LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS, MATEMĀTIKAS UN OPTOMETRIJAS FAKULTĀTE
MATEMĀTIKAS NODAĻA

Nestriktas klasterizācijas metodes un to salīdzināšana

BAKALAURA DARBS

Autore: Dzhaneta Khutieva
Studentes apliecības nr. dk18111
Darba vadītājs: Prof. Dr. math. Svetlana Asmuss

RĪGA 2022

ANOTĀCIJA

Šis darbs ir veltīts piecām klasterizācijas metodēm: K-vidējo klasterizācijas algoritms, C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms, iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms, nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms un iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms. Darbs satur šo algoritmu aprakstu un salīdzināšanu, ņemot par pamatu datu klasterizācijas rezultātus. Ir aprakstīta pieeja iespējamību nestriktas klasterizācijas algoritma vispārinājumam.

Atslēgas vārdi: KM algoritms, FCM klasterizācijas algoritms, PCM klasterizācijas algoritms, FPCM klasterizācijas algoritms, PFCM klasterizācijas algoritms.

ANNOTATION

This work is devoted to five clustering methods: K-means algorithm, C-means fuzzy clustering algorithm, possibilistic C-means clustering algorithm, fuzzy possibilistic C-means clustering algorithm and possibilistic fuzzy C-means clustering algorithm. The work contains a description and comparison of these algorithms based on the results of data clustering. An approach to generalization of the possibilistic fuzzy clustering algorithm is described.

Keywords: KM algorithm, FCM clustering algorithm, PCM clustering algorithm, FPCM clustering algorithm, PFCM clustering algorithm.

SATURS

1. IEVADS

Klasteranalīze ir klasifikācijas metode, kuras galvenais mērķis ir sadalīt pētāmos objektus grupās, kuras ir noteiktā nozīmē homogēnas. Klasteranalīze, atšķirībā no daudzām citām matemātiskās un statistiskās analīzes metodēm, neuzliek nekādus ierobežojumus aplūkojamo objektu tipam un ļauj pētīt dažādus gandrīz patvaļīgus sākotnējos datus. Klasterizācijas metodes var izmantot visdažādākajās lietojuma jomās, tostarp medicīnā. Piemēram, slimību, simptomu, slimību pazīmju, ārstēšanas metožu apvienošana var radīt pilnīgāku un dziļāku izpratni par medicīniskām problēmām, kas saistītas ar pacientu ārstēšanu [7].

Darba mērķis ir aprakstīt un salīdzināt piecas klasterizācijas metodes. Darbā ir aprakstīts klasiskās klasterizācijas K-vidējo algoritms un četras uz nestriktās loģikas balstītas klasterizācijas metodes – C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms, iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms, nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms, iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms.

Lai aprakstītu K-vidējo klasterizācijas algoritmu un C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritmu, par pamatu tika ņemta grāmata "Klasifikācija un klasteranalīze izplūdušajā vidē" [1]. Pārējo algoritmu apraksts veidots, balstoties uz zinātniskajiem rakstiem no literatūras saraksta. Darbā ir aprakstīta pieeja iespējamību nestriktas klasterizacijas algoritma vispārinājumam.

Darbs sastāv no ievada (pirmā nodaļa), trīs nodaļām un nobeiguma (piektā nodaļa). Otrajā nodaļā ir aprakstīti klasterizācijas algoritmi. Trešā nodaļa satur testa piemērus, to analīzi un algoritmu salīdzinājumu. Ceturtajā nodaļā ir aprakstīta pieeja nestriktas klasterizācijas algoritma vispārinājumam.

2. KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMU APRAKSTS

2.1. K-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMS

K-vidējo klasterizācija ir viens no vienkāršākajiem un populārākajiem klasterizācijas algoritmiem. K-vidējo algoritms ir iteratīvs algoritms, kas sadala datu kopu X apakškopās (klasteros), kas nepārklājas. Klasterizācijas rezultātā katrs datu kopas elements tiek piekārtots tikai vienam klasterim. Datu kopas elementu piešķiršana klasteriem notiek tā, lai attālumu kvadrātu summa būtu minimāla (attālums tiek mērīts no elementa līdz klastera centroīdam; summa tiek rēķināta pa visiem klasteriem un visiem elementiem katra klastera ietvaros) [9].

Lai $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ būtu noteikta analizējama datu kopa Eiklīda telpā R^d. Klasterizācijas mērķis ir sadalīt kopu X apakškopās, apvienojot vienā apakškopā līdzīgus kopas X objektus. Šadas apakškopas klasteranalīzē sauc par klasteriem. Klasteri veidojas no objektiem, kas atrodas pēc iespējas tuvāk viens otram un pēc iespējas tālāk no objektiem citos klasteros. Pieņemsim, ka klasteru skaits ir c. Klasteru apzīmējumam lietosim C_k, $k = 1, \dots, c$. Īstenojot K-videjo klasterizācijas algoritmu (KM; *K-means clustering*), katru klasteri raksturo ar klastera centroīdu. Apzīmēsim k-tā klastera centroidu ar v_k, $k = 1, \dots, c$, un lietosim apzīmējumu $V = \{v_1, v_2, \dots, v_c\}$ klasteru centroīdu kopai.

Algoritms sāk darboties, kad klasteru skaits c jau ir izvēlēts. No kopas X objektiem brīvi izvēlas c sākumu punktus, kurus uzskata par sākuma centroīdiem. Pēc tam jāaprēķina attālumu no katra objekta līdz katram centroīdam un jāpiekārto objektu tam centroīdam, līdz kuram attālums ir vismazākais.

KM algoritma mērķis ir minimizēt mērķa funkciju, kas pazīstama kā kvadrātiskās kļūdas funkcija:

$$J_{KM}(X, V) = \sum_{k=1}^{c} \sum_{x_i \in C_k} (d(v_k; x_i))^2, \tag{2.1}$$

kur $d(v_k; x_i)$ ir attālums starp v_k un x_i. Parasti tiek izmantots Eiklīda attālums

$$d(v_k; x_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{d} (v_{kj} - x_{ij})^2}, x_i = x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}, \tag{2.2}$$

kur x_i ir datu kopas i-ais objekts un $v_k = v_{k1}, v_{k2}, \dots, v_{kd}$ ir k-tā klastera centroīds.

Īstenojot KM algoritmu, klasteru centroīdi tiek atjaunināti pēc formulas:

$$v_k = \frac{\sum_{x_i \in C_k} x_i}{n_k}, \tag{2.3}$$

kur n_k apzīmē punktu skaitu k-tajā klasterī.

KM algoritms ietver šādas darbības:

1) klasteru centroīdi tiek izvēlēti no datu kopas X nejauši;

2) tiek aprēķināti attālumi starp datu punktiem un klasteru centroīdiem pēc formulas (2.2);

3) katrs datu kopas objekts tiek piešķirts klasterim, kura centroīds ir vistuvāk tam;

4) klasteru centroīdi tiek atjaunināti, izmantojot formulu (2.3);

5) tiek pārrēķināti attālumi no atjauninātajiem klasteru centroīdiem;

6) ja iterācijas rezultātā klasteri nemainās, algoritma izpilde tiek apturēta, bet pretējā gadījumā soļi no 3) līdz 5) tiek atkārtoti.

Algoritma apraksts ņemts no avotiem [1], [2] un [4].

2.2. C-VIDĒJO NESTRIKTAS KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMS

Viens no plaši pielietojamiem klasterizācijas algoritmiem ir C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms (FCM; *fuzzy* C-*means clustering*). Lai $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ un $V = \{v_1, \dots, v_c\}$ būtu datu kopa un klasteru centroīdu kopa. Nestriktajā klasterizācijā izmanto atbilstības matricu U, kuru veido elementi $u_{ik} = u_k(x),\ i = 1, \dots, n;\ k = 1, \dots, c$. Vērtība $u_k(x)$ raksturo objekta $x \in X$ piederības pakāpi k-tajam klasterim. Atšķirībā no klasiskās klasterizācijas, pie kuras $u_k(x)$ var pieņemt tikai vienu no divām vērtībām (0 vai 1), nestriktas klasterizācijas gadījumā piederības pakāpe $u_k(x)$ ir jebkura vērtība no [0;1]. Vienīgais C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritma ierobežojums ir tāds, ka koeficientu $u_{ik},\ k = 1, \dots, c$, summai jābūt vienādai ar 1 (skatīt formulu (2.5)).

C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms rada datu punktu piederības, kas ir saistītas ar punkta attālumu no klasteru centroīdiem. Ja datu punkts atrodas vienādā attālumā no klasteru centroīdiem, tad punkta piederības pakāpes atbilstošajiem klasteriem arī būs vienādas [6].

FCM algoritma mērķis ir minimizēt mērķa funkciju

$$J_{FCM}(X, U, V) = \sum_{k=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} u_{ik}^{m} (d(v_k; x_i))^2. \tag{2.4}$$

Šeit $m \geq 1$ ir metodes parametrs. Mērķa funkcija tiek minimizēta pie šādiem nosacījumiem

$$\sum_{k=1}^{c} u_{ik} = 1, i = 1 \dots n. \tag{2.5}$$

Katrā algoritma iterācijā matrica U tiek atjaunināta. FCM algoritms apstājas, kad tiek sasniegts maksimālais iterāciju skaits vai kad atšķirība starp divām secīgām matricām U ir mazāka par iepriekš noteikto vērtību ε.

FCM algoritma darbības ir šādas:

1) tiek nejauši inicializēta sākotnēja atbilstības matrica $U^{(0)}$;

2) tiek aprēķināti klasteru centroīdi pēc formulas

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_k(x_i)^m x_i}{\sum_{i=1}^{n} u_k(x_i)^m}; \qquad (2.6)$$

3) tiek aprēķinātas piederības pakāpes, izmantojot formulu

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c} \left(\frac{d(v_k;x_i)}{d(v_j;x_i)}\right)^{\frac{2}{m-1}}}, \qquad (2.7)$$

kur $d(v_k; x_i)$ ir attālums starp centroīdu v_k un objektu x_i;

4) tiek ģenerēta jauna atbilstības matrica $U^{(l)}$, kur l ir iterācijas numurs;

5) ja $max_{i;k}|\Delta u_{ik}| \leq \varepsilon$, kur Δu_{ik} ir elementi no matricas $U^{(l)} - U^{(l-1)}$ (divu atbilstības matricu starpība − atjauninātās un iepriekšējas), tad algoritma izpilde tiek apturēta, bet pretējā gadījumā soļi no 2) līdz 5) tiek atkārtoti.

Algoritma apraksts ņemts no avotiem [5] un [8].

2.3. IESPĒJAMĪBU C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMS

Kā minēts iepriekšējā sadaļā, C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms ir viens no plaši pielietojamiem klasterizācijas algoritmiem. Tomēr FCM algoritms rada problēmu ar trokšņu punktiem, kas atrodas vienādā attālumā no diviem klasteriem. Lai pārvarētu šo trokšņa punktu problēmu K. Pal un J. M. Keller ierosināja jaunu klasterizācijas algoritmu, kurš ir pazīstams kā iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms (PCM; *possibilistic C-means clustering*) [6].

Lai $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ un $V = \{v_1, \ldots, v_c\}$ būtu datu kopa un klasteru centroīdu kopa. Iespējamību C-vidējo klasterizācijā izmanto tipiskuma matricu T, kuru veido elementi $t_{ik}, k = 1, \ldots, c$; $i = 1, \ldots, n$. Tipiskuma koeficients t_{ik} raksturo to, cik lielā mērā objekts x_k var pārstāvēt k-to klasteri.

PCM algoritma mērķis ir minimizēt mērķa funkciju

$$J_{PCM}(X,T,V) = \sum_{k=1}^{c}\sum_{i=1}^{n} t_{ik}^{m}(d(v_k;x_i))^2 + \sum_{k=1}^{c} \gamma_k \sum_{i=1}^{n}(1-t_{ik})^m, \quad (2.8)$$

kur $m \geq 1$ un $\gamma_k > 0$ ir metodes parametri un $d(v_k;x_i)$ ir attālums starp v_k un x_i.

Klasteru centroīdu atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{ik}^{m} x_i}{\sum_{i=1}^{n} t_{ik}^{m}}. \quad (2.9)$$

Tipiskuma matricas atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$t_{ik} = \frac{1}{(1+\frac{d(v_k;x_i)^2}{\gamma_k})^{\frac{1}{m-1}}}. \quad (2.10)$$

Parametra γ_k atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$\gamma_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{ik}^{m} d(v_k;x_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} t_{ik}^{m}}. \quad (2.11)$$

Katrā algoritma iterācijā matrica T tiek atjaunināta. PCM algoritms apstājas, kad tiek sasniegts maksimālais iterāciju skaits vai kad atšķirība starp divām secīgām matricām T ir mazāka par iepriekš noteikto vērtību ε.

Algoritma PCM darbības ir šādas:

1) nejauši inicializējiet tipiskuma matricu $T^{(0)}$;

2) tiek aprēķināti klasteru centroīdi pēc formulas (2.9);

3) tiek aprēķināti attālumi starp datu punktiem un klasteru centroīdiem pēc formulas (2.8);

4) parametrs γ_k tiek aprēķināts pēc formulas (2.11);

5) tiek aprēķināti tipiskuma koeficienti, izmantojot formulu (2.10);

6) tiek ģenerēta jauna atbilstības matrica $T^{(l)}$, kur l ir iterācijas numurs;

7) ja $max_{i;k}|\Delta t_{ik}| \leq \varepsilon$, kur Δt_{ik} ir elementi no matricas $T^{(l)} - T^{(l-1)}$ (divu tipiskuma matricu starpība – atjauninātās un iepriekšējas), tad algoritma izpilde tiek apturēta, bet pretējā gadījumā soļi no 2) līdz 7) tiek atkārtoti.

2.4. NESTRIKTO IESPĒJAMĪBU C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMS

Lai novērstu PCM algoritma trūkumus, Pal N. R. un Bezdek J. C. [11] 1997. gadā ierosināja "apvienot" FCM ar PCM, izmantojot gan FCM algoritma piederības vērtības, gan PCM algoritma tipiskuma vērtības, lai uzlabotu klasterizācijas modeli. Viņi to nosauca par nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritmu (FPCM; *fuzzy possibilistic C-means clustering algorithm*).

Lai $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ un $V = \{v_1, \dots, v_c\}$ būtu datu kopa un klasteru centroīdu kopa. Iespējamību C-vidējo nestrikta klasterizācijā izmanto atbilstības matricu U, kuru veido elementi $u_{ik} = u_k(x)$, $i = 1, \dots, n$; $k = 1, \dots, c$ un tipiskuma matricu T, kuru veido elementi t_{ik}, $k = 1, \dots, c$; $i = 1, \dots, n$. Vērtība u_{ik} raksturo objekta $x \in X$ piederības pakāpi k-tajam klasterim, savukārt tipiskuma koeficients t_{ik} raksturo to, cik lielā mērā objekts x_k var pārstāvēt k-to klasteri.

Nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms izmanto mērķa funkciju

$$J_{FPCM}(X, U, V, T) = \sum_{k=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} (u_{ik}^m + t_{ik}^\eta)(d(v_k; x_i))^2, \quad (2.12)$$

kur $m, \eta \geq 1$ ir metodes parametri. Mērķa funkcija tiek minimizēta pie šādiem nosacījumiem:

$$\sum_{k=1}^{c} u_{ik} = 1,\ i = 1, \dots, n; \quad (2.13)$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_{ik} = 1,\ k = 1, \dots, c. \quad (2.14)$$

Klasteru centroīdu atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (u_{ik}^m + t_{ik}^\eta) x_i}{\sum_{i=1}^{n} (u_{ik}^m + t_{ik}^\eta)}. \quad (2.15)$$

Atbilstības matricas atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{c} (\frac{d(v_k; x_i)}{d(v_j; x_i)})^{\frac{2}{m-1}}}. \quad (2.16)$$

Tipiskuma matricas atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$t_{ik} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{c} (\frac{d(v_k; x_i)}{d(v_k; x_j)})^{\frac{2}{\eta-1}}}. \quad (2.17)$$

Katrā algoritma iterācijā matricas U un T tiek atjauninātas. FPCM algoritms apstājas, kad tiek sasniegts maksimālais iterāciju skaits vai kad atšķirība starp divām secīgām matricām U un matricām T ir mazāka par iepriekš noteikto vērtību ε.

Algoritma FPCM darbības ir šādas:

1) nejauši inicializējiet atbilstības matricu $U^{(0)}$ un tipiskuma matricu $T^{(0)}$;

2) tiek aprēķināti klasteru centroīdi pēc formulas (2.15);

3) tiek aprēķinātas piederības pakāpes, izmantojot formulu (2.16);

4) tiek aprēķināti tipiskuma koeficienti, izmantojot formulu (2.17);

5) tiek ģenerēta jauna atbilstības matrica $U^{(l)}$ un tipiskuma matrica $T^{(l)}$, kur l ir iterācijas numurs;

6) ja $max_{i;k}|\Delta u_{ik}| \leq \varepsilon$ un ja $max_{i;k}|\Delta t_{ik}| \leq \varepsilon$, kur Δu_{ik} ir elementi no matricas $U^{(l)} - U^{(l-1)}$ un Δt_{ik} ir elementi no matricas $T^{(l)} - T^{(l-1)}$ (divu atbilstības un divu tipiskuma matricu starpība $-$ atjauninātās un iepriekšējas), tad algoritma izpilde tiek apturēta, bet pretējā gadījumā soļi no 2) līdz 6) tiek atkārtoti.

Nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritma priekšrocība:

nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms ir hibridizācija starp iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritmu (PCM) un C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritmu (FCM). Nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritmu novērš dažādas PCM un FCM problēmas; Nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritma trūkums:

matricas T elementu summai pa $i = 1, \dots, n$ jābūt vienādai ar 1, kas var novest līdz problēmām lielajām datu kopām.

Algoritma apraksts ņemts no avotiem [3], [6] un [11].

2.5. IESPĒJAMĪBU C-VIDĒJO NESTRIKTAS KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMS

Kā minēts iepriekšējā FPCM sadaļā, ierobežojums, saskaņā ar kuru visu klastera datu tipiskuma vērtību summai jābūt vienādai ar 1, var radīt problēmas lielajiem datiem. Lai atrisinātu šo problēmu, Pal N. R. [11] ierosināja jaunu un uzlabotu algoritmu ar nosaukumu iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritmu (PFCM; *possibilistic fuzzy C-means clustering algorithm*). Pal N. R. ierosināja iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas modeli kā C-vidējo nestriktas klasterizācijas modeļu un iespējamību C-vidējo klasterizācijas modeļu hibridizāciju.

Šajā modelī viņi atviegloja ierobežojumus, kas raksturīgi tipiskuma matricai un saglabā piederības matricas ierobežojumu.

Lai $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ un $V = \{v_1, \dots, v_c\}$ būtu datu kopa un klasteru centroīdu kopa. Iespējamību C-vidējo nestrikta klasterizācijā izmanto atbilstības matricu U, kuru veido elementi $u_{ik} = u_k(x)$, $i = 1, \dots, n$; $k = 1, \dots, c$ un tipiskuma matricu T, kuru veido elementi t_{ik}, $k = 1, \dots, c$; $i = 1, \dots, n$. Vērtība u_{ik} raksturo objekta $x \in X$ piederības pakāpi k-tajam klasterim, savukārt tipiskuma koeficients t_{ik} raksturo to, cik lielā mērā objekts x_k var pārstāvēt k-to klasteri.

Iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms izmanto mērķa funkciju:

$$J_{PFCM}(X, U, V, T) = \sum_{k=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} (au_{ik}^{m} + bt_{ik}^{\eta})(d(v_k; x_i))^2 + \sum_{k=1}^{c} \gamma_k \sum_{i=1}^{n} (1 - t_{ik})^{\eta}, \quad (2.18)$$

kur parametri a un b nosaka relatīvo nozīmi starp piederības un tipiskuma koeficientiem, $a > 0, b > 0$. Šeit $\gamma_k > 0$ apzīmē parametru. Mērķa funkcija tiek minimizēta pie šādiem nosacījumiem:

$$\sum_{k=1}^{c} u_{ik} = 1, i = 1 \dots n \quad (2.19)$$

Atbilstības matricas atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c} (\frac{d(v_k; x_i)}{d(v_j; x_i)})^{\frac{2}{m-1}}}. \quad (2.20)$$

Tipiskuma matricas atjaunināšanai tiek izmantota formula

$$t_{ik} = \frac{1}{1 + (\frac{b}{\gamma_k} d(v_k; x_i))^2)^{\frac{1}{\eta - 1}}}. \quad (2.21)$$

Klasteru centroīdi tiek atjaunināti pēc formulas

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (au_{ik}^{m} + bt_{ik}^{\eta}) x_i}{\sum_{i=1}^{n} (au_{ik}^{m} + bt_{ik}^{\eta})}. \quad (2.22)$$

Parametra γ_k atjaunināšanai tiek izmantota formula:

$$\gamma_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_{ik}^{m} d(v_k; x_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} u_{ik}^{m}}. \quad (2.23)$$

Katrā algoritma iterācijā matricas U un T tiek atjauninātas. PFCM algoritms apstājas, kad tiek sasniegts maksimālais iterāciju skaits vai kad atšķirība starp divām secīgām matricām U un matricām T ir mazāka par iepriekš noteikto vērtību ε.

Algoritma PFCM darbības ir šādas:

1) nejauši inicializējiet atbilstības matricu $U^{(0)}$ un tipiskuma matricu $T^{(0)}$;

2) tiek aprēķināti klasteru centroīdi pēc formulas (2.22);

3) parametrs γ_k tiek aprēķināts pēc formulas (2.23);

4) tiek aprēķinātas piederības pakāpes, izmantojot formulu (2.20);

5) tiek aprēķināti tipiskuma koeficienti, izmantojot formulu (2.21);

6) tiek ģenerēta jauna atbilstības matrica $U^{(l)}$ un tipiskuma matrica $T^{(l)}$, kur l ir iterācijas numurs;

7) ja $max_{i;k}|\Delta u_{ik}| \leq \varepsilon$ un ja $max_{i;k}|\Delta t_{ik}| \leq \varepsilon$, kur Δu_{ik} ir elementi no matricas $U^{(l)} - U^{(l-1)}$ un Δt_{ik} ir elementi no matricas $T^{(l)} - T^{(l-1)}$ (divu atbilstības un divu tipiskuma matricu starpība $-$ atjauninātās un iepriekšējas), tad algoritma izpilde tiek apturēta, bet pretējā gadījumā soļi no 2) līdz 7) tiek atkārtoti.

Ja, piemēram, $b = 0$, $a =$1, tad iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms darbojas kā C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms.

Iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritma priekšrocība:

iespējamību C-vidējo nestrikta klasterizācija nodrošina nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas uzlabojumu ar nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas rindu summas ierobežojumu noņemšanu.

Algoritma apraksts ņemts no avotiem [3] un [6].

3. ALGORITMU SALĪDZINĀŠANA UZ TESTA PIEMĒRIEM

3.1. PIRMĀ PIEMĒRA ANALĪZE

Grāmata "Klasifikācija un klasteranalīze izplūdušajā vidē" [1] satur sākotnējos un normalizētos datus no interneta veikala, kur a_S apzīmē pirkuma summu un a_L apzīmē sesijas ilgumu. Oriģinālie dati tiek normalizēti, izmantojot z-novērtējuma normalizācijas ar standartnovirzes metodi. Normalizētie dati no 3.1. tabula tiks izmantoti, īstenojot katru no pieciem algoritmiem: KM, FCM, PCM, FPCM un PFCM.

3.1. tabula

Normalizētie dati pirmajā piemērā

i	Normalizētie dati	
	Summa	Ilgums
	a_S	a_L
1	0.099	0.869
2	1.913	-0.153
3	-0.721	-0.920
4	-2.275	-0.920
5	-0.705	1.125
6	-0.474	0.613
7	-0.705	-1.431
8	1.562	-0.665
9	-0.638	1.636
10	-0.662	1.125
11	-0.522	-0.665
12	-0.089	1.380
13	-0.373	-1.176
14	-0.904	1.380
15	-0.241	-0.665
16	-0.009	-0.409
17	2.318	-0.665
18	-0.817	-0.920
19	1.622	-0.409
20	-0.579	0.869

3.1.1. K-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

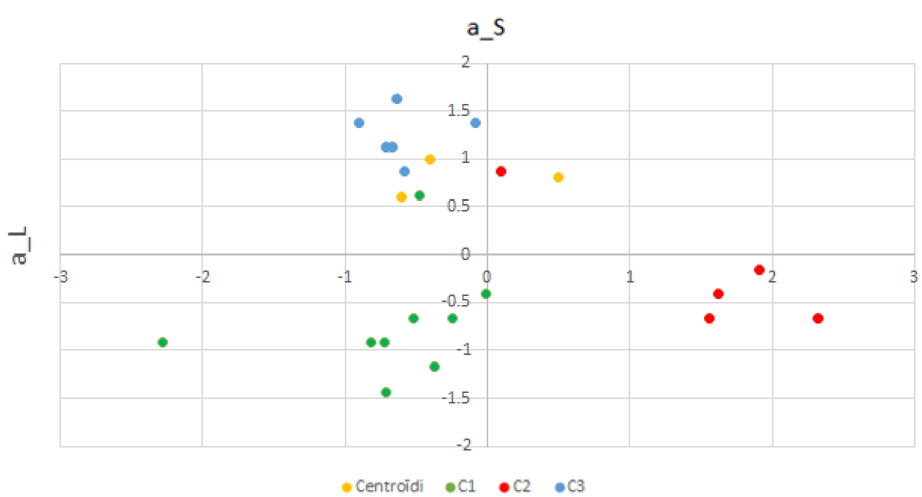
Pirmais piemērs ar KM algoritmu tika ņemts no grāmatas [1].

