

LATVIJAS UNIVERSITĀTE  
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE  
FIZIKAS NODAĻA

**BELLA NEVIENĀDĪBAS KLASISKAJĀ UN KVANTU MEHĀNIKĀ.**

BAKALaura DARBS

Autors : Dainis Dinsbergs

Stud. apl. Fizi 030055

Darba vadītājs : Dr. habil. phys., Juris Tambergs

RĪGA, 2006

## ANOTĀCIJA

Bakalaura darbs veltīts Einšteina-Podoļska-Rozena (EPR) paradoksa un Bella nevienādību analīzei daļiņai ar spinu  $S = 0$  sabrūkot uz divām daļiņām ar spinu  $s = 1/2$ . Darbā aprakstītas daļiņu impulsa momenta (spina) projekciju korelāciju funkcijas klasiskās un kvantu daļiņas sabrukšanā. Veikts datormodelēšanas eksperiments Bella nevienādību pārbaudei gadījumā, ja klasiskais objekts sabrūk uz diviem fragmentiem ar pretēji vēršiem impulsa momentiem. Iegūtie rezultāti salīdzināti ar teorētiski paredzētajiem klasiskās un kvantu mehānikas gadījumā, kā arī analizēti saistībā ar Bella nevienādību stingri objektīvo un vāji objektīvo interpretāciju.

## ANNOTATION

The analysis of Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) paradox and Bell's inequalities is made in the case of spin  $S = 0$  particle decaying into two spin  $s = 1/2$  particles. The correlation functions of the angular momentum (spin) projections are described for the decays of classical and quantum particles. The computer simulation experiment has been performed in order to test Bell's inequalities when classical object decays into two fragments with oppositely directed angular moments. The obtained results are compared with theoretical predictions for the classical and quantum mechanical cases as well as analyzed within the framework of strongly objective and weakly objective interpretations of Bell's inequalities.

## SATURS

Ievads.....	1.
<b>1. Einšteina-Pодоļska-Rozena (EPR) paradokss</b>	
1.1 Sapītie stāvokļi.....	3.
1.2 Divu daļiņu sistēmas ar kopīgo spinu $S = 0$ sabrukšana uz divām daļiņām ar spinu $s = 1/2$ .....	4.
1.3. Diskusijas par EPR paradoksu.....	5.
<b>2. Bella nevienādības un to jēga</b>	
2.1 Vienkāršs Bella nevienādību piemērs trīs īpašību gadījumā.....	8.
2.2 Bella nevienādību izpratne.....	9.
<b>3. Klasiskās un kvantu korelāciju funkcijas</b>	
3.1 CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt) korelāciju funkcija.....	10.
3.2 Impulsu momentu projekciju korelāciju funkcija klasiskā ķermeņa sabrukšanā divās daļās..	11.
3.3 Kvantu mehānikas spina projekciju korelāciju funkcija, daļiņu sistēmai ar pilno spinu $S = 0$ sabrūkot uz divām daļiņām ar spinu $s = 1/2$ .....	12.
<b>4. Bella nevienādību skaitliska pārbaude</b>	
4.1 Bella nevienādību divas interpretācijas.....	16.
4.2 Bella nevienādību skaitliskie aprēķini ar datormodelēšanas palīdzību.....	19.
Noslēgums - rezultātu novērtējums un secinājumi.....	21.
Izmantotā literatūra.....	i.

## IEVADS.

Kvantu mehānikas metodoloģijas jautājumi pēdējā laikā izraisa pastiprinātu interesi. Sekojot publikācijai [1], varam teikt, ka kvantu mehāniku var formulēt tā, ka tajā nerodas nekādi paradoksi un tās ietvaros var atbildēt uz visiem jautājumiem, kurus uzdod fiziķi.

Paradoksi rodas tikai tad, kad interesents neapmierinās ar šo „fizikālo” līmeni, un kad viņš uzstāda tādus jautājumus, kādus fizikā uzstādīt nav pieņemts, citiem vārdiem, kad pastāv apņemšanās iet ārpus „fizikas”. Pilnībā pieņemams šķiet viedoklis, ka tam nav īpašas nozīmes no fizikas viedokļa. Tie, kas pieturas pie šāda viedokļa, nebūtu nosodāmi, vēl jo vairāk, šāds viedoklis savā ziņā varētu būt paties, ja konstruktīvam darbam „fizikā” ir nepieciešams norobežoties ar precīzi noformulētiem fizikas uzdevumiem. Tomēr reizēm fiziķiem ir nepieciešams pamēģināt iziet no stingri noteiktiem metodoloģiskiem rāmjiem, un uzstādīt daudz plašāku jautājumu loku, tieši tad arī parādās kvantu paradoksi.

Izrādās, ka mēģinājumi izprast šos paradoksus var novest pie jaunām, pārsteidzošām koncepcijām, kuras var izrādīties ļoti aizraujošas.

Nevarētu teikt, ka te būtu sasniegts ievērojams progress, tomēr tas dod cerību pacelt teoriju kvalitatīvi jaunā līmenī. Precizējot iepriekšminēto, jaunā teorija varētu varbūt pat izskaidrot „apziņas fenomenu”, kurš vēl joprojām paliek stipri mīklains [1].

No daudzajiem kvantu mehānikas pamatjautājumiem mēs izvēlējamies apskatīt Bella nevienādību problēmu, kas izraisa pastiprinātas diskusijas arī pie mums Latvijā.

Bakalaura darbā tika izvirzīti sekojoši uzdevumi :

- 1) Iepazīties ar dažiem darbiem par kvantu mehānikas metodoloģiju, kas saistīti ar sapītajiem stāvokļiem kvantu mehānikā un Einšteina-Podoļska-Rozena (EPR) paradoksu.
- 2) Apskatīt Bella nevienādības klasiskā ķermeņa un kvantu daļiņas sabrukšanā divās daļās ar pretēji vēršiem impulsa momentiem (spiniem) un izanalizēt attiecīgās impulsa momentu (spinu) korelāciju funkcijas un Klauzera-Horna-Šimonī-Holta (CHSH) korelāciju funkciju klasiskajā un kvantu gadījumā.
- 3) Veikt datormodelēšanas eksperimentu, kas apraksta klasiskās daļiņas sabrukšanu divās daļās (fragmentos) un salīdzināt iegūtos rezultātus ar teorētiskajiem (klasiskajiem un kvantu mehānikas) paredzējumiem.

- 4) Dot iegūt rezultātu novērtējumu saistībā ar Bella nevienādību divām interpretācijām (stingri objektīvo (SOI) un vāji objektīvo (WOI)) un ergodisko hipotēzi.

Bakalaura darba struktūra ir sakārtota sekojošā veidā.

Vispirms, 1. nodaļā mēs apskatīsim jautājumus, kas saistīti ar EPR (Einšteina-Podoļska-Rozena) paradoksu divu daļiņu sistēmā ar impulsa momentu (spinu)  $S = 0$ , tai sabrūkot uz divām daļiņām ar spinu  $s = 1/2$ .

Pēc tam, 2. nodaļā pievērsīsimies Bella nevienādībām un to jēgai vienkāršā piemērā, kad kādu objektu raksturo trīs īpašības.

Tālāk, 3. nodaļā aprakstīsim klasiskās un kvantu mehānikas impulsa momenta (spina) projekciju korelāciju funkcijas un to saistību ar Bella nevienādībām.

4. nodaļā tiks apskatīta Bella nevienādību stingri objektīvā un vāji objektīvā interpretācija un aprakstīts skaitliskās pārbaudes piemērs saskaņā ar abām interpretācijām.

Noslēgumā tiks dots bakalaura darbā iegūto rezultātu novērtējums un secinājumi saistībā ar ergodisko hipotēzi, kā arī izteikti daži vispārīgi komentāri par kvantu mehānikas īpatnībām.

