

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS, MATEMĀTIKAS UN OPTOMETRIJAS
FAKULTĀTE
FIZIKAS NODAĻA

**DIVU BRĪVĪBAS PAKĀPJU SAVIENOJUMU
NOTEIKŠANA AR INERCIĀLAJIEM
SENSORIEM**

BAKALAURA DARBS

Autors: **Kristiāns Križmanis**

Studentu apliecības Nr.: kk19124

Darba vadītājs: Dr. sc. ing. Atis Hermanis

RĪGA, 2022

Anotācija Inerciālie sensori ir plaši izmantoti, lai no to datiem aprēķinātu un aprakstītu fizikālu objektu orientācijas. Lai iegūtu orientāciju, kam nav laikā uzkrājosa kļūda, papildus bieži lieto magnētiskā lauka sensorus, kuru mērījumi reālās situācijas mēdz būt trokšņaini. Darbā ir izstrādāts algoritms, kas spēj izmantot inerciālā sensora datus un informāciju par mehānisko sistēmu, lai aprakstītu divu ķermeņu relatīvo orientāciju, neizmantojot magnētiskā lauka sensorus. Ir izveidota eksperimentālā sistēma, kur izstrādātais algoritms salīdzināts ar pieeju, kas lieto komerciālus inerciālo sensoru mezglus, kas izmanto magnētiskā lauka sensorus. Eksperimentos noteiktā algoritma kļūda ir 7.52° , BNO055 sensoru kļūda 15.74° . Izstrādātais algoritms tiek lietots SIA "HackMotion" ražotajās sensora sistēmās.

Atslēgas vārdi: Inerciālie sensori, kvaternioni, mehāniskie savienojumi, orientācijas, Kalman filtri.

Abstract

Inertial measuring units (IMU) are widely used for object orientation estimation. In orientation calculations magnetometer data is used as well, however, in most cases, it is unreliable and affected by external ferromagnetic objects. A new method has been developed to calculate mechanical joint relative orientation using only gyroscope and accelerometer data, exploiting the mechanical limitations of the system. The method has been tested against commercially sold IMU with build-in orientation calculation. The developed methods' experimentally calculated mean error is 7.52 degrees, and for the BNO055 system it is 15.74 degrees. The method currently is used in SIA "HackMotion" produced motion capture systems.

Keywords: Inertial measuring units, quaternions, mechanical joints, orientations, Kalman filters

SATURS

Apzīmējumu saraksts	5
Ievads	6
1 Teorija	8
1.1 Orientācijas	8
1.1.1 Orientāciju matemātiskais pieraksts	8
1.1.2 Kvaternionu algebra	10
1.2 Orientāciju iegūšana no fizikāliem lielumiem	11
1.2.1 IMU sensori	11
1.2.2 Orientāciju iegūšana	13
1.2.3 Secinājumi	15
1.3 Relatīvās orientācijas ķermeņu savienojumos	15
1.3.1 Ķermeņu savienojumi	15
1.3.2 Paņēmienu kā atbrīvoties no magnetometra datiem	16
1.3.3 Secinājumi	17
1.4 Kalman filtri	17
2 Algoritma izstrāde	19
2.1 Algoritma darbības princips	19
2.2 Rotācijas dati	19
2.3 Azimuta leņķa starpības noteikšana	21
2.4 Filtra izveide	22
2.4.1 Filtra sistēmas stāvoklis	22
2.4.2 Pareģojuma vienādojumi	23
2.4.3 Paredzējuma labojums	23
2.4.4 Azimuta leņķa starpības kļūda	24
2.5 Orientāciju bāzes koriģēšana	24

2.6	Secinājumi	25
3	Eksperimentālā validācija	26
3.1	References atskaites sistēma	26
3.2	Mērījumu fizikālā interpretācija	27
3.3	Darbā pielietotā metode	27
3.3.1	Mērījumu fizikālā interpretācija	27
3.3.2	References sistēmas izvēle	28
3.4	Secinājumi	29
4	Rezultāti un to aprobācija	30
4.1	Rezultātu analīze	30
4.1.1	Kvalitatīvā analīze	30
4.1.2	Kvantitatīvā analīze	32
4.1.3	Secinājumi	33
4.2	Aprobācija	33
	Secinājumi	35
	Bibliogrāfija	36
	Pielikums A	39

APZĪMĒJUMU SARAKSTS

Operatori

$\hat{\mathbf{q}}$ Kvaternioni

\mathbf{A} Rotācijas matrica

Skaitļu kopas

\mathbf{R} Reālo skaitļu kopa

\mathbf{x} Vektori

Saīsinājumi

IMU Inerciālie sensori

OBKS Orientācijas bāzes koordinātu sistēma

IEVADS

Viena no straujāk augošajām nozarēm tehnoloģiju tirgū ir valkājami sensori. Paredzams, ka valkājamo sensoru industrija tuvāko gadu laikā dubultosies [1]. To galvenais pielietojums līdz šim bijis pulsa un soļu mērīšana, taču līdz ar tehnoloģiju attīstību tirgū parādās produkti kā [2, 3], kas spēj nomērīt arvien sarežģītākus datus, piemēram, ķermeņa kustības.

Aizvien lielāku popularitāti iegūst ķermeņa kustību mērīšana ar inerciālo sensoru mezgliem (IMU) kā [4]. Tie mēra rotācijas ātrumu, paātrinājumu un dažās konfigurācijās arī magnētiskā lauka indukciju. Šos datus ir iespējams apvienot, lai noteiktu sensora orientāciju. Sensora iegūtās orientācijas un mērījumus tālāk izmanto, lai aprakstītu ķermeņa kustības. Šādi sensori ir lēti un mazi, kas tos ļauj izmantot valkājamos sensoros.

Viens no lielākajiem inerciālo sensoru trūkumiem ir to ierobežotā precizitāte noteikt objektu orientācijas. Orientāciju noteikšanai ir nepieciešami magnētiskā lauka dati, lai noteiktu ziemeļu virzienu zemes atskaites sistēmā. Magnētiskā lauka dati reālā dzīvē ir ļoti mainīgi, un to izmantošana orientāciju noteikšanā rada kļūdas un pat mēdz padarīt to lietošanu neiespējamu [5].

Situācijās, kad orientāciju dati ir nepieciešami, lai aprakstītu divu savienotu ķermeņu relatīvās orientācijas, piemēram, rokas plauksta locītavu, ir iespējams iegūt papildus fizikālu informāciju par sistēmu. Šo papildus informāciju ir iespējams izmantot, lai, kopā ar inerciālo sensoru datiem, iegūtu precīzākas orientācijas un pilnība atteiktos no magnētiskā lauka datiem orientāciju aprēķinā.

Darba mērķis ir uzlabot valkājamo kustību mērīšanas sistēmu precizitāti, nelietojot magnētiskā lauka datus. Darba uzdevumi:

- Apskatīt literatūru par inerciāliem sensoriem un orientāciju aprēķinu metodēm.
- Izstrādāt algoritmu, kas spēj noteikt divu savienotu ķermeņu relatīvo orientāciju, neizmantojot magnētiskā lauka datus.
- Novērtēt un salīdzināt algoritma precizitāti pret citiem algoritmiem, kas izmanto magnētiskā lauka datus.

1. TEORIJA

1.1 Orientācijas

1.1.1 Orientāciju matemātiskais pieraksts

Viens no noderīgākajiem instrumentiem reālu objektu aprakstīšanai matemātiski ir vektori. Ar to palīdzību ir iespējams aprakstīt fizikālus lielumus, kā plūsmas, spēkus un kustību, kā arī modelēt 3D objektus, izmantojot vektoru kopu. Vektori ir definēti konkrētā koordinātu bāzē un tos iespējams fizikāli tiešā veidā salīdzināt, ja tie atrodas vienādās bāzēs.

Bieži ir vajadzība salīdzināt vairākus vektorus starp dažādām koordinātu sistēmām. Lai to izdarītu, ir nepieciešams operators, kas spēj salāgot dažādas koordinātu sistēmas, definējot transformāciju no vienas sistēmas uz otru. Trīs populārākie operatori, kas spēj transformēt vienu ortogonālu sistēmu uz otru, ir rotācijas matrica, Eilera leņķi un kvaternioni. To matemātiskās īpašības aprakstītas [6] grāmatā. Zemāk apkoptas to galvenās īpašības.

Rotācijas matrica ir ortogonāla matrica, ar kuras palīdzību var transformēt vektorus no vienas koordinātu sistēmas uz otru. Rotācijas matrica satur informāciju par jaunās koordinātu sistēmas bāzes vektoriem. Vektora transformācija tiek definēta sekojoši:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x},$$

kur \mathbf{x}' ir vektors jaunajā bāzē, \mathbf{A} rotācijas matrica un \mathbf{x} vektors vecajā bāzē. Šai metodei galvenie ieguvumi ir tas, ka rotācijas matricai piepildās tieši tās pašas īpašības, kas jebkurai citai matricai. Līdz ar to, tai eksistē ērtas aritmētiskās operācijas. Tās galvenais trūkums ir tas, ka tā satur 9 elementus, kas ir vairāk nekā citās apskatītajās metodēs. Tādēļ to uzglabāšana digitālā vidē patērē vairāk atmiņas.

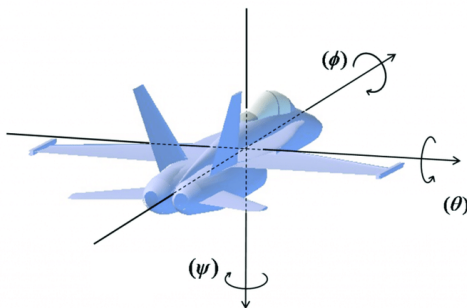
Alternatīva ir lietot Eilera leņķus. Eilera leņķi raksturo 3 secīgas koordinātu transformācijas, rotējot koordinātu sistēmu ap vienu no koordinātu bāzes vektoriem. Respektīvi, vispirms tiek rotēta koordinātu sistēma ap kādu no bāzes vektoriem par leņķi α , tad ap kādu citu jaunās koordinātu sistēmas bāzes vektoru par leņķi θ un pēc pa vēl ap citu bāzes

vektoru par leņķi ϕ . Eksistē 12 unikālas Eilera leņķu rotācijas sekvences, kas apkopotas 1.1 tabulā.