Pieņemot, ka $c = 3$, klasterizācija tika veikta, īstenojot KM algoritmā trīs iterācijas. Attālumi no objektiem līdz centroīdiem pēc 3. iterācijas ir norādīti 3.2. tabulā.

3.2. tabula

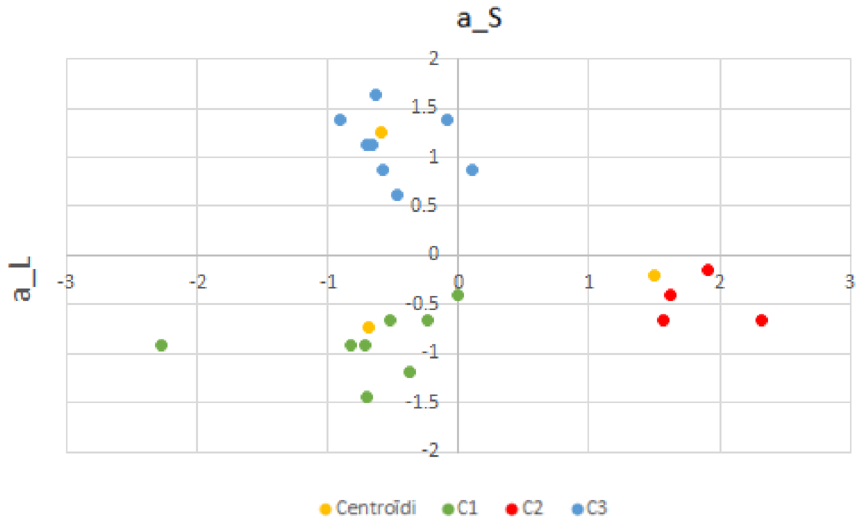
Attālums no objektiem līdz centroīdiem pēc KM algoritma 3. iterācijas pirmajā piemērā

i	Attālumi līdz centroīdiem		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
1	1.9337	2.2091	**0.6457**
2	2.7221	**0.3254**	2.7251
3	**0.0343**	2.6133	2.0572
4	**1.5674**	4.1529	2.7115
5	2.0133	3.0168	**0.2110**
6	1.5194	2.5687	**0.5120**
7	**0.5427**	2.7323	2.5643
8	2.2809	**0.3493**	2.7258
9	2.5253	3.2645	**0.5313**
10	2.0138	2.9804	**0.1680**
11	**0.2906**	2.3835	1.7898
12	2.3512	2.6848	**0.4788**
13	**0.4415**	2.3351	2.3038
14	2.2768	3.3225	**0.4830**
15	**0.5176**	2.1036	1.8074
16	**0.8475**	1.8639	1.6085
17	3.0341	**0.5023**	3.3332
18	**0.1136**	2.7079	2.0700
19	2.3787	**0.2405**	2.6133
20	1.7620	2.7784	**0.2694**



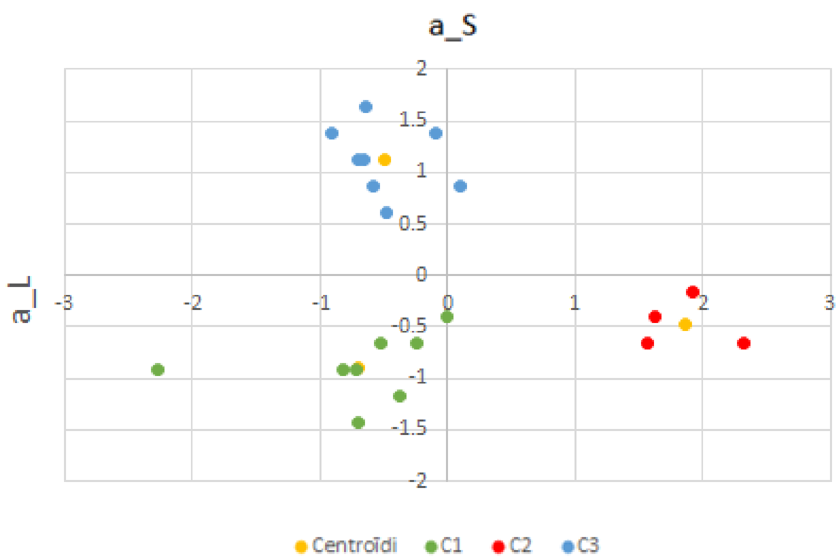
3.1. att. Objektu piederība klasteriem pēc KM algoritma 1. iterācijas pirmajā piemērā

Attēlā 3.1 ir redzama centroīdu un objektu jaunā atrašanās vieta pēc 1. iterācijas. Varam redzēt, kā viens objekts no otrā klastera atrodas trešajā klasterī.



3.2. att. Objektu piederība klasteriem pēc KM algoritma 2. iterācijas pirmajā piemērā

Attēlā 3.2 ir redzama centroīdu un objektu jaunā atrašanās vieta pēc 2. iterācijas. Mēs redzam, ka visi objekti atrodas savos klasteros.



3.3. att. Objektu piederība klasteriem pēc KM algoritma 3. iterācijas pirmajā piemērā

Attēlā 3.3 ir redzama centroīdu un objektu jaunā atrašanās vieta pēc 3. iterācijas. Varam redzēt, ka centroīdi un objekti kopš otrās iterācijas ir tikai nedaudz mainījuši savu atrašanās vietu.

3.3. tabula

Centroīdi pēc KM algoritma pirmajā piemērā

Centroīdi	Sākotnējie	pēc 1. iterācijas	pēc 2. iterācijas	pēc 3. iterācijas
v_1	$(-0.6000;\ 0.6000)$	(−0.6819;-0.7214)	$(-0.7079; -0.8883)$	$(-0.7079; -0.8883)$
v_2	$(0.5000;\ 0.8000)$	$(1.5028; -0.2046)$	$(1.8538; -0.4738)$	$(1.8538; -0.4738)$
v_3	$(-0.4000;\ 1.0000)$	(-0.5962;1.2525)	$(-0.4940; 1.1246)$	$(-0.4940; 1.1246)$

Tabulā 3.3 ir norādīti visi centroīdi pēc KM algoritma pirmajā piemērā.

3.1.2. C-VIDĒJO NESTRIKTAS KLASTERIZĀCIJAS METODE

FCM metode tika īstenota uz tiem pašiem datiem, izmantojot parametrus $c = 3$, $m = 2$, $\varepsilon = 0.01$. Lai īstenotu FCM algoritmu, vispirms tiek nejauši inicializēta sākotnēja atbilstības matrica $U^{(0)}$, izmantojot ierobežojumu (2.5). Tabulā 3.4 satur nejauši izvēlētos u_{ik} koeficientus.

3.4. tabula

Datu piederība klasteriem pirms pirmās iterācijas

i	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}
1	0.23641	0.36741	0.39618
2	0.59632	0.26351	0.14017
3	0.30337	0.38631	0.31032
4	0.39958	0.37411	0.22631
5	0.13854	0.36521	0.49625
6	0.36412	0.12563	0.51025
7	0.24183	0.37719	0.38098
8	0.45213	0.35216	0.19571
9	0.02185	0.56251	0.41564
10	0.32111	0.25612	0.42277
11	0.12365	0.32145	0.5549
12	0.40942	0.17883	0.41175
13	0.22214	0.36521	0.41265
14	0.79157	0.12575	0.08268
15	0.11124	0.33252	0.55624
16	0.14589	0.25896	0.59515
17	0.08874	0.44856	0.4627
18	0.32563	0.32166	0.35271
19	0.25252	0.24156	0.50592
20	0.41526	0.25415	0.33059

Koeficientu u_{ik} un Δu_{ik} vertības pēc 1. iterācijas ir parādītas 3.5. tabulā.

3.5. tabula

Objektu piederība klasteriem pēc FCM algoritma 1. iterācijas pirmajā piemērā

i	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}	$\|\Delta u_{i1}\|$	$\|\Delta u_{i2}\|$	$\|\Delta u_{i3}\|$
1	0.5637	0.2073	0.2291	0.3272	0.1601	0.1671
2	0.3173	0.3368	0.3459	0.2791	0.0733	0.2058
3	0.2300	0.4033	0.3667	0.0733	0.0169	0.0564
4	0.3071	0.3527	0.3402	0.0925	0.0214	0.1139
5	0.4714	0.2596	0.2691	0.3328	0.1056	0.2272
6	0.5825	0.2028	0.2147	0.2184	0.0771	0.2955
7	0.2490	0.3879	0.3631	0.0072	0.0107	0.0179
8	0.2913	0.3518	0.3569	0.1608	0.0004	0.1612
9	0.4413	0.2745	0.2842	0.4195	0.2880	0.1314
10	0.4767	0.2566	0.2667	0.1556	0.0005	0.1561
11	0.1957	0.4294	0.3748	0.0721	0.1080	0.1801

12	0.4793	0.2527	0.2680	0.0699	0.0739	0.1438
13	0.2244	0.4037	0.3720	0.0022	0.0385	0.0407
14	0.4384	0.2770	0.2846	0.3531	0.1513	0.2019
15	0.1663	0.4479	0.3857	0.0551	0.1154	0.1705
16	0.1100	0.4853	0.4047	0.0359	0.2263	0.1904
17	0.3097	0.3427	0.3476	0.2210	0.1059	0.1151
18	0.2378	0.3982	0.3640	0.0878	0.0765	0.0113
19	0.3016	0.3453	0.3532	0.0490	0.1037	0.1527
20	0.5154	0.2368	0.2478	0.1001	0.0173	0.0828

No pirmās iterācijas mēs redzam, ka $max_{i;k}|\Delta u_{ik}| = 0.4195$, kas ir mazāka par norādīto ε, tāpēc algoritms turpinās, līdz tas sasniedz iterāciju, kurā $max_{i;k}|\Delta u_{ik}| \leq \varepsilon = 0.01$.

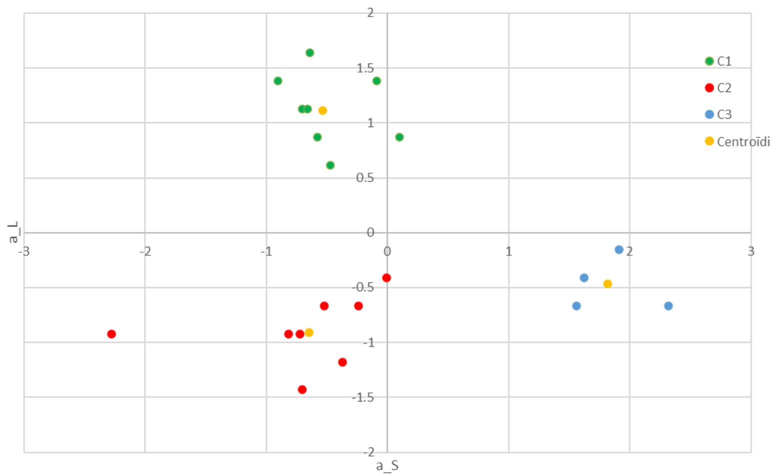
3.6. tabula

Objektu piederība klasteriem pēc FCM algoritma 8. iterācijas pirmajā piemērā

i	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}	$\|\Delta u_{i1}\|$	$\|\Delta u_{i2}\|$	$\|\Delta u_{i3}\|$
1	0.8199	0.1010	0.0792	0.0019	0.0012	0.0007
2	0.0138	0.0147	0.9715	0.0002	0.0004	0.0006
3	0.0014	0.9977	0.0009	0.0005	0.0008	0.0003
4	0.2431	0.6543	0.1026	0.0023	0.0035	0.0012
5	0.9896	0.0071	0.0033	0.0002	0.0001	0.0001
6	0.8725	0.0934	0.0342	0.0006	0.0005	0.0001
7	0.0392	0.9260	0.0348	0.0009	0.0018	0.0010
8	0.0134	0.0206	0.9660	0.0005	0.0006	0.0012
9	0.9332	0.0412	0.0256	0.0003	0.0002	0.0001
10	0.9940	0.0040	0.0019	0.0002	0.0001	0.0001
11	0.0230	0.9639	0.0131	0.0014	0.0021	0.0007
12	0.9202	0.0446	0.0352	0.0010	0.0006	0.0004
13	0.0260	0.9483	0.0257	0.0005	0.0009	0.0004
14	0.9444	0.0373	0.0183	0.0001	0.0001	0.0000
15	0.0613	0.8922	0.0464	0.0027	0.0044	0.0017
16	0.1748	0.6900	0.1352	0.0036	0.0052	0.0016
17	0.0242	0.0309	0.9450	0.0006	0.0011	0.0017
18	0.0071	0.9888	0.0041	0.0009	0.0015	0.0006
19	0.0060	0.0077	0.9863	0.0004	0.0005	0.0009
20	0.9735	0.0186	0.0078	0.0001	0.0000	0.0000

Tabulā 3.6 mēs varam redzēt, ka mēs sasniedzam šo nosacījumu 8. iterācijā, kur $max_{i;k}|\Delta u_{ik}|$ =0.0052, kas ir mazāka par mūsu iestatīto ε.

Attēlā 3.4 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc FCM algoritma. Mēs redzam, ka visi objekti ir labi sadalīti savos klasteros, tas ir saistīts ar to, ka jau no paša sākuma tiek sniegti labi dati.



3.4. att. Objektu piederība klasteriem pēc FCM algoritma 8. iterācijas pirmajā piemērā

3.1.3 IESPĒJAMĪBU C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

Lai īstenotu PCM algoritmu, vispirms tiek nejauši inicializēta sākotnēja matrica $T^{(0)}$. Tabulā 3.7 satur nejauši izvēlētos t_{ik} koeficientus.

3.7. tabula

Datu tipiskums klasteriem pirms pirmās iterācijas

i	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}
1	0.1539	0.0456	0.0581
2	0.0104	0.0104	0.0121
3	0.0228	0.0409	0.0395
4	0.0074	0.0081	0.0085
5	0.0513	0.0243	0.0280
6	0.2609	0.0724	0.0849
7	0.0129	0.0200	0.0203
8	0.0117	0.0135	0.0156
9	0.0248	0.0135	0.0157
10	0.0542	0.0250	0.0289
11	0.0375	0.0868	0.0790
12	0.0453	0.0203	0.0244
13	0.0188	0.0343	0.0341
14	0.0285	0.0159	0.0181
15	0.0424	0.1215	0.1102
16	0.0739	0.3509	0.3177
17	0.0065	0.0068	0.0079
18	0.0215	0.0366	0.0356
19	0.0125	0.0136	0.0159
20	0.1027	0.0393	0.0457

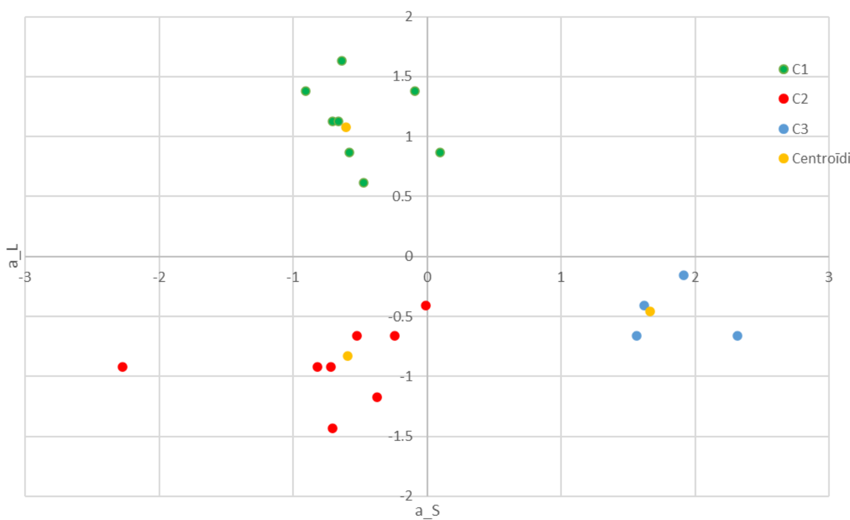
Koeficientu t_{ik} un Δt_{ik} vērtības pēc 11. iterācijas ir parādītas 3.8. tabulā.

3.8. tabula

Objektu tipiskums klasteriem pēc PCM algoritma 11. iterācijas pirmajā piemērā

i	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}	$\lvert\Delta t_{i1}\rvert$	$\lvert\Delta t_{i2}\rvert$	$\lvert\Delta t_{i3}\rvert$
1.	0.3171	0.0951	0.0489	0.0025	0.0014	0.0011
2.	0.0314	0.0508	0.5829	0.0004	0.0006	0.0010
3.	0.0602	0.8847	0.0353	0.0007	0.0011	0.0005
4.	0.0365	0.1014	0.0135	0.0032	0.0052	0.0020
5.	0.9601	0.0822	0.0259	0.0001	0.0001	0.0000
6.	0.5220	0.1421	0.0364	0.0010	0.0007	0.0003
7.	0.0390	0.4663	0.0318	0.0013	0.0028	0.0015
8.	0.0319	0.0725	0.8001	0.0009	0.0010	0.0019
9.	0.4496	0.0536	0.0218	0.0006	0.0003	0.0003
10.	0.9821	0.0824	0.0266	0.0001	0.0001	0.0000
11.	0.0776	0.9282	0.0429	0.0021	0.0031	0.0011
12.	0.4106	0.0636	0.0324	0.0013	0.0007	0.0006
13.	0.0475	0.7026	0.0442	0.0008	0.0012	0.0005
14.	0.5924	0.0642	0.0212	0.0001	0.0000	0.0001
15.	0.0747	0.7577	0.0556	0.0040	0.0064	0.0024
16.	0.0905	0.4351	0.0717	0.0054	0.008	0.0019
17.	0.0215	0.0406	0.3126	0.0013	0.0021	0.0035
18.	0.0597	0.7915	0.0328	0.0014	0.0023	0.0009
19.	0.0343	0.0668	0.9831	0.0008	0.0009	0.0017
20.	0.8524	0.1068	0.0308	0.0000	0.0000	0.0000

Tabulā 3.8 mēs varam redzēt, ka mēs sasniedzam šo nosacījumu 11. iterācijā, kur $max_{i;k}|\Delta t_{ik}| = 0.008$, kas ir mazāka par mūsu iestatīto ε.



3.5. att. Objektu tipiskums klasteriem pēc PCM algoritma 11. iterācijas pirmajā piemērā

Attēlā 3.5 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc PCM algoritma. Mēs redzam, ka, tāpat kā iepriekšējā algoritmā, arī šajā grafikā objekti ir labi sadalīti savos klasteros. Centroīdu koordinātas ir nedaudz mainījušās.

3.1.4 NESTRIKTA IESPĒJAMĪBU C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

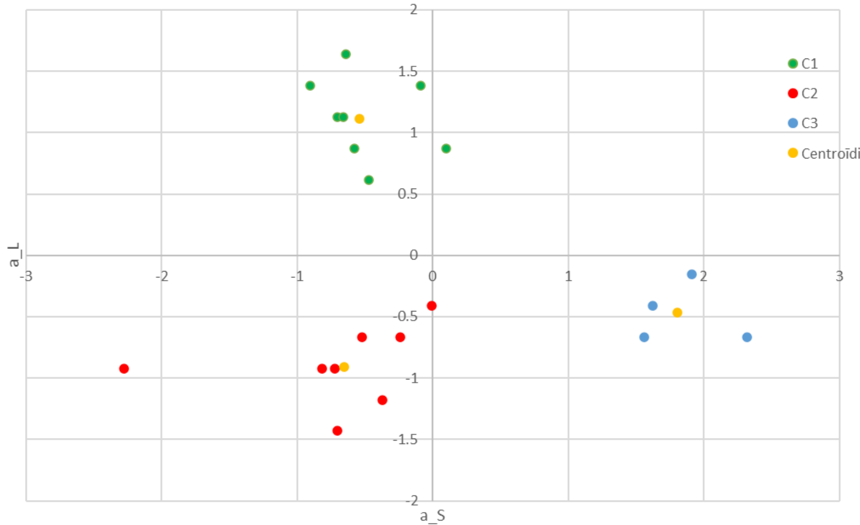
Lai īstenotu FPCM algoritmu, vispirms tiek nejauši inicializēta sākotnēja atbilstības matrica $U^{(0)}$ un tipiskuma matrica $T^{(0)}$, izmantojot ierobežojumus (2.13) un (2.14). Kopumā sanāca 9 iterācijas. Koeficientu t_{ik} un u_{ik} vertības pēc pēdējās iterācijas ir parādīti 3.9. tabulā.

3.9. tabula

Objektu tipiskums un piederība klasteriem pēc FPCM algoritma 9. iterācijas pirmajā piemērā

i	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}
1.	0.0154	0.001	0.004	0.8166	0.1019	0.0815
2.	0.0009	0.0005	0.1728	0.0138	0.0147	0.9715
3.	0.0017	0.7506	0.0028	0.0012	0.9981	0.0007
4.	0.001	0.0014	0.0011	0.2419	0.6555	0.1026
5.	0.2603	0.0009	0.0021	0.9903	0.0066	0.0031
6.	0.0285	0.0015	0.0029	0.8718	0.0935	0.0348
7.	0.0011	0.0133	0.0026	0.0389	0.9262	0.0349
8.	0.003	0.0004	0.1896	0.0126	0.0192	0.9682
9.	0.0253	0.0006	0.002	0.9334	0.0410	0.0257
10.	0.4722	0.0009	0.0022	0.9946	0.0037	0.0018
11.	0.0023	0.0465	0.0034	0.0237	0.9625	0.0138
12.	0.0262	0.0007	0.0027	0.9185	0.0453	0.0362
13.	0.0014	0.0246	0.0036	0.0266	0.9468	0.0267
14.	0.0351	0.0007	0.0017	0.9454	0.0365	0.0181
15.	0.0022	0.0158	0.0044	0.0630	0.8886	0.0485
16.	0.0028	0.0054	0.0057	0.1760	0.6849	0.1391
17.	0.0006	0.0004	0.0608	0.0256	0.0326	0.9418
18.	0.0017	0.1328	0.0026	0.0064	0.9898	0.0038
19.	0.001	0.0007	0.5305	0.0050	0.0064	0.9886
20.	0.1173	0.0013	0.0025	0.9735	0.0186	0.0079

Attēlā 3.6 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc FPCM algoritma. Mēs redzam, ka, tāpat kā iepriekšējos algoritmos, arī šajā grafikā objekti ir labi sadalīti savos klasteros. Centroīdu koordinātas ir nedaudz mainījušās.



3.6. att. Objektu piederība klasteriem pēc FPCM algoritma 9. iterācijas pirmajā piemērā

3.1.5 IESPĒJAMĪBU NESTRIKTA C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

PFCM metode tika īstenota uz tiem pašiem datiem, izmantojot parametrus $c = 3$, $m = 2$, $\varepsilon = 0.01$, $a = 1, b = 2$. Lai īstenotu PFCM algoritmu, vispirms tiek nejauši inicializēta sākotnēja atbilstības matrica $U^{(0)}$ un tipiskuma matrica $T^{(0)}$, izmantojot ierobežojumu (2.19). Kopumā sanāca 8 iterācijas. Koeficientu t_{ik} un u_{ik} vērtības pēc pēdējās iterācijas ir parādītas 3.10. tabulā.