# 1. Einšteina-Podoļska-Rozena (EPR) paradokss

## 1.1 Sapītie stāvokļi

Kvantu korelācija, vai tā saucami sapītie (entangled) stāvokļi var veidoties tādā sistēmā, kura sastāv no divām (vai vairākām) savstarpēji saistītām apakšsistēmām [1]. Nekādi sapītie stāvokļi nepastāv, ja sistēma atrodas stāvoklī  $|\Psi\rangle = |\psi\rangle|\varphi\rangle$ , kur  $|\psi\rangle$  un  $|\varphi\rangle$  ir apakšsistēmu stāvokļi, tādu stāvokli sauc par faktorizētu stāvokli, kuru apraksta apakšsistēmu viļņu funkciju reizinājums. Tomēr, pat ja sākuma stāvoklis ir faktorizēts, tad pēc apakšsistēmu mijiedarbības vienai ar otru, tas var pārvērsties par sapīto (entangled) stāvokli. Vienkāršāko sapīto (entangled) stāvokli var raksturot ar viļņu funkciju [1]

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle|\varphi_1\rangle + |\psi_2\rangle|\varphi_2\rangle) \quad (1.1)$$

Ja pilna sistēma atrodas šādā sapīta stāvoklī, tad katras apakšsistēmas stāvoklis nav noteikts. Pastāv vienīgi korelācija starp apakšsistēmām, kuru varētu raksturot sekojoši :

- ja pirmā apakšsistēma atrodas stāvoklī  $|\psi_i\rangle$  ( $i = 1,2$ ), tad otrā apakšsistēma atrodas stāvoklī  $|\varphi_i\rangle$  ( $i = 1,2$ ).

Sapīto stāvokļu eksistence noved pie noteiktām kvantu sistēmas īpašībām, kādām nav analoga klasiskajā fizikā un kuras tāpēc liekas visai dīvainas no intuīcijas viedokļa, jo pēdējā tiek veidota, analizējot klasiskās fizikālās sistēmas.

Tāda veida situācijas tika analizētas A. Einšteina, B. Podoļska un N. Rozena (turpmāk saīsināti EPR) darbā [2]. Izrādījās, ka termins „realitātes elements”, tādā veidā, kādā tas tika lietots klasiskajā fizikā nevar tikt pielietots kvantu teorijā.

Tad arī šī pretruna starp kvantu mehānisko paredzēšanu un klasisko intuīciju tika nosaukta par EPR paradoksu. Šis paradokss bija slavenās diskusijas centrā, kura norisinājās starp Albertu Einšteinu un Nilsu Boru pagājušā gadsimta 30-tajos gados.

## 1.2 Divu daļiņu sistēmas ar kopīgo spinu $S = 0$ sabrukšana uz divām daļiņām ar spinu $s = 1/2$

1964. gadā Džons Bells varēja EPR paradoksam piešķirt vienkāršu un uzskatāmu formu, izvedot tā saucamās Bella nevienādības [3]. Visuzskatāmāk ir tās analizēt, izmantojot modeli, kur tiek ņemta „salikta” daļiņa ar spinu  $S = 0$ , kura sabrūk uz divām daļiņām ar spinu  $s = 1/2$  [1].

Divu daļiņu sapīto stāvokli pēc šāda sabrukuma var aprakstīt sekojoši :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\uparrow_1\rangle |\downarrow_1\rangle - |\downarrow_2\rangle |\uparrow_2\rangle \right) \quad (1.2)$$

kur  $|\uparrow\rangle_i$  norāda uz i-tās daļiņas stāvokli ar spinu uz augšu, attiecībā pret izdalītu asi (piemērām z asi), bet  $|\downarrow\rangle_i$  – i-tās daļiņas stāvoklis ar spinu uz leju.

Šis stāvoklis ir divu daļiņu sapītais stāvoklis, kur katras daļiņas spina virziens nav noteikts, bet starp abu daļiņu spina virzieniem pastāv kvantu korelācija. Korelācijas pastāvēšana noved pie tā, ka spinu projekcijas mērījumi izrādās korelēti neatkarīgi no attāluma, pat tādā gadījumā, kad abas daļiņas attālinās ļoti tālu viena no otras.

Ja spina projekcijas mērīšana pirmajai daļiņai parāda, ka viņas spins tiek vērsts uz augšu (pozitīva virzienā pa izvēlēto z asi), tad savukārt otrai daļiņai neatkarīgi no attāluma, mērījums ar jau iepriekš zināmu noteiktību parādīs, ka spins ir vērsts uz leju (z-ass negatīvajā virzienā, tātad pretēji).

Te vēl nebūtu nekas neparasts, kas varētu piemist specifiskai kvantu sistēmai. Klasiskā fizikā pilnā mērā varētu pastāvēt šāda rakstura korelācija starp divu objektu mērījumu rezultātiem.

Piemērām, necaurspīdīgā kastē guļ divas lodes – viena balta, bet otra melna, pēc tam kastē tiek ievietota šķērssiens, kura nodala lodes un sadala kasti uz pusēm, kur katra puse satur vienu no lodēm. Attālinot lodes vienu no otras, neatkarīgi no attāluma iegūst korelētu rezultātu. Atverot kasti, vienā kastes pusē būs melna lode, bet otrā - balta un otrādi.

Kvantu specifika parādās tikai tajā gadījumā, ja tiek mērītas spinu projekcijas divām daļiņām uz dažādām asīm, kuras ir novietotas zem kāda leņķa viena pret otru. Piemērām, tiek mērīta spina projekcija vienai daļiņai uz z asi un spina projekcija otrai daļiņai uz asi, kura tiek noliekta zem neliela leņķa attiecībā pret z asi.

Ja pirmajā gadījumā izrādās, ka spins ir vērsts uz augšu (pozitīvajā z ass virzienā), tad otrā mērījuma rezultātu nevar paredzēt precīzi, bet pēc kvantu mehānikas likumiem tiek noteiktas varbūtības diviem alternatīviem mērījumu rezultātiem.

Izrādās, ka kvantu mehānikas aprēķinu rezultāti nav savietojami ar priekšstatu, ka novērojamie raksturlielumi eksistē pirms to novērošanas.

### **1.3. Diskusijas par EPR paradoksu (pēc [4])**

1935. gadā A. Einšteins, B. Podoļskis un N. Rozens (EPR) publicēja jau iepriekš minēto rakstu [2], kas tika veltīts kvantu mehānikas pamatiem, un kurā aprakstīts domu eksperiments, kas, pēc šo autoru domām, norādīja uz kvantu teorijas nepilnīgumu. Šis domu eksperiments, saskaņā ar EPR uzskatiem, liecināja par paradoksu, kurš drīz vien ieguva Einšteina-Podoļska-Rozena (EPR) paradoksa nosaukumu.

No vienas puses ir skaidrs, ka mūsu dienās, kad kvantu mehānika ir demonstrējusi savu spēku ļoti daudzās fizikas nozarēs (no supravadāmības līdz elementārdaļiņām) diez vai tās metodiskie jautājumi vairs ir aktuāli, bet tieši pēdējos gados interese par tēmu ir ievērojami augusi.

Šis EPR paradokss, kas tika formulēts 1935. gadā, izraisīja ne tikai diskusijas par kvantu teorijas pamatiem, bet noveda pie virknes svarīgu eksperimentu par kvantu korelāciju pārbaudi makroskopiskos attālumos.

Šie eksperimenti pierādīja saprātīgas slēpto parametru teorijas neiespējamību, kas dotu pilnīgu (izsmeļošu) aprakstu atsevišķiem kvantu pasaules mikronotikumiem, un ļautu novest kvantu mehāniku līdz klasiskās statistiskās mehānikas modeļiem, kur noteiktas objekta īpašības eksistē (pastāv) jau pirms to mērīšanas. Šie eksperimenti izgaismoja divas svarīgas kvantu mehānikas metodoloģijas interpretācijas problēmas.