Tabula 1.1: Eilera leņķu konfigurācijas

xyz	yxz	zxy
xzy	yzx	zyx
xyx	zyz	zyz
xzx	yxy	zxz

Eilera leņķu transformācijas ir vieglāk fizikāli interpretējamās, tāpēc tās izmanto lidmašīnu navigācijas sistēmās 1.1, taču ar tiem nevar veikt algebriskas darbības tiešā veidā. Tos nav iespējams sareizināt vai saskaitīt savā starpā, lai iegūtu jaunu rotāciju, ko apraksta viens operators.



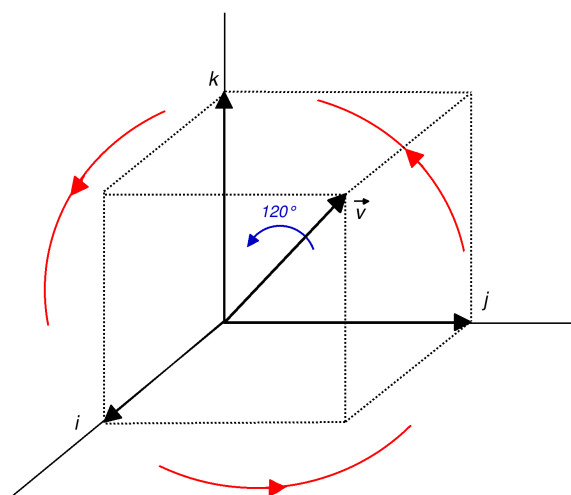
Att. 1.1: Lidmašīnu orientācijā izmantotie Eilera leņķi [7].

Orientācijas ir iespējams aprakstīt arī ar kvaternionu palīdzību. Kvaternioni ir skaitļu sistēma ar 4 elementiem $\hat{\mathbf{q}} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$, kuriem izpildās sekojoša identitāte:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1$$

Tā kā kvaternioni ir \mathbf{R}^4 kopas elementi, tie nevar tiešā veidā transformēt vektorus, taču ir iespējams definēt transformāciju no \mathbf{R}^3 telpas uz \mathbf{R}^4 . Vektoru \mathbf{R}^4 telpā var aprakstīt sekojoši: $\mathbf{w} = 0 + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Savukārt kvaternionu, kam reālā daļa ir 0, var interpretēt kā vektoru \mathbf{R}^3 telpā. Kvaternionu ģeometriski var interpretēt sekojoši:

- tā kompleksā daļa apraksta \mathbf{R}^3 vektoru, kas definē rotācijas asi koordinātu transformācijai 1.2,



Att. 1.2: Kvaterniona ģeometriskā reprezentācija [8].

- tā reālā daļa apraksta \cos no leņķa, par kuru tiek rotēta koordinātu bāze ap rotācijas vektoru.

Visās aprakstītajās metodēs tika pieņemts, ka tiek transformēta bāzes koordinātu sistēma, jeb veikta pasīvā transformācija. Pastāv arī otrs veids kā uz to skatīties, respektīvi, koordinātu sistēma paliek nemainīga, taču tiek transformēts pats vektors. Šo transformācijas veidu sauc par aktīvo transformāciju. Šādā gadījumā ir iespējams pielietot tos pašus rotāciju operatorus, taču jāņem vērā, ka jālieto to inversie operatori, jeb visas rotācijas jāveic pretējā virzienā.

1.1.2 Kvaternionu algebra

Kvaternionu algebra aprakstīta [9] grāmatā. Galveno īpašību apkopojums aprakstīts šeit.

Kvaternioniem ir definēta reizināšanas operācija:

$$\widehat{\mathbf{w}}\widehat{\mathbf{q}} = w_0q_0 - \mathbf{w} \cdot \mathbf{q} + w_0\mathbf{q} + q_0\mathbf{w} + \mathbf{w} \times \mathbf{q}, \quad (1.1)$$

kur \mathbf{w} un \mathbf{q} apzīmē kvaterniona imagināro daļu.

Par kvaterniona komplekso konjugātu sauc

$$\widehat{\mathbf{q}}^* = q_0 - q_1\mathbf{i} - q_2\mathbf{j} - q_3\mathbf{k}. \quad (1.2)$$

Kvaterniona norma ir

$$\|\widehat{\mathbf{q}}\| = \sqrt{\widehat{\mathbf{q}}\widehat{\mathbf{q}}^*}. \quad (1.3)$$

Inversais kvaternioni tiek iegūts:

$$\widehat{\mathbf{q}}^{-1} = \frac{\widehat{\mathbf{q}}^*}{\|\widehat{\mathbf{q}}\|^2}. \quad (1.4)$$

Ja ir zināma rotācijas ass \mathbf{a} , un leņķis θ par kādu tiek transformēta bāzes sistēma, attiecīgo kvaternionu var iegūt pēc vienādojuma

$$\widehat{\mathbf{q}} = \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}). \quad (1.5)$$

Un visbeidzot vektora, kas transformēts \mathbf{R}^4 telpā, rotācija tiek aprakstīta

$$\mathbf{w}' = \widehat{\mathbf{q}}\mathbf{w}\widehat{\mathbf{q}}^{-1}. \quad (1.6)$$

1.2 Orientāciju iegūšana no fizikāliem lielumiem

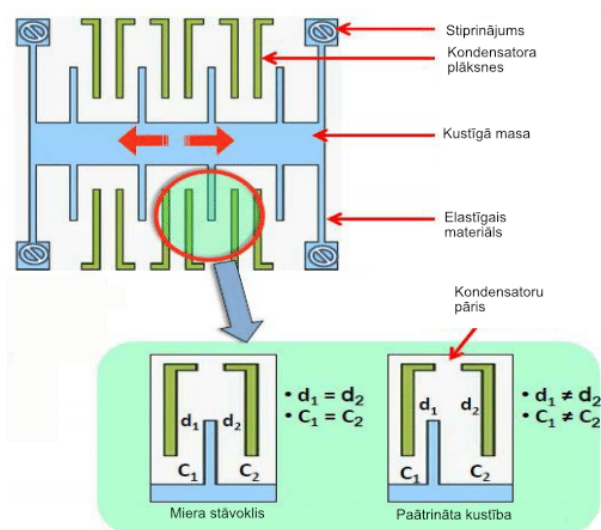
1.2.1 IMU sensori

Inerciālie sensori ir ierīces, ar kuru palīdzību ir iespējams nomērīt fizikālus lielumus, kā arī aprakstīt objektu orientācijas telpā. Visbiežāk šādi sensori satur 3 veidu instrumentus - akselerometru, žiroskopu un magnetometru. Sensorus ar šādu konfigurāciju sauc par 9 brīvības pakāpju sensoriem. Kā piemērs šim sensoram ir BNO055 sensors [4].

Akselerometrs ir sensors, kas satur masas objektu, kas ir iestiprināts ar elastīgu materiālu korpusā. Tas spēj nomērīt šī elastīgā materiāla deformāciju. Tā kā masas objekts ir lokalizēts sensorā, elastīgajiem elementiem ir pilnībā jākompensē spēki, kas darbojas uz masas objektu. Šādā gadījumā elastīgā materiāla deformācija ir atkarīga no gravitācijas radītā spēka un objekta inerces. Līdz ar to, šādi sensori atgriež lineārā paātrinājuma un gravitācijas lauka paātrinājuma summu. Tā principāla uzbūves shēma redzama šeit 1.3.

Akselerometriem ir savi trūkumi, kas ievieš kļūdu to mērījumos, proti, tiem ir fiksēta izšķirtspēja, kā arī galīga precizitāte katrā individuālajā mērījumā.

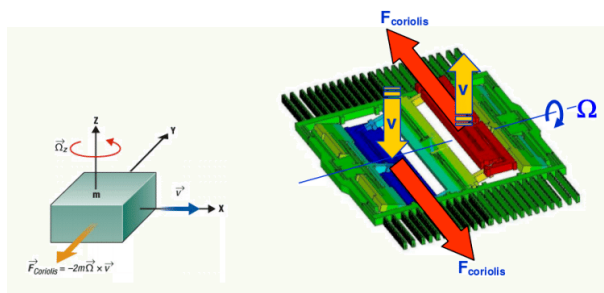
Žiroskops ir sensors, ar ko var nomērīt rotācijas ātrumu ap kādu konkrētu asi. Tā darbības princips ir līdzīgs akselerometra sensoram, taču tas ir uzbūvēts tā, ka tas spēj



Att. 1.3: Akselerometra principiālā uzbūve un darbības shēma [10].

nomērīt tikai inerciālos spēkus, jeb Koriolisa spēku, kas ir atkarīgs no objekta rotācijas ātruma 1.4.

Žiroskopu sensoru mērījumu neprecizitātes rodas no to ierobežotās mērījumu amplitūdas, izšķirtspējas un 0 vērtības nobīdes. Ir vairāki pētījumi, kas palīdz samazināt sensora radītās kļūdas tos kalibrējot, piemēram, [11].



Att. 1.4: Žiroskopa principiālā uzbūve un darbības shēma [10].

Magnetometri ir sensori, ar kuru palīdzību ir iespējams izmērīt magnētiskā lauka indukciju. To uzbūve atšķiras atkarībā no pielietotās mērījuma metodes [12]. Populārākās metodes ir izmantot Hall efektu [13] vai materiālu, kurš maina tā pretestību atkarībā no magnētiskā lauka indukcijas [14].

Magnetometru ierobežojumi ir to izšķirtspēja un individuālā mērījuma precizitāte, taču tie ir mazāk nozīmīgi orientāciju noteikšanā. Daudz lielāku neprecizitāti rada tieši magnētiskā lauka izmaiņas ārēju objektu ietekmē, piemēram, elektrisku strāvu plūsmas un magnētisku materiālu un feromagnētisku materiālu novietojums telpā. Arī šai problēmai

eksistē gana daudz pētījumu, kas mēģina cīnīties ar šo problēmu [15], taču to novērst pilnībā ir ļoti sarežģīti.

