos (Liepājā un Ogrē) tie ieradās vienlaicīgi.

Atrisinājums.

	s (km)	v (km/h)	t (h)
1. autobuss	250	x	250/x
2. autobuss	250	x+10	250/(x+10)

$$\frac{250}{\chi} - \frac{250}{\chi + 10} = \frac{5}{6} \quad |:5$$

$$\frac{50}{\chi}^{(6(\chi+10)} - \frac{50}{\chi+10}^{(6\chi} = \frac{1}{6}^{(\chi(\chi+10)}$$

$$50 \cdot 6(\chi + 10) - 50 \cdot 6\chi = \chi(\chi + 10)$$

$$300\chi + 3000 - 300\chi = \chi^2 + 10\chi$$

$$\chi^2 + 10\chi - 3000 = 0$$

$$\chi_1 = 50 km/h$$

$$\chi_2 = -60 km/h$$

Otrā sakne neatbilst uzdevuma noteikumiem

$$\chi + 10 = 60 km/h$$

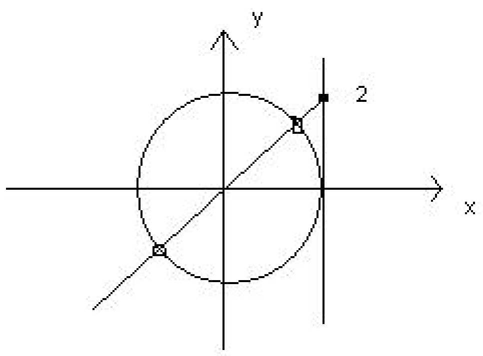
4. Atrisināt vienādojumu $\sin^2\chi - \sin\chi \cdot \cos\chi - 2\cos^2\chi = 0$. Noteikt tā saknes, kas pieder intervālam $[0;2\pi]$.

Atrisinājums.

$$\sin^2\chi - \sin\chi \cdot \cos\chi - 2\cos^2\chi = 0 \quad |:\ \cos^2 \neq 0$$

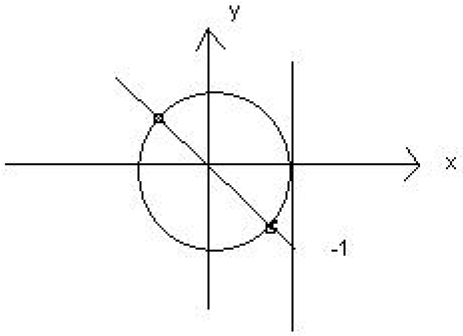
$$tg^2\chi - tg\chi - 2 = 0$$

$$tg\chi = 2$$



$$\chi = arctg 2 + \pi n, n \in Z$$

$$tg\chi = -1$$



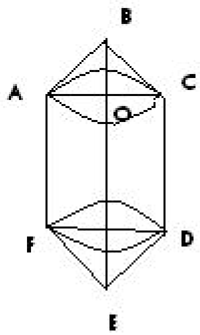
$$\chi = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Intervālā $[0;2\pi]$: $arctg2, arctg2 + \pi$

$$\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$$

5. Regulārs sešstūris, kura malas garums ir a, rotē ap savu garāko diagonāli. Aprēķināt rotācijas ķermeņa tilpumu.

Atrisinājums.



h_k - konusa augstums

h_c - cilindra augstums

$\angle ACB = 30^0$

$\angle OBC = 60^0$

$OC = R$

$V = 2V_{kon.} + V_{cil.}$

ΔBOC

$h_k = \frac{a}{2}$

Katete pret 30^0 leņķi.

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi R^2 h_k + \pi R^2 \cdot h_c = \frac{2\pi \cdot a^2 \cdot 3 \cdot a}{3 \cdot 4 \cdot 2} + \frac{\pi a^2 \cdot 3 \cdot a}{4} = \frac{a^3\pi}{4} + \frac{3a^3\pi}{4} =$$

$$= \frac{4a^3\pi}{4} = a^3\pi$$

6. Noteikt, kādām a vērtībām vienādojumam ir divas dažādas saknes.

Atrisinājums.

$$4^{\chi} + 2a \cdot 2^{\chi} + 2a + 8 = 0$$

$$D > 0$$

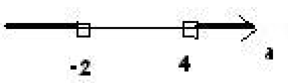
$$D = 4a^2 - 4(2a + 8) = 4a^2 - 8a - 32$$

$$4a^2 - 8a - 32 > 0$$

$$a^2 - 2a - 8 > 0$$

$$a_1 = -2$$

$$a_2 = 4$$



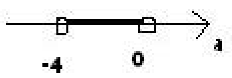
Lai dotajam vienādojumam būtu 2 dažādas saknes, tad vienādojuma $2^{\chi} = t$; $t^2 - 2at + 2a + 8 = 0$ saknēm jābūt $t_1 > 0$ un $t_2 > 0$

Ar Vjeta teorēmas palīdzību atrod atrisinājumu

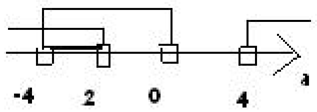
$$\begin{cases} t_1 + t_1 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a > 0 \\ 2a + 8 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ a > -4 \end{cases}$$



Kopīgais atrisinājums ir



$a \in (-4;-2)$

Centralizētais matemātikas eksāmens. 2005. gads.

I daļa

1. Aprēķināt $\log_2 0{,}25$

Atrisinājums.

$$\log_2 0{,}25 = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$$

2. Atrisināt vienādojumu $\dfrac{5}{\chi} = 2$

Atrisinājums.

$$\frac{5}{\chi} = 2 \Rightarrow \chi = \frac{5}{2} \Rightarrow \chi = 2{,}5$$

3. Aprēķināt 3% no 200.

Atrisinājums.

$$200 \cdot \frac{3}{100} = 200 \cdot 0{,}03 = 6$$

4. Atrisināt nevienādību $2^{\chi} < \dfrac{1}{16}$

Atrisinājums.

$2^{\chi} < \frac{1}{16} \Rightarrow 2^{\chi} < 2^{-4}$

$\chi \in (-\infty;-4)$

Atbilde: $\chi \in (-\infty;-4)$

5. Aprēķināt kuba pilnas virsmas laukumu, ja kuba šķautne ir 2 cm.

Atrisinājums.

$S = 6a^2 = 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot 4 = 24cm^2$

Atbilde: $S = 24cm^2$

6. Atrisināt vienādojumu $3^{\log_3(x-5)} = 2$

Atrisinājums.

$3^{\log_3(x-5)} = 2$

$\chi - 5 > 0$

D.A. $\chi > 5$

$\chi \in (5;+\infty)$

$3^{\log_3(x-5)} = 2 \Rightarrow \chi - 5 = 2 \Rightarrow \chi = 7$

Atbilde: $\chi = 7$

7. Atrisināt sistēmu $\begin{cases} \sin\chi = \frac{1}{2} \\ \cos\chi < 0 \end{cases}$

Atrisinājums.

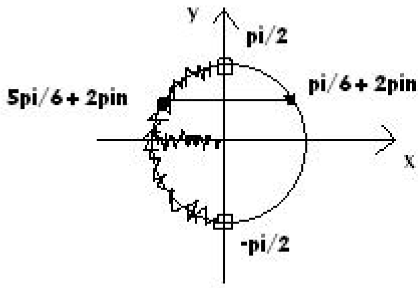
$\sin\chi = \frac{1}{2}$

$\chi_1 = \arcsin\frac{1}{2} + 2\pi n = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$\chi_2 = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$\cos\chi < 0$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi n < \chi < -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$



Atbilde: $\left\{\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z\right\}$

8. Ar kādu a vērtību vienādojuma $2^\chi + a = 0{,}7$ sakne ir 2?

Atrisinājums.

$2^\chi + a = 0{,}7$

$2^2 + a = 0{,}7$

$a = 0{,}7 - 4$

$a = -3{,}3$

Atbilde: $a = -3{,}3$

9. Atrisināt nevienādību $\frac{5\chi - 1}{3} - \frac{2\chi + 3}{5} < 1$. Uzrakstīt visus naturālos nevienādības atrisinājumus.

Atrisinājums.

$$\frac{5\chi - 1}{3}^{(\cdot 5} - \frac{2\chi + 3}{5}^{(\cdot 3} < 1$$

$$\frac{25\chi - 6 - 6\chi - 9 - 15}{15}$$

$15 \neq 0$

$19\chi - 29 < 0$

$19\chi < 29$

$\chi < \frac{29}{19}$

$\chi < 1\frac{10}{19}$

$\chi \in (-\infty; 1\frac{10}{19})$

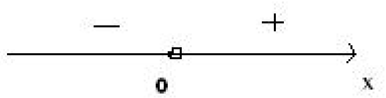
Atbilde: $\chi = 1$

10. Atrisināt nevienādību $1 - |\chi| > 3$.

Atrisinājums.

$1 - |\chi| > 3$

$\chi = 0$

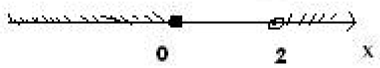


1)

$\chi \leq 0$

$1 + \chi > 0$

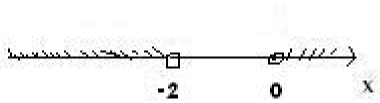
$\chi > 2$



tukša kopa

2)

$$\chi > 0$$
$$1 - \chi > 3$$
$$-\chi > 2$$
$$\chi < -2$$



tukša kopa

Atbilde: tukša kopa

11. Atrisināt nevienādību $\log_{0,3}(1-\chi) > 0$.

Atrisinājums.

D.A

$$1 - \chi > 0$$
$$-\chi > -1$$
$$\chi < 1$$
$$\chi \in (-\infty;1)$$

$$\log_{0,3}(1-\chi) > 0$$
$$1 - \chi < 0{,}3^0$$
$$1 - \chi < 1$$
$$-\chi < 0$$
$$\chi > 0$$
$$\chi \in (0;+\infty)$$

Atbilde: $\chi \in (0;1)$

12. Aprēķināt $\cos\alpha$, ja $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ un $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Atrisinājums.

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\left(\frac{12}{13}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - \frac{144}{169}$

$\cos^2\alpha = \frac{25}{169}$

$\cos\alpha_1 = \frac{5}{13}$

$\cos\alpha_2 = -\frac{5}{13}$

$\cos\alpha_1 = \frac{5}{13}$ neder, jo α ir II kvadrantā, pēc dotā, un II kvadrantā kosinuss ir „-„.

Atbilde: $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$

13. Uz šosejas Rīga – Liepāja divi ceļu būves traktori šobrīd atrodas 80 km un 92 km attālumā n Rīgas un abi brauc virzienā uz Liepāju. Traktoru ātrumi attiecīgi ir *a* km/h un *b* km/h, *a*>*b*. Uzrakstīt izteiksmi, kas izsaka, pēc cik ilga laika abi traktori būs blakus.

Atrisinājums.

1) 92 – 80 = 12 km (attālums)
2) $a - b$ (ātrums)
3) $t = \frac{s}{v} = \frac{12}{a-b}$

Atbilde: $\frac{12}{a-b}$ pēc tik ilga laika abi traktori būs blakus.

14. Noteikt χ, ja $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^\chi$, ja $a > 0$.

Atrisinājums.

$a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^\chi$

$a^{\frac{3}{2}+\frac{2}{3}} = a^\chi$

Tā kā bāzes ir vienādas, tad arī kāpinātājiem jābūt vienādiem!

$$\frac{3}{2}^{(\cdot 3} + \frac{2}{3}^{(\cdot 2} = \chi$$

$$\frac{9+4}{6} = \chi$$

$$\chi = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$$

Atbilde: $\chi = 2\frac{1}{6}$

15. Aprēķināt koordinātas punktiem, kuros funkcijas $y = \chi^3 - 5\chi^2 - 14\chi$ grafiks krusto O*x* asi.

Atrisinājums.

$$y = \chi^3 - 5\chi^2 - 14\chi$$

$$0 = \chi^3 - 5\chi^2 - 14\chi$$

$$\chi(\chi^2 - 5\chi - 14) = 0$$

$$\chi_1 = 0$$

$$\chi_2 - 5\chi - 14 = 0$$

$$\chi_2 = 7$$

$$\chi_3 = -2$$

Atbilde: (0;0)
(7;0)
(-2;0)

16. Noteikt funkcijas $y = \frac{\sqrt{\chi^2 - 9\chi}}{\chi + 2}$ definīcijas apgabalu.

Atrisinājums.