Pirmā problēma – Laplasa determinisma iztrūkums kvantu mehānikā. Piemēram, iedomājamies, ka mums ir 5 atomu kodoli, un pēc kāda laika divi no tiem sabrūk, bet 3 - nesabrūk. Tad 19. gadsimta fiziķis teiktu, ka eksistē kāds „iemesls”, kāpēc tieši šie kodoli sabruka, bet ne pārējie trīs. No kvantu teorijas viedokļa nekādu iemeslu nav, kāpēc sabruka tieši šie divi kodoli, tie sabruka „vienkārši tāpat” – spontāni. Kvantu teorija nosaka tikai varbūtību kodolu sabrukšanai, kura visiem apskatītajiem kodoliem var būt vienāda.

Ar tādu situāciju neapmierināti cilvēki (interesenti) sacītu, ka tāds iemesls eksistē, un tas varētu būt „slēptais parametrs”, kurš dotajā kvantu teorijas attīstības stadijā gluži vienkārši vēl nav atklāts.

Otra problēma – saistīta ar N. Bora papildināmības principu, jeb (V. A. Foka formulējumā) relativitātes principu attiecībā pret mērinstrumentiem, ar kuriem tiek nomērīts dotais mikroprocess. Šis uzskats sakņojas jau relativitātes teorijā un saskaņā ar to, piemērām, priekšmeta garumu vai kāda procesa ilgumu apraksta ne tikai pats priekšmets vai process, bet gan to attiecības pret citiem priekšmetiem, kuri veido atskaites sistēmu. Tā, piemērām, galda garums ir dažāds dažādiem novērotājiem, un šo garumu var mainīt bez tā mehāniskas izmaiņas, vienkārši liekot atskaites sistēmai kustēties pietiekami ātri (tas izmaina attiecību starp galdu un atskaites sistēmu).

Tagad īsumā aplūkosim kvantu mehānikas īpatnības mikroobjektam vairāku īpašību gadījumā. Šajā sakarā interesi izraisa tās mikroobjektu īpašības, piemērām, A un B, kuras apraksta ar nekomutējošiem operatoriem  $\hat{A}$  un  $\hat{B}$

$$\hat{A} \cdot \hat{B} - \hat{B} \cdot \hat{A} \neq 0 \quad (1.3)$$

Tādā gadījumā izrādās, ka neeksistē mikroobjekta stāvokļi, kad tam vienlaicīgi piemīt abas īpašības. (Ja operatori nekomutē, tad tiem nav kopīgu īpašfunkciju). Tas noved pie tā, ka īpašības A un B raksturo objekta attiecības pret dažādām mēriekārtām, kas savukārt uzdod atskaites sistēmu.

Ja operatori  $\hat{A}$  un  $\hat{B}$  nekomutē, tad nevar runāt par attiecīgo īpašību eksistenci neatkarīgi no mērījumiem. Ja pēc lieluma (īpašības) A noteikšanas izmērām ar to nekomutējošu lielumu B, bet pēc tam atkal lielumu A, tad otrreiz nomērītā īpašība A, vispārīgā gadījumā, būs atšķirīga no iepriekšējā A mērījuma rezultāta.

Jau no kvantu teorijas pirmsākuma bieži rodas kārdinājums domāt, ka šo mēriekārtas „iejaukšanos” mērījumā var izskaidrot, pieņemot, ka ļoti „lielais” mēraparāts tik stipri „grūž” mazo mikrodaļiņu, ka līdz ar to tas pats sev traucē izmērīt savstarpēji papildināmos raksturlielumus A un B. Atbildi uz šo nostādni sniedza EPR ar savu paradoksu, piedāvājot mērīt raksturlielumus kvantu objektiem, nepakļaujot tos nekādai spēka ietekmei. Mērīšanas pamatā ir sekojoša ideja : tiek ņemta divu daļiņu sistēma ar noteiktiem raksturlielumiem, piemērām, pilno spinu  $S = 0$ , tad daļiņas attālinā vienu no otras pietiekami lielā attālumā, pēc tam tiek mērīts spins (spina projekcija uz izvēlētu asi) vienai no daļiņām, un, zinot, ka summārais spins ir vienāds ar nulli ( $S = 0$ ), var uzzināt spinu otrai daļiņai, to nemaz nemērot. Spina projekcijas uz

dažādām asīm aprakstās ar nekomutējošiem operatoriem, tātad, eksperimentā mēs varam noteikt to vai citu fizikālā lieluma attiecību pret mērierīci bez jebkādas iejaukšanās procesā.

Savā rakstā 1935. gadā Einšteins, Podoļskis un Rozens izvirzīja sekojošu kritēriju fizikālā lieluma realitātei : „Ja mēs varam bez jebkādas iejaukšanās (sistēmas ierosināšanas) paredzēt ar ticamību (varbūtība = 1) vērtību kādam fizikālam lielumam, tad eksistē realitātes elements, kas atbilst šim fizikālajam lielumam.” EPR paradoksa būtība ir tā, ka kvantu mehānika ir pretrunā ar šo kritēriju, jo, saskaņā ar kvantu mehāniku, mikroobjekta īpašība neeksistē pirms tās izmērīšanas.

Protams, nekādu paradoksu nav, ja pieņem relativitātes principu attiecībā uz mēriekārtām, par cik fizikāla realitāte tad kļūst relatīva. Einšteina realitātes elements tad tiek saprasts kā attiecība starp daļiņu un mēriekārtu.

Jaunu stimulu EPR paradoksa eksperimentālai pārbaudei un izpratnei deva Bella nevienādību pierādījums.

## 2. BELLA NEVIENĀDĪBAS UN TO JĒGA

### 2.1 Vienkāršs Bella nevienādību piemērs trīs īpašību gadījumā

Lai izprastu Bella nevienādību būtību, apskatīsim sekojošu vienkāršu piemēru [4]. Pieņemsim, ka eksistē kāds objekts, kas raksturojas ar trim lielumiem A, B, C, kuri var pieņemt vērtības  $\pm 1$ . Gadījumā, kad mums ir N objektu grupa, kur katram objektam piemīt 3 īpašības

$$\left. \begin{aligned} A^\pm : A^+ = +1, \quad A^- = -1 \\ B^\pm : B^+ = +1, \quad B^- = -1 \\ C^\pm : C^+ = +1, \quad C^- = -1 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

tad zemāk uzrakstītās vienādības parāda, cik daudz būs objektu ar iekavās minētajām īpašībām

$$N(A^+B^-) = N(A^+B^-C^+) + N(A^+B^-C^-) \quad (2.2)$$

$$N(B^-C^+) = N(A^+B^-C^+) + N(A^-B^-C^+) \quad (2.3)$$

$$N(A^+C^-) = N(A^+B^+C^-) + N(A^+B^-C^-). \quad (2.4)$$

Tad, saskaitot (2.3) un (2.4) vienādību

$$\begin{aligned} N(B^-C^+) + N(A^+C^-) &= \underbrace{N(A^+B^-C^+)}_{\#1} + N(A^-B^-C^+) + N(A^+B^+C^-) + \underbrace{N(A^+B^-C^-)}_{\#4} \\ &= \underbrace{N(A^+B^-)}_{\#1+\#4} + N(A^-B^-C^+) + N(A^+B^+C^-) \end{aligned} \quad (2.5)$$

iegūst

$$N(B^-C^+) + N(A^+C^-) = N(A^+B^-) + \underbrace{N(A^-B^-C^+) + N(A^+B^+C^-)}_{\geq 0} \quad (2.6)$$

tā kā

$$N(A^-B^-C^+) + N(A^+B^+C^-) \geq 0 \quad (2.7)$$

tad

$$N(B^-C^+) + N(A^+C^-) \geq N(A^+B^-) \quad (2.8)$$

vai

$$N(A^+B^-) \leq N(B^-C^+) + N(A^+C^-) \quad (2.9)$$

kas arī ir Bella nevienādību piemērs trīs īpašību gadījumā [4].