1.2.2 Orientāciju iegūšana

Objekta orientāciju raksturo kā orientāciju starp sākuma novietojumu, ko mēs sauksim par orientācijas bāzes koordinātu sistēmu (OBKS), un pašreizējo novietojumu. Aprakstot reālus objektus kā OBKS parasti izvēlas zemes atskaites sistēmu. Šādā gadījumā x ass ir vērsta paralēli ekvatoram, y ass vērsta uz ziemeļiem un z ass vērsta perpendikulāri zemes plaknei. Iegūstot IMU sensora datus, ir iespējams aprakstīt un izrēķināt Wahba's problēmu, kas nosaka orientāciju starp divām koordinātu sistēmām, kurās abās ir fiksēti vektori [16]. Zemāk aplūkota metode, kas aprakstīta [17] publikācijā.

Līmeņa noteikšana

Apskatot objektu, kas ir nepaātrinātā kustībā, ir zināms, ka uz to iedarbosies tikai gravitācijas spēks, kas vērsts pretēji z asij $a_z = -g$. Līdz ar to, ja koordinātu sistēma ir transformēta, mums ir iespējams noskaidrot Eilera leņķus zyx konfigurācijā. Attiecīgie Eilera leņķi būs ψ, θ, ϕ . Vispirms aplūkosim, kā mainās sistēma pēc pirmajām divām rotācijām. Šai gadījumā ψ rotācija neko nemainīs, jo tā ir paralēla \vec{g} . Transformācija par θ leņķi ap y asi gravitācijas vektora koordinātes mainīs attiecīgi:

$$\begin{aligned} a_x &= g \sin \theta \\ a_z &= -g \cos \theta. \end{aligned} \tag{1.7}$$

Ja paātrinājuma vektors tiek normalizēts, iegūstam

$$\overline{a_x} = \sin \theta. \tag{1.8}$$

Līdz ar to ir iespējams izveidot pirmajai rotācijai analogisku kvaternionu \mathbf{q}_a pēc (1.5), kur imagināro daļu izvēlamies tikai \mathbf{j} vektoru. $\cos(\theta/2)$ un $\sin(\theta/2)$ iespējams izteikt no $\overline{a_x}$ un trigonometriskajām funkcijām.

Nākamā rotācija ir par ϕ leņķi ap x asi. Gravitācijas vektora koordinātes mainīs

attiecīgi:

$$\begin{aligned} a_y &= -g \cos \theta \sin \phi \\ a_z &= -g \cos \theta \cos \phi, \end{aligned} \tag{1.9}$$

līdz ar to normētās koordinātas būs

$$\begin{aligned} \bar{a}_y &= -\cos \theta \sin \phi \\ \bar{a}_z &= -\cos \theta \cos \phi, \end{aligned} \tag{1.10}$$

Zinot $\cos(\theta)$ no (1.8) vienādojuma, varam izteikt $\cos(\phi/2)$ un $\sin(\phi/2)$ un iegūt otrās rotācijas kvaternionu \mathbf{q}_b , kur imagināro daļu izvēlamies tikai \mathbf{i} vektoru.

Azimuta noteikšana

Lai noteiktu koordinātu sistēmas ψ leņķi, varam izmantot magnētiskā lauka datus, pieņemot, ka tie ir vērsti ziemeļu virzienā. Izmantojot iepriekš iegūtos kvaternionus, varam panākt, ka magnētiskā lauka dati ir orientēti zemes atskaites sistēma ar nezināmu virzienu pret ziemeļiem. Šādā gadījumā magnētiskā lauka dati relatīvajā zemes atskaites ir iegūti izmantojot iegūtos kvaternionus rotācijā ap x un y asi, kā arī (1.6) vienādojumu.

$$\mathbf{m}_e = \hat{\mathbf{q}}_a \hat{\mathbf{q}}_b \mathbf{m} (\hat{\mathbf{q}}_a \hat{\mathbf{q}}_b)^{-1}, \tag{1.11}$$

kur \mathbf{m} ir magnētiskā lauka dati sensora atskaites sistēmā un \mathbf{m}_e ir magnētiskā lauka dati relatīvajā zemes atskaites sistēmā. Tā kā šai gadījumā \mathbf{m}_z saturēs tikai x un y komponentes, tas ļauj mums atrast leņķi pret azimutu

$$\psi = \arctan 2(m_z^x, m_z^y).$$

Zinot leņķi ψ , varam iegūt kvaternionu $\hat{\mathbf{q}}_c$ rotācijai ap \mathbf{k} asi. Līdz ar to mēs varam iegūt pilno transformācijas kvaternionu

$$\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}}_a \hat{\mathbf{q}}_b \hat{\mathbf{q}}_c,$$

kas raksturo pilno transformāciju no sensora atskaites sistēmas uz zemes atskaites sistēmu.

Žiroskopa izmantošana

Lai uzlabotu iegūto orientāciju precizitāti, ir iespējams izmantot žiroskopa datus par objekta rotācijas ātrumu. Tā kā rotācija nekādā veidā nav fiksēta zemes atskaites sistēmā, šos datus nevar izmantot tiešā veidā, lai noskaidrotu objekta absolūto orientāciju zemes atskaites sistēmā. Taču, tā kā šie dati apraksta objekta rotācijas ātrumu, datus integrējot, ir iespējams iegūt objekta relatīvo orientāciju, kas definē pārvietojumu starp diviem laika brīžiem. Tā kā žiroskopa rādījumiem ir kļūda, relatīvās orientācijas laikā uzkrās kļūdu un tās nebūs precīzas. Izmantojot komplementāro, Kalman filtru vai kādu no citām filtra metodēm ir iespējams apvienot relatīvo un absolūto orientāciju, lai iegūtu precīzāku objekta absolūto orientāciju. Sīkāk šī metode apskatīta [18, 19] rakstos.

Situācijās, kad magnētiskais lauks laikā mainās haotiski, magnētiskā lauka sensori kļūst neuzticami orientāciju noteikšanai un to izmantošana var radīt kļūdas. Šādos gadījumos izmanto algoritmus, kas var noteikt tikai relatīvās orientācijas ar nenoteiktību pret ziemeļiem zemes atskaites sistēmā, izmantojot tikai akselerometra un žiroskopa datus [20].

1.2.3 Secinājumi

Izmantojot IMU sensorus ir iespējams iegūt fizikālus datus, ar kuru palīdzību ir iespējams iegūt objekta orientāciju. Katram no IMU iegūtajiem fizikālajiem datiem ir savas kļūdas, kuras ar dažādu algoritmu palīdzību var censties novērst. Magnētiskā lauka intensitātes dati ir ļoti neprecīzi orientāciju noteikšanai, jo tos ietekmē telpā esoši feromagnētiskie un magnētiski materiāli. Lai maksimāli uzlabotu orientāciju precizitāti, ir vērtīgi izstrādāt algoritmus, kas spēj noteikt orientācijas neizmantojot magnētisko lauku.

1.3 Relatīvās orientācijas ķermeņu savienojumos

1.3.1 Ķermeņu savienojumi

Ķermeņu locītavas un jebkāda veida mehāniskos savienojumus savā starpā var aprakstīt ar savstarpējo orientāciju, kas raksturo koordinātu bāzes transformāciju no pirmā ķermeņa uz otro ķermeni. Šādā gadījumā ķermeņa savstarpējo orientāciju $\hat{\mathbf{q}}_{joint}$, kas raksturo

orientāciju no pirmā ķermeņa uz otro, var aprēķināt sekojoši

$$\hat{\mathbf{q}}_{joint} = \hat{\mathbf{q}}_1^{-1} \hat{\mathbf{q}}_2, \quad (1.12)$$

kur $\hat{\mathbf{q}}_1$ un $\hat{\mathbf{q}}_2$ ir abu ķermeņu orientācijas kādā patvaļīgā koordinātu sistēmā. Izmantojot ķermeņu savstarpējās jeb relatīvās orientācijas, nav svarīgi zināt, kāda ir katra ķermeņa absolūtā orientācija. Vienīgais nosacījums kas ir svarīgs, ir tas, ka abu ķermeņu OBKS ir jāsakrīt. Respektīvi, mums nav svarīgi, ka katra ķermeņa orientācija ir pret zemes atskaites sistēmu, bet mums ir svarīgi, ka abu ķermeņu orientācija ir pret noteiktu atskaites sistēmu, piemēram, kurā bāzes vektora y ass ir orientēta 45° leņķī pret ziemeļiem. Šādā gadījumā ir iespējams izveidot jaunus ķermeņu orientācijas noteikšanas algoritmus, kas var neizmantot magnētiskā lauka datus, bet gan fizikālās sistēmas ierobežojumus. Situācijās, kad netiek izmantoti magnētiskā lauka indukcijas dati, kļūda ilgtermiņā uzkrājas tieši ap azimuta asi, jo nav fizikālu datu, kas spēj noteikt leņķi pret ziemeļiem, izmantojot 1.2.2 metodi.

1.3.2 Paņēmiens kā atbrīvoties no magnetometra datiem

Situācijās, kad ir nepieciešams aprakstīt divu ķermeņu relatīvo orientāciju, kā arī magnētiskā lauka dati ir neprecīzi, tiek izmantotas orientāciju noteikšanas metodes, kas neiekļauj magnētiskā lauka datus. Šādā gadījumā literatūrā apskatītajās metodēs kā bāzes algoritmu izmanto [20] orientāciju noteikšanas metodi katram sensoram atsevišķi. Šai metodei ir nenoteiktība par ziemeļiem, līdz ar to abiem sensoriem nav vienādas OBKS, kas nepieciešams, lai pareizi aprakstītu ķermeņu savienojumu izmantojot (1.12) metodi.