D.A.

$$\begin{cases} \chi + 2 \neq 0 \\ \chi^2 - 9\chi \geq 0 \end{cases}$$

$$\chi + 2 \neq 0 \Rightarrow \chi \neq -2$$

$$\chi^2 - 9\chi = 0$$

$$\chi(\chi - 9) = 0$$

$$\chi_1 = 0$$

$$\chi_2 = 9$$

Atbilde: $\chi \in (-\infty;-2) \cup (-2;0] \cup [9;+\infty)$

17. Noteikt *k* un *b*, ja funkcijas $y = k\chi + b$ grafiks iet caur punktu A (-3; 2) un *b* ir par 6 lielāks nekā *k*.

Atrisinājums.

$$\begin{cases} 2 = k \cdot (-3) + b \\ b - 6 = k \end{cases}$$

$$\begin{cases} b - 3k = 2 \\ b - 6 = k \,|\cdot (-1) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} b - 3k = 2 \\ -b + 6 = -k \end{cases}$$

$$-2k = -4$$

$$k = 2$$

$$b = k + 6 = 2 + 6 = 8$$

Atbilde: *k* = 2 un *b* = 8

18. Dots kubs, kura šķautnes garums 4 cm. Tā virsmu nokrāsoja baltu un kubu sadalīja mazākos kubiņos ar šķautnes garumu 1cm. Aprēķināt varbūtību, ka uz labu laimi izvēlētajam mazajam kubiņam būs tieši viena balta skaldne. (Jebkurš kubiņš var tikt izvēlēts ar vienādu varbūtību.)

Atrisinājums.

$16 \cdot 4 = 64$ (mazie kubiņi kopā)

$4 \cdot 6 = 24$ (viens krāsots laukums)

$$P(A)=\frac{24}{64}=\frac{12}{32}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

Atbilde: Varbūtība, ka uz labu laimi izvēlētajam mazajam kubiņam būs tieši viena balta skaldne ir $\frac{3}{8}$.

19. Sporta sekcijas 10 meitenēm un 2 zēniem ir piešķirtas 3 biļetes uz teātra izrādi. Cik dažādas skolēnu grupas var apmeklēt izrādi, ja uz teātri dosies 2 meitenes un 1 zēns?

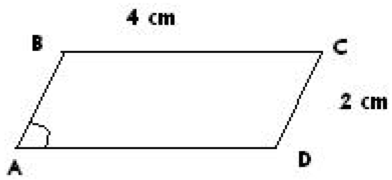
Atrisinājums.

$$C_{10}^{2}\cdot C_{2}^{1}=\frac{10!}{8!\cdot 2!}\cdot\frac{2!}{1!\cdot 1!}=9\cdot 10=90$$

Atbilde: Var izveidot 90 dažādas skolēnu grupas.

20. Paralelograma malu garumi ir 2 cm un 4 cm, bet šaurais leņķis 60^0. Aprēķināt paralelograma garāko diagonāli.

Atrisinājums.

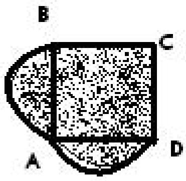


$$\angle B=180^0-60^0=120^0$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos\alpha$$
$$c^2=4^2+2^2-2\cdot 4\cdot 2\cdot\cos 120^0=$$
$$=16+4-16\cdot\cos(90^0+30^0)=$$
$$=20+16\cdot\sin 30^0=$$
$$=20+16\cdot\frac{1}{2}=28$$
$$c=\sqrt{28}=2\sqrt{7}cm$$

Atrisinājums: Paralelograma garākā diagonāle ir $2\sqrt{7}$ cm gara.

21. ABCD ir kvadrāts, kurā BC = a. Aprēķināt iesvītrotās figūras laukumu, ja uz malām AB un AD uzkonstruēti pusriņķi.

Atrisinājums.



$$S(ABCD) = a^2$$

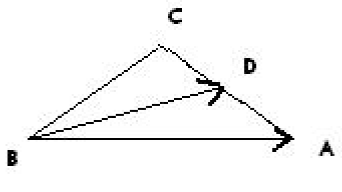
$$S_r = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi \cdot \frac{a^2}{4}$$

$$S_f = a^{2(4} + \frac{\pi \cdot a^2}{4} = \frac{a^2(4+\pi)}{4}$$

Atbilde: Iesvītrotās figūras laukums ir $\frac{a^2(4+\pi)}{4}$ laukuma vienības kvadrātā liels.

22. Zināms, ka $\overrightarrow{BD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BA} = \vec{b}$. Izteikt vektoru $\overrightarrow{CA}$ ar dotajiem vektoriem, ja punkts D ir nogriežņa CA viduspunkts.

Atrisinājums.



$$\overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{b}$$

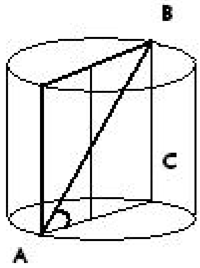
$$\overrightarrow{DA} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{CA} = 2 \cdot \overrightarrow{DA} = 2(\vec{b} - \vec{a}) = 2\vec{b} - 2\vec{a}$$

Atbilde: $\overrightarrow{CA} = 2\vec{b} - 2\vec{a}$

23. Cilindra aksiālšķēluma diagonāle ir 10 cm un tā veido leņķi α ar pamata plakni. Aprēķināt cilindra sānu virsmas laukumu.

Atrisinājums.

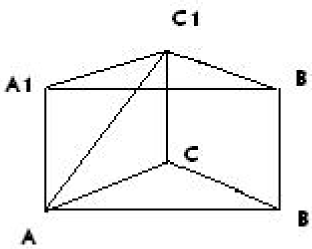


$$\sin\alpha = \frac{BC}{10}$$
$$H = BC = 10 \cdot \sin\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{AC}{10}$$
$$AC = \cos\alpha \cdot 10$$
$$R = \frac{\cos\alpha \cdot 10}{2} = 5\cos\alpha$$
$$S_{s\bar{a}\bar{a}nu.} = 2\pi R \cdot H = 2\pi \cdot 5\cos\alpha \cdot 10\sin\alpha = 50\sin 2\alpha$$

Atbilde: Cilindra $S_{s\bar{a}\bar{a}nu.} = 50\pi \sin 2\alpha$.

24. Dota taisna prizma $ABCA_1B_1C$, kur AB = AC = *a*, $\angle C_1A_1B_1 = \alpha, \angle C_1AC = \beta$. Aprēķināt prizmas tilpumu.

Atrisinājums.



$$V = S_{pam.} \cdot H$$

$$S_{pam.} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin\alpha = \frac{a^2 \sin\alpha}{2}$$

$$tg\beta = \frac{CC_1}{a}$$

$$H = CC_1 = tg\beta \cdot a$$

$$V = \frac{a^2 \sin\alpha}{2} \cdot tg\beta \cdot a = \frac{a^3 tg\beta \cdot \sin\alpha}{2}$$

Atbilde: Prizmas tilpums $V = \dfrac{a^3 tg\beta \cdot \sin\alpha}{2}$

25. Svina lodes, kuru rādiusi r 2 cm un 3 cm izkausēja un no visa iegūtā svina izlēja vienu jaunu lodi. Aprēķināt iegūtās lodes rādiusu.

Atrisinājums.

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8 = \frac{32\pi}{3} cm^3$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi cm^3$$

$$V_l = V_1 + V_2 = 36\pi + \frac{32\pi}{3} = \frac{140\pi}{3} cm^3$$

$$V_l = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{140\pi}{3}$$

$$R^3 = \frac{140\pi}{3} \cdot \frac{3}{4\pi} = \frac{140}{4} = 35$$

$$R = \sqrt[3]{35} cm$$

Atbilde: Iegūtās lodes rādiuss $R = \sqrt[3]{35} cm$.

II daļa

1. Atrisināt vienādojumu sistēmu.

$$\begin{cases} \log_4 \chi + \log_4 y = 1 \\ y - 2\chi = 7 \end{cases}$$

D.A. $\begin{cases} \chi > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \log_4 (\chi y) = 1 \\ y = 7 + 2\chi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \chi y = 4^1 \\ y = 7 + 2\chi \end{cases}$$

$\chi(7 + 2\chi) = 4$

$7\chi + 2\chi^2 - 4 = 0$

$2\chi^2 + 7\chi - 4 = 0$

$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 49 + 32 = 81$

$\chi_1 = \dfrac{-7+9}{2 \cdot 2} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\chi_2 = \dfrac{-7-9}{4} = \dfrac{-16}{4} = -4$

χ_2 neder, jo šī sakne neietilpst D.A.

$y_1 = 7 + 2 \cdot \dfrac{1}{2} = 7 + 1 = 8$

Atbilde: $\left(\dfrac{1}{2};8\right)$

2. Atrisināt nevienādību.

$$\frac{5 \cdot 4^{\chi} - 20}{2^{\chi} - 1} \le 0$$

S.

$5 \cdot 4^{\chi} - 20 = 0$

$5(4^{\chi} - 4) = 0 \,|: 5 \ne 0$

$4^{\chi} - 4 = 0$

$4^{\chi} = 4$

Tā kā bāzes ir vienādas, tad arī kāpinātājiem ir jābūt vienādiem.

$\chi = 1$

P.

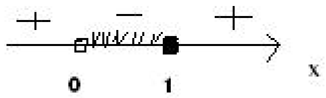
$2^{\chi} - 1 = 0$

$2^{\chi} = 1$

$2^{\chi} = 2^0$

Tā kā bāzes ir vienādas, tad arī kāpinātājiem ir jābūt vienādiem.

$\chi = 0$



Atbilde: $\chi \in (0;1]$

3. Tika aprēķinātas viena uzvalka un viena mēteļa ražošanas izmaksas. Sākot ražošanu, izrādījās, ka, salīdzinot ar aprēķiniem, uzvalka izmaksas ir par 20 % lielākas, bet mēteļa izmaksas – par 25 % lielākas. Tā kā kopējās viena uzvalka un viena mēteļa izmaksas pieaugušas par 24 %, tagad tās ir 248 lati. Cik ielas bija sākumā aprēķinātās viena uzvalka ražošanas izmaksas un viena mēteļa ražošanas izmaksas?

x... tādas ir viena uzvalka izmaksas

y... tādas ir viena mēteļa izmaksas

$$\begin{cases} 124\%(\chi + y) = 248 \\ 20\%\chi + 25\%y = (248 - 200) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \chi + y = 200 \\ 0{,}2\chi + 0{,}25y = 48 \end{cases}$$

$\chi = 200 - y$

$0{,}2(200 - y) + 0{,}25y = 48$

$40 - 0{,}2y + 0{,}25y = 48$

$0{,}05y = 48 - 40$

$0{,}05y = 8$

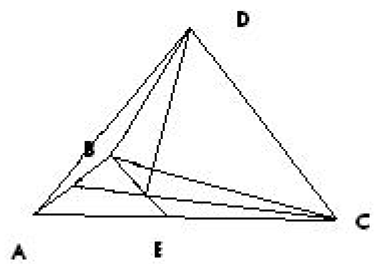
$y = 8 : 0{,}05$

$y = 160 gb./Ls$

$\chi = 200 - 160 = 40Ls$

Atbilde: viena uzvalka ražošana izmaksas tika aprēķinātas par 40 Ls, bet mēteļa izmaksas – 160 Ls.

4. Piramīdas DABC pamats ir vienādsānu trijstūris, kura pamats ir a un virsotnes leņķis ABC ir 2α. Piramīdas visas sānu šķautnes ar pamat plakni veido leņķus β. Aprēķināt piramīdas tilpumu.



Dots: ABCD – piramīda

$\angle ABC = 2\alpha$

$AC = a$

$AB = BC$

$\angle OCD = \angle OBD = \angle OAD = \beta$

Jāaprēķina*: V(ABCD)* - ?