## 2.2 Bella nevienādību izpratne (pēc [5])

Šajā Bella nevienādību piemērā eksistē objekts, kas raksturojas ar trim lielumiem  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , kuri pieņem vērtības  $\pm 1$ . Ja mēs iziesim no tā, ka katra daļiņa pastāv kā pilnīgi noteikts elements elementu kopā, tad tas nozīmē, katrai no daļiņām piemīt pilnīgi noteiktas vienlaicīgas vērtības visiem parametriem  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Apzīmēsim gadījumu, kad  $A$  iegūst vērtību  $+1$  ar  $A+$  un ar  $A-$  gadījumu, kad  $A$  iegūst vērtību  $-1$ ; analogiskus apzīmējumus ievēdīsim lielumiem  $B$  un  $C$ .

Attiecīgi tādu objektu kopā tiek izslēgta jebkāda saistība šo objektu starpā, kas, savukārt, raksturo to „lokalitāti” un „nodalītību”. Tas nozīmē, ka sistēma, kurai izpildās Bella nevienādības, jābūt pilnība „parādītai” kā aktuālai dažādu elementu – objektu kopai, kura raksturojas ar pašiem elementiem un elementiem atbilstošajām īpašībām.

Bella nevienādību formulēšana paredz, ka fizikāli objekti eksistē kā reāli elementi un to kopības, kas pilnīgi noteikti eksistē kā paši par sevi, tāpēc arī īpašības, attiecībā uz kurām formulējas kāda no Bella nevienādībām, raksturo objektu pašu par sevi. Bella nevienādības, tātad, izpildās klasiskajā fizikā, kur objektus un to īpašības var raksturot iepriekš aprakstītajā veidā.

Mēģinājumi pielietot Bella nevienādības kvantu mehānikā noveda pie kvantu korelāciju efektu eksperimentālās pārbaudes. Šī pārbaude parādīja, ka kvantu pasaulē Bella nevienādības tiek pārkāptas un līdz ar to mikroobjektu īpašības būtiski atšķiras no klasisko objektu īpašībām.

### 3. KLASISKĀS UN KVANTU KORELĀCIJU FUNKCIJAS

#### 3.1 CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt) korelāciju funkcija

Šī fizikāli novērojamo lielumu korelāciju funkcija (turpmāk – CHSH funkcija) tika ieviesta darbā [6], un tā ir ļoti ērta Bella nevienādību pārbaudei [4, 7].

Ja eksistē četri lielumi  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ,  $B'$ , no kuriem katrs neatkarīgi iegūst vērtības  $\pm 1$ , tad viegli redzēt, ka lielums

$$A \cdot B + A \cdot B' + A' \cdot B - A' \cdot B' = \pm 2 \quad (3.1)$$

Piemērām, ja katrs lielums ir  $+1$ , tad algebriska summa ir  $+2$ , ja  $A = B = +1$ ,  $A' = B' = -1$ , tad  $-2$ , un tā tālāk. Uzskatot šos lielumus par nejaušiem (gadījuma rakstura), vidējai vērtībai iegūstam

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (A_n \cdot B_n + A_n \cdot B'_n + A'_n \cdot B_n - A'_n \cdot B'_n) \right| \leq 2 \quad (3.2)$$

kas noved pie vēl vienas Bella nevienādības

$$|P(A, B) + P(A, B') + P(A', B) - P(A', B')| \leq 2 \quad (3.3)$$

kur

$$P(A, B) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N A_n \cdot B_n \quad (3.4)$$

ir korelāciju funkcija starp lielumiem  $A$  un  $B$ . CHSH funkcija tad ir lielums [4]

$$C_{CHSH} = P(A, B) + P(A, B') + P(A', B) - P(A', B') \quad (3.5)$$

Par lielumiem  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ,  $B'$  varam ņemt, piemērām, spina projekcijas uz dažādām asīm.

Kvantu mehānika un to apstiprinošie eksperimenti ir pretrunā ar iepriekš uzrakstītajām nevienādībām divu daļiņu gadījumā, kuras apraksta ar kopēju viļņu funkciju.

Acīmredzami, ka korelācija starp  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ,  $B'$ , kura noteikta ar daļiņu kopējo pagātni un kādu saglabāšanās likumu, tikai novedīs pie tā, ka tiks pieļauti ne visi pāri  $\pm 1$ , bet tikai daļa, tomēr beigu izvedums (secinājumi) nemainīsies.

Kas tad ir diskutējams iepriekš uzrakstīto nevienādību izvedumā ?

Saskaņā ar [4] neskaidrs ir priekšstats par statistisko ansambli. Šeit neskaidri tiek noteikta ansambļa esamība, kas raksturojas ar  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ,  $B'$  saskaņā ar slēpto parametru koncepciju. Nevienādību pārkāpšana tad parāda, ka nepareizs ir priekšstats, ka  $A$ , pat gadījumā, kad tas tiek mērīts tālā punktā, līdz kuram neviens signāls nenonāks no punkta, kur tiek mērīts  $B$ , nav atkarīgs no  $B$ , kas tad arī norāda uz nelokalitāti (pretrunā speciālajai relativitātes teorijai).

Lai saskaņotu iepriekš teikto ar kvantu mehāniku, vajag uzskatīt A par B funkciju un otrādi. Sekojoši, ja  $A = +1$ , kad  $B = +1$ , un ja  $B$  izmainot pārvēršas par  $B'$ , tad  $A$  var arī nepalikt  $+1$ . Tad, vispārīgā gadījumā, pieļaujot lielumu  $A, B, A', B'$  neatkarīgas vērtības  $\pm 1$  visos četros saskaitāmos, iegūst

$$A_1 \cdot B_1 + A_2 \cdot B_1' + A_1' \cdot B_2 - A_2' \cdot B_2' = 0, \pm 2, \pm 4 \quad (3.6)$$

Šo jautājumu mēs sīkāk aplūkosim 4. nodaļā un noslēgumā.

### 3.2 Impulsa momentu projekciju korelāciju funkcija klasiskā ķermeņa sabrukšanā divās daļās

Lai salīdzinātu Bella nevienādību izturēšanos klasiskajā un kvantu mehānikā, vispirms apskatīsim impulsa momentu projekciju korelāciju funkciju klasiskās mehānikas gadījumā, kas dota darbos [7, 4].

Kāds priekšmets, bumba vai lode, kurš sākumā atrodas miera stāvoklī, sadalās divās daļās, kurām ir impulsa momenti  $J_1$  un  $J_2 = -J_1$ . Divi novērotāji mēra uz kaut kādiem virzieniem, kas ir fiksēti ar vienības vektoriem  $\vec{a}$  un  $\vec{b}$ , impulsa momentu  $J_1$  un  $J_2$  projekcijas un nosaka to vērtības

$$r_a = \text{sgn}(\vec{a} \cdot \vec{J}_1), \quad r_b = \text{sgn}(\vec{b} \cdot \vec{J}_2) \quad (3.7)$$

kas, tāpat, ir  $\pm 1$ .

Uzskatīsim, ka eksperiments tiek atkārtots  $N$  reizes, un virzieniem  $J_1$  un  $J_2$  ir gadījuma raksturs. Tad vidējās vērtības

$$\langle r_a \rangle = \frac{1}{N} \sum_i r_{ia}, \quad \langle r_b \rangle = \frac{1}{N} \sum_i r_{ib} \quad (3.8)$$

vienādas ar nulli, bet korelācija

$$\langle r_a r_b \rangle = \frac{1}{N} \sum_i r_{ia} \cdot r_{ib} \quad (3.9)$$

var nebūt nulle, piemēram, ja  $\vec{a} = \vec{b}$ , tad  $r_{ia} = -r_{ib}$ , un vienmēr  $\langle r_a r_b \rangle = -1$ .

Skaidri redzams, ka pilnā impulsa momenta saglabāšanās noved pie korelācijas starp notikumiem. Pagriežot asi  $\vec{a}$  un sekojot, piemēram, tikai līdz notikumiem uz  $\vec{a}$  (daļiņu kustība gar asi  $\vec{a}$ ), mēs līdz ar to varētu izveidot dažādu kustības gadījumu atlasu daļiņām pretējā

virzienā. Šādas izmaiņas nav izskaidrojamas ar kādu „iespējamu ietekmi”, bet ir tikai dažādu gadījumu atlases sekas.