Lai sensoriem būtu vienāda OBKS, citos pētījumos tiek izmantoti mehāniskā savienojuma ierobežojumi, kas spēj ar dažādu algoritmu palīdzību koriģēt sensoru orientācijas, lai tām būtu vienāda OBKS.

[21] publikācijā autori mehānisko savienojumu apraksta ar ierobežojumu kopu, kas definē maksimālo rotāciju, visās trīs rotācijas asīs. Līdz ar to ir iespējams uzbūvēt modeli, kas spēj labot azimuta leņķa kļūdu atkarībā no pārējo leņķu varbūtības atrasties kādā stāvoklī.

Otrs paņēmiens ir izmantot žiroskopa un akselerometra datus. Fizikālās situācijās mēs sagaidām, ka būs kustības, kurās abi sensori pārvietojas vai rotē ar vienādu ātrumu.

Tādā gadījumā mēs $\hat{\mathbf{Q}}_{joint}$ varam aprēķināt analogiski 1.2.2 aprakstītajai metodei, kur zemes koordinātu sistēmas vietā izvēlamies kāda sensora atskaites sistēmu un izmantojam žiroskopa un akselerometra datus kā divus nemainīgos fizikālos lielumus. Pēc tam šī iegūtā savienojuma orientācija tiek apvienota ar (1.12) metodē iegūto savienojuma orientāciju, izmantojot optimizācijas un filtru algoritmus. Šīs metodes aprakstītas rakstos [22—26].

1.3.3 Secinājumi

Praksē bieži ir vērtīgi aprakstīt mehāniskos savienojumus ar to savstarpējo, jeb relatīvo orientāciju. Šādi ir iespējams atbrīvoties no abu sensoru globālās koordinātu sistēmas. Ja ķermeņu savienojumi tiek aprakstīti šādi, tad ir iespējams izmantot savienojuma fizikālos ierobežojumus, kas ļauj precīzāk noteikt savienojuma relatīvo orientāciju, kā arī atbrīvoties no magnētiskā lauka sensora, kas var būt ļoti neuzticams, atkarībā no apkārt esošajiem objektiem. Eksistē vairāki pētījumi, kas ir izmantojuši šos nosacījumus, lai gana precīzi noteiktu relatīvo orientāciju. Taču tie izmanto gradienta nolaišanās algoritmus [27] aprēķinos, kas ir prasīgi pret izmantoto skaitļošanas aparātu jaudu un pieprasa saglabāt ilgāku datu vēsturi, lai varēti precīzi aprēķināt savienojuma orientāciju.

1.4 Kalman filtri

Situācijās, kad ir pieejami dati no vairākiem mērījumiem vai matemātiskiem modeļiem, ir ērti lietot Kalman filtrus, lai tos apvienotu vienā rezultātā. Tie spēj apvienot vairāku mērījumu rezultātus, balstoties uz katra sensora individuālā mērījuma statistisko kļūdu. Aplūkosim Kalman filtra vispārīgo uzbūvi, kas aprakstīta [28—30] avotos.

Kalman filtru ir iespējams sadalīt divās daļās, kur 1. daļa veic nākošā mērījumu paredzēšanu izmantojot fizikālo modeli, savukārt 2. daļa veic paredzējuma labojumu ar pieejamajiem mērījuma datiem.

Kalman filtrs veic paredzēšanu izmantojot sekojošu algoritmu:

$$\hat{x}_k = \mathbf{F}\hat{x}_{k-1} + \mathbf{B}\hat{u}_k, \quad (1.13)$$

kur \hat{x} ir sistēmas stāvoklis, \mathbf{F} ir transformācijas matrica, kas apraksta kā sistēma fizikāli attīstās laikā, \hat{u} ir fizikāls lielums, piemēram, paātrinājums, kas iedarbojas uz sistēmu, un \mathbf{B} apraksta \hat{u} ietekmi uz sistēmu.

Katram sistēmas stāvoklim ir arī raksturīga kovariācijas matrica \mathbf{P} , kas raksturo sistēmas stāvokļa kļūdu. Sistēmas kļūdas kovariācijas matricas attīstību laikā raksturo vienādojums:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{F}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_k, \quad (1.14)$$

kur matrica \mathbf{Q}_k raksturo kļūdu, kas eksistē fizikālajam modelim.

Izdarītais sistēmas paredzējums tiek koriģēts, izmantojot sensora iegūtos mērījumus. Vispirms paredzējuma dati tiek transformēti uz sensora datu telpu. Tas nepieciešams, ja sensora radījumu mērvienības vai nomērīto lielumu skaits nesakrīt ar sistēmas stāvokļa mērvienībām un parametru skaitu.

$$\begin{aligned} \mu_k &= \mathbf{H}\hat{x}_k \\ \Sigma_k &= \mathbf{H}\mathbf{P}_k\mathbf{H}^T, \end{aligned} \quad (1.15)$$

kur μ_k ir sistēmas stāvoklis sensora datu telpā, Σ_k ir sistēmas kovariācijas matrica sensora datu telpā un \mathbf{H} ir transformācijas matrica no sistēmas stāvokļa uz sensora datu telpu.

Tālāk filtrs koriģē transformētos datus ar sensoru iegūtajiem datiem. Paredzams, ka gan sensoru dati, gan paredzējuma datu kļūda ir ar gausa sadalījumu, līdz ar to, apvienojot abus datus, tos sareizinot, tiek iegūtas sekojošas funkcijas.

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \Sigma_k(\Sigma_k + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \mu'_k &= \mu_k + \mathbf{K}(z_k - \mu_k) \\ \Sigma'_k &= \Sigma_k - \mathbf{K}\Sigma_k. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Šeit z_k raksturo sensora mērījumu un \mathbf{R}_k attiecīgā mērījuma kļūdas matricu. Transformējot vienādojums atpakaļ uz sistēmas telpu, mēs iegūstam gala vienādojumus

$$\begin{aligned} \mathbf{K}' &= \mathbf{P}_k\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{P}_k\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{x}'_k &= \hat{x}_k + \mathbf{K}'(z_k - \mathbf{H}\hat{x}_k) \\ \mathbf{P}'_k &= \mathbf{P}_k - \mathbf{K}'\mathbf{H}\mathbf{P}_k. \end{aligned} \quad (1.17)$$

2.ALGORITMA IZSTRĀDE

1.3.2 sadaļā tika apskatīti vairāki algoritmi, kas spēj noteikt divu mehānisku ķermeņu savienojumu relatīvo orientāciju. To lielākais trūkums ir to sarežģītība, kas ļautu tos implementēt mazāk jaudīgās skaitļošanas iekārtās. Turpmākajā darbā tiks aprakstīts izstrādātais algoritms, kas ir krietni vienkāršāks un kuru ir iespējams implementēt mazjaudīgās skaitļošanas iekārtās kā ARM Cortex-M33 [31].

2.1 Algoritma darbības princips

Lai noteiktu 2 ķermeņu relatīvo orientāciju, kā bāzes dati tiek izmantoti BNO055 [4] čipa iegūtās 6 asu orientācijas, kuru iegūšanai neizmanto magnetometra datus. Šīs orientācijas apraksta precīzu sensoru līmeni 1.2.2, taču tā kā netiek izmantoti magnetometra dati, tām ir nenoteiktība pret ziemeļiem zemes atskaites sistēmā (leņķi ψ). Leņķis ψ šajā darbības režīmā tiek noteikts skaitliski integrējot žiroskopa datus no sensoru ieslēgšanas brīža. Līdz ar to abas orientācijas ilgtermiņā uzkrās kļūdu un sensora aprēķinātas orientācijas vairs nebūs balstītas pret vienu un to pašu orientāciju bāzes koordinātu sistēmu, kas nepieciešams (1.12) aprēķināšanai. Šāda gadījumā aprēķinot Eilera leņķus savienojumā, azimuta leņķu ψ starpība α būs neprecīza.

Lai pareizi aprēķinātu relatīvo orientāciju (1.12), uzskatīsim, ka viena no sensora orientācijas bāzes koordinātu sistēma ir absolūti precīza, taču otra ar laiku uzkrāj kļūdu rotācijā ap gravitācijas vektora asi, jeb tai ir neprecīzi noteikts ψ leņķis. Tālāk tiek aprakstīta filtra sistēma, kas spēj noteikt šo kļūdu un sinhronizēt abas OBKS. Tā darbības shēma aplūkota attēlā 2.1.

2.2 Rotācijas dati

Azimuta leņķa starpību starp diviem ķermeņiem var noteikt arī situācijā, kad abi ķermeņi nepārvietojas relatīvi viens pret otru. Šādā situācijā ir sagaidāms, ka rotācijas un paātrinājuma vektoriem būtu jāsakrīt OBKS līdzīgi kā paātrinājuma un magnētiskā lauka vektoriem bija jāsakrīt Zemes atskaites sistēmā aprēķinot IMU sensoru orientācijas 1.2.2. Ja tie nesakrīt, tad otrā sensora orientāciju bāzes koordinātu sistēma ir novirzījusies no pirmā sensora orientāciju bāzes koordinātu sistēmas.

ātrumu. Lai izvairītos no šādām situācijām, ir nepieciešams, ka mehāniskajā savienojumā eksistē vismaz viena fiksēta ass, ap kuru rotācija nav iespējama. Šādu savienojumu sauc par 2 brīvības pakāpju savienojumu.

2.3 Azimuta leņķa starpības noteikšana

Lai noteiktu azimuta leņķa starpību α starp rotācijas vektoriem tiek izmantota sekojoša metode.

1. Tiek aprēķināts pārvietojuma kvaternions no pirmā sensora rotācijas vektora uz otrā sensora vektoru. Lai to aprēķinātu, kā rotācijas ass tiek izvēlēta šo vektoru vektoriālais reizinājums

$$\mathbf{r}_W = \mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2.$$

Izmantojot skalāro reizinājumu tiek aprēķināts rotācijas vektoru savstarpējais leņķis, un iegūts savienojuma relatīvais kvaternions $\hat{\mathbf{q}}_{joint}^w$ izmantojot (1.5) vienādojumu.