Aprēķins: $V = \frac{1}{3} S_{pam.} \cdot H$

O – vidusperpendikulu krustpunkts, jeb apvilktās riņķa līnijas centrs

ΔABC

$BE = \frac{a}{2tg\alpha}$

$S_{pam.} = \frac{1}{2} a^2 \cdot \sin B = \frac{1}{2} BE \cdot AC = \frac{1}{2} \frac{a}{2tg\alpha} \cdot a = \frac{a^2}{4tg\alpha}$

ΔABC pielietojama sin teorēma $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

$$\frac{a}{\sin 2\alpha} = 2 \cdot BO$$

$$2BO = \frac{a}{\sin 2\alpha}$$

$$BO = \frac{a}{2\sin 2\alpha}$$

ΔBOD

$$tg\beta = \frac{DO}{\frac{a}{2\sin 2\alpha}}$$

$$DO = H = \frac{tg\beta \cdot a}{2\sin 2\alpha} = \frac{a \cdot tg\beta}{2\sin 2\alpha}$$

$$V = \frac{1}{3}\frac{a^2}{4tg\alpha} \cdot \frac{a \cdot tg\beta}{2\sin 2\alpha} = \frac{a^3 \cdot tg\beta}{24tg\alpha \cdot \sin 2\alpha}$$

Atbilde: Piramīdas tilpums $V = \dfrac{a^3 \cdot tg\beta}{24tg\alpha \cdot \sin 2\alpha}$

5. Atrisināt vienādojumu.

$$(2\sin^2 \chi - 3\sin \chi + 1) \cdot \sqrt{tg\chi} = 0$$

D.A.

$$tg\chi \geq 0$$
$$tg\chi = 0$$
$$\chi = \pi n, n \in Z$$

$$2\sin^2 \chi - 3\sin \chi + 1 = 0$$

$$\sin \chi = t (apz.)$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$$

$$t_1 = \frac{3+1}{4} = 1$$

$$t_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \chi = 1$$

$$\chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

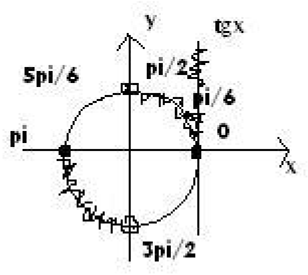
neder, jo neietilpst D.A.

$$\sin\chi = \frac{1}{2}$$

$$\chi_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

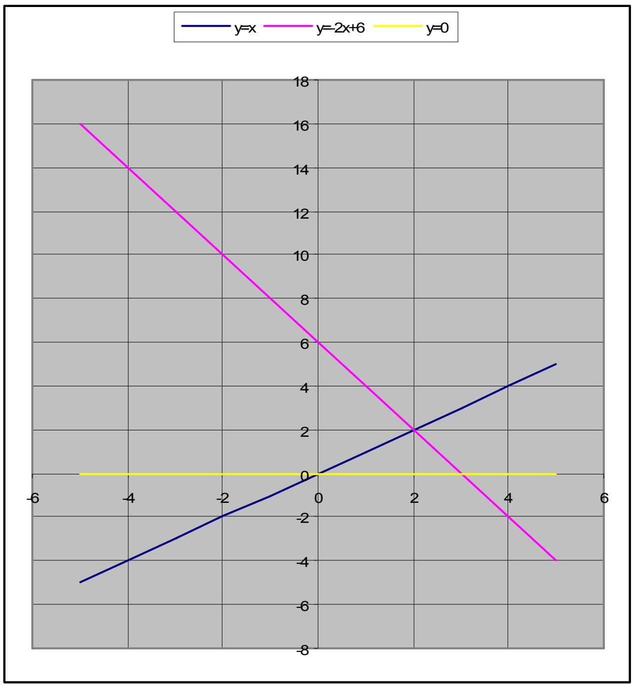
$$\chi_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

neder, jo neietilpst D.A.

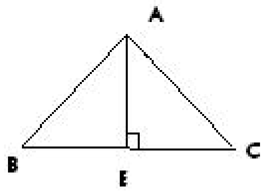


Atbilde: $\left\{\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \pi n, n \in Z\right\}$

6. Uzzīmēt funkciju $y = \chi$, $y = -2\chi + 6$ un $y = 0$ grafikus un aprēķināt šo grafiku izveidotā trijstūra laukumu. Noteikt taišņu $y = \chi$ un $y = -2\chi + 6$ veidotā šaurā leņķa tangensu.



$$S = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3v^2$$



$$tgB = \frac{2}{2} = 1$$

$$B = arctg1 = 45^0$$

$$AE^2 + EC^2 = AC^2$$

$$2^2 + 1^2 = AC^2$$

$$5 = AC^2$$

$$AC = \sqrt{5}$$

ΔABC pielieto sin teorēmu

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sin 45^0} = \frac{3}{\sin A}$$

$$\sin A = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt{10}}{2 \cdot 5} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\left(\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2}$$

$$ctg^2\alpha = \frac{100}{9 \cdot 10} - 1$$

$$ctg^2\alpha = \frac{100}{90} - 1$$

$$ctg^2\alpha = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$$

$$ctg\alpha = \frac{1}{3}$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

$$tg\alpha = 1 : \frac{1}{3} = 3$$

Atbilde: Taišņu $y = \chi$ un $y = -2\chi + 6$ veidotā šaurā leņķa $tg\alpha = 3$

Centralizētais matemātikas eksāmens. 2004. gads.

I daļa

1. Aprēķināt trigonometriskās funkcijas $tg225^0$ vērtību.

Atrisinājums.

$tg225^0 = tg(180^0 + 45^0) = tg45^0 = 1$

2. Atrisināt vienādojumu $(\chi + 3)^2 = 0$.

Atrisinājums.

$$(\chi + 3)^2 = \chi^2 + 6\chi + 9 = 0$$
$$D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$
$$\chi_{1,2} = \frac{-6}{2} = -3$$
$$x = -3$$

3. Atrisināt nevienādību $-4\chi > 20$.

Atrisinājums.

$$-4\chi > 20$$
$$\chi < \frac{20}{-4}$$
$$\chi < -5$$

$$\chi \in (-\infty; -5)$$

4. Aprēķināt kvadrāta mala garumu ja tā diagonāle ir $6\sqrt{2}$ cm gara.

Atrisinājums.

$$\chi^2 + \chi^2 = (6\sqrt{2})^2$$
$$2\chi^2 = 36 \cdot 2$$
$$\chi^2 = 36$$
$$\chi = 6$$

Kvadrāta malas garums ir 6 cm.

5. Salīdzināt skaitļus *A* un *B*, ja $A = \log_5 \frac{1}{25}$ un $B = 0$.

Atrisinājums.

$$A = \log_5 \frac{1}{25}$$
$$\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 5^{-2} = -2$$
$$A < B$$

6. Aprēķināt izteiksmes vērtību, izsakot atbildi kā veselu skaitli.

Atrisinājums.

$$\sqrt[4]{4(4-2\sqrt{3})} \cdot \sqrt[4]{(4+2\sqrt{3})} = \sqrt[4]{4(4^2-(2\sqrt{3})^2)} =$$
$$= \sqrt[4]{4(16-4\cdot 3)} = \sqrt[4]{4\cdot 4} = 2$$

7. Atrisināt nevienādību $-1 < 2\chi - 3 < 5$.

Atrisinājums.

$$\begin{cases} 2\chi - 3 < 5 \\ 2\chi - 3 > -1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2\chi < 8 \\ 2\chi > 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \chi < 4 \\ \chi > 1 \end{cases}$$
$$\chi \in (1;4)$$

8. Noteikt funkcijas $y = \chi^2 - 2\chi - 8$ vismazāko vērtību.

Atrisinājums.

$$y = \chi^2 - 2\chi - 8$$
$$\chi_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1$$
$$y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 8 = 1 - 2 - 8 = -9$$

9. Dota funkcija $f(\chi) = \chi^3 - 2a\chi + 5$. Noteikt parametra a vērtību, ja zināms, ka $f(-1) = -3$.

Atrisinājums.

$$(-1)^3 - 2 \cdot a \cdot (-1) + 5 = -3$$
$$-1 + 2a + 5 = -3$$
$$2a = -7$$
$$a = -3{,}5$$

10. Simts gramos 5% sāls šķīduma iebēra 25 g sāls. Cik procentu sāls ir iegūtajā šķīdumā?

Atrisinājums.

$$m_{sāāl} = 100 \cdot 0{,}05 = 5g$$
$$m_v = 5 + 25 = 30g$$
$$m_{šķ.} = 100 + 25 = 125g$$
$$W_{\%} = \frac{m_v}{m_{šķ.}} \cdot \% = \frac{30}{125} \cdot 100 = 24\%$$

11. Aprēķināt.

Atrisinājums.

$$2^{2\log_{0,5}(2\sqrt{2})}$$
$$4^{\log_{\frac{1}{2}}(2\sqrt{2})}$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2\log_{\frac{1}{2}}(2\sqrt{2})}$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2\log_2 2^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

12. Firmas īpašumā esošo automobiļu sadalījums pēc ražošanas gada dots tabulā. Cik procentu no visiem firmas automobiļiem ir saražoti līdz 2001. gadam (ieskaitot)?

Ražošanas gads	Automobiļu skaits
2003.	5
2002.	10
2001.	20
2000.	25
1999. un senāks	40

Atrisinājums.

Kopā pavisam ir 5+10+20+25+40=100 automobiļi.

No 2001. gada un vecāki ir 20+25+40=85 automobiļi

$$\frac{85}{100} = 85\%$$

13. Atrisināt vienādojumu.

Atrisinājums.

$$\frac{\chi^2 - 4}{\chi^3 - 5\chi + 2} = 0$$

$$\chi^3 - 5\chi + 2 \neq 0$$

$$\chi^2 - 4 = 0$$

$$\chi_{1,2} = \pm 2$$

Pārbaude.

$$2^3 - 5 \cdot 2 + 2 = 0$$

$$\chi_1 = 2(neder)$$

$$(-2)^3 - 5 \cdot (-2) + 2 = -16$$

$$\chi_2 = -2(der)$$

14. Atrisināt vienādojumu un noteikt tā saknes intervālā $[0; \pi]$.

Atrisinājums.

$$\sin\chi \cdot \cos\frac{\pi}{10} - \cos\chi \cdot \sin\frac{\pi}{10} = 0$$

$$\sin\left(\chi - \frac{\pi}{10}\right) = 0$$

$$\chi - \frac{\pi}{10} = \pi n$$

$$\chi = \frac{\pi}{10} + \pi n, n \in Z$$

$$\left\{\frac{\pi}{10}\right\}$$

15. Atrisināt vienādojumu.

Atrisinājums.

$\log_{\chi-2} 9 = 2$

D.A.

$$\begin{cases} \chi - 2 > 0 \\ \chi - 2 \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \chi > 2 \\ \chi \neq 3 \end{cases}$$

$$\chi \in (2;3) \cup (3;+\infty)$$

$\log_{\chi-2} 9 = 2$

$(\chi - 2)^2 = 9$

$\chi^2 - 4\chi + 4 = 9$

$\chi^2 - 4\chi - 5 = 0$

$\chi_1 = 5(der)$

$\chi_2 = -1(neder)$

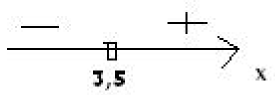
16. Atrisināt nevienādību.

Atrisinājums.

$|2\chi - 7| > 3$

$2\chi - 7 = 0$

$\chi = 3{,}5$



1)

$$\begin{cases} \chi \leq 3{,}5 \\ -2\chi + 7 > 3 \end{cases}$$

$-2\chi > -4$

$\chi < 2$

2)

$$\begin{cases} \chi > 3{,}5 \\ 2\chi - 7 > 3 \end{cases}$$

$2\chi > 10$

$\chi > 5$

$\chi \in (-\infty;2) \cup (5;+\infty)$

17. Atrisināt nevienādību $\frac{2\chi}{\chi-4} < 0$.

Atrisinājums.

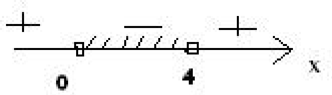
$$\frac{2\chi}{\chi-4} < 0$$

S.

$$2\chi = 0$$
$$\chi = 0$$

P.

$$\chi - 4 = 0$$
$$\chi = 4$$



$\chi \in (0;4)$

18. Doti divi parastie metamie kauliņi. Cik liela ir varbūtība, ka, metot tos vienlaicīgi, summā tiks uzmesti 5 punkti?

Atrisinājums.

1 4

2 3 kombinācijas kādās var uzmest summā 5

$$P(A) = \frac{2}{21}$$

19. No cipariem 1; 2; 3; 4; 5 izveido piecciparu skaitļus, kuros cipari neatkārtojas.

1) Cik tādu piecciparu skaitļu iespējams izveidot?

2) Cik no šiem piecciparu skaitļiem ir tādu, kas sākas ar 15?

Atrisinājums.

$P_5 = 5! = 120$ tik piecciparu skaitļu iespējams izveidot

$P_3 = 3! = 6$ tik ir piecciparu skaitļu, kas sākas ar 15

20. Cilindrs ir ievilkts kubā. Aprēķināt cilindra un kuba tilpuma attiecību.

Atrisinājums.

$$\frac{V_c}{V_k} = \frac{S_{pam} \cdot H}{H^3} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2}{H^2} = \frac{\frac{\pi \cdot H^2}{4}}{H^2} = \frac{\pi H^2}{4} \cdot \frac{1}{H^2} = \frac{\pi}{4}$$

21. Taisna paralēlskaldņa pamata malu garumi ir 15 cm un 12 cm. Leņķis starp pamata malām r 30^0. Mazākās sānu skaldnes diagonāles garums ir 15 cm. Aprēķināt paralēlskaldņa tilpumu.