Apskatām vienības sfēru  $r_a = \pm 1$ , kura sadalīta ar ekvatora plakni, kas perpendikulāra asij  $a$ , tad šīs sfēras augšējā daļā  $r_a = 1$ , bet apakšējā -  $r_a = -1$ . Pēc tam to pašu izdarām ar vienības sfēru pret  $r_b$ . Tad mēs iegūsim četrus apgabalus, kuros  $r_a r_b = \pm 1$  un kuru laukumi attiecas kā  $\theta/(\pi - \theta)$ , kur  $\theta$  – leņķis starp  $\vec{a}$  un  $\vec{b}$ . Gala rezultātā

$$\langle r_a r_b \rangle = \frac{\theta - (\pi - \theta)}{\pi} = -1 + \frac{2\theta}{\pi} . \quad (3.10)$$

Šī izteiksme tad arī uzdod impulsa momentu projekciju korelāciju funkciju klasiskā ķermeņa sabrukšanā divās daļās. Šī funkcija ir atkarīga tikai no leņķa  $\{\theta\}$  starp novērošanas virzieniem, un atbilst vienam saskaitāmajam CHSH funkcijā, tas ir

$$P_{klas}^{teor}(A, B; \theta) = -1 + \frac{2\theta}{\pi} . \quad (3.11)$$

Atzīmēsim tās vērtības 3 svarīgos gadījumos :

$$\left. \begin{aligned} P_{klas}^{teor}(A, B; \theta = 0) &= -1 \\ P_{klas}^{teor}(A, B; \theta = \frac{\pi}{4}) &= -\frac{1}{2} \\ P_{klas}^{teor}(A, B; \theta = \frac{\pi}{2}) &= 0 \end{aligned} \right\} . \quad (3.12)$$

### 3.3 Kvantu mehānikas spina projekciju korelāciju funkcija, daļiņu sistēmai ar pilno spinu

$S = 0$  sabrūkot uz divām daļiņām ar spinu  $s = 1/2$

Pieņemsim, ka ir dots divu daļiņu ar spinu  $s = 1/2$  singleta  $S = 0$  sapītais stāvoklis, ko apraksta viļņu funkcija [4]

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (3.13)$$

Apzīmēsim ar  $(z, x)$  plakni, ko veido spina projekciju virzienu detektoru (novērotāju) asis. Ja viena detektora virziena asi pieņem par  $z$ , tad otra virziena asij  $z'$ , kas pagriezta par leņķi  $\theta$  ap asi  $y$ , atbilst „pagrieztais” Pauli operators

$$\hat{\sigma}'_z = \hat{\sigma}_z \cdot \cos \theta + \hat{\sigma}_x \cdot \sin \theta \quad (3.14)$$

kur Pauli matricu operatori

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Tad no izteiksmēm (3.14-3.15) iegūst

$$\sigma'_z = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Pauli matricām (3.15) atbilstošie spina projekciju operatori ir

$$\hat{s}_x = \frac{1}{2} \hbar \hat{\sigma}_x \quad \hat{s}_y = \frac{1}{2} \hbar \hat{\sigma}_y \quad \hat{s}_z = \frac{1}{2} \hbar \hat{\sigma}_z. \quad (3.17)$$

Turpmāk, lai vienkāršotu formulas, mēs izmantosim mērvienības, kurās  $\hbar = 1$  un ievesta divkārtā spina vērtība  $2s$ , tad

$$2\hat{s}_i = \hat{\sigma}_i \quad (i = x, y, z) \quad (3.18)$$

Ja divi novērotāji analogiski klasiskajam gadījumam (skat. 3.2 nodaļu) veic spina projekciju mērījumus, tad

$$r_a = 2\vec{a}\vec{s}_1, \quad r_b = 2\vec{b}\vec{s}_2 \quad (3.19)$$

kur  $\vec{a}$  – pirmā novērotāja patvaļīgi izraudzītā virziena vienības vektors,  $\vec{b}$  – otrā novērotāja patvaļīgi izraudzītā virziena vienības vektors un  $2\vec{s}_{1,2}$  apraksta pirmā un otrā novērotāja novērotās spina projekcijas (3.18).

Tāpat kā klasiskajā gadījumā  $r_a$  un  $r_b$  var pieņemt vērtības  $\pm 1$ , attiecīgās vidējās vērtības  $\langle r_a \rangle$  un  $\langle r_b \rangle$  (3.8) tiecas uz nulli, bet korelācijas funkcija  $\langle r_a r_b \rangle$  (3.9) vispārīgā gadījumā nebūs nulle.

Šo korelāciju funkciju saskaņā ar kvantu mehāniku apraksta matricu elements

$$\langle r_a r_b \rangle = \left\langle \Psi \left| \left( 2\hat{a}\hat{s}_1 \right) \otimes \left( 2\hat{b}\hat{s}_2 \right) \right| \Psi \right\rangle. \quad (3.20)$$

Singleta stāvoklī

$$\hat{s}_2 |\Psi\rangle = -\hat{s}_1 |\Psi\rangle \quad (3.21)$$

tāpēc

$$\left( 2\vec{a}\hat{s}_1 \right) \otimes \left( 2\vec{b}\hat{s}_2 \right) = \left( -\hat{a}\hat{\sigma}_z \right) \otimes \left( \hat{b}\hat{\sigma}_z \right) \quad (3.22)$$

un, izmantojot iepriekšējās formulas, mēs galīgi iegūstam [7, 4]

$$\langle r_a r_b \rangle = \left\langle \Psi \left| \left( 2\hat{a}\hat{s}_1 \right) \otimes \left( 2\hat{b}\hat{s}_2 \right) \right| \Psi \right\rangle = \left\langle \Psi \left| \left( -\hat{a}\hat{\sigma}_z \right) \otimes \left( \hat{b}\hat{\sigma}_z \right) \right| \Psi \right\rangle = -\vec{a} \cdot \vec{b} = -\cos \theta \quad (3.23)$$

kur  $\theta$  – leņķis starp abu novērotāju vienības vektoriem  $\vec{a}$  un  $\vec{b}$ .

Tātad, kvantu mehānikas gadījumā spina projekciju korelāciju funkcija sabrūkot daļiņai ar spinu  $S = 0$  un divām daļiņām ar spinu  $s = 1/2$ , kas atbilst vienam loceklim CHSH funkcijā, izsakās sekojoši