2. Izmantojot iegūto savienojuma kvaternionu, tiek aprēķināts otrā sensora kvaternions, kura OBKS sakrīt ar pirmā sensora OBKS. Šādā gadījumā

$$\hat{\mathbf{q}}_2^w = \hat{\mathbf{q}}_1 \hat{\mathbf{q}}_{joint}^w \quad (2.1)$$

3. Lai noskaidrotu azimuta leņķu starpību α , nepieciešams savienojuma kvaternions, kas raksturo aktīvo transformāciju

$$\hat{\mathbf{q}}_{joint}^{Ew} = \hat{\mathbf{q}}_1 (\hat{\mathbf{q}}_2^w)^{-1}. \quad (2.2)$$

4. Visbeidzot vektors $(1, 0, 0)$ tiek rotēts ar iegūto (2.2) kvaternionu pēc (1.6) vienādojuma iegūstot vektoru \mathbf{x}'_w . Līdz ar to azimuta leņķu starpība ir aprēķināma pēc vienādojuma

$$\alpha = \arctan 2(\mathbf{x}'_{wy}, \mathbf{x}'_{wx}). \quad (2.3)$$

Analoģiskā veidā ir iespējams aprēķināt azimuta leņķu starpību α' , ko nosaka no sensoru iegūtajām orientācijām.

1. Tiek iegūts savienojuma kvaternions, kas raksturo aktīvo transformāciju

$$\widehat{\mathbf{q}}_{joint}^E = \widehat{\mathbf{q}}_1(\widehat{\mathbf{q}}_2)^{-1}. \quad (2.4)$$

2. Vektors $(1, 0, 0)$ tiek rotēts ar iegūto 2.4 kvaternionu pēc 1.6 vienādojuma iegūstot vektoru \mathbf{x}' . Līdz ar to azimuta leņķis ir aprēķināms pēc vienādojuma

$$\alpha' = \arctan 2(\mathbf{x}'_y, \mathbf{x}'_x). \quad (2.5)$$

2.4 Filtra izveide

2.4.1 Filtra sistēmas stāvoklis

Lai izveidotu filtru, kas nosaka precīzo azimuta leņķa starpību α , tiek izstrādāts lineārs Kalman filtrs. Tā kā filtra uzbūve pieprasa, ka no sensoriem iegūtie dati ir ar kļūdu, kas attēlo gausa sadalījumu, tiešā veidā nav iespējams izmantot no sensora orientācijām noskaidroto α' leņķi, jo tā kļūda ilgtermiņā pieaug un nav gausa sadalījumā ap patieso vērtību. Tā vietā ir iespējams izmantot α' leņķa atvasinājumu, jeb azimuta leņķa starpības rotācijas ātrumu. Situācijā, kad izmantojam reālus sensora datus, kas atlasīti ar zināmu soli, ātrumu varam aprēķināt sekojoši

$$w_\alpha = \frac{\alpha'_i - \alpha'_{i-1}}{\Delta t}. \quad (2.6)$$

Lai izveidotu filtru, definēsim filtra stāvokli \hat{x}

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \alpha \\ w \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

2.4.2 Pareģojuma vienādojumi

Kalman filtrs laikā attīstās pēc (1.13) vienādojuma. Šai gadījumā \mathbf{F} matrica reprezentē vienmērīgas kustības kinemātikas vienādojumus

$$\begin{aligned}\alpha_{i+1} &= \alpha_i + \Delta t w_i \\ w_{i+1} &= w_i \\ \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{2.8}$$

Šai gadījumā sistēmā darbojas arī paātrinājums, taču to nekādā veidā nav iespējams noskaidrot analītiski. Līdz ar to mūsu vienādojumos neparādās \mathbf{G} matrica un \hat{u} loceklis.

Sistēmas kovariācijas matrica \mathbf{P}_0 tika izvēlēta kā identitātes matrica, jo sākuma stāvoklī nav iespējams izdarīt secinājumus par mērījumu kovariāciju un tā ietekmē tikai sistēmas sākotnējo attīstību [30]. Tā kā fizikālais modelis neapraksta sistēmas paātrinājumu, pareģojuma kļūda ir jāiekļauj \mathbf{Q} matricā. Tā šai darbā tika noteikt kā

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}.\tag{2.9}$$

2.4.3 Paredzējuma labojums

Šai gadījumā gan Kalman sistēmas stāvokļa, gan sensora rādījumu mērvienības sakrīt, līdz ar to nav nepieciešams datus transformēt pēc (1.15) vienādojuma.

Mērījuma matrica z_k satur (2.3) un (2.6) vienādojumos iegūtās vērtības

$$z_k = \begin{pmatrix} \alpha \\ w_\alpha \end{pmatrix}.\tag{2.10}$$

\mathbf{R}_k matrica tiek aprēķināta dinamiski

$$\mathbf{R}_k = \begin{pmatrix} \Delta r_w & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\tag{2.11}$$

kur Δr_w raksturo (2.3) mērījuma kļūdu, kas sīkāk aprakstīta nākamajā nodaļā.

2.4.4 Azimuta leņķa starpības kļūda

2.2 nodaļā aprakstījām, ka ir jāizpildās konkrētiem nosacījumiem, kas nepieciešami, lai drīkstētu izmantot rotācijas datus azimuta leņķa starpības noteikšanai. To matemātiski var aprakstīt kā mērījuma kļūdu, kas ir atkarīga no tā, cik precīzi šie nosacījumi izpildās. Zemāk aprakstīti visi kļūdas parametri, kuri kopā veido kopējo Δr_w kļūdu.

1. r_1 raksturo pirmā sensora absolūto rotācija ātrumu. Šāds parametrs ieviests, lai izvairītos no sensora mērījumu trokšņa pie maziem rotācijas ātrumiem.
2. r_2 raksturo otrā sensora absolūto rotācija ātrumu. Šāds parametrs ieviests, lai izvairītos no sensora mērījumu trokšņa pie maziem rotācijas ātrumiem.
3. r_3 raksturo, vai sakrīt abu sensoru rotācijas ātrumi.
4. r_4 raksturo, vai rotācija notiek arī ap savienojuma fiksēto asi.
5. r_5 raksturo šī brīža α' atšķirību no rotācijas vektoru paredzētā α . Šis parametrs ieviests, lai nodrošinātu ātrāku filtra konverģēšanu brīdī, kad OBKS ir ļoti atšķirīgas.

Kopējās kļūdas un individuālo parametru detalizēts matemātiskais aprēķins apskatāms koda fragmentā 4.1.

2.5 Orientāciju bāzes korigēšana

Algoritma pēdējais solis ir veikt otrā sensora azimuta leņķa ψ korekciju, tā lai mehāniskajā savienojuma azimuta starpības leņķis α' , kas aprēķināts no sensora orientācijām (2.5), sakristu ar Kalman filtra aprēķināto α_K . Lai to panāktu, ir nepieciešams otrā sensora kvaternionu sareizināt ar $\hat{\mathbf{q}}_\delta$ kvaternionu, kur reizinājums aprakstīs otrā sensora orientāciju, kur OBKS sakrīt ar pirmā sensora OBKS. $\hat{\mathbf{q}}_\delta$ apraksta rotāciju ap gravitācijas vektoru par leņķi, kas ir vienāds ar starpību starp α' un α_K . Līdz ar to patiesā otrās sensora orientācija tiek aprēķināta:

$$\begin{aligned}\theta &= \alpha_K - \alpha' \\ \hat{\mathbf{q}}_\delta &= \cos(\theta/2) + \mathbf{k} \sin(\theta/2) \\ \hat{\mathbf{q}}'_2 &= \hat{\mathbf{q}}_\delta \hat{\mathbf{q}}_2\end{aligned}\tag{2.12}$$

2.6 Secinājumi

Lai atbrīvotos no magnētiskā lauka traucējumiem, ir iespējams lietot orientāciju iegūšanas algoritmus, kas neizmanto magnētiskā lauka datus, taču tiem ir nenoteiktība azimuta asī. Mehāniskā savienojumā eksistē fizikāli ierobežojumi, kas konkrētās situācijās ļauj izmantot paātrinājuma un rotācijas ātrumu, lai panāktu, ka abu savienoto ķermeņu OBKS ir vienādas. Ja abiem ķermeņiem sakrīt OBKS, ir iespējams aprakstīt šo savienojumu relatīvo orientāciju (1.12). Algoritms ir pielietojams, lai aprakstītu mehāniskos savienojumus, līdz divām brīvības pakāpēm, piemēram, rokas-plaukstu locītavu. 3 brīvības pakāpju savienojumos ir grūti atrast matemātiskus nosacījumus brīžiem, kad abi objekti nekustās relatīvi viens pret otru. Algoritma darbība ir atkarīga no fizikālās kustības. Situācijās, kad ķermeņi netiek rotēti vispār, nav iespējams noteikt savstarpējo azimuta leņķi α no rotācijas datiem. Azimuta leņķa starpības kļūdas aprēķins ir balstīts uz fizikāliem kritērijiem par kustību. Lai Kalman filtrs darbotos efektīvāk, ir nepieciešams atrast veidu kā aprēķināt azimuta leņķa starpības kļūdu analītiski visām situācijām.

3. EKSPERIMENTĀLĀ VALIDĀCIJA

3.1 References atskaites sistēma

Lai pārliecinātos par algoritma precizitāti, iegūtā mehāniskā savienojuma relatīvā orientācija $\hat{\mathbf{q}}_{joint}$ ir jāsalīdzina ar patieso savienojuma relatīvo orientāciju. Eksistē vairākas metodes, kā iegūt patieso relatīvo orientāciju. Tālāk aprakstītas 2 metodes, ko izmanto līdzīgos pētījumos.