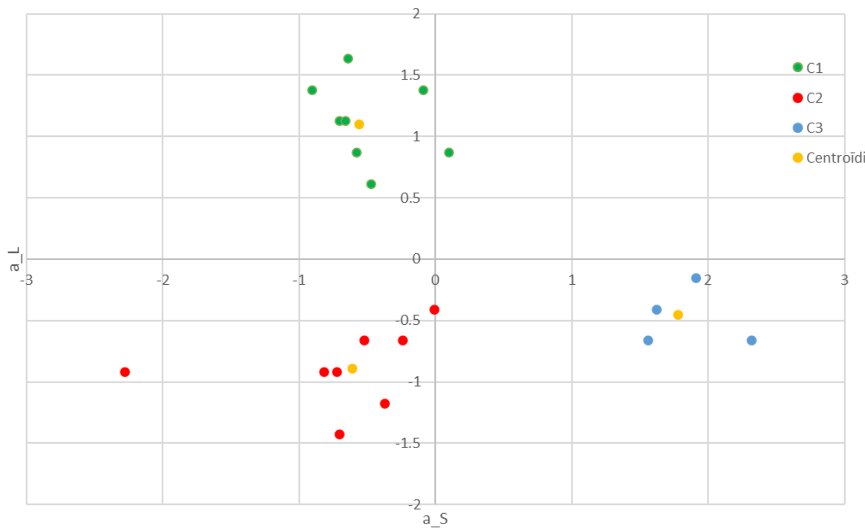
3.10. tabula

Objektu tipiskums un piederība klasteriem pēc PFCM algoritma 8. iterācijas pirmajā piemērā

i	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}
1.	0.3448	0.0871	0.0450	0.8057	0.1087	0.0856
2.	0.0322	0.0474	0.6639	0.0138	0.0153	0.9708
3.	0.0586	0.9646	0.0323	0.0030	0.9950	0.0019
4.	0.0351	0.1107	0.0127	0.2523	0.6412	0.1065
5.	0.9211	0.0778	0.0242	0.9921	0.0053	0.0025
6.	0.5108	0.1310	0.0335	0.8720	0.0936	0.0344
7.	0.0383	0.5355	0.0294	0.0427	0.9188	0.0385
8.	0.0325	0.0672	0.7029	0.0116	0.0185	0.9699
9.	0.4667	0.0511	0.0206	0.9308	0.0426	0.0266
10.	0.9581	0.0779	0.0248	0.9959	0.0027	0.0013
11.	0.0758	0.8520	0.0388	0.0186	0.9705	0.0109
12.	0.4615	0.0595	0.0305	0.9103	0.0500	0.0396
13.	0.0467	0.7146	0.0402	0.025	0.9496	0.0253
14.	0.5652	0.0615	0.0200	0.9468	0.0355	0.0176
15.	0.0736	0.6452	0.0497	0.0532	0.9052	0.0415
16.	0.0902	0.3657	0.0631	0.1631	0.7053	0.1315
17.	0.0219	0.0383	0.3928	0.0274	0.0361	0.9364
18.	0.0581	0.8895	0.0301	0.0101	0.9838	0.0060
19.	0.0351	0.0618	0.8888	0.0038	0.0051	0.9910

20.	0.8254	0.0999	0.0286	0.9757	0.0170	0.0072

Attēlā 3.7 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc PFCM algoritma. Mēs redzam, ka, tāpat kā iepriekšējos algoritmos, arī šajā grafikā objekti ir labi sadalīti savos klasteros. Centroīdu koordinātas ir nedaudz mainījušās.



3.7. att. Objektu piederība klasteriem pēc PFCM algoritma 8. iterācijas pirmajā piemērā

3.1.6. REZULTĀTU SALĪDZINĀJUMS

Lai salīdzinātu metodes, tika izmantoti tādi algoritmi kā KM, FCM, PCM, FPCM un PFCM. Tabulā 3.11 ir redzams, ka vismazāk iterāciju skaits bija nepieciešamas KM algoritmam, kur bija tikai 3 iterācijas. Lielākā daļa iterāciju bija PCM metodē – 11 iterācijas. FCM un PFCM algoritmi ir līdzīgi iterāciju skaita ziņā, neskatoties uz to, ka FCM algoritms izmanto atbilstības matricu U, savukārt FPCM algoritms izmanto atbilstības matricu U, kā arī tipiskuma matricu T.

3.11. tabula

Iterāciju skaits katrā metodē pirmajā piemērā

	KM	FCM	PCM	FPCM	PFCM
Iterāciju skaits	3	8	11	9	8

Tabulā 3.12 parādīta katra algoritma centroīdu atrašanās vieta. Var redzēt, kā centroīdi maina savu kustību.

3.12. tabula

Centroīdi pēc pēdējās iterācijas pirmajā piemērā

	FCM	PCM	FPCM	PFCM
	$m = 2$	$m = 2$	$m = 2, \eta = 2$	$m = 2, \eta = 2, a = 1,$ $b = 2$

v_1	$(-0.6441;\ -0.9105)$	$(-0.5906;\ -0.8285)$	$(-0.6524; -0.9120)$	$(-0.6120;\ -0.8923)$
v_2	$(1.8185;\ -0.4671)$	$(1.6617;\ -0.4551)$	$(1.8020; -0.4625)$	$(1.7796;\ -0.4554)$
v_3	$(-0.5329;\ 1.1110)$	$(-0.6039; 1.0766)$	$(-0.5391;\ 1.1113)$	$(-0.5589;\ 1.1008)$

3.14. tabula

Piederības matricas metožu salīdzināšana pirmajā piemērā

i	U, FCM $m = 2$			U, FPCM $m = 2, \eta = 2$			U, PFCM $m = 2, \eta = 2, a = 1, b = 2$		
1	0.8199	0.1010	0.0792	0.8166	0.1019	0.0815	0.8057	0.1087	0.0856
2	0.0138	0.0147	0.9715	0.0138	0.0147	0.9715	0.0138	0.0153	0.9708
3	0.0014	0.9977	0.0009	0.0012	0.9981	0.0007	0.0030	0.9950	0.0019
4	0.2431	0.6543	0.1026	0.2419	0.6555	0.1026	0.2523	0.6412	0.1065
5	0.9896	0.0071	0.0033	0.9903	0.0066	0.0031	0.9921	0.0053	0.0025
6	0.8725	0.0934	0.0342	0.8718	0.0935	0.0348	0.8720	0.0936	0.0344
7	0.0392	0.9260	0.0348	0.0389	0.9262	0.0349	0.0427	0.9188	0.0385
8	0.0134	0.0206	0.9660	0.0126	0.0192	0.9682	0.0116	0.0185	0.9699
9	0.9332	0.0412	0.0256	0.9334	0.0410	0.0257	0.9308	0.0426	0.0266
10	0.9940	0.0040	0.0019	0.9946	0.0037	0.0018	0.9959	0.0027	0.0013
11	0.0230	0.9639	0.0131	0.0237	0.9625	0.0138	0.0186	0.9705	0.0109
12	0.9202	0.0446	0.0352	0.9185	0.0453	0.0362	0.9103	0.0500	0.0396
13	0.0260	0.9483	0.0257	0.0266	0.9468	0.0267	0.025	0.9496	0.0253
14	0.9444	0.0373	0.0183	0.9454	0.0365	0.0181	0.9468	0.0355	0.0176
15	0.0613	0.8922	0.0464	0.0630	0.8886	0.0485	0.0532	0.9052	0.0415
16	0.1748	0.6900	0.1352	0.1760	0.6849	0.1391	0.1631	0.7053	0.1315
17	0.0242	0.0309	0.9450	0.0256	0.0326	0.9418	0.0274	0.0361	0.9364
18	0.0071	0.9888	0.0041	0.0064	0.9898	0.0038	0.0101	0.9838	0.0060
19	0.0060	0.0077	0.9863	0.0050	0.0064	0.9886	0.0038	0.0051	0.9910
20	0.9735	0.0186	0.0078	0.9736	0.0185	0.0079	0.9757	0.0170	0.0072

Tabulā 3.14 mēs salīdzinām piederības koeficientus objektiem x_i ar tādiem parametriem kā $m = 2, \eta = 2, a = 1, b = 2$. Var redzēt, ka klasteru piederības koeficientus daudz neatšķiras. Varam arī pamanīt, ka 1. klastera piederības koeficienti ir visaugstākie objektiem x_5 un x_{10}, 2. klasterim - objektiem x_3 un x_{18}, 3. klasterim - objektiem x_2 un x_{19}.

3.15. tabula

Tipiskumu matricas metožu salīdzināšana pirmajā piemērā

i	T, FPCM			T, PFCM			T, PCM		
1	0.0154	0.001	0.004	0.3448	0.0871	0.0450	0.3171	0.0951	0.0489
2	0.0009	0.0005	0.1728	0.0322	0.0474	0.6639	0.0314	0.0508	0.5829
3	0.0017	0.7506	0.0028	0.0586	0.9646	0.0323	0.0602	0.8847	0.0353
4	0.001	0.0014	0.0011	0.0351	0.1107	0.0127	0.0365	0.1014	0.0135
5	0.2603	0.0009	0.0021	0.9211	0.0778	0.0242	0.9601	0.0822	0.0259
6	0.0285	0.0015	0.0029	0.5108	0.1310	0.0335	0.5220	0.1421	0.0364
7	0.0011	0.0133	0.0026	0.0383	0.5355	0.0294	0.0390	0.4663	0.0318
8	0.003	0.0004	0.1896	0.0325	0.0672	0.7029	0.0319	0.0725	0.8001
9	0.0253	0.0006	0.002	0.4667	0.0511	0.0206	0.4496	0.0536	0.0218
10	0.4722	0.0009	0.0022	0.9581	0.0779	0.0248	0.9821	0.0824	0.0266

11	0.0023	0.0465	0.0034	0.0758	0.8520	0.0388	0.0776	0.9282	0.0429
12	0.0262	0.0007	0.0027	0.4615	0.0595	0.0305	0.4106	0.0636	0.0324
13	0.0014	0.0246	0.0036	0.0467	0.7146	0.0402	0.0475	0.7026	0.0442
14	0.0351	0.0007	0.0017	0.5652	0.0615	0.0200	0.5924	0.0642	0.0212
15	0.0022	0.0158	0.0044	0.0736	0.6452	0.0497	0.0747	0.7577	0.0556
16	0.0028	0.0054	0.0057	0.0902	0.3657	0.0631	0.0905	0.4351	0.0717
17	0.0006	0.0004	0.0608	0.0219	0.0383	0.3928	0.0215	0.0406	0.3126
18	0.0017	0.1328	0.0026	0.0581	0.8895	0.0301	0.0597	0.7915	0.0328
19	0.001	0.0007	0.5305	0.0351	0.0618	0.8888	0.0343	0.0668	0.9831
20	0.1173	0.0013	0.0025	0.8254	0.0999	0.0286	0.8524	0.1068	0.0308

Tabulā 3.15 salīdzinām tipiskuma koeficientus objektiem x_i ar tādiem parametriem kā $m = 2,\ \eta = 2, a = 1, b = 2$. Varam redzēt, ka PFCM un PCM algoritmiem ir aptuveni vienādi tipiskuma koeficienti.

Var redzēt, ka, piemēram, FPCM algoritmā objekts x_{11} ir daudz netipiskāks par x_{10} 1. klasterī; 2. klasterim objekts x_4 ir netipiskāks attiecībā pret x_3. Un 3. klasterim objekts x_{20} ir netipiskāks attiecībā pret objektu x_{19}. FPCM piešķir objektam x_3 visaugstāko tipiskumu otrajā klasterī. Tas var norādīt, ka x_3 atrodas vistuvāk otrā klastera centroīdam. Līdzīgi x_{10} ir tipiskākais pirmajam klasterim un x_{19} ir tipiskākais trešajam klasterim. Pirmajā un otrajā klasterī objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī objekts x_4 ir vismazāk tipisks.

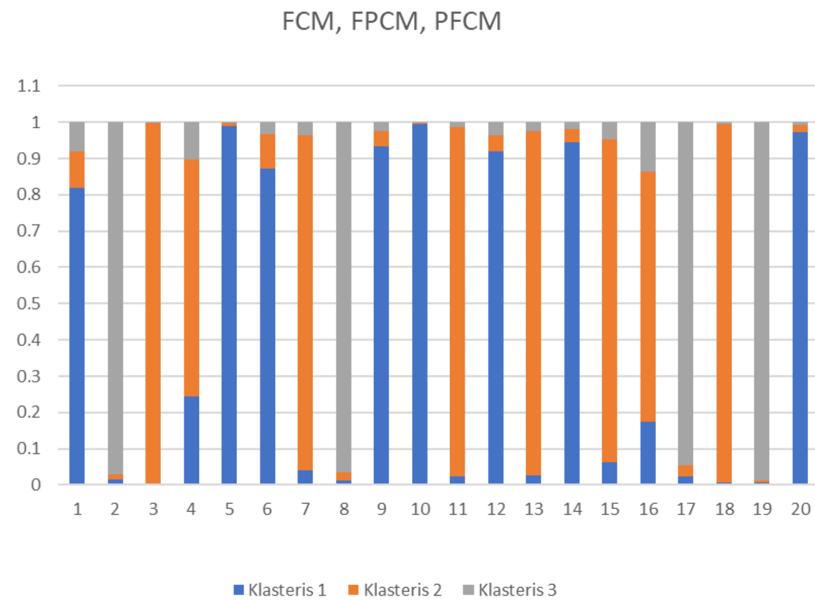
PFCM algoritms objektam x_3 piešķir visaugstāko tipiskumu otrajā klasterī. Tas var norādīt, ka x_3 atrodas vistuvāk otrā klastera centroīdam. Līdzīgi x_{10} ir tipiskākais pirmajam klasterim un x_{19} ir tipiskākais trešajam klasterim. Pirmajā un otrajā klasterī objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī objekts x_4 ir vismazāk tipisks.

PCM algoritms objektam x_{19} piešķir visaugstāko tipiskumu trešajā klasterī. Tas var norādīt, ka x_{19} atrodas vistuvāk trešā klastera centroīdam. Līdzīgi x_{10} ir tipiskākais pirmajam klasterim un x_{11} ir tipiskākais otrajam klasterim. Pirmajā un otrajā klasterī objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī objekts x_4 ir vismazāk tipisks.

Kā mēs redzam, visiem algoritmiem ir līdzība ar to, ka pirmajos divos klasteros objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī $-$ objekts x_4.

Lai aprakstītu tipiskuma matricas, tika izmantota metode pēc avota [11].

Attēlā 3.8 ir redzams grafiks par klasterizācijas rezultātiem, izmantojot FCM, PFCM un FPCM algoritmus. Attēlā parādīti katra solījuma objekti x_i. Šīs skalas satur informāciju par katra klastera piederības koeficientu. 1. klasteris ir zilā krāsā, 2. klasteris ir oranžā un 3. klasteris ir pelēkā krāsā. Katram algoritmam ir savs "priekšroku" klasteris, kurā piederības koeficients ir tuvāks 1, taču visiem algoritmiem sadalījums bija gandrīz vienāds. Diagrammā vismazāk tiek dota priekšroka 3. klasterim, bet vislielākā priekšroka tiek dota 1. klasterim.



3.8. att. Klasterizācijas rezultāts pirmajā piemērā

3.2. OTRĀ PIEMĒRA ANALĪZE

Lai atrisinātu otro piemēru, sākotnējie dati tika nedaudz pārveidoti, mainot vairākus objektus no datu kopas X. Tabulā 3.16 ar dzeltenu krāsu atzīmēti izmainītie dati. Mēs izvēlējāmies trīs punktus, kas atrodas aptuveni starp trim klasteriem, lai redzētu, kuram klasterim dati piederēs pēc iterācijām.

3.16. tabula

Normalizētie dati otrajā piemērā

i	Normalizētie dati	
	Summa	Ilgums
	a_S	a_L
1	0.099	0.869
2	1.913	-0.153
3	0.744	-0.21
4	-2.275	-0.92
5	0.508	0.342
6	-0.474	0.613
7	-0.705	-1.431
8	1.562	-0.665

9	-0.638	1.636
10	-0.315	0.146
11	-0.522	-0.665
12	-0.089	1.38
13	-0.373	-1.176
14	-0.904	1.38
15	-0.241	-0.665
16	-0.009	-0.409
17	2.318	-0.665
18	-0.817	-0.92
19	1.622	-0.409
20	-0.579	0.869

3.2.1. K-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

Pirmajā iterācijā mēs izmantojam tos pašus sākotnējos centroīdus kā pirmajā piemērā. Attālumi no objektiem līdz centroīdiem pēc 3. iterācijas ir norādīti 3.17. tabulā.

3.17. tabula

Attālums no objektiem līdz centroīdiem pēc KM algoritma 3. iterācijas otrajā piemērā

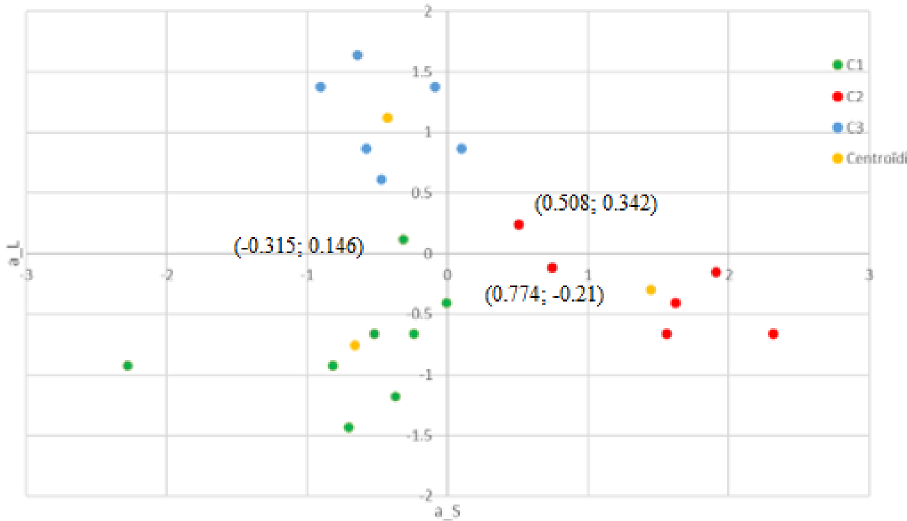
i	Attālumi līdz centroīdiem		
	$k=1$	$k=2$	$k=3$
1	1.7948	1.7783	**0.5882**
2	2.6405	**0.4892**	2.6693
3	1.5428	**0.7235**	1.7063
4	**1.6259**	3.7718	2.7534
5	1.5359	**1.0789**	1.2885
6	1.3840	2.1220	**0.5133**
7	**0.6739**	2.4318	2.5702
8	2.2211	**0.3894**	2.6784
9	2.3949	2.8392	**0.5519**
10	**0.9393**	1.8066	1.0151
11	**0.1645**	2.0012	1.7918
12	2.2130	2.2701	**0.4267**
13	**0.5047**	2.0203	2.3012
14	2.1530	2.8839	**0.5378**
15	**0.4265**	1.7259	1.7995
16	**0.7365**	1.4581	1.5905
17	2.9766	**0.9491**	3.2800
18	**0.2271**	2.3466	2.0807
19	2.3058	**0.2116**	2.5623
20	1.6297	2.3338	**0.2954**

Tabulā 3.18 ir norādīti visi centroīdi pēc KM algoritma otrajā piemērā.

3.18. tabula

Centroīdi pēc KM algoritma otrajā piemērā

Centroīdi	Sākotnējie	pēc 1. iterācijas	pēc 2. iterācijas	pēc 3. iterācijas
v_1	$(-0.6000;\ 0.6000)$	$(-0.6368;$-0.6063)	$(-0.6571; -0.7588)$	$(-0.6571; -0.7588)$
v_2	$(0.5000;\ 0.8000)$	$(1.2523; -0.1277)$	$(1.4445; -0.2938)$	$(1.4445; -0.2938)$
v_3	$(-0.4000;\ 1.0000)$	(-0.5525;1.3136)	$(-0.4308; 1.1245)$	$(-0.4308; 1.1245)$



3.9. att. Objektu piederība klasteriem pēc KM algoritma 1. iterācijas otrajā piemērā

Attēlā 3.9 mēs varam redzēt, kuri objekti pieder pie kādiem klasteriem. Grafika vidū ir redzami tie objekti, kas atrodas uz klasteru robežām. Varam pamanīt, ka divi no objektiem devās uz trešo klasteri (objekti: (0.774; -0.21) un (0.508; 0.342)), bet viens uz pirmo klasteri (objekts: (-0.315; 0.146)).

3.2.2. C-VIDĒJO NESTRIKTAS KLASTERIZĀCIJAS METODE

Izmantojot FCM metodi, tiek iegūtas 11 iterācijas. Tabulā 3.19 parādīti piederības koeficienti. Dzeltenā krāsā ir atzīmēti tie piederības koeficienti, kas parāda, kuram klasterim objekts pieder. Tabulā parādīts, ka x_3 objekts pieder otrajam klasterim, bet objekti x_5 un x_{10} pieder pirmajam klasterim.

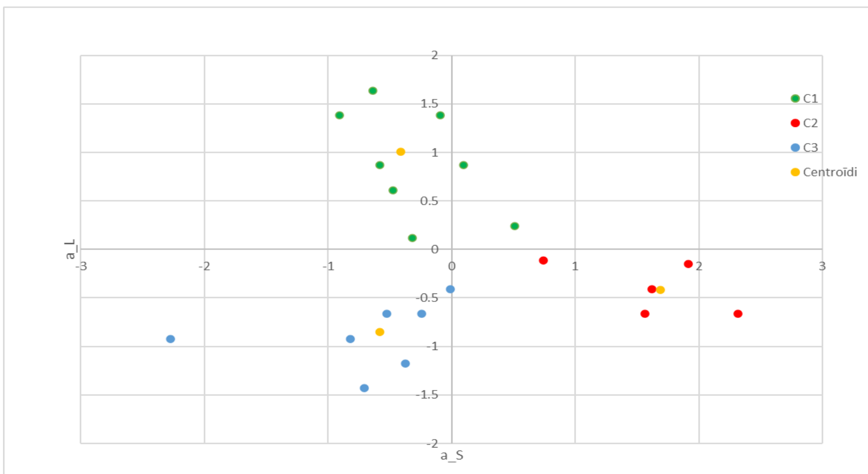
3.19. tabula

Objektu piederība klasteriem pēc FCM algoritma 11. iterācijas otrajā piemērā

i	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}	$\lvert\Delta u_{i1}\rvert$	$\lvert\Delta u_{i2}\rvert$	$\lvert\Delta u_{i3}\rvert$
1	0.8698	0.0585	0.0718	0.0036	0.0019	0.0018
2	0.0175	0.9648	0.0177	0.0003	0.0008	0.0005
3	0.2096	0.5532	0.2372	0.0045	0.0063	0.0017
4	0.2541	0.1143	0.6316	0.0003	0.0008	0.0010
5	0.4187	0.3282	0.2530	0.0060	0.0051	0.0009
6	0.9087	0.0249	0.0664	0.0027	0.0008	0.0018

7	0.0533	0.0476	0.8991	0.0002	0.0007	0.0009
8	0.0110	0.9730	0.0160	0.0002	0.0003	0.0001
9	0.8932	0.0417	0.0651	0.0018	0.0006	0.0012
10	0.5033	0.0937	0.4030	0.0054	0.0014	0.0040
11	0.0127	0.0072	0.9800	0.0005	0.0001	0.0006
12	0.9208	0.0355	0.0436	0.0000	0.0001	0.0001
13	0.0297	0.0294	0.9409	0.0001	0.0003	0.0002
14	0.8978	0.0345	0.0677	0.0020	0.0006	0.0015
15	0.0478	0.0357	0.9165	0.0011	0.0002	0.0014
16	0.1684	0.1267	0.7050	0.0028	0.0008	0.0020
17	0.0408	0.9094	0.0497	0.0011	0.0027	0.0016
18	0.0157	0.0093	0.9750	0.0003	0.0003	0.0006
19	0.0007	0.9985	0.0008	0.0002	0.0005	0.0003
20	0.9782	0.0066	0.0152	0.0001	0.0001	0.0000

Attēlā 3.10 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc FCM algoritma. Mēs redzam, ka tagad objekts (0.774; -0.21) ir kļuvis zaļš, jo tas ir pārvietojies uz pirmo klasteri.



3.10. att. Objektu piederība klasteriem pēc FCM algoritma 11. iterācijas otrajā piemērā

3.2.3 IESPĒJAMĪBU C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

Izmantojot PCM metodi, tiek iegūtas 32 iterācijas. Tabulā 3.20 parādīti tipiskuma koeficienti. Dzeltenā krāsā ir atzīmēti tie piederības koeficienti, kas parāda, kuram klasterim objekts pieder. Tabulā parādīts, ka objekts x_3 pieder trešajam klasterim, bet objekti x_5 un x_{10} pieder pirmajam klasterim.