Atrisinājums.

$$H^2 = 225 - 144 = 81$$
$$H = 9$$
$$S_{pam} = 12 \cdot 15 \cdot \sin 30^0 = 12 \cdot 15 \cdot \frac{1}{2} = 90cm^2$$
$$V = S_{pam} \cdot H = 90 \cdot 9 = 810cm^3$$

22. Regulārā trijstūrī ievilkta riņķa laukums ir 9π. Aprēķināt trijstūra malas garumu.

Atrisinājums.

$S_r = 9\pi$

$\pi R^2 = 9\pi$

$R = 3$

$9^2 + \chi^2 = (2\chi)^2$

$81 = 3\chi^2$

$\chi^2 = 27$

$x = 3\sqrt{3}$

$2\chi = 6\sqrt{3}$

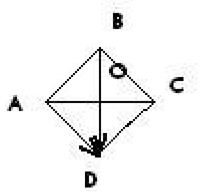
Regulārā trijstūra malas garus ir $6\sqrt{3}$.

23. Dots rombs *ABCD*; *O* – diagonāļu krustpunkts; $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ un $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$.

a) Izteikt vektoru $\overrightarrow{DC}$ ar vektoriem $\vec{a}$ un $\vec{b}$.

b) Aprēķināt vektoru $\overrightarrow{OB}$ un $\overrightarrow{OC}$ skalāro reizinājumu.

Atrisinājums.



a) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b}$

b) 0

24. Dots komplekss skaitlis $z = 4 + 3i$.

a) Aprēķināt dotā skaitļa un tā kompleksi saistītā skaitļa reizinājumu.

b) Noteikt dotā skaitļa moduli.

Atrisinājums.

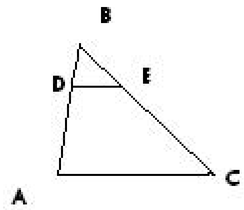
$\overline{z} = 4 - 3i$

a) $z \cdot \bar{z} = (4+3i)(4-3i) = 16 - 9i^2 = 25$

b) $|z| = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = 5$

25. Punkts D sadala trijstūra *ABC* malu *AB* attiecībā *AD:DB=4:1*. Dots, ka $DE \parallel AC$ un ΔDBE laukums ir $3cm^2$. Aprēķināt ΔABC laukumu.

Atrisinājums.



$DB = \chi$

$AD = 4\chi$

$$\left(\frac{DB}{AB}\right)^2 = \frac{S(DBE)}{S(ABC)}$$

$$\left(\frac{\chi}{5\chi}\right)^2 = \frac{3}{S}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{3}{S}$$

$S = 25 \cdot 3 = 75cm^2$

Atbilde: Trijstūra ΔABC laukums $S = 75cm^2$

II daļa

1.Atrisināt nevienādību.

$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{2\chi - 6}{\chi + 1} \geq -1$$

D.A. $\frac{2\chi - 6}{\chi + 1} > 0$

S.

$$2\chi - 6 = 0$$
$$\chi = 3$$

P.

$$\chi + 1 = 0$$
$$\chi = -1$$

$\chi \in (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$

$$\frac{2\chi - 6}{\chi + 1} \le \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$\frac{2\chi - 6}{\chi + 1} \le 3^{(\chi+1}$$

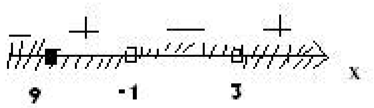
$$\frac{-\chi - 9}{\chi + 1} \le 0$$

S.

$$-\chi - 9 = 0$$
$$-\chi = 9$$
$$\chi = -9$$

P.

$$\chi + 1 = 0$$
$$\chi = -1$$



Atbilde: $\chi \in (-\infty;-9] \cup (3;+\infty)$

2. Aizdevuma saņemšanai 3 zemnieku saimniecības iesniedza savus biznesa plānus, lai izveidotu zivju dīķus. Pirmās saimniecības pieprasījuma summa vienāda ar 45 % no otrās saimniecības pieprasījuma summas, bet otrās saimniecības pieprasījuma summa vienāda ar 80 % no trešās saimniecības pieprasījuma summas. Trešā saimniecība pieprasīja par Ls 3200 vairāk nekā pirmā. Cik lielu summu pieprasīja visas trīs saimniecības kopā?

x ...tik pieprasīja trešā saimniecība

80 % x ... tik pieprasīja otrā saimniecība

45 % (80 %x) ... tik pieprasīja pirmā saimniecība

$\chi - 45\%(80\%\chi) = 3200$

$\chi - \frac{45}{100}\left(\frac{80}{100} \cdot \chi\right) = 3200$

$\chi - \frac{9}{20} \cdot \frac{4}{5}\chi = 3200$

$\chi - \frac{36}{100}\chi = 3200$

$\frac{64}{100}\chi = 3200$

$\chi = 3200 \cdot \frac{100}{64}$

$\chi = 5000 Ls (trešā)$

$80\%\chi = \frac{80}{100} \cdot 5000 = 4000 Ls (otrā)$

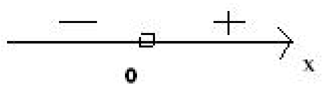
$45\% \cdot 4000 = 1800 Ls (pirmā)$

Atbilde: Visas trīs saimniecības kopā pieprasīja 10800 Ls lielu summu.

3. Atrisināt vienādojumu sistēmu.

$$\begin{cases} y - 2|\chi| + 3 = 0 \\ 3y + 2\chi = -1 \end{cases}$$

$\chi = 0$



1)

$\chi \le 0$

$$\begin{cases} y + 2\chi + 3 = 0 \\ 3y + 2\chi = -1 \end{cases}$$

$y = -2\chi - 3$

$3(-2\chi - 3) + 2\chi = -1$

$-6\chi - 9 + 2\chi = -1$

$-4\chi = 8$

$\chi = -2$

$y = -2 \cdot (-2) - 3 = 1$

$(-2;1)$

2)

$\chi > 0$

$\begin{cases} y - 2\chi + 3 = 0 \\ 3y + 2\chi = -1 \end{cases}$

$y = 2\chi - 3$

$3(2\chi - 3) + 2\chi = -1$

$6\chi - 9 + 2\chi = -1$

$8\chi = 8$

$\chi = 1$

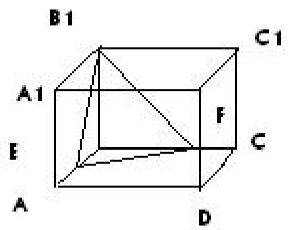
$y = 2 \cdot 1 - 3 = -1$

$(1;-1)$

Atbilde: (-2;1) un (1;-1)

4. Dots kubs $ABCDA_1B_1C_1D_1$, kura šķautnes garums ira. Punkts E ir šķautnes AB viduspunkts. Punkts F sadala šķautni BC attiecībā $BF : FC = 3 : 1$. Caur punktiem E, B_1 un F novilkta plakne.

1) Aprēķināt tilpumu mazākajam atšķeltajam ķermenim.
2) Aprēķināt abu atšķelto ķermeņu tilpumu attiecību.



Dots: Kubs

AD = a

BF : FC = 3 : 1

Jāaprēķina: 1) $V(EBFB_1) - ?$

2) $\frac{V_1}{V_2} - ?$

Aprēķins:

$$V_k = a^3$$

$$V(EBFB_1) = \frac{1}{3} S_{pam} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{16} \cdot a = \frac{a^3}{16}$$

$$S_{pam} = \frac{a}{2} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a^2}{16}$$

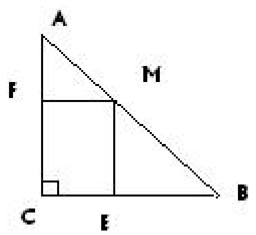
$$V_k - V(EBFB_1) = a^3 - \frac{a^3}{16} = \frac{15a^3}{16}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{a^3}{16} : \frac{15a^3}{16} = \frac{a^3}{16} \cdot \frac{16}{15a^3} = \frac{1}{15}$$

Atbilde: $V(EBFB_1) = \frac{a^3}{16}$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{15}$$

5. Taisnleņķa trijstūrī z hipotenūzas atrodas punkts M. No punkta M novilkti perpendikuli pret katetēm. Šo perpendikulu garumi ir 4 cm un 8 cm. Trijstūra laukums ir 100 cm^2. Aprēķināt trijstūra katetes.



Dots: Δ ABC

$\angle C = 90^0$

MF $\perp$ AC

ME $\perp$ BC

FM = 4cm

ME = 8 cm

S(ABC) = 100 cm^2

Jāaprēķina: AC - ?

BC - ?

Aprēķins:

$$S(ABC) = \frac{BC \cdot AC}{2}$$
$$\frac{BC \cdot AC}{2} = 100$$
$$BC \cdot AC = 200$$
$$AC = \chi + 8$$
$$BC = y + 4$$
$$\begin{cases} (\chi + 8)(y + 4) = 200 \\ \dfrac{\chi}{8} = \dfrac{4}{y} \end{cases}$$
$$\chi y = 32$$
$$\chi = \frac{32}{y}$$
$$\left(\frac{32}{y} + 8\right)(y + 4) = 200$$
$$32 + \frac{128}{y} + 8y + 32 = 200$$
$$\frac{128}{y} + 8y^{(\cdot y} = 136^{(\cdot y} \Big| y \neq 0$$
$$8y^2 - 136y + 128 = 0 \Big| : 8$$
$$y^2 - 17y + 16 = 0$$
$$y_1 = 16$$
$$y_2 = 1$$
$$\chi_1 = \frac{32}{16} = 2$$
$$\chi_2 = \frac{32}{1} = 32$$
$$AC = 2 + 8 = 10cm$$
vai
$$AC = 32 + 8 = 40cm$$
$$BC = 16 + 4 = 20cm$$
vai
$$BC = 1 + 4 = 5cm$$
$$(10;20) vai (5;40)$$

Atbilde: AC = 10 cm un BC = 20cm

vai

AC = 40 cm un BC = 5 cm

6. Noteikt tās m vērtības, ar kurām izteiksme $\sqrt{(m+1)\chi^2-2(m-1)\chi+3m-3}$ ir definēta visiem reāliem x.

$$\sqrt{(m+1)\chi^2-2(m-1)\chi+3m-3}$$
$$(m+1)\chi^2-2(m-1)\chi+3m-3\geq 0$$
$$m+1\neq 0$$
$$m\neq -1$$
$$D=(-2m+2)^2-4(m+1)(3m-3)=4-8m+4m^2-4(3m^2-3m+3m-3)=$$
$$=4-8m+4m^2-12m^2+12=-8m^2-8m+16$$
$$-8m^2-8m+16\geq 0$$
$$-m^2-m+2\geq 0$$
$$D=1-4\cdot(-1)\cdot 2=9$$
$$m_1=\frac{1+3}{-2}=-2$$
$$m_2=\frac{1-3}{-2}=1$$

Atbilde: $m\in[-2;-1)\cup(-1;1]$

3. pielikums

Matemātikas eksāmena uzdevumi 31.05.1999
I daļa

1. (10 punkti) Dota funkcija $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$.
   1) (6 punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalu;
   2) (4 punkti) Atrast funkcijas vērtību intervālā [0; 5].

2. (10 punkti) Dota funkcija $f(x) = e^x$ un $g(x) = 3$.
   1) (2 punkti) Uzskicēt funkcijas grafiku;
   2) Atrast
      a) (3 punkti) kādi punkti ietilpst funkcijas vērtību apgabalā;
      b) (3 punkti) kādas argumenta x vērtības reizē ir funkcijas $f(x)$ mazākās vērtības funkcijā $g(x)$;
      c) (2 punkti) funkcijas $f(x)$ vērtība, kad $x = \ln\cos\frac{\pi}{6}$.

3. (15 punkti) Konusa virsotnes leņķis ir 64^0 un pamata apkārtmērs ir 126 cm. Aprēķināt konusa sānu malas laukumu un tilpumu.

4. (15 punkti)
   1) (3 punkti) Spainī ir 6 melnas un 4 baltas bumbiņas. Nejauši paņemam vienu bumbiņu. Cik liela ir varbūtība, ka izvēlētā bumbiņa ir balta?
   2) Citā spainī ir 8 baltas un 6 melnas bumbiņas. Nejauši paņem 2 bumbiņas. Cik liela ir varbūtība, ka pēc kārtas ņemot izvēlētas ir
      a) (5 punkti) abas baltas bumbiņas;
      b) (7 punkti) abas ir vienā krāsā?