$$P_{kvantu}(A, B; \theta) = -\cos \theta \quad (3.24)$$

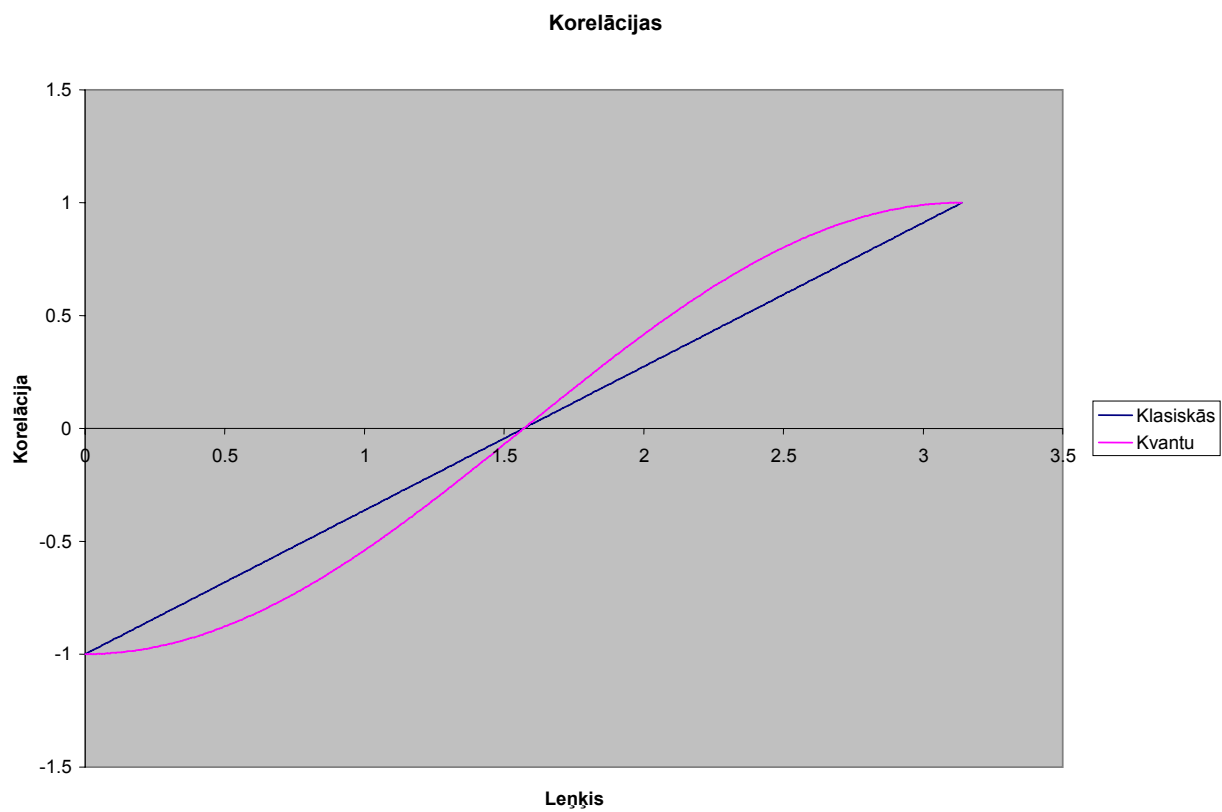
Šīs korelāciju funkcijas vērtības pie leņķiem  $\theta = 0, \frac{\pi}{2}$  sakrīt ar klasiskās mehānikas korelāciju funkcijas vērtībām, bet pie  $\theta = \frac{\pi}{4}$  jūtami atšķiras, jo

$$P_{kvantu}(A, B; \theta = \frac{\pi}{4}) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \approx -0.7107... \quad (3.25)$$

bet (3.12)

$$P_{klas}(A, B; \theta = \frac{\pi}{4}) = -1/2. \quad (3.26)$$

Kvantu un klasisko korelāciju funkciju (3.24), (3.11) salīdzinājums ir parādīts zīmējumā :



## 4. BELLA NEVIENĀDĪBU SKAITLISKĀ PĀRBAUDE

### 4.1 Bella nevienādību divas interpretācijas

Pirms apskatām mūsu izdarīto Bella nevienādību skaitlisko pārbaudi atzīmēsim, ka jautājumā par Bella nevienādību pārkāpšanu kvantu mehānikā joprojām norisinās diskusijas, un ir vērojamas atšķirīgas pieejas. Tāpēc mēs tagad pievērsīsimies divām Bella nevienādību interpretācijām kvantu mehānikā, kas aprakstītas darbā [8].

1. Stingri objektīvā interpretācija. (SOI – Strongly Objective Interpretation).

Šī interpretācija norāda, ka visas korelācijas funkcijas ir attiecināmas uz vienu un to pašu  $N$  daļiņu pāru setu (kopumu), tas ir, visi četri mērījumu virzienu pāri CHSH funkcijā uzskatāmi par vienlaicīgi attiecināmiem katram daļiņu pārim.

Kaut ko tādu nevar attiecināt uz reāliem eksperimentiem, bet drīzāk tie varētu būt rezultāti, kādi varētu tikt novēroti (iegūti), ja tiktu mērīts visiem četriem virzieniem vienlaicīgi viens un tas pats  $N$  daļiņu pāru kopums.

2. Vāji objektīvā interpretācija (WOI – Weakly Objective Interpretation).

Šī interpretācija norāda, ka katra atsevišķā korelāciju funkcija, kas ieiet CHSH funkcijā, ir reāli (patiesi) nomērīta atšķirīgiem  $N$  daļiņu pāru kopumiem. Katrs daļiņu pāru kopums atbilst tikai vienam argumentu pārim, tas ir, katram argumentu pārim atbilst tikai viens vienotais spinu mērījums.

CHSH funkcija tika konstruēta tā, lai to speciāli piemērotu spinu korelāciju mērījumu eksperimentiem (vislavenākais no tiem ir A. Aspekta u. c. eksperiments [9]). Daudzi šī tipa eksperimenti tika izpildīti un ir skaidri interpretējami kā atbilstoši vāji objektīvajai interpretācijai, tomēr stingri objektīvā interpretācija arī ir jāapskata kā varbūtīgi iespējama, tāpēc izvēle starp stingri objektīvo un vāji objektīvo interpretāciju nav uzskatāma par pilnībā pabeigtu [8].

Šīs interpretācijas ir radikāli atšķirīgas, ne tikai eksperimentāli, bet arī fizikāli. Patiešām, stingri objektīvā interpretācija (SOI) atbilst vienam  $N$  daļiņu pāru kopumam, kas raksturots ar aprakstošu parametru komplektu

$$\{\lambda_i, \quad i = 1, \dots, N\} \quad (4.1)$$

kas arī ir tā saucamie apslēptie {hidden} parametri.

Vāji objektīvajai interpretācijai atbilst ne mazāk, kā četrus  $N$  daļiņu pāru kopumi, ko, saskaņā ar [8], raksturo četri dažādi apslēpto parametru komplekti.

$$\{\lambda_{1,i}\}, \{\lambda_{2,i}\}, \{\lambda_{3,i}\}, \{\lambda_{4,i}\}. \quad (4.2)$$

Fakts ir tāds, ka galīgu  $N$  daļiņu pāru kopumu, kuru apraksta ar apslēptajiem parametriem  $\{\lambda_i, i = 1, \dots, N\}$  nevar precīzi reproducēt, - ne teorētiski (jo katram  $i$ -tajam daļiņu pārim  $\{\lambda_i\}$  ir nejaušs mainīgais) – ne arī empīriski (jo eksperimentatoram nav kontroles pār daļiņu pāru pilno sākuma (singleta) stāvokli).

Protams, kad daļiņu skaits  $N$  tuvojas bezgalībai  $N \rightarrow \infty$ , tad šie četri  $N$  daļiņu pāru kopumi neizbēgami konverģē uz vienu un to pašu ideālo kopuma aprakstu. Tomēr, kas attiecas uz reāliem eksperimentiem, tad  $N \neq \infty$  un saskaņā ar [8] šie četri daļiņu pāru kopumi tomēr ir atšķirīgu daļiņu pāru kopumi, respektīvi, raksturoti ar četru atšķirīgu kopumu slēptajiem mainīgajiem parametriem (4.2).

Tāpēc atšķirība starp interpretācijām var tikt ietverta pilnas sistēmas brīvības pakāpju skaitā. Ja  $f$  būtu brīvības pakāpju skaits vienam daļiņu pārim, tad stingri objektīvajā interpretācijā CHSH funkcijai atbilstošās pilnās daļiņu sistēmas brīvības pakāpju skaits būtu  $Nf$ , turpretī vāji objektīvajā interpretācijā tas būtu  $4Nf$ .

Saskaņā ar [8] parasti apskatot Bella nevienādības pārkāpšanu kvantu mehānikā tiek veikts „bejēdzīgs” (meaningless) salīdzinājums starp SOI un WOI interpretācijas rezultātiem, kas izriet no CHSH funkciju skaitlisko vērtību salīdzināšanas starp divām daļiņu sistēmām, pie kam vienai no tām ir  $Nf$  brīvības pakāpes, bet otrai –  $4Nf$  brīvības pakāpes.