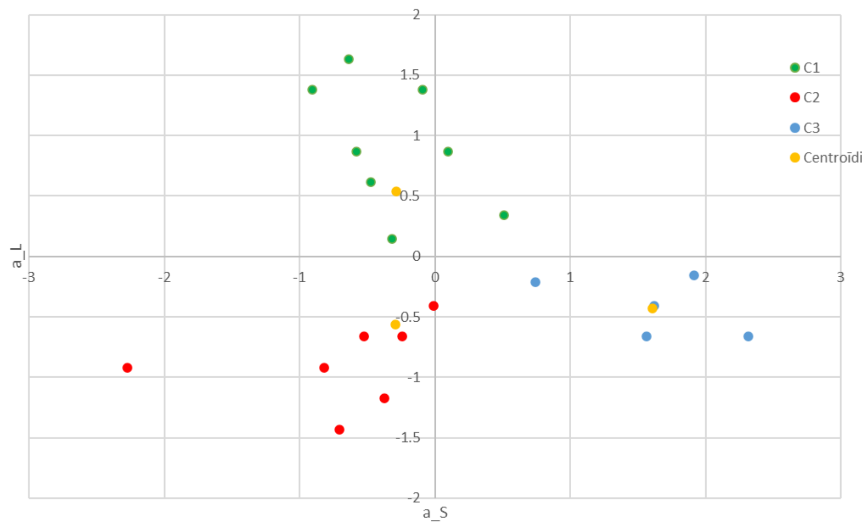
3.20. tabula

Objektu tipiskums klasteriem pēc PCM algoritma 32. iterācijas otrajā piemērā

i	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}	$\|\Delta t_{i1}\|$	$\|\Delta t_{i2}\|$	$\|\Delta t_{i3}\|$
1.	0.6272	0.1723	0.0784	0.0025	0.0014	0.0011
2.	0.0752	0.0834	0.6619	0.0004	0.0006	0.0010
3.	0.2102	0.2768	0.2984	0.0007	0.0011	0.0005
4.	0.0664	0.1011	0.0215	0.0032	0.0052	0.0020

5.	0.3919	0.2393	0.1574	0.0001	0.0001	0.0000
6.	0.9151	0.2447	0.0586	0.0010	0.0007	0.0003
7.	0.0963	0.3302	0.0505	0.0013	0.0028	0.0015
8.	0.0816	0.1172	0.8585	0.0009	0.0010	0.0019
9.	0.2464	0.0846	0.0349	0.0006	0.0003	0.0003
10.	0.7349	0.4775	0.0773	0.0001	0.0001	0.0000
11.	0.2231	0.8771	0.0686	0.0021	0.0031	0.0011
12.	0.3677	0.1072	0.0519	0.0013	0.0007	0.0006
13.	0.1278	0.5431	0.0702	0.0008	0.0012	0.0005
14.	0.2851	0.0994	0.0340	0.0001	0.0000	0.0001
15.	0.2293	0.9717	0.0887	0.0040	0.0064	0.0024
16.	0.3067	0.8166	0.1145	0.0054	0.0073	0.0019
17.	0.0499	0.0628	0.3763	0.0013	0.0021	0.0035
18.	0.1521	0.5302	0.0523	0.0014	0.0023	0.0009
19.	0.0869	0.1104	0.9975	0.0008	0.0009	0.0017
20.	0.6914	0.1769	0.0496	0.0000	0.0000	0.0000

Attēlā 3.11 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc PCM algoritma. Mēs redzam, ka tagad objekts (0.774; -0.21) ir kļuvis zils, jo tas ir pārvietojies uz trešo klasteri, bet objekts (0.508; 0.342) ir kļuvis zaļš, jo tas ir pārvietojies uz pirmo klasteri.



3.11. att. Objektu tipiskums klasteriem pēc PCM algoritma 32. iterācijas otrajā piemērā

3.2.4 NESTRIKTA IESPĒJAMĪBU C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

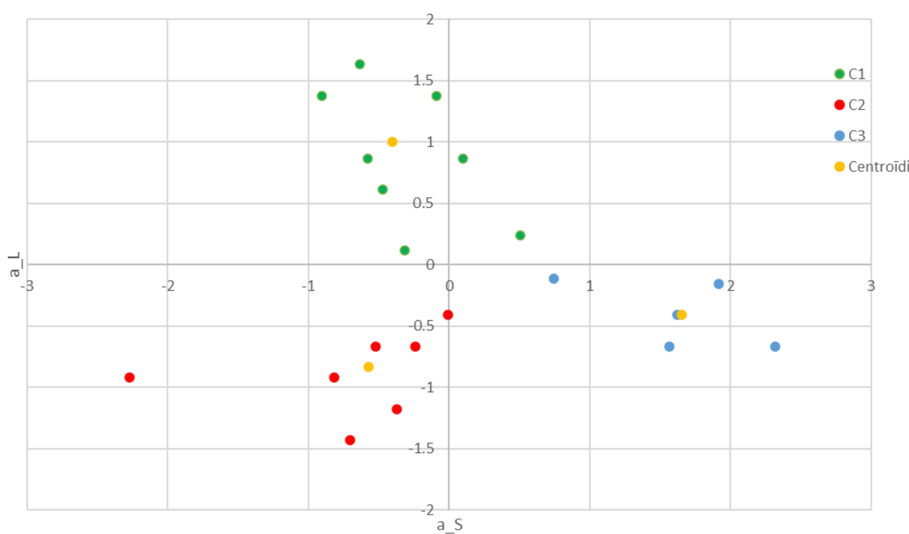
Izmantojot FPCM metodi, tiek iegūtas 12 iterācijas. Tabulā 3.21 parādīti piederības koeficienti. Dzeltenā krāsā ir atzīmēti tie piederības koeficienti, kas parāda, kuram klasterim objekts pieder. Tabulā parādīts, ka objekts x_3 pieder trešajam klasterim, bet objekti x_5 un x_{10} pieder pirmajam klasterim.

3.21. tabula

Objektu tipiskums un piederība klasteriem pēc FPCM algoritma 12. iterācijas otrajā piemērā

i	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}
1.	0.0761	0.0044	0.0007	0.8688	0.0716	0.0596
2.	0.0031	0.0022	0.0238	0.0193	0.0195	0.9612
3.	0.0075	0.0071	0.0033	0.1999	0.2288	0.5713
4.	0.0029	0.0053	0.0002	0.2540	0.6292	0.1167
5.	0.0165	0.0058	0.0016	0.4099	0.2508	0.3392
6.	0.1463	0.0071	0.0006	0.9058	0.0683	0.0259
7.	0.0035	0.0442	0.0005	0.0556	0.8936	0.0508
8.	0.0031	0.0033	0.0429	0.0108	0.0157	0.9736
9.	0.0434	0.0024	0.0004	0.8915	0.0658	0.0427
10.	0.0291	0.0143	0.0007	0.4949	0.4091	0.0960
11.	0.0076	0.3925	0.0006	0.0109	0.9828	0.0064
12.	0.0798	0.0029	0.0004	0.9206	0.0435	0.0359
13.	0.0044	0.1028	0.0006	0.0310	0.9374	0.0316
14.	0.0518	0.0032	0.0004	0.8954	0.0690	0.0356
15.	0.0075	0.1001	0.0008	0.0453	0.9196	0.0351
16.	0.0099	0.0293	0.0011	0.1634	0.7080	0.1286
17.	0.0022	0.0018	0.0065	0.0454	0.0553	0.8993
18.	0.0055	0.2631	0.0005	0.0168	0.9729	0.0103
19.	0.0034	0.0031	0.914	0.0001	0.0001	0.9998
20.	0.4964	0.0051	0.0004	0.9768	0.0161	0.0071

Attēlā 3.12 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc FPCM algoritma. Mēs redzam, ka tagad objekts (0.774; -0.21) ir kļuvis zils, jo tas ir pārvietojies uz trešo klasteri, bet objekts (0.508; 0.342) ir kļuvis zaļš, jo tas ir pārvietojies uz pirmo klasteri.



3.12. att. Objektu piederība klasteriem pēc FPCM algoritma 12. iterācijas otrajā piemērā

3.2.5 IESPĒJAMĪBU NESTRIKTA C-VIDĒJO KLASTERIZĀCIJAS METODE

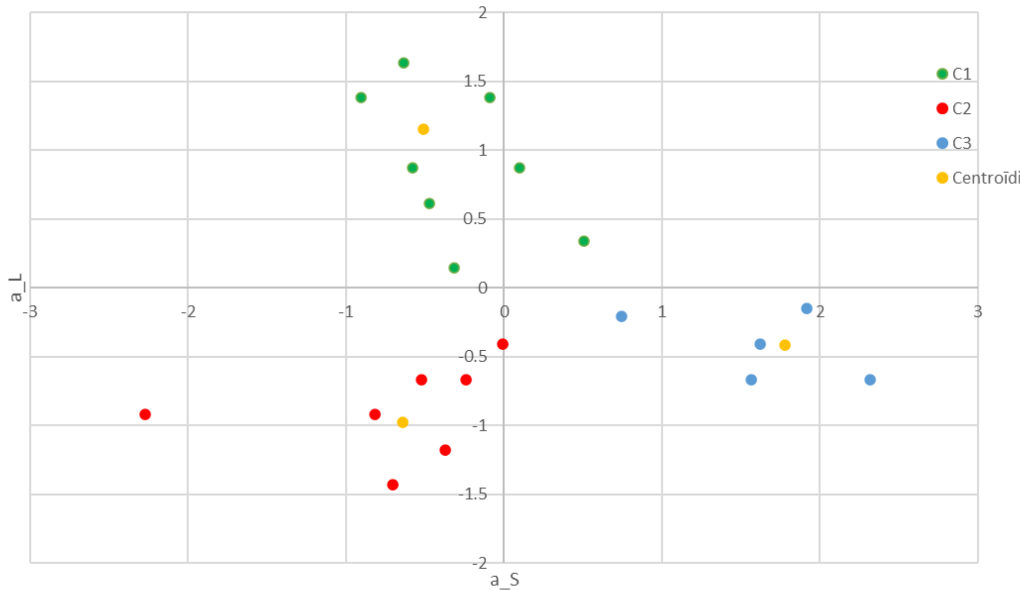
Izmantojot PFCM metodi, tiek iegūtas 11 iterācijas. Tabulā 3.22 parādīti piederības koeficienti. Dzeltenā krāsā ir atzīmēti tie piederības koeficienti, kas parāda, kuram klasterim objekts pieder. Tabulā parādīts, ka objekts x_3 pieder trešajam klasterim, bet objekti x_5 un x_{10} pieder pirmajam klasterim.

3.22. tabula

Objektu tipiskums un piederība klasteriem pēc PFCM algoritma 11. iterācijas otrajā piemērā

i	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}	u_{i1}	u_{i2}	u_{i3}
1.	0.6417	0.1258	0.0749	0.8817	0.0670	0.0511
2.	0.0627	0.0676	0.7179	0.0197	0.0201	0.9601
3.	0.1438	0.1912	0.2695	0.1943	0.2588	0.5468
4.	0.0585	0.1279	0.0208	0.2722	0.6081	0.1196
5.	0.2740	0.1624	0.1471	0.4825	0.2346	0.2827
6.	0.8039	0.1851	0.0558	0.9337	0.0489	0.0173
7.	0.0711	0.5164	0.0482	0.0664	0.8772	0.0563
8.	0.0639	0.0956	0.8315	0.0105	0.0154	0.9740
9.	0.4339	0.0711	0.0339	0.8670	0.0819	0.0509
10.	0.4131	0.3263	0.0729	0.5571	0.3629	0.0798
11.	0.1451	0.9585	0.0646	0.0076	0.9883	0.0040
12.	0.5942	0.0845	0.0502	0.9041	0.0539	0.0418
13.	0.0892	0.7445	0.0663	0.0332	0.9358	0.0308
14.	0.4793	0.0849	0.0329	0.8750	0.0835	0.0414
15.	0.1448	0.8301	0.0830	0.0344	0.9418	0.0236
16.	0.1833	0.5268	0.1063	0.1568	0.7364	0.1066
17.	0.0420	0.0538	0.4189	0.0429	0.0527	0.9043
18.	0.1075	0.8123	0.0497	0.0281	0.9562	0.0156
19.	0.0691	0.0884	0.9904	0.0005	0.0006	0.9987
20.	0.9167	0.1401	0.0475	0.9805	0.0137	0.0057

Attēlā 3.13 redzams, ka objekti un centroīdi ir pārvietoti pēc PFCM algoritma. Mēs redzam, ka tagad objekts (0.774; -0.21) ir kļuvis zils, jo tas ir pārvietojies uz trešo klasteri, bet objekts (0.508; 0.342) ir kļuvis zaļš, jo tas ir pārvietojies uz pirmo klasteri.



3.13. att. Objektu piederība klasteriem pēc PFCM algoritma 11. iterācijas otrajā piemērā

3.2.6. REZULTĀTU SALĪDZINĀJUMS

Lai salīdzinātu metodes, tika izmantoti tādi algoritmi kā KM, FCM, PCM, FPCM un PFCM. Tabulā 3.23 redzams, ka vismazāk iterāciju bija nepieciešamas KM algoritmam, kur bija tikai 3 iterācijas. Lielākā daļa iterāciju bija PCM metodē — 32 iterācijas.

3.23. tabula

Iterāciju skaits katrā metodē otrajā piemērā

	KM	FCM	PCM	FPCM	PFCM
Iterāciju skaits	3	11	32	12	11

3.24. tabula

Centroīdi pēc pēdējās iterācijas otrajā piemērā

	FCM	PCM	FPCM	PFCM
	$m = 2$	$m = 2$	$m = 2, \eta = 2$	$m = 2, \eta = 2, a = 1, b = 2$
v_1	$(-0.4134;\ 1.0042)$	$(-0.2871;\ 0.5395)$	$(-0.4055;\ 1.0017)$	$(-0.3989;\ 0.9840)$
v_2	$(1.6857;\ -0.4192)$	$(1.6066;\ -0.4333)$	$(1.6539;\ -0.4091)$	$(1.6511;\ -0.4088)$
v_3	$(-0.5782;\ -0.8473)$	$(-0.3911;\ -0.5610)$	$(-0.5746;\ -0.8345)$	$(-0.5041;\ -0.7635)$

Tabulā 3.24 parādīta katra algoritma centroīdu atrašanās vieta. Var redzēt, kā centroīdi maina savu kustību.

3.25. tabula

Piederības matricas metožu salīdzināšana otrajā piemērā

i	U, FCM $m = 2$			U, FPCM $m = 2, \eta = 2$			U, PFCM $m = 2, \eta = 2, a = 1, b = 2$		
1	0.8698	0.0585	0.0718	0.8698	0.0585	0.0718	0.8698	0.0585	0.0718
2	0.0175	0.9648	0.0177	0.0175	0.9648	0.0177	0.0175	0.9648	0.0177
3	0.2096	0.5532	0.2372	0.2096	0.5532	0.2372	0.2096	0.5532	0.2372
4	0.2541	0.1143	0.6316	0.2541	0.1143	0.6316	0.2541	0.1143	0.6316
5	0.4187	0.3282	0.2530	0.4187	0.3282	0.2530	0.4187	0.3282	0.2530
6	0.9087	0.0249	0.0664	0.9087	0.0249	0.0664	0.9087	0.0249	0.0664
7	0.0533	0.0476	0.8991	0.0533	0.0476	0.8991	0.0533	0.0476	0.8991
8	0.0110	0.9730	0.0160	0.0110	0.9730	0.0160	0.0110	0.9730	0.0160
9	0.8932	0.0417	0.0651	0.8932	0.0417	0.0651	0.8932	0.0417	0.0651
10	0.5033	0.0937	0.4030	0.5033	0.0937	0.4030	0.5033	0.0937	0.4030
11	0.0127	0.0072	0.9800	0.0127	0.0072	0.9800	0.0127	0.0072	0.9800
12	0.9208	0.0355	0.0436	0.9208	0.0355	0.0436	0.9208	0.0355	0.0436
13	0.0297	0.0294	0.9409	0.0297	0.0294	0.9409	0.0297	0.0294	0.9409
14	0.8978	0.0345	0.0677	0.8978	0.0345	0.0677	0.8978	0.0345	0.0677
15	0.0478	0.0357	0.9165	0.0478	0.0357	0.9165	0.0478	0.0357	0.9165
16	0.1684	0.1267	0.7050	0.1684	0.1267	0.7050	0.1684	0.1267	0.7050
17	0.0408	0.9094	0.0497	0.0408	0.9094	0.0497	0.0408	0.9094	0.0497
18	0.0157	0.0093	0.9750	0.0157	0.0093	0.9750	0.0157	0.0093	0.9750
19	0.0007	0.9985	0.0008	0.0007	0.9985	0.0008	0.0007	0.9985	0.0008
20	0.9782	0.0066	0.0152	0.9782	0.0066	0.0152	0.9782	0.0066	0.0152

Tabulā 3.25 mēs salīdzinām piederības koeficientus objektiem x_i ar tādiem parametriem kā $m = 2, \eta = 2, a = 1, b = 2$. Var redzēt, ka klasteru piederības koeficienti daudz neatšķiras.

3.26. tabula

Tipiskumu matricas metožu salīdzināšana otrajā piemērā

i	T, FPCM			T, PFCM			T, PCM		
1	0.0761	0.0044	0.0007	0.6417	0.1258	0.0749	0.6272	0.1723	0.0784
2	0.0031	0.0022	0.0238	0.0627	0.0676	0.7179	0.0752	0.0834	0.6619
3	0.0075	0.0071	0.0033	0.1438	0.1912	0.2695	0.2102	0.2768	0.2984
4	0.0029	0.0053	0.0002	0.0585	0.1279	0.0208	0.0664	0.1011	0.0215
5	0.0165	0.0058	0.0016	0.2740	0.1624	0.1471	0.3919	0.2393	0.1574
6	0.1463	0.0071	0.0006	0.8039	0.1851	0.0558	0.9151	0.2447	0.0586
7	0.0035	0.0442	0.0005	0.0711	0.5164	0.0482	0.0963	0.3302	0.0505
8	0.0031	0.0033	0.0429	0.0639	0.0956	0.8315	0.0816	0.1172	0.8585
9	0.0434	0.0024	0.0004	0.4339	0.0711	0.0339	0.2464	0.0846	0.0349
10	0.0291	0.0143	0.0007	0.4131	0.3263	0.0729	0.7349	0.4775	0.0773
11	0.0076	0.3925	0.0006	0.1451	0.9585	0.0646	0.2231	0.8771	0.0686
12	0.0798	0.0029	0.0004	0.5942	0.0845	0.0502	0.3677	0.1072	0.0519
13	0.0044	0.1028	0.0006	0.0892	0.7445	0.0663	0.1278	0.5431	0.0702
14	0.0518	0.0032	0.0004	0.4793	0.0849	0.0329	0.2851	0.0994	0.0340
15	0.0075	0.1001	0.0008	0.1448	0.8301	0.0830	0.2293	0.9717	0.0887
16	0.0099	0.0293	0.0011	0.1833	0.5268	0.1063	0.3067	0.8166	0.1145
17	0.0022	0.0018	0.0065	0.0420	0.0538	0.4189	0.0499	0.0628	0.3763
18	0.0055	0.2631	0.0005	0.1075	0.8123	0.0497	0.1521	0.5302	0.0523

19	0.0034	0.0031	0.914	0.0691	0.0884	0.9904	0.0869	0.1104	0.9975
20	0.4964	0.0051	0.0004	0.9167	0.1401	0.0475	0.6914	0.1769	0.0496

Tabulā 3.26 salīdzinām tipiskuma koeficientus objektiem x_i ar tādiem parametriem kā $m = 2, \eta = 2, a = 1, b = 2$. Varam redzēt, ka PFCM un PCM algoritmiem ir aptuveni vienādi tipiskuma koeficienti.

Var redzēt, ka, piemēram, FPCM algoritmā objekts x_{19} ir daudz netipiskāks par x_{20} 1. klasterī; 2. klasterim objekts x_{12} ir netipiskāks attiecībā pret x_{11}. Un 3. klasterim objekts x_{20} ir netipiskāks attiecībā pret objektu x_{19}. FPCM piešķir objektam x_{19} visaugstāko tipiskumu trešajā klasterī. Tas var norādīt, ka x_{19} atrodas vistuvāk trešā klastera centroīdam. Līdzīgi x_{20} ir tipiskākais pirmajam klasterim un x_{11} ir tipiskākais otrajam klasterim. Pirmajā un otrajā klasterī objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī objekts x_4 ir vismazāk tipisks.

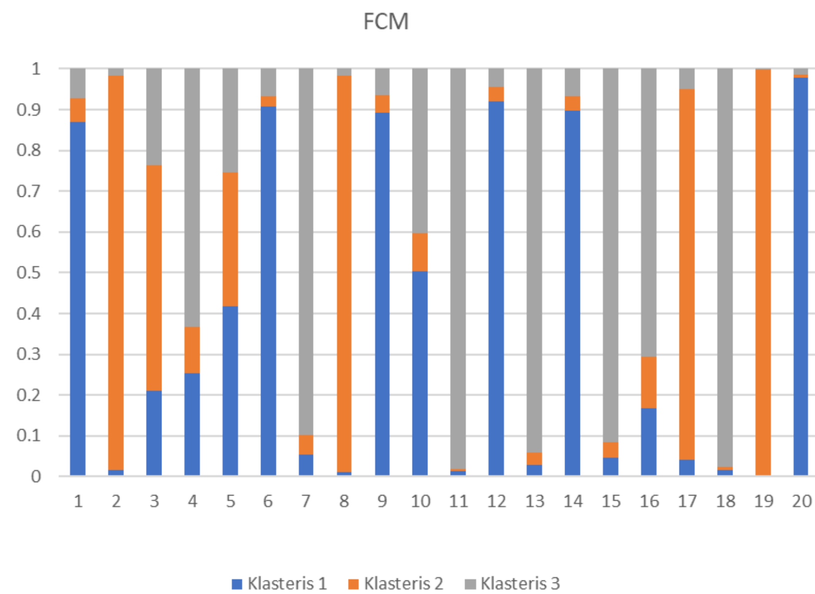
PFCM algoritms objektam x_{19} piešķir visaugstāko tipiskumu trešajā klasterī. Tas var norādīt, ka x_{19} atrodas vistuvāk trešā klastera centroīdam. Līdzīgi x_{20} ir tipiskākais pirmajam klasterim un x_{11} ir tipiskākais otrajam klasterim. Pirmajā un otrajā klasterī objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī objekts x_4 ir vismazāk tipisks.

PCM algoritms objektam x_{19} piešķir visaugstāko tipiskumu trešajā klasterī. Tas var norādīt, ka x_{19} atrodas vistuvāk trešā klastera centroīdam. Līdzīgi x_6 ir tipiskākais pirmajam klasterim un x_{15} ir tipiskākais otrajam klasterim. Pirmajā un otrajā klasterī objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī objekts x_4 ir vismazāk tipisks.

Kā mēs redzam, visiem algoritmiem ir līdzība ar to, ka objekts x_{19} atrodas vistuvāk trešā klastera centroīdam. Vēl viena līdzība ir tāda, ka pirmajos divos klasteros objekts x_{17} ir vismazāk tipisks, bet trešajā klasterī $-$ objekts x_4, kas ir arī līdzīgs pirmajam piemēram.

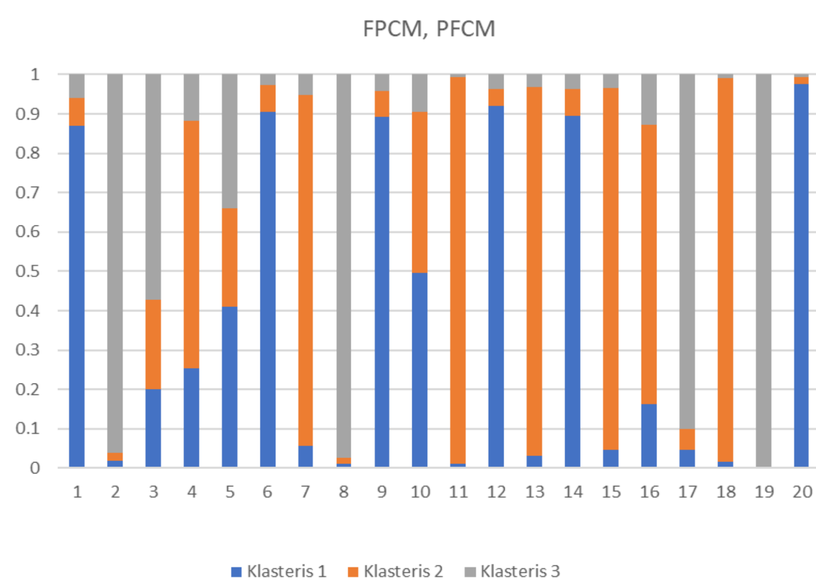
Lai aprakstītu tipiskuma matricas, tika izmantota metode pēc avota [11].

Attēlā 3.14 ir redzams grafiks par klasterizācijas rezultātiem, izmantojot FCM algoritmu. Attēlā parādīti katra solījuma objekti x_i. Šīs skalas satur informāciju par katra klastera piederības koeficientu. 1. klasteris ir zilā krāsā, 2. klasteris ir oranžā un 3. klasteris ir pelēkā krāsā. Katram algoritmam ir savs “priekšroku” klasteris, kurā piederības koeficients ir tuvāks 1. FCM algoritmam vismazāk tiek dota priekšroka 2. klasterim, bet vislielākā priekšroka tiek dota 1. klasterim.



3.14. att. Klasterizācijas rezultāts otrajā piemērā

Attēlā 3.15 ir redzams grafiks par klasterizācijas rezultātiem, izmantojot PFCM un FPCM algoritmus. PFCM un FPCM algoritmiem vismazāk tiek dota priekšroka 3. klasterim, bet vislielākā priekšroka tiek dota 1. klasterim.



3.15. att. Klasterizācijas rezultāts otrajā piemērā

3.3. ALGORITMU SALĪDZINĀŠANA

Lai salīdzinātu piemērus un algoritmus savā starpā, mēs izmantojam trīs koeficientus: atdalamības un kompaktuma koeficients, sadalījuma koeficients, sadalījuma entropijas koeficients.