II daļa

Atrisināt divus no 5., 6., 7. uzdevumam un 8. vai 9. uzdevumu.

Vērtēti tiks tikai 3 uzdevumi (divi ar 15 punktiem katrs un viens ar 20 punktiem).

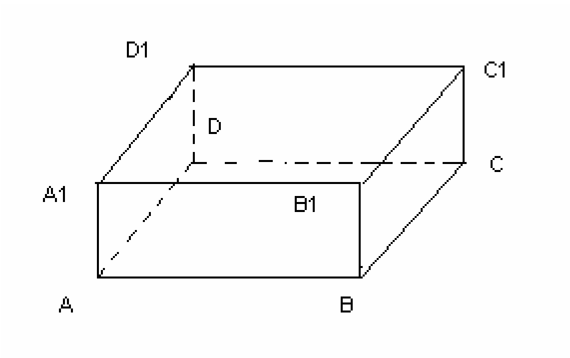
5. (15 punkti) Atrast $\sin 2\alpha$, kad $\cos\alpha$ apmierina vienādojumu $25\cos^2\alpha + 5\cos\alpha - 12 = 0$ un $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

6. (15 punkti) Jauns soliņš maksā 40000 kronas un katru gadu tā vērtība samazinās par 5% gadā no vērtības gada sākumā.

1) Cik liela ir soliņa vērtība pēc 4 gadiem;

2) Kurā gadā soliņa vērtība būs divas reizes mazāka nekā sākumā?

7. (20 punkti) Paralēlskaldņa diagonāle ir 9 cm un $\sqrt{33}$ cm. Pamata perimetrs ir 18 cm un sānu mala ir 4 cm. Atrast trijstūra piramīdas $ABDD_1$ tilpumu (sk. zīm.).



8. (20 punkti) Dotas taisnes $x + 7y - 6 = 0$ un $5x - 5y + 1 = 0$.

1) Atrast taišņu krustpunktu;

2) Atrast šo taišņu savstarpējo plato leņķu vienādojumu.

1999. Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi

Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi 31.05.1999

I daļa

1. (10 punkti) Dota funkcija $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 11$.

1) (6 punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalu;

2) (4 punkti) Atrast funkcijas maksimālās vērtības intervālā [0;5].

2. (10 punkti) Dota funkcija $f(x) = \ln x$ un $g(x) = -2$.

1) Uzskicēt funkcijas grafiku.

2) Atrast

a) (3 punkti) funkcijas krustpunktus ar koordinātu asīm;

b) funkcijas $f(x)$ argumenta x vērtības, kas ietilpst funkcijas $g(x)$ vērtību apgabalā;

c) (2 punkti)funkcijas $f(x)$ vērtību, kad $x = e^{\sin\frac{\pi}{3}}$.

3. (15 punkti) Trijstūra piramīdas pamata perimetrs ir $120\sqrt{3}$ cm un divplakņu kakta leņķis ir 30^0. Aprēķināt piramīdas pilno laukumu.

4. (15 punkti)

1) (3 punkti) Klasē ir 6 meitenes un 4 puiši. Kādu dienu skolā ieradās 9 jaunieši. Kāda ir varbūtība, ka skolā nebūs visas meitenes?

2) Citā klasē ir 8 meitenes un 6 puiši, Kādā dienā skolā ieradās 12 jaunieši. Kāda ir varbūtība, ka skolā būs ieradušies

a) (5 punkti) gan meitenes, gan zēni, bet zēni nebūs visi;

b) (7 punkti) nebūs ne visi zēni, ne visas meitenes ieradušās?

II daļa

Atrisināt divus no 5., 6., 7. uzdevumam un 8. vai 9. uzdevumu.
Vērtēti tiks tikai 3 uzdevumi (divi ar 15 punktiem katrs un viens ar 20 punktiem).

5. (15 punkti) Atrast $\sin 2\alpha$, kad $\sin\alpha$ apmierina vienādojumu

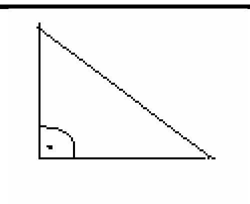
$$\cos 2\alpha = 7\sin^2\alpha \text{ un } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$$

6. (15 punkti) Mežsaimniecībā sākumā uzskaitīja 6500 m^3 koksnes. Koksne katru gadu samazinājās vidēji par 2%

1) Cik liels būs meža samazinājums pēc 4 gadiem;

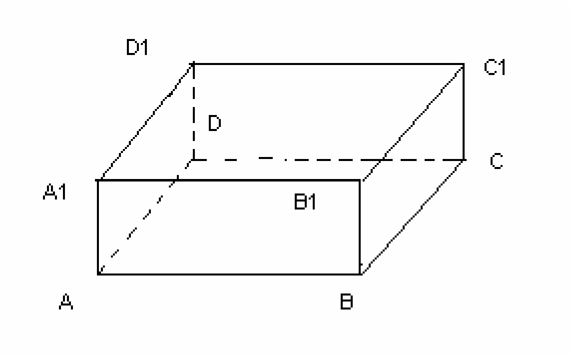
2) Kurā gadā koksne mežsaimniecībā būs samazinājusies divas reizes?

7. (15 punkti) Dots taisnleņķa trijstūris. Atrast trijstūra katetes garumus, kad hipotenūza ir 20 cm gara.



8. (20 punkti) Paralēlskaldņa diagonāles ir 9 cm un $\sqrt{33}$ cm garas. Pamata perimetrs ir 18 cm un sānu mala ir 4 cm gara.

Atrast paralēlskaldņa tilpumu. (sk. zīm.)



9. (20 punkti) Dotas taisnes $x+7y-6=0$ un $5x-5y+1=0$.

1) Atrast punktus, kuros taisnes krustojas;

2) Atrast šo taišņu savstarpējo plato leņķu vienādojumu.

I daļa

1. (10 punkti)

1) (7 punkti) Vienkāršot izteiksmi $\frac{1}{x(x-1)}+\left(\frac{x}{x-1}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\div\frac{\sqrt{x^3}}{x-1}$.

2) (3 punkti) Atrast dotās izteiksmes vērtību, kad $x=4$. Pārliecināties, ka vienkāršotā izteiksme ir pareiza.

2. (10 punkti) Taisnleņķa trijstūra divu virsotņu punkti ir B(1, -2, -2) un C(-4, 2, 0). Taisnleņķa trijstūra virsotne A atrodas uz z-ass. Atrast virsotnes A koordinātas.

3. (15 punkti) Dota funkcija $f(x)=x\ln 6-x\ln x$.

1)Atrast funkcijas $f(x)$

a) (1 punkts) Robežas;

b) (4 punkti) Grafika un x-ass krustpunktus;

c) (7 punkti) Maksimuma punktu uz abscisas.

2)(3 punkti) Sastādīt līnijas $y = f(x)$ pieskares vienādojumu punktam, kura līnijas gabals ir x-ass.

4. (15 punkti) Kastē ir 8 zili un 4 melni zīmuļi.

1)(2 punkti) No kastes nejauši izvelk vienu zīmuli, paskatās krāsu un atliek atpakaļ kastē zīmuli. Kāda ir varbūtība, ka izvilktais zīmulis ir vai nu melns vai arī zils?

2)No kastes nejauši izņem piecus zīmuļus.

d) (3 punkti) Cik daudz ir variantu kādā iespējams paņemt piecus zīmuļus?

e) (5 punkti) Kāda ir varbūtība, ka no 5 zīmuļiem 2 ir zili un 3 ir melni.

f) (5 punkti) Kāda ir varbūtība, ka no izvilktajiem zīmuļiem visi pieci zīmuļi ir zili?

Matemātikas valsts eksāmeni 05.06.1999
I daļa

1. (10 punkti) Dots , ka $a = \frac{1}{4}\sqrt{b^2 + c^2}$, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

1) (5 punkti) Izteikt c ar a un b lielumiem;

2) (5 punkti) Atrast c^2, kad $a = \sqrt{3} + 1$ un $b = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

2. (10 punkti) Dota funkcija $f(x) = e^x - x$.

1)(2 punkti) Atrast x, kas apmierina $f'(x) = 0$.

2)(3 punkti) Ieskicēt funkcijas $f(x)$ grafiku intervālā [0, 2].

3)(5 punkti) Aprēķināt dotās funkcijas grafika un taisnes $x = 1$, $x = 2$ un x-ass ierobežotā attēla laukumu.

II daļa

Atrisināt divus uzdevumus 6., 7., 8. un vēl vai nu 9. vai 10. uzdevumu.

6. (15. punkti) Dota funkcija $y = \ln\frac{e}{e^x} - x^2$

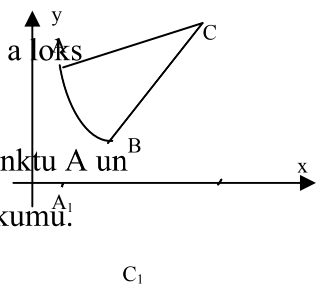
1) (2 punkti) Atrast funkcijas vērtību apgabalu;

2) (4 punkti) Vienkāršot funkcijas izteiksmi lietojot logaritma īpašības;

3) (6punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas vietas (intervālus);

4) (3 punkti) Aprēķināt funkcijas maksimuma punkta koordinātas.

7. (15 punkti) Plaknes figūras virsotnes atrodas punktos A($\frac{1}{2}$;2), B (1,1), C (3,3) (skatīt zīm.)



1) (2 punkti) Sāns AB ir hiperbola xy = a loks. Atrast atkārtotās a vērtības.

2) (3 punkti) Punkti A_1 un C_1 ir loka punktu A un C projekcija. Aprēķināt trapeces A_1C_1CA laukumu.

3) (10 punkti) Aprēķināt figūras ABC laukumu.

9. (20 punkti)

1) (7 punkti) Atrisināt vienādojumu cosx + sinx = 1, ja $x \in [-2\pi, 2\pi]$;

2) (5 punkti) Atrast visas parametra a vērtības, kuras reizē apmierina vienādojumus

cosx +sinx = 1 un $\cos(\frac{x}{2})$.

Atrast kopīgo atrisinājumu, ja $x \in [-2\pi, 2\pi]$;

3) (8 punkti) Atrast funkcijas $\cos(\frac{x}{2})$ periodu un ieskicēt funkcijas grafiku, ja $x \in [-2\pi, 2\pi]$. Skicē iezīmēt funkcijas $y = |\cos(\frac{x}{2})|$ grafiku.

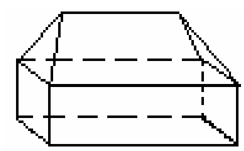
10. (20punkti) Taisnstūrveida mājas garums ir a, platums ir b un sienas augstums ir c. Jumta laukums sastāv no vienādsānu trapecēm un vienādsānu trijstūriem. Pie kam ir dots, ka leņķis starp augšējo horizontālo plakni (griestiem) un visām četrām jumta daļām ir α .(skatīt zīm.)

Atrast

1) (3 punkti) Jumta kores garumu;

2) (2 punkti) Mājas augstumu no zemes virsas līdz jumta korei;

3) (5 punkti) Jumta laukumu;



4) (10 punkti) Bēniņu tilpumu.

I daļa

1. (5 punkti) Zīmējumā ir funkcijas $y = -x^2 - 2x + 3$ grafiks.

1) (1 punkts) Zīmējumā iezīmēt funkcijas $y = 2x + 3$ grafiku

2) Papildināt zīmējumu un noteikt

a) (1 punkts) Kā vienas tā otras funkcijas nulles punktus;

b) (1 punkts) Apgabalu, kurā kvadrātvienādojums aug;

c) (1 punkts) Kvadrātvienādojuma lielāko vērtību;

d) (1 punkts) Apgabalu, kurā abas funkcijas ir pozitīvas.

2. (5 punkti) Dota funkcija $f(x) = 1 + x^3$. Atrast

1) (1 punkts) funkcijas atvasinājumu.;

2) (4 punkti) funkcijas grafika punktu, kurā pieskare ir 27.

3. (10 punkti)

1) Vienkāršot izteiksmi

(2 punkti) $A = 6(m-3)^2 - 2(3m^2 - 16m + 20)$

(4 punkti) $B = \left(a^{-\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{ab}\right)^{-1}$

2) (2 punkti) Aprēķināt izteiksmes vērtību, ja $m = 2$, $a = 4$, $b = 25$.