G. Adenĵera uzskatus, kas izteikti darbā [8], var raksturot sekojoši :

Teorijas	Interpretācijas	
	SOI	WOI
Lokāli – reālistiskās (apslēpto parametru) t.i. klasiskās teorijas	$ C_{CHSH}^{klas}  \leq 2$ skat. (3.3) – (3.5)	$ C_{CHSH}^{klas}  \leq 4$ skat. (3.6), (5.2), (5.3)
Kvantu mehānika	$ C_{CHSH}^{kvantu} $ - nevar uzrakstīt, jo nekomutē attiecīgie operatori	$ C_{CHSH}^{kvantu}  \leq 2\sqrt{2}$ - skat. (4.6) un rezultātu tabulu

Tātad, saskaņā ar [8], vairumā gadījumu tiek veikta salīdzināšana starp  $C_{CHSH}^{klas}$  (SOI) un  $C_{CHSH}^{kvantu}$  (WOI), no kurienes tad arī tiek taisīts secinājums par Bella nevienādību pārkāpšanu kvantu mehānikā:  $2\sqrt{2} > 2$ . Tādā gadījumā vienīgais korektais salīdzinājums pēc [8] ir starp  $C_{CHSH}^{klas}$  (WOI) un  $C_{CHSH}^{kvantu}$  (WOI), bet tad Bella nevienādības netiek pārkāptas:  $2\sqrt{2} < 4$ . Pie šī jautājuma saistībā ar ergodisko hipotēzi mēs vēl atgriezīsimies noslēgumā.

## 4.2 Bella nevienādību skaitliskie aprēķini ar datormodelēšanas palīdzību

Mūsu darbā tika veikts datormodelēšanas eksperiments Bella nevienādību pārbaudei klasiskā ķermeņa sabrukšanai divās daļās, izmantojot CFI Radiācijas fizikas laboratorijā inženiera A. Andrejeva sastādīto programmatūru ((C)(R) ENJ Industries, 2006). Šajā programmā tika realizēts darbā [7] dotais algoritms, kas apraksta klasiskā ķermeņa (bumbas) sabrukšanu divos fragmentos ar impulsa momentiem  $J_2 = -J_1$  visdažādākajos nejaušos virzienos (skat. 3.2 nodaļu) lielam skaitam ( $N > 10^4$  / *not.*) sabrukušo fragmentu pāru.

Attiecīgās klasisko impulsa momentu projekciju korelācijas funkcijas tika atrastas, pamatojoties uz formulām (3.7, 3.9, 3.5), ievērojot, ka, piemēram,

$$\langle r_a r_b \rangle \equiv P(A, B), \quad (4.3)$$

bet CHSH korelāciju funkcijas teorētiskā vērtība klasiskajā gadījumā tika iegūta, izmantojot formulas (3.11), (4.3), (3.5), un ir vienāda ar

$$C_{CHSH}^{klas\_teor} = -2 + \frac{2}{\pi}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4), \quad (4.4)$$

kur  $\theta$  – ir attiecīgie leņķi starp novērošanas virzieniem

$$\theta_1 = \angle(A, B) \quad \theta_2 = \angle(A, B') \quad \theta_3 = \angle(A', B) \quad \theta_4 = \angle(A', B'). \quad (4.5)$$

Kvantu mehānikas gadījumā attiecīgo CHSH korelāciju funkcijas teorētiskā vērtība tika iegūta, izmantojot formulas (3.5, 3.24), un tā ir vienāda ar

$$C_{CHSH}^{kvantu} = -\cos \theta_1 - \cos \theta_2 - \cos \theta_3 + \cos \theta_4, \quad (4.6)$$

bet attiecīgais datormodelēšanas eksperiments kvantu daļiņu gadījumā, protams, nevar tikt veikts analogiski klasisko daļiņu eksperimentam. Ir iespējams vienīgi salīdzināt kvantu CHSH funkcijas teorētisko vērtību (4.6) ar datormodelēšanā iegūto klasisko daļiņu „eksperimentālo” CHSH vērtību  $C_{CHSH}^{klas.exp.}$  un klasisko daļiņu CHSH funkcijas teorētisko vērtību (4.4).

Aprēķinos tika pārbaudītas abas Bella nevienādību interpretācijas – SOI (vienu un to pašu N daļiņu pāru kopu padodot uz visiem 4 mērīšanas virzieniem vienlaicīgi), kā arī WOI (padodot četrus atšķirīgus N daļiņu pāru komplektus uz 4 mērīšanas virzieniem katru atsevišķi).

Šie datormodelēšanas eksperimenta rezultāti ir apkopoti tabulā.

Datormodelēšanas rezultāti Bella nevienādību pārbaudei.

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	SOI	WOI	$C_{CHSH}^{klas.teor.}$	$C_{CHSH}^{kvantu\_teor.}$
				$C_{CHSH}^{klas.exp.}$	$C_{CHSH}^{klas.exp.}$		
45°	45°	45°	135°	-2.00	-2.00	-2	$-2\sqrt{2} \approx -2.828...$
0°	45°	45°	90°	-2.00	-2.00	-2	$-1 - \sqrt{2} \approx -2.414...$
30°	30°	30°	90°	-2.00	-2.00	-2	$-3\sqrt{3}/2 \approx -2.598...$

## Noslēgums - rezultātu novērtējums un secinājumi

Galvenais mūsu aprēķinos iegūtais rezultāts ir, ka salīdzinot klasiskos CHSH funkcijas rezultātus, kas veikti vāji objektīvās interpretācijas (WOI) un stipri objektīvās interpretācijas (SOI) ietvaros, redzam, ka rezultāts praktiski sakrīt abos gadījumos – tie konverģē uz

$$\left| C_{CHSH}^{klas} (WOI, SOI) \right| \leq 2 \quad (5.1)$$

bet attiecīgās teorētiski aprēķinātās kvantu CHSH funkcijas vērtības norāda uz Bella nevienādību pārkāpšanu kvantu mehānikas gadījumā.

Attīstot analogiju ar ergodisko hipotēzi statistisko ansambļu gadījumā (skat. piem. [10]), varam teikt, ka sapīto singleta stāvokļu daļiņu pāru spinu korelāciju vienlaicīgie (t.i. SOI interpretācijas) mērījumi pie 4 detektoru stāvokļiem atbilst sistēmas visu fāzu punktu (piemērām, koordinātu un impulsu) mērījumiem, kurus praktiski nav iespējams veikt.

Tālāk redzam, ka 4 atsevišķo sapīto singleta stāvokļu identisko daļiņu pāru kopu  $N_1, N_2, N_3, N_4$  ievēšanai (kas veikta saskaņā ar WOI) atbilst statistiskā ansambļa ievēšana. Tad saskaņā ar ergodisko hipotēzi ir vienāga, vai mēs spinu korelāciju CHSH funkciju mērījumus veicam vienlaicīgi pie 4 detektoru stāvokļiem saskaņā ar SOI sākotnējai (etalona)  $N$  sapīto daļiņu pāru sistēmai (kas praktiski nav iespējams), vai arī četrām identisku singleta stāvokļu daļiņu pāru kopām  $N_1, N_2, N_3, N_4$  saskaņā ar WOI.

Protams, ir jāatceras arī, ka ergodiskā hipotēze joprojām nav stingri matemātiski pierādīta, un, pieejot tīri formāli, mēs nevaram pilnīgi izslēgt vērtību (3.6)

$$r_{j,k,l,m}^{WOI} = (A_1 \cdot B_1)_j + (A_2 \cdot B_1)_k + (A_1 \cdot B_2)_l - (A_2 \cdot B_2)_m = \pm 4 \quad (5.2)$$

daudzkārtēju atkārtēšanu, kas līdz ar to dotu

$$\left| C_{CHSH}^{WOI} \right| \leq 4 \quad (5.3)$$

un līdz ar to ļautu apgalvot, ka Bella nevienādības kvantu mehānikā netiek pārkāptas, bet statistiski tāda iespēja pie  $N_{1,2,3,4} \rightarrow \infty$  ir atmetama.

Darba noslēgumā izteiksim dažus vispārīgus komentārus par kvantu mehānikas metodoloģiju.