3.3.1. ATDALAMĪBAS UN KOMPAKTUMA KOEFICIENTS

Atdalamības un kompaktuma koeficients ir divu koeficientu starpība. Šeit piedalās divi koeficienti $-$ SC_1 un SC_2.

SC_1 var uzrakstīt šādi:

$$SC_1 = \frac{\frac{\sum_{k=1}^{c} d(v_{k;};\bar{x})}{c}}{\sum_{k=1}^{c}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} {u_{ik}}^{m} d(v_{k;};x_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} u_{ik}}\right)}, \quad (3.1)$$

kur $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$.

SC_2 var uzrakstīt šādi:

$$SC_2 = \frac{\sum_{k=1}^{c}\sum_{j=k+1}^{c}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\min(u_{ik};u_{ij})^2}{\sum_{i=1}^{n}\min(u_{ik};u_{ij})}\right)}{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\max_k u_{ik})^2}{\sum_{i=1}^{n}\max_k u_{ik}}}. \quad (3.2)$$

Lai atrastu atdalamības un kompaktuma koeficientus PCM algoritmam, formulās (3.1) un (3.2) piederības koeficienti u_{ik} jāaizvieto ar tipiskuma koeficientiem t_{ik}.
Visbeidzot, atdalāmības un kompaktuma koeficientu formula is šāda:

$$SC = SC_1 - SC_2. \quad (3.3)$$

Jo lielāks skaitlis SC (3.3), jo labāk darbojas algoritms [10].

3.27 tabula

Atdalamības un kompaktuma koeficienti abos piemēros

	KM	FCM	PCM	FPCM	PFCM
SC pirmajā piemērā	1.6452	2.2272	1.9343	2.0294	2.1227
SC otrajā piemērā	0.4895	1.8853	1.5265	1.8943	1.9985

Tabulā 3.27 ir parādīti dati, kas ir aprēķināti, izmantojot formulu (3.1), kas nosaka, kurš algoritms vislabāk darbojas ar konkrētiem datiem. Kā mēs varam redzēt, pirmajā piemērā koeficienti ir lielāki skaitļos nekā otrajā piemērā. Tas ir saistīts ar to, ka otrajam piemēram mēs pievienojām savus datus, kas ir "sarežģītāki" dati, jo tie atrodas uz trīs klasteru robežas, un

algoritmiem tie ir kaut kur jāattiecina. Taču mēs varam pamanīt, ka nestriktas klasterizācijas metodes otrajā piemērā ar modificētiem datiem darbojās labāk nekā KM algorims, bet pirmajā piemērā atšķirība starp visām nestrikto klasterizācijas metodēm un KM algoritmu nav tik liela, jo pārskatot pirmo piemēru, nestrikto algoritmu koeficienti skaitļos nav daudz lielāki par KM algoritmu. Savukārt otrajā piemērā jau vairāk pamanāms, ka nestrikto algoritmu koeficienti ir lielāki nekā KM algoritma koeficienti. Abos piemēros KM algoritmam ir mazāks koeficients nekā nestriktiem klasterizācijas algoritmiem. Tas saistīts ar to, ka KM algoritms sadalīja objektus klasteros vienā veidā, bet nestriktas klasterizācijas metodi − citā veidā. Pirmajā piemērā vislabāk darbojas FCM algoritms, savukārt otrajā piemērā vislabāk darbojas PFCM algoritms.

3.3.2. SADALĪJUMA KOEFICIENTS UN SADALĪJUMA ENTROPIJAS KOEFICIENTS

Sadalījuma koeficients

$$PC = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{c}\sum_{i=1}^{n} u_{ik}^2. \tag{3.4}$$

Sadalījuma entropijas koeficients

$$PE = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{c}\sum_{i=1}^{n}[u_{ik}\log_2(u_{ik})]. \tag{3.5}$$

Atbilstības matricai U un klastera skaitlim c, šīm funkcijām ir šādas kopīgās īpašības:

$$\frac{1}{c} \leq PC \leq 1 \leftrightarrow 0 \leq PE \leq \log_2 c, \tag{3.6}$$

$$PC = 1 \leftrightarrow PE = 0. \tag{3.7}$$

$$PC = \frac{1}{c} \leftrightarrow PE = log_2 c. \tag{3.8}$$

Lai atrastu sadalījuma koeficientus un sadalījuma entropijas koeficientus PCM algoritmam, formulās (3.4) un (3.5) piederības koeficienti u_{ik} jāaizvieto ar tipiskuma koeficientiem t_{ik}.

Formulas (3.6), (3.7) un (3.8) parāda, ka, ja PC tuvojas 1 vai ja PE tuvojas 0, tad šis algoritms tiek uzskatīts par labāko algoritmu [10], [13].

3.28 tabula

Sadalījuma koeficienti un sadalījuma entropijas koeficienti pirmajā piemērā

Pirmais piemērs	KM	FCM	PCM	FPCM	PFCM
PE	0.4423	0.2871	0.4254	0.3342	0.2941
PC	0.5815	0.8613	0.5623	0.7621	0.8094

3.29 tabula

Sadalījuma koeficienti un sadalījuma entropijas koeficienti otrajā piemērā

Otrais piemērs	KM	FCM	PCM	FPCM	PFCM
PE	0.5025	0.3942	0.4625	0.3654	0.3511
PC	0.5214	0.7109	0.5563	0.7285	0.7615

Tabulās 3.28 un 3.29 doti dati par sadalījuma koeficientiem un sadalījuma entropijām abiem piemēriem. Pirmajā piemērā mēs redzam, ka PE ir mazākais FCM algoritmam, bet lielākais KM algoritmam. Savukārt PC ir lielākais FCM algoritmam, bet mazākais PCM algoritmam. Tas nozīmē, ka šajā piemērā algoritms FCM darbojas vislabāk. Otrajā piemērā mēs redzam, ka PE ir mazākais PFCM algoritmam, bet lielākais KM algoritmam. Savukārt PC ir lielākais arī PFCM algoritmam, bet mazākais atkal KM algoritmam. Tas nozīmē, ka šajā piemērā algoritms PFCM darbojas vislabāk, savukārt KM algoritms darbojas vissliktāk.

4. IESPEJAMĪBU NESTRIKTAS KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMA VISPĀRINĀJUMS

Trokšņainu datu klasterēšanai ir parādīta vispārinātās iespejamību nestriktas klasterizācijas algoritms (GPFCM; *Generalized Possibilistic Fuzzy C-Means)*. Autors apgalvo, ka algoritms vispārina PFCM mērķa funkciju un padara to elastīgu, lai ņemtu vērā dažādus klasterizācijas dabiskos jēdzienus un likumus. Tiek parādīts, ka, ja dati ir ļoti trokšņaini, GPFCM algoritms atrod precīzus klasteru centroīdus, bet FCM, PCM un PFCM algoritmiem tas neizdodas. FCM, PCM un PFCM rada neprecīzus klasteru centroīdus, ja klasteri nav vienādos izmēros vai tiek izmantota kovariācijas norma, savukārt GPFCM algoritms darbojas labi abos gadījumos pat tad, ja dati ir trokšņaini.

GPFCM algoritma apraksts ņemts no avotiem [12] un [14].

4.1. VISPĀRINĀTĀS PROBLĒMAS NOSTĀDNE

GPFCM problēmu var formulēt kā mērķa funkcijas (4.1) minimizācijas problēmu tāpat kā iepriekš apskatītajās metodēs. Mērķa funkcija ir atkarīga no funkcijām $\tilde{g}$ un $\tilde{h}_k$,kuras tiks aprakstītas nākamajā sadaļā.

GPFCM klasterizācijas algoritms izmanto mērķa funkciju

$$J_{g,h,d}(X;U,V,T) = \sum_{k=1}^{c}\sum_{i=1}^{n}\tilde{g}(u_{ik},t_{ik})(d(v_k;x_i))^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{c}\tilde{h}_k(t_{ik}), \tag{4.1}$$

ievērojot nosacījumus

$$\sum_{k=1}^{c} u_{ik} = 1,\ i = 1,2,\dots,n, \tag{4.2}$$

$$0 < \sum_{i=1}^{n} u_{ik} < n,\ k = 1,2,\dots,c, \tag{4.3}$$

$$u_{ik} \in [0,1],\ i = 1,2,\dots,n;\ k = 1,2,\dots,c, \tag{4.4}$$

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_c\}, v_k, k = 1,\dots,c, \tag{4.5}$$

$$t_{ik} \in [0,1],\ i = 1,2,\dots,n;\ k = 1,2,\dots,c, \tag{4.6}$$

$$0 < \sum_{k=1}^{c} t_{ik},\ i = 1,2,\dots,n. \tag{4.7}$$

Apzīmējuma ērtībai tiek definētas matricu klases:

$$\mathbb{U}_{c,n} = \{U | U \text{ ir } n \times c \text{ matrica reāliem koeficientiem un } U \text{ apmierina } (4.2) - (4.4)\}. \tag{4.8}$$

$$\mathbb{T}_{c,n} = \{T \,\big|\, T\ ir\ n \times c \text{ matrica reāliem koeficientiem un } T \text{ apmierina } (4.6) - (4.7)\}. \tag{4.9}$$

4.2. VISPĀRINĀJUMAM IZMANTOTĀS FUNKCIJU KLASES

Vispārinājumam izmanto divu funkciju klases CJCF un CPF.

Funkciju $g: (0,1) \times (0,1) \rightarrow R$ sauc par konsekventu kopīgā ieguldījuma funkciju jeb CJCF *Consistent Joint Contribution Function*), ja tā atbilst šādiem nosacījumiem:

1) g kā pirmā argumenta funkcija ir nedilstoša un stingri izliekta funkcija intervalā (0, 1);

2) g kā otrā argumenta funkcija ir nedilstoša un stingri izliekta funkcija intervalā (0, 1);

3) robežas $\lim_{x\to+0} g(x,.)$, $\lim_{x\to1-0} g(x,.)$, $\lim_{y\to+0} g(.,y)$, $\lim_{y\to1-0} g(.,y)$ un $\lim_{x\to1-0,y\to1-0} g(x,y)$ eksistē un ir galīgas;

4) $\lim_{x\to+0,y\to+0} g(x,y) = 0$;

5) g ir diferencējama pēc katra argumenta.

CJCF vispārīgie piemēri:

1)

$$g(x,y) = ax^m + by^n, m, n > 1; a, b > 0;$$

2)

$$g(x,y) = \frac{(e^x - 1)(e^y - 1)}{(e-1)^2};$$

3)

$$g(x,y) = \frac{e^{ax^m + by^n} - 1}{e^{a+b} - 1}, m, n > 1; a, b > 0.$$

Funkciju $h: (0,1) \rightarrow R$ sauc par konsekventu soda funkciju jeb CPF (*Consistent Penalty Function*), ja tā atbilst šādiem nosacījumiem:

1) h ir stingri dilstoša, stingri izliekta funkcija uz $(0, 1)$;

2) šīs divas robežas $\lim_{x\to+0} h(x)$, $\lim_{x\to1-0} h(x)$ eksistē;

3) h ir diferencējama pēc katra argumenta.

CPF vispārīgie piemēri:

1)

$$h(x) = (1-x)^m, m > 1;$$

2)

$$h(x) = xlnx - x;$$

3)

$$h(x) = x^m - mx, m > 1;$$

4)

$h(x) = x^m ln x^m - x^m, m > 1.$

Formulā (4.1) lieto $\tilde{g}$, kuru definē, lietojot konsekvento kopīgo ieguldījumu funkciju g pēc formulas

$$\tilde{g}(x,y) = \begin{cases} g(x,y), & \text{ja } (x,y) \in (0,1) \times (0,1), \\ \lim\limits_{x \to 0^+} g(x,y), & \text{ja } x = 0, y \in (0,1), \\ \lim\limits_{x \to 1^-} g(x,y), & \text{ja } x = 1, y \in (0,1), \\ \lim\limits_{y \to 0^+} g(x,y), & \text{ja } y = 0, x \in (0,1), \\ \lim\limits_{y \to 1^-} g(x,y), & \text{ja } y = 1, x \in (0,1). \end{cases}$$

Formulā (4.1) lieto $\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \dots, \tilde{h}_k$, kuras definē, lietojot konsekventās soda funkcijas h_1, $h_2, \dots, h_k$ pēc formulas

$$\tilde{h}_k(x) = \begin{cases} h_k(x), & \text{ja } x \in (0,1), \\ \lim\limits_{x \to 0^+} h_k(x), & \text{ja } x = 0, \\ \lim\limits_{x \to 1^-} h_k(x), & ja\ x = 1, \end{cases}$$

4.3. VISPĀRINĀTĀS KLASTERIZĀCIJAS ALGORITMS

Algoritma GPFCM darbības ir šādas:

1) nejauši inicializējiet atbilstības matricu $U^{(0)}$ un tipiskuma matricu $T^{(0)}$;

2) tiek aprēķināti klasteru centroīdi pēc formulas

$$V^{(l)} = \text{argmin}_V J_{g,h,d}\left(U^{(l)}, T^{(l)}, V\right); \tag{4.10}$$

3) tiek aprēķinātas piederības pakāpes pēc formulas

$$U^{(l)} = \text{argmin}_{U \in \mathbb{U}_{c,n}} J_{g,h,d}\left(U, T^{(l-1)}, V^{(l)}\right); \tag{4.11}$$

4) tiek aprēķināti tipiskuma koeficienti pēc formulas

$$T^{(l)} = \text{argmin}_{T \in \mathbb{T}_{c,n}} J_{g,h,d}\left(U^{(l)}, T, V^{(l)}\right); \tag{4.12}$$

5) tiek ģenerēta jauna atbilstības matrica $U^{(l)}$ un tipiskuma matrica $T^{(l)}$, kur l ir iterācijas numurs;

6) ja $max_{i;k}|\Delta u_{ik}| \leq \varepsilon$ un ja $max_{i;k}|\Delta t_{ik}| \leq \varepsilon$, kur Δu_{ik} ir elementi no matricas $U^{(l)} - U^{(l-1)}$ un Δt_{ik} ir elementi no matricas $T^{(l)} - T^{(l-1)}$ (divu atbilstības un divu tipiskuma matricu starpība $-$ atjauninātās un iepriekšējas), tad algoritma izpilde tiek apturēta, bet pretējā gadījumā soļi no 2) līdz 6) tiek atkārtoti.

GPFCM algoritma apraksts ņemts no avotiem [12] un [14].

5. NOBEIGUMS

Šajā darbā ir aprakstītas piecas klasterizācijas metodes: K-vidējo klasterizācijas algoritms, C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms, iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms, nestrikto iespējamību C-vidējo klasterizācijas algoritms un iespējamību C-vidējo nestriktas klasterizācijas algoritms. Šo metožu darbība un efektivitāte tika salīdzināta analizējot datus no grāmatas “Klasifikācija un klasteranalīze izplūdušajā vidē” [1]. Šie dati satur informāciju par pirkuma summu a_S un sesijas ilgumu a_L. Datu kopa satur 20 objektus. Lai atrisinātu pirmo piemēru, tiek izmantoti sākotnējie dati; otrā piemēra risināšanai tiek izmantoti modificētie dati.

Risinot problēmas ar algoritmu KM, abos piemēros es ieguvu 3 iterācijas. Risinot ar FCM algoritmu, pirmajā piemērā es ieguvu 8 iterācijas, bet otrajā piemērā 11 iterācijas. Risinot ar PCM algoritmu, pirmajā piemērā es ieguvu 11 iterācijas, bet otrajā piemērā 32 iterācijas. Risinot ar FPCM algoritmu, pirmajā piemērā es ieguvu 9 iterācijas, bet otrajā piemērā 12 iterācijas. Risinot ar PFCM algoritmu, pirmajā piemērā es ieguvu 8 iterācijas, bet otrajā piemērā 11 iterācijas.

Analizējot pirmo piemēru, varu secināt, ka sakarā ar to, ka visi dati jau no paša sākuma bija “normāli”, kas nozīmē, ka šos datus nebija grūti attiecināt uz konkrētu klasteru, nebija ļoti lielas atšķirības starp KM algoritmu un pārējiem algoritmiem.

Analizējot otro piemēru, varu secināt, ka sakarā ar to, ka daži dati tika modificēti un bija grūti tos attiecināt uz konkrētu klasteru, nestriktas klasterizācijas algoritmi uzrāda labāku veiktspēju nekā KM klasterizācijas algoritms.

Izmantojot dažādas salīdzināšanas metodes kā atdalamības un kompaktuma koeficients, sadalījuma koeficients un sadalījuma entropijas koeficients, man sanāca aprēķināt, ka pirmajam piemēram vislabāk darbojas FCM algoritms; savukārt otrajam piemēram vislabāk darbojas PFCM algoritms, bet vissliktāk darbojas KM algoritms.

Sakarā ar klasterizācijas metodēm parādās arvien vairāk jauni raksti, kur šīs metodes tiek attīstītas tālāk. Ir iespējams izmantot modificētas metodes, kas izmanto šim nolūkam definētas īpašas funkcionālās klases. Šo tēmu ir iespējams attīstīt tālāk, lai redzētu, ko dod šīs modernās modificētās metodes, kas pēdējā laikā arvien biežāk parādās jaunos rakstos.

IZMANTOTĀ LITERATŪRA UN AVOTI

[1] Aleksejeva L., Užga-Rebrovs O., Borisovs A., Klasifikācija un klasteranalīze izplūdušajā vidē, Rīga, RTU izdevniecība, 2012.

[2] Cebeci Z., Yildiz F., Comparison of K-means and fuzzy C-means algorithms on different cluster structures, Journal of Agricultural Informatics, 2015, Vol. 6, No. 3, p. 13-23: https://www.researchgate.net/profile/Mohamed-Mourad-Lafifi/post/Why-there-is-no-difference-in-KFCM-anf-FCM-results-for-clustering/attachment/59d640f579197b807799d159/AS%3A433007623446529%401480248470291/download/Comparison+of+K-Means+and+Fuzzy+C-Means+Algorithms+on+Different+Cluster+Structures.pdf

[3] Chen J., Zhang H., Pi D., Kantardzic M., Yin Q., Liu X., A weight possibilistic fuzzy C-means clustering algorithm, Scientific Programming, 2021, Vol. 2021, p. 1-10: https://www.researchgate.net/journal/Scientific-Programming-1875-919X/publication/352343305_A_Weight_Possibilistic_Fuzzy_C-Means_Clustering_Algorithm/links/616d77b1b90c512662627298/A-Weight-Possibilistic-Fuzzy-C-Means-Clustering-Algorithm.pdf

[4] Dabbura I., K-means clustering - algorithm, applications, evaluation methods, and drawbacks, [angļu valodā], skatīts 09.05.2022: https://imaddabbura.github.io/post/kmeans-clustering/

[5] Ganesan G., Chalam B.S., Simhachalam B., Fuzzy clustering algorithms in medical diagnostics, Wulfenia Journal, 2015, Vol. 22, No. 7, p. 308-317: https://www.researchgate.net/profile/Chalam-B-S/publication/279806430_Fuzzy_Clustering_Algorithms_in_Medical_Diagnostics/links/5669138808ae7dc22ad390b8/Fuzzy-Clustering-Algorithms-in-Medical-Diagnostics.pdf

[6] Grove N., A study of various fuzzy clustering algorithms, International Journal of Engineering Research, 2014, Vol. 3, No. 3, p. 177-181: https://www.researchgate.net/publication/288943313_A_study_of_various_Fuzzy_Clustering_Algorithms/fulltext/569837be08aec79ee32b7a33/A-study-of-various-Fuzzy-Clustering-Algorithms.pdf

[7] Klasteranalīze [krievu valoda], skatīts 15.05.2021: http://statlab.kubsu.ru/sites/project_bank/claster.pdf

[8] Kesemen O., Tezel Ö., Özkul E., Fuzzy C-means clustering algorithm for directional data, Elsevier, 2016, Vol. 58, p. 1-7:
https://ccc.inaoep.mx/~ariel/Fuzzy%20c-means%20clustering%20algorithm%20for%20directional%20data%20(FCM4DD).pdf
[9] Özdemir Ö., Kaya A., Comparison of FCM, PCM, FPCM and PFCM algorithms in clustering methods, Afyon Kocatepe University Journal of Science and Engineering, 2019, Vol. 9, No. 011304, p. 92-102:
https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/718210
[10] Özdemir O., Kaya A., Effect of parameter selection on fuzzy clustering, Journal of Applied Sciences of Mehmet Akif Ersoy University, 2018, Vol. 2, No. 1, p. 22-33:
https://www.researchgate.net/profile/Ozer-Ozdemir-3/publication/324672152_Effect_of_Parameter_Selection_on_Fuzzy_Clustering/links/5cd920bd299bf14d959113db/Effect-of-Parameter-Selection-on-Fuzzy-Clustering.pdf
[11] Pal N. R., Pal K., Keller J. M., Bezdek J. C., A possibilistic fuzzy C-means clustering algorithm, IEEE Transactions On Fuzzy Systems, 2005, Vol. 13, No. 4, p. 517-530:
https://www.researchgate.net/requests/attachment/100427882
[12] Saha A., Das S., On the unification of possibilistic fuzzy clustering: Axiomatic development and convergence analysis, Elsevier, 2018, Vol. 340, p. 73-90:
https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0165011417302804?via%3Dihub
[13] Zahid N., Limouri M., Essaid A., A new cluster-validity for fuzzy clustering, The Journal Of The Pattern Recognition Society, 1999, Vol. 32, p. 1089-1097:
https://www.academia.edu/31567323/A_new_cluster_validity_for_fuzzy_clustering
[14] Zarandi M. H. F., Askari S., Montazerin N., Generalized possibilistic fuzzy C-means with novel cluster validity indices for clustering noisy data, Digital Library, 2017, Vol. 53, No.C, p. 262-283:
https://dl.acm.org/doi/abs/10.1016/j.asoc.2016.12.049

PIELIKUMI

1. pielikums

Iterāciju aprēķinu rezultāti K-vidējo klasterizācijai

I iterācija

3.2. tabula

Sākotnējie centroīdi

k	$\boldsymbol{v_1}(a_S)$	$\boldsymbol{v_1}(a_L)$
1.	-0.600	0.600
2.	0.500	0.800
3.	-0.400	1.000

Attālums no objektiem līdz centroīdiem pēc KM algoritma 1. iterācijas otrajā piemērā

i	Attālumi līdz centroīdiem		
	Nr.1	Nr.2	Nr.3
1	0.7490	**0.4069**	0.5159
2	2.6234	**1.7043**	2.5844
3	**1.5248**	2.1093	1.9466
4	**2.2619**	3.2648	2.6837
5	0.5354	1.2481	**0.3296**
6	**0.1267**	0.9918	0.3940
7	**2.0337**	2.5356	2.4501
8	2.5049	**1.8094**	2.5733
9	1.0367	1.4121	**0.6791**
10	0.5286	1.2066	**0.2903**
11	**1.2674**	1.7863	1.6695
12	0.9325	0.8266	**0.4910**
13	**1.7904**	2.1603	2.1762
14	0.8371	1.5191	**0.6312**
15	**1.3150**	1.6417	1.6726
16	**1.1693**	1.3118	1.4622
17	3.1804	**2.3348**	3.1874
18	**1.5354**	2.1663	1.9648
19	2.4404	**1.6494**	2.4645
20	0.2698	1.0812	**0.2218**

Sākotnējie centroīdi pēc KM algoritma 1. iterācijas otrajā piemērā

k	$\boldsymbol{v_1}(a_S)$	$\boldsymbol{v_1}(a_L)$
1.	-0.6819	-0.7214
2.	1.5028	-0.2046
3.	-0.5962	1.2525

II iterācija

Attālums no objektiem līdz centroīdiem pēc KM algoritma 2. iterācijas otrajā piemērā

i	Attālumi līdz centroīdiem		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
1	1.7718	1.7673	**0.7940**
2	2.6564	**0.4134**	2.8760
3	**0.2024**	2.3360	2.1761
4	**1.6054**	3.8449	2.7456
5	1.8465	2.5772	**0.1676**
6	1.3505	2.1392	**0.6511**
7	**0.7100**	2.5256	2.6857
8	2.2446	**0.4642**	2.8870
9	2.3578	2.8233	**0.3858**
10	1.8465	2.5405	**0.1435**
11	**0.1696**	2.0765	1.9189
12	2.1834	2.2461	**0.5230**
13	**0.5496**	2.1124	2.4387
14	2.1131	2.8816	**0.3332**
15	**0.4445**	1.8036	1.9501
16	**0.7419**	1.5256	1.7622
17	3.0004	**0.9362**	3.4885
18	**0.2402**	2.4276	2.1837
19	2.3250	**0.2366**	2.7715
20	1.5937	2.3423	**0.3839**