4. (15 punkti) Četrstūra ABCD virsotnes ir A(9;3;-8), B(7;5;-9), C(-5;-1;0), D(-11;-7;7).

1) (7 punkti) Pārliecināties, ka četrstūris ir trapece;

2) (2 punkti) Noskaidrot vai trapece ir vienādsānu;

3) (2 punkti) Atrast trapeces viduslīniju;

4) (4 punkti) Atrast cos leņķi starp trapeces malu pagarinājumiem.

2001. A Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi.

Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi 21.05.2001.

I variants

I daļa

1. (5 punkti) Zīmējumā redzams funkcijas $t = x^2-4x+3$ grafiks

1) (1 punkts) Zīmējumā iezīmēt funkcijas y = -2x+3 grafiku;

2) Papildināt pamata zīmējumu

a) (1 punkts) Noteikt funkcija nulles punktu;

b) (1 punkts) Noteikt apgabalus, kuros kvadrātvienādojums dilst;

c) (1 punkts) Noteikt kvadrātvienādojuma vismazākās vērtības;

d) (1 punkts) Noteikt apgabalu, kurā abas funkcijas ir negatīvas.

2. (5 punkti) Dota funkcija $y = x^3 - 1$. Atrast

1) (1 punkts) Funkcijas atvasinājumu;

2) (4 punkti) Funkcijas grafika punktu, kurā pieskare ir 12.

3. (10 punkti)

1) Vienkāršot izteiksmes.

(2 punkti) $A = 6(a+2)^2 - 3(2a^2+9a+3)$;

(4 punkti) $B = \left(x^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{y}-\sqrt{x}}{xy}\right)^{-1}$;

2) (2 punkti) Aprēķināt izteiksmes vērtību, ja a = 1, x =9, y = 25;

4. (15 punkti) Četrstūra KLMN virsotnes ir K(1;1;7), L(3;3;7), M(9;1;1) un N(4;0;4).

1) (7 punkti) Pārliecināties, ka četrstūris ir trapece;

2) (2 punkti) Noskaidrot vai trapece ir vienādsānu;

3) (2 punkti) Atrast trapeces viduslīniju;

4) (4 punkti) Atrast cos leņķi starp trapeces malu pagarinājumiem.

Matemātikas valsta eksāmena uzdevumi
I daļa

1. (10 punkti) Vienkāršot izteiksmi

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}-1} - \frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{2}}+1} + 4a^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right)$$

2. (10 punkti) Dota funkcija $f(x) = x^2 - 8 \ln x$.

Atrast funkcijas f(x)

a) (1 punkts) Definīcijas apgabalu;

b) (6punkti) Augšanas un dilšanas pārtraukuma vietu;

c) (3 punkti) mazākās vērtības apgabalā [1;3].

3. (15 punkti) Paralelograma trīs virsotņu koordinātes ir K(1,0,3), L(0.1.5) un M(-2.1.2).

1)Atrast

a) (4 punkti) Virsotni L atbilstoši novietotās virsotnes N koordinātām;

b) (3 punkti) Diagonāļu krustpunkta koordinātes;

c) (4 punkti) Virsotnes L leņķa kosinusu.

2) (4 punkti) Aprēķināt paralelograma laukumu.

Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi

Ģimnāzijas humanitārai programmai atbilstošie matemātikas valsts eksāmena uzdevumi 17.05.1997.

Katrs skolēns risina 8 uzdevumus: 1 – 4 uzdevumus un vēl 4 paša izvēlētus uzdevumus no 5 līdz 10.

1. (10 punkti) Atrast izteiksmes A un B vērtības izmantojot kalkulatoru:

A = $\left(7 + 4 \cdot \sqrt{6.25} + 7^{-1}\right) \div \left(8 + \frac{4}{7}\right)$ B= $0.001^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{0}$

Aprēķināt procentuāli par cik B vērtība ir lielāka vai mazāka salīdzinot ar A vērtību.

2. (10 punkti) Strādnieks algas dienā saņēma 1869 kronas. Viņš samaksāja nodokli 500 kronas. No atlikušās naudas saņēma ienākumu nodokli 26%. Cik liela ir strādnieka mēnešalga pirms nodokļu samaksas?

3. (10 punkti) Atrast funkcijas y = $4x^3 - 3x^2$ maksimuma un minimuma vietu , augšanas un dilšanas apgabalu.

5. (15 punkti) Māksliniece dāvina savai kādreizējai skolai 4 gleznas, kas novietotas rindā pie zāles sienas. Cik daudz atšķirīgu iespēju ir 4 gleznas novietot augstāk? Cik liela ir varbūtība, ka gleznas novietotas pie sienas tāpat kā to novietotu māksliniece pati?

6. (15 punkti) 65 km garu trasi Tartu slēpošanas maratonists stundā veica vidēji par 7km ātrāk kā tradicionālais slēpotājs. Tā dēļ viņš spēja finišēt par 1 stundu 45 minūtēm agrāk nekā tradicionālais slēpotājs. Atrast slēpošanas sacensību vidējo ātrumu.

7. (15 punkti) Vienādsānu trapeces diagonāle ir krustleņķa mala. Aprēķināt trapeces laukumu, ja trapeces mala ir 15 cm un diagonāle ir 20 cm.

8. (15 punkti) Brīvi krītošs ķermenis pirmajā sekundē nokrīt 4.9 m un katrā turpmākajā sekundē par 9.8 m vairāk nekā iepriekšējā . Pēc cik ilga laika ķermenis sasniegs zemi krisdams no 4410 m augstuma.

9. (10 punkti) Vienkāršot izteiksmi

$[\sin(\pi-\alpha) + \sin(\pi/2-\alpha)]^2 - 2\cos(\pi/2 - \alpha)\cdot \cos(2\pi-\alpha) + \mathrm{tg}(\pi+\alpha)$ un aprēķināt vērtību, ja $\alpha = \pi/4$.

II variants
I daļa

1. (5 punkti) Atrisināt izteiksmi $\left(1+a^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\frac{a}{a-a^0}$, ja $a > 0$ un $a \neq 1$. Noteikt izteiksmes vērtību, ja $a = 9^{-2}$.

2. (5 punkti) Simts litru cilindra formas trauka augstums ir 4,5 dm . Atrast to pašu augstumu, kur divās kārtās novietotu cilindra formas trauku diametrs būtu vismazākais ar precizitāti 0,1 dm.

3. (15 punkti) Dota funkcija $y=x^3-3x-3$

1) (2 punkti) Atrast funkcijas atvasinājumu;

2) (5 punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalu;

3) (3 punkti) Atrast funkcijas maksimumu, minimumu punktu koordinātes;

4) (2 punkti) Uzzīmēt funkcijas $y=x^3-3x-3$ grafikus;

5) (3 punkti) Sastādīt vienādojumu zīmējuma $y=x^3-3x-3$ pieskares punkta (2;-1).

4. (5 punkti) Jaunajā autobusa pieturā nejauši ierodas noteikts darbinieku skaits, katrā pusstundā pēc autobusa pienākšanas. Darbinieku skaits, kas ierodās - pierakstīts skaitliski statistiskā rindā.

9;6;10;15;10;13;11;12;9;11;9;9;8;7;9;10

1) (2 punkti) Sakārtot statistikas rindā;

2) (1 punkts) Atrast mediānu;

3)(2 punkti) Atrast pieturā atnākušo darbinieku vidējo vērtību.

5. (5 punkti) Puķu sēklu dīkšanas varbūtība ir 0.75. atrast varbūtību, ka :

1) Puķu sēklas neuzdīgs;

2) No 12 sēklām uzdīks 10.

II daļa

8. (15 punkti) Dotas taisnes y=-x , y=4x un y= x-6

1) (4 punkti) Atrast šo taišņu krustpunktu koordinātes;

2) (3 punkti) Uzzīmēt dotās taisnes vienā koordinātu sistēmā;

3) (6 punkti) Atrast dotās taisnes krustpunktu vienādojumu, kura šķērso parabolu $y=ax^2+bx+c$;

4) (2 punkti) Aprēķināt iepriekšējā punkta iegūtās parabolas virsotnes koordinātes.

9. (15 punkti) Dota funkcija $f(x)=\cos^4 x-\sin^4 x$

1) (3 punkti) Vienkāršot funkcijas izteiksmi;

2) (3 punkti) Aprēķināt f(x) precīzo vērtību, ja $\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$;

3) (2 punkti) Noteikt vai f (x) ir pāra vai nepāra funkcija;

4) (4 punkti) Atrisināt vienādojumu f(x) =0 apgabalā [0:2́];

5) (3 punkti) Uzzīmēt tajās pašās koordinātēs funkciju y= cosx un y=-cos2x grafiku apgabalā [0;2́].

10. (20 punkti) Dotas funkcijas $f(x)=e^x$ un $g(x) = \frac{1}{e^x}$

1)(3 punkti) Atrisināt vienādojumu f(x) = 10g(x);

2)(7 punkti) Atrast zīmējumā pieskares vienādojumu punktā y=f(x), kur x koordināte ir 1, un atrast punktā y= g(x) kad x koordināte ir 1;

3) (8 punkti) Uzzīmēt trīsstūri, kuru izveido atrastās pieskares un taisne x=1 aprēķināt trīsstūra sānu malu garumu un laukumu.

Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi 01.06.2004.
I daļa

1. (5 punkti) Vienkāršot izteiksmi $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2ab\sqrt{a}}\right)^{-1}+\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2ab\sqrt{b}}\right)^{-1}$ un aprēķināt tās vērtība, ja $a=10^{-\frac{1}{2}}$ un $b=10^{\frac{5}{2}}$

2. (5 punkti) Cilindra formas trauka augstums 5 dm. Otrs tāda pats cilindrs ietilpst tajā, pie tam pirmā cilindra pilnas virsmas laukums ir par 25% lielāks. Cik liels ir otrais trauks?

3. (15 punkti) Dota funkcija $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$

1)(2 punkti) Atrast funkcijas atvasinājumu;

2)(5 punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalus;

3)(3 punkti) Aprēķināt funkcijas maksimuma un minimuma punktu koordinātes;

4)(3 punkti) Atrast funkcijas nullpunktu;

5)(2 punkti)Uzzīmēt funkcijas $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$ grafiku.

4. (5 punkti)Valsts matemātikas eksāmenu rakstīja 7253 skolēni un šo rezultātu aritmētiskā vidējā vertība bija 51.40 punkti. Avīze publicēja eksāmena rezultātus sekojošas tabulas veidā.

Punkti	-20	21-40	41-60	61-80	81-100
Skolēnu rezult.	74	1767	1975	1752	985

Aprēķināt pa kategorijām vidējo eksāmena rezultātu. Par cik daudz Jūsu atrastais vidējais atšķiras no dotā 51.40?

5. (5 punkti) Varbūtība, ka autobuss pienāks pieturā savlaicīgi ir 0.90. Atrast varbūtību, ka no 5 autobusiem vismaz 4 pienāks pieturā savlaicīgi.

6. (5 punkti) Ir zināms, ja inflācija (vispārīgs cenu līmenis gadā aug procentuāli) ir mazāka par 25%, tad gada skaitlis (N), kura cena nedēļas laikā divkāršojas ir proporcionāli apgriezts inflācijas lielumam (R),

$$N=\frac{k}{R}$$

1) Ja inflācijas lielums ir 6%, tad cena divkāršojas pēc 12 gadiem. Noteikt kārtu k!

2)Inflācijas lielums ir 9%, pēc cik gadiem summa būs divkāršojusies?

7. (10 punkti) Pa galveno lielceļu vienlaicīgi un vienā un tajā pašā virzienā kravas un vieglais auto. Starp abiem auto tajā brīdī ir 297 m attālums. Karvas auto ir priekšā un tā braukšanas ātrums tajā brīdī ir 10 m/s. Katrā nākamajā sekundē kravas auto ātrums palielinās par 0.1 m/s. Vieglā auto ātrums tajā brīdī ir 12m/s un katru sekundi palielinās par 0.2 m/s. Pēc cik sekundēm vieglais auto panāk kravas auto?

II daļa

7. (15 punkti) Atrast funkcijas f(x)= sin2x un g(x)= sinx. Apgabalā [0;2]

1)(8 punkti) Atrisināt vienādojumu f(x)= g(x);

2) (4 punkti) Uzzīmē vienā un tajās pašās koordinātās funkciju f(x) un g(x) grafikus;

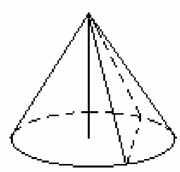
3)(3 punkti) Ar zīmējuma palīdzību atrast x vērtības, kas reizē apmierina f(x) un g(x) abi vienlaicīgi ir pozitīvi.