Ļoti būtiski ir tas, ka kvantu mērījumu īpatnības nevar izskaidrot kvantu mehānikas paradoksus loģiski vienkāršā veidā. Piemēram, kvantu mērījumu rezultātu varbūtisko raksturu varētu mēģināt izskaidrot ar to, ka mums nav pilna informācija par sistēmas sākuma stāvokli. Citiem vārdiem sakot viss ir tieši tāpat, kā klasiskā gadījumā, tikai mēs nezinām sākuma stāvokli

sistēmai, un tieši tāpēc nevaram paredzēt mērījumu rezultātus. Tomēr tāds priekšstats nav patiess un uz to norāda Bella teorēma un eksperimenti ([9] u. c.), kuri pilnībā izslēdz „lokālo realitāti”.

Tas nozīmē, ka Bella nevienādības parādās pie EPR tipa eksperimentiem, kuru būtība vislabāk redzama piemērā, ja daļiņu sistēma ar pilno spinu  $S = 0$  sadalās (sabrūk) divās daļiņās ar spinu  $s = 1/2$  un katrai no šīm daļiņām tiek mērīta spina projekcija uz kādu asi. Tādu mērījumu rezultāti viennozīmīgi ir korelēti. Tas ir skaidrs jau no tā, ka spina projekciju summa visām daļiņām, kuras piedalās reakcijā, saglabājas. Ja līdz sabrukšanai šī summa vienāda ar nulli tad pēc sabrukšanas tai arī būtu jāpaliek 0.

Korelācija ir acīmredzama, ja tiek mērīta abu daļiņu projekcija uz vienas un tās pašas ass, kad leņķis starp tām  $\theta = 0$ . Ja asis, uz kurām tiek mērītas spina projekcijas nesakrīt, tad korelācija ir sarežģītāka, bet tomēr pastāv (izņemot gadījumu, kad abas asis ir ortogonālas, tad pie  $\theta = \frac{\pi}{2}$  korelācija izzūd.)

Džons Bells apskatīja gadījumus, ja līdz spinu projekciju mērījumiem, daļiņu spiniem jau būtu kādas noteiktas vērtības, vai arī vismaz līdz šiem mērījumiem daļiņas varētu raksturot ar kādiem varbūtējiem spinu projekciju sadalījumiem uz dotajām asīm, kurus nosaka tā saucamie apslēptie parametri  $\lambda_i$ . Tāda tipa varbūtību sadalījuma eksistence vēl pirms mērījuma, raksturīga klasiskajai fizikai, un, piemērojot to kvantu fizikai, tā ieguva nosaukumu „lokālais reālisms”.

Bells parādīja, ka, izejot no lokālā reālisma, EPR eksperimenta mērījumu rezultātiem jāapmierina noteiktas nevienādības, kuras nosauca par Bella nevienādībām. Veicot mērījumus, un pārbaudot šīs nevienādības, var noteikt, vai pastāv lokālais reālisms. Ja klasikā fizika pakļaujas Bella nevienādībām, bet Bella nevienādības tiek pārkāptas kvantu gadījumā, tad priekšstatu par lokālo reālismu vajadzētu atmet. Dažādu mērījumu rezultātu varbūtību aprēķini, pēc kvantu mehānikas likumiem, noved pie Bella nevienādību pārkāpšanas, tāpēc, ja pilnība uzticas kvantu mehānikai, no lokālā reālisma ir jāatsakās.

Tas nozīmē, ka nepareizs izrādās klasiskajā fizikā obligātais priekšstats, ka īpašības, kuras tiek novērotas mērījuma laikā, reāli eksistē jau pirms mērījuma, un mērījums tikai apstiprina šo īpašību pastāvēšanu. Pie pietiekami precīziem kvantu sistēmu mērījumiem tas tā nav. Īpašības, kuras tiek noteiktas mērījumu laikā, kvantu objektiem vispār nepastāv pirms mērījumiem. Piemēram, apskatīsim mērījumu, kurš noskaidro, kādā no diviem stāvokļiem  $|\Psi_1\rangle$  vai  $|\Psi_2\rangle$  atrodas kvantu sistēma. Mērījums uz šo jautājumu dod noteiktu atbildi, tas nozīmē, ka notiek izvēle starp šiem stāvokļiem, un pēc mērījuma sistēma patiešām atrodas stāvoklī  $|\Psi_1\rangle$  vai  $|\Psi_2\rangle$ .

Tomēr, vai sistēma atrodas stāvoklī  $|\Psi_1\rangle$  vai  $|\Psi_2\rangle$  līdz mērījumam ? – Nē. Vispārīga gadījumā sistēma līdz mērījumam bija stāvoklī  $|\Psi\rangle = C_1|\Psi_1\rangle + C_2|\Psi_2\rangle$ , un īpašība, kura tika noteikta mērījuma laikā, nepastāvēja pirms šī mērījuma. Parastā klasiskās fizikas realitātes izpratne nav savienojama ar kvantu fiziku. Zināmā mērā varam teikt, ka pie kvantu mērījumiem realitāte tiek sadalīta, nevis noskaidrota !

Pēc būtības tas nozīmē, ka klasiskā realitātes sapratne vispār nekad nevar būt pareiza (patiesa), kaut arī pietiekami „rupju” mērījumu gadījumā klasiskā realitātes sapratne nenoved pie ievērojamām kļūdām, tas ir, tā pastāv kā pietiekami labs tuvinājums.

## Izmantotā literatūra

- [1] М. Б. Менский. Квантовая механика : Новые эксперименты, новые приложения и новые формулировки старых вопросов. Успехи физических наук, т.170, N6 (2000), стр.(631-648).
- [2] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Physical Review, vol.47 (1935), p.(777-780).
- [3] John S. Bell. On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics. Reviews of Modern Physics, vol.38, N3 (1966), p.(447-452)
- [4] А. А. Гриб. Неравенство Белла и экспериментальная проверка квантовых корреляций на макроскопических расстояниях. Успехи физических наук, т.142, N4 (1984), стр.(619-634).
- [5] И. З. Цехмистро. Импликативно – логическая природа квантовых корреляций. Успехи физических наук, т.171, N4 (2001), стр.(452-458).
- [6] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, R. A. Holt. Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories. Physical Review Letters, vol.23, N15 (1969), p.(880-884).
- [7] Asher Peres. Unperformed experiments have no results. American Journal of Physics, vol.46, N7 (1978), p.(745-747).
- [8] Guillaume Adenier. A Refutation of Bell's Theorem. Preprint: arXiv: quant-ph/0006014 v3 (2001)
- [9] A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger. Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time – Varying Analyzers. Physical Review Letters, vol.49, N25 (1982), p.(1804-1807).
- [10] В. Rolovs. Termodinamika un statistiskā fizika. Rīga, „Zvaigzne” (1967), (222-224)lpp.

Bakalaura darbs izstrādāts LU Fizikas un matemātikas fakultātē.

Ar savu parakstu apliecinu, ka pētījums veikts patstāvīgi, izmantoti tikai tajā norādītie informācijas avoti un iesniegtā darba e-versija atbilst izdrukai.

Piekrītu darba e-versijas publicēšanai LU informatīvajā sistēmā.

Autors

Dainis Dinsbergs,

10.05.2006

---

(Vārds, uzvārds, paraksts, datums)

Rekomendēju darbu aizstāvēšanai

Vadītājs

LU CFI vadošais pētnieks, Dr. habil. phys. Juris Tambergs

10.05.2006

---

(Akadēmiskais amats, zin, grāds, vārds, uzvārds, paraksts, datums)

Darbs iesniegts \_\_\_\_\_

(Struktūrvienības nosaukums, datums)

---

(Amats, vārds, uzvārds, paraksts)

Darbs aizstāvēts noslēguma pārbaudījuma komisijas sēdē

---

(datums, protokola numurs)

Komisijas

sekretārs \_\_\_\_\_

(Akadēmiskais amats, zin. grāds, vārds, uzvārds, paraksts)

LATVIJAS UNIVERSITĀTE

**BAKALaura DARBS**

RĪGA, 2006