Sākotnējie centroīdi pēc KM algoritma 2. iterācijas otrajā piemērā

k	$v_1(a_S)$	$v_1(a_L)$
1.	-0.7079	-0.8883
2.	1.8538	-0.4730
3.	-0.4940	1.1246

Iterāciju aprēķinu rezultāti C-vidējo klasterizācijai

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 2. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.4376	1.2337	1.1428	0.7859	0.0989	0.1152	0.2222	0.1084	0.1138
2	2.2500	2.0204	1.9606	0.2811	0.3486	0.3702	0.0361	0.0118	0.0243
3	1.5704	0.8452	0.9418	0.1383	0.4773	0.3844	0.0918	0.0741	0.0177
4	2.5383	2.2508	2.3248	0.2887	0.3672	0.3441	0.0184	0.0144	0.0040
5	0.7398	1.5940	1.5388	0.6913	0.1489	0.1598	0.2200	0.1107	0.1093
6	0.2595	1.0328	0.9772	0.8821	0.0557	0.0622	0.2996	0.1471	0.1525
7	2.0571	1.2408	1.3403	0.1638	0.4503	0.3859	0.0852	0.0624	0.0228
8	2.1656	1.6897	1.6556	0.2297	0.3773	0.3930	0.0616	0.0255	0.0361
9	1.1477	2.0570	1.9913	0.6085	0.1894	0.2021	0.1672	0.0851	0.0821
10	0.7122	1.5781	1.5208	0.7027	0.1431	0.1541	0.2260	0.1135	0.1125
11	1.2696	0.5289	0.6231	0.0916	0.5279	0.3804	0.1041	0.0985	0.0056
12	0.8225	1.7289	1.6454	0.6774	0.1533	0.1693	0.1981	0.0994	0.0987
13	1.7506	0.8717	0.9687	0.1205	0.4860	0.3935	0.1039	0.0823	0.0216
14	1.0629	1.9076	1.8558	0.6103	0.1895	0.2002	0.1719	0.0875	0.0844
15	1.2330	0.3470	0.4459	0.0470	0.5935	0.3595	0.1193	0.1456	0.0263
16	0.9990	0.1073	0.1485	0.0075	0.6520	0.3405	0.1024	0.1667	0.0643
17	2.8201	2.4365	2.3961	0.2685	0.3597	0.3719	0.0413	0.0170	0.0243
18	1.6037	0.9183	1.0130	0.1525	0.4652	0.3823	0.0853	0.0670	0.0183
19	2.0836	1.7210	1.6727	0.2489	0.3649	0.3862	0.0526	0.0196	0.0330
20	0.4698	1.3095	1.2535	0.7879	0.1014	0.1107	0.2725	0.1354	0.1371

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 3. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.4651	1.5103	1.4237	0.8322	0.0789	0.0888	0.0463	0.0199	0.0264
2	2.5041	2.0544	1.8535	0.2320	0.3446	0.4234	0.0492	0.0040	0.0532
3	1.8396	0.6988	0.9018	0.0827	0.5732	0.3441	0.0556	0.0959	0.0403
4	2.6273	2.2089	2.4064	0.2772	0.3923	0.3305	0.0114	0.0251	0.0137
5	0.4155	1.8612	1.8642	0.9095	0.0453	0.0452	0.2182	0.1036	0.1146
6	0.2927	1.3024	1.3027	0.9083	0.0459	0.0459	0.0262	0.0098	0.0164
7	2.3407	1.0127	1.1923	0.0981	0.5239	0.3780	0.0657	0.0736	0.0079
8	2.4737	1.6476	1.4626	0.1635	0.3686	0.4678	0.0662	0.0086	0.0748
9	0.7988	2.3324	2.3128	0.8087	0.0948	0.0965	0.2002	0.0946	0.1057
10	0.3812	1.8473	1.8459	0.9215	0.0392	0.0393	0.2187	0.1039	0.1148
11	1.5579	0.4381	0.6352	0.0509	0.6431	0.3060	0.0408	0.1152	0.0744
12	0.5671	2.0100	1.9443	0.8586	0.0684	0.0731	0.1812	0.0850	0.0962
13	2.0610	0.6172	0.7830	0.0524	0.5845	0.3631	0.0681	0.0985	0.0304
14	0.7312	2.1704	2.1813	0.8158	0.0926	0.0917	0.2054	0.0969	0.1085
15	1.5551	0.1596	0.3618	0.0087	0.8297	0.1615	0.0383	0.2362	0.1979
16	1.3423	0.2338	0.1841	0.0115	0.3784	0.6101	0.0040	0.2736	0.2697
17	3.0993	2.4035	2.2172	0.2166	0.3602	0.4232	0.0519	0.0005	0.0514
18	1.8606	0.7871	0.9904	0.0988	0.5523	0.3489	0.0537	0.0871	0.0334
19	2.3719	1.7215	1.5254	0.1881	0.3571	0.4548	0.0608	0.0078	0.0686

20	0.2137	1.5782	1.5789	0.9646	0.0177	0.0177	0.1768	0.0837	0.0930

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 4. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.5824	1.6808	1.5405	0.7918	0.0951	0.1132	0.0405	0.0161	0.0243
2	2.6517	2.1973	1.5890	0.1908	0.2779	0.5314	0.0412	0.0668	0.1080
3	1.9649	0.5465	1.1560	0.0595	0.7687	0.1718	0.0232	0.1955	0.1723
4	2.6613	2.0883	2.6905	0.2776	0.4508	0.2716	0.0003	0.0586	0.0589
5	0.2623	1.9795	2.0842	0.9677	0.0170	0.0153	0.0582	0.0283	0.0298
6	0.4149	1.4280	1.5296	0.8636	0.0729	0.0635	0.0447	0.0270	0.0177
7	2.4707	0.8243	1.3588	0.0752	0.6760	0.2488	0.0228	0.1521	0.1293
8	2.6380	1.7572	1.1612	0.1188	0.2678	0.6133	0.0447	0.1008	0.1455
9	0.6334	2.4635	2.5034	0.8848	0.0585	0.0567	0.0761	0.0363	0.0398
10	0.2230	1.9688	2.0618	0.9761	0.0125	0.0114	0.0546	0.0267	0.0279
11	1.6938	0.3527	0.9233	0.0365	0.8409	0.1227	0.0144	0.1977	0.1833
12	0.5126	2.1690	2.0801	0.8956	0.0500	0.0544	0.0370	0.0183	0.0187
13	2.2055	0.4298	0.9406	0.0305	0.8021	0.1675	0.0219	0.2176	0.1956
14	0.5657	2.2809	2.4062	0.8954	0.0551	0.0495	0.0797	0.0375	0.0422
15	1.7070	0.1315	0.6424	0.0057	0.9543	0.0400	0.0031	0.1246	0.1216
16	1.5062	0.4192	0.4714	0.0415	0.5353	0.4233	0.0300	0.1569	0.1869
17	3.2543	2.5119	1.9171	0.1799	0.3019	0.5183	0.0367	0.0583	0.0950
18	1.9799	0.6401	1.2494	0.0765	0.7316	0.1920	0.0224	0.1793	0.1569
19	2.5307	1.8519	1.2429	0.1426	0.2663	0.5911	0.0455	0.0908	0.1363
20	0.1975	1.7005	1.8006	0.9751	0.0132	0.0117	0.0105	0.0045	0.0059

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 5. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.6360	1.7882	1.7672	0.7962	0.1007	0.1031	0.0044	0.0056	0.0101
2	2.7100	2.4213	0.8318	0.0777	0.0974	0.8249	0.1131	0.1805	0.2936
3	2.0075	0.3226	1.9335	0.0245	0.9491	0.0264	0.0350	0.1804	0.1454
4	2.6691	1.8695	3.4701	0.2755	0.5615	0.1630	0.0021	0.1107	0.1086
5	0.2084	1.9936	2.5062	0.9825	0.0107	0.0068	0.0148	0.0063	0.0085
6	0.4634	1.4607	2.0075	0.8666	0.0872	0.0462	0.0030	0.0143	0.0173
7	2.5147	0.6564	2.0818	0.0584	0.8565	0.0852	0.0169	0.1805	0.1636
8	2.7003	1.9773	0.4100	0.0216	0.0403	0.9381	0.0972	0.2275	0.3247
9	0.5766	2.4929	2.8267	0.9132	0.0488	0.0380	0.0283	0.0096	0.0187
10	0.1670	1.9876	2.4741	0.9885	0.0070	0.0045	0.0125	0.0055	0.0069
11	1.7407	0.2146	1.7006	0.0147	0.9698	0.0154	0.0217	0.1289	0.1072
12	0.5135	2.2487	2.2929	0.9072	0.0473	0.0455	0.0116	0.0027	0.0089
13	2.2553	0.3316	1.6745	0.0204	0.9427	0.0370	0.0101	0.1406	0.1305
14	0.5039	2.2810	2.8248	0.9254	0.0452	0.0294	0.0300	0.0099	0.0201
15	1.7601	0.2457	1.4206	0.0186	0.9529	0.0285	0.0129	0.0014	0.0115
16	1.5644	0.5912	1.1891	0.1027	0.7195	0.1778	0.0613	0.1842	0.2455
17	3.3143	2.7310	1.1519	0.0930	0.1370	0.7700	0.0869	0.1649	0.2517
18	2.0202	0.4166	2.0277	0.0392	0.9219	0.0389	0.0372	0.1903	0.1531
19	2.5918	2.0755	0.4655	0.0298	0.0465	0.9237	0.1128	0.2198	0.3326
20	0.2203	1.7238	2.2449	0.9747	0.0159	0.0094	0.0004	0.0028	0.0024

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 6. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.6763	1.8850	2.1159	0.8124	0.1046	0.0830	0.0162	0.0039	0.0201
2	2.7520	2.6021	0.3679	0.0172	0.0193	0.9635	0.0605	0.0781	0.1386
3	2.0321	0.1416	2.4949	0.0048	0.9920	0.0032	0.0197	0.0429	0.0232
4	2.6686	1.6923	4.0335	0.2548	0.6336	0.1115	0.0207	0.0721	0.0514
5	0.1710	2.0170	2.9164	0.9895	0.0071	0.0034	0.0070	0.0036	0.0034
6	0.4944	1.5053	2.4610	0.8709	0.0940	0.0352	0.0043	0.0067	0.0110
7	2.5403	0.5562	2.6197	0.0439	0.9149	0.0412	0.0145	0.0584	0.0439
8	2.7435	2.1566	0.2566	0.0086	0.0138	0.9776	0.0131	0.0265	0.0395
9	0.5422	2.5249	3.1747	0.9300	0.0429	0.0271	0.0168	0.0060	0.0109
10	0.1285	2.0149	2.8805	0.9940	0.0040	0.0020	0.0055	0.0029	0.0025
11	1.7687	0.2315	2.2638	0.0167	0.9732	0.0102	0.0019	0.0033	0.0053
12	0.5250	2.3215	2.6002	0.9158	0.0468	0.0373	0.0086	0.0005	0.0082
13	2.2854	0.3562	2.2205	0.0231	0.9524	0.0245	0.0028	0.0097	0.0125
14	0.4608	2.2909	3.2243	0.9426	0.0381	0.0192	0.0172	0.0070	0.0102
15	1.7929	0.4085	1.9839	0.0474	0.9138	0.0387	0.0289	0.0391	0.0102
16	1.6016	0.7478	1.7440	0.1555	0.7133	0.1312	0.0528	0.0061	0.0467
17	3.3570	2.9096	0.6146	0.0311	0.0414	0.9275	0.0619	0.0956	0.1575
18	2.0431	0.2361	2.5894	0.0131	0.9788	0.0081	0.0261	0.0569	0.0308
19	2.6348	2.2565	0.1295	0.0024	0.0033	0.9943	0.0274	0.0432	0.0706
20	0.2387	1.7573	2.6746	0.9743	0.0180	0.0078	0.0004	0.0021	0.0016

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 7. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.6796	1.9170	2.1708	0.8172	0.1027	0.0801	0.0048	0.0019	0.0029
2	2.7559	2.6515	0.3312	0.0140	0.0151	0.9708	0.0032	0.0041	0.0073
3	2.0390	0.0925	2.5707	0.0021	0.9967	0.0013	0.0028	0.0047	0.0019
4	2.6734	1.6452	4.1095	0.2461	0.6498	0.1041	0.0087	0.0161	0.0074
5	0.1695	2.0304	2.9765	0.9899	0.0069	0.0032	0.0004	0.0002	0.0002
6	0.5015	1.5250	2.5263	0.8714	0.0942	0.0343	0.0006	0.0003	0.0008
7	2.5472	0.5323	2.6928	0.0403	0.9236	0.0361	0.0035	0.0087	0.0052
8	2.7486	2.2049	0.3166	0.0128	0.0199	0.9672	0.0043	0.0061	0.0104
9	0.5352	2.5401	3.2273	0.9329	0.0414	0.0257	0.0029	0.0015	0.0015
10	0.1267	2.0293	2.9402	0.9943	0.0039	0.0018	0.0003	0.0002	0.0001
11	1.7757	0.2623	2.3399	0.0211	0.9668	0.0121	0.0044	0.0064	0.0020
12	0.5220	2.3472	2.6492	0.9189	0.0455	0.0357	0.0030	0.0014	0.0017
13	2.2924	0.3741	2.2946	0.0253	0.9495	0.0252	0.0022	0.0029	0.0007
14	0.4559	2.3004	3.2828	0.9447	0.0371	0.0182	0.0020	0.0010	0.0010
15	1.8000	0.4565	2.0600	0.0578	0.8981	0.0441	0.0103	0.0157	0.0054
16	1.6084	0.7941	1.8195	0.1699	0.6973	0.1328	0.0144	0.0161	0.0016
17	3.3614	2.9575	0.5454	0.0248	0.0321	0.9431	0.0063	0.0093	0.0156
18	2.0499	0.1878	2.6652	0.0083	0.9868	0.0049	0.0048	0.0080	0.0032
19	2.6395	2.3056	0.1965	0.0055	0.0072	0.9874	0.0031	0.0039	0.0070
20	0.2454	1.7738	2.7371	0.9735	0.0186	0.0078	0.0007	0.0007	0.0001

Iterāciju aprēķinu rezultāti nestrikta iespējamību C-vidējo klasterizācijai

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 1. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.1539	0.0456	0.0581	0.5965	0.1881	0.2154	0.3601	0.1793	0.1808
2	0.0104	0.0104	0.0121	0.3137	0.3344	0.3519	0.2826	0.0709	0.2117
3	0.0228	0.0409	0.0395	0.2192	0.4178	0.3630	0.0841	0.0315	0.0526
4	0.0074	0.0081	0.0085	0.3039	0.3585	0.3376	0.0957	0.0156	0.1113
5	0.0513	0.0243	0.0280	0.4935	0.2489	0.2576	0.3549	0.1163	0.2386
6	0.2609	0.0724	0.0849	0.6221	0.1839	0.1939	0.2580	0.0583	0.3163
7	0.0129	0.0200	0.0203	0.2401	0.3978	0.3621	0.0017	0.0206	0.0189
8	0.0117	0.0135	0.0156	0.2853	0.3508	0.3639	0.1668	0.0013	0.1681
9	0.0248	0.0135	0.0157	0.4580	0.2657	0.2763	0.4361	0.2968	0.1393
10	0.0542	0.0250	0.0289	0.4998	0.2453	0.2549	0.1787	0.0108	0.1679
11	0.0375	0.0868	0.0790	0.1825	0.4497	0.3678	0.0589	0.1283	0.1871
12	0.0453	0.0203	0.0244	0.5016	0.2398	0.2586	0.0921	0.0610	0.1531
13	0.0188	0.0343	0.0341	0.2137	0.4151	0.3711	0.0084	0.0499	0.0415
14	0.0285	0.0159	0.0181	0.4547	0.2693	0.2760	0.3368	0.1435	0.1933
15	0.0424	0.1215	0.1102	0.1530	0.4666	0.3804	0.0417	0.1341	0.1758
16	0.0739	0.3509	0.3177	0.0983	0.4971	0.4046	0.0476	0.2381	0.1905
17	0.0065	0.0068	0.0079	0.3059	0.3416	0.3525	0.2172	0.1070	0.1102
18	0.0215	0.0366	0.0356	0.2276	0.4122	0.3603	0.0981	0.0905	0.0075
19	0.0125	0.0136	0.0159	0.2963	0.3434	0.3603	0.0438	0.1019	0.1456
20	0.1027	0.0393	0.0457	0.5453	0.2224	0.2323	0.1300	0.0317	0.0983

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 2. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.1338	0.0051	0.0078	0.5965	0.1881	0.2154	0.2110	0.1006	0.1104
2	0.0045	0.0020	0.0029	0.2733	0.3449	0.3818	0.0404	0.0105	0.0299
3	0.0091	0.0128	0.0121	0.1257	0.5043	0.3700	0.0935	0.0865	0.0070
4	0.0037	0.0017	0.0020	0.2858	0.3749	0.3393	0.0180	0.0164	0.0016
5	0.0507	0.0031	0.0043	0.7326	0.1291	0.1383	0.2391	0.1198	0.1194
6	0.4404	0.0072	0.0104	0.9095	0.0428	0.0476	0.2874	0.1411	0.1463
7	0.0054	0.0058	0.0061	0.1513	0.4689	0.3798	0.0888	0.0711	0.0177
8	0.0049	0.0029	0.0041	0.2188	0.3740	0.4072	0.0665	0.0231	0.0434
9	0.0200	0.0019	0.0026	0.6414	0.1732	0.1854	0.1834	0.0925	0.0909
10	0.0552	0.0032	0.0044	0.7448	0.1229	0.1322	0.2450	0.1224	0.1226
11	0.0137	0.0343	0.0275	0.0795	0.5679	0.3526	0.1030	0.1181	0.0152
12	0.0396	0.0026	0.0038	0.7121	0.1357	0.1522	0.2106	0.1041	0.1064
13	0.0073	0.0122	0.0119	0.1067	0.5096	0.3837	0.1070	0.0945	0.0126
14	0.0234	0.0022	0.0030	0.6444	0.1732	0.1824	0.1897	0.0961	0.0936
15	0.0144	0.0922	0.0576	0.0355	0.6504	0.3142	0.1175	0.1838	0.0663
16	0.0214	0.7913	0.8168	0.0052	0.5530	0.4418	0.0931	0.0559	0.0371
17	0.0029	0.0014	0.0019	0.2604	0.3578	0.3817	0.0455	0.0163	0.0292
18	0.0088	0.0107	0.0104	0.1405	0.4901	0.3694	0.0870	0.0779	0.0092
19	0.0052	0.0028	0.0040	0.2389	0.3608	0.4004	0.0574	0.0173	0.0401

20	0.1355	0.0046	0.0064	0.8320	0.0804	0.0876	0.2867	0.1420	0.1447

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 3. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.5824	1.6808	1.5405	0.7918	0.0951	0.1132	0.0405	0.0161	0.0243
2	2.6517	2.1973	1.5890	0.1908	0.2779	0.5314	0.0412	0.0668	0.1080
3	1.9649	0.5465	1.1560	0.0595	0.7687	0.1718	0.0232	0.1955	0.1723
4	2.6613	2.0883	2.6905	0.2776	0.4508	0.2716	0.0003	0.0586	0.0589
5	0.2623	1.9795	2.0842	0.9677	0.0170	0.0153	0.0582	0.0283	0.0298
6	0.4149	1.4280	1.5296	0.8636	0.0729	0.0635	0.0447	0.0270	0.0177
7	2.4707	0.8243	1.3588	0.0752	0.6760	0.2488	0.0228	0.1521	0.1293
8	2.6380	1.7572	1.1612	0.1188	0.2678	0.6133	0.0447	0.1008	0.1455
9	0.6334	2.4635	2.5034	0.8848	0.0585	0.0567	0.0761	0.0363	0.0398
10	0.2230	1.9688	2.0618	0.9761	0.0125	0.0114	0.0546	0.0267	0.0279
11	1.6938	0.3527	0.9233	0.0365	0.8409	0.1227	0.0144	0.1977	0.1833
12	0.5126	2.1690	2.0801	0.8956	0.0500	0.0544	0.0370	0.0183	0.0187
13	2.2055	0.4298	0.9406	0.0305	0.8021	0.1675	0.0219	0.2176	0.1956
14	0.5657	2.2809	2.4062	0.8954	0.0551	0.0495	0.0797	0.0375	0.0422
15	1.7070	0.1315	0.6424	0.0057	0.9543	0.0400	0.0031	0.1246	0.1216
16	1.5062	0.4192	0.4714	0.0415	0.5353	0.4233	0.0300	0.1569	0.1869
17	3.2543	2.5119	1.9171	0.1799	0.3019	0.5183	0.0367	0.0583	0.0950
18	1.9799	0.6401	1.2494	0.0765	0.7316	0.1920	0.0224	0.1793	0.1569
19	2.5307	1.8519	1.2429	0.1426	0.2663	0.5911	0.0455	0.0908	0.1363
20	0.1975	1.7005	1.8006	0.9751	0.0132	0.0117	0.0105	0.0045	0.0059

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 4. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.0635	0.0052	0.0108	0.8159	0.0849	0.0993	0.0084	0.0027	0.0057
2	0.0024	0.0028	0.0064	0.2262	0.3380	0.4358	0.0471	0.0069	0.0540
3	0.0044	0.0257	0.0242	0.0813	0.5989	0.3198	0.0444	0.0946	0.0502
4	0.0022	0.0025	0.0036	0.2781	0.3987	0.3231	0.0077	0.0238	0.0161
5	0.1009	0.0035	0.0062	0.9199	0.0400	0.0401	0.1873	0.0892	0.0982
6	0.1643	0.0071	0.0127	0.9012	0.0492	0.0497	0.0084	0.0064	0.0020
7	0.0027	0.0119	0.0140	0.0979	0.5414	0.3607	0.0534	0.0725	0.0191
8	0.0024	0.0043	0.0102	0.1592	0.3599	0.4809	0.0596	0.0141	0.0736
9	0.0252	0.0022	0.0040	0.8170	0.0902	0.0927	0.1757	0.0830	0.0927
10	0.1216	0.0035	0.0063	0.9315	0.0341	0.0344	0.1867	0.0888	0.0978
11	0.0061	0.0676	0.0479	0.0486	0.6787	0.2728	0.0310	0.1108	0.0798
12	0.0478	0.0030	0.0057	0.8593	0.0672	0.0735	0.1472	0.0685	0.0786
13	0.0035	0.0323	0.0316	0.0523	0.6098	0.3379	0.0544	0.1002	0.0458
14	0.0306	0.0026	0.0045	0.8264	0.0870	0.0865	0.1820	0.0862	0.0959
15	0.0061	0.5870	0.1366	0.0072	0.8770	0.1158	0.0282	0.2266	0.1984
16	0.0081	0.2076	0.6329	0.0112	0.3622	0.6266	0.0060	0.1908	0.1848
17	0.0015	0.0020	0.0044	0.2127	0.3551	0.4322	0.0477	0.0028	0.0505
18	0.0043	0.0202	0.0202	0.0975	0.5754	0.3271	0.0430	0.0854	0.0423
19	0.0026	0.0040	0.0094	0.1827	0.3484	0.4689	0.0562	0.0124	0.0685
20	0.3997	0.0048	0.0086	0.9703	0.0148	0.0149	0.1383	0.0656	0.0726

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 5. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.0331	0.0033	0.0278	0.7782	0.0971	0.1247	0.0376	0.0122	0.0254
2	0.0016	0.0019	0.0244	0.1901	0.2713	0.5385	0.0361	0.0667	0.1027
3	0.0030	0.0352	0.0453	0.0543	0.7903	0.1553	0.0270	0.1914	0.1644
4	0.0017	0.0022	0.0085	0.2744	0.4580	0.2677	0.0038	0.0592	0.0555
5	0.1837	0.0024	0.0148	0.9692	0.0159	0.0149	0.0493	0.0240	0.0252
6	0.0675	0.0047	0.0280	0.8582	0.0740	0.0679	0.0430	0.0248	0.0182
7	0.0019	0.0143	0.0318	0.0740	0.6905	0.2355	0.0239	0.1491	0.1252
8	0.0017	0.0029	0.0444	0.1209	0.2641	0.6150	0.0383	0.0958	0.1341
9	0.0294	0.0016	0.0102	0.8832	0.0583	0.0585	0.0661	0.0319	0.0342
10	0.2574	0.0024	0.0152	0.9774	0.0116	0.0110	0.0459	0.0225	0.0234
11	0.0041	0.0923	0.0727	0.0305	0.8654	0.1041	0.0181	0.1867	0.1687
12	0.0430	0.0020	0.0149	0.8896	0.0514	0.0589	0.0304	0.0157	0.0146
13	0.0024	0.0521	0.0654	0.0299	0.8142	0.1559	0.0224	0.2043	0.1820
14	0.0376	0.0018	0.0110	0.8957	0.0542	0.0501	0.0693	0.0329	0.0364
15	0.0040	0.6978	0.1504	0.0044	0.9639	0.0317	0.0028	0.0869	0.0840
16	0.0051	0.0506	0.3203	0.0395	0.4887	0.4718	0.0283	0.1265	0.1547
17	0.0011	0.0014	0.0164	0.1815	0.2984	0.5201	0.0311	0.0567	0.0878
18	0.0030	0.0252	0.0389	0.0710	0.7522	0.1768	0.0265	0.1767	0.1503
19	0.0018	0.0026	0.0395	0.1430	0.2599	0.5971	0.0397	0.0884	0.1282
20	0.3171	0.0033	0.0200	0.9757	0.0126	0.0117	0.0054	0.0022	0.0032