8. (15punkti) Pēteris vinnēja loterijā 150000 kronas. Pirmajā dienā par ziediem izdeva 2% no summas.

1) (3 punkti) Cik kronas Pēterim būs pirmā mēneša beigās?

2)(12 punkti) Katrā nākamajā bodē Pēteris izdeva 3 reizes vairāk naudas nekā iepriekšējā. Atrast pēc cik mēnešiem no Pētera loterijas vinnesta būs atlikušas 30000 kronas.

9. (20punkti) Konusa virsotni šķērso plakne, pa konusa pamatu iet horda, kuras garums ir vienlīdzīgs rādiusam (skatīt zīmējumā). Atrast konusa atšķelto daļu laukumu attiecību?



10. (20 punkti)

1)Atrast parabolas y= x^2-2x virsotnes koordināta;.

2) Vektors $\vec{v}$ =(a;9) novietots parabolas y= x^2-2x virsotnē. Atrast parametra a vērtības a_1 un a_2, kad vektora galapunkts ir novietots uz parabolas;

3) Atrast vektora $\vec{v}_1$ = (a_1; 9) un $\vec{v}_2$ = (a_2; 9) starpību lielam leņķim, ja tiek ņemtas a_1 un a_2 vērtības iepriekšējos punktos.

Matemātikas valsts eksāmeni 01.11.2003.
I daļa

1. (5 punkti) Vienkāršot izteiksmes

1) $(1+2a)^2 -4(a^2 -a^0)$;

2) $(a-1) \div (a^{\frac{1}{2}} - 1)$

2. (5 punkti) Kvadrātveida istabas grīdas laukums ir 25 m^2 un istabas augstums ir 2.6 m. Istabā ir viens logs, kura kopējais laukums ir 3,6 m^2. Aprēķināt cik kilogramus krāsas vajag nopirkt istabas sienu krāsošanai, ja vienam kvadrātmetram vajag 140 g krāsas.

3. (5 punkti) Grozā ir 25 āboli. No tiem 6 ir tārpaini. Atrast varbūtību, ka grozā:

1) (2 punkti) Uz labu laimi paņemts ābols nebija tārpains;

2) (3 punkti) Divi pēc kārtas paņemti āboli un otrais ir tārpains.

4. (5 punkti) 16- gadīga zēna svēršanas rezultāti bija šādi:

61, 57, 73, 65, 70, 59, 66, 73, 69, 65, 71, 66, 54, 65, 68.

1) (1 punkts) Atrast iegūtās statistikas apjomu;

2) (2 punkti) Nolasīt datu variāciju rindu;

5. (15 punkti) Dota funkcija y = $2x^3-3x^2+1$

1) (2 punkti) Atrast funkcijas atvasinājumu;

2) (5 punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalus;

3) (3 punkti) Atrast funkcijas grafika maksimuma un minimuma punktu koordinātes uzzīmēt funkcijas y = $2x^3-3x^2+1$ grafiku;

4) (3 punkti) Sastādīt vienādojumu grafika pieskare punktam (-1;-4).

6. (10 punkti) Taisns lielceļš katros 100m pacēlās par 2m. Attālums starp lielceļa malā novietotām pieturām (AB) ir 5km.Cik garš būtu bijis

ceļš (AC) no vienas pieturas līdz otrai, ja lielceļš nepaceltos? Par cik metriem ceļš no vienas pieturas līdz otrai būs mazāks braucot pa AC?

7. (5 punkti) No tiem, kas 14. septembrī Tallinā gāja balsot, 31,21% neatbalstīja iestāšanos Eiropas Savienībā. „Par” Eiropas Savienību balsoja 107405 cilvēki.

1) (1 punkts) Cik procenti izvēlas balsot “Par” Eiropas Savienību?

2) (2 punkti) Cik cilvēku gāja balsot?

3) (2 punkti) Par cik cilvēkiem Eiropas Savienības atbalstītāju bija vairāk?

II daļa

8. (15 punkti) Taisnstūris ABCD rotē ap sānu AD, veidojas cilindrs. Trijstūra ABD izveido taisnstūra rotējošu konusu. Taisnstūris virsotnes ir A (-4;0), B(-1;-3), C(3;1), D(0;4).

1) (4 punkti) Iedomājies četrstūra ABCD koordinātu asīs

2) Aprēķināt

a) (4 punkti) Cilindra tilpumu;

b) (2 punkti) Konusa tilpumu.

3) (3 punkti) Cik liels ir konusa šķēluma plaknes virsotnes leņķis;

4) (2 punkti) Atrast vienādojumu taisnei, kas novietota cilindra šķēlumā.

9. (15 punkti) Dota funkcija f(x) =6 cosx – $\sin^2$x – 6 apgabalā [0:2]

1) (5 punkti) Atrast x vērtības, kas apmierina f(x) = 0

2) (4 punkti) Pierādīt, ka katram x , kas apmierina f(x)≤ 0;

3) (4 punkti) Izveidot funkciju g(x) = $\frac{}{6}$ [f(+x) – f (x)] un pierādīt, ka g(x) = -2cosx;

4) (2 punkti) Uzzīmēt funkcijas g(x) = -2cosx grafiku apgabalā [0:2].

10. (20 punkti) Dota funkcija f(x) = 9^x-3·3^x

1) Aprēķināt f ($\log_3 2$);

2) Atrisināt vienādojumu f(x) = -2;

3) Atrast funkcijas g(x) $\log_{\frac{1}{2}} f(x)$

4) atrast tādas a vērtības, kur funkcija y= = 9^x-3·3^x grafiks krusto x asi punktā 1.

11. (20 punkti) Regulāra trijstūra piramīdas pamata mala ir a. Vertikāla plakne, kas iet caur piramīdas pamata malas viduspunktu, veido piramīdā mazāku piramīdu, kuras tilpums ir V (skatīt zīmējumā).

1) Izteikt lielumu a un V;

2) Izteikt sākotnējās piramīdas sānu malu un pamata starp leņķiem,

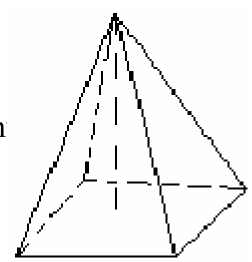
kad $a = 4\sqrt{3}$ un $V = 3\sqrt{3}$

Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi 30.10.2002
I daļa

1. (5 punkti) Dota izteiksme $\left(a^{-1} - b^{-1}\right) : \left(b^{-1} + a^{-1}\right) + 1$.

1) Uzrakstīt izteiksmi ar pozitīvu kāpinātāju palīdzību;

2) Izpildīt uzrādītās darbības.



2. (5 punkti) Torņa pamatā ir kvadrāts, kura sān 6 m un visi leņķi pie pamata ir 60^0 (sk. zīm.)

1) Atrast pamata laukumu;

2) Cik kvadrātmetri skārds ir vajadzīgs, lai nosegtu jumtu, ja savienojumos tiek iztērēts 5% skārda?

3. (5 punkti) A klasē ir 30 un B klasē ir 32 skolēni. 9 A klases skolēniem novērtējums rakstiskajā kontroldarbā ir “labs” un B klasē10 skolēniem. Atrast varbūtību, ka

1) B klases nejauši paņemts darbs ir novērtēts “labi”;

2) Nejauši paņemts viens darbs A klasē un viens darbs B klasē tai skaitā, ir novērtēti “labi”.

4. (10 punkti) Dotas ir taisnes y= 4-x, y=x un y= 3x.

1) (3 punkti) Attēlot taisnes koordinātu plaknē;

2) (4 punkti) Aprēķināt taisnes y= 4-x un y=x krustpunkta koordinātas un katru leņķi starp taisnēm;

3) (3 punkti) Aprēķināt katra trijstūra laukumu, kura virsotnes atrodas taišņu krustpunktā.

5. (15 punkti) Dota ir funkcija $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$.

1) (2 punkti) Atrast funkcijas atvasinājumu;

2) (5 punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas intervālus;

3) (3 punkti) Atrast funkcijas grafika maksimuma un minimuma punkta koordinātes;

4) (2 punkti) Atrast funkcijas grafika pieskares minimuma punktus;

5) (3 punkti) Uzzīmēt funkcijas grafiku un pieskares minimuma punktu.

Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi 30.05.2002
II daļa

Atrisināt divus uzdevumus 7. vai 8. un 9. vai 10. uzdevumu.

6. (15 punkti) Apskatam funkciju $f(x) = 2\sin x - 1$ apgabalā [0;2π].

1) (3 punkti) Atrisināt vienādojumu $f(x) = 0$;

2) (4 punkti) Sastādīt izteiksmi f(π-x)+f(π+x) un vienkāršot to;

3) (4 punkti) Uzzīmēt vienas un tās pašas asīs funkcijas $y = f(x)$ grafiku un taisni $y = -2$;

4) (4 punkti) Atrast x vērtības, kad funkcijas $y = f(x)$ grafikā novietos taisni $y = -2$ zemāk.

---

7. (20 punkti) Dota ir funkcija $f(x) = 10^{x+1}$.

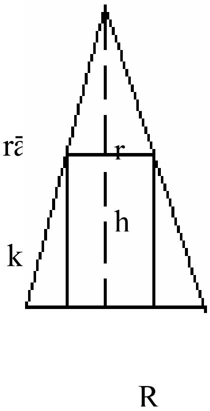
1) (4 punkti) Atrast vienādojuma $y = 200\,0$ aptuveni atrisinājumu ar precizitāti 0,001;

2) (10 punkti) Atrast vienādojuma $\log\left(100^x - 10^{x+1} + 100\right) = 2$;

3) (6 punkti) Kuras x vērtības atrodas funkcijas $f(x) = 10^{x+1}$ apgabalā

[1; 1 000 000]?

8. (20 punkti) Dots konuss, kura augstums ir 15 cm un tilpums 180π cm^3. Konusā ir cilindrs (sk. zīm.).

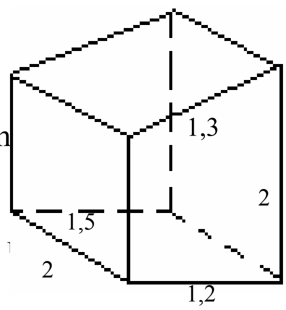


1) Atrast konusa rādiusu R;
2) Izteikt cilindra augstumu h, kurš iet caur pamata rā
3) Izteikt cilindra tilpumu, ja pamata rādiuss ir r;
4) Cik lielam jābūt cilindra pamata rādiuss, lai katra k maksimāls?

Matemātikas eksāmena uzdevumi
Matemātikas valsts eksāmena uzdevumi 20.05.2003
I daļa

1. (5 punkti) Vienkāršot izteiksmi

$$\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right)\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right).$$



2. (5 punkti) Pret mājas sienu grib celt siltum kuras priekšējās sienas augstums ir 1,5 m un mājas sienas augstums ir 2 m (sk. zīm.). Pamata platums garums ir attiecīgi 1,2 m un 2 m, bet jumta platums ir 1,3 m. Cik daudz materiāla vajadzētu, lai nosegtu jumtu un daudzskaldņa priekšējo un sānu sienas?

3. (5 punkti) Tiek svērtas 20 tabletes, no kurām 12tabletēm ir normāls svars, bet pārējās ir smagākas. Tās tabletes, kas ir smagākas, tiek noliktas atsevišķi, bet vēlāk nejauši visas tabletes sajauc kopā un 12 tabletes ieliek burkā. Atrast varbūtību, ka burkā no nejauši saliktajām tabletēm

a) visas12 tabletes ir ar normālu svaru;
b) no ieliktajām tabletēm tikai 4 ir ar normālu svaru.

4. (5 punkti) Muhu salas skolēni apstrādā iepriekšējā gada septembra mēneša dienu vidējo gaisa temperatūru (^{0}C): 21, 23, 20, 23, 19, 14, 20, 20, 25, 20, 19, 20, 21, 17, 12.

1) (1 punkts) Nolasīt datu variāciju;

2) (2 punkti) Atrast doto gaisa temperatūras datu modu un mediānu;

3) (2 punkti) Izveidot doto gaisa temperatūru 4 klases biežuma tabulu, paņemt klases garumu 3 ^{0}C.

5. (15 punkti) Dota funkcija $y = x^3 - 3x$.