1. Ir iespējams mehāniskā savienojuma abu ķermeņu absolūtās orientācijas noteikt izmantojot optiskās orientāciju noteikšanas metodes. No absolūtajām orientācijām ir iespējams noteikt savienojuma relatīvo orientāciju pēc (1.12). Tās galvenais ieguvums, ir tas, ka references orientācijas nav atkarīgas no fizikāliem parametriem, kā magnētiskā lauka, rokas kustības ātruma un paātrinājuma datiem. Tās trūkums, ir tas, ka optiskos marķierus piestiprināt fizikālam ķermenim nav iespējams ideāli, un tie var kustēties relatīvi pret to, ieviešot kļūdu. Šī metode nav absolūti precīza un atkarībā no izmantotās iekārtas tai ir konkrēta kļūda. Šīs iekārtas arī ir dārgas. Metode pielietota [24] rakstā.
2. References sistēmu var modelēt arī ar robotu sistēmas palīdzību [32], kas programēta izpildīt konkrētas kustības. Šāda pieeja izmantota [26] darbā. Izmantotās robotu sistēmas spēj fizikāli reprezentēt relatīvās orientācijas ar kļūdu, kas ir daudzas kārtas mazāka, kā pētījumos apskatīto metožu kļūda. Līdz ar to šī metode garantē absolūti precīzu references sistēmu, kas ļauj viegli salīdzināt algoritmu darbību. Robotu sistēmas izmanto elektromotorus un ir būvēti no feromagnētiskiem materiāliem, piemēram, dzelzs, kas rada mainīgu magnētisko lauku. Algoritmiem, kas izmanto magnetometrus orientāciju aprēķinā, šādi apstākļi nav optimāli, un tie var darboties krietni sliktāk, kā situācijās, kad tie tiek izmantoti vidē, kur nav feromagnētiski materiāli un elektromagnēti. Robotu sistēmas spēj limitēti modelēt biomehāniskos savienojumus. Dabā sastopamie savienojumi, piemēram, rokas plaukstas locītava, neaparaksta ideālu mehānisko savienojumu [33], jo tajos eksistē arī kustības, ko nav iespējams atspoguļot ar 3 asu robotu sistēmu.

3.2 Mērījumu fizikālā interpretācija

Lai eksperimentāli pārbaudītu algoritmu precizitāti, ir nepieciešams veids, kā fizikāli interpretēt relatīvo orientāciju datus. Kvaternioni ir abstrakti matemātiski objekti, kuru salīdzināšana tiešā veidā nesniedz viegli interpretejamu informāciju par sistēmas kļūdu.

Lai fizikāli interpretētu savienojuma relatīvo kvaternionu, citos pētījumos tas tiek aprakstīts ar Eilera leņķiem, kas pēc tam tiek salīdzināti. Aprakstot savienojumu ar Eilera leņķiem, ir vieglāk fizikāli novērtēt mērījuma kļūdu un izdarīt secinājumus par tās nozīmi attiecīgajā pielietojumā. Lielākais trūkums šai metodei, ir tas, ka eksistē 12 dažādas konfigurācijas, kā aprakstīt Eilera leņķus. Eksistē arī citi paņēmieni, kā aprakstīt biomehāniskos savienojumus ar leņķiem [34]. Līdz ar to tiešā veidā salīdzināt dažādu rakstu skaitliskos rezultātus ir sarežģīti, ja nav izmantota viena un tā pati metode.

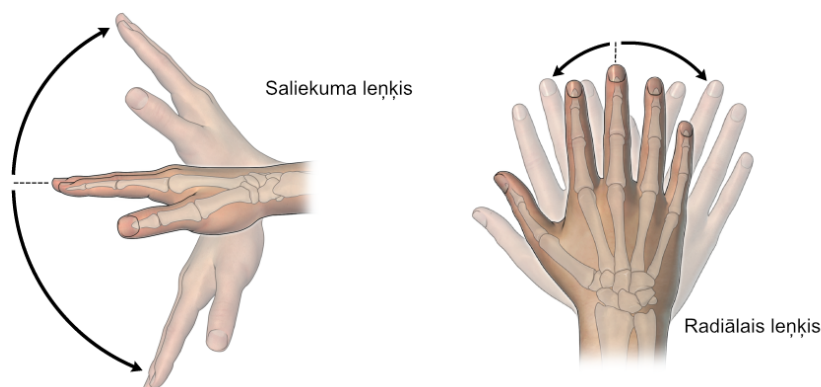
3.3 Darbā pielietotā metode

Lai eksperimentāli pārlicinātos par tā darbības precizitāti, kā mehāniskais savienojums tika izvēlēta rokas-plauksta locītava. Mērījumiem tika izmantotas SIA "Hackmotion" ražotās sensoru sistēmas 3.2, kas satur divus BNO055 [4] IMU čipus. Iekārta tika konfigurēta tā, ka tā vienlaikus spēj ievākt zemāk aprakstītos fizikālos datus.

1. Katra sensora absolūto orientāciju zemes atskaite sistēmā, kur orientāciju aprēķinu, veic BNO055 iebūvētais algoritms.
2. Katra sensora relatīvo orientāciju ar nenoteiktību pret ziemeļiem, kur orientāciju aprēķinu, veic BNO055 iebūvētais algoritms, izmantojot tikai žiroskopa un akselerometra datus.
3. Katra sensora rotācijas datus.

3.3.1 Mērījumu fizikālā interpretācija

Lai validētu algoritma rezultātus, kā fizikālā reprezentācija tika izvēlēta [34] rakstā aprakstītā rokas locītavas leņķu noteikšana. Rokas locītavu apraksta divi leņķi - saliekuma leņķis un radiālais leņķis 3.1.



Att. 3.1: Mērījuma leņķu fizikālā reprezentācija [35].

3.3.2 References sistēmas izvēle

Ierobežoto resursu dēļ, pētījuma netika izmantotas optiskās vai robotizētās sistēmas references sistēmas izveidei. Eksperimentā algoritms tika salīdzināts pret BNO055 [4] sensora datiem, kas aprēķina absolūtos kvaternionus zemes atskaites sistēmā, izmantojot magnētiskā lauka datus. Algoritmi tika salīdzināti kvantitatīvā un kvalitatīvā veidā.

Eksperimentos tika ievākti dati no fizikālām kustībām, kas ilga no 30 sekundēm līdz 3 minūtēm. Eksperimentos dati tika ievākti gan lēnās, gan ātrās fizikālās kustībās. Kopā tika ievākti dati no 51 eksperimenta.

1. Dati kvalitatīvi tika salīdzināti, aplūkojot pilnu eksperimenta datu ierakstu. Sagaidāms, ka abiem algoritmiem kustībām vajadzētu sakrist, respektīvi, ja BNO055 absolūtās orientācijas algoritma aprēķinātais rokas saliekuma leņķis samazinās, tad sagaidām, ka izstrādātā algoritma rokas saliekuma leņķis arī samazināsies nevis pieaugs. Ja šis kritērijs neizpildās, izstrādātā algoritma kustības atšķiras kvalitatīvi un tā precizitāte būtu apšaubāma. Tādā gadījumā to būtu nepieciešams salīdzināt ar zināmu koordinātu sistēmu un veikt papildus algoritma analīzi.
2. Lai salīdzinātu algoritmus kvantitatīvi, katra eksperimenta sākumā un beigās roka tika ievietota mehāniskā stiprinājumā 3.2, kas nodrošina konkrētu tās pozīciju. Šādā gadījumā sagaidām, ka rokas locītavas leņķi sakrītīs abās pozīcijās. Kā kļūdu katram algoritmam definēsime leņķu starpību starp sākuma un beigu pozīciju katrā eksperimentā. Abām metodēm tika aplūkota kopējā kļūda, kas iegūta, saskaitot katra individuālā eksperimenta absolūto kļūdu.



Att. 3.2: Stiprinājums plaukstas locītavas fiksācijai konkrētā orientācijā

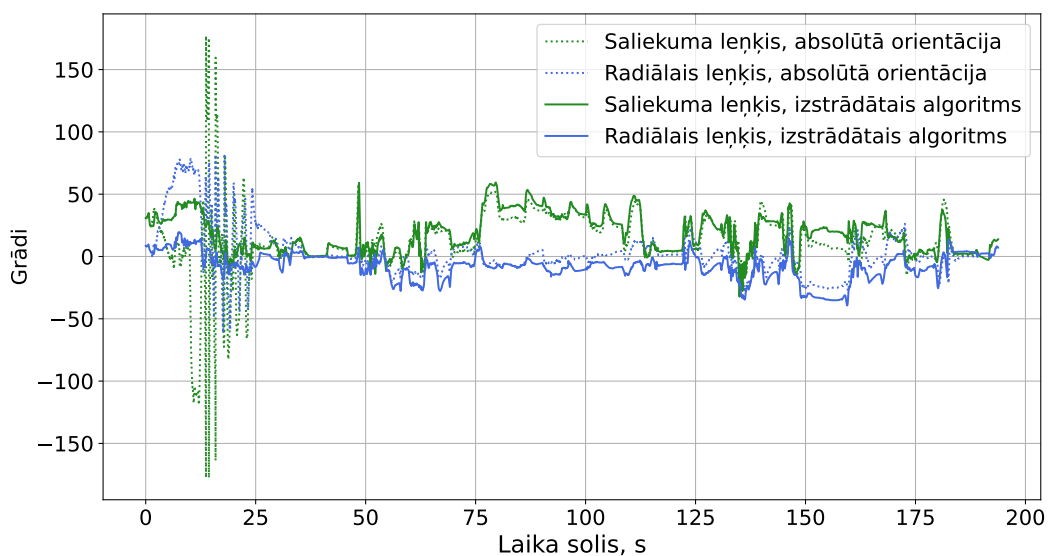
3.4 Secinājumi

Lai validētu orientācijas noteikšanas algoritmus, ir nepieciešams tos salīdzināt pret etalonu, kam ir zināma patiesā orientācija. Pastāv vairākas metodes, kā to darīt, taču katrai ir savi trūkumi. Algoritmu darbības rezultāts var atšķirties arī no fizikālās kustības, kas var tikt veikta mērījuma laikā, līdz ar to šis ir papildus nosacījums, kas jāņem vērā, salīdzinot dažādu pētījumu rezultātus. Salīdzinot eksperimentāli dažādus algoritmus, ir jānodrošina, ka ievāktie dati ir no fizikāli identiskām kustībām. Šai pētījumā tika izvēlēts salīdzināt BNO055 absolūto orientāciju noteikšanas metodi ar izstrādāto algoritmu.