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 6. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.0157	0.0028	0.0019	0.8089	0.1060	0.0851	0.0227	0.0041	0.0267
2	0.0010	0.0014	0.0577	0.0187	0.0211	0.9602	0.0700	0.0905	0.1605
3	0.0018	0.4266	0.0014	0.0055	0.9908	0.0037	0.0192	0.0445	0.0253
4	0.0010	0.0034	0.0005	0.2565	0.6299	0.1136	0.0173	0.0734	0.0561
5	0.2584	0.0024	0.0010	0.9898	0.0069	0.0033	0.0071	0.0035	0.0036
6	0.0297	0.0043	0.0014	0.8698	0.0944	0.0357	0.0075	0.0067	0.0142
7	0.0011	0.0306	0.0013	0.0450	0.9118	0.0432	0.0143	0.0639	0.0496
8	0.0010	0.0021	0.1516	0.0073	0.0119	0.9808	0.0239	0.0464	0.0703
9	0.0246	0.0015	0.0009	0.9294	0.0431	0.0275	0.0183	0.0060	0.0124
10	0.4639	0.0024	0.0010	0.9942	0.0038	0.0019	0.0054	0.0028	0.0026
11	0.0023	0.1947	0.0017	0.0156	0.9747	0.0098	0.0020	0.0040	0.0060
12	0.0259	0.0018	0.0013	0.9139	0.0477	0.0383	0.0112	0.0007	0.0105
13	0.0014	0.0767	0.0018	0.0232	0.9517	0.0251	0.0017	0.0158	0.0175
14	0.0345	0.0019	0.0008	0.9427	0.0379	0.0193	0.0183	0.0069	0.0113
15	0.0023	0.0614	0.0022	0.0453	0.9167	0.0380	0.0277	0.0351	0.0074
16	0.0028	0.0179	0.0029	0.1518	0.7158	0.1324	0.0538	0.0129	0.0666
17	0.0006	0.0012	0.0207	0.0336	0.0450	0.9214	0.0705	0.1086	0.1791
18	0.0017	0.1619	0.0013	0.0141	0.9770	0.0090	0.0252	0.0586	0.0334
19	0.0010	0.0019	0.7473	0.0016	0.0022	0.9961	0.0383	0.0603	0.0986
20	0.1292	0.0032	0.0012	0.9744	0.0178	0.0078	0.0001	0.0021	0.0021

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 7. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.0148	0.0015	0.0036	0.8128	0.1041	0.0830	0.0040	0.0019	0.0020
2	0.0009	0.0008	0.1458	0.0143	0.0155	0.9702	0.0044	0.0056	0.0100
3	0.0017	0.6474	0.0025	0.0021	0.9966	0.0013	0.0034	0.0058	0.0024
4	0.0010	0.0021	0.0010	0.2463	0.6484	0.1053	0.0102	0.0184	0.0083
5	0.2611	0.0014	0.0019	0.9906	0.0064	0.0030	0.0007	0.0005	0.0003
6	0.0275	0.0024	0.0026	0.8701	0.0947	0.0352	0.0003	0.0002	0.0005
7	0.0011	0.0196	0.0023	0.0406	0.9225	0.0370	0.0044	0.0106	0.0062
8	0.0009	0.0011	0.1822	0.0115	0.0179	0.9706	0.0042	0.0060	0.0102
9	0.0244	0.0009	0.0016	0.9328	0.0413	0.0259	0.0034	0.0018	0.0016
10	0.4796	0.0014	0.0019	0.9948	0.0035	0.0017	0.0005	0.0003	0.0002
11	0.0022	0.0824	0.0031	0.0208	0.9669	0.0123	0.0052	0.0077	0.0025
12	0.0250	0.0010	0.0024	0.9166	0.0463	0.0370	0.0027	0.0014	0.0013
13	0.0013	0.0396	0.0032	0.0254	0.9486	0.0260	0.0023	0.0031	0.0008
14	0.0342	0.0011	0.0015	0.9455	0.0364	0.0181	0.0028	0.0016	0.0012
15	0.0021	0.0269	0.0040	0.0574	0.8976	0.0451	0.0121	0.0192	0.0070
16	0.0027	0.0089	0.0051	0.1685	0.6953	0.1362	0.0167	0.0205	0.0039
17	0.0006	0.0006	0.0496	0.0272	0.0353	0.9374	0.0063	0.0097	0.0161
18	0.0017	0.1581	0.0023	0.0083	0.9867	0.0050	0.0058	0.0097	0.0039
19	0.0010	0.0011	0.5813	0.0040	0.0052	0.9908	0.0024	0.0030	0.0054
20	0.1163	0.0018	0.0022	0.9735	0.0185	0.0079	0.0008	0.0007	0.0001

Pirmā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 8. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.0151	0.0011	0.0039	0.8153	0.1027	0.0820	0.0025	0.0014	0.0011
2	0.0009	0.0006	0.1672	0.0139	0.0149	0.9713	0.0004	0.0006	0.0010
3	0.0017	0.7216	0.0028	0.0014	0.9977	0.0009	0.0007	0.0011	0.0005
4	0.0010	0.0016	0.0011	0.2431	0.6536	0.1033	0.0032	0.0052	0.0020
5	0.2608	0.0010	0.0021	0.9904	0.0065	0.0031	0.0001	0.0001	0.0000
6	0.0280	0.0018	0.0029	0.8711	0.0940	0.0349	0.0010	0.0007	0.0003
7	0.0011	0.0151	0.0025	0.0393	0.9253	0.0354	0.0013	0.0028	0.0015
8	0.0009	0.0008	0.1884	0.0124	0.0190	0.9687	0.0009	0.0010	0.0019
9	0.0249	0.0006	0.0018	0.9334	0.0410	0.0257	0.0006	0.0003	0.0003
10	0.4760	0.0010	0.0021	0.9947	0.0036	0.0017	0.0001	0.0001	0.0000
11	0.0022	0.0556	0.0034	0.0229	0.9638	0.0133	0.0021	0.0031	0.0011
12	0.0257	0.0008	0.0026	0.9179	0.0457	0.0364	0.0013	0.0007	0.0006
13	0.0013	0.0286	0.0035	0.0262	0.9474	0.0264	0.0008	0.0012	0.0005
14	0.0347	0.0008	0.0017	0.9456	0.0363	0.0180	0.0001	0.0000	0.0001
15	0.0022	0.0186	0.0043	0.0614	0.8912	0.0475	0.0040	0.0064	0.0024
16	0.0027	0.0064	0.0056	0.1738	0.6880	0.1381	0.0054	0.0173	0.0019
17	0.0006	0.0005	0.0584	0.0259	0.0332	0.9409	0.0013	0.0021	0.0035
18	0.0017	0.1415	0.0026	0.0069	0.9889	0.0041	0.0014	0.0023	0.0009
19	0.0010	0.0008	0.5408	0.0048	0.0062	0.9891	0.0008	0.0009	0.0017
20	0.1173	0.0013	0.0025	0.9735	0.0186	0.0079	0.0000	0.0000	0.0000

Iterāciju aprēķinu rezultāti K-vidējo klasterizācijai

I iterācija

Attālums no objektiem līdz centroīdiem pēc KM algoritma 1. iterācijas otrā piemēra

i	Attālumi līdz centroīdiem		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
1	0.7490	**0.4069**	0.5159
2	2.6234	**1.7043**	2.5844
3	1.5214	**0.9450**	1.5961
4	**2.2619**	3.2648	2.6837
5	1.1644	**0.5581**	1.1828
6	**0.1267**	0.9918	0.3940
7	**2.0337**	2.5356	2.4501
8	2.5049	**1.8094**	2.5733
9	1.0367	1.4121	**0.6791**
10	**0.5617**	1.0640	0.8881
11	**1.2674**	1.7863	1.6695
12	0.9325	0.8266	**0.4910**
13	**1.7904**	2.1603	2.1762
14	0.8371	1.5191	**0.6312**
15	**1.3150**	1.6417	1.6726
16	**1.1693**	1.3118	1.4622
17	3.1804	**2.3348**	3.1874
18	**1.5354**	2.1663	1.9648
19	2.4404	**1.6494**	2.4645
20	0.2698	1.0812	**0.2218**

Centroīdi pēc 1. iterācijas pēc KM algoritma 2. iterācijas otrā piemēra

k	$\boldsymbol{v_3(a'_S)}$	$\boldsymbol{v_3(a'_L)}$
1.	-0.6368	-0.6063
2.	1.2523	-0.1277
3.	-0.5525	1.3163

II iterācija

Attālums no objektiem līdz centroīdiem pēc KM algoritma 2. iterācijas otrā piemēra

i	Attālumi līdz centroīdiem		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
1	1.6486	1.5243	**0.7903**
2	2.5898	**0.6612**	2.8701
3	1.4663	**0.5085**	1.9297
4	**1.6680**	3.6152	2.8228

5	1.4248	**0.8311**	1.5096
6	1.2301	1.8785	**0.7077**
7	**0.8275**	2.3515	2.7515
8	2.1996	**0.6202**	2.8977
9	2.2423	2.5853	**0.3309**
10	**0.7907**	1.5861	1.2236
11	**0.1289**	1.8539	1.9815
12	2.0605	2.0180	**0.4679**
13	**0.6278**	1.9340	2.4988
14	2.0042	2.6311	**0.3572**
15	**0.4001**	1.5870	2.0056
16	**0.6581**	1.2923	1.8089
17	2.9554	**1.1935**	3.4879
18	**0.3618**	2.2158	2.2519
19	2.2674	**0.4646**	2.7758
20	1.4764	2.0850	**0.4481**

Centroīdi pēc 2. iterācijas pēc KM algoritma 2. iterācijas otrā piemēra

k	$\boldsymbol{v_3(a'_S)}$	$\boldsymbol{v_3(a'_L)}$
1.	-0.6571	-0.7588
2.	1.4445	-0.2938
3.	-0.4308	1.1245

Iterāciju aprēķinu rezultāti C-vidējo klasterizācijai

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 2. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.5771	0.9679	0.9918	0.5903	0.2098	0.1999	0.3539	0.1576	0.1963
2	2.0050	1.8400	1.8471	0.2971	0.3528	0.3501	0.2992	0.0893	0.2099
3	0.8885	0.6703	0.6779	0.2235	0.3926	0.3839	0.0799	0.0063	0.0736
4	2.5520	2.4883	2.4734	0.3209	0.3375	0.3416	0.0787	0.0366	0.1153
5	0.5502	0.5518	0.5726	0.3428	0.3407	0.3165	0.2043	0.0245	0.1798
6	0.5317	0.8981	0.9123	0.5917	0.2074	0.2010	0.2275	0.0818	0.3093
7	1.8629	1.5433	1.5191	0.2525	0.3679	0.3797	0.0106	0.0093	0.0013
8	1.8730	1.5923	1.5913	0.2653	0.3671	0.3676	0.1868	0.0149	0.1719
9	1.4568	1.8750	1.8940	0.4555	0.2750	0.2695	0.4337	0.2875	0.1461
10	0.3372	0.4441	0.4495	0.4675	0.2695	0.2631	0.1464	0.0133	0.1597
11	1.0871	0.8221	0.8004	0.2177	0.3807	0.4016	0.0940	0.0592	0.1533
12	1.0727	1.4876	1.5102	0.4939	0.2569	0.2492	0.0845	0.0780	0.1625
13	1.5218	1.1664	1.1416	0.2233	0.3801	0.3967	0.0011	0.0148	0.0160
14	1.3776	1.7727	1.7883	0.4551	0.2748	0.2701	0.3365	0.1491	0.1874
15	0.9944	0.6480	0.6237	0.1696	0.3993	0.4311	0.0583	0.0668	0.1252
16	0.7181	0.3212	0.2965	0.0843	0.4212	0.4945	0.0616	0.1622	0.1007
17	2.5493	2.3145	2.3163	0.2920	0.3543	0.3537	0.2033	0.0943	0.1090
18	1.4546	1.2117	1.1902	0.2541	0.3662	0.3796	0.0715	0.0446	0.0269
19	1.8086	1.5790	1.5820	0.2763	0.3625	0.3611	0.0238	0.1210	0.1448
20	0.7789	1.1673	1.1827	0.5322	0.2370	0.2308	0.1169	0.0172	0.0998

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 3. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.4692	1.1661	1.2048	0.7613	0.1233	0.1155	0.1709	0.0866	0.0844
2	2.1487	1.7847	1.8159	0.2598	0.3765	0.3637	0.0374	0.0237	0.0136
3	1.0611	0.6369	0.6755	0.1602	0.4445	0.3953	0.0633	0.0519	0.0114
4	2.5429	2.4884	2.4519	0.3205	0.3347	0.3448	0.0003	0.0028	0.0031
5	0.6900	0.6557	0.7037	0.3258	0.3609	0.3133	0.0170	0.0202	0.0032
6	0.3605	1.0941	1.1122	0.8240	0.0895	0.0866	0.2323	0.1179	0.1144
7	1.9798	1.4110	1.3630	0.1969	0.3877	0.4154	0.0556	0.0198	0.0358
8	2.0478	1.4747	1.4924	0.2078	0.4008	0.3913	0.0575	0.0337	0.0238
9	1.2684	2.0811	2.1076	0.5768	0.2143	0.2089	0.1213	0.0607	0.0606
10	0.3910	0.6098	0.6177	0.5520	0.2269	0.2211	0.0845	0.0425	0.0419
11	1.1940	0.7524	0.7094	0.1574	0.3965	0.4461	0.0603	0.0158	0.0445
12	0.9140	1.6914	1.7268	0.6361	0.1857	0.1782	0.1421	0.0711	0.0710
13	1.6595	1.0151	0.9673	0.1512	0.4040	0.4449	0.0721	0.0239	0.0482
14	1.1874	1.9719	1.9911	0.5820	0.2110	0.2070	0.1269	0.0638	0.0631
15	1.1368	0.5258	0.4786	0.0884	0.4131	0.4986	0.0812	0.0138	0.0675
16	0.8870	0.1820	0.1366	0.0149	0.3551	0.6300	0.0694	0.0661	0.1355
17	2.7101	2.2148	2.2360	0.2521	0.3775	0.3704	0.0399	0.0232	0.0166
18	1.5422	1.1372	1.0926	0.2070	0.3807	0.4123	0.0472	0.0144	0.0327
19	1.9717	1.4921	1.5174	0.2255	0.3937	0.3807	0.0508	0.0312	0.0196
20	0.5918	1.3664	1.3860	0.7299	0.1369	0.1330	0.1978	0.1001	0.0978

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 4. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.4086	1.3231	1.3673	0.8441	0.0805	0.0754	0.0828	0.0427	0.0401
2	2.3533	1.6847	1.8110	0.2155	0.4205	0.3639	0.0442	0.0440	0.0002
3	1.3104	0.5921	0.7203	0.1086	0.5320	0.3594	0.0516	0.0874	0.0359
4	2.5778	2.5730	2.4468	0.3212	0.3224	0.3565	0.0006	0.0123	0.0117
5	0.9131	0.7325	0.8285	0.2654	0.4123	0.3223	0.0604	0.0514	0.0090
6	0.2191	1.2841	1.2669	0.9443	0.0275	0.0282	0.1203	0.0620	0.0583
7	2.1821	1.3753	1.2556	0.1530	0.3851	0.4620	0.0440	0.0026	0.0465
8	2.2953	1.3266	1.4366	0.1528	0.4573	0.3899	0.0551	0.0565	0.0014
9	0.9952	2.2640	2.2696	0.7218	0.1395	0.1388	0.1450	0.0748	0.0702
10	0.5939	0.7989	0.7612	0.4627	0.2557	0.2816	0.0893	0.0288	0.0605
11	1.3954	0.8063	0.6780	0.1215	0.3639	0.5146	0.0359	0.0326	0.0685
12	0.6971	1.8569	1.8912	0.7832	0.1104	0.1064	0.1471	0.0754	0.0718
13	1.8871	0.9629	0.8474	0.1020	0.3919	0.5061	0.0491	0.0121	0.0612
14	0.9187	2.1613	2.1462	0.7332	0.1325	0.1343	0.1512	0.0785	0.0726
15	1.3741	0.5415	0.4116	0.0538	0.3465	0.5997	0.0346	0.0666	0.1011
16	1.1493	0.2652	0.1693	0.0152	0.2852	0.6997	0.0002	0.0699	0.0697
17	2.9360	2.0759	2.1893	0.2084	0.4168	0.3748	0.0437	0.0393	0.0044
18	1.7159	1.1714	1.0415	0.1706	0.3662	0.4632	0.0363	0.0145	0.0508
19	2.2034	1.3687	1.4895	0.1730	0.4484	0.3786	0.0525	0.0546	0.0021
20	0.3421	1.5557	1.5422	0.9111	0.0441	0.0448	0.1811	0.0929	0.0883

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 5. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.4672	1.4063	1.4668	0.8252	0.0911	0.0837	0.0189	0.0106	0.0083
2	2.5010	1.4840	1.8951	0.1792	0.5088	0.3120	0.0364	0.0883	0.0519
3	1.4858	0.4662	0.8295	0.0696	0.7071	0.2233	0.0390	0.1751	0.1361
4	2.6169	2.7761	2.3678	0.3215	0.2857	0.3927	0.0004	0.0367	0.0363
5	1.0793	0.7313	0.9466	0.2233	0.4864	0.2903	0.0421	0.0741	0.0320
6	0.2800	1.4487	1.3275	0.9243	0.0345	0.0411	0.0199	0.0070	0.0129
7	2.3277	1.5044	1.1386	0.1320	0.3161	0.5519	0.0209	0.0690	0.0899
8	2.4675	1.1089	1.4928	0.1152	0.5702	0.3146	0.0376	0.1129	0.0753
9	0.8100	2.3945	2.3433	0.8104	0.0927	0.0968	0.0886	0.0467	0.0419
10	0.7581	0.9885	0.8112	0.4062	0.2389	0.3548	0.0564	0.0167	0.0732
11	1.5449	1.0050	0.5966	0.0993	0.2347	0.6660	0.0222	0.1292	0.1514
12	0.5795	1.9492	1.9840	0.8520	0.0753	0.0727	0.0688	0.0351	0.0337
13	2.0482	1.0859	0.7290	0.0803	0.2857	0.6340	0.0217	0.1062	0.1279
14	0.7382	2.3175	2.2048	0.8240	0.0836	0.0924	0.0908	0.0489	0.0420
15	1.5425	0.7301	0.3190	0.0347	0.1547	0.8106	0.0191	0.1918	0.2109
16	1.3306	0.4829	0.2047	0.0197	0.1494	0.8309	0.0045	0.1358	0.1313
17	3.0949	1.8591	2.2482	0.1765	0.4891	0.3344	0.0319	0.0723	0.0404
18	1.8476	1.3550	0.9445	0.1496	0.2781	0.5723	0.0211	0.0881	0.1091
19	2.367	1.1574	1.5627	0.134	0.559	0.307	0.0393	0.1110	0.0717
20	0.211	1.714	1.6041	0.9686	0.0147	0.0167	0.0575	0.0294	0.0281

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 6. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.5233	1.4898	1.5685	0.8099	0.0999	0.0902	0.0153	0.0088	0.0064
2	2.5798	1.0489	2.1417	0.1176	0.7117	0.1707	0.0615	0.2028	0.1413
3	1.5768	0.3161	1.0686	0.0356	0.8868	0.0776	0.0340	0.1797	0.1457
4	2.6382	3.2105	2.1254	0.3109	0.2100	0.4791	0.0106	0.0757	0.0863
5	1.1673	0.7415	1.1385	0.2208	0.5472	0.2321	0.0026	0.0608	0.0582
6	0.3451	1.6959	1.3272	0.9017	0.0373	0.0610	0.0227	0.0028	0.0198
7	2.4017	1.9049	0.9280	0.1077	0.1712	0.7212	0.0244	0.1449	0.1693
8	2.5569	0.7235	1.7255	0.0638	0.7962	0.1400	0.0514	0.2260	0.1746
9	0.7173	2.5406	2.3615	0.8533	0.0680	0.0787	0.0428	0.0247	0.0181
10	0.8437	1.3095	0.8077	0.3990	0.1656	0.4354	0.0072	0.0733	0.0806
11	1.6218	1.4398	0.3587	0.0440	0.0559	0.9001	0.0553	0.1788	0.2341
12	0.5383	2.0257	2.0587	0.8780	0.0620	0.0600	0.0259	0.0133	0.0126
13	2.1299	1.4879	0.5409	0.0539	0.1104	0.8357	0.0264	0.1753	0.2017
14	0.6471	2.5231	2.1866	0.8670	0.0570	0.0759	0.0430	0.0266	0.0164
15	1.6280	1.1651	0.0785	0.0023	0.0045	0.9932	0.0324	0.1502	0.1826
16	1.4223	0.9010	0.3096	0.0407	0.1013	0.8580	0.0210	0.0481	0.0271
17	3.1784	1.4520	2.4815	0.1346	0.6447	0.2207	0.0419	0.1556	0.1137
18	0.5233	1.4898	1.5685	0.8099	0.0999	0.0902	0.0153	0.0088	0.0064
19	2.5798	1.0489	2.1417	0.1176	0.7117	0.1707	0.0615	0.2028	0.1413
20	1.5768	0.3161	1.0686	0.0356	0.8868	0.0776	0.0340	0.1797	0.1457

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 7. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.5647	1.7109	1.7186	0.8217	0.0895	0.0887	0.0118	0.0104	0.0014
2	2.6309	0.6202	2.4188	0.0496	0.8918	0.0586	0.0681	0.1802	0.1121
3	1.6356	0.6146	1.3410	0.1045	0.7400	0.1555	0.0689	0.1468	0.0779
4	2.6541	3.6418	1.8548	0.2794	0.1484	0.5722	0.0315	0.0616	0.0931
5	1.2245	0.9927	1.3755	0.3017	0.4591	0.2391	0.0810	0.0880	0.0070
6	0.3938	2.0260	1.3812	0.8936	0.0338	0.0727	0.0081	0.0036	0.0117
7	2.4504	2.3036	0.7197	0.0729	0.0825	0.8447	0.0348	0.0887	0.1235
8	2.6146	0.4134	1.9911	0.0234	0.9362	0.0404	0.0404	0.1400	0.0996
9	0.6578	2.7743	2.4126	0.8845	0.0497	0.0657	0.0313	0.0183	0.0130
10	0.9000	1.6938	0.8903	0.4340	0.1225	0.4435	0.0350	0.0431	0.0081
11	1.6726	1.8709	0.1400	0.0069	0.0055	0.9876	0.0371	0.0503	0.0875
12	0.5190	2.2155	2.1737	0.8994	0.0494	0.0513	0.0214	0.0127	0.0088
13	2.1833	1.8912	0.4121	0.0329	0.0438	0.9233	0.0210	0.0666	0.0876
14	0.5891	2.8049	2.1998	0.8962	0.0395	0.0643	0.0292	0.0175	0.0117
15	1.6839	1.5952	0.2118	0.0153	0.0171	0.9676	0.0130	0.0126	0.0256
16	1.4818	1.3301	0.5502	0.1053	0.1307	0.7640	0.0647	0.0294	0.0940
17	3.2323	1.0536	2.7464	0.0848	0.7978	0.1174	0.0498	0.1531	0.1033
18	1.9609	2.2156	0.4193	0.0423	0.0331	0.9246	0.0608	0.0852	0.1460
19	2.5081	0.3132	2.0796	0.0150	0.9631	0.0218	0.0558	0.1646	0.1088
20	0.1890	2.2452	1.6434	0.9801	0.0069	0.0130	0.0014	0.0017	0.0003

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 8. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.5672	1.9141	1.8060	0.8428	0.0740	0.0831	0.0211	0.0155	0.0056
2	2.6374	0.4259	2.5391	0.0247	0.9486	0.0267	0.0248	0.0568	0.0319
3	1.6475	0.8497	1.4634	0.1659	0.6238	0.2103	0.0614	0.1162	0.0548
4	2.6710	3.8645	1.7413	0.2610	0.1247	0.6142	0.0184	0.0237	0.0421
5	1.2351	1.2136	1.4906	0.3673	0.3805	0.2522	0.0656	0.0787	0.0131
6	0.4144	2.2547	1.4358	0.8952	0.0302	0.0746	0.0016	0.0035	0.0019
7	2.4711	2.4900	0.6324	0.0580	0.0571	0.8850	0.0149	0.0254	0.0403
8	2.6254	0.2873	2.1043	0.0116	0.9703	0.0181	0.0118	0.0341	0.0223
9	0.6391	2.9747	2.4595	0.8979	0.0414	0.0606	0.0134	0.0083	0.0051
10	0.9199	1.9306	0.9633	0.4675	0.1061	0.4263	0.0335	0.0164	0.0171
11	1.6932	2.0931	0.1571	0.0085	0.0056	0.9860	0.0016	0.0000	0.0016
12	0.5023	2.4043	2.2465	0.9144	0.0399	0.0457	0.0150	0.0094	0.0055
13	2.2037	2.0833	0.3904	0.0294	0.0329	0.9376	0.0035	0.0109	0.0144
14	0.5786	3.0197	2.2319	0.9059	0.0333	0.0609	0.0097	0.0063	0.0034
15	1.7039	1.8152	0.3344	0.0359	0.0316	0.9324	0.0206	0.0146	0.0352
16	1.5005	1.5606	0.6696	0.1440	0.1331	0.7229	0.0387	0.0024	0.0410
17	3.2404	0.8187	2.8588	0.0557	0.8727	0.0716	0.0291	0.0749	0.0459
18	1.9815	2.4296	0.2973	0.0217	0.0144	0.9639	0.0206	0.0187	0.0393
19	2.5173	0.0772	2.1976	0.0009	0.9978	0.0012	0.0141	0.0347	0.0206
20	0.2062	2.4684	1.6910	0.9786	0.0068	0.0146	0.0015	0.0001	0.0016