1) (3 punkti) Atrast funkcijas nullpunktu;

2) (2 punkti) Atrast funkcijas atvasinājumu;

3) (5 punkti) Atrast funkcijas augšanas un dilšanas apgabalus;

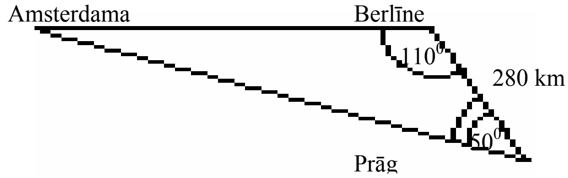
4) (3 punkti) Atrast funkcijas grafika maksimuma un minimuma punkta koordinātes;

5) (1 punkts) Uzzīmēt funkcijas $y = x^3 - 3x$ grafiku;

6) (1 punkts) Uzrakstīt izrēķināto dotās funkcijas pozitīvo apgabalu;

6. (5 punkti) Apstrādājot norēķina konta rēķinus puse dienas alga ir 4219 kronas (neto). Ir zināms, ka viņa alga (bruto alga) ir "cietie" ienākumi. Ienākuma brīvas ir 1000 kronas, bruto alga atliek summēta norēķinu ienākumi noteikti ir 26%.Atrast sākotnējo darba dienas algu?

7. (10 punkti) Amsterdama – Berlīne – Prāga izveido trijstūri (sk. zīm.), kura divi leņķi ir 50^0 un 110^0. Attālums no Berlīnes līdz Prāgai ir 280 km. Cik tālu ir Amsterdama no Berlīnes un Prāga no Amsterdamas?



II daļa

Atrisināt divus uzdevumus 8. vai 9. un 10. vai 11. uzdevumu.

8. (15 punkti) Plaknē ir dotas 4 taisnes. Pirmais no tām ir dots vienādojums $y = \frac{1}{2}x + 3$. Otra ir paralēla pirmajai un caur punktu P(2;-1). Trešā ir krustiska pirmajai un iet caur punktu Q(-3;-1). Ceturtā ir paralēla y asij un iet caur punktu R(6;3). Trešās taisnes apgabals ir pirmās taisnes punkts A un otrās punkts B. Ceturtās taisnes apgabals pirmās taisnes punkts D un otrās punkts C.

1) (6 punkti) Uzzīmē zīmējumu un sastādīt dotās taisnes vienādojumu;

2) (3 punkti) Atrast četrstūra ABCD virsotnes koordinātes;

3) Aprēķināt četrstūra ABCD

a) (4 punkti) malu garumus;

b) (2 punkti) laukumu.

9. (15 punkti) Dota funkcija $f(x) = \sin 2x$ apgabalā [0;2π].

1) (5 punkti) Atrisināt vienādojumu $f(x) = \frac{1}{2}$;

2) (4 punkti) Uzzīmēt funkcijas $f(x) = \sin 2x$ grafiku un ievietojot iepriekšējo punktu un atrast atrisinājumu zīmējumā;

3) (4 punkti) Trijstūrī ABC pieņemsim, ka $\angle C=90^0$, $\angle A=\alpha$ un AB=2. Pierādīt, ka trijstūra ABC laukuma vērtība ir līdzīga ar f(α);

4) (2 punkti) Atrast leņķi α, tā lai iepriekš dotais punkts trijstūra laukuma vērtība būtu 1.

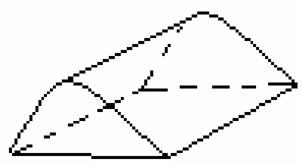
---

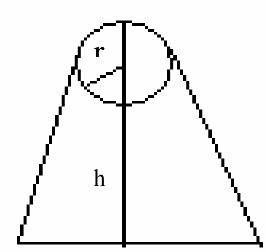
10. (20punkti) Dota funkcija $f(x) = x^2 + bx$ (b>0) un $g(x) = 8 \cdot 2^x + 2^{-x} - 9$.

1) Uzzīmēt x asi un zīmējums $y = f(x)$ ierobežo figūru un iekšā taisnleņķa trijstūris, kura viena virsotne ir koordinātu ass sākumpunktā, viena katete x ass un atbilstošā virsotne zīmējumā $y = f(x)$. Atrast trijstūra maksimālo iespējamo laukumu;

2) Atrast funkcijas $g(x)$ nullpunktu.

11. Dots jumts. Zīmējuma šķēlums ir iegūts vienādmalu trijstūrim vienu virsotni noapaļojot par riņķa līnijas loku. Kura rādiuss ir r. Turpmāk trijstūra divas malas ir riņķa pieskares. Jumta platums un garums ir attiecīgi $4\sqrt{3}$ r un b. Atrast jumta laukumu? Atrast zem jumta Tilpumu V un augstumu h?



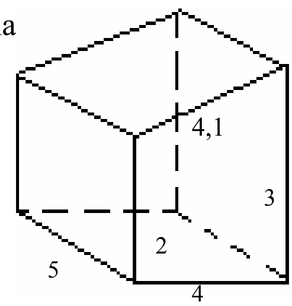


II variants
I daļa

1. (5 punkti) Vienkāršot izteiksmi

$$\left(a\sqrt{a}-\sqrt{a}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right).$$

2. (5 punkti) Pie mājas sienas stikla siltumnīca, kuras priekšējās sienas augstums ir 2 m un aizmugurējās siena augstums ir 3m (sk. zīm.).
Jumta garums ir 5 m un platums ir 4,1 m. Cik liels ir jumta priekšējās sienas un aizmugurējās sienas stikla laukums?



3. (5 punkti) Skolniekam uz galda stāv 16 ārēji vienādas kastītes, katrā kastītē ir rakstīts viens vienādojums. Starp dotajiem vienādojumiem 9 kastītēs ir eksponentvienādojumi, bet pārējās kastītēs ir logaritmiskie vienādojumi. Atrast varbūtību, ka nejauš izvēlētajā

a) Vienā kastītē būs logaritmiskais vienādojums;

b) Pēc kārtas ņemot divas kastītes, vienā būs logaritmiskais vienādojums, bet otrajā būs eksponentvienādojums.

4. (5 punkti) Tāksā ir izmērītas iepriekšējā gada septembra pirmās puses dienvidus gaisa temperatūras (^{0}C): 20, 20, 22, 22, 22, 20, 22, 22, 20, 18, 15, 17, 18, 13, 10.

1) (1 punkts) Nolasīt datu variāciju;

2) (2 punkti) Atrast doto datu pamata gaisa temperatūras modu un mediānu;

II variants

Atrisināt divus uzdevumus 8. vai 9. un 10. vai 11. uzdevumu.

8. (15 punkti) Plaknē ir dotas četras taisnes. Pirmajai taisnei ir dots vienādojums $y = 2x - 6$. Otrā taisne ir paralēla pirmajai taisnei un iet caur punktu P(0;4). Trešā taisne ir krustiska pirmajai taisnei un iet caur punktu Q(-9;1). Ceturtā taisne ir paralēla x asij un iet caur punktu R(-2;6). Trešās taisnes viens galapunkts ir pirmās taisnes punktā A un otrs galapunkts ir B. Ceturtās taisnes galapunkts ir pirmās taisnes punkts D un otrs galapunkts ir C.

6) (6 punkti) Uzzīmē zīmējumu un sastādi doto taišņu vienādojumus;

7) (3 punkti) Atrast četrstūra ABCD virsotnes koordinātes;

8) Aprēķināt četrstūra ABCD

a) (4 punkti) malu garumus;

b) (2 punkti) laukumu.

9. (15 punkti) Dota funkcija $f(x) = \cos 2x$ apgabalā [0;2π].

1) (5 punkti) Atrisināt vienādojumu $f(x) = \frac{1}{2}$;

2) (4 punkti) Uzzīmēt funkcijas $f(x) = \cos 2x$ grafiku un ievietojot iepriekšējo punktu, atrasto vērtību attēlot zīmējumā;

3) (4 punkti) Trijstūrī ABC pieņemsim, ka ∠=90^0, ∠=β un AB=1. Pierādīt, ka trijstūra ABC katešu summa ir vienlīdzīga ar $\frac{f(\beta)}{\cos\beta - \sin\beta}$;

4) (punkti) Atrast leņķi β, tā lai iepriekšējais punkts trijstūra laukumā būtu vienāds ar $\frac{1}{4}$.

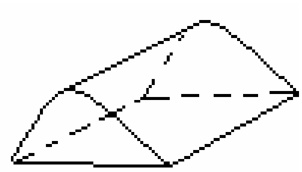
10. (20 punkti) Dota funkcija $f(x) = -x^2 + bx$ (b>0) un $g(x) = 3^x + 3^{3-x} - 28$.

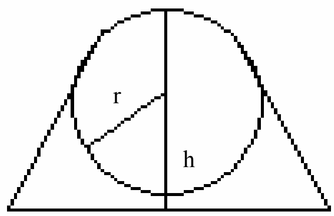
1) Uzzīmēt x asi un uzzīmēt $y = f(x)$ ierobežo figūra un iekšā taisnleņķa trijstūris, kura viena virsotne koordinātes sākumā, viena katete ir x ass atbilstošais zīmējums $y = f(x)$. Atrast trijstūra maksimālo iespējamo laukumu;

2) Atrast funkcijas $g(x)$ nullpunktu;

3) Noteikt b vērtību, tā lai funkcijas $f(x)$ nullpunkts sakrīt ar $g(x)$ nullpunktiem. Aprēķināt b vērtību punkta 1) otra trijstūra laukumu.

9. (20 punkti) Jumtam no zīmējuma šķēlums ir iegūts hipotenūzai liekot taisnleņķa vienādmalu trijstūra virsotnes leņķi noapaļoties par riņķa līnijas loku, kura rādiuss ir r. Turklāt trijstūra katetes ir riņķa līnija pieskares. Jumta platuma un garuma attiecība ir $4\sqrt{2}$ r un b. Atrast jumta laukumu, zem jumta tilpumu V un augstumu h?





II daļa

Atrisināt divus uzdevumus 8. vai 9. un 10. vai 11. uzdevumu.

8. (15 punkti) Dota parabola $y = \frac{1}{6}x^2$ un riņķa līnija, kuras centrs novietots koordinātu sākumpunktā un iet caur punktu ($2;2\sqrt{3}$).

1) (5 punkti) Uzzīmēt doto riņķa līniju koordinātu plaknē un sastādīt riņķa līnijas vienādojumu;

2) (6 punkti) Aprēķināt riņķa līnijas un parabolas koordinātes;

3) (1 punkts) Uzzīmēt riņķa līniju un parabolu koordinātu plaknē.

9. (15 punkti) Aplūkot apgabalā [-π;π] funkciju $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ un $g(x) = \sin 2x$.

1) (7 punkti) Atrisināt apgabalā [-π;π] vienādojumu $f(x) = g(x)$;

2) (4 punkti) Uzzīmēt abas funkcijas $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ un $g(x) = \sin 2x$ grafikus;

3) (4 punkti) Atrast dotās funkcijas grafika krustpunkta koordinātes.

---

10. (20 punkti) Dota funkcija $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^3}$.

1) (2 punkti) Atrast dotās funkcijas definīcijas apgabalu;

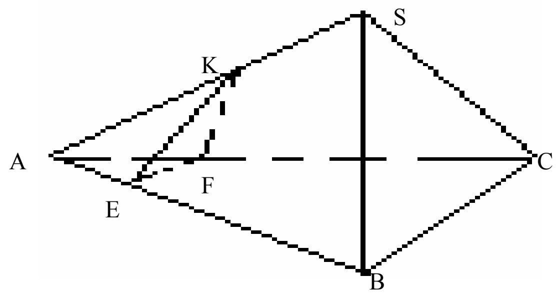
2) (2 punkti) Atrast $f(e)$;

3) (4 punkti) Atrast funkcijas pozitīvo un negatīvo apgabalu;

4) (8 punkti) Atrast augšanas un dilšanas apgabalu;

5) (4 punkti) Sastādīt vienādojumu dotajam funkcijas grafika pieskarei punktā, kur abscisa ir e.

11. (20 punkti) Trijstūra piramīda ir šķelta ar plakni (sk. zīm.). Atrast šī daudzskaldņa tilpumu, ja ir zināms, ka šķēluma plakne sadala piramīdas virsotni pamatojoties uz 3 malu attiecību 1:2; 1:2 un 2:1 ievērojot virsotnes.



Diplomdarbs „ Centralizēto matemātikas eksāmenu analīze” izstrādāts LU Fizikas un matemātikas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autors: Inese Meļķe ....

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs: asoc. prof., Dr. paed. Jānis Mencis ....

Recenzents: ....

Darbs iesniegts matemātikas nodaļā ....

Metodiķe: Dace Cīrule ....

Darbs aizstāvēts diplomdarba gala pārbaudījuma komisijas sēdē ......06.2007. prot. Nr. ..... vērtējums ....

Komisijas sekretāre: lektore Baiba Āboltiņa ....