4.REZULTĀTI UN TO APROBĀCIJA

4.1 Rezultātu analīze

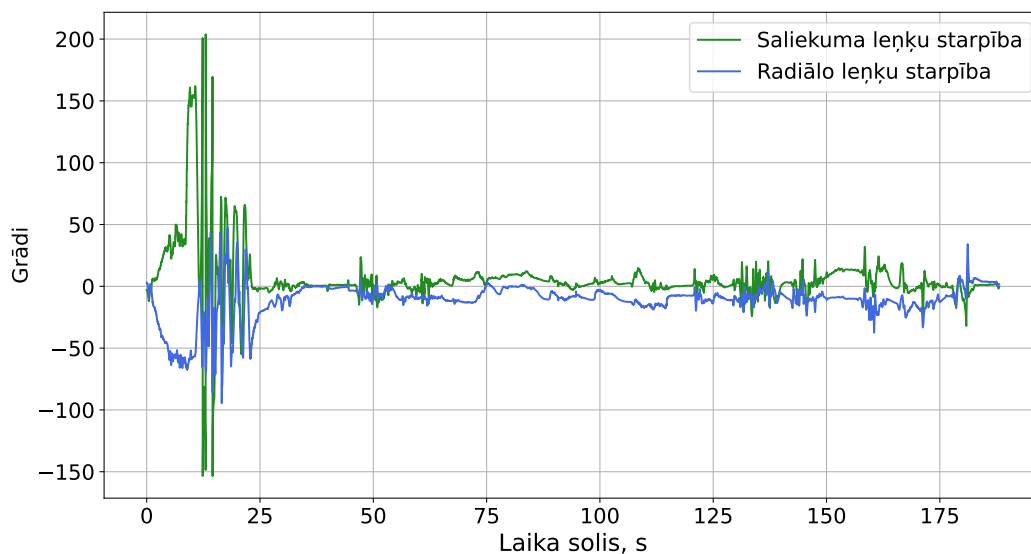
4.1.1 Kvalitatīvā analīze



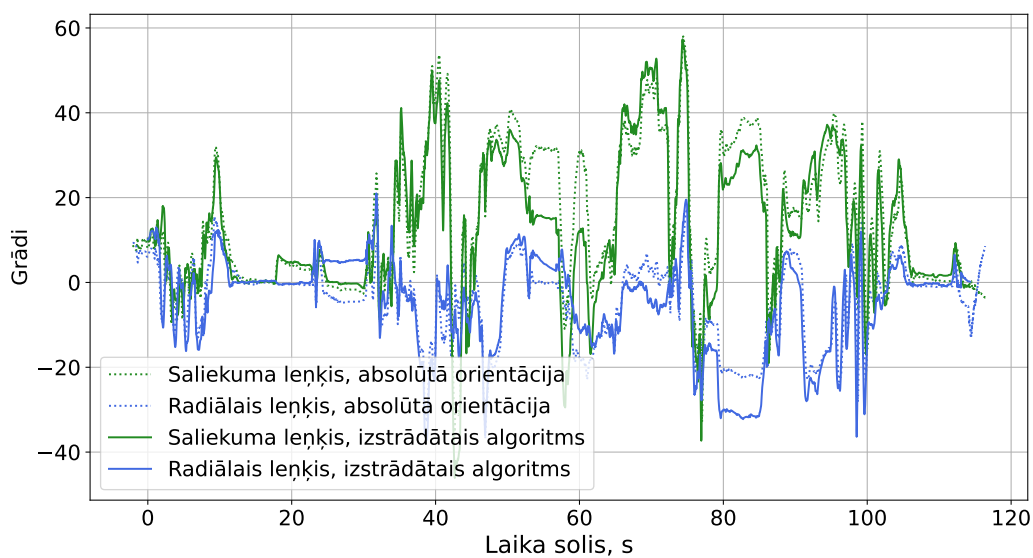
Att. 4.1: Biomehānisko leņķu reprezentācija laikā abiem algoritmiem pie lēnām kustībām

Aplūkojot 4.1 grafiku, var novērot, ka abiem izmantotajiem algoritmiem kvalitatīvi sakrīt kustības. Ieraksta sākumā redzams, ka atšķirība ir lielāka, taču tas skaidrojams ar algoritmu konverģijas laiku. Abiem algoritmiem ir nepieciešams konkrēts laiks, līdz filtrs ir nonācis optimālā stāvoklī. Aplūkojot starpību katram leņķim starp abām metodēm 4.2, var novērot, ka starp abiem algoritmiem eksistē kļūda, kas laikā mainās, taču tām nav izteiktu pīķu, kas reprezentētu būtiskas kvalitatīvas atšķirības algoritmu darbībā.

Izteiktākas atšķirības novērojams situācijā, kad kustības ir ātrākas. 4.3 grafikā arī var novērot, ka arī kustību grafiks sakrīt, taču ~ 50 sekundē novērojamas, ka algoritmi strauji diverģē. Šai gadījumā nav viennozīmīgi iespējams pateikt, kurš algoritms ir precīzāks, jo neeksistē patiesā atskaites sistēma, pret kuru ir iespējams salīdzināt datus. Taču zinot, ka izveidotajam algoritmam kā kļūdas parametrs ir ieviests nosacījums par abu sensoru vienādu rotācijas ātrumu, un to, ka šajā brīdī grafikā nesakrīt abu ķermeņu rotācijas,



Att. 4.2: Biomehānisko leņķu starpība laikā abiem algoritmiem pie lēnām kustībām

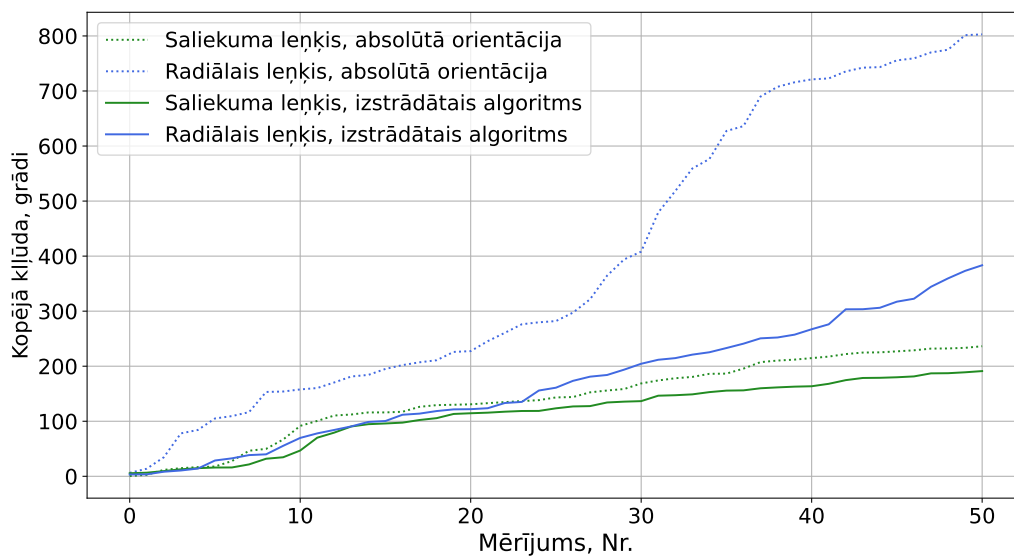


Att. 4.3: Biomehānisko leņķu reprezentācija laikā abiem algoritmiem pie vidēji ātrām kustībām

jo mainās to savstarpējie leņķi, uzskatītu, ka ir lielāka varbūtība, ka kļūda rodas tieši absolūtās orientācijas noteikšanā.



Att. 4.4: Biomehānisko leņķu starpība laikā abiem algoritmiem pie vidēji ātrām.



Att. 4.5: Biomehānisko leņķu uzkrātā kopējā kļūda abām metodēm

4.1.2 Kvantitatīvā analīze

Aplūkojot 4.5 grafiku, ir redzams, ka izstrādātā algoritma kļūda ir krietni mazāka. Vidējā radiāla leņķa kļūda ir 7.52° izstrādātajam algoritmam un 15.74° izmantojot absolūtās orientācijas. Vidējā saliekuma leņķa kļūda ir 3.74° izstrādātajam algoritmam un 4.63° izmantojot absolūtās orientācijas.

4.1.3 Secinājumi

Salīdzinot algoritmus kvalitatīvi, var secināt, ka tie apraksta vienādas kustības. Algoritmu noteiktie leņķi atšķiras, un grafiki pilnībā nesakrīt, kas liecina par to, ka algoritmiem eksistē kļūda. No kvalitatīvajiem datiem nav iespējams pateikt, kura metode ir precīzāka. Apkopojot kvantitatīvo eksperimentu rezultātus, izstrādātajam algoritmam vidējā kļūda ir vairāk nekā divas reizes mazāka nekā izmantotajam pilnās orientācijas algoritmam. Rezultāti liecina, ka izstrādātais algoritms ir vidēji precīzāks, kā salīdzinātais BNO055 absolūto orientāciju algoritms.

Kvantitatīvajai analīzei izmantotā metode, lai noteiktu divas vienādas pozīcijas, nav absolūti precīza. Izmantotajā 3.2 stiprinājumā nav iespējams ievietot roku tieši tādā pašā pozīcijā. To iespējams ievietot ar konkrētu precizitāti, kas mērījumos ievieš gadījuma kļūdu. Lai samazinātu kļūdu, mērījumu skaits būtu jāpalielina, vai arī jāizmanto precīzāka rokas fiksācijas iekārta. Kvantitatīvi aprēķinātās kļūdas var arī neprecīzi raksturot algoritma vidējo kļūdu mērījuma laikā. Algoritma aprēķinātā kļūda var būt krietni mazāka, nekā tā ir patiesībā, ja, tas strauji konverģē, situācijā, kad roka tiek ievietota stiprinājumā. Lai no tā izvairītos, roka statīvā tika ievietot lēnām.

4.2 Aprobācija

Izstrādātā algoritma kods un testa rezultāti tika nodoti SIA "HackMotion" uzņēmumam sīkākai izpētei par tā rezultātiem un iespējām to implementēt to ražotajās sistēmās. SIA "HackMotion" uzņēmums ražo sensorus, kas spēj nomērīt bioloģisku savienojumu relatīvās orientācijas, kā arī pēc tam tās sīkāk analizēt. Uzņēmuma klienti ir vairāk nekā 50 pasaules valstīs. Galveni secinājumi apkopoti šeit:

1. Izstrādātais algoritms ir būtisks uzlabojums pār līdzšinējo algoritmu. Tas ne tikai sniedz precīzākus rādījumus ilgtermiņa darbībā, bet arī ļauj pilnībā atbrīvoties no magnētiskā lauka traucējumiem, kas bija regulāra problēma klientiem, kas izmanto sensoru telpās ar metāliskiem objektiem.
2. Izmantotais algoritms paver daudz lielākas iespējas izvēlēties sensoru sistēmā izmantotos IMU sensorus. Līdzšinējā viena sensora vietā, uzņēmums var izvēlēties lietot vairāk nekā 5 dažādus sensorus, kas krietni samazina uzņēmum risku palikt bez sensoriem elektronisko komponentu krīzes laikā.

3. Izstrādātais algoritms ir matemātiska gana vienkāršs, lai to varētu implementēt mazjaudīgās iekārtās, līdz ar to, algoritmu ir iespējams implementēt esošajā iekārtā.

Algoritms tika pārrakstīt C valodā, kā arī implementēts izmantotajā sensoru sistēmā. Līdz šim izstrādātais algoritms ir nonācis jau pie 2500 klientiem. Paredzams, ka nākamā gada laikā sensoru sistēmas ar jauno algoritmu tiks piegādātas vēl 10000 klientiem.

SECINĀJUMI

1. Mehāniskie savienojumi ietver papildus fizikālu informāciju par orientāciju sistēmu, ko var pielietot, lai precīzāk aprēķinātu relatīvās orientācijas. Mehāniskos savienojumos ir jāsakrīt rotācijas un paātrinājuma vektoriem OBKS situācijās, kad ķermeņi viens pret otru nekustās.
2. Ir izstrādāts algoritms, kas spēj noteikt mehānisku savienojumu relatīvo orientāciju, neizmantojot magnētiskā lauka datus. Tas salīdzināts ar BNO055 sensora aprēķinātajām absolūtajām orientācijām. Izstrādātā algoritma kļūda rokas-plaukstas modelī ir 7.52° radiālajam leņķim un 3.74° saliekuma leņķim. BNO055 sensora aprēķinātā kļūda ir 15.74° radiālajam leņķim un 4.63° saliekuma leņķim.
3. Kalman filtra izmantotā mērījuma kļūdas matrica tika izveidota no vispārīgiem fizikāliem novērtējumiem par sistēmu. Lai optimizētu filtra darbību, turpmākajos pētījumos būt nepieciešams kļūdas matricu aprēķināt precīzāk, balstoties uz žiroskopa mērījumu reālajām kļūdām un to ietekmi azimuta starpības kļūdu.
4. Izmantotā mērījumu metode, tiešā veidā ļauj rezultātus salīdzināt tikai eksperimentos izmantotajiem algoritmiem. Lai novērtētu sensora reālo kļūdu, ir nepieciešams izmantot eksperimentālo iekārtu, kas spēj salīdzināt algoritma rezultātus ar etalonu visā kustības intervālā.

BIBLIOGRĀFIJA

- [1] *Wearable technology promises to revolutionise health care*, <https://www.economist.com/leaders/2022/05/05/wearable-technology-promises-to-revolutionise-health-care>.
- [2] *HackMotion*, <https://hackmotion.com/>.
- [3] *Blast*, <https://golf.blastmotion.com/golf/>.
- [4] Bosch, *Smart sensor: BNO055*, <https://www.bosch-sensortec.com/products/smart-sensors/bno055/>.
- [5] B. Fan, Q. Li un T. Liu, *Sensors* **18**, 76 (2017).
- [6] J. B. Kuipers, *Quaternions and Rotation Sequences: a Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality* (1999).
- [7] A. Civita, S. Fiori un G. Romani, *Information* **9**, 321 (2018).
- [8] *Diagonal rotation*, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Diagonal_rotation.png#metadata.
- [9] J. B. Kuipers, *Quaternions and Rotation Sequences: a Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality* (1999), 104.—125. lpp.
- [10] I. Amerini, P. Bestagini, L. Bondi, R. Caldelli, M. Casini un S. Tubaro, **10.2352/ISSN.2470-1173.2016.8.MWSF-088** (2016).
- [11] A. Olivares, G. Olivares, J. M. Górriz un J. Ramírez, **1**, 354—360 (2009).
- [12] J. Lenz un S. Edelstein, *IEEE Sensors Journal* **6**, 631—649 (2006).
- [13] E. H. Hall, *American Journal of Mathematics* **2**, 287—292 (1879).
- [14] Dejan, *What is MEMS? Accelerometer, Gyroscope & Magnetometer with Arduino*, <https://howtomechatronics.com/how-it-works/electrical-engineering/mems-accelerometer-gyroscope-magnetometer-arduino/>.
- [15] W. Koo, S. Sung un Y. J. Lee, *IEEE Transactions on Magnetics* **45**, 2740—2743 (2009).
- [16] G. Wahba, *SIAM Review* **7**, 409—409 (1965).

- [17] X. Yun, E. R. Bachmann un R. B. McGhee, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **57**, 638—650 (2008).
- [18] S. B. Farahan, J. J. M. Machado, F. G. de Almeida un J. M. R. S. Tavares, *Sensors* **22**, 10.3390/s22093416 (2022).
- [19] J. C. K. Chow, *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* **XLII-2/W7**, 333—338 (2017).
- [20] T. Seel un S. Ruppin, *IFAC-PapersOnLine* **50**, 20th IFAC World Congress, 8798—8803 (2017).
- [21] D. Lehmann, D. Laidig, R. Deimel un T. Seel, *IFAC-PapersOnLine* **53**, 16016—16022 (2020).
- [22] D. Laidig, D. Lehmann, M.-A. Bégin un T. Seel, *Conference proceedings: ... Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Conference* **2019**, 1233—1238 (2019).
- [23] F. Olsson, T. Seel, D. Lehmann un K. Halvorsen, 1—8 (2019).
- [24] D. Laidig, P. Müller un T. Seel, *Current Directions in Biomedical Engineering* **3**, 10.1515/cdbme-2017-0035 (2017).
- [25] P. Müller, M.-A. Bégin, T. Schauer un T. Seel, *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics* **21**, 312—319 (2017).
- [26] I. Weygers, M. Kok, H. De Vroey, T. Verbeerst, M. Versteyhe, H. Hallez un K. Claeys, *IEEE Sensors Journal* **20**, 7969—7979 (2020).
- [27] C. Lemaréchal, *Cauchy and the Gradient Method*, 2012.
- [28] R. E. Kalman, *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering* **82**, 35—45 (1960).
- [29] *How a Kalman filter works, in pictures*, <https://www.bzarg.com/p/how-a-kalman-filter-works-in-pictures/>.
- [30] M. Rhudy, R. Salguero un K. Holappa, *International Journal of Computer Science & Engineering Survey* **08**, 01—18 (2017).

-
- [31] *Cortex-M33*, <https://www.arm.com/products/silicon-ip-cpu/cortex-m/cortex-m33>.
- [32] *ABB*, <https://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-120>.
- [33] J. Eschweiler, J. Li, V. Quack, B. Rath, A. Baroncini, F. Hildebrand un F. Migliorini, *Life* **12**, 10.3390/life12020188 (2022).
- [34] J. A. Moore, C. F. Small, J. T. Bryant, R. E. Ellis, D. R. Pichora un A. M. Hollister, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine* **207**, 211—218 (1993).
- [35] M. Dutton, *Dutton's Orthopaedic Examination Evaluation and Intervention, Third Edition* (2012).

PIELIKUMS A

```
1 abs_w_b1 = np.linalg.norm(w_b1)
2 abs_w_b2 = np.linalg.norm(w_b2)
3
4 rw_1 = 10**7/np.exp(abs_w_b1*0.03)
5 rw_2 = 10**7/np.exp(abs_w_b2*0.03)
6 rw_3 = np.abs(abs_w_b1-abs_w_b2)*10**3+10**8/(1+1.2**(-np.abs(abs_w_b1-
    abs_w_b2)+75))
7 rw_4 = 10**11/(1.2**((65-tan)*3))
8 rw_5 = 0#10**10/(1+3**(-np.abs(abs_w_b1)+500))
9 rw_6 = 1.4**((np.abs(x_previos[0][0] - alfa)%(2*np.pi))*36/(2*np.pi)) /
    (20/(1+np.exp(-(1/(1+1.013** (abs_w_b1-180))+1/(1+1.4** (np.abs(abs_w_b1-
    abs_w_b2)-30))))+1.8))+1) + 1
10
11 rw_total = np.sqrt(rw_1**2+rw_2**2+rw_3**2+rw_4**2+rw_5**2)*0.5/rw_6+100
```

Koda fragments 4.1: Δr_w aprēķins

Bakalaura darbs "Divu brīvības pakāpju savienojumu noteikšana ar inerciālajiem sensoriem" izstrādāts LU Fizikas, matemātikas un optometrijas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts pastāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai:

Autors: Kristiāns Križmanis

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs/a: Darba vadītājs: Dr. sc. ing. Atis Hermanis

Recenzents: Ivars Driķis

Darbs iesniegts Fizikas nodaļā 1.06.2022

Dekāna pilnvarotā persona: Inta Šneidere

Darbs aizstāvēts bakalaura gala pārbaudījuma komisijas sēdē

____.____._____.prot. Nr. ____

Komisijas sekretārs: Ivars Driķis