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 9. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.5496	2.0025	1.8337	0.8582	0.0647	0.0771	0.0154	0.0094	0.0060
2	2.6198	0.3696	2.5735	0.0191	0.9610	0.0198	0.0056	0.0125	0.0069
3	1.6312	0.9457	1.4990	0.1938	0.5766	0.2295	0.0279	0.0472	0.0192
4	2.6776	3.9519	1.7097	0.2556	0.1174	0.6270	0.0054	0.0074	0.0128
5	1.2183	1.3071	1.5250	0.3989	0.3465	0.2546	0.0316	0.0339	0.0024
6	0.4094	2.3496	1.4554	0.9013	0.0274	0.0713	0.0061	0.0029	0.0033
7	2.4664	2.5623	0.6074	0.0543	0.0503	0.8954	0.0037	0.0068	0.0104
8	2.6087	0.2717	2.1364	0.0106	0.9737	0.0157	0.0011	0.0034	0.0023
9	0.6503	3.0616	2.4764	0.8976	0.0405	0.0619	0.0003	0.0009	0.0013
10	0.9112	2.0266	0.9882	0.4872	0.0985	0.4143	0.0197	0.0076	0.0121
11	1.6875	2.1808	0.1802	0.0112	0.0067	0.9821	0.0027	0.0012	0.0039
12	0.4955	2.4879	2.2704	0.9197	0.0365	0.0438	0.0053	0.0034	0.0019
13	2.1967	2.1584	0.3886	0.0294	0.0305	0.9401	0.0000	0.0025	0.0025
14	0.5956	3.1109	2.2448	0.9033	0.0331	0.0636	0.0026	0.0001	0.0027
15	1.6955	1.9020	0.3700	0.0439	0.0349	0.9213	0.0080	0.0032	0.0112
16	1.4896	1.6523	0.7049	0.1593	0.1295	0.7113	0.0153	0.0036	0.0117
17	3.2230	0.7228	2.8905	0.0452	0.8986	0.0562	0.0105	0.0259	0.0154
18	1.9783	2.5135	0.2624	0.0171	0.0106	0.9723	0.0046	0.0038	0.0084
19	2.5001	0.0215	2.2312	0.0001	0.9998	0.0001	0.0009	0.0020	0.0011
20	0.2125	2.5620	1.7085	0.9781	0.0067	0.0151	0.0005	0.0001	0.0006

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 10. iterācijas

i	$d(v_1;x_i)$	$d(v_2;x_i)$	$d(v_3;x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.5366	2.0332	1.8420	0.8661	0.0603	0.0735	0.0079	0.0043	0.0036
2	2.6058	0.3546	2.5830	0.0179	0.9640	0.0182	0.0013	0.0029	0.0017
3	1.6167	0.9788	1.5090	0.2051	0.5595	0.2354	0.0113	0.0171	0.0059
4	2.6781	3.9819	1.7011	0.2544	0.1151	0.6305	0.0012	0.0023	0.0035
5	1.2038	1.3395	1.5348	0.4127	0.3334	0.2539	0.0138	0.0132	0.0007
6	0.4012	2.3824	1.4616	0.9060	0.0257	0.0683	0.0047	0.0017	0.0030
7	2.4581	2.5874	0.6001	0.0535	0.0483	0.8982	0.0008	0.0020	0.0028
8	2.5942	0.2736	2.1451	0.0108	0.9733	0.0158	0.0003	0.0004	0.0001
9	0.6630	3.0917	2.4818	0.8950	0.0412	0.0639	0.0026	0.0006	0.0020
10	0.9004	2.0597	0.9957	0.4978	0.0951	0.4070	0.0106	0.0034	0.0072
11	1.6786	2.2110	0.1878	0.0123	0.0071	0.9806	0.0011	0.0004	0.0014
12	0.4953	2.5171	2.2776	0.9208	0.0357	0.0435	0.0011	0.0008	0.0003
13	2.1869	2.1844	0.3880	0.0296	0.0297	0.9407	0.0002	0.0008	0.0006
14	0.6101	3.1425	2.2491	0.8999	0.0339	0.0662	0.0034	0.0008	0.0026
15	1.6848	1.9320	0.3799	0.0467	0.0355	0.9178	0.0028	0.0006	0.0034
16	1.4773	1.6839	0.7149	0.1656	0.1274	0.7070	0.0063	0.0020	0.0043
17	3.2088	0.6898	2.8991	0.0419	0.9068	0.0513	0.0033	0.0082	0.0049
18	1.9710	2.5424	0.2528	0.0160	0.0096	0.9743	0.0011	0.0010	0.0020
19	2.4858	0.0533	2.2404	0.0005	0.9990	0.0006	0.0004	0.0009	0.0005
20	0.2138	2.5943	1.7140	0.9781	0.0066	0.0152	0.0000	0.0001	0.0001

Iterāciju aprēķinu rezultāti nestrikta iespējamību C-vidējo klasterizācijai

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 2. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.1167	0.0317	0.0314	0.6226	0.1903	0.1871	0.3862	0.1771	0.2091
2	0.0084	0.0088	0.0091	0.2958	0.3474	0.3568	0.3005	0.0839	0.2167
3	0.0410	0.0629	0.0681	0.2184	0.3767	0.4049	0.0850	0.0096	0.0946
4	0.0052	0.0050	0.0050	0.3170	0.3443	0.3387	0.0826	0.0298	0.1124
5	0.1078	0.0908	0.0959	0.3399	0.3223	0.3378	0.2013	0.0429	0.1584
6	0.1350	0.0383	0.0368	0.6158	0.1968	0.1874	0.2517	0.0712	0.3229
7	0.0095	0.0132	0.0132	0.2439	0.3791	0.3770	0.0021	0.0019	0.0040
8	0.0095	0.0117	0.0122	0.2616	0.3631	0.3753	0.1905	0.0109	0.1796
9	0.0170	0.0087	0.0086	0.4688	0.2681	0.2631	0.4469	0.2944	0.1525
10	0.2726	0.1668	0.1494	0.4348	0.2992	0.2660	0.1137	0.0431	0.1568
11	0.0274	0.0481	0.0471	0.2043	0.4035	0.3921	0.0807	0.0821	0.1628
12	0.0321	0.0136	0.0135	0.5133	0.2452	0.2414	0.1039	0.0664	0.1703
13	0.0141	0.0232	0.0233	0.2132	0.3936	0.3932	0.0089	0.0284	0.0195
14	0.0190	0.0097	0.0096	0.4672	0.2696	0.2632	0.3244	0.1438	0.1805
15	0.0323	0.0777	0.0774	0.1565	0.4242	0.4193	0.0453	0.0916	0.1369
16	0.0598	0.3280	0.3381	0.0742	0.4576	0.4682	0.0717	0.1986	0.1269
17	0.0052	0.0056	0.0057	0.2899	0.3510	0.3590	0.2012	0.0975	0.1037
18	0.0156	0.0217	0.0214	0.2439	0.3818	0.3743	0.0818	0.0602	0.0216
19	0.0102	0.0119	0.0124	0.2735	0.3573	0.3692	0.0210	0.1157	0.1367
20	0.0616	0.0226	0.0219	0.5527	0.2277	0.2196	0.1374	0.0264	0.1110

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 3. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.1740	0.0067	0.0137	0.8060	0.0967	0.0973	0.1834	0.0936	0.0898
2	0.0064	0.0028	0.0063	0.2570	0.3550	0.3879	0.0388	0.0077	0.0311
3	0.0247	0.0192	0.0494	0.1539	0.3745	0.4717	0.0645	0.0022	0.0668
4	0.0046	0.0017	0.0032	0.3127	0.3547	0.3326	0.0043	0.0104	0.0061
5	0.0580	0.0185	0.0435	0.3179	0.3171	0.3651	0.0220	0.0052	0.0272
6	0.2741	0.0081	0.0154	0.8484	0.0784	0.0732	0.2325	0.1183	0.1142
7	0.0072	0.0053	0.0101	0.1833	0.4236	0.3931	0.0606	0.0445	0.0161
8	0.0069	0.0041	0.0094	0.2019	0.3784	0.4197	0.0597	0.0153	0.0444
9	0.0209	0.0022	0.0044	0.6048	0.1999	0.1953	0.1360	0.0682	0.0678
10	0.1486	0.0276	0.0476	0.4829	0.2803	0.2367	0.0482	0.0189	0.0292
11	0.0191	0.0209	0.0349	0.1385	0.4745	0.3870	0.0659	0.0710	0.0051
12	0.0421	0.0033	0.0066	0.6745	0.1632	0.1623	0.1611	0.0820	0.0791
13	0.0101	0.0106	0.0199	0.1372	0.4507	0.4122	0.0760	0.0570	0.0190
14	0.0236	0.0025	0.0049	0.6073	0.2000	0.1927	0.1401	0.0696	0.0705
15	0.0208	0.0466	0.0740	0.0744	0.5207	0.4049	0.0822	0.0965	0.0144
16	0.0331	0.8003	0.6183	0.0095	0.7186	0.2719	0.0647	0.2610	0.1963
17	0.0040	0.0019	0.0041	0.2483	0.3626	0.3891	0.0416	0.0116	0.0301
18	0.0118	0.0085	0.0153	0.1902	0.4307	0.3792	0.0537	0.0488	0.0048
19	0.0075	0.0040	0.0091	0.2207	0.3691	0.4102	0.0528	0.0118	0.0410
20	0.1027	0.0052	0.0100	0.7651	0.1205	0.1144	0.2125	0.1072	0.1052

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 4. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.1472	0.0055	0.0209	0.8581	0.0693	0.0726	0.0521	0.0274	0.0247
2	0.0040	0.0029	0.0142	0.2119	0.3363	0.4517	0.0451	0.0187	0.0638
3	0.0123	0.0166	0.1248	0.1005	0.2945	0.6050	0.0534	0.0800	0.1334
4	0.0033	0.0018	0.0054	0.3122	0.3794	0.3084	0.0005	0.0247	0.0242
5	0.0251	0.0136	0.0720	0.2573	0.3039	0.4389	0.0606	0.0132	0.0738
6	0.3595	0.0067	0.0214	0.9293	0.0379	0.0329	0.0809	0.0406	0.0403
7	0.0045	0.0071	0.0189	0.1431	0.4963	0.3605	0.0401	0.0727	0.0326
8	0.0041	0.0045	0.0235	0.1476	0.3515	0.5009	0.0542	0.0269	0.0812
9	0.0253	0.0020	0.0071	0.7449	0.1302	0.1249	0.1401	0.0697	0.0704
10	0.0527	0.0197	0.0522	0.4163	0.3382	0.2454	0.0666	0.0579	0.0087
11	0.0106	0.0282	0.0507	0.1039	0.6010	0.2951	0.0346	0.1265	0.0919
12	0.0545	0.0029	0.0107	0.8118	0.0936	0.0946	0.1373	0.0697	0.0677
13	0.0059	0.0161	0.0380	0.0932	0.5510	0.3558	0.0440	0.1003	0.0564
14	0.0292	0.0023	0.0078	0.7519	0.1291	0.1191	0.1446	0.0710	0.0736
15	0.0109	0.0882	0.1070	0.0410	0.7202	0.2388	0.0334	0.1995	0.1661
16	0.0154	0.7602	0.3541	0.0082	0.8798	0.1120	0.0013	0.1611	0.1598
17	0.0025	0.0020	0.0093	0.2050	0.3514	0.4436	0.0433	0.0112	0.0545
18	0.0071	0.0109	0.0252	0.1556	0.5179	0.3265	0.0346	0.0872	0.0526
19	0.0045	0.0042	0.0220	0.1680	0.3424	0.4895	0.0526	0.0267	0.0793
20	0.2213	0.0045	0.0148	0.9226	0.0408	0.0366	0.1574	0.0797	0.0777

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 7. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.0962	0.0062	0.0220	0.8303	0.0807	0.0890	0.0278	0.0113	0.0164
2	0.0033	0.0033	0.0266	0.1582	0.2393	0.6026	0.0538	0.0971	0.1508
3	0.0091	0.0150	0.4046	0.0413	0.1017	0.8570	0.0592	0.1928	0.2520
4	0.0030	0.0028	0.0050	0.3119	0.4416	0.2464	0.0002	0.0623	0.0620
5	0.0173	0.0129	0.0926	0.2154	0.2427	0.5419	0.0418	0.0612	0.1031
6	0.2127	0.0084	0.0186	0.9092	0.0536	0.0372	0.0201	0.0157	0.0044
7	0.0037	0.0128	0.0154	0.1229	0.6375	0.2396	0.0203	0.1412	0.1209
8	0.0034	0.0051	0.0505	0.0965	0.2214	0.6821	0.0512	0.1300	0.1812
9	0.0338	0.0026	0.0074	0.8218	0.0939	0.0843	0.0769	0.0364	0.0406
10	0.0331	0.0237	0.0354	0.3883	0.4172	0.1944	0.0280	0.0790	0.0510
11	0.0083	0.0681	0.0305	0.0665	0.8191	0.1144	0.0374	0.2180	0.1807
12	0.0686	0.0035	0.0115	0.8659	0.0661	0.0680	0.0541	0.0275	0.0266
13	0.0048	0.0335	0.0272	0.0704	0.7411	0.1885	0.0228	0.1901	0.1673
14	0.0398	0.0030	0.0077	0.8315	0.0931	0.0754	0.0797	0.0360	0.0436
15	0.0083	0.4518	0.0511	0.0117	0.9545	0.0337	0.0292	0.2343	0.2051
16	0.0112	0.3132	0.0990	0.0212	0.8909	0.0880	0.0130	0.0111	0.0241
17	0.0021	0.0024	0.0157	0.1635	0.2751	0.5614	0.0415	0.0763	0.1178
18	0.0058	0.0213	0.0183	0.1261	0.6893	0.1846	0.0295	0.1714	0.1419
19	0.0036	0.0047	0.0473	0.1108	0.2147	0.6745	0.0573	0.1277	0.1850
20	0.4318	0.0057	0.0137	0.9666	0.0190	0.0144	0.0440	0.0218	0.0223

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 8. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.0713	0.0027	0.0197	0.8229	0.0849	0.0922	0.0074	0.0043	0.0031
2	0.0030	0.0013	0.0759	0.0789	0.0986	0.8226	0.0793	0.1407	0.2200
3	0.0078	0.0047	0.2547	0.0629	0.1048	0.8323	0.0216	0.0031	0.0247
4	0.0028	0.0019	0.0041	0.2906	0.5379	0.1715	0.0214	0.0963	0.0749
5	0.0142	0.0044	0.0694	0.2600	0.2239	0.5161	0.0446	0.0188	0.0259
6	0.1457	0.0041	0.0142	0.8961	0.0685	0.0353	0.0130	0.0149	0.0019
7	0.0034	0.0110	0.0106	0.0887	0.7978	0.1135	0.0341	0.1602	0.1261
8	0.0030	0.0020	0.1597	0.0409	0.0751	0.8840	0.0556	0.1463	0.2019
9	0.0409	0.0013	0.0070	0.8652	0.0746	0.0602	0.0434	0.0193	0.0242
10	0.0263	0.0105	0.0214	0.4124	0.4515	0.1361	0.0240	0.0343	0.0583
11	0.0073	0.1924	0.0172	0.0135	0.9737	0.0128	0.0530	0.1546	0.1016
12	0.0734	0.0016	0.0112	0.8910	0.0541	0.0549	0.0250	0.0119	0.0131
13	0.0043	0.0333	0.0163	0.0417	0.8935	0.0648	0.0287	0.1524	0.1237
14	0.0495	0.0015	0.0069	0.8756	0.0745	0.0499	0.0441	0.0186	0.0256
15	0.0073	0.6590	0.0245	0.0040	0.9906	0.0054	0.0078	0.0360	0.0283
16	0.0095	0.0364	0.0375	0.0760	0.8022	0.1218	0.0549	0.0887	0.0338
17	0.0019	0.0010	0.0319	0.1100	0.1591	0.7309	0.0535	0.1160	0.1695
18	0.0053	0.0261	0.0118	0.0644	0.8771	0.0584	0.0616	0.1878	0.1262
19	0.0033	0.0018	0.1947	0.0373	0.0579	0.9048	0.0735	0.1568	0.2303
20	0.5200	0.0028	0.0113	0.9769	0.0145	0.0086	0.0103	0.0045	0.0058

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 9. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\lvert\Delta u_1(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_2(x_i)\rvert$	$\lvert\Delta u_3(x_i)\rvert$
1	0.0687	0.0033	0.0069	0.8371	0.0833	0.0796	0.0142	0.0017	0.0125
2	0.0031	0.0016	0.0842	0.0356	0.0394	0.9250	0.0433	0.0592	0.1025
3	0.0080	0.0051	0.0421	0.1357	0.1805	0.6837	0.0728	0.0757	0.1486
4	0.0030	0.0032	0.0016	0.2659	0.5996	0.1345	0.0247	0.0617	0.0370
5	0.0142	0.0049	0.0186	0.3379	0.2422	0.4199	0.0778	0.0184	0.0962
6	0.1291	0.0052	0.0049	0.8930	0.0747	0.0323	0.0031	0.0062	0.0031
7	0.0035	0.0225	0.0039	0.0646	0.8674	0.0680	0.0241	0.0696	0.0455
8	0.0031	0.0024	0.1881	0.0167	0.0266	0.9568	0.0242	0.0485	0.0727
9	0.0503	0.0017	0.0027	0.8904	0.0638	0.0458	0.0252	0.0108	0.0143
10	0.0257	0.0119	0.0068	0.4507	0.4354	0.1139	0.0383	0.0161	0.0222
11	0.0075	0.6299	0.0057	0.0056	0.9903	0.0041	0.0078	0.0166	0.0088
12	0.0842	0.0021	0.0042	0.9094	0.0471	0.0434	0.0185	0.0070	0.0115
13	0.0044	0.0616	0.0056	0.0319	0.9293	0.0388	0.0098	0.0358	0.0260
14	0.0610	0.0021	0.0026	0.8985	0.0644	0.0371	0.0228	0.0101	0.0127
15	0.0074	0.1216	0.0077	0.0276	0.9453	0.0272	0.0236	0.0453	0.0217
16	0.0096	0.0262	0.0107	0.1286	0.7348	0.1366	0.0526	0.0674	0.0148
17	0.0020	0.0013	0.0253	0.0708	0.0927	0.8365	0.0392	0.0664	0.1056
18	0.0055	0.0876	0.0041	0.0284	0.9512	0.0205	0.0361	0.0740	0.0380
19	0.0034	0.0022	0.5702	0.0062	0.0083	0.9855	0.0312	0.0496	0.0807
20	0.5063	0.0037	0.0040	0.9777	0.0149	0.0074	0.0008	0.0004	0.0011

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 10. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.0742	0.0040	0.0007	0.8539	0.0779	0.0682	0.0168	0.0054	0.0115
2	0.0032	0.0020	0.0148	0.0232	0.0243	0.9526	0.0125	0.0151	0.0275
3	0.0084	0.0060	0.0032	0.1762	0.2138	0.6100	0.0405	0.0333	0.0737
4	0.0031	0.0045	0.0002	0.2567	0.6214	0.1219	0.0092	0.0218	0.0126
5	0.0150	0.0058	0.0016	0.3817	0.2500	0.3683	0.0439	0.0077	0.0516
6	0.1320	0.0064	0.0005	0.8976	0.0733	0.0291	0.0046	0.0014	0.0032
7	0.0037	0.0336	0.0004	0.0574	0.8872	0.0554	0.0072	0.0198	0.0126
8	0.0033	0.0029	0.0312	0.0113	0.0170	0.9717	0.0054	0.0096	0.0150
9	0.0527	0.0022	0.0003	0.8953	0.0626	0.0421	0.0049	0.0012	0.0037
10	0.0268	0.0141	0.0006	0.4751	0.4217	0.1032	0.0244	0.0137	0.0108
11	0.0078	0.5160	0.0005	0.0089	0.9855	0.0056	0.0032	0.0048	0.0016
12	0.0915	0.0026	0.0004	0.9180	0.0441	0.0379	0.0086	0.0030	0.0055
13	0.0046	0.0833	0.0006	0.0308	0.9357	0.0336	0.0011	0.0063	0.0052
14	0.0625	0.0027	0.0003	0.9008	0.0646	0.0346	0.0023	0.0002	0.0025
15	0.0077	0.1073	0.0007	0.0397	0.9265	0.0338	0.0121	0.0187	0.0066
16	0.0100	0.0282	0.0010	0.1511	0.7156	0.1333	0.0225	0.0192	0.0033
17	0.0021	0.0016	0.0039	0.0532	0.0667	0.8800	0.0176	0.0260	0.0436
18	0.0057	0.1693	0.0004	0.0193	0.9681	0.0126	0.0091	0.0170	0.0079
19	0.0036	0.0027	0.9383	0.0004	0.0005	0.9990	0.0057	0.0078	0.0135
20	0.4820	0.0046	0.0004	0.9770	0.0158	0.0073	0.0007	0.0009	0.0002

Otrā piemēra objektu piederība klasteriem pēc 11. iterācijas

i	$t_1(x_i)$	$t_2(x_i)$	$t_3(x_i)$	$u_1(x_i)$	$u_2(x_i)$	$u_3(x_i)$	$\|\Delta u_1(x_i)\|$	$\|\Delta u_2(x_i)\|$	$\|\Delta u_3(x_i)\|$
1	0.0787	0.0042	0.0000	0.8640	0.0738	0.0622	0.0101	0.0041	0.0059
2	0.0033	0.0021	0.0008	0.0201	0.0206	0.9593	0.0030	0.0037	0.0067
3	0.0086	0.0063	0.0001	0.1932	0.2251	0.5817	0.0170	0.0113	0.0283
4	0.0031	0.0048	0.0000	0.2544	0.6276	0.1180	0.0023	0.0062	0.0039
5	0.0155	0.0061	0.0001	0.4015	0.2512	0.3474	0.0197	0.0012	0.0209
6	0.1375	0.0067	0.0000	0.9027	0.0703	0.0270	0.0051	0.0030	0.0021
7	0.0037	0.0371	0.0000	0.0558	0.8922	0.0519	0.0015	0.0050	0.0035
8	0.0033	0.0031	0.0015	0.0107	0.0158	0.9735	0.0005	0.0012	0.0017
9	0.0511	0.0023	0.0000	0.8935	0.0643	0.0422	0.0018	0.0017	0.0001
10	0.0276	0.0146	0.0000	0.4883	0.4136	0.0982	0.0131	0.0081	0.0050
11	0.0079	0.4737	0.0000	0.0103	0.9835	0.0062	0.0015	0.0020	0.0006
12	0.0929	0.0027	0.0000	0.9203	0.0434	0.0363	0.0023	0.0007	0.0016
13	0.0047	0.0889	0.0000	0.0309	0.9370	0.0321	0.0001	0.0013	0.0014
14	0.0599	0.0028	0.0000	0.8978	0.0672	0.0350	0.0030	0.0026	0.0004
15	0.0079	0.1038	0.0000	0.0438	0.9212	0.0349	0.0041	0.0053	0.0012
16	0.0103	0.0286	0.0000	0.1598	0.7101	0.1301	0.0087	0.0055	0.0032
17	0.0022	0.0017	0.0002	0.0473	0.0582	0.8945	0.0059	0.0086	0.0145
18	0.0058	0.2028	0.0000	0.0173	0.9720	0.0108	0.0020	0.0038	0.0018
19	0.0036	0.0028	0.9970	0.0000	0.0000	1.0000	0.0004	0.0005	0.0009
20	0.4724	0.0049	0.0000	0.9768	0.0160	0.0071	0.0002	0.0003	0.0001

Bakalaura darbs „ Nestriktas klasterizācijas metodes un to salīdzināšana" izstrādāts LU Fizikas, matemātikas un optometrijas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba elektroniskā kopija atbilst izdrukai.

Autors: Dzhaneta Khutieva

Rekomendēju/nerekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītāja: Prof. Dr. math. Svetlana Asmuss

Recenzents: hab.Dr.math. Aleksandrs Šostaks

Darbs iesniegts Matemātiskas nodaļā 20.06.2022

Dekāna pilnvarotā persona: metodiķe Inita Šneidere (*personiskais paraksts)*

Darbs aizstāvēts bakalaura gala pārbaudījuma komisijas sēdē

27.06.